

ロボットマニピュレータの
総合設計システムに関する研究

井上 健司

①

博 士 論 文

ロボットマニピュレータの
総合設計システムに関する研究

平成5年3月

井 上 健 司

目次

第1章 序論	1
1.1 研究の背景	2
1.2 ロボットCADシステムの現状	10
1.3 本研究の目的	14
1.4 本論文の構成	15
第2章 ロボットCADシステム「TOCARD」の概要	16
2.1 はじめに	17
2.2 ロボットのメカニズム	18
2.3 ロボットの設計パラメータ	25
2.4 設計のための目的関数・拘束条件	28
2.5 ロボット特有の評価	33
2.6 設計パラメータと設計のための目的関数・拘束条件との 関係の深さ	39
2.7 「TOCARD」のコンセプト	43
2.8 「TOCARD」におけるロボットの設計手順	45
2.9 まとめ	49
第3章 ロボットの運動学解析	50
3.1 はじめに	51
3.2 ロボットの基本機構	52
3.3 順運動学	58
3.4 逆運動学	60
3.5 作動領域	72
3.6 軌道生成	82
3.7 速度加速度解析	89
3.8 有効自由度	92
3.9 まとめ	100

第4章	ロボットの力学解析	101
4.1	はじめに	102
4.2	関節変位とモータ回転角の関係	103
4.3	ロボットの剛体モデルと逆動力学	107
4.4	ロボットの弾性体モデルとたわみ、固有振動解析	112
4.5	基本機構要素	123
4.6	駆動系要素	143
4.7	まとめ	155
第5章	ロボットの基本機構設計	156
5.1	はじめに	157
5.2	作業に典型的なワークおよび軌道のデータの入力	159
5.3	設計パラメータと目的関数・拘束条件	162
5.4	基本機構設計における問題点	166
5.5	自由度と手首の設計に関する考察	171
5.6	ファジィ推論による作業に適した関節構成の選定	176
5.7	対話的な基本機構の設計	196
5.8	まとめ	204
第6章	ロボットの内部機構設計	205
6.1	はじめに	206
6.2	設計パラメータと目的関数・拘束条件	208
6.3	内部機構設計における問題点	214
6.4	モータ配置と伝達機構の種類の入力	218
6.5	要素の見積り計算のアルゴリズム	219
6.6	基本機構要素の見積り方法	224
6.7	駆動系要素の見積り方法	238
6.8	力学解析と評価	247
6.9	まとめ	250
第7章	ロボットの詳細設計	251

7. 1	はじめに	252
7. 2	設計パラメータと目的関数・拘束条件	254
7. 3	詳細設計における最適化問題	257
7. 4	感度解析を利用した対話的な設計	261
7. 5	アーム要素の形状パラメータの自動最適化	267
7. 6	力学解析と評価	269
7. 7	まとめ	271
第8章	設計例	272
8. 1	「TOCARD」によるロボットの設計過程と設計例1	273
8. 2	設計例2	290
8. 3	設計例3	297
8. 4	設計例4：実機との比較	305
8. 5	まとめ	312
第9章	結論	313
9. 1	まとめ	314
9. 2	今後の課題とシステムの拡張性	317
謝辞	319
参考文献	322
研究業績書	338

第 1 章 序論

1. 1 研究の背景

1. 1. 1 ロボットの普及と将来

最初の産業用ロボットが1961年にUnimation社によって製造されてから¹⁾、30年余の年月がたとうとしている。この間に、産業用ロボットは、工場の自動化やFMSなどの新しい生産システムを確立するための有力な手段として、積極的に導入されるようになってきている。日本でも、ロボット元年といわれた1980年²⁾を境に産業用ロボットは本格的に普及し始め、その出荷額は1991年に約6,000億円で、世界のトップの地位にある³⁾。

今日の産業用ロボットの主な応用分野には、加工部品の機械へのローディング／アンローディング、スポット溶接、アーク溶接、スプレー塗装、組立、金属部品の穴あけとバリ取り、検査・測定などがあり、1980年代になると、アーク溶接や組立、検査といったより複雑な作業を行なうロボットの比率が徐々に増加してきている^{1), 2)}。

このように産業用ロボットが急速に普及してきた要因としては、以下のことがあげられる^{1), 4) - 6)}。

1) 大量生産から多品種少量生産へのニーズの多様化

オートメーションの発端は1946年、Ford社がクロス機械会社と協同で、それまで人手で行なわれていた流れ作業大量生産方式を自動化して、いわゆるトランスファーラインを開発し実用化したことに始まった。こうした大量生産型のオートメーションは専用機を用いて実現されており、ハードオートメーションと呼ばれる。ところが、1960年をすぎると、オートメーションの変貌の要因が現れ始めた。第2次世界対戦後の経済復興に伴って生活レベルが向上すると、需要の多様化が現れ、そのため製品の寿命が短縮し、大量生産型のハードオートメーションのような生産計画変更の融通性に乏しい方式ではこのような傾向に対応しにくく、また設備の早期陳腐化、投資効果の低減も問題になってきたのである。その結果、連続的に大量生産する形から、非連続の多品種少量生産する形のオートメーションが要求されるようになってきた。この形のオートメーションをフレキシブルオートメーションという。ハードオートメーション機械とは違い、産業用ロボ

ットは、比較的安い費用で再プログラムしたりツールを取り替えたりすることによって様々な作業に対応できる。従って、ロボットとNC工作機械のようなコンピュータ制御された機械を組み合わせるにより、プログラムの変更だけで新しい製品の加工・組立に短時間で対応できる柔軟な生産システムの構築が可能となる。このように、生産過程での多様な要求に対してフレキシブルに対応できるロボットは、これからの生産システムであるフレキシブルオートメーションに不可欠な構成要素といえる。また、こうしたシステムでは、コンピュータの果たす役割も大きく、コンピュータ技術とソフトウェア技術の進歩とともに、ロボットと生産システムはますます柔軟性を持つようになるであろう。

2) 生産性の向上と製品品質の安定・向上

人間以下の能力であっても、休みなく稼働するロボットは、結果的には人間を上回る作業能力を発揮し、経済効果をもたらしてくれる。また、単に作業の代替、省力効果のみならず、これにより浮いた作業者をより付加価値の高い作業に転換でき、全体の生産性の向上にもつながる。また、ロボットは人間のように疲れたり退屈したりしないので、常に安定した製品の品質が期待できる。

3) 技術労働者の不足

高学歴化、高齢化による若年労働力不足と若年労働者の製造業離れがあいまって、製造業における技能労働力不足は深刻となりつつある。こうした労働力不足の問題を解消するために、産業用ロボットの導入が積極的に進められている。技術労働力不足は、1985年以前は製造業が中心であったが、最近では建設業やサービス業においても顕在化してきている。

4) 労働環境の整備や労働時間の短縮に対する要求

工場などの現場におけるホワイトカラー化に対応した知的、快適な労働環境の整備や労働時間の短縮といった要求も大きい。組立ラインでの組立作業のような単純な繰り返し動作は、人間にとって非常に苦痛なものである。そこで、こうした作業はロボットにやらせ、人間はより知的な作業に従事するとすれば、労働における人間性回復に大いに役立つことになる。

5) 危険な作業または悪環境下での作業の代替

ロボットの目的のひとつに、危険な作業から人間を解放することがあげられる。例えば、宇宙空間で使う遠隔制御のマニピュレータや、再処理プルトニウムの搬送ロボットなどがそれである。こうした特殊環境下ではなく工場内の作業でも、例えばスプレー塗装は有毒ガスをすっている作業者にとって不健康な作業であり、また引火性のある溶剤を使用するので爆発の危険性が伴う。塗装ロボットは、ロボットによる作業の代替が実現された例といえる。

こうした要求は、今後さらに顕著となることが予想されるため、産業用ロボットに対するニーズはますます増大するであろう。日本産業用ロボット工業会では、ロボットの出荷額が、1992年には6,700億円、1995年には9,000億円、2000年には16,000億円にまでなると予測している⁷⁾。

最近になると、ロボットは製造業だけでなく様々な分野に導入されるようになってきた。例えば、農林・水産・鉱業ロボット、医用・福祉ロボット、サービスロボット、建設ロボット、アミューズメントロボット（ホビーロボット、パーソナルロボット）、原子力ロボット、宇宙ロボット、海洋ロボット、災害対応（防災）ロボット、保全・警備ロボットなどがそれである²⁾。こうした分野へのロボット導入の背景には、次のような要因があげられる^{1), 3), 4)}。

1) 労働力の不足

製造業だけでなく、農業や水産業、医療、建設業といった分野でも、労働力不足の問題は、これからますます深刻となるであろう。

2) 危険な作業または悪環境下での作業の代替

こうした分野では、経済的な側面は考慮されず、安全性の確保や労働災害の防止といった点が、ロボット導入の要因となることが多い。極限作業用ロボットなどは、その典型的な例であろう。また、建築用材は非常に大きく重いので、これを扱う建設ロボットも、危険な作業から人間を解放するものである。宇宙ロボットは、宇宙空間での危険な船外活動から宇宙飛行士を解放するためのものであり、看護ロボットや福祉ロボットは、看護婦を重労働から解放するといった側面も持っている。災害対応ロボットも、危険な災害現場で人間の代わりに消化活動や救出活動を行なうものである。

3) 人間の生活の支援

生活のゆとりと豊かさを実現するために、医療、福祉分野や家庭生活の分野にまで、ロボット化のニーズが拡大されていくことも予想される。看護婦の代わりに患者の看護をしてくれる看護ロボットや、身体障害者の介助をしてくれる介助ロボットの開発は、社会福祉向上のための重要な課題である。また、来るべき高齢化社会に向けて、健常者の代わりに高齢者の日常生活を支援してくれる高齢者用ロボットも、必要となってくるであろう。すべての主婦は掃除、洗濯、皿洗い、ゴミの始末などといった家事を行なう上で何らかの手助けを求めている。こうした日常の家事を支援してくれる家事ロボットに対するニーズも高い。

以上述べてきたように、ロボットに対する需要は、製造業だけでなく様々な分野にまで広がりがつある。それに伴って、ロボットに要求される機能も多様化し、高速・高精度化といった性能向上に対する要求もますます厳しくなっている。

1. 1. 2 本研究におけるロボットの定義

ここで、本研究で用いるロボットという用語について明らかにしておく。

JISでは、産業用ロボットに関する用語として、以下を規定している²⁾。

マニピュレーション機能：腕、手などの空間的・時間的な動きに関する機能。

マニピュレータ：人間の上肢に類似した機能を持ち、対象物を空間的に移動させるもの。

マニピュレーティングロボット：人間の上肢に類似した機能を持つロボット。

移動機能：足、車などによる移動に関する機能。

移動ロボット：移動機能を有するロボット（単に移動するだけのものと作業しながら移動するものがある）。

また、国際標準規格（ISO）では、製造環境で用いられる産業用ロボットは、「自動制御によるマニピュレーション機能や移動機能を持ち、いろいろな作業がプログラムされ実行できる機械」であると一般に理解されていると1987年の技術報告でまとめている²⁾。このように、単にロボットと言うと、マニピュレーション機能と移動機能のどちらか一方、あるいは両方を持つロボット含めたを名称のよう

である。これに対して、現在使用されている産業用ロボットのほとんどは、マニピュレータの範疇に入るものである。

マニピュレータは、アームとエンドエフェクタに分けることができる。エンドエフェクタは、ハンド、把持機構、グリッパ、およびアームの先端に固定された道具などの総称で、作業対象に直接働きかけるものと定義されている。マニピュレータのうち、アーム部分のみをさして、ロボットアームあるいは単にロボットと呼ぶこともある。ロボットアームは、作業に応じてエンドエフェクタを取り替えることにより、様々な作業を実現することができる。

本研究は、ロボットアームの設計を目的とする。そこで以下では、特に断らない限り、ロボットアームを単にロボットと呼ぶことにする。ロボットのメカニズムの詳細については、次章で明らかにする。

前項で述べたように、ロボットの適用範囲が広がるにつれて、ロボットに対する性能向上の要求もますます厳しくなっている。そこで以下では、ロボットのメカニズムに求められる性能について考えてみる⁶⁾。

1. 1. 3 汎用性と専用化

専用機械と比べたロボットの大きな特徴のひとつは、自由度の高さとそれに起因する動作の柔軟性にある。ロボットは1自由度の関節（対偶）を直列に結合した構造を持っており、これらを動かすことによって人間の腕のような自由度の高い動作を実現している。この動作はあらかじめプログラムすることができ、しかも、作業に応じて動作のプログラムを変更することもできる。自由度の高さとともに、この再プログラム可能という点もロボットの大きな特徴となっている。また、作業目的に応じてエンドエフェクタを取り替えることにより、同じロボットで異なった作業を実現することができる。こうした自由度の高さとその動作がプログラムできること、および作業によってエンドエフェクタを取り替えられることによる汎用性は、ロボットの機能を特徴づけるものである。アメリカ・ロボット協会（Robot Institute of America）は、「ロボットとは、様々な作業を行なうために運動をプログラムして、材料、部品、ツールや特殊な装置を動かすように設計された、再プログラム可能な多機能マニピュレータである」と定義してい

る⁵⁾。

一方、我々が求めるロボットの究極の姿は何かと考えると、それは、人間並あるいは人間を超える性能を持ったロボット、万能ロボットになるであろう。ところが、現在使用されている産業用ロボットをみると、万能ロボットとはほど遠い技術レベルにあることは明らかである。これは、知能や認識の能力だけでなく、アクチュエータや材料を含めたロボットのメカニズムに関する技術が、万能ロボットを実現するのに十分なレベルに達していないためである。従って、現在の産業用ロボットは、例えば塗装ロボット、溶接ロボット、組立ロボットというように目的とする作業を限定した形で使い分けられている。

以上のことから、現在あるいは近い将来におけるロボットは、ある程度専用化されたロボット、あるいは目的作業を限定したロボットになるであろう。この専用化の境界は厳密なものではない。例えば、専用機械に見られるような軌道をひとつに限定した機械はロボットと呼べる程の汎用性を持つとはいえないし、反対に人間並の性能を持つロボットは現状では実現不可能であろう。

設計者にとって重要なのは、目的作業を実現できる機械を作ることである。目的作業のレベルは、ひとつの固定された軌道から人間並の複雑、多様な動作までまちまちであり、それに応じて設計される機械も異なってくる。例えば、目的作業がひとつの固定された軌道だけならば、カムやリンクを用いた1自由度の機械で十分な場合もあるし、人間が行なうような様々な作業ならば、現在の技術で実現できるかどうかは別として万能ロボットが必要となるであろう。

このように、ロボットにおける汎用性と専用化の境界はあいまいなものであり、どちらを優先するかは設計者の目的とする作業によって決まる。また、設計された機械がロボットの範疇に属するかどうかや作業を実現できる機械が実際に製作可能かどうかは設計の結果であり、目標は作業に適した機械を設計することにある。

以上の2点から、本研究では、作業のレベルに関係なく”目的とする作業に適したロボットの設計”を支援することを考える。従って、設計に際しては、はじめに作業によって決まる設計条件を入力することになる。また、設計の結果としては、”ある程度専用化されたロボット”が、現在の技術レベルで実現可能なロ

ポットとして得られるであろう。

1. 1. 4 軽量・高剛性化

ロボットの高速化、高精度化に対する要求は、これからますます厳しくなるであろう。高速・高精度化のためには、新しい制御方式の適用や、軽量高出力アクチュエータおよび軽量高剛性素材の開発とともに、ロボットの機械的運動部分の設計が重要となってくる^{10), 11)}。

ロボットは、いくつかのリンクを関節で直列に結合した構造を持ち、リンク機構の一端はベースに固定され、もう一端は解放されていてエンドエフェクタが取り付けられる。従って、ロボットはいわば長い片持ちはりの状態となり、剛性が期待できない構造となっている。しかも、関節の駆動系には減速機や伝達機構が用いられ、ますます剛性の低下を招いている。剛性が低いと、ロボットは先端に把持されるワークやロボットの自重、および運動する際に生じる慣性力によって変形し、絶対的な位置決め誤差の1要因となる。また、振動を生じやすくなり、CP運動においては軌道誤差となり、PTP運動では位置決め後に振動が残り、振動振幅だけの位置の不確実さを覚悟するか振動がとまるまで待たなければならない¹²⁾。しかしながら、剛性をあげようとすると重量が増加するため、モータにかかる負荷が大きくなって高速動作ができなくなる¹¹⁾。また、モータの動力の多くをアームの駆動に費やしてしまい、肝心のワークへの動力がわずかになって、可搬重量/自重比が低下する。従って、ロボットの高速・高精度化を実現するためには、ロボット各部の剛性を必要量から落とさずにできるだけ軽量化を図ることが重要である。

また、宇宙用ロボットアームや移動ロボットに搭載されるマニピュレータでは、軽量化に対する要求は切実である。宇宙用ロボットアームでは打ち上げ時のコストを下げるために、移動ロボット搭載マニピュレータでは移動機構への負荷を軽減するために、ロボットをできるだけ軽量化することが必要とされる。

1. 1. 5 ロボットCADシステムの必要性

1. 1. 4で述べたように、軽量・高剛性化を図るためには、ロボット各部分

に対する剛性と質量の配分を考えた設計を行なわなければならない。従来の試作、実験を繰り返す設計方法では、このような剛性と質量のバランスをとることが難しいため、現在使用されている産業用ロボットの多くは必要以上の剛性が与えられ、非常に重くなっている。また、1. 1. 1で述べたように、ロボットの適用範囲が様々な分野に広がってくると、例えば重量物を搬送できる大型ロボットや、家庭内での使用を目的とした剛性の低い超軽量ロボットなど、今までとは違う性能を持ったロボットが求められるようになる。このような場合、これまでのロボット設計の経験を生かすことができないため、試作と実験を繰り返す従来の設計方法では多くの時間と労力を要するだけでなく、必要な性能を持ったロボットを設計することは難しい。

このような問題点に対して、コンピュータを用いて様々な性能をシミュレートしながらロボットを設計しようとするロボットCADシステムの開発が期待されている^{2), 12)}。ロボットCADシステムでは、必要とする性能を持ったロボットを設計できるとともに、設計に要する時間、費用を節約することが可能となる。

1.2 ロボットCADシステムの現状

ロボットも機械の一種であるから、一般の機械を対象とするシミュレータやCADシステムをロボットに適用することもできる。そこでここでは、次の4つに分けて、現状を述べる。

- ①構造解析ソフトウェア
- ②機構解析ソフトウェア
- ③プログラミングを目的とするロボット・シミュレータ
- ④設計を目的とするロボット・シミュレータあるいはCADシステム

このうち、①から③については既に市販のソフトウェアがあり、ロボットへの適用例も紹介されている。これに対して④に関しては、未だに研究室レベルにあるというのが現状である。

1) 構造解析ソフトウェア

有限要素法を用いた構造解析ソフトウェアは既に実用段階にあり、広く利用されているものとしては、MSC/NASTRAN、ANSYS、MARC、ADINA、APPLIED STRUCTURE、ISAP などがある。構造解析ソフトウェアでは、機械構造物の線形・非線形の静解析、固有値解析、線形・非線形の時刻歴応答解析、周波数解析などができ、座屈や接触問題を扱えるものもある。また、要素の種類も豊富に用意されており、自動メッシュ機能やソリッドモデラを備えたプリプロセッサ、結果のグラフィック表示を行なうポストプロセッサといったユーザインターフェースも優れている。さらに、部材の板厚や形状の最適設計、あるいは感度解析機能を有するソフトウェアもある。

ロボットの構造解析を行なう場合、必要な計算精度に応じた要素を選んでモデル化しないと、データ作成の労力や計算時間の無駄を生じることになる。例えば全体の変形を求めたいときは、ソリッド要素で精密なモデル化をせず、はり要素やシェル要素を用いるのが得策である²⁾。

構造解析ソフトウェアは、ロボット全体の解析よりも、ロボットを構成する部品、例えば一本のアームの応力集中や変形を求めるのに適している。また、当然ながら、構造解析ソフトウェアではロボットの構造解析しか行なえず、運動学解析はできない。

2) 機構解析ソフトウェア^{14), 15)}

1980年代に入って、3次元の運動学、動力学の解析ができる実用的なソフトウェアが利用できるようになってきた。これまでに開発された代表的なソフトウェアには、DYANA、KAM、MEDUSA、IMP、ADAMS、DADS、Applied Motion、AI MOTIONがある。これら汎用の機構解析ソフトウェアは、剛体（あるいは弾性体）を回転ジョイントや並進ジョイントなどの対偶で連結した機構の運動学解析、順動力学解析、逆動力学解析、平衡解析、組立解析などを行なう¹⁵⁾。中には、制御系、油圧系、弾性系などを含めた解析や、摩擦、衝突を扱えるソフトウェアもある。また、モデリングや結果のアニメーションのためのプリ・ポストプロセッサも備えている。Applied Motionは、感度解析—機構の寸法、質量特性、ばね係数などを変更したときに、変位、速度、加速度、反力などがどのような影響を受けるかを評価する—機能を持っている。

機構解析ソフトウェアを用いて、ロボットの動力学解析その他を行なうことは可能である。しかしながら、これらのソフトウェアはシミュレーションがメインであるため、設計されたロボットの性能を厳密に評価して若干の変更を行なうぐらいはできるが、一からロボットを設計して行くには適していない。また、作動領域のようなロボット特有の評価を行なうことができない。さらに、計算時間の問題もある。ロボットのような開ループリンク機構の動力学については、Luhら¹⁷⁾やWalkerら¹⁸⁾による高速な計算法が提案されているが、機構解析ソフトウェアはあらゆる機械を解析できるように作られているので計算上の工夫が施せず、計算時間がかかってしまう。また、ロボットのみを扱うにはシステムが大規模である。

3) プログラミングを目的とするロボット・シミュレータ^{15), 19)}

ロボット・シミュレータは、ロボットの設計を目的とするものとプログラミングを目的とするものに分けられる²⁰⁾。後者は、1台または複数台のロボットと作業環境のモデルをコンピュータ内に構築し、それを用いてロボットの動作を計画・教示し、動作をディスプレイ上に表示して軌道の確認や衝突・干渉のチェック、ロボット間の同期動作の確認、サイクルタイムの計算を行なうものである。シミュレーション結果は、実機の動作コマンドとしてダウンロードされる。こうした

ソフトウェアを用いることにより、ロボットのオフラインプログラミングや、複数台のロボットの最適配置の検討が行なえる。代表的なソフトウェアとしては、CimStation、IGRIP、CATIA/ROBOTICS、ROBCAD、ROSET、FAST があげられる。

プログラミングを目的とするロボット・シミュレータは、1台のロボットの運動解析もできるが、それよりも複数台のロボットと作業環境を含めた動作シミュレーションが大きな目的である。また、現状では運動学解析のみで、動力学解析までは行なっていない。

4) 設計を目的とするロボット・シミュレータあるいはCADシステム

設計を目的とするロボット・シミュレータは、ロボットの運動学解析、動力学解析、静力学解析、構造解析、振動解析、制御系を含む動特性の解析等を行なってロボットの性能を評価し、設計に役立てようとするもので^{27, 19)}、これまでに様々なシステムが開発されている²⁰⁾⁻²⁷⁾。機構解析ソフトウェアと同様に、これらのソフトウェアもシミュレーションがメインであるため、一からロボットを設計して行くためには不十分である。また、作動領域のようなロボット特有の評価を行なえるものも少ない。

一方、単なるシミュレータではなく、何らかのロボットの最適設計を支援する試みも行なわれている。Hong ら²⁸⁾は、アクチュエータの能力内で、与えられたPTP経路に対して動作時間が最も短くなるようなアーム長とロボットの設置位置の決定を試みた。Yang と Lee²⁹⁾は、アーム長の総和の3乗に対する作動領域の体積の比 VI(volume index) を定義し、これを最大にするアーム長の比を求める方法を提案した。Lin と Freudenstein^{30), 31)}は、3つの回転関節からなるロボットに対して、作動領域と void (作動領域の中に埋め込まれた到達不可能な領域) の比を考慮しながら最適なアーム長を求めた。Gosselin と Guillot³²⁾は、平面ロボットについて、条件として与えた領域と実際の作動領域とができるだけ一致するようなアーム長とロボットの設置位置を決める方法を示した。また、Vijaykumar ら³⁴⁾は、dexterity (作動領域内で任意の姿勢がとれること) という観点から、6個の回転関節からなるロボットの機構を検討している。Paden³⁵⁾も、アーム長だけでなくリンク座標系間の姿勢関係も含めたかたちで、6個の回転関節からなるロボットの運動学的な設計の基本定理を示した。玉木ら³⁶⁾は、目的と

する作業の特質に応じた作動領域を持つ関節構成を選定するためのデータベースを得ることを目的として、作動領域の幾何学的特徴を考慮した関節構成の分類を行なった。Erdman ら³⁷⁾は、機構のトポロジーに関する知識と機構の機能に関する知識を用いて、与えられた機能を実現するロボットやグリッパの機構のトポロジーを求めるエキスパートシステムのプロトタイプを開発した。ただし、ロボットに適用した例は示していない。Fenton ら³⁸⁾は、多数の軌道について関節変位の総和と動作時間を合わせた目的関数が最小となるようなアーム長の設計を試みている。Chedmail³⁹⁾は、エンドエフェクタにおけるたわみを許容値以下にする拘束条件のもとに、ロボット全重量を最小にするアクチュエータの重量とアーム太さ・厚さの決定を試みた。ただし、アクチュエータの重量は連続量とし、その重量/トルク比をカタログから求めている。Vukobratovic, Potkonjak ら⁴⁰⁾⁻⁴⁴⁾は、消費モータパワーやたわみといったロボットの力学的な評価のもとに、アーム太さやモータ、減速比などを決定するいくつかのシステムを開発した。Feyerabend⁴⁵⁾は、実際にロボットの軽量化設計を行なった例を示している。吉川^{46), 47)}は、操作性を表す可操作度、動的可操作度という新しい評価量を提案し、この観点から様々な形式のロボットアームを検討している。

1. 3 本研究の目的

1. 2で述べたように、従来のロボットCADシステムの多くは設計パラメータの一部を最適化するものであり、自由度、関節構成、アーム長といった基本機構の設計から、内部機構の設計、すなわち各関節を駆動するモータの配置と伝達機構の設計やアーム太さの決定、さらには使用するモータや減速機、軸受といった機械要素の選定まで行なうシステムはまだない。そこで本研究では、

ロボットの基本機構から内部機構に至るまでの総合的な設計を目的とするロボットCADシステム「TOCARD (Total Computer Aided Robot Design)」を開発する

ことを目的とする。ただし、「TOCARD」はロボットのメカニズムの設計を対象としており、制御系の設計は考えていない。また、1. 1. 3で述べたように、

目的とする作業に適したロボットの設計

を支援することを考える。

以下、本研究における具体的な目標をまとめる。

- ①ロボットの設計パラメータとして何があるのか、また、設計のための目的関数や拘束条件として、どのような評価を行なう必要があるのかを明らかにする。
- ②①の設計パラメータと目的関数・拘束条件の関係の深さを調べ、それに基づいて総合的なロボットの設計手順を提案する。
- ③単なるシミュレータではなく、設計者が効率よくロボットを設計できるための支援方法を考える。
- ④以上を実現するロボットCADシステムを開発する。

1. 4 本論文の構成

最後に、次章以降の本論文の構成についてまとめておく。

第2章では、まず「TOCARD」の適用範囲とロボットの設計パラメータおよび設計のための目的関数・拘束条件を明らかにし、ロボットをどのように設計していくべきかについて考察する。その結果として、「TOCARD」のコンセプトとその構成を決定し、「TOCARD」におけるロボットの設計手順について概説する。次章以降では、第2章で示した「TOCARD」の概要を詳細に述べる。

ロボットCADシステムでは、運動学、力学解析を行なって設計のための評価量を求める必要がある。そこで第3章、第4章では、こうした解析に用いるロボットのモデルと各解析方法について説明する。

続く第5章、第6章、第7章は本論文の中心となる章で、第2章に示したロボットの設計手順の3つの設計段階—基本機構設計、内部機構設計、詳細設計—における設計方法を述べた章である。

第8章では、「TOCARD」を用いた設計例を示す。

第9章は、結論と今後の課題について述べた章である。

第 2 章

ロボットCADシステム 「TOCARD」の概要

2. 1 はじめに

本研究の目的は、作業に適したロボットの総合的な設計を支援するCADシステム「TOCARD」を開発することにある。

「TOCARD」は、「総合」の名が示すとおり、ロボットのメカニズムの設計を全て行なうことを目的とする。そこでまず、ロボットのメカニズムについて考察するとともに、本研究で対象とするロボットの適用範囲を示す。

ロボットの設計に限らず、一般に設計とは、決定したい設計パラメータと設計のための目的関数・拘束条件があつて、与えられた拘束条件の範囲内で目的関数を最適とする設計パラメータの値を求めることであり、拘束条件付きの最適化問題と考えることができる。従つて、ロボットCADシステムの開発にあたっては、ロボットの設計パラメータとして何があるのか、また設計のための目的関数や拘束条件としてどのような評価を行なう必要があるのかを明らかにしなければならない。ロボットも機械の一種であるから、重量や速度、必要なモータパワーといった一般の機械の設計でも問題となる評価はもちろん行なわなければならないが、ロボットが他の機械と異なる点、すなわち自由度の多さとそれに起因する動作の柔軟性に関連して、ロボット特有の評価も必要となってくるであろう。そこで次に、ロボットの設計パラメータと設計のための目的関数・拘束条件について考察し、それらを明らかにする。

設計パラメータと設計のための目的関数・拘束条件が明らかになると、次は如何にしてこの設計問題を解くかである。そこで、設計パラメータと目的関数・拘束条件の関係の深さを調べ、ロボットの設計をどのように行なったらよいかについて考える。

以上の結果として、本研究で開発した「TOCARD」のコンセプトとシステム構成、および目的作業によって決まる設計条件の入力から全設計パラメータの決定に至るまでのロボットの設計手順について概説する。設計方法の詳細については、次章以降で述べる。

2. 2 ロボットのメカニズム

第1章で述べたように、本研究はロボットアームの設計を目的とする。そこでまず、ロボットアームのメカニズムとその名称についてまとめておく^{1),2)}。典型的なロボットアームの構成を図2-1に示す。

ロボットは、いくつかのリンクが関節によって直列に結合された開ループリンク機構となっている。リンク機構の一端はベースに固定されており、もう一端は解放されていて、そこには作業対象に働きかけるためのエンドエフェクタが取り付けられる。ロボットは、関節を動かすことによって各リンクが相対運動し、エフェクタを移動させる。

ロボットによく用いられる関節としては、回転関節と直動関節がある。これらを表す記号とその運動方向を表2-1に示す。これらの関節の運動の自由度は1で、普通自由度2以上の関節は使われない^{1),4)}。開ループリンク機構のロボットの例を図2-2に示す。ロボットの中には図2-3の五節リンク式ロボットのように閉ループリンク機構を持ったものもあるが、現在使用されている産業用ロボットのほとんどは、先に述べた開ループリンク機構となっている。

ここでまず、本研究で対象とするロボットは、図2-4に示す回転または直動の1自由度関節を結合した開ループリンク機構のロボットとする。

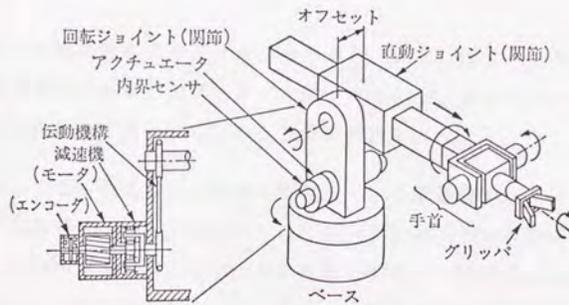


図2-1 ロボットの構成¹⁾

表 2-1 1 自由度関節を表す記号^{a)}

番号	名称	図記号	運動方向(参考)	備考
1	直動(1)			
2	直動(2)			
3	回転機構			
4	旋回(1)	(1) (2)	(1) (2)	(1) 通常用いることが多い図記号。 (2) (1)の側面を表す図記号。
5	旋回(2)	(1) (2)	(1) (2)	(1) 通常用いることが多い図記号。 (2) (1)の側面を表す図記号。

隣合う関節と関節との距離がアーム長である。また、図 2-1 の第 1 関節の回転軸と第 3 関節の直動軸とのズレをオフセットという。オフセットは、この場合第 2 関節の可動範囲を広くするという長所を与える。

本研究では、こうしたリンクや関節を実現している構造要素として、図 2-5 に示す 5 種類を想定している。すなわち、リンクを実現しているアーム要素としては(a)の円形断面と(b)の長方形断面の 2 種類の形状を、回転関節要素としては表 2-1 の旋回、回転に相当する(c)と(d)を、直動関節要素としては直動案内としてリニアボールベアリングを用いた(e)を用意した。

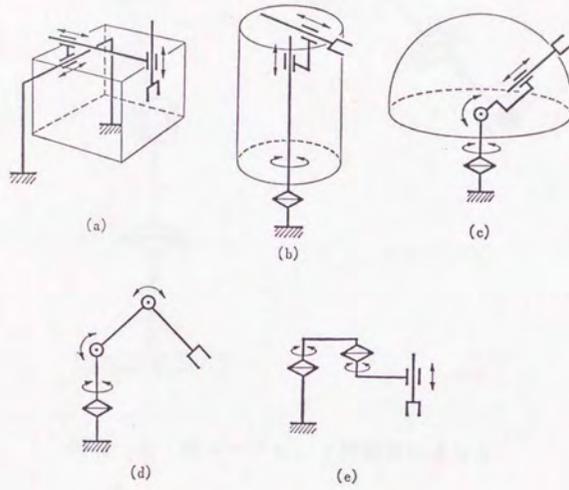


図 2-2 ロボットの機構例²⁾

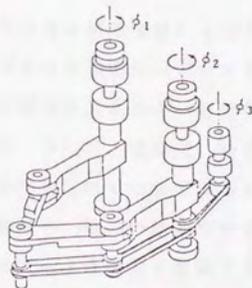
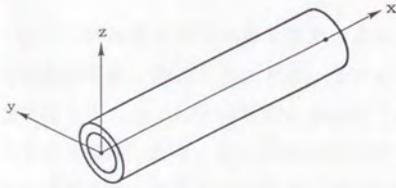
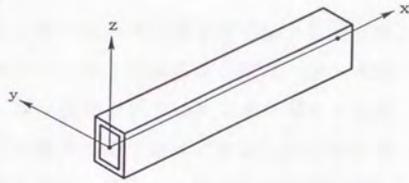


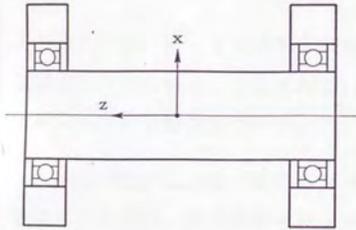
図 2-3 閉ループを持つロボットの例：5 節リンク式ロボット⁵⁾



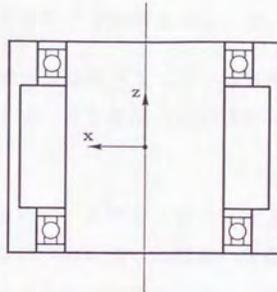
(a)円形断面アーム要素



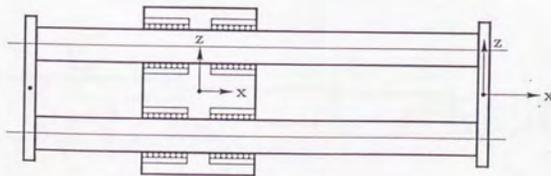
(b)長方形断面アーム要素



(c)P型関節要素



(d)R型関節要素



(e)S型関節要素

図2-5 リンク・関節を実現している構造要素の種類

クトでかつ高減速比を有するハーモニックドライブが専ら使われている。

そこで本研究では、アクチュエータ、減速機として、電動モータとハーモニックドライブの組み合わせを想定している。

図2-6の第1関節や第5関節のように、モータ・減速機を関節軸上に置く場合を直接配置と呼ぶことにする。これに対して、第2関節のようにモータ・減速機を同じリンク上の別の場所に置いたり、第4関節のようにかさ車を用いて伝達の変換したり、第3関節のように別の関節を通り抜けて駆動したりする場合を間接配置と呼ぶことにする。間接配置の場合、モータ・減速機と関節の間には、伝達機構が必要となる。

本研究では、モータ・減速機と伝達機構をまとめて駆動系と呼ぶことにし、駆動系を構成している要素としては、図2-7に示す5種類を用意した。

このように、モータと関節の間に減速機や伝達機構が入っている駆動方式を、間接駆動方式という。これに対し、高トルクモータを関節に直接つなげて駆動する方式を直接駆動方式という。

本研究では、以上述べてきたメカニズムのロボットは全て対象とする。第1章で述べたように、設計者が目標とするのは目的作業に適した機械の設計であり、設計された機械がロボットの範疇にはいるかどうかは重要ではない。従って「T O C A R D」においても、設計の結果得られたロボットが1自由度しか無く、ロボットとは呼べないメカニズムであっても、設計条件を満たしていれば問題としない。

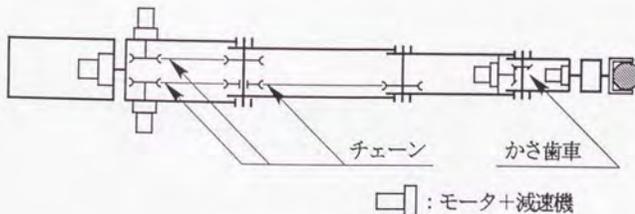
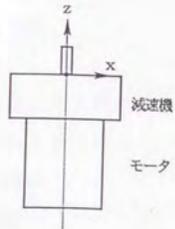
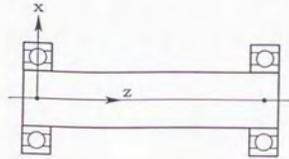


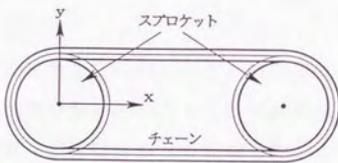
図2-6 伝達機構の例



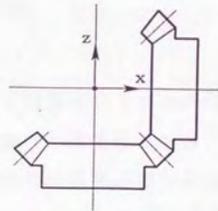
(a) モータ・減速機要素



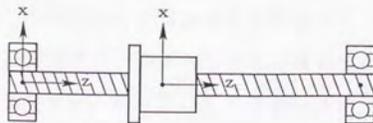
(b) 軸要素



(c) チェーン・スプロケット要素



(d) かさ歯車要素



(e) ボールネジ・ナット要素

図 2-7 駆動系を構成している構造要素の種類

2.3 ロボットの設計パラメータ

前節ではロボットのメカニズムについて述べた。これから、ロボットの設計パラメータとしては、

- ①自由度
- ②関節種類とその構成
- ③アーム長・オフセット
- ④モータ配置
- ⑤伝達機構
- ⑥モータ
- ⑦減速機と減速比
- ⑧アーム太さ
- ⑨機械要素

があげられる。以下、これらについて説明する。

1) 自由度

関節の数を自由度という。ロボットの大きな特徴のひとつは、他の機械と比べて自由度の数が多く、それに起因する動作の柔軟性にある。空間内の任意の位置・姿勢にロボット先端を動かすためには6自由度必要となるが、対象とする作業によってはより少ない自由度ですむこともある。例えば、平面内の位置・姿勢だけを問題とするなら3自由度で十分であるし、塗装ロボットではスプレーガンが対称形であることから手首のねじり動作が不要となる。反対に、7自由度以上のロボットでは、先端の位置・姿勢を決めても取り得る関節変位が一意に決まらないので、障害物回避などが可能となる。このように、自由度は目的とする作業によって異なる。自由度が多ければそれだけ柔軟性も増すが、自由度をひとつ増やすとそのための関節構造が必要となるだけでなく、関節を駆動するためのモータや伝達機構、制御装置が必要となって、重量や必要なモータパワーは増加するし、コストも高くなる。従って、ロボットに必要以上の自由度をもたせるのは現実的でない。

2) 関節種類とその構成

2. 2で述べたように、ロボットは回転または直動関節を直列に並べた構造を持つ。従って、各関節の種類（回転、直動）とその並べ方がひとつの設計パラメータとなる。この関節構成によって、ロボットの運動の仕方やワークの到達し得る空間（これを作動領域という）の形ばかりでなく、精度や速度といった性能も影響される。図2-2は、代表的な関節構成とその作動領域の形状を示している。

3) アーム長・オフセット

隣合う関節間の距離を表すアーム長や、オフセットをつけるかつかないかの問題、さらには隣合う関節の関節軸同士の姿勢関係も、重要な設計パラメータである。こうした隣合う関節間の相対位置・姿勢関係をまとめて、アーム長・オフセットと呼ぶことにする。

4) モータ配置

モータを直接配置にするか、間接配置にするかも重要な問題となる。モータを間接配置にしてベースに近い方に置くと、通り抜けられた関節は、ベースに近い方に置いたモータの反力や重量を支える必要がなくなるのでモータを小型化できる。また、間接配置では、モータを運動のじゃまにならない場所に置けるという利点もある。その反面、伝達機構をいれると剛性がさがったり、通り抜けの数を多くすると機構が複雑になり、かえって重量の増加を招くこともある。

5) 伝達機構

モータを間接配置にした場合、モータ～関節間の伝達機構に何を用いるかが問題となる。

6) モータ

関節を駆動するモータは、必要十分なパワー、トルクを持っていなければならない。また、モータは市販品の中から選定する。

7) 減速機と減速比

減速機も、必要十分な許容トルク、剛性を有するものを市販品の中から選定する。また、減速比をどうするかも問題となる。

8) アーム太さ

図2-5に示したアーム要素や関節要素の大きさを決める全ての寸法および材質も、設計パラメータとなる。ただし、アーム要素の長さは3)のアーム長・オフセットによって決まってしまう。これらは、要素が必要十分な強度、剛性を持つように決定しなければならない。こうした寸法の代表的なものがアーム太さなので、本研究ではこれらをまとめて、アーム太さあるいは要素の形状パラメータと呼ぶことにする。

9) 機械要素

図2-5の関節に使われている軸受や図2-7のチェーン、かさ歯車といった機械要素は、必要十分な強度、剛性を有するものを市販品の中から選定する。

1)~3)は、リンク(あるいは関節)同士の相対位置・姿勢関係とその運動方向を決めるものであり、運動学的なパラメータである。これに対して、4)~9)は全て力学に関係したパラメータとなっている。そこで本研究では、前者をまとめてロボット基本機構、後者をまとめて内部機構と呼ぶことにする。

2. 4 設計のための目的関数・拘束条件

設計の際に評価すべき量としては、次の12の項目が考えられる。

- ①有効自由度
- ②作動領域
- ③関節変位限界
- ④関節の最大速度・加速度
- ⑤ワークの最大速度・加速度
- ⑥全モータパワー
- ⑦全重量
- ⑧可搬重量
- ⑨たわみ
- ⑩固有振動数
- ⑪精度
- ⑫コスト

このうち、有効自由度と作動領域はロボット特有の評価で、特に有効自由度は、基本機構を設計する際の重要な評価として新たに提案したものである。そこで、これら2つに関しては次節で述べることとし、本節では残りの評価項目について説明する。

3) 関節変位限界

関節変位限界とは関節の可動範囲のことで、直動関節の場合は直動軸の長さによって決まる。回転関節の場合、図2-8(a)の関節ならば一回転できるが、同図(b)の関節では構造上可動範囲が制限される。これに対して、同図(c)のようにオフセットをつけることは、関節変位限界を広げるひとつの手段である。関節可動範囲が広いほど作動領域も大きくなるのでよさそうに思えるが、必要以上に長い直動軸は重量が増すだけで意味がないし、オフセットを付けると軸が片持ちとなって構造上好ましくない場合もある。反対に、目標軌道を運動させたときに関節変位が関節変位限界を侵さなければ十分であるとする考え方もある。

4) 関節の最大速度・加速度

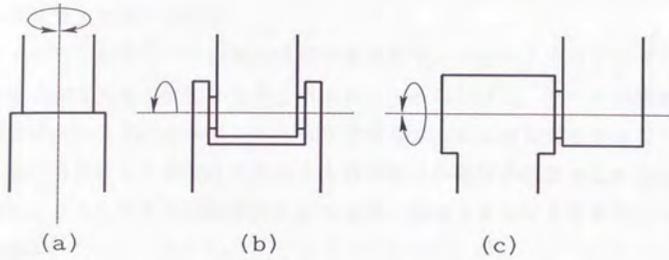


図 2-8 回転関節の関節変位限界

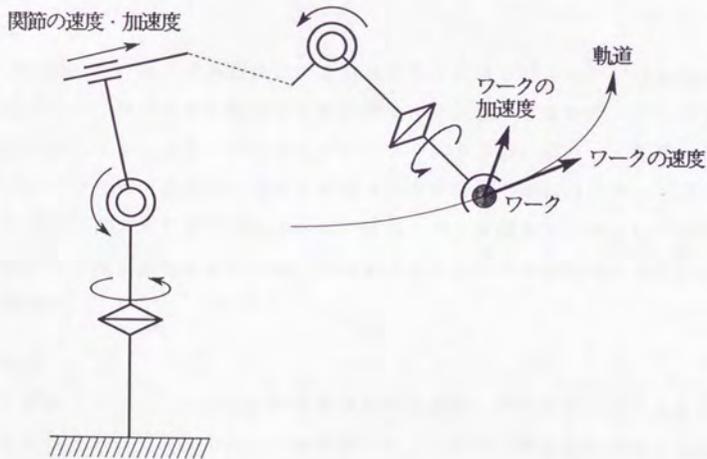


図 2-9 ワークと関節の速度・加速度

図 2-9 のように、ロボットは各関節を駆動することによって先端を移動させるが、そのときの関節の最大速度や加速度が評価量となる。関節の最大速度・加速度が大きすぎると関節を駆動するモータに大きな負荷がかかることになるので、

これらは小さい方が望ましい。

5) ワークの最大速度・加速度

ロボットが出し得るワークの最大速度や加速度で、ロボットのカタログには、先端での最大速度が記されていることがある。しかしながら、ワークの速度や加速度は軌道によって異なるので、それらはロボットの性能の目安を与えているにすぎず、むしろ目的とする作業を実行するのに要する時間が問題となることが多い。反対に、与えられた軌道を指定された時間で実現できれば十分であるとする考え方もある。

6) 全モータパワー

全モータパワーとは、各関節を駆動するモータの定格出力の総和のことで、これが小さいほど低エネルギーでロボットを動かせることになる。

7) 全重量

ロボットに限らず、あらゆる機械はできるだけ軽く作る方がよいというのは、当然の要求である。ロボットを軽量化できればモータにかかる負荷が小さくなり、高速動作が可能となる。また、宇宙用ロボットアームや移動ロボットに搭載されるマニピュレータでは、軽量化に対する要求は切実である。宇宙用ロボットアームでは打ち上げ時のコストを下げるために、移動ロボット搭載マニピュレータでは移動機構への負荷を軽減するために、ロボットをできるだけ軽量化することが必要とされる。

8) 可搬重量

ロボットが先端で持つことのできる重量が可搬重量で、目的作業に用いられるエンドエフェクタと作業対象のワークを把持できるだけの可搬重量が要求される。

9) たわみ

ロボットは、先端に把持されるワークやロボットの自重、および運動する際に生じる慣性力によって図2-10のようにたわむ。ロボット先端でのたわみは、ロボットの絶対的な位置決め誤差の1要因となる。たわみを少なくするにはロボットの剛性を上げればよいが、一般に機構の剛性をあげると重量も増加するため、

モータにかかる負荷が大きくなって高速動作ができなくなる⁶⁾。従って、ロボットの高速・高精度化を実現するためには、ロボット各部の剛性を必要量から落とさずにできるだけ軽量化を図ることが重要である。

10) 固有振動数

ロボットの高速位置決めで問題となるのは加速の大きさと振動(図2-11)であり、その固有振動数が高いほど位置決めも速い。ロボットの剛性が低いと振動を生じやすくなり、CP運動においては軌道誤差となり、PTP運動では位置決め後に振動が残り、振動振幅だけの位置の不確かさを覚悟するか振動がとまるまで待たなければならない⁷⁾。そのため、軽量高剛性化により固有振動数を高くする必要がある。

11) 精度

精度は、あらゆる機械において一般的な評価であろう。ロボットの精度に影響を与える要因としては、加工・組立誤差やセンサの分解能、機械要素の精度、摩擦、制御系に起因する誤差(サーボ剛性)、およびロボットの機構の剛性が挙げられる。機構の剛性はたわみと考えるとよい。このうち、加工・組立誤差や機械要素の精度、摩擦はロボットを実際に製作してみてもわかるもので、設計の段階でそれらを予測することは難しい。また、本研究ではメカニズムの設計を主眼とし、制御系の設計は考えていない。従って、精度はロボットのたわみとして間接的に評価する。

12) コスト

コストも、あらゆる機械に一般的な評価といえる。コストは、材料や機械要素の購入費、加工・組立に要する費用、制御装置や動力源の価格、さらにはロボットを設置するための環境整備に要する費用、メンテナンスに要する費用などの総和であり、これらを正確に見積もることは非常に難しい。一般には、重量が小さいほどコストは安くなる。また、自由度が少なければ、関節を駆動するためのモータや制御装置、動力源といったものも少なくすむので、コストは下がる。そこで本研究では、ロボット全重量および自由度を少なくするという形で、間接的にコストを評価する。

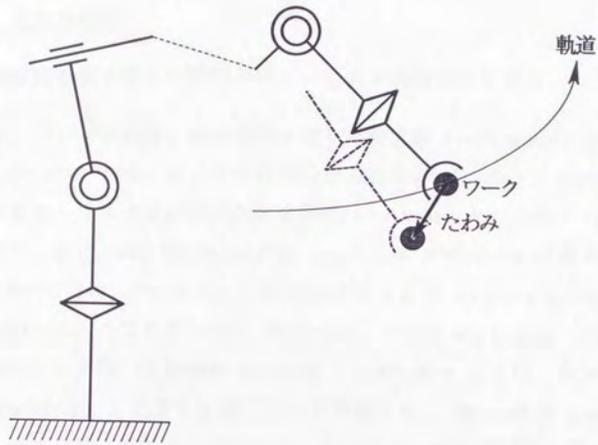


図 2-10 ロボットのたわみ

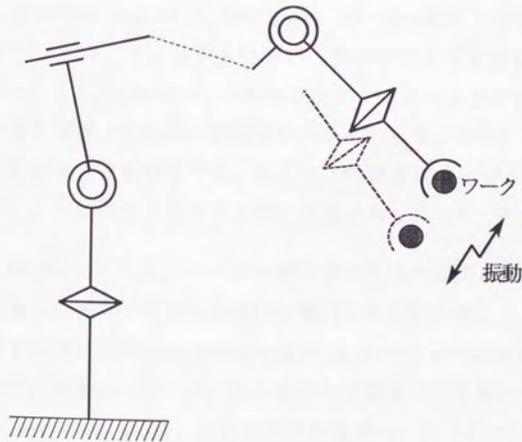


図 2-11 ロボットの振動

2. 5 ロボット特有の評価

2. 5. 1 従来の研究

ロボットの性能を表す新しい評価量が、いくつか提案されている。

まず第1は、ワークの到達し得る空間を表す作動領域 (workspace) である⁹⁾。Kumar と Waldron^{9), 10)}は、ワークが到達し得る空間を *reachable workspace*、その中でさらにあらゆる姿勢が取り得る空間を *dexterous workspace* と呼んでいる。当然ながら、*dexterous workspace* は *reachable workspace* に含まれる。また、Gupta と Roth¹¹⁾は、*dexterous workspace* のことを *primary workspace*、*reachable workspace* のことを *total workspace*、*total workspace* から *primary workspace* を除いた領域を *secondary workspace* とよび、ハンドの長さが *primary workspace* に及ぼす影響に関して考察した。*secondary workspace* では、ワークの取り得る姿勢が制限されることになる。Yang ら¹²⁾は、産業用ロボットによくある直角座標ロボット、円筒座標ロボット、極座標ロボット、多関節ロボットと Roll-Pitch-Yaw wrist を組み合わせたロボットの *primary workspace* を解析している。Song ら¹³⁾は、エンドエフェクタのロボット先端への取付角度 (*end-effector angle*) と *dexterous workspace* との関係を検討した。Yang と Lee^{14), 15)}は、アーム長の総和の3乗に対する作動領域の体積の比 *VI* (*volume index*)、*NVI*を定義し、これを最大にするアーム長の比を求める方法を提案した。一般に空間上の位置・姿勢が与えられたとき、それに対応する関節変位の解の組み合わせは複数存在する。そこで、作動領域を存在する解の数が異なる領域に分割し、その境界を求める方法も提案されている^{9), 16), 17)}。

secondary workspace では、ワークの取り得る姿勢が制限される。そこで、作動領域内のある点において取り得る姿勢の範囲、あるいはある点に接近し得る方向の範囲を表す指標として、*approach angle* あるいは *service angle*¹⁸⁾⁻²⁰⁾が提案されている。Hansen ら²⁰⁾は、ある点から姿勢を一定に保ったままで動き得る距離を表す *approach length* という指標を提案し、ある点のまわりの *approach angle* とその方向の *approach length* を対にした評価を行なっている。

以上述べてきた dexterous workspace あるいは approach angle は、ロボットがある点のまわりで取り得る姿勢を評価するもので、“器用さ (dexterity)” の尺度として提案されている。これに対して、ロボットの“操作性”を評価する指標もいくつか考えられている²¹⁾。

吉川は、ロボットがワークの位置や姿勢を動かすときの動かし易さの指標として、可操作性楕円体および可操作度を提案している^{22)・23)}。関節速度空間における単位球をワーク速度空間に写像すると、楕円体となる。この楕円体の主軸半径の長い方向は大きなワーク速度を出しやすい方向であり、短い方向は小さなワーク速度しか出せない方向である。また、楕円体が球に近ければ、あらゆる方向にまんべんなくワークを動かせるといえる。そこで、この楕円体を可操作性楕円体とよび、その体積を可操作度と定義する。可操作性楕円体から誘導されるスカラ指標としては、可操作度以外にもいくつかの量が提案されている^{22)・24)}。また、Uchiyama ら²⁵⁾も、可操作度とおなじ指標を提案している。

可操作度の概念は運動学的なものであるが、吉川はこれを動力学的な場合に拡張した動的可操作性楕円体および動的可操作度も提案している²⁶⁾。これは、可操作度の関節速度を関節駆動力に、ワーク速度をワーク加速度に置き換えたものである。

可操作性楕円体は、関節速度空間の単位球をワーク速度空間に写像したものが、田所ら²⁷⁾は逆に、ワーク速度空間の単位球を関節速度空間に写像して得られた各関節速度の2乗平均をとり、その逆数の平方根として確率的可操作度を定義している。

可操作度や確率的可操作度は、ロボットの総合的評価に用いられるものであり、特定の作業に対する適性評価を目的とするものではない。そこで琴坂ら^{28)・29)}は、目的とするワークの単位速度ベクトルを関節速度空間に写像して得られた各関節速度の2乗平均の平方根を、評価量として提案している。

2. 5. 2 作動領域

作動領域はロボット特有の評価の中でも最も分かりやすく、また重要な評価といえる。

ロボットは自由度が多いために、ロボット先端にあるワークが運動できる範囲は、ひとつの経路ではなく、空間上の領域となる。この領域がすなわち、作動領域である。一方、ロボットの設計者あるいはユーザは、あるひとつの経路だけでなく、作業に含まれる様々な経路に沿ってロボットを動かしたい要求がある。こうした経路あるいは作業させたい点の集合も、空間上の領域をなしている。従って、ロボットの作動領域は、目的とする作業に必要な領域を覆っていなければならない。

2. 5. 1で述べたように、作動領域は、あらゆる姿勢が取り得る primary workspace (または dexterous workspace) と、姿勢が制限される secondary workspace とに分けられる。このように、作動領域内に姿勢が制限される領域が存在するのは、手首がゼロでない長さを持っているためである。当然ながら、長さゼロの手首があれば、secondary workspace はなくなって primary workspace と total workspace (または reachable workspace) は完全に一致する¹¹⁾。従って、手首は機構、製作上可能な限り短くなるように設計すればよい¹²⁾。また、手首が短ければ、腕による作動領域を評価するだけでも設計上は十分だといえる¹⁴⁾。

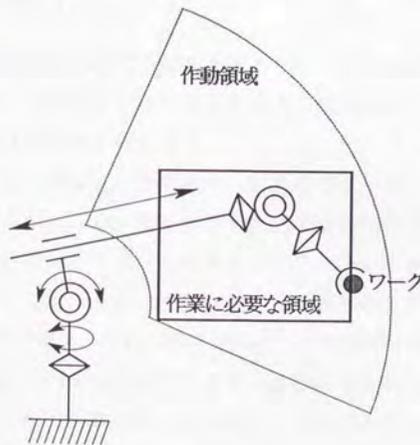


図 2-12 作動領域

以上のことから、本研究では、図2-12のように腕による作動領域を考え、これが作業に必要な領域を覆っているかを評価することにした。

2. 5. 3 有効自由度[10]

1. 1で述べたように、ロボットは一般の機械と比べて自由度が多く、各関節の動作を変更することによって様々な経路上を運動できる。このような自由度の高さとそれに起因する動作の柔軟性は、ロボットの機能を特徴づけるものである。同じ自由度を持つロボットは、目標経路がその作動領域内にある限り、関節構成やアーム長といった基本機構に関わりなく、理論上その経路を実現できる。ところが、実際にはロボットの基本機構には様々な種類があり、目的とする作業に応じて使い分けられている。従って、ロボットの設計や選定の際には、基本機構が目的とする作業に適しているかどうかを評価することが重要となる。2. 5. 1に示した可操作度や確率的可操作度はロボットの絶対的な評価に用いられるものであり、特定の作業に対する適性を評価するものではない。琴坂ら^{20), 21)}は、そのようなひとつの評価量を提案しているが、本研究でも、ロボットの基本機構設計において重要となる作業に対する基本機構の適性を評価する指標として、新しく有効自由度という概念を提案する。

ロボットの行なう作業の基本は、対象とするワークを目標経路に沿って動かすことである。従って、目標経路または軌道を容易に実現できるかどうか、作業に対する基本機構の適性評価となり得る。

図2-13のように、平面上の複数の穴に部品を垂直に挿入する作業を例として考えてみよう。ただし、この作業では、平面に垂直な軸回りの部品の回転は任意とする。この場合、図に示す3つのロボットはどれでもこの作業を実現できる。ところが、(a)と(b)のロボットは、挿入動作を直動関節の1自由度で実現しているのに対して、(c)のロボットでは、第2関節から第4関節の3つの回転関節を動かさなければ、垂直に挿入することができない。幾何学的あるいは運動学的には、3つの回転関節を動かして直線運動させることは可能である。しかしながら、実際にロボットを動かす場合を考えると、図2-14のように離散的な目標位置を順に与えていくのが普通であり、目標位置と目標位置の間は、ロボットに固有の

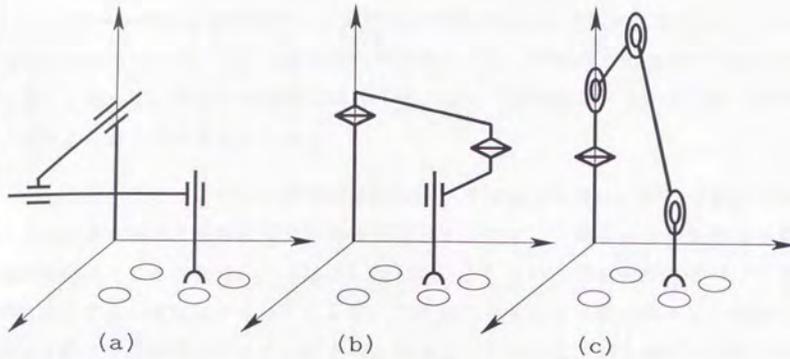


図 2-13 同一の作業を実現する異なった基本機構のロボット

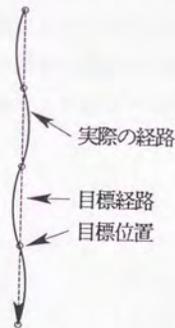


図 2-14 直線運動の目標位置と実際の経路

経路で結ばれることになる。従って、(c)のロボットの場合、正確に直線を描かせるにはサンプル時間を短くして目標位置間の距離を短くしなければならず、コンピュータを含めて高速な制御装置が必要となる。これに対して、(a)と(b)のロボットでは、サンプル時間が長くても目標位置間の経路の直線性は保証されているので、制御装置にかかる負担は少なくなり、容易にこの経路を実現できる。以上のことから、(c)のロボットよりも(a)、(b)のロボットの方が、この挿入動作に

適しているといえる。挿入動作だけでなく平面上の目標経路を動かす場合でも、(c)のロボットでは目標位置間で3次元的な誤差が生じるのに対して、(a)、(b)のロボットではベースに近い2自由度のみを使うので、平面内での運動は保証されている。従って、平面上の運動に関しても、(a)、(b)のロボットのほうが(c)のロボットより適しているといえる。

以上のことから、ロボットが目標経路に沿って運動する際に、同時に動かす自由度数が少ないほど容易にその経路を実現できるので、“少ない自由度で目標経路を実現できるほうが、その経路に適している”という評価が成り立つ。”同時に動かす自由度数が少ない”ことは、“作業に含まれる性質の異なった運動に対して動かす関節が分離されている”と見ることもできる。例えば図2-13の(a)と(b)のロボットでは、平面内の移動と挿入動作に対して異なった関節が使われている。

そこで本研究では、目標経路に対するロボット基本機構の適性を評価する指標として、ロボットが経路に沿って運動する際に同時に動かす自由度数を考え、これを有効自由度と呼ぶことにした。有効自由度が小さいほど、目標経路に適していると考えられる。有効自由度の定義および計算方法は、3.8で示す。

2. 6 設計パラメータと設計のための目的関数・拘束条件との関係の深さ

2. 4、2. 5ではロボットの設計のための目的関数・拘束条件を示し、各評価量の持つ意味についてまとめた。これらは、2. 3に示した設計パラメータの関数となっている。そこで本節では、各評価量と設計パラメータとの関係の深さを調べてみる。

1) 有効自由度

2. 5. 3で述べたように、有効自由度は基本機構に深く関係した評価量である。例えば、図2-13のように目標とする直線経路に対して運動方向が一致する直動関節を持つロボットは、有効自由度が1となり、この経路に適しているといえる。反対に、回転関節しか持たないロボットや、直動関節があってもその運動方向が目標経路と一致しないロボットでは、有効自由度は1より大きくなってしまふ。

2) 作動領域

作動領域も基本機構に深く関係した評価量で、形状は関節構成に(図2-2)、大きさはアーム長に特に関係している。

3) 関節変位限界

関節変位限界は、関節種類に関係している。すなわち、直動関節の場合は直動軸の長さによって決まり、回転関節の場合は図2-8のように構造によって決まる。特に、オフセットをつけることは関節変位限界を広げるひとつの手段である。また、モータを直接配置にする場合と比べて、伝達機構をいれると関節変位限界が制限されることもある。

4) 関節の最大速度・加速度

5) ワークの最大速度・加速度

ワークの最大速度・加速度は、関節最大速度・加速度と関節からワークまでの距離、すなわちアーム長に深く関係している。また、関節最大速度・加速度は、モータと減速機からなる関節の駆動装置の能力によって決まる。

6) 全モータパワー

当然ながら、全モータパワーは関節の駆動装置に直接関係した評価量である。駆動装置はロボットを動かすのに十分な駆動能力を持っていなければならない、必要な駆動能力はアーム・関節の重量や慣性テンソルによって決まる。また、2. 3で述べたように、モータ配置もこれに大きく影響を与えている。

7) 全重量

全重量は、ロボットを構成するアームや関節、モータ、伝達機構といった構造要素の重量の総和なので、それらは全て全重量に関係した設計パラメータである。

8) 可搬重量

可搬重量はロボット先端で把持できるワークの最大重量であり、関節の駆動装置はこれを動かせるだけの駆動能力を持っていなければならない。また、アームや関節および使用される機械要素には、可搬重量を支えられるだけの強度や剛性が必要となる。図2-8(c)のように回転関節にオフセットをつけると、回転軸が片持ちとなって強度が下がり、可搬重量に影響を与える。

9) たわみ

10) 固有振動数

たわみや固有振動数はロボットの剛性と重量に関係した評価量であり、ロボットの剛性・重量は、アームや関節、減速機、伝達機構の剛性・重量に帰着される。ロボットの剛性を考える場合に問題となるのは、普通のロボットではアームの剛性に比べて関節部の軸受剛性や減速機、伝達機構の剛性をはるかに小さいことである⁶⁾。

11) 精度

2. 4で述べたように、精度に影響を与える要因としては、加工・組立誤差やセンサの分解能、機械要素の精度、摩擦、制御系に起因する誤差(サーボ剛性)、およびたわみが挙げられるが、本研究では、このうちのたわみのみを考えることとした。

12) コスト

2. 4で述べたように、ロボットの設計、導入に要するコスト全てを正確に評

価することは難しい。一般には、重量が小さいほどコストは安くなる。また、自由度が少なければ、関節を駆動するためのモータや制御装置、動力源といったものも少なくすむのでコストは下がる。さらに、直動関節よりも回転関節のほうが構造が簡単であり、ボールネジのようなモータの回転運動を並進運動に変換する機構も不要となるので、コストが安くなるといえる。

以上の結果をまとめると、表2-2のようになる。この表から、ロボット基本機構は運動学的評価に、内部機構は力学的評価に関係が深いことがわかる。

もちろん、両者は完全に分離されているわけではない。

まず、モータ・減速機は、運動学的評価である関節最大速度・加速度およびワークの最大速度・加速度に深く関係している。しかしながら、2.3で述べたように、与えられた軌道を実現でき、かつそのときの関節最大速度・加速度ができ

表2-2 ロボットの設計パラメータと
設計のための目的関数・拘束条件との関係の深さ

設計 パラメータ	運 動 学					力 学					運動学力学	
	1) 有効自由度	2) 作動領域	3) 関節変位限界	4) 関節最大速度・加速度	5) ワーク最大速度・加速度	6) 全モータパワー	7) 全重量	8) 可搬重量	9) たわみ	10) 固有振動数	11) 精度	12) コスト
基本機構	1) 自由度	◎	◎	△	△	△	○	○	△	○	○	◎
	2) 関節種類	◎	◎	○	△	△	○	○	△	○	○	◎
	3) アーム長	◎	◎	△	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	○
	3) オフセット	◎	◎	◎	△	△	△	△	○	△	△	△
内部機構	4) モータ配置	△	△	△	△	△	◎	◎	◎	△	△	△
	5) 伝達機構	△	△	◎	△	△	△	◎	△	◎	◎	◎
	6) モータ	△	△	△	◎	◎	◎	◎	◎	△	△	◎
	7) 減速機	△	△	△	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎
	8) アーム太さ	△	△	△	△	△	△	◎	◎	◎	◎	○
9) 機械要素	△	△	△	△	△	△	◎	◎	◎	◎	○	

◎：深い関係 ○：中程度 △：薄い関係

るだけ小さくなるように基本機構を決定すれば、結果としてモータ・減速機に要求される駆動能力も小さくてすむ。従って、以上のような評価のもとに基本機構を設計すれば、モータ・減速機の決定を運動学的評価と切り放して行なうことができる。

一方、基本機構、特にロボットの大きさを表すアーム長も力学的評価に少なからず関係している。しかしながら、アーム長をできるだけ小さくし、かつ自由度を少なくするように基本機構を設計すれば、全ての力学的評価は望ましいほうに改善される。従って、基本機構を設計する際の力学的評価を、アーム長と自由度に関する評価という形で間接的に行なうことが可能である。

以上のことから、ロボットの設計を運動学的評価に基づく基本機構の設計と力学的評価に基づく内部機構の設計とに分けることにより、設計システムを簡単化できる。

2.7 「TOCARD」のコンセプト

第1章と本章で述べたことから、本研究で開発したロボットCADシステム「TOCARD」の特徴をまとめると、次のようになる。

- ①ロボットのメカニズムの設計を目的とする。特に、ロボット基本機構だけでなく、内部機構に至るまでの総合的な設計を行なう。
- ②目的とする作業に適したロボットを設計する。
- ③基本機構の設計は運動学的評価に基づいて行ない、内部機構の設計は力学的評価のもとに行なう。
- ④内部機構の設計はさらに2つの部分に分け、前半の機構設計で設計者によるモータ配置・伝達機構の種類の入力とシステムによるアーム太さの見積りおよび機械要素の仮選定を行ない、後半の詳細設計では、見積り・仮選定の結果を対話的に修正して、ロボット全体の性能改善を図る。
- ⑤従って、ロボットの設計は基本機構設計、内部機構設計、詳細設計の3つの設計段階に分けて行なわれ、各段階で局所的な最適化を図る。途中で設計に不具合を生じた場合は、前の段階に戻って設計をやり直す。
- ⑥各設計段階で設計を支援するためのツールを備えているので、効率よく設計が行なえる。
- ⑦対話形式で設計者が任意に設計変更できる。
- ⑧設計のための評価量を計算する運動学・力学シミュレータを備えている。このシミュレータは、独立して使うこともできる。
- ⑨使用される機械要素はカタログから選定されるので、そのための機械要素データベースおよびデータベース作成ツールも備えている。

「TOCARD」の構成を、図2-15に示す。

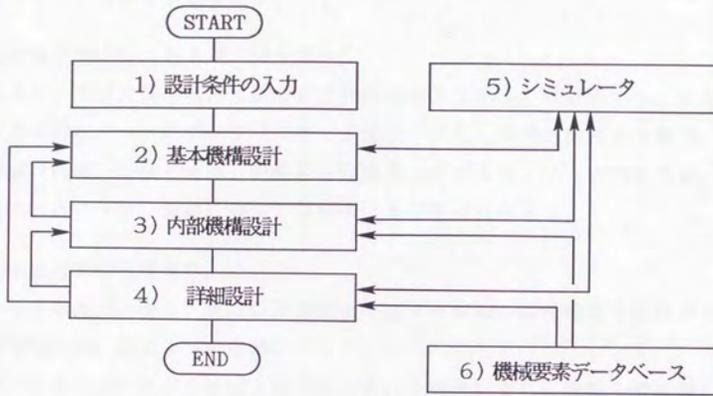


図 2-15 「TOCARD」の構成

2. 8 「TOCARD」におけるロボットの設計手順[12,13,14]

最後に、「TOCARD」におけるロボットの設計手順の概要をまとめておく(図2-16)。設計方法の詳細については次章以降で述べるので、ここでは関連する章を[]で示すことにする。

1) 設計条件の入力 [第5章、第8章]

はじめに、目的作業によって決まる設計条件を入力する。設計条件としては、作業に典型的なワークのデータ(大きさや重量など)と作業に典型的な軌道、作業に必要な領域、許容たわみと許容固有振動数などがある。以下の設計では、ここで入力したワーク、軌道に対して運動学、力学解析を行なう。

2) 基本機構設計 [第5章]

設計条件を入力したら、運動学的評価を行ないながら、基本機構を設計する。基本機構設計は、次の2つの段階からなる。

1)はじめに、ファジィ推論を用いた大まかな評価により、作業に最も適した性能を持つ関節構成を選定する。

2)関節構成が決まったら、後は作動領域や有効自由度といった運動学的評価を行ないながら、対話的にアーム長その他の基本機構を修正していく。もし満足行かない場合は1)に戻り、次に適している関節構成に変更する。

設計変更を繰り返した結果、基本機構と、作業に典型的な軌道に対する関節変位軌道が決まる。

3) 内部機構設計 [第6章]

内部機構設計では、各関節を駆動するモータの配置とモータ～関節間の伝達機構の種類を決定することが目的である。内部機構設計の手順を示す。

1)はじめに、設計者がモータ配置と伝達機構の種類を入力する。

2)アームの許容たわみや機械要素の安全率といった要素ごとの拘束条件を入力したのち、強度やたわみの評価に基づいて、システムがアーム太さの見積りと機械要素の仮選定を行なう。またモータは、必要なトルク、パワーに基づいて選定される。機械要素の選定はカタログから行なわれる。

3)ロボット全重量や全モータパワー、モータ駆動トルク、およびロボット全

体のたわみを計算し、設計者がその結果を評価する。

モータ配置と伝達機構の種類をいろいろ変えることにより、たわみを許容値に近づけるとともに、全重量や全モータパワーの軽減を図る。内部機構設計の結果、アーム太さや機械要素は一応決定される。これらは次の詳細設計における設計パラメータの初期値となる。

4) 詳細設計 [第7章]

内部機構設計では、アーム太さや機械要素が要素ごとの拘束条件のもとに局所的に最適化されているにすぎない。そこで詳細設計では、ロボット全体のたわみ、固有振動数を許容範囲内に納めつつ全重量を小さくするように、内部機構設計で見積もったアーム太さの修正と機械要素の変更を行なう。詳細設計の手順を示す。

- 1) 作業に典型的な軌道上でたわみ、固有振動解析を行ない、最大たわみ、最小固有振動数とそれらを生じる軌道上の点を求める。以下では、ここで求めた軌道上の点においてのみ、たわみ、固有振動解析を行なう。
- 2) 次の2つの設計支援を利用して設計変更する。
 - 2-1) 感度解析を用いて変更すべき設計パラメータを決め、対話的にこれを修正する。
 - 2-2) アームの太さ・厚さに関しては、勾配射影法を用いて自動で最適化を図る。
- 3) 全重量、たわみ、固有振動数を計算し、満足行かなければ2)の設計変更を繰り返す。また、モータ駆動トルク、パワーを求め、内部機構設計で選定したモータの能力を越えていた場合には、モータを変更する。
- 4) たわみ、固有振動数が許容範囲内にあり、かつ満足いく全重量が得られたら、再び軌道上でのたわみ、固有振動解析を行なって最大たわみや最小固有振動数を求め、それらが許容範囲内であれば設計を終了する。

以上の3つの設計段階で設計に不具合が生じたときは、前の段階に戻って設計をやり直す。システムは、1) から4) の設計の流れとは別に、次の2つの機能も備えている。

5) シミュレータ [第3章、第4章] [9]

ロボットCADシステムでは、設計のための各評価量を計算するロボット・シミュレータが必要不可欠である。また、以上の設計は1)で入力したワーク、軌道を条件として行なったが、ロボットは単一の動作だけでなく、様々な動作ができるところに大きな意義がある。そこで「TOCARD」は、設計したロボットが他のワーク、軌道にも適用できるかをチェックするために、ロボット・シミュレータを独立して利用することもできる。

6) 機械要素データベース

2.7で述べたように、「TOCARD」は使用するモータや減速機、軸受といった機械要素をカタログから選定する機能を持っており、そのための機械要素データベースおよびデータベース作成ツールを備えている。このツールは、カタログに記載されているデータから剛性その他の必要なデータ（[第4章]）を計算し、「TOCARD」用機械要素データベースを更新していくので、ユーザが新しい機械要素を登録してシステムをグレードアップすることができる。

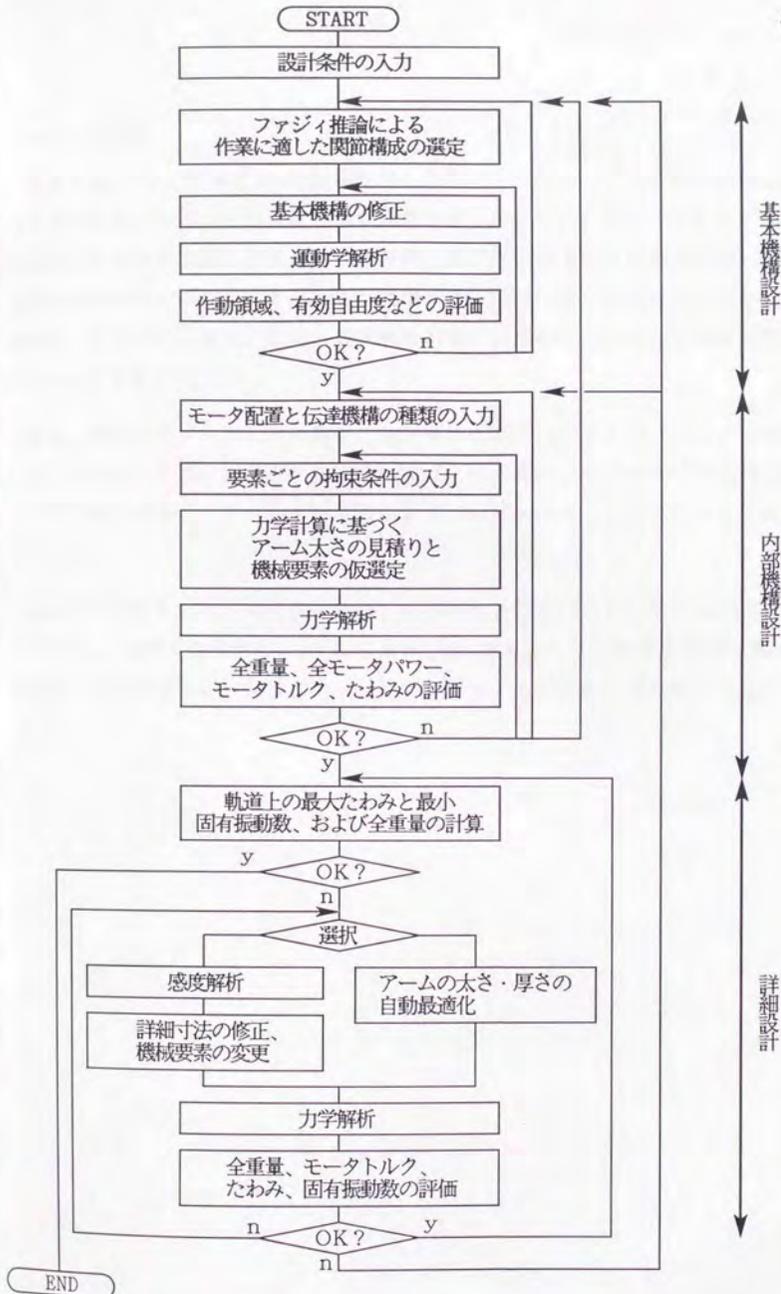


図 2-16 「TOCARD」におけるロボットの設計手順

2.9 まとめ

本章では、「TOCARD」の適用範囲とロボットのメカニズムの設計パラメータおよび設計のための目的関数・拘束条件を明らかにした。特に、ロボット基本機構設計における重要な評価として、新たに有効自由度という概念を提案した。有効自由度を用いることにより、基本機構が目標経路に適しているかどうかを評価することが可能となる。また、各評価量が設計に際してどのような意味を持つかについてもまとめた。

次に、設計パラメータと目的関数・拘束条件の関係の深さを調べ、その結果として、ロボットの設計を運動学的評価に基づく基本機構の設計と力学的評価に基づく内部機構の設計とに分離することにより、設計システムを簡単にできることを示した。

以上の考察のもとに、本研究で開発したロボット総合CADシステム「TOCARD」のコンセプトを決定し、「TOCARD」の構成と、3つの設計段階—基本機構設計、内部機構設計、詳細設計—から成るロボットの設計手順を提案した。

第3章
ロボットの運動学解析

3.1 はじめに

ロボットCADシステムでは、設計のための評価量を計算するロボット・シミュレータが必要不可欠である。メカニズムの設計に必要なロボット・シミュレータを図3-1にまとめる。

本章と次章では、ロボットの解析に用いるモデルと各解析方法を、運動学と力学とに分けて述べる。前章に示したロボットの設計パラメータとは、この解析モデルに用いられるパラメータに他ならない。

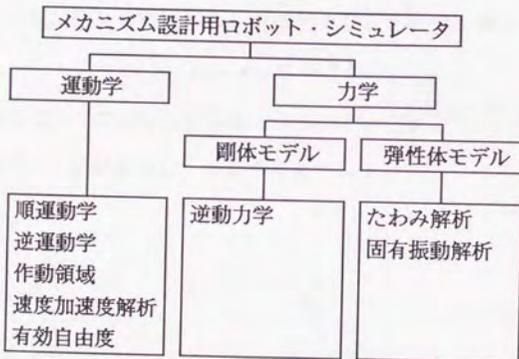


図3-1 メカニズムの設計に必要なロボット・シミュレータ

3.2 ロボットの基本機構

3.2.1 座標変換マトリックス¹⁾

2.2で述べたように、本研究で対象とするロボットは、いくつかのリンクが回転または直動関節によって直列に結合された開ループリンク機構のロボットである。このようなロボットの解析によく用いられる手法として、座標変換マトリックスがある。

図3-2のような2つの座標系 Σ_0 、 Σ_1 が与えられたとき、 Σ_0 から見た Σ_1 の位置は Σ_0 から見た Σ_1 原点の位置ベクトル $l_1^{(0)}$ ($\in \mathbb{R}^3$)で表現でき、姿勢は Σ_0 で表した Σ_1 の x 、 y 、 z 軸方向単位ベクトル $e_{x1}^{(0)}$ 、 $e_{y1}^{(0)}$ 、 $e_{z1}^{(0)}$ ($\in \mathbb{R}^3$)の組で表現できる。なお、ベクトルの上肩括弧内の添字は、そのベクトルが表されている座標系を示している。姿勢を表すこの3つのベクトルを行列の形にまとめた

$$C_1 = \begin{bmatrix} e_{x1}^{(0)} & e_{y1}^{(0)} & e_{z1}^{(0)} \end{bmatrix} \quad (\in \mathbb{R}^{3 \times 3}) \quad (3-1)$$

を、 Σ_0 に対する Σ_1 の姿勢の回転行列という。このとき、 Σ_1 上のベクトル $v^{(1)}$ ($\in \mathbb{R}^3$)の Σ_0 へ座標変換は、次式で与えられる。

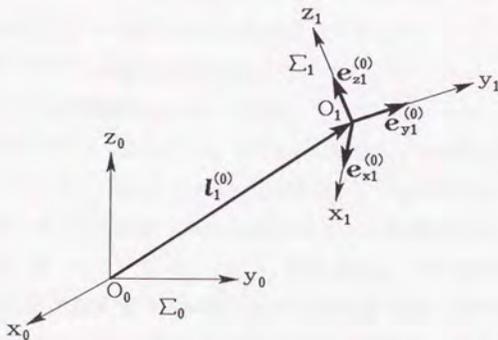


図3-2 2つの座標系の相対位置・姿勢関係

$$v^{(0)} = C_1 v^{(1)} \quad (3-2)$$

また、 Σ_1 上の位置ベクトル $r^{(1)} (\in R^3)$ の Σ_0 への座標変換は、

$$\begin{bmatrix} r^{(0)} \\ 1 \end{bmatrix} = A_1 \begin{bmatrix} r^{(1)} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

のように表せる。ここで、

$$A_1 = \left[\begin{array}{c|c} C_1 & l_1^{(0)} \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right] (\in R^{4 \times 4}) \quad (3-4)$$

この A_1 を Σ_1 から Σ_0 への座標変換マトリックスという。式 (3-4) からわかるように、座標変換マトリックスは2つの座標系間の相対位置 ($l_1^{(0)}$)・姿勢 (C_1) 関係を記述しており、式 (3-3) による位置ベクトルの座標変換および式 (3-2) によるベクトルの座標変換に用いられる。

3. 2. 2 座標変換マトリックスを用いたロボット基本機構の表現

以下では、この座標変換マトリックスを用いて開ループリンク機構のロボットを記述する方法¹⁾⁻⁵⁾について述べる。この方法は、ロボットの各リンクに適当な座標系(以後、リンク座標系と呼ぶ)を固定し、それら座標系間の相対位置・姿勢関係を座標変換マトリックスを用いて表すものである。なお、リンク座標系は各リンクに固定されていれどどのように設定してもよく、以下に述べる設定方法⁵⁾以外の方法¹⁾⁻⁴⁾も提案されている。

まず、ロボットの自由度を n とし、図 3-3 のようにベースに近い方から数えて k 番目の関節を $J_k (k=1, \dots, n)$ 、 $J_k \sim J_{k+1}$ 間のリンクを $B_k (k=0, \dots, n)$ と呼ぶことにする。ただし、 B_0 はベース $\sim J_1$ 間のリンク、 B_n は J_n の先のリンクを意味する。次に、各 B_k に固定された座標系(リンク座標系) Σ_k を設定する(図 3-4)。 Σ_k は、図 3-5 のように J_k を原点とし、 J_k が回転関節の場合は回転軸を z_k 軸、直動関節の場合は直動方向に平行な方向を x_k 軸にとる。 Σ_0 の設定法には特に制約はないが、普通は B_0 の根元に原点を取る。さらに、ロボット先端に固定された座標系 $\Sigma_F (= \Sigma_{n+1})$ を設定し、以後フランジ座標系と呼ぶ。

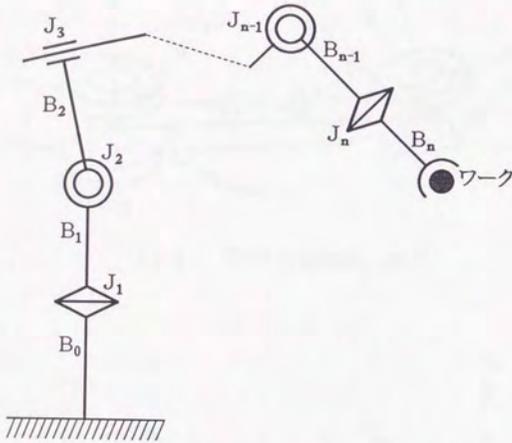


図 3-3 ロボットの関節とリンクの番号

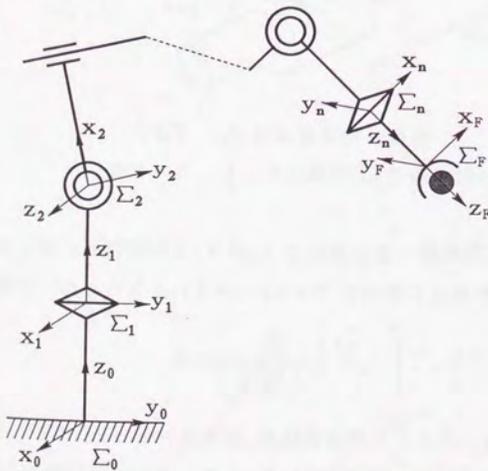
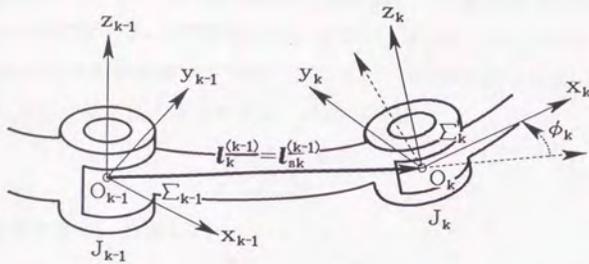
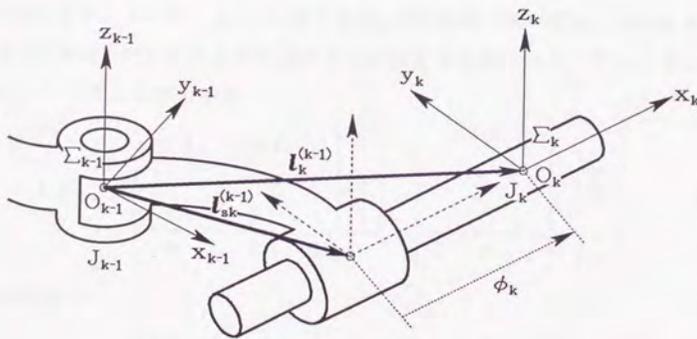


図 3-4 リンク座標系の設定

(a) J_k が回転関節の場合(b) J_k が直動関節の場合図 3-5 リンク座標系 Σ_k の設定法

このとき、隣合う座標系 Σ_k と Σ_{k-1} の相対位置・姿勢関係は、 Σ_k から Σ_{k-1} への座標変換マトリックス A_k ($k=1, \dots, n+1$) で表すことができる。

$$A_k = \begin{bmatrix} C_k & l_k^{(k-1)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

ここで、 $l_k^{(k-1)}$ は Σ_{k-1} から見た Σ_k 原点の位置ベクトル、 C_k は Σ_{k-1} に対する Σ_k の姿勢の回転行列である。 Σ_F は B_n に固定されているので A_{n+1} は定数マトリ

ックスとなるが、 $A_k (k=1, \dots, n)$ は J_k の関節変位（回転関節では回転変位、直動関節では並進変位） ϕ_k の関数となる。そこで、 $\phi_k=0$ のときの Σ_k を Σ_{k0} 、 Σ_{k0} から Σ_{k-1} への座標変換マトリックスを A_{sk} 、 ϕ_k だけ動いた Σ_k から Σ_{k0} への座標変換マトリックスを A_{dk} とすると、 A_k 、 C_k は

$$A_k = A_{sk} A_{dk} \quad (3-6)$$

$$C_k = C_{sk} C_{dk} \quad (3-7)$$

のように分解できる。ただし、

$$A_{sk} = \left[\begin{array}{ccc|c} C_{sk} & & & l_{sk}^{(k-1)} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (3-8)$$

$l_{sk}^{(k-1)}$ は Σ_{k-1} から見た Σ_{k0} 原点の位置ベクトル、 C_{sk} は Σ_{k-1} に対する Σ_{k0} の姿勢の回転行列で、 A_{sk} は、 Σ_{k-1} に対する J_k の関節軸（回転関節では回転軸、直動関節では直動方向）の取り付け方によって決まる定数マトリックスである。

A_{dk} は、 J_k が回転関節のとき

$$A_{dk}(\phi_k) = \left[\begin{array}{ccc|c} \cos \phi_k & -\sin \phi_k & 0 & 0 \\ \sin \phi_k & \cos \phi_k & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc|c} & & & l_{dk}^{(k0)} \\ \hline C_{dk} & & & \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (3-9)$$

直動関節のとき、

$$A_{dk}(\phi_k) = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \phi_k \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc|c} & & & l_{dk}^{(k0)} \\ \hline C_{dk} & & & \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (3-10)$$

で与えられる。

以上述べてきた座標変換マトリックス $A_k (k=1, \dots, n+1)$ により、各リンク $B_k (k=0, \dots, n)$ およびロボット先端の間の相対位置・姿勢関係を記述することができるが、このうち

- ① 自由度 n
- ② 関節 $J_k (k=1, \dots, n)$ の種類（回転関節か直動関節か）

③関節変位 $\phi_k=0$ における座標変換マトリックス $A_{dk} (k=1, \dots, n)$

および A_{n+1}

は、ロボットの機構によって決まる定数パラメータである。そこで本研究では、これらをまとめてロボットの基本機構と呼ぶことにする。これに対して A_{dk} は、 ϕ_k によって変化する部分を表している。

3.3 順運動学

各関節変位を与えて、ロボット先端に取り付けられたエンドエフェクタに把持されているワークの位置・姿勢を求めることを順運動学と呼ぶ(図3-6)。

3.2.1で述べたように、物体の位置・姿勢は、その物体に固定された座標系の原点位置ベクトルおよび各座標軸方向単位ベクトルで表すことができる。そこで、ワークに固定された座標系(以後、ワーク座標系と呼ぶ)を Σ_w とし、フランジ座標系 Σ_F から見た Σ_w 原点の位置ベクトルおよび x 、 y 、 z 軸方向単位ベクトルをそれぞれ ${}^{(F)}r_w$ 、 ${}^{(F)}e_{xw}$ 、 ${}^{(F)}e_{yw}$ 、 ${}^{(F)}e_{zw}$ とすると、これらはエンドエフェクタのロボット先端への取り付け方およびワークの把持方法によって決まる定数ベクトルとなる。以下では、姿勢の回転行列と同様に、姿勢を表す3つのベクトルをまとめて、

$$E_w^{(F)} = \begin{bmatrix} {}^{(F)}e_{xw} & {}^{(F)}e_{yw} & {}^{(F)}e_{zw} \end{bmatrix} \quad (\in R^{3 \times 3}) \quad (3-11)$$

のように表すことにする。一方、ロボットの置かれた空間を表す全体座標系を $\bar{\Sigma}$ 、ロボットのベースを表す座標系 Σ_0 から $\bar{\Sigma}$ への座標変換マトリックスを A_0 (A_0 に含まれる姿勢の回転行列を C_0)とすると、 A_0 は $\bar{\Sigma}$ に対するロボットの配置によって決まる定数マトリックスである。

このとき、 $\bar{\Sigma}$ から見たワークの位置 \bar{r}_w は、 ${}^{(F)}r_w$ に対して座標変換マトリックス A_k ($k=0, \dots, n+1$)による座標変換を順に繰り返して行けば得られる。

$$\begin{bmatrix} \bar{r}_w \\ 1 \end{bmatrix} = A_0 A_1 \cdots A_n A_{n+1} \begin{bmatrix} {}^{(F)}r_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3-12)$$

ここで、ベクトルの上の $\bar{}$ はそれが $\bar{\Sigma}$ 表示であることを表している。上式中の A_k ($k=1, \dots, n$)は、式(3-6)のようにロボットの基本機構によって決まる座標変換マトリックス $A_{s,k}$ と関節変位 ϕ_k によって変化する座標変換マトリックス $A_{s,k}$ とに分解できる。従って、基本機構が決まれば A_k は ϕ_k の関数となる。また、 A_{n+1} は基本機構によって決まる定数マトリックスなので、結局式(3-12)の右辺は関節変位ベクトル Φ

$$\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n]^T \quad (\in R^n) \quad (3-13)$$

の関数となる。同様にして、 $\bar{\Sigma}$ から見たワークの姿勢 \bar{E}_w は、 $E_w^{(P)}$ に対して姿勢の回転行列 C_k ($k=0, \dots, n+1$) による座標変換を繰り返して行けば、

$$\bar{E}_w = C_0 C_1 \dots C_n C_{n+1} E_w^{(P)} \quad (3-14)$$

のように得られる。上式の右辺も Φ の関数となる。

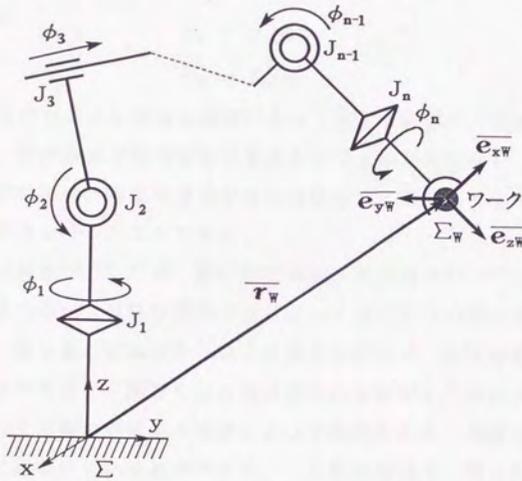


図 3-6 順運動学

3.4 逆運動学

3.4.1 逆運動学問題の解法

順運動学とは反対に、ワークの位置 $\overline{r_w}$ ・ 姿勢 $\overline{E_w}$ を与えて各関節変位 Φ を求めるのが逆運動学である。前節で示した順運動学の式 (3-12)、(3-14) を、それぞれ

$$\overline{r_w} = f_r(\Phi) \quad (3-15)$$

$$\overline{E_w} = f_E(\Phi) \quad (3-16)$$

と表すと、これらはロボットの基本機構によって決まる非線形方程式となる。逆運動学は上の2つの非線形方程式の解 Φ を求めることに他ならない。ここで注意しなければならないのは、解 Φ は存在するとは限らず、存在しても一意とは限らない（複数解が存在し得る）ことである。

逆運動学問題の解法^{11,12,13}は、解析的な解法と数値解法^{6,7,10}とに大別できる。前者は、代数的ないしは幾何学的考察によって閉じた形の解を得る方法である。この方法は、繰り返し計算がないので計算速度が速く、全ての解が同時に得られるという利点があるが、閉じた形の解が得られるロボットの基本機構は限られており、しかもその解の形は基本機構によって異なるため、任意の基本機構のロボットに適用できないという欠点がある。一方数値解法は、閉じた解が得られない基本機構のロボットも扱うことができるが、繰り返し計算のため計算速度が遅い、全ての解が得られたという保証がない、得られる解が初期値に依存するという欠点がある。

これに対して高野¹¹は、両解法の折衷方式ともいべき解法を提案している。この方法は、自由度 $n=6$ で先端に近い3自由度が全て回転関節のあらゆるロボットに適用できる（図3-7）。また、この方法の大きな利点は、最大8組の解が同時に得られる点にある。概要を以下に示す。

ベースに近い3自由度（回転関節、直動関節を含む）の関節変位を

$$\Phi_r = [\phi_1, \phi_2, \phi_3]^T \quad (3-17)$$

先端に近い3自由度（回転関節のみ）の関節変位を

$$\Phi_E = [\phi_4, \phi_5, \phi_6]^T \quad (3-18)$$

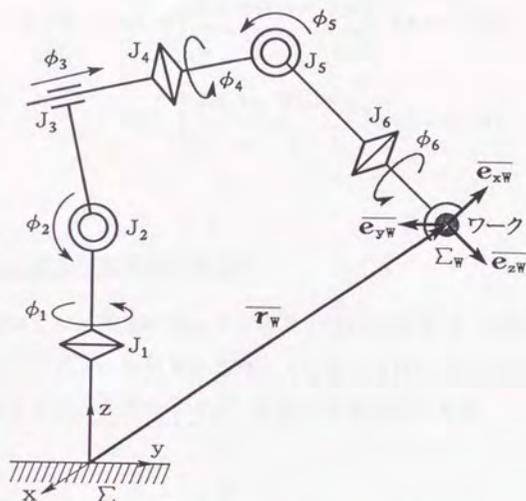


図3-7 6自由度ロボットの逆運動学

とすると、式(3-15)、(3-16)はそれぞれ次式のように表せる。

$$\bar{r}_w = f_r(\Phi_r, \Phi_E) \quad (3-19)$$

$$\bar{E}_w = f_E(\Phi_r, \Phi_E) \quad (3-20)$$

このとき、 Φ_E を一定とすると、式(3-19)を解析的に解いて Φ_r を求めることができる。同様にして、 Φ_r を一定とすると、式(3-20)を解析的に解いて Φ_E を求めることができる。これを次式のように表し、前者を位置の逆運動学、後者を姿勢の逆運動学と呼ぶことにする。

$$\Phi_r = f_r^{-1}(\bar{r}_w, \Phi_E) \quad (\Phi_E = \text{const.}) \quad (3-21)$$

$$\Phi_E = f_E^{-1}(\bar{E}_w, \Phi_r) \quad (\Phi_r = \text{const.}) \quad (3-22)$$

そこで、両逆運動学を交互に繰り返し、その収束解 $\Phi = [\Phi_r, \Phi_E]$ を求める。

以下では、簡単のために

$$\cos \phi = c \phi, \quad \sin \phi = s \phi \quad (3-23)$$

のような表記を用いることにする。また、

$$A_{s,k} = (a_{kij}) = \begin{bmatrix} a_{k1} & a_{k2} & a_{k3} & a_{k4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (k=1, \dots, 6) \quad (3-24)$$

$$A_{s,k}^{-1} = (b_{kij}) = \begin{bmatrix} b_{k1} & b_{k2} & b_{k3} & b_{k4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (k=1, \dots, 6) \quad (3-25)$$

とする。

3.4.2 位置の逆運動学の解析解

図3-8のように、先端に近い3自由度の関節変位 Φ_E を一定としたとき、与えられたワークの位置 \bar{r}_w を実現するベースに近い3自由度の関節変位 Φ_r （回転関節、直動関節を含む）を求めるのが、位置の逆運動学である。

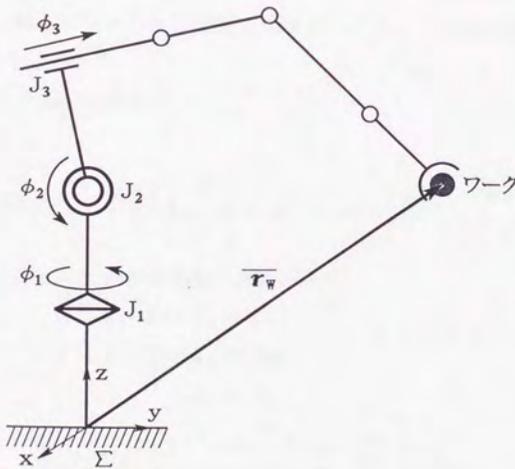


図3-8 ベースに近い3自由度による位置の逆運動学

式(3-12)は、次の2式に分離することができる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \overline{r_w} \\ 1 \end{bmatrix} &= A_0 A_1 A_2 A_3 \begin{bmatrix} {}^{(3)}r_w \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= A_0 A_{s1} A_{d1}(\phi_1) A_{s2} A_{d2}(\phi_2) A_{s3} A_{d3}(\phi_3) \begin{bmatrix} {}^{(3)}r_w \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-26)$$

$$\begin{bmatrix} {}^{(3)}r_w \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{31} \\ r_{32} \\ r_{33} \\ 1 \end{bmatrix} = A_4 A_5 A_6 A_7 \begin{bmatrix} {}^{(P)}r_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3-27)$$

このとき、 Φ_E が一定ならば、 ${}^{(3)}r_w$ は定数となる。従って位置の逆運動学は、式(3-26)を満たす Φ_r を求めることである。

ベースに近い3自由度の関節構成は、 $J_1 J_2 J_3 = RRR$ 、 SRR 、 RSR 、 RRS 、 SSR 、 SRS 、 RSS 、 SSS の8通りがある。ここで、 R は回転関節、 S は直動関節を意味する。各関節構成における Φ_r の求め方は異なるが、いずれの場合も解析的に解を得ることができる。以下では、 $J_1 J_2 J_3 = RRR$ 、 SSS の2つの場合についてその解法を示すこととし、その他の場合については文献11)にゆずる。

1) $J_1 J_2 J_3 = RRR$ の場合

式(3-26)を

$$A_{d2}(\phi_2) A_{s3} A_{d3}(\phi_3) \begin{bmatrix} {}^{(3)}r_w \\ 1 \end{bmatrix} = A_{s2}^{-1} A_{d1}(\phi_1)^{-1} A_{s1}^{-1} A_0^{-1} \begin{bmatrix} \overline{r_w} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3-28)$$

のように変形すると、次の3式が得られる。

$$R_1 c \phi_2 - R_2 s \phi_2 = P_1 \quad (3-29)$$

$$R_1 s \phi_2 + R_2 c \phi_2 = P_2 \quad (3-30)$$

$$R_3 = P_3 \quad (3-31)$$

ここで、

$$R_j = R_{j1} c \phi_3 + R_{j2} s \phi_3 + R_{j3} \quad (j=1,2,3) \quad (3-32)$$

$$\begin{cases} R_{j1} = a_{3j1} r_{31} + a_{3j2} r_{32} \\ R_{j2} = a_{3j2} r_{31} - a_{3j1} r_{32} \quad (j=1,2,3) \\ R_{j3} = a_{3j3} r_{33} + a_{3j4} \end{cases} \quad (3-33)$$

$$P_j = P_{j1} c \phi_1 + P_{j2} s \phi_1 + P_{j3} \quad (j=1,2,3) \quad (3-34)$$

$$\begin{cases} P_{j1} = b_{2j1} r_{s1} + b_{2j2} r_{s2} \\ P_{j2} = b_{2j1} r_{s2} - b_{2j2} r_{s1} \quad (j=1,2,3) \\ P_{j3} = b_{2j3} r_{s3} + b_{2j4} \end{cases} \quad (3-35)$$

$$\begin{bmatrix} r_s \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{s1} \\ r_{s2} \\ r_{s3} \\ 1 \end{bmatrix} = A_{s1}^{-1} A_0^{-1} \begin{bmatrix} \overline{r_w} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3-36)$$

$R_j (j=1,2,3)$ は ϕ_s の関数、 $P_j (j=1,2,3)$ は ϕ_1 の関数である。

まず、式 (3-29) と (3-30) とから、次の関係式が得られる。

$$c \phi_2 = \frac{P_1 R_1 + P_2 R_2}{R_1^2 + R_2^2}, \quad s \phi_2 = \frac{P_2 R_1 - P_1 R_2}{R_1^2 + R_2^2} \quad (3-37)$$

一方、式 (3-29) ~ (3-31) の両辺を 2 乗して加え、 $c^2 \phi_2 + s^2 \phi_2 = 1$ を用いると、

$$R_1^2 + R_2^2 + R_3^2 = P_1^2 + P_2^2 + P_3^2 \quad (3-38)$$

となる。これを展開し、 $c^2 \phi_1 + s^2 \phi_1 = 1$ 、 $c^2 \phi_3 + s^2 \phi_3 = 1$ を用いて整理すると次式が得られる。

$$T_c c \phi_3 + T_s s \phi_3 + T_x = U_c c \phi_1 + U_s s \phi_1 + U_x \quad (3-39)$$

ここで、

$$\begin{cases} T_c = 2\{(a_{31}, a_{34}) r_{31} + (a_{32}, a_{34}) r_{32}\} \\ T_s = 2\{(a_{32}, a_{34}) r_{31} - (a_{31}, a_{34}) r_{32}\} \\ T_x = |r_w^{(3)}|^2 + 2(a_{33}, a_{34}) r_{33} + |a_{34}|^2 \end{cases} \quad (3-40)$$

$$\begin{cases} U_c = 2\{(b_{21}, b_{24}) r_{s1} + (b_{22}, b_{24}) r_{s2}\} \\ U_s = 2\{(b_{21}, b_{24}) r_{s2} - (b_{22}, b_{24}) r_{s1}\} \\ U_x = |r_s|^2 + 2(b_{23}, b_{24}) r_{s3} + |b_{24}|^2 \end{cases} \quad (3-41)$$

式 (3-39) と (3-31) から、

$$c\phi_1 = \frac{TP_{32} - RU_s}{U_c P_{32} - U_s P_{31}}, \quad s\phi_1 = \frac{RU_c - TP_{31}}{U_c P_{32} - U_s P_{31}} \quad (3-42)$$

ここで、 R 、 T は次式に示す ϕ_3 の関数である。

$$\begin{cases} R = R_{31}c\phi_3 + R_{32}s\phi_3 + R_{33} - P_{33} \\ T = T_c c\phi_3 + T_s s\phi_3 + T_x - U_x \end{cases} \quad (3-43)$$

式(3-42)と $c^2\phi_1 + s^2\phi_1 = 1$ とから、 ϕ_3 に関する次の方程式が得られる。

$$B_{c2}c^2\phi_3 + B_{s2}s^2\phi_3 + 2B_{cs}c\phi_3s\phi_3 + 2B_{c1}c\phi_3 + 2B_{s1}s\phi_3 + B_x - B_{s2} = 0 \quad (3-44)$$

ここで、

$$P_x = P_{31}^2 + P_{32}^2, \quad U_x = U_c^2 + U_s^2, \quad V_x = P_{31}U_c + P_{32}U_s \quad (3-45)$$

$$\begin{cases} B_{c2} = P_x T_c^2 + U_x R_{31}^2 - 2V_x T_c R_{31} \\ B_{s2} = P_x T_s^2 + U_x R_{32}^2 - 2V_x T_s R_{32} \\ B_{cs} = P_x T_c T_s + U_x R_{31} R_{32} - V_x (T_c R_{32} + T_s R_{31}) \\ B_{c1} = P_x T_c (T_x - U_x) + U_x R_{31} (R_{33} - P_{33}) - V_x (T_c (R_{33} - P_{33}) + (T_x - U_x) R_{31}) \\ B_{s1} = P_x T_s (T_x - U_x) + U_x R_{32} (R_{33} - P_{33}) - V_x (T_s (R_{33} - P_{33}) + (T_x - U_x) R_{32}) \\ B_x = P_x (T_x - U_x)^2 + U_x (R_{33} - P_{33})^2 - 2V_x (T_x - U_x) (R_{33} - P_{33}) - (U_c P_{32} - U_s P_{31})^2 + B_{s2} \end{cases} \quad (3-46)$$

さらに、式(3-44)と $c^2\phi_3 + s^2\phi_3 = 1$ とから、次の2式が得られる。

$$s\phi_3 = -\frac{B_x + 2B_{c1}c\phi_3 + (B_{c2} - B_{s2})c^2\phi_3}{2(B_{cs}c\phi_3 + B_{s1})} \quad (3-47)$$

$$\begin{aligned} & \{(B_{c2} - B_{s2})^2 + 4B_{cs}^2\}c^4\phi_3 + 4\{B_{c1}(B_{c2} - B_{s2}) + 2B_{cs}B_{s1}\}c^3\phi_3 \\ & + 2\{B_x(B_{c2} - B_{s2}) + 2(B_{c1}^2 + B_{s1}^2 - B_{cs}^2)\}c^2\phi_3 \\ & + 4\{B_{c1}B_x - 2B_{cs}B_{s1}\}c\phi_3 + (B_x^2 - 4B_{s1}^2) = 0 \end{aligned} \quad (3-48)$$

式(3-48)は $c\phi_3$ に関する4次方程式で、その根はFerrari法で解析的に求めることができる。 $c\phi_3$ が求まると、式(3-47)により $s\phi_3$ が、式(3-43)、(3-42)により $c\phi_1$ 、 $s\phi_1$ がそれぞれ求まる。さらに、式(3-32)、(3-34)、(3-37)により $c\phi_2$ 、 $s\phi_2$ が求まるので、位置の逆運動学の解

$\Phi = [\phi_1, \phi_2, \phi_3]^T$ が得られる。式(3-48)が4次方程式なので、最大4組の解が同時に求められる。

2) $J_1 J_2 J_3 = SSS$ の場合

式 (3-28) は、次の 3 式となる。

$$S_1 + a_{311} \phi_3 + \phi_2 = Q_1 - b_{211} \phi_1 \quad (3-49)$$

$$S_2 + a_{321} \phi_3 = Q_2 - b_{221} \phi_1 \quad (3-50)$$

$$S_3 + a_{331} \phi_3 = Q_3 - b_{231} \phi_1 \quad (3-51)$$

ここで、

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{311} r_{31} + a_{321} r_{32} + a_{331} r_{33} + a_{34} \end{bmatrix} \quad (3-52)$$

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{211} r_{31} + b_{221} r_{32} + b_{231} r_{33} + b_{24} \end{bmatrix} \quad (3-53)$$

$$\begin{bmatrix} r_s \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{s1} \\ r_{s2} \\ r_{s3} \\ 1 \end{bmatrix} = A_{s1}^{-1} A_0^{-1} \begin{bmatrix} \bar{r}_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3-54)$$

式 (3-50) と (3-51) から、 ϕ_1 、 ϕ_3 はそれぞれ

$$\phi_1 = \frac{a_{331}(Q_2 - S_2) - a_{321}(Q_3 - S_3)}{b_{221}a_{331} - b_{231}a_{321}} \quad (3-55)$$

$$\phi_3 = \frac{b_{221}(Q_3 - S_3) - b_{231}(Q_2 - S_2)}{b_{221}a_{331} - b_{231}a_{321}} \quad (3-56)$$

で与えられる。 ϕ_1 、 ϕ_3 が求まると、式 (3-49) より ϕ_2 は次式で与えられる。

$$\phi_2 = Q_1 - b_{211} \phi_1 - S_1 - a_{311} \phi_3 \quad (3-57)$$

この場合、解は 1 組しかありえない。

3. 4. 3 姿勢の逆運動学の解析解

図 3-9 のように、ベースに近い 3 自由度の関節変位 Φ_r を一定としたとき、与えられたワークの姿勢 \bar{E}_w を実現する先端に近い 3 自由度の関節変位 Φ_s (回転関節のみ) を求めるのが、姿勢の逆運動学である。

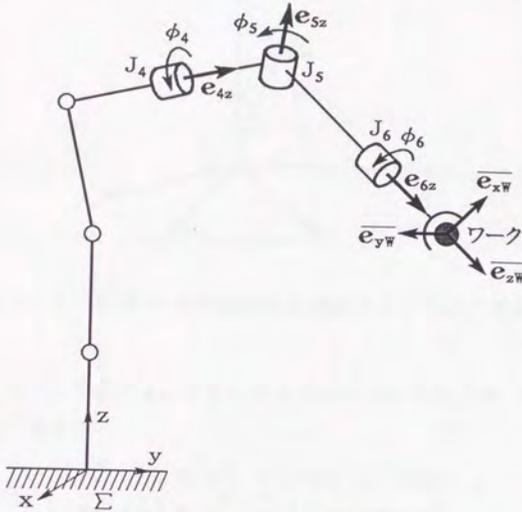


図3-9 先端に近い3自由度による姿勢の逆運動学

式(3-14)より、

$$C_0^{-1} \bar{E}_w (E_w^{(P)})^{-1} C_7^{-1} = \begin{bmatrix} e_1^{(0)} & e_2^{(0)} & e_3^{(0)} \end{bmatrix} = C_1 C_2 C_3 C_4(\phi_4) C_5(\phi_5) C_6(\phi_6) \quad (3-58)$$

ここで、 $e_1^{(0)}$ 、 $e_2^{(0)}$ 、 $e_3^{(0)}$ は、それぞれ Σ_0 から見た Σ_6 の x 、 y 、 z 軸方向単位ベクトルを表す。 Φ_r が一定ならば、 $C_1 C_2 C_3$ は定数となる。従って姿勢の逆運動学は、式(3-58)を満たす Φ_z を求めることである。

はじめに、関節 J_4 、 J_5 、 J_6 の回転軸(z 軸)方向単位ベクトル $e_{4z}^{(0)}$ 、 $e_{5z}^{(0)}$ 、 $e_{6z}^{(0)}$ を求める。まず、

$$e_{6z}^{(0)} = e_3^{(0)} \quad (3-59)$$

また、 $C_1 C_2 C_3$ は定数だから、

$$e_{4z}^{(0)} = C_1 C_2 C_3 C_{34} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = C_1 C_2 C_3 a_{43} \quad (3-60)$$

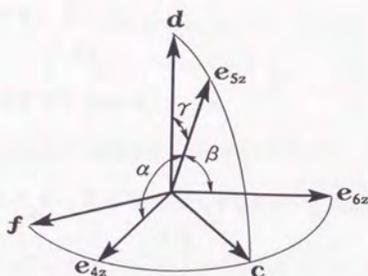


図3-10 関節 J_5 の回転軸方向単位ベクトル e_{5z} の決め方

$e_{5z}^{(0)}$ は以下のようにして求める。まず、 α を e_{5z} と e_{4z} のなす角、 β を e_{5z} と e_{6z} のなす角とすると、

$$\begin{cases} (e_{4z}, e_{5z})^{(0)} = (e_{4z}, e_{5z})^{(4)} = a_{533} = \cos\alpha \\ (e_{5z}, e_{6z})^{(0)} = (e_{5z}, e_{6z})^{(4)} = a_{633} = \cos\beta \end{cases} \quad (3-61)$$

これらは定数であり、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} e_{5z}^{(0)} \times (e_{4z}^{(0)} \times e_{6z}^{(0)}) &= e_{4z}^{(0)} (e_{5z}^{(0)}, e_{6z}^{(0)}) - e_{6z}^{(0)} (e_{4z}^{(0)}, e_{5z}^{(0)}) \\ &= e_{4z}^{(0)} \cos\beta - e_{6z}^{(0)} \cos\alpha \end{aligned} \quad (3-62)$$

一方、図3-10より単位ベクトル d を

$$d = \frac{e_{4z}^{(0)} \times e_{6z}^{(0)}}{|e_{4z}^{(0)} \times e_{6z}^{(0)}|} \quad (3-63)$$

とすると、上2式より、

$$e_{5z}^{(0)} \times d = \frac{e_{4z}^{(0)} \cos\beta - e_{6z}^{(0)} \cos\alpha}{|e_{4z}^{(0)} \times e_{6z}^{(0)}|} = f \sin\gamma \quad (3-64)$$

ここで、

$$\sin\gamma = \left| \frac{e_{4z}^{(0)} \cos\beta - e_{6z}^{(0)} \cos\alpha}{e_{4z}^{(0)} \times e_{6z}^{(0)}} \right|, \quad \cos\gamma = \pm \sqrt{1 - \sin^2\gamma} \quad (3-65)$$

$$f = \frac{e_{4z}^{(0)} \cos\beta - e_{6z}^{(0)} \cos\alpha}{|e_{4z}^{(0)} \cos\beta - e_{6z}^{(0)} \cos\alpha|} \quad (3-66)$$

f は単位ベクトルである。そこで、

$$c = d \times f \quad (3-67)$$

とすると、 $e_{5z}^{(0)}$ は次式で与えられる。

$$e_{5z}^{(0)} = d \cos \gamma + c \sin \gamma \quad (3-68)$$

$e_{4z}^{(0)} \sim e_{6z}^{(0)}$ が求まったら、次に $\Phi_5 = [\phi_4, \phi_5, \phi_6]^T$ を求める。まず、

$$e_{5z}^{(0)} = C_1 C_2 C_3 C_{34} C_{d4}(\phi_4) C_{35} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = C_1 C_2 C_3 C_{34} C_{d4}(\phi_4) a_{53} \quad (3-69)$$

より、

$$(C_1 C_2 C_3 C_{34})^{-1} e_{5z}^{(0)} = \begin{bmatrix} e_{5x1} \\ e_{5x2} \\ e_{5x3} \end{bmatrix} = C_{d4}(\phi_4) a_{53} = \begin{bmatrix} a_{513} c \phi_4 - a_{523} s \phi_4 \\ a_{513} s \phi_4 + a_{523} c \phi_4 \\ a_{533} \end{bmatrix} \quad (3-70)$$

従って、

$$c \phi_4 = \frac{a_{513} e_{5x1} + a_{523} e_{5x2}}{a_{513} + a_{523}}, \quad s \phi_4 = \frac{a_{513} e_{5x2} - a_{523} e_{5x1}}{a_{513} + a_{523}} \quad (3-71)$$

同様にして

$$(C_1 C_2 C_3 C_4 C_{35})^{-1} e_{6z}^{(0)} = \begin{bmatrix} e_{6x1} \\ e_{6x2} \\ e_{6x3} \end{bmatrix} = C_{d5}(\phi_5) a_{63} = \begin{bmatrix} a_{613} c \phi_5 - a_{623} s \phi_5 \\ a_{613} s \phi_5 + a_{623} c \phi_5 \\ a_{633} \end{bmatrix} \quad (3-72)$$

$$c \phi_5 = \frac{a_{613} e_{6x1} + a_{623} e_{6x2}}{a_{613} + a_{623}}, \quad s \phi_5 = \frac{a_{613} e_{6x2} - a_{623} e_{6x1}}{a_{613} + a_{623}} \quad (3-73)$$

ϕ_6 に関しては、

$$e_1^{(0)} = C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 C_{36} C_{d6}(\phi_6) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-74)$$

従って

$$(C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 C_{36})^{-1} e_1^{(0)} = \begin{bmatrix} e_{6x1} \\ e_{6x2} \\ e_{6x3} \end{bmatrix} = C_{d6}(\phi_6) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \phi_6 \\ s \phi_6 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-75)$$

よって、

$$c \phi_6 = e_{6x1}, \quad s \phi_6 = e_{6x2} \quad (3-76)$$

以上のようにして、姿勢の逆運動学の解 $\Phi_E = [\phi_4, \phi_5, \phi_6]^T$ を解析的に求めることができる。式 (3-65) からわかるように、2組の解が同時に得られる。

3. 4. 4 位置および姿勢の逆運動学の反復手続き

式 (3-21) のように、位置の逆運動学では先端に近い3自由度の関節変位 Φ_E を一定としたときに与えられたワークの位置 $\overline{r_w}$ を実現するベースに近い3自由度の関節変位 Φ_r が得られる。従って、得られた解 Φ_r と Φ_E とから式 (3-19) により求めたワークの姿勢

$$\overline{E_w} = f_E(\Phi_r, \Phi_E) \quad (3-77)$$

は、与えられたワークの姿勢 $\overline{E_w}$ とは異なる。同様に、姿勢の逆運動学では Φ_r を一定としたときに $\overline{E_w}$ を実現する Φ_E が得られる (式 (3-22)) が、得られた解 Φ_E と Φ_r とから式 (3-20) により求めたワークの位置

$$\overline{r_w} = f_r(\Phi_r, \Phi_E) \quad (3-78)$$

は、 $\overline{r_w}$ とは異なる。そこで、両逆運動学を、 $(\overline{r_w}, \overline{E_w})$ が $(\overline{r_w}, \overline{E_w})$ に一致するまで交互に繰り返す。手順を以下に示す。

- 1) $\Phi = [\Phi_r, \Phi_E]$ の初期値を設定する。
- 2) Φ_E を一定として、 $\overline{r_w}$ を実現する Φ_r を位置の逆運動学により求める。
- 3) 式 (3-77) により $\overline{E_w}$ を求める。
- 4) $\overline{E_w}$ と $\overline{E_w}$ の誤差が十分小さければ終了する。そうでなければ5)へいく。
- 5) Φ_r を一定として、 $\overline{E_w}$ を実現する Φ_E を姿勢の逆運動学により求める。
- 6) 式 (3-78) により $\overline{r_w}$ を求める。
- 7) $\overline{r_w}$ と $\overline{r_w}$ の誤差が十分小さければ終了する。そうれなければ2)へいく。

位置および姿勢の逆運動学は、前2節で述べたように解析的に行なわれる。

位置の逆運動学では最大4組の解が、姿勢の逆運動学では最大2組の解が得られる。従って、全体の逆運動学では最大8組の解を同時に得ることができる。

この解法では、回転関節は一回転でき、直動関節は無限に動けるとして解を求めている。しかしながら、実際の関節ではその可動範囲が制限されているので、

得られた有限個の解の組のうち、関節可動範囲を満たすものだけが最終的な逆運動学の解となる。

この解法では、6自由度のうち先端に近い3自由度は全て回転関節としている。しかしながら、先端に近い3つの回転関節が姿勢の逆運動学に使われ、残りの関節が位置の逆運動学に使われるとすれば、6自由度のうち少なくとも3自由度が回転関節のあらゆるロボットに拡張することができる。

3次元空間の任意の位置・姿勢を実現するためには6自由度が必要となるが、目的によっては5自由度以下のロボットも利用されている。本解法は、5自由度以下のロボットに対しても容易に拡張できる。すなわち、自由度が n ($n < 6$) の場合、ロボット先端に $(6-n)$ 個の仮想的な回転関節をつける。ただし、 $l_k^{(k-1)} = 0$ ($k = n+1, \dots, 6$) とする。この仮想的な6自由度ロボットの逆運動学問題を解き、仮想回転関節の関節変位 $|\phi_k| < \varepsilon$ ($k = n+1, \dots, 6$ 、 ε は十分小さな値) となる解だけを、もとの n 自由度ロボットの解とする。なお、7自由度以上のロボットは冗長性を持つことになり、実現可能なワークの位置・姿勢に対して一般に解は無数存在する。

3.5 作動領域[7]

3.5.1 アルゴリズムの概要

作動領域はロボットの重要な性能のひとつであり、その性質の解析や分類、境界を求めるアルゴリズムに関する研究が数多く行なわれてきている^{12)~24)}。

2.2で述べたように、ロボットの基本機構は、腕と手首に分けて考えられる場合が多い。腕はベースに近い3自由度で回転または直動関節からなり、主としてワークを望みの位置に動かすのに用いられる。一方、手首は腕の先についている自由度で回転関節のみからなり、主としてワークを望みの姿勢に動かす働きをする。もちろん、腕の運動と手首の運動は必ずしも独立ではなく、腕の運動はワークの姿勢を変化させるし、手首の運動はワークの位置は変えてしまう。しかしながら、2.5で述べたように、手首の部分のアーム長が短ければワークの位置の変化に対する手首の運動の影響は少なく、従って、手首を固定した状態で腕による作動領域を求めるだけでも設計上は十分だといえる。そこで本研究では、手首、すなわち先端に近い $(n-3)$ 個の関節 $J_4 \sim J_n$ (n は自由度)を固定したときの、腕、すなわちベースに近い3自由度 $J_1 \sim J_3$ による作動領域を求めることにする。従って、ここでいう作動領域とは、ワークの到達し得る位置の集合ということになる。

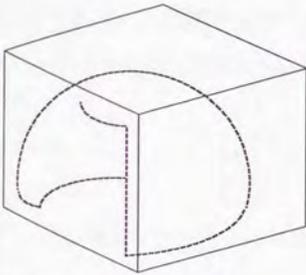
与えられた空間上の点(位置)が作動領域内にあるかどうかは、その点において位置の逆運動学問題が解を持つかどうかで判定できる。3.4で述べた逆運動学問題の解法は、 $J_1 \sim J_3$ による位置の逆運動学だけなら解析的に解けるので計算速度が速い。また、 $J_1 \sim J_3$ のあらゆる関節構成に適用でき、関節の可動範囲も考慮することができる。そこで本研究では、この位置の逆運動学の解法を利用して作動領域の境界を求める方法を開発した。特徴は以下の通りである。

- ①先端に近い $(n-3)$ 個の関節 $J_4 \sim J_n$ を固定したときのベースに近い3自由度 $J_1 \sim J_3$ による作動領域の境界を求める。
- ② $J_1 \sim J_3$ の全ての関節構成(回転、直動関節の8通りの組み合わせがある)に適用できる。
- ③関節の可動範囲も考慮した境界が求められる。
- ④数値解法で、境界上の点の集合が得られる。

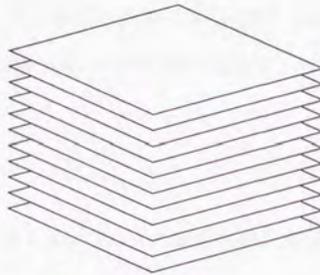
アルゴリズムの概要を、図3-1-1および以下に示す。

- 1) 作動領域を包含する直方体領域を求める。
- 2) 上で求めた直方体領域を、互いに平行な複数の平面で分割する。
- 3) 各平面について、平面上の作動領域の境界を求める。
- 4) 全ての平面上の境界を求めたら、作動領域の境界が得られたことになる。

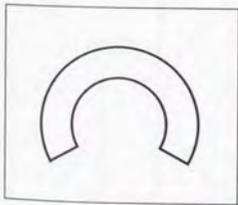
以下では、1)と3)のステップについて説明する。



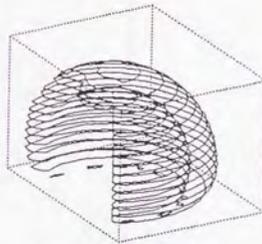
1) 作動領域を包含する直方体領域の算出



2) 平面による直方体領域の分割



3) 平面上の作動領域境界の探索



4) 作動領域境界の完成

図3-1-1 作動領域の境界を求めるアルゴリズムの概要

3.5.2 作動領域を包含する直方体領域の算出

リンク座標系 Σ_k ($k=0,1,\dots,n$) 表示の位置ベクトル $r^{(k)}$ の成分を、

$$r^{(k)} = [r_{k1}, r_{k2}, r_{k3}]^T \quad (3-79)$$

座標変換マトリックス A_{sk} ($k=1,\dots,n$) の成分を

$$A_{sk} = (a_{sij}) \quad (3-80)$$

と表すことにする。また、各関節 J_k ($k=1,\dots,n$) の可動範囲は次式で与えられ
るとする。

$$\phi_{kmin} \leq \phi_k \leq \phi_{kmax} \quad (3-81)$$

まず、図3-12のように Σ_k 上の直方体領域

$$V_k = \left\{ r^{(k)} = [r_{k1}, r_{k2}, r_{k3}]^T : r_{kjmmin} \leq r_{kj} \leq r_{kjmmax}, j=1,2,3 \right\} \quad (3-82)$$

を関節変位 ϕ_k によって動かしたときにできる立体を包含する Σ_{k-1} 表示の直方体
領域 V_{k-1} を求めることを考える。 $r^{(k)}$ の Σ_k から Σ_{k-1} への座標変換は、次式で表
される。

$$\begin{bmatrix} r^{(k-1)} \\ 1 \end{bmatrix} = A_{sk} A_{dk}(\phi_k) \begin{bmatrix} r^{(k)} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3-83)$$

ただし、 A_{dk} は式 (3-9)、(3-10) で与えられる。 V_{k-1} の求め方は、関節 J_k が

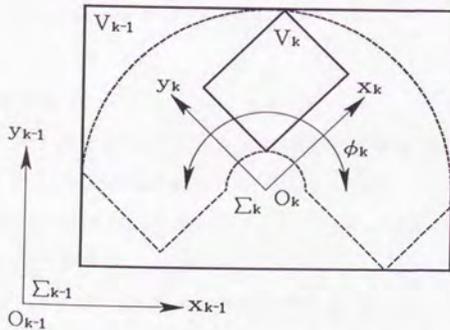


図3-12 作動領域を包含する直方体領域の算出方法

回転関節か直動関節かによって異なる。

1) 回転関節の場合

式(3-83)を展開すると、各成分は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} r^{(k-1)j} &= (a_{kj1}r_{k1} + a_{kj2}r_{k2})\cos\phi_k + (a_{kj2}r_{k1} - a_{kj1}r_{k2})\sin\phi_k + a_{kj3}r_{k3} + a_{kj4} \\ &= D_k \sin(\phi_k + c_k) + a_{kj3}r_{k3} + a_{kj4} \quad (j=1,2,3) \end{aligned} \quad (3-84)$$

ただし、

$$\begin{cases} D_k = \sqrt{(a_{kj1} + a_{kj2})^2 (r_{k1}^2 + r_{k2}^2)} \\ \sin c_k = \left(\frac{a_{kj1}r_{k1} + a_{kj2}r_{k2}}{D_k} \right), \quad \cos c_k = \left(\frac{a_{kj2}r_{k1} - a_{kj1}r_{k2}}{D_k} \right) \end{cases} \quad (3-85)$$

式(3-84)第1項の範囲は、 $(r_{k1}, r_{k2}) = (r_{k1min}, r_{k2min}), (r_{k1min}, r_{k2max}), (r_{k1max}, r_{k2min}), (r_{k1max}, r_{k2max})$ の4つの場合について ϕ_k を $\phi_{kmin} \leq \phi_k \leq \phi_{kmax}$ の範囲で変化させたときの最小値、最大値を求め、それら4つの最小値の中で最も小さいものを h_{k1min} 、4つの最大値の中で最も大きいものを h_{k1max} とすると、

$$h_{k1min} \leq D_k \sin(\phi_k + c_k) \leq h_{k1max} \quad (3-86)$$

となる。第2項の範囲は、 $a_{kj3}r_{k3min}$ と $a_{kj3}r_{k3max}$ の小さい方を h_{k2min} 、大きい方を h_{k2max} とすると、

$$h_{k2min} \leq a_{kj3}r_{k3} \leq h_{k2max} \quad (3-87)$$

となる。従って、 V_{k-1} の各成分の最小値、最大値は

$$\begin{cases} r^{(k-1)jmin} = h_{k1min} + h_{k2min} + a_{kj4} \\ r^{(k-1)jmax} = h_{k1max} + h_{k2max} + a_{kj4} \end{cases} \quad (j=1,2,3) \quad (3-88)$$

で与えられる。

2) 直動関節の場合

同様に式(3-83)を展開すると、各成分は次式で与えられる。

$$r^{(k-1)j} = a_{kj1}(r_{k1} + \phi_k) + a_{kj2}r_{k2} + a_{kj3}r_{k3} + a_{kj4} \quad (j=1,2,3) \quad (3-89)$$

第1項の範囲は、 $a_{kj1}(r_{k1min} + \phi_{kmin})$ と $a_{kj1}(r_{k1max} + \phi_{kmax})$ の小さい方を h_{k1min} 、大きい方を h_{k1max} とすると、

$$h_{k1min} \leq a_{kj1}(r_{k1} + \phi_k) \leq h_{k1max} \quad (3-90)$$

第2項の範囲は、 $a_{kj2}r_{k2min}$ と $a_{kj2}r_{k2max}$ の小さい方を h_{k2min} 、大きい方を h_{k2max} とすると、

$$h_{k2min} \leq a_{kj2} r_{k2} \leq h_{k2max} \quad (3-91)$$

第3項の範囲は、 $a_{kj3} r_{k3min}$ と $a_{kj3} r_{k3max}$ の小さい方を h_{k3min} 、大きい方を h_{k3max} とすると、

$$h_{k3min} \leq a_{kj3} r_{k3} \leq h_{k3max} \quad (3-92)$$

従って、 V_{k-1} の各成分の最小値、最大値は

$$\begin{cases} r_{(k-1)jmin} = h_{k1min} + h_{k2min} + h_{k3min} + a_{kj4} \\ r_{(k-1)jmax} = h_{k1max} + h_{k2max} + h_{k3max} + a_{kj4} \end{cases} \quad (j=1,2,3) \quad (3-93)$$

で与えられる。

ベースに近い $m (\leq n)$ 自由度による作動領域を包含する直方体領域は、以下のようして求められる。

1) Σ_m から見たワークの位置 $r_w^{(m)}$ を次式により求める。

$$\begin{bmatrix} r_w^{(m)} \\ 1 \end{bmatrix} = A_{m+1} \cdots A_n A_{n+1} \begin{bmatrix} r_w^{(F)} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3-94)$$

ここで、 $J_{m+1} \sim J_n$ を固定すると $A_{m+1} \sim A_n$ は定数マトリックスとなるので、 $r_w^{(m)}$ は定数ベクトルである。

2) V_m の範囲を次式とする。

$$r_{mjmin} = r_{mjmax} = r_{wmj} \quad (j=1,2,3) \quad (3-95)$$

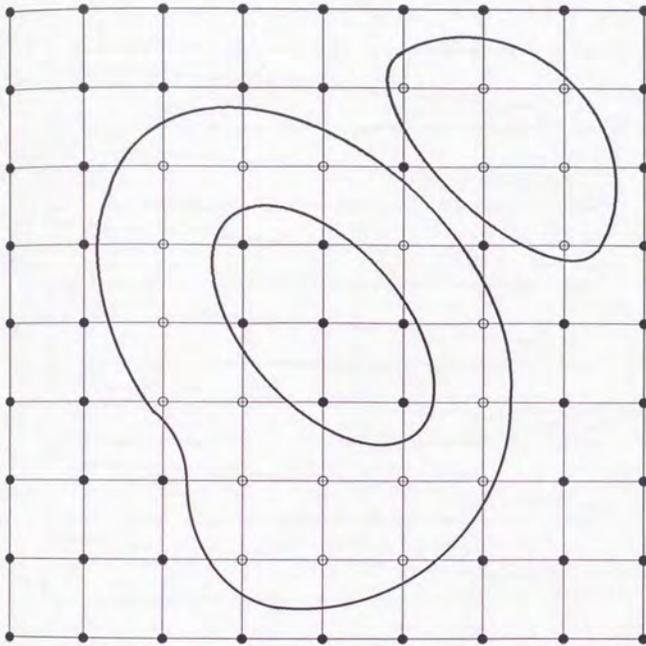
3) 先に述べた V_k から V_{k-1} への変換を、 $k=m, m-1, \dots, 1$ の順に行なう。

4) 得られた V_0 の境界上での探索ミスを防ぐためにこれを少し拡大し、求める直方体領域とする。

3. 5. 3 平面上の作動領域境界の探索

前項で求めた直方体領域を互いに平行な複数の平面で分割し、各平面上の作動領域の境界を以下のようにして求める。

[1] 図3-13のように平面を格子状に分割し、各格子点で位置の逆運動学問題を解いてその点が作動領域内にあるかを調べる。以下、作動領域内の点を内点、作動領域外の点を外点と呼ぶ。



—— 作動領域の境界

○ 内点 (作動領域内の点)
● 外点 (作動領域外の点)

図3-13 格子点が内点か外点かを調べる

- [2] 図3-14のように、左下から右上に向かって、分割されたマス目を作動領域の境界が横切っているかを調べる。境界が横切っているかどうかは、マス目の4頂点が内点か外点かによって判定する。すなわち、
- ① 4頂点が全て外点ならば、マス目は作動領域外にある
 - ② 4頂点が全て内点ならば、マス目は作動領域内にある
 - ③ 4頂点に内点と外点が混在すれば、マス目を境界が横切っている境界が発見されたら (図3-14のマス目3)、[3]へ移る。

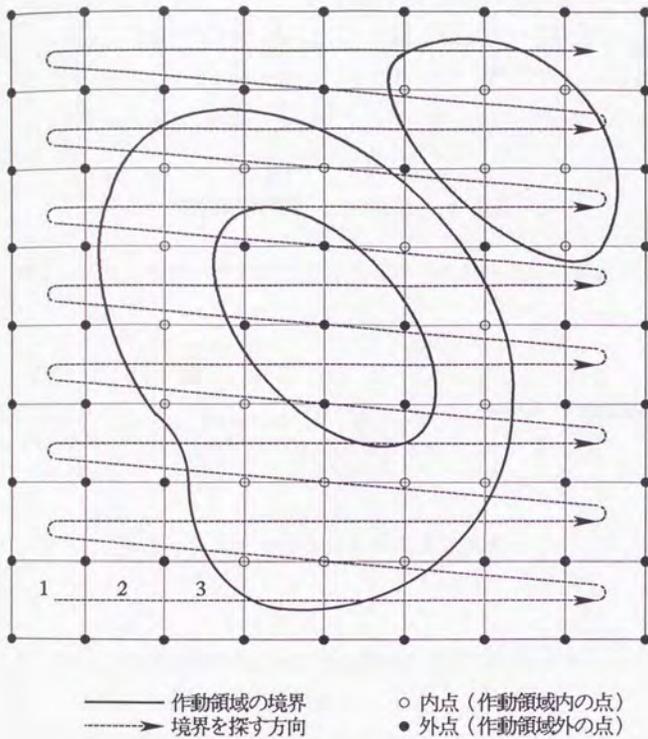


図 3-14 境界を探す

[3] 境界の進む方向を作動領域内を左手に見る方向と定義すると、図 3-15 のように注目するマス目の下のマス目から進んできた境界が、左、上、右のどのマス目に進んで行くかは、マス目の 4 頂点の内点の組み合わせからわかる。また、マス目の辺（格子）と境界との交点は以下の方法で求められる（図 3-16）。

- 1) 内点を r_i 、外点を r_o と表す。
- 2) r_i と r_o の中点を r_m とする。
- 3) $|r_i - r_o| < \varepsilon$ (ε は十分小さな値) ならば 5)へ、そうでなければ 4)

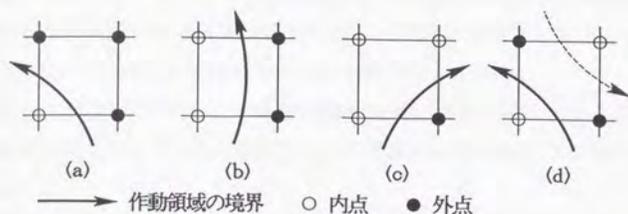


図3-15 境界の進む方向とマス目の4頂点の内外点の組み合わせ

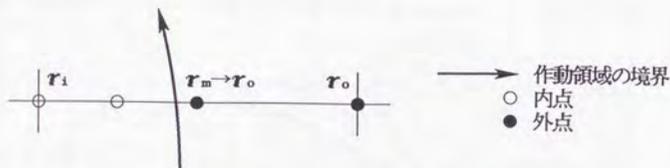


図3-16 境界と格子の交点の求め方

へいく。

4) r_m が作動領域内にあるかを調べ、内点ならば $r_i = r_m$ 、外点ならば $r_o = r_m$ とおいて2)へ戻る。

5) r_m を境界上の点とする。

そこで、境界に沿ってマス目を追跡しながら(図3-17のマス目3~24)格子と境界との交点を順に求めていき、追跡を開始したマス目にたどりついたらひとつの境界上の点列が求まる。

[4] ひとつの境界が求まったら[2]へ戻り、次の境界を探す(図3-18のマス目25~33)。ただし、境界が横切っているかを既に調べたマス目は飛ばす。図3-15(d)のパターンのマス目は2つの境界が横切っているので、2度調べたら飛ばすようにする。

[5] [2] から [4] を全てのマス目を調べるまで繰り返す。

この方法では、

①格子と交差していない作動領域の境界は発見できないので、図3-19(a)

のようにひとつのマスキに完全に含まれている境界は発見できない。

②隣あう格子点間に境界は2つ以上存在しないことを仮定しているので、
図3-19(b)のような場合は正しい境界が得られない。

③図3-15(d)のパターンの場合に境界の進む方向を図のように仮定している
ので、図3-19(c)の実線のような境界は、破線のような境界として求
められる。

といった誤りが起こり得る。こうした誤りは、格子点の分割を細かくすれば解消
される。しかしながら、分割を細かくすると、当然計算時間は増加する。

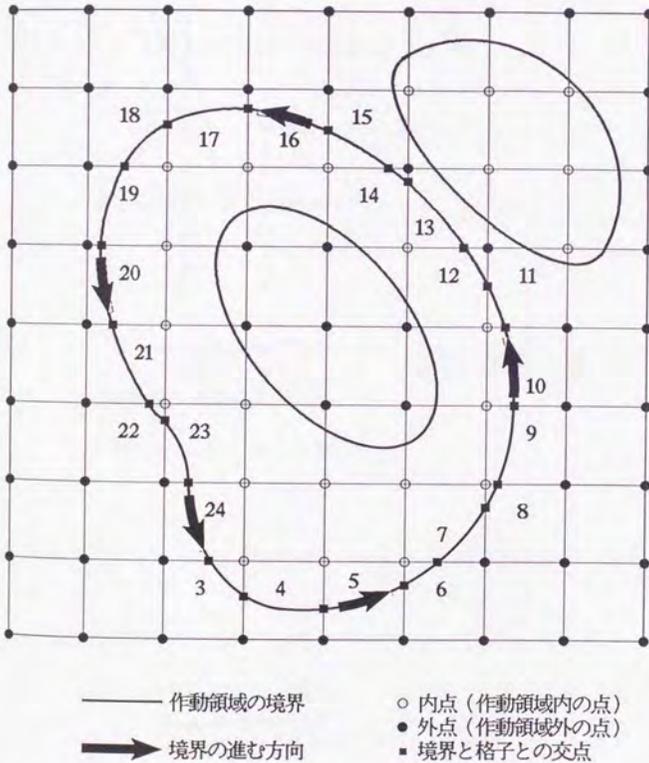


図3-17 境界に沿った探索によりひとつの境界上の点列を求める

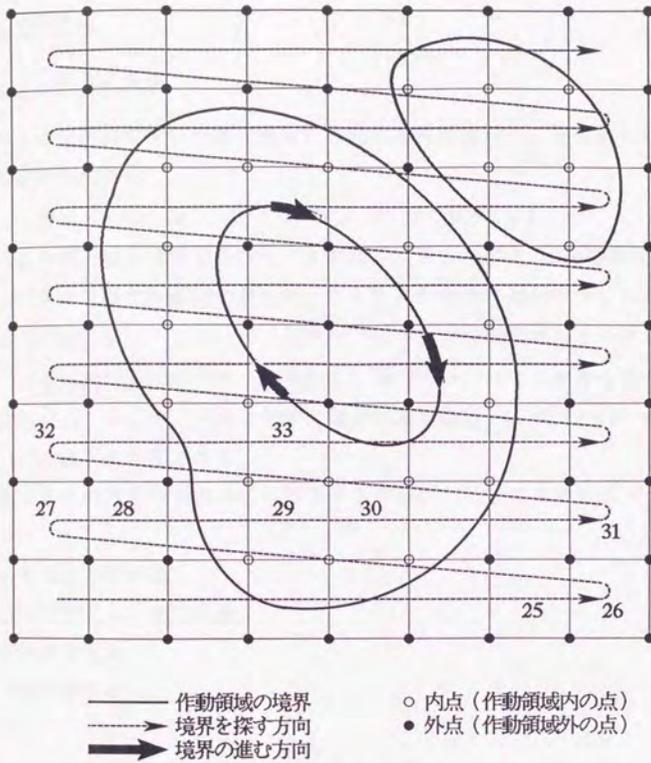


図 3-18 次の境界を探す

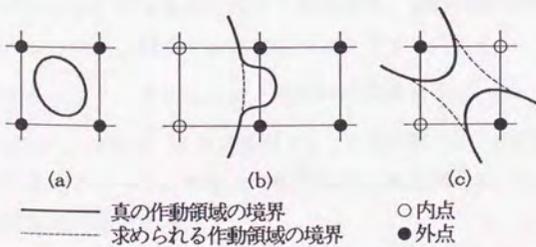


図 3-19 誤った作動領域の境界が得られる例

3.6 軌道生成

3.6.1 軌道の種類

ロボットの時間的空間的軌跡を軌道、空間的軌跡のみを径路という。各関節変位の時間的变化

$$\Phi = \Phi(t), \quad \dot{\Phi} = \dot{\Phi}(t), \quad \ddot{\Phi} = \ddot{\Phi}(t) \quad (0 \leq t \leq t_f) \quad (3-96)$$

が与えられれば、軌道は決定されたことになる。ここで、 t_f は終端時刻を表す。本章および次章にあげた各種の解析は、与えられた軌道に対して行なわれる。

軌道の決定は、マン・マシン・インターフェースの問題を含んでいる。式(3-96)の各時刻における $\Phi(t)$ 、 $\dot{\Phi}(t)$ 、 $\ddot{\Phi}(t)$ を、全て人間が入力するのは非常に煩わしい。そこで、人間は簡単な形で軌道を記述し、式(3-96)の詳細はシステムが生成するべきである。

この軌道生成の方法には様々なものがあるが¹⁾³⁾⁴⁾⁵⁾、ここでは以下の4つを用意した。

- ①台形速度曲線軌道
- ②3次スプライン補間軌道
- ③直線補間軌道
- ④円弧補間軌道

3.6.2 台形速度曲線軌道

各関節変位 ϕ_k ($k=1, \dots, n$ 、 n は自由度)が、始点 ϕ_{k0} から終点 ϕ_{kf} まで図3-20に示す台形速度曲線に変化する軌道を、台形速度曲線軌道と呼ぶことにする。ただし、始点、終点での速度はゼロとする。

軌道生成のためのデータとしては、始点の関節変位 $\Phi_0 = [\phi_{10}, \dots, \phi_{n0}]^T$ 、終点の関節変位 $\Phi_f = [\phi_{1f}, \dots, \phi_{nf}]^T$ 、加速時間 t_a 、定速時間 t_c 、減速時間 t_d が与えられる。始点、終点がワークの位置と姿勢で与えられた場合は、3.4の逆運動学を用いて関節変位に変換する。

ϕ_k と $\dot{\phi}_k$ が連続とすると、 ϕ_k 、 $\dot{\phi}_k$ 、 $\ddot{\phi}_k$ は次式となる。

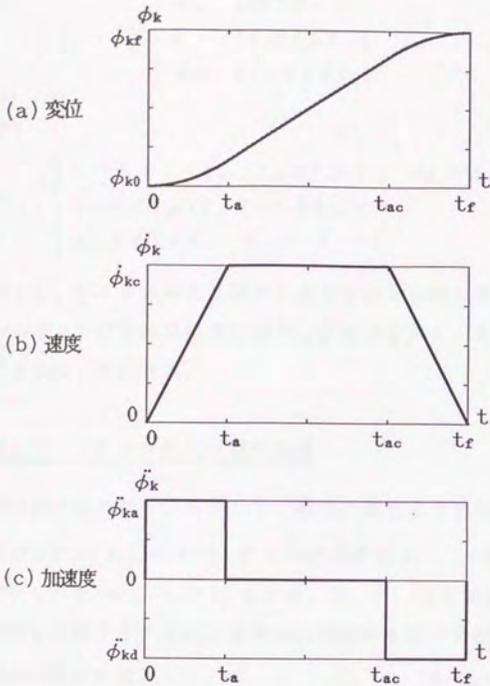


図 3-20 台形速度曲線軌道

$$\phi_k(t) = \begin{cases} \phi_{ka}'' t^2 / 2 & (0 \leq t \leq t_a) \\ \phi_{ka}'' t_a^2 / 2 + \phi_{kc}' (t - t_a) & (t_a \leq t \leq t_{ac}) \\ \Delta \phi_k + \phi_{kd}'' (t_f - t)^2 / 2 & (t_{ac} \leq t \leq t_f) \end{cases} \quad (3-97)$$

$$\dot{\phi}_k(t) = \begin{cases} \phi_{ka}'' t & (0 \leq t \leq t_a) \\ \phi_{kc}' & (t_a \leq t \leq t_{ac}) \\ \phi_{kd}'' (t - t_f) & (t_{ac} \leq t \leq t_f) \end{cases} \quad (3-98)$$

$$\ddot{\phi}_k(t) = \begin{cases} \ddot{\phi}_{ka} & (0 \leq t \leq t_a) \\ 0 & (t_a \leq t \leq t_{ac}) \\ \ddot{\phi}_{kd} & (t_{ac} \leq t \leq t_f) \end{cases} \quad (3-99)$$

ここで、

$$\begin{cases} t_f = t_a + t_c + t_d, & t_{ac} = t_a + t_c, & \Delta\phi_k = \phi_{kf} - \phi_{k0} \\ \dot{\phi}_{kc} = \Delta\phi_k / (t_a/2 + t_c + t_d/2) & & \\ \ddot{\phi}_{ka} = \dot{\phi}_{kc} / t_a, & \ddot{\phi}_{kd} = -\dot{\phi}_{kc} / t_d & \end{cases} \quad (3-100)$$

このとき、ワークは始点と終点においてのみ指定した位置と姿勢をとり、その間ではロボット固有の運動学に依存した軌道を描く。従って、台形速度曲線軌道はPTP軌道を生成する。

3.6.3 3次スプライン補間軌道

軌道生成のためのデータとして、始点、終点を含めた $N+1$ ($N \geq 1$)個の通過点の関節変位 $\Phi_i = [\phi_{i1}, \dots, \phi_{in}]^T$ とその通過時刻 t_i ($i=0, \dots, N$)が与えられたとする。ただし、 $t_0=0$ 、 $t_N=t_f$ である。3.6.2の場合と同様に、通過点がワークの位置と姿勢で与えられた場合は逆運動学を用いて関節変位に変換する。

各関節変位の軌道 $\phi_k(t)$ 、 $\dot{\phi}_k(t)$ 、 $\ddot{\phi}_k(t)$ ($k=1, \dots, n$ 、 $0 \leq t \leq t_f$)は、全通過点 (t_i, ϕ_{ki}) を通る3次スプライン補間²⁵⁾によって生成される。ただし、始点、終点での速度はゼロとする。このとき、図3-21のように通過点で速度、加速度は連続となる。

生成された各関節変位の軌道は指定された通過時刻に通過点を通るので、ロボットは全ての通過点において指定されたワークの位置、姿勢をとるように運動する。しかしながら、3.6.2の場合と同様に通過点間でのワークの軌道はロボット固有の運動学に依存した形となる。通過点の数を多くし通過点間の距離を短くすれば、一種のCP軌道となる。

3.6.4 直線補間軌道

ワークが与えられた始点、終点間を直線運動するのが、直線補間軌道である。

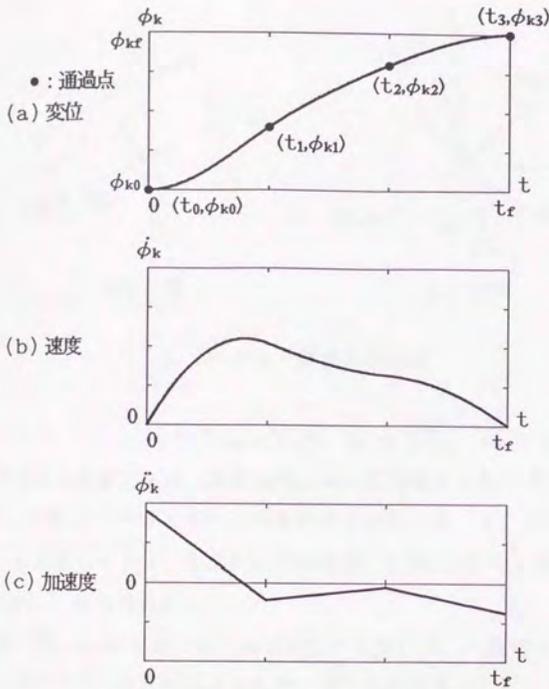


図 3-2 1 3 次スプライン補間軌道

そのためまず、空間上でのワークの位置の軌道 $\overline{r_w}(t)$ と姿勢の軌道 $\overline{E_w}(t)$ ($0 \leq t \leq t_f$) を生成する。

図 3-2 2 (a) のように、ワークの始点と終点の位置をそれぞれ $\overline{r_{w0}}$ 、 $\overline{r_{wf}}$ とすると、始点と終点を結ぶ直線上の位置 $\overline{r_w}$ は、直線に沿って始点から測った距離 l をパラメータとして表せる。

$$\overline{r_w}(l) = \overline{r_{w0}} + l d_w \quad (0 \leq l \leq l_f) \quad (3-101)$$

ここで、 l_f は始点、終点間の距離、 d_w は始点から見た終点の単位方向ベクトルで、次式で与えられる。

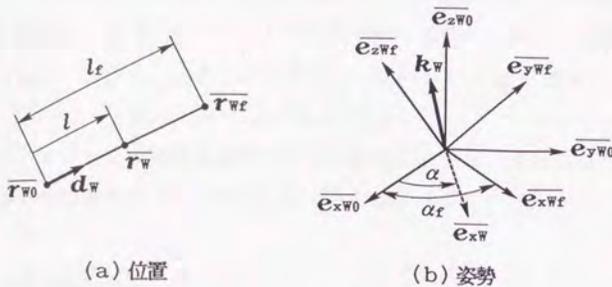


図 3-22 直線補間軌道

$$l_f = |\bar{r}_{wf} - \bar{r}_{w0}|, \quad d_w = (\bar{r}_{wf} - \bar{r}_{w0}) / l_f \quad (3-102)$$

ワークはこの直線上を台形速度曲線に従って運動するのが適当である⁴⁾。従って、 $t=0$ で $l=0$ 、 $t=t_f$ で $l=l_f$ の条件のもとに、3. 6. 2に示した台形速度曲線を l に適用して $l(t)$ を求め、これを式(3-101)に代入すれば、 $\bar{r}_w(t)$ ($0 \leq t \leq t_f$)が得られる。

一方、 $\bar{E}_w(t)$ の生成には1軸回転法³⁾を用いる。一般に2つの姿勢 E_0 、 E_1 が与えられたとき、ある固定された軸の回りに回転することにより、 E_0 を E_1 に動かすことができる。この回転軸を表す単位ベクトルを $k=[k_x, k_y, k_z]^T$ 、回転角を α 、 E_0 に対する E_1 の姿勢の回転行列を $C(k, \alpha)$ とすると、次の関係式が成り立つ。

$$C(k, \alpha) = \begin{bmatrix} k_x^2 V_a + C_a & k_x k_y V_a - k_x S_a & k_x k_z V_a + k_y S_a \\ k_x k_y V_a + k_x S_a & k_y^2 V_a + C_a & k_y k_z V_a - k_x S_a \\ k_x k_z V_a - k_y S_a & k_y k_z V_a + k_x S_a & k_z^2 V_a + C_a \end{bmatrix} \quad (3-103)$$

ただし、

$$C_a = \cos \alpha, \quad S_a = \sin \alpha, \quad V_a = 1 - C_a \quad (3-104)$$

図3-22(b)のように、ワークの始点と終点の姿勢 \bar{E}_{w0} 、 \bar{E}_{wf} が与えられたら、 \bar{E}_{w0} から \bar{E}_{wf} への回転軸ベクトル k_w および総回転角 α_f を求め、 k_w の回りに回転

角 $\alpha=0$ から $\alpha=\alpha_f$ まで変化する軌道として $\overline{E}_w(t)$ を生成する。すなわち、位置の場合と同様に、 $t=0$ で $\alpha=0$ 、 $t=t_f$ で $\alpha=\alpha_f$ の条件のもとに台形速度曲線を適用して $\alpha(t)$ を求め、次式により $\overline{E}_w(t)$ ($0 \leq t \leq t_f$) を計算する。

$$\overline{E}_w(t) = \overline{E}_{w0} C(k_f, \alpha(t)) \quad (3-105)$$

空間上でのワークの位置と姿勢の軌道が生成されたら、それらを逆運動学を用いて関節変位の軌道 $\Phi(t)$ ($0 \leq t \leq t_f$) に変換する。

3. 6. 5 円弧補間軌道

ワークが、与えられた始点、1つの通過点、終点を通る円弧上を運動するのが円弧補間軌道である。

図3-23(a)のように、ワークの始点、通過点、終点の位置をそれぞれ \overline{r}_{w0} 、 \overline{r}_{wm} 、 \overline{r}_{wf} とする。円弧の中心位置を \overline{r}_c とすると、 \overline{r}_c は \overline{r}_{w0} 、 \overline{r}_{wm} 、 \overline{r}_{wf} を通る平面上にあるので、未知数 a と b を用いて次式のように表せる。

$$\overline{r}_c = a \overline{v}_{0m} + b \overline{v}_{mf} + \overline{r}_{w0} \quad (3-106)$$

ここで、

$$\overline{v}_{0m} = \overline{r}_{wm} - \overline{r}_{w0}, \quad \overline{v}_{mf} = \overline{r}_{wf} - \overline{r}_{wm} \quad (3-107)$$

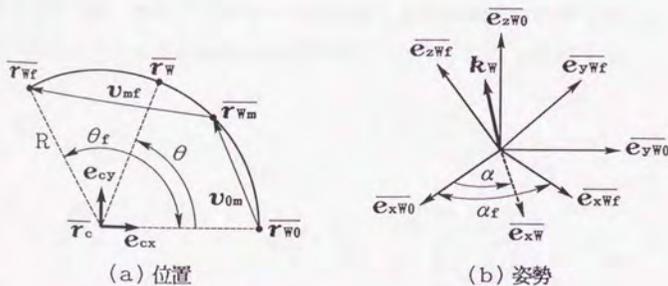


図3-23 円弧補間軌道

また、 $\overline{r_c}$ は線分 $\overline{r_{w0}} \overline{r_{wm}}$ の垂直 2 等分線と線分 $\overline{r_{wm}} \overline{r_{wf}}$ の垂直 2 等分線の交点だから、次式が成り立つ。

$$\left(\overline{r_c} - \frac{\overline{r_{w0}} + \overline{r_{wm}}}{2} \right)^T \cdot \mathbf{v}_{0m} = 0, \quad \left(\overline{r_c} - \frac{\overline{r_{wm}} + \overline{r_{wf}}}{2} \right)^T \cdot \mathbf{v}_{mf} = 0 \quad (3-108)$$

式 (3-108) に (3-106) を代入して整理すると次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{0m}^T \cdot \mathbf{v}_{0m} & \mathbf{v}_{0m}^T \cdot \mathbf{v}_{mf} \\ \mathbf{v}_{mf}^T \cdot \mathbf{v}_{0m} & \mathbf{v}_{mf}^T \cdot \mathbf{v}_{mf} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} |\overline{r_{wm}}|^2 - |\overline{r_{w0}}|^2 \\ |\overline{r_{wf}}|^2 - |\overline{r_{wm}}|^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{0m}^T \\ \mathbf{v}_{mf}^T \end{bmatrix} \overline{r_{w0}} \quad (3-109)$$

上式を解いて a と b を求め式 (3-106) に代入すれば、 $\overline{r_c}$ が得られる。その結果、円弧の半径 R および $\overline{r_{w0}}$ から $\overline{r_{wf}}$ までの回転角 θ_f が求められる。

$$R = |\overline{r_{w0}} - \overline{r_c}|, \quad \theta_f = \cos^{-1} \left(\frac{2R^2 - |\overline{r_{wf}} - \overline{r_{w0}}|^2}{2R^2} \right) \quad (3-110)$$

始点から θ ($0 \leq \theta \leq \theta_f$) だけ回転した位置 $\overline{r_w}$ は、次式で与えられる。

$$\overline{r_w}(\theta) = R \cos \theta e_{cx} + R \sin \theta e_{cy} + \overline{r_c} \quad (3-111)$$

ここで、 e_{cx} と e_{cy} は図 3-23 (a) に示す単位ベクトルで、次式で求められる。

$$e_{cx} = \frac{\overline{r_{w0}} - \overline{r_c}}{R}, \quad e_{cy} = \frac{\mathbf{v}_{0m} \times \mathbf{v}_{mf}}{|\mathbf{v}_{0m} \times \mathbf{v}_{mf}|}, \quad e_{cy} = e_{cx} \times e_{cx} \quad (3-112)$$

直線補間軌道の場合と同様に、 $t=0$ で $\theta=0$ 、 $t=t_f$ で $\theta=\theta_f$ の条件のもとに、台形速度曲線を適用して $\theta(t)$ を求め、これを式 (3-111) に代入すれば、

$\overline{r_w}(t)$ ($0 \leq t \leq t_f$) が得られる。 $\overline{E_w}(t)$ の生成には、直線補間軌道と同じ 1 軸回転法を用いる。空間上でのワークの位置と姿勢の軌道が生成されたら、それらを逆運動学を用いて関節変位の軌道 $\Phi(t)$ ($0 \leq t \leq t_f$) に変換する。

3.7 速度加速度解析

図3-24のように、各関節変位 Φ および $\dot{\Phi}$ 、 $\ddot{\Phi}$ が与えられたとき、ワークの速度 v_w 、加速度 a_w 、角速度 ω_w 、角加速度 α_w を求めることを、速度加速度解析と呼ぶことにする。

Luhらは、Newton-Eulerの定式化に基づく逆動力学の効率よい計算法を考案した²⁶⁾。この方法では、その前半部分において各リンクの速度、加速度等を計算する。そこで、これを利用してワークの速度、加速度等を求めることができる。アルゴリズムを以下に示す。

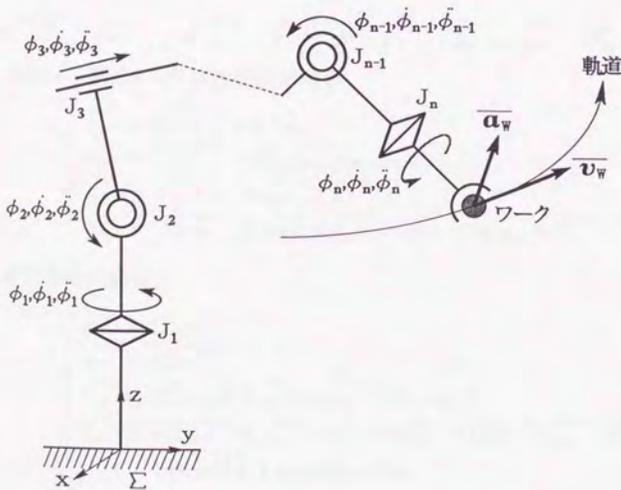


図3-24 速度加速度解析

この方法では、ベースから先端のリンクに向かって、リンクの速度、加速度等に関する漸化式をたて、それらを順に計算することにより、各リンクおよびワークの速度、加速度等を求める。以下では、リンク座標系 Σ_k ($k=0,1,\dots,n$ 、 n は自由度)およびフランジ座標系 Σ_{n+1} 原点の速度、加速度、角速度、角加速度をそれぞれ v_k 、 a_k 、 ω_k 、 α_k と表すことにする。その他の記号は3.2で定義したとおりである。 $r_w^{(n)}$ は Σ_n から見たワークの位置で、次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} r_w^{(n)} \\ 1 \end{bmatrix} = A_{n+1} \begin{bmatrix} r_w^{(P)} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3-113)$$

また、 e_x 、 e_z はそれぞれ x 軸、 z 軸方向単位ベクトルを表す。

$$e_x = [1, 0, 0]^T, \quad e_z = [0, 0, 1]^T \quad (3-114)$$

1) リンク B_0 はベースに固定されているので、

$$\omega_0^{(0)} = a_0^{(0)} = v_0^{(0)} = \alpha_0^{(0)} = 0 \quad (3-115)$$

である。

2) $v_{k-1}^{(k-1)}$ 、 $a_{k-1}^{(k-1)}$ 、 $\omega_{k-1}^{(k-1)}$ 、 $\alpha_{k-1}^{(k-1)}$ から $v_k^{(k)}$ 、 $a_k^{(k)}$ 、 $\omega_k^{(k)}$ 、 $\alpha_k^{(k)}$ を求める漸化式は、関節 J_k が回転関節の場合

$$\begin{cases} \omega_k^{(k)} = C_k^T \omega_{k-1}^{(k-1)} + e_z \dot{\phi}_k \\ \alpha_k^{(k)} = C_k^T \alpha_{k-1}^{(k-1)} + C_k^T \omega_{k-1}^{(k-1)} \times e_z \dot{\phi}_k + e_z \ddot{\phi}_k \\ v_k^{(k)} = C_k^T [v_{k-1}^{(k-1)} + \omega_{k-1}^{(k-1)} \times l_k^{(k-1)}] \\ a_k^{(k)} = C_k^T [a_{k-1}^{(k-1)} + \alpha_{k-1}^{(k-1)} \times l_k^{(k-1)} + \omega_{k-1}^{(k-1)} \times (\omega_{k-1}^{(k-1)} \times l_k^{(k-1)})] \end{cases} \quad (3-116)$$

直動関節の場合、

$$\begin{cases} \omega_k^{(k)} = C_k^T \omega_{k-1}^{(k-1)} \\ \alpha_k^{(k)} = C_k^T \alpha_{k-1}^{(k-1)} \\ v_k^{(k)} = C_k^T [v_{k-1}^{(k-1)} + \omega_{k-1}^{(k-1)} \times l_k^{(k-1)}] + e_x \dot{\phi}_k \\ a_k^{(k)} = C_k^T [a_{k-1}^{(k-1)} + \alpha_{k-1}^{(k-1)} \times l_k^{(k-1)} + \omega_{k-1}^{(k-1)} \times (\omega_{k-1}^{(k-1)} \times l_k^{(k-1)})] \\ \quad + 2C_k^T \omega_{k-1}^{(k-1)} \times e_x \dot{\phi}_k + e_x \ddot{\phi}_k \end{cases} \quad (3-117)$$

となる。上記の漸化式を $k=1,\dots,n$ まで順に計算する。

3) $v_{n+1}^{(n+1)}$ 、 $a_{n+1}^{(n+1)}$ 、 $\omega_{n+1}^{(n+1)}$ 、 $\alpha_{n+1}^{(n+1)}$ を次式で計算する。

$$\begin{cases} \omega_{n+1}^{(n+1)} = C_{n+1}^T \omega_n^{(n)} \\ \alpha_{n+1}^{(n+1)} = C_{n+1}^T \alpha_n^{(n)} \\ v_{n+1}^{(n+1)} = C_{n+1}^T [v_n^{(n)} + \omega_n^{(n)} \times l_{n+1}^{(n)}] \\ a_{n+1}^{(n+1)} = C_{n+1}^T [a_n^{(n)} + \alpha_n^{(n)} \times l_{n+1}^{(n)} + \omega_n^{(n)} \times (\omega_n^{(n)} \times l_{n+1}^{(n)})] \end{cases} \quad (3-118)$$

4) ワークの速度、加速度等は、3)と同様にして Σ_n 表示のものを求め、

$$\begin{cases} \omega_w^{(n)} = \omega_n^{(n)} \\ \alpha_w^{(n)} = \alpha_n^{(n)} \\ v_w^{(n)} = v_n^{(n)} + \omega_n^{(n)} \times r_w^{(n)} \\ a_w^{(n)} = a_n^{(n)} + \alpha_n^{(n)} \times r_w^{(n)} + \omega_n^{(n)} \times (\omega_n^{(n)} \times r_w^{(n)}) \end{cases} \quad (3-119)$$

次式により全体座標系表示に変換する。

$$\begin{cases} \overline{\omega}_w = C_0 C_1 \cdots C_n \omega_w^{(n)} \\ \overline{\alpha}_w = C_0 C_1 \cdots C_n \alpha_w^{(n)} \\ \overline{v}_w = C_0 C_1 \cdots C_n v_w^{(n)} \\ \overline{a}_w = C_0 C_1 \cdots C_n a_w^{(n)} \end{cases} \quad (3-120)$$

3.8 有効自由度 [10]

3.8.1 CP経路における有効自由度

2.5では、目標経路に対する基本機構の適性を評価する指標として、ロボットが経路に沿って運動する際に同時に動かす自由度数を表す有効自由度という概念を新たに提案した。ここでは、有効自由度の定義とその性質について述べる。

まず、有効自由度の概念の基礎となるCP経路における有効自由度について説明する。

図3-25のように、CP経路は空間上のワークの軌跡として与えられるが、これは逆運動学により関節変位空間上の曲線に写像される。従って、CP経路に沿って始点から測ったワークの移動距離を u とすると、3.6の軌道の式

(3-96)と同様に、CP経路は u をパラメータとする各関節変位の変化として表される。すなわち、

$$\Phi = \Phi(u) \quad (0 \leq u \leq u_f) \quad (3-121)$$

ただし、 u_f は経路の全長である。 u に関する詳細な議論は後で述べるとして、ここでは簡単のために距離としておく。

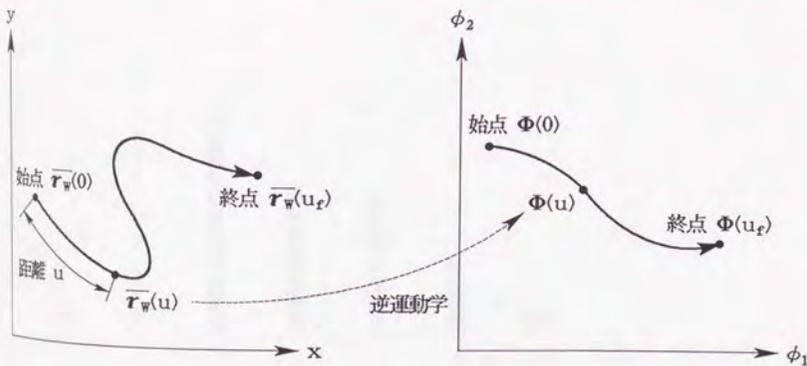


図3-25 CP経路

有効自由度は、ロボットを経路に沿って動かす際に、同時に動かす関節の数を表すものである。そこでまず、経路上の点 $\Phi(u)$ において各関節をどのくらい動かしているかを求めるために、経路の微小移動距離 du に対する各関節変位 ϕ_k の変化量 $d\phi_k$ の大きさ θ_k ($k=1, \dots, n$ 、 n は自由度)を考える。

$$\theta_k(u) = \left| \frac{d\phi_k(u)}{du} \right| \quad (3-122)$$

定義から明らかなように、 $\theta_k=0$ ならばその関節は止まっており、 θ_k が大きい関節ほど大きく動いていることになる。

次に、図3-26のように θ_k を大きい順に並べ換えたものを $\theta_{\sigma k}$ とし、 $\theta_{\sigma k}$ を重みとする k の加重平均を n_σ とする。

$$n_\sigma(u) = \frac{\sum_{k=1}^n (\theta_{\sigma k} \cdot k)}{\sum_{k=1}^n \theta_{\sigma k}} \quad (3-123)$$

$\theta_{\sigma k}$ が大きい順に並んでいるために、 n_σ は同時に動かしている関節の数が多いほど大きく、また同数の関節を動かしている場合でも各関節変位の変化量が等しいほど大きくなる。従って、 n_σ は経路上の点 $\Phi(u)$ において使われている自由度数に対応した評価量となっている。ところで、 j 個の関節が同じ変化量 θ_c で動き、

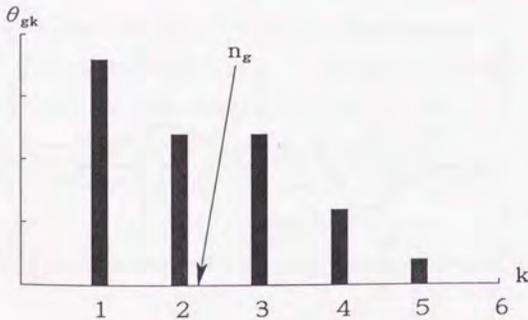


図3-26 n_σ の定義

残りの $(n-j)$ 個の関節が止まっている場合、

$$n_o = \frac{\left(\sum_{k=1}^j k\right) \cdot \theta_c}{j \cdot \theta_c} = \frac{j+1}{2} \quad (3-124)$$

となる。このことから、

$$n_e(u) = 2 \cdot n_o(u) - 1 \quad (3-125)$$

によって定義される n_e を考え、これを u における有効自由度と呼ぶことにする。

n_e は、 n_o と同様に各関節変位の変化量の比に基づいて使われている自由度数を評価するもので、 j 個の関節が同量づつ動き残りの関節が止まっている場合に $n_o = j$ となるように、 n_o を一次変換したものである。

以上述べてきた θ_k 、 $\theta_{o,k}$ ($k=1, \dots, n$)、 n_o 、 n_e は全て u の関数となっており、経路を進むに伴って変化する。そこで、図 3-27 のように $0 \leq u \leq u_f$ における n_e の平均 \bar{n}_e を、CP 経路における平均有効自由度と呼ぶ。

$$\bar{n}_e = \frac{\int_0^{u_f} n_e(u) du}{u_f} \quad (3-126)$$

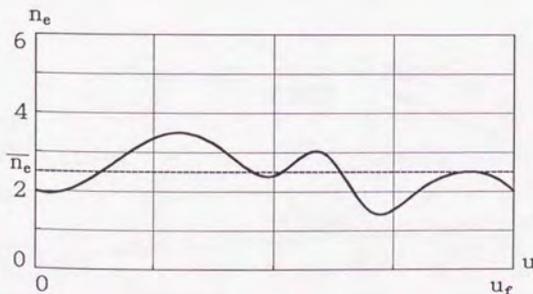


図 3-27 平均有効自由度

3. 8. 2 PTP経路における有効自由度

前項ではCP経路における有効自由度について述べたが、ここではそれをPTP経路に拡張する。

PTP経路の場合、始点と終点の位置、姿勢が与えられるだけでその間どのような径路を通っても良いので、経路に沿ったワークの移動距離 u を考えることができない。また、関節が同期して動く必要がないので、径路上のある点において各関節をどのくらいずつ動かしているかよりも、始点から終点までの各関節変位の総変化量が問題となる。そこで、式(3-122)の代わりに、図3-28に示す始点、終点間の距離 u_f に対する関節変位 ϕ_k の総変化量の大きさを θ_k とする。

$$\theta_k = \left| \frac{\phi_{kf} - \phi_{k0}}{u_f} \right| \quad (3-127)$$

ここで、 ϕ_{k0} 、 ϕ_{kf} はそれぞれ始点、終点における ϕ_k である。

CP経路の場合、 θ_k は u の関数として与えられる。そこでPTP経路の場合も、形式上 $u \in [0, u_f]$ において θ_k が式(3-127)の一定値を取ることにすれば、CP経路の場合と同様にして u における θ_{ok} 、 n_o および有効自由度 n_o を求めることができる。ただし、PTP経路における $u \in (0, u_f)$ はCP経路の場合のように経

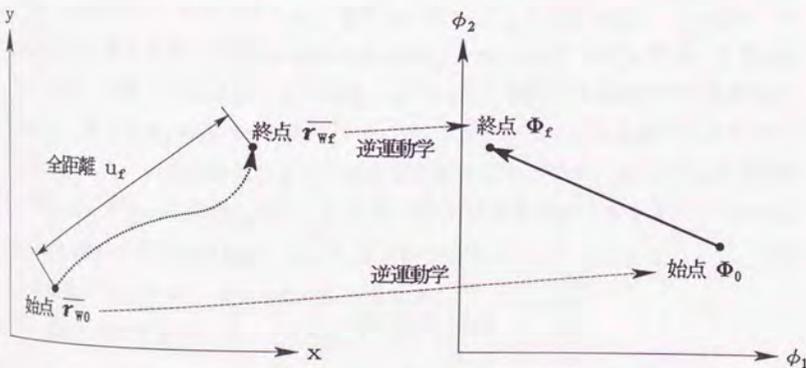


図3-28 PTP経路

路に沿って測ったワークの移動距離ではなく、CP経路における有効自由度との整合性を取るために導入したパラメータにすぎない。

このようにして求めた n_e は $0 \leq u \leq u_f$ で一定値を取るのので、PTP経路における平均有効自由度 $\overline{n_e} = n_e$ となる。

3.8.3 作業における有効自由度

目的とする作業には、一般に複数の経路が含まれている。ある作業 W に含まれる経路の数を L 、 l ($l=1, \dots, L$)番目の経路の全距離 u_f を u_{fl} 、平均有効自由度 $\overline{n_e}$ を $\overline{n_{e1}}$ とすると、作業における平均有効自由度 $\overline{n_{ew}}$ は、 u_{fl} を重みとする $\overline{n_{e1}}$ の加重平均

$$\overline{n_{ew}} = \frac{\sum_{l=1}^L (\overline{n_{e1}} \cdot u_{fl})}{\sum_{l=1}^L u_{fl}} \quad (3-128)$$

で与えられるものとする。このとき、CP経路、PTP経路を区別する必要はない。

3.8.4 関節変位の補正

式(3-123)からわかるように、有効自由度 n_e は、式(3-122)、(3-127)で定義される関節変位 ϕ_k の変化量の大きさ θ_k ($k=1, \dots, n$)の比に基づいて使われている自由度数を評価するものである。ところが、関節には回転関節と直動関節があり、両者は ϕ_k の次元が異なるので、 θ_k の大きをそのまま比較することはできない。また、回転関節どうしあるいは直動関節どうしでも、 θ_k の大きを同じ重みで比較して良いとは限らない。そこで、 θ_k の大きを比較できるように ϕ_k または θ_k を補正する必要がある。以下に補正法の例を示す。ただし、 $\hat{\phi}_k$ 、 $\hat{\theta}_k$ はそれぞれ補正された ϕ_k 、 θ_k を表すものとする。

1) ϕ_k を可動範囲の大きで正規化する。

$$\hat{\phi}_k = \frac{\phi_k}{\phi_{kmax} - \phi_{kmin}} \quad (3-129)$$

ただし、 ϕ_k の可動範囲は式(3-81)で与えられる。この場合、 $\hat{\phi}_k$ は無次元量となる。 $\hat{\theta}_k$ は、式(3-122)、(3-127)の ϕ_k を $\hat{\phi}_k$ に置き換えたときの θ_k で与えられる。

2) 直動関節の場合、

$$\hat{\theta}_k = \theta_k \quad (3-130)$$

回転関節の場合、

$$\hat{\theta}_k = R_k \theta_k \quad (3-131)$$

とする。ここで、 R_k は図3-29に示す J_k の回転軸とワークとの距離で、 $\phi_{k+1} \sim \phi_n$ の関数となる。このとき、 $\hat{\theta}_k$ は速度の次元を持つ。

3) 2)の方法で、目標経路または作動領域全体に関してあらかじめ R_k の平均 \bar{R}_k をとり、式(3-131)の代わりに

$$\hat{\theta}_k = \bar{R}_k \theta_k \quad (3-132)$$

を用いる。この場合、 \bar{R}_k は定数となる。

補正法としてはこの他にもいろいろ考えられるが、 θ_k の大小が比較できればどのような方法でもよい。

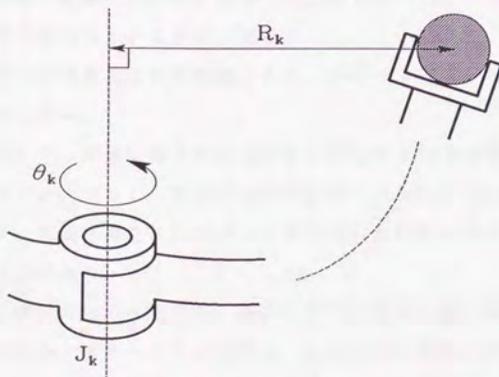


図3-29 関節変位の補正法2)

3. 8. 5 距離に関する考察

以上の議論では u を経路に沿って測ったワークの移動距離としたが、式 (3-123) からわかるように、経路上のある点における n_e および有効自由度 n_e は u の定義によらない。従って、 u は経路を式 (3-121) のように表すパラメータならば何をとりても良いことになる。一方、式 (3-126)、(3-128) からわかるように、平均有効自由度 \bar{n}_e は、 u に関する n_e の平均となっている。従って、 u をワークの移動距離とした場合、暗黙の内に距離が長い経路ほど重要であるとして平均を求めていることになる。

以上のことから、経路を表すパラメータ u は、作業全体に対する各経路の重要性を考慮して決めれば、何をを用いても良いことになる。 u のとり方としては、今まで使ってきたワークの移動距離のほか時間なども考えられる。 u を時間とした場合、 n_e は軌道における有効自由度と呼ぶこともできる。

3. 8. 6 有効自由度の性質

最後に、有効自由度の持ついくつかの性質をまとめておく。

- ①同時に動かしている関節の数が多いほど大きく、また同数の関節を動かしている場合でも各関節変位の変化量が等しいほど大きくなる。
- ②関節の種類に関係ないので、異なった関節構成のロボットを比較できる。
- ③どの関節が使われているかは問題としない。
- ④動かしている関節数だけが問題となり、ロボット自身が持っている自由度とは関係しない。
- ⑤④と関連して、作業に含まれる全経路に対して1つの関節を割り当てるようなロボット（従って、無数の自由度を持つことになる）では1となる。このため、有効自由度とロボット自身が持つ自由度の両方を考えて評価を行なう必要がある。
- ⑥同じ基本機構のロボットでも、経路に対する設置位置の違いによって異なった値を持つ。図3-30の例では、与えられた経路に対して、ロボットをAのように設置すれば常に1なのに対し、B、Cのように設置すると1

より大きくなる。

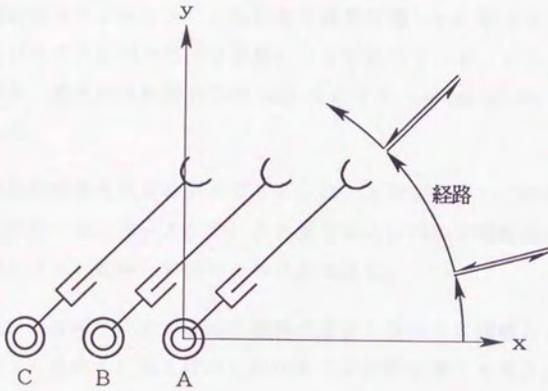


図 3-30 設置位置によって有効自由度が異なる例

3.9 まとめ

本章では、ロボットのメカニズムの設計に必要な運動学解析について述べた。

運動学解析に用いる基本機構のモデルには、開ループリンク機構のロボットに一般的な座標変換マトリックスによる記述方法を採用した。従って、順運動学も座標変換マトリックスを用いた同次変換により行なっている。また、逆運動学には高野の方法を、速度加速度解析には Luh らによる Newton-Euler の漸化式を用いることにした。

ロボットの作動領域を求めるアルゴリズムは、本研究で新たに開発した方法を用いた。この方法では、ベースに近い3自由度による作動領域の境界を、あらゆる基本機構のロボットについて求めることができる。

本研究では、目標経路に対する基本機構の適性を評価する指標として、ロボットが経路に沿って運動する際に同時に動かす自由度数を表す有効自由度という概念を新たに提案した。本章では、有効自由度の定義とその性質についても述べた。