

固気混相乱流の Two Way Coupling LES における SGS モデルの改良

Improvement on SGS model for Two Way Coupling LES of Particle-Laden Turbulent Flow

雷 康 斌*・谷 口 伸 行*・小 林 敏 雄**
Kangbin LEI, Nobuyuki TANIGUCHI and Toshio KOBAYASHI

1. 緒 言

1991 年に Germano ら¹⁾により提案された Dynamic SGS モデルは、次元解析係数を流れ場局所的な高周波の相似性を利用して Dynamic 的な算出できるため、単相乱流 LES の応用範囲を広げることが注目され、LES の標準 SGS モデルになりつつある。しかしながら、固気混相乱流においては乱流変動問題や乱流中の粒子運動に対して乱流数値解析法を適用する LES 解析^{2), 3), 4)}が盛んになされるようになってきたにもかかわらず、固気混相乱流 LES における Two Way Coupling による dynamic SGS モデルは現在の課題であろうと言える。

前報⁵⁾では、Kulick ら⁶⁾の垂直下向きチャネル固気混相乱流実験を対象として Yuu ら⁷⁾の提案した Two Way Coupling の SGS モデルを用いて LES 解析を行い、粒子の特性による乱れ変動等について報告した。本研究では Yuu らの SGS モデルをベースとして、固気混相乱流 Dynamic LES に期待できる Two Way Coupling SGS モデルを提案した。また、提案した SGS モデルと Yuu らの SGS モデル両方を用いて前報と同じ条件で LES 数値解析を行った。計算より得られた統計量について解析を行い、提案した SGS モデル定式化の有効性と Yuu らのモデルとの整合性について調べた。また、前報で報告していなかった粒子の乱流拡散なども考察した。

2. 粒子運動の計算

本計算において対象とするのは、前報⁵⁾と同じ Stokes の抗力と重力のみを考えると、粒子の並進運動方程式は次式で与えられる。

$$\frac{dv_i}{dt} = -\frac{f(v_i - u_i)}{\tau_p} + g_i \delta_{ii} \dots \dots \dots (1)$$

3. 流体運動の計算

流体計算にも前報と同じに、新しい SGS モデルを導出

するため定義式だけを拾っておく。

3.1 粒子の影響を考慮した非圧縮性流体の運動方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_i u_j) &= -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho_f} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{1}{\rho_f \Delta V} \sum_{p=1}^{n_p} \frac{f m_p (u_i - u_{pi})}{\tau_p} \\ &\equiv -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho_f} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - nF(u_i - u_{pi}) \end{aligned} \quad (2)$$

3.2 流れ場の GS 成分

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{u}_i \bar{u}_j) &= -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho_f} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \\ &\quad - F \left[N(\bar{u}_i - \bar{u}_{pi}) + \overline{n'u'_i} - \overline{n'u'_{pi}} \right] \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

$\tau_{ij} = \overline{u'_i u'_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$ 一流体の SGS 応力成分

4. 乱流 SGS 成分のモデリング

4.1 粒子拡散項のモデル化

$$\overline{n'u'_i} = -v_{TS} \frac{\partial N}{\partial x_i} \dots \dots \dots (4)$$

$$\overline{n'u'_{pi}} = -v_{TP} \frac{\partial N}{\partial x_i} \dots \dots \dots (5)$$

$$v_{TS} = \frac{v_T}{\sigma_s} \dots \dots \dots (6)$$

4.2 粒子の乱流拡散係数 v_{TP} のモデル化

$$v_{TP} = \frac{f T_{Li}}{f T_{Li} + \tau_p} v_T \dots \dots \dots (7)$$

$$T_{Li} = \frac{L_e}{(2k_s / 3)^{1/2}} = \frac{\alpha_1}{C_\varepsilon} \frac{\Delta}{\left(\frac{2}{3}k_s\right)^{1/2}} \dots \dots \dots (8)$$

ただし、 L_e はエネルギー含有渦の大きさ、 α_1 は定数で通常 $\alpha_1=0.165$ である。 k_s は乱流エネルギー。

4.3 SGS 応力 τ_{ij} のモデル化

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2v_T \bar{s}_{ij} \dots \dots \dots (9)$$

5. Yuu らの提案した SGS モデル

Yuu ら⁷⁾が乱流慣性領域での Kolmogorov's 相似則を前提として、次元解析から流体と粒子との相互干渉を考慮する混相乱流の SGS 乱流エネルギー輸送式によって混相乱流の渦粘性係数 v_T を次のようにモデル化する。

*東京大学生産技術研究所 第2部
**東京大学国際・産学共同研究センター

5.1 粒子影響を考慮した SGS 渦の運動エネルギー k の輸送式

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = -\overline{u'_i u'_j \bar{S}_{ij}} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{2} \overline{u'_j u'_i u'_i} + \frac{1}{\rho_f} \overline{u'_j p} - \nu \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - \nu \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} - F \left[N \left(\overline{u'_i u'_i - u'_i u'_{pi}} \right) + \overline{n u'_i (\bar{u}_i - \bar{u}_{pi})} + \overline{n u'_i (u'_i - u'_{pi})} \right] \quad (10)$$

5.2 k 輸送方程式中の気流項をモデル化

$$-\overline{u'_i u'_j \bar{S}_{ij}} = 2\nu_T \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij} \dots \dots \dots (11)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{2} \overline{u'_j u'_i u'_i} + \frac{1}{\rho_f} \overline{u'_j p} - \nu \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_s} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \dots \dots (12)$$

$$-\nu \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} = -C_\epsilon k^{3/2} \Delta^{-1} \dots \dots \dots (13)$$

5.3 粒子と気流との相互作用項のモデル化

$$\overline{u'_i u'_i} = -\nu_{TS} \frac{\partial N}{\partial x_i} = -\frac{\nu_T}{\sigma_s} \frac{\partial N}{\partial x_i} \dots \dots \dots (14)$$

$$\overline{u'_{pi} u'_i} = \frac{a T_{Li} + b}{a T_{Li} + 1} \overline{u'_i u'_i} = 2k \frac{a T_{Li} + b}{a T_{Li} + 1} \dots \dots \dots (15)$$

ただし, $a = f / \tau_p$, $b = \rho_f / \rho_p$

5.4 モデリングした運動エネルギー方程式

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = 2\nu_T \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_s} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - C_\epsilon k^{3/2} \Delta^{-1} - F \left[2Nk \frac{1-b}{a T_{Li} + 1} - \frac{\nu_T}{\sigma_s} \frac{\partial N}{\partial x_i} (\bar{u}_i - \bar{u}_{pi}) \right] \quad (16)$$

5.5 k に関する近似式

式 (16) の生成項と散逸項, そして新たに考慮した粒子一流体の相互干渉項の三項が他の項に比べて圧倒的に大きく, それらが釣合うと近似すると次式を得る

$$2\nu_T \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij} - C_\epsilon k^{3/2} \Delta^{-1} - 2NF \frac{1-b}{a T_{Li} + 1} k + F \frac{\nu_T}{\sigma_s} \frac{\partial N}{\partial x_i} (\bar{u}_i - \bar{u}_{pi}) = 0 \quad (17)$$

5.6 次元解析から k について整理すると次式を得る

$$A_1 k + A_2 k^{1/2} - A_3 - A_4 = 0 \dots \dots \dots (18)$$

$$k^{1/2} = \frac{-A_2 + \sqrt{A_2^2 + 4A_1(A_3 + A_4)}}{2A_1} \dots \dots \dots (19)$$

ただし, $A_1 = C_\epsilon \Delta^{-1}$, $A_2 = 2NF \frac{1-b}{a T_{Li} + 1}$

$$A_3 = 2C_{\nu_T} C_\epsilon^{1/3} \Delta \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}$$

$$A_4 = F C_{\nu_T} C_\epsilon^{1/3} \frac{\Delta}{\sigma_s} \frac{\partial N}{\partial x_i} (\bar{u}_i - \bar{u}_{pi})$$

5.7 混相乱流渦粘性係数 ν_T を次式で表すことができる

$$\nu_T = C_{\nu_T} C_\epsilon^{1/3} \Delta \left| \frac{-A_2 + \sqrt{A_2^2 + 4A_1(A_3 + A_4)}}{2A_1} \right| \dots \dots \dots (20)$$

6. 新 SGS モデルの提案

上記の導出について Yuu らは平均渦のラグランジュの持続時間 T_L 单相流の SGS 成分の運動エネルギー k_s を用い

て式 (8) によりモデル化するが, 本研究は式 (8) の k_s を混相流の運動エネルギー k として式 (17) に代入し混相流 SGS 渦粘性 ν_T を次のように求められる.

$$2\nu_T \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij} - C_\epsilon k^{3/2} \Delta^{-1} - 2NF \frac{1-b}{a C_\epsilon \left(\frac{2k}{3} \right)^{1/2} + 1} k + F \frac{\nu_T}{\sigma_s} \frac{\partial N}{\partial x_i} (\bar{u}_i - \bar{u}_{pi}) = 0 \quad (21)$$

次元解析から整理すると, ν_T は次式のように求められる

$$\nu_T = C_{\nu_T} \Delta^2 \left| \frac{|\bar{S}|^2 + \frac{F}{\sigma_s} \frac{\partial N}{\partial x_i} (\bar{u}_i - \bar{u}_{pi})}{1 + \frac{2NF(1-b)}{\sqrt{3/2} \alpha a + \sqrt{C_\epsilon C_\epsilon} |\bar{S}|}} \right|^{1/2} \dots \dots (22)$$

ただし, $\Delta = f_c \cdot \Delta_R$, f_c が流れ場局所性による最適化必要のスケール係数, $\Delta_R = (\Delta_{x1} \Delta_{x2} \Delta_{x3})^{1/3}$ - Filter 幅

Yuu らの SGS モデルより本研究提案した SGS モデルは以下のメリットがあると考えられる

- 1, T_{Li} を混相流の k を用いて評価する方がより適切と言える.
- 2, 粒子から流体 SGS 渦粘性への影響は式から分かりやすい. 例えば気流粒子変動相関項は ν_T を減少する, またその働きが粒子と流体の物質密度が近づくほど粒子からの影響が小さくなる. 粒子拡散 Flux 項は ν_T への寄与についてやや複雑であるが, 粒子数密度勾配が 0 になるとその寄与が 0 になる. また粒子数密度勾配が 0 ではない場合は, 粒子と流体の平均スリップ速度が大きいほど ν_T への影響が大きい等が理解できる.
- 3, Yuu ら提案した式 (20) は Δ が二箇所を含んだため, Dynamic 的に決められにくいものに対して, 本研究に提案した式 (22) $\Delta = f_c \cdot \Delta_R$ が一箇所にあり, 单相流計算の Dynamic Smagorinski Model と同様に f_c を局所的簡単に Dynamic 算出できる.

本研究は, SGS モデルとして Yuu ら提案された式 (20) と本研究提案した式 (22) を f_c として Van Driest 型の減衰関数を用いて Kulick ら³⁾ の実験条件と合わせて垂直下向きチャンネルを解析した. また, 計算手法及び計算条件は, 前報⁵⁾ に参照されたい.

7. 計算結果および考察

7.1 流体と粒子の平均速度

Kulick ら⁶⁾ の実験ではいずれの粒子の場合も混合比 0.4 まで壁面摩擦速度 $u_\tau = 0.49ms^{-1}$ を一定になるように粒子の添加による流体平均速度分布の変化はないことが示される. 本研究では質量混合比 0.4, 1.1 の流体の平均速度分布を図 1 に示す, 改良した SGS モデルと Yuu らの SGS モデルによる計算結果はあまり差が無く, 混合比 0.4 の場合には单相とほとんど変わらない. また高混合比 1.1 の場合に

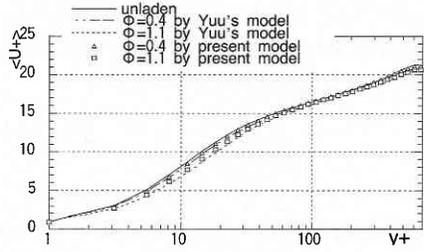


Fig. 1 Profile of streamwise mean velocity of fluid

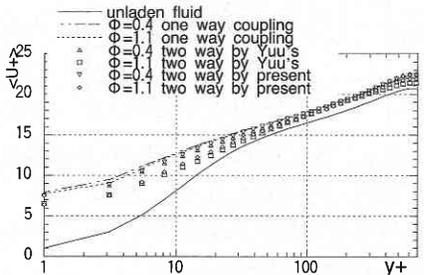


Fig. 2 Profile of streamwise mean velocity of particles

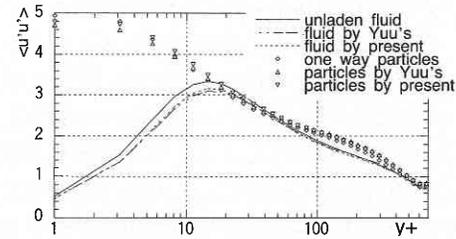


Fig. 3 Turbulence intensity of fluid and particles in streamwise at $\phi = 0.4$

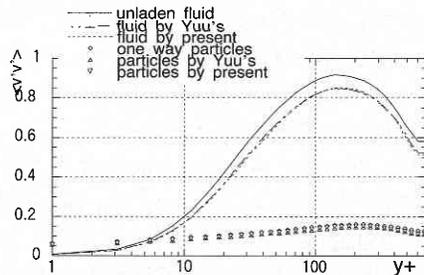


Fig. 4 Turbulence intensity of fluid and particles in wall normal at $\phi = 0.4$

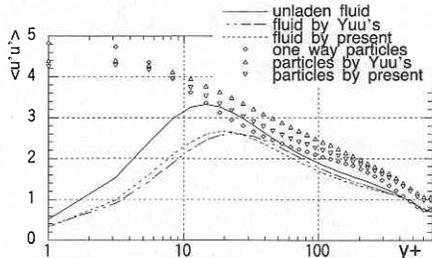


Fig. 5 Turbulence intensity of fluid and particles in streamwise at $\phi = 1.1$

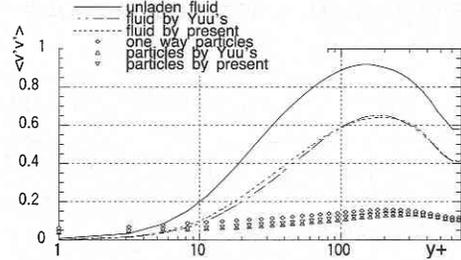


Fig. 6 Turbulence intensity of fluid and particles in wall normal at $\phi = 1.1$

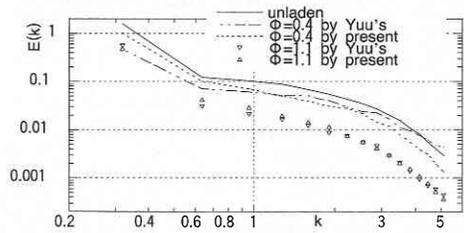


Fig. 7 Streamwise spatial spectra of fluctuation energy at $y^+=5$

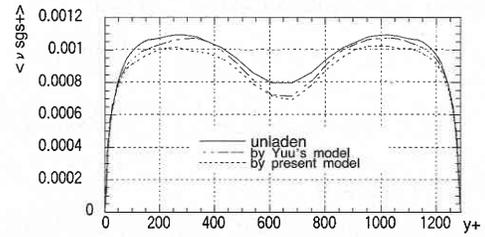


Fig. 8 Mean SGS eddy viscosity profile at $\phi = 0.4$

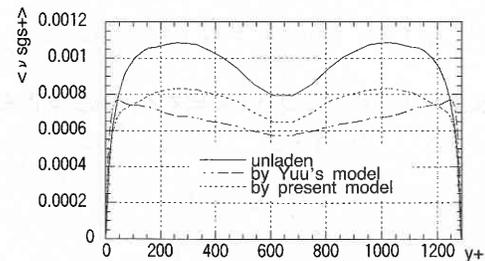


Fig. 9 Mean SGS eddy viscosity profile at $\phi = 1.1$

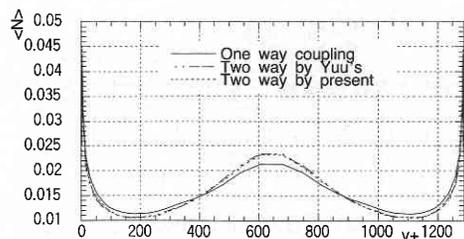


Fig. 10 Profile of particles number density at $\phi = 0.4$

は緩和領域において单相より少し遅れている。

図2に粒子の平均速度分布を示す、全チャンネルに亘る粒子の平均速度分布は流体より速い。また Two Way Coupling の粒子速度分布は One Way Coupling 計算の結果より混合比の増大に従って少し下にシフトしている。One Way Coupling 計算の粒子平均速度分布は、混合比と関係無く一定であることが分かる。流体の速度分布と同じに改良した SGS モデルと Yuu らの SGS モデルによる計算結果は殆ど差が見られない。

7.2 流体と粒子乱れ強度

図3, 図4と図5, 図6は、混合比0.4と1.1の主流方向と壁方向の乱れ強度分布を示す。粒子の壁方向乱れ強度にはいずれの混合比も流体の乱れ強度より大幅に減衰する、また One Way Coupling の計算結果よりも小さくなる。粒子の主流方向乱れ強度には全体として流体より大きい、壁付近で最大値となる。これは流体の NOSLIP 境界条件に対して粒子と壁面との衝突に起因すると考えられる。

流体の乱れ強度について Kulick らの実験では粒子混入比の増大に従って乱れ強度が大幅に減衰するが、本研究では実験と同じに壁方向と主流方向乱れ強度とも粒子混入比の増大に伴い、乱れ減衰幅が大きくなる。しかし、同じ混合率において実験ほどの減衰が再現できていなかった。これは実験の全成分乱れ強度に対して LES における乱れ強度はあくまでも GS 成分であるほかに、粒子混入による本計算考慮していない影響が大きいと指摘される⁵⁾。

改良した SGS モデルと Yuu らの SGS モデルによる計算結果は混合比0.4の場合には殆ど差がない、混合比1.1の場合にはただ主流方向の乱れ強度だけ若干の差が見られる。

7.3 エネルギーのスペクトル分布

図7は壁付近 ($y^+=5$) での主流方向のエネルギースペクトル分布を示す。どちらの SGS モデルによる計算結果でも同じように、全ての波数に亘ってエネルギーが減衰し、混入比が大きいほど減衰幅も大きい。しかし同じ混合比における減衰効果は、モデル間の整合性が悪くなった。これは平均速度分布と乱れ強度分布の時間及び空間平均に対してエネルギースペクトル分布はただ空間平均しただけなので、統計量サンプルまた少ないと思われる。

7.4 モデリングした渦粘性と粒子の数密度分布

図8, 図9に混合比0.4と1.1の渦粘性を、図10に混合比0.4粒子の数密度分布を示す。全体として単相流の渦粘性より混相流の渦粘性は混合比の増大に伴い小さくなる。これは主に微細粒子による散逸を生じるため、流体エネルギーカスケードが低くなり、それをモデリングする渦粘性も小さくなる訳である。この結果は乱流エネルギースペクトル分布と一致している。また壁付近とチャンネル中央では渦粘性の最小値がある。混合比1.1の場合は Yuu らの SGS モデ

ルより改良した SGS モデルの渦粘性計算結果は大きい。

粒子の数密度分布はいずれの混合比も壁付近とチャンネル中央に最大値がある。乱流の渦粘性分布を反転して見ると、そのプロファイルはちょうど粒子の数密度分布と似ている。つまり粒子は渦粘性の小さい所に集まることが分かった。

7.5 SGS モデルの関係について

本研究提案した SGS モデルは Yuu らの SGS モデルをベースとして、モデル修正係数を Dynamic 化できるために、適切な方向に向けて数式の書き方を直すだけであるが、本質な相違がないので、同じ Van Driest 型の減衰関数を使うことを考慮して、Yuu らの SGS モデルと本研究提案したモデルによる粒子と流体の計算結果は殆ど同じことが分かる。もちろん、改良した SGS モデルを用いて実験の大幅乱れ減衰の物理的な現象を改善することができない訳でもある。

8. 結 論

本研究が Yuu らの提案した Two Way Coupling SGS モデルと著者その改善したモデルを用いて Kulick らの $Re=644$ 垂直下向きチャンネルの固気混相流実験を対象として LES 解析を行った。得られた主要な結論を以下に示す。

1. Yuu らのモデルとその改善したモデルの計算は乱流統計量について殆ど変わらない。
2. 粒子混入によって乱流のエネルギーカスケードが低くなり、それを伴い乱流渦粘性も小さくなる。
3. 粒子は混合比と関係がなく、統計的に渦粘性の小さい所に集まる。
4. 粒子の乱流拡散による平均分布は、衝突を考慮しない限り、粒子の混入比にあまり関係がなく、また One Way Coupling から Two Way Coupling への変化も小さい。
5. 固気混相乱流 LES に対して Dynamic 化を期待できる Two Way Coupling を考慮した SGS モデルを提案した。

(2000年1月20日受理)

参 考 文 献

- 1) Germano, M., Piomelli, U., Moin, P., Cabot, W.H., Phys. Fluids, A 3, (1991), 1760-1765.
- 2) Wang, Q., Squires, K.D., Phys. Fluids, 8 (5), (1996), 1207-1223.
- 3) 山本・Potthoff・田中・梶島・辻, 機論, 65-629 B, (1999), 166-173.
- 4) Portela, L.M., Oliemans, R.V.A., Nieuwstadt, F.T.M., 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference, (1999), FEDSM 99-7890, (CD-ROM).
- 5) 雷・谷口・小林, 生産研究, 55-1, (2000), 59-62.
- 6) Kulick, J.D., Fessler, J.R., Eaton, J.K., J. Fluid Mech., 277, (1994), 109-134.
- 7) Yuu, S., ISAC'97 High Performance Computing on Multiphase Flows, (1997), 67-73.