研究速報

Couette-Poiseuille流による一般座標系LESコードの検証

Large Eddy Simulation for Couette-Poiseuille flow with Generalized Curvilinear Coordinate

張　会来*・小林敏雄**・谷口伸行*
Huilai ZHANG, Toshio KOBAYASHI and Nobuyuki TANIGUCHI

1. 緒　言

近年，低燃費低公害と高出力を両立するエンジンの研究が盛んに行われてきた[4]．エンジンシリンダーのような複雑形状を有する流れ場に対して適用できる一般座標系を用いたLarge Eddy Simulation（LES）数値解析コードを作成する上により効率良く，実用化に近い解析手法が要求されつつある．

著者らはこのような背景から，より計算効率の高いLES手法に着目した．本報告では，前報[1),2),3)]に報告した一般座標co-located格子系LES数値解析コードにより，速度境界条件を加えて，Couette-Poiseuille乱流場を計算した結果を報告することである．

ここでLES計算実用のため，前報[2)]に示した人工的壁面条件と壁面no-slip条件を用い，Couette-Poiseuille乱流計算を試みて，その結果，十分実用可能な精度が得ることができた．速度境界条件の取り扱い方の正確性を検証した．

2. 座標変換による基礎方程式

本研究においては，Smagorinsky Modelを用いる．非圧縮性Navier-Stokes方程式と連続式にfiltering操作を行う．流れ場を有限体積法で解析する際には，流れ場の形状に適合する計算格子を作る（Fig. 1に示す）．その格子は曲線斜交性を持つため，座標変換が必要である，つまり，物理空間（x, y, z）上で作られた曲線斜交格子を等間隔正規直交である計算空間（ξ, η, ζ）上の格子へ変換する必要がある．物理空間から計算空間への変換Jacobian行列と変換係数を以下のように求められる

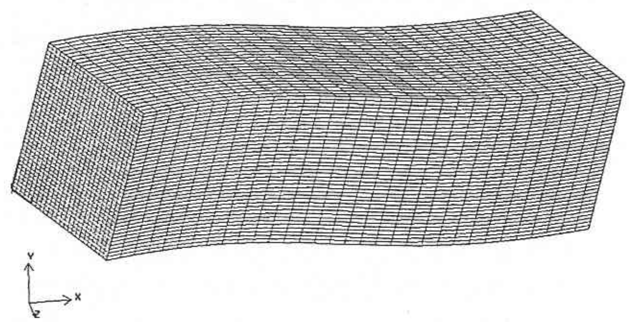

Fig. 1　曲線斜交格子系

$$\begin{bmatrix} \xi_x & \eta_x & \zeta_x \\ \xi_y & \eta_y & \zeta_y \\ \xi_z & \eta_z & \zeta_z \end{bmatrix} = \frac{1}{J}\begin{bmatrix} y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta & y_\zeta z_\xi - y_\xi z_\zeta & y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi \\ x_\zeta z_\eta - x_\eta z_\zeta & x_\xi z_\zeta - x_\zeta z_\xi & x_\eta z_\xi - x_\xi z_\eta \\ x_\eta y_\zeta - x_\zeta y_\eta & x_\zeta y_\xi - x_\xi y_\zeta & x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \end{bmatrix}$$

$$\equiv \frac{1}{J}\begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix} \quad \cdots (2\text{-}1)$$

反変速度を$F_j = A_{ji}u_i$（$j = 1, 2, 3$）と定義する．計算空間の一次微分は$\frac{\partial \phi}{\partial x_i} = \frac{1}{J}A_{ji}\frac{\partial \phi}{\xi_i}$となる．この時，$\frac{\partial A_{ji}}{\partial \xi_j} = 0$を用いることで，有限体積法を用いて離散化するために必要な一次微分保存形は，$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{1}{J}\frac{\partial A_{ji} f}{\partial \xi_j}$となる．これらの式を用いると，一般座標系における基礎方程式は以下のように与えられる．

$$\text{連続式：}\frac{1}{J}\frac{\partial F_j}{\partial \xi_j} = 0 \quad \cdots\cdots (2\text{-}3)$$

$$\text{運動式：}\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{J}\frac{\partial F_j u_i}{\partial \xi_j} = \frac{1}{J}\frac{\partial A_{ji} P}{\partial \xi_j} + \frac{1}{J}\frac{\partial A_{mk}\phi_k}{\partial \xi_m} + F \quad \cdots (2\text{-}4)$$

$$\text{ただし：}\phi_k = (\nu + \nu_{SGS})\left(\frac{1}{J}\frac{\partial A_{jk} u_i}{\partial \xi_j} + \frac{1}{J}\frac{\partial A_{ji} u_k}{\partial \xi_j}\right) \quad \cdots\cdots (2\text{-}5)$$

*東京大学生産技術研究所　第2部
**東京大学国際・産学共同研究センター

ここでFとA_{ij}はそれぞれ体積外力と一般座標系基礎方程式を演算する時に設置した中間係数である．本計算においては，チャネル乱流を考慮して$C_k = 0.094$，$C_s = 0.1$を採用することにする．Van Driestの減衰関数をC_sに乗じる．即ち$C_s = 01 \times [1 - \exp(-y^+/25)]$である．

3. Couette-Poiseuille 流れ場

平行2平面に挟まれる十分に発達した流れで両平面が静止し圧力勾配のみで駆動される場合がPoiseuille流と，平均的な圧力勾配が存在せず2平面の相対運動によって駆動される場合が平面Couette流と呼ばれる．又これらの中間的な流れ，即ち2平面が相対運動し，平均圧力勾配も存在する場合がCouette-Poiseuille流と呼ばれる (Fig. 2)．

今回取り上げた系は，Couette-Poiseuille流であるfは運動壁の壁面速度勾配と停止壁の壁面速度勾配の比である．Re数は三つの速度で定義できる．運動壁の摩擦速度$u_{\tau,m}$，静止壁の摩擦速度$u_{\tau,f}$及び運動壁の運動速度u_Wにより，それぞれ式 (3-3)，式 (3-4)，式 (3-5) に表示される．今回の計算は一連の計算を通じて静止壁の摩擦速度とチャネル半幅δによる無次元化し，そのレイノルズ数が一定として150を取る．Fは無次元した流れの外力であり，fの関数としている．fのみが変化するように流れのパラメータを設定した，その計算条件は表1に示される．$R'_{e,f}$は黒田[6]のDNS計算パラメータであり，壁速度の決めるパラメータとして使われている．

$$|f| = \left| \frac{\left.\dfrac{du}{dy}\right|_m}{\left.\dfrac{du}{dy}\right|_f} \right| = \frac{u_{\tau,m}^2}{u_{\tau,f}^2} = \frac{R_{e,m}^2}{R_{e,f}^2} \quad \cdots (3\text{-}1)$$

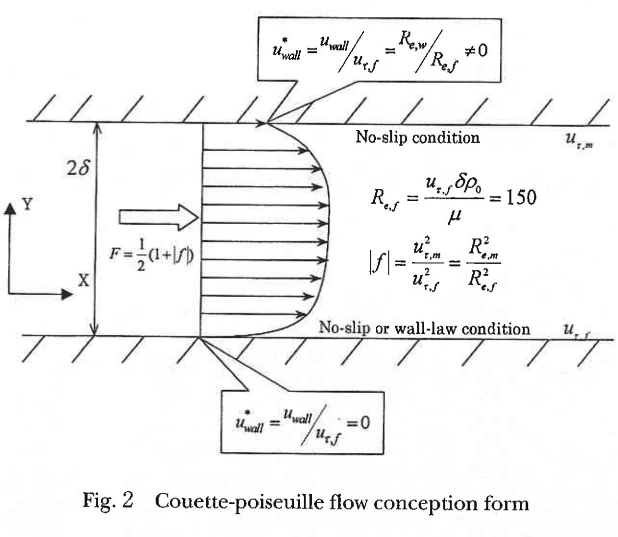

Fig. 2　Couette-poiseuille flow conception form

表1　計算条件

今回の LES	CURR.1a	CURR.2	CURR.3
$R_{e,f}$	150	150	150
$R_{e,w}$	1800	2640	3000
f	0.3	0.1	0.0
F	0.65	0.55	0.50
$u^*_{wall}\left(=\dfrac{R_{e,w}}{R'_{e,f}}\right)$	12.1621	17.3684	19.4805
黒田の DNS	WL1	WL2	WL3
$R'_{e,f}$ [6]	148	152	154

$$F = \frac{\delta}{u_w^2 \rho_0} \frac{(\tau_m + \tau_f)}{2\delta} = \frac{1}{2}\left(1 + |f|\right) \quad \cdots (3\text{-}2)$$

$$R_{e,f} = \frac{u_{\tau,f}\rho_0\delta}{\mu} \quad \cdots (3\text{-}3)$$

$$R_{e,W} = \frac{u_W\rho_0\delta}{\mu} \quad \cdots (3\text{-}4)$$

$$R_{e,f} = \frac{u_{\tau,m}\rho_0\delta}{\mu} \quad \cdots (3\text{-}5)$$

4. 速度境界条件

Couette-Poiseuille流は壁面の速度を持つため，チャネル流の壁法則及びNo-lisp条件と違う．本研究はco-located格子系による作られたコードのため，壁面に速度を保つように壁面法則とno-slip条件は以下の式が取り扱われている．

$$\text{壁法則:}\ u_{0i} = 2u_{i,wall} - \left(2\frac{y^+}{u^+} - 1\right)u_i \quad \cdots (4\text{-}1)$$

$$\text{No-slip:}\ u_{0i} = 2u_{i,wall} - u_i \quad \cdots (4\text{-}2)$$

Fig. 3のように設置されている．

5. Couette-Poiseuille 流れ場の計算と検証，

以上，速度を持つ壁面法則及びno-slip条件の取り扱い方を検証するために，曲線斜交格子 (Fig. 1) のチャネル流れ場を作成し，数値解析を行った．対象とするチャネル流れ場においては，チャネル半幅δ，流れ方向$2\pi\delta$，スパン方向としている．流れ方向圧力勾配が陽的に表1示すように与えられている．流れ方向，スパン方向には，それぞれ周期境界条件を与え，壁面上では，上壁面は運動壁面と

して，すべてのケースにNo-slip条件を，下壁面は静止壁面として，壁法則（CURR. 1a, CURR. 2, CURR. 3）と，No-slip条件（CURR1A）を利用した．格子配置については，流れ方向とスパン方向に対して格子は等間隔に，壁面方向は表2に示すように配置する．格子分割数，統計量をとる無次元時間と無次元時間stepをそれぞれ表2に示す．

6. 計　算　結　果

Fig. 4からFig. 7まで主流方向の時間平均速度分布，主流方向の乱れ強度，壁垂直方向の乱れ強度，レイノルズ応力を順に示し，Fig. 8にケースCURR1Aの35無次元時間の主流方向瞬時渦度を示している．計算結果から以下のことが分かる．

下壁に壁法則を使ったケースCURR. 1, CURR. 2とCURR. 3には，壁方向に等間隔格子を用いるため，流れチャネル中心部格子がケースCURR1Aより緊密的に設置でき，速度分布はケースCURR1AよりDNS[6)]結果をよく一致している．4ケースいずれも壁近辺の速度分布がDNSと殆ど重ねることにより，速度境界条件の与え方が正しいと言うことを表明できる．

上壁面速度増加と共に，壁面摩擦力が弱くなり，壁面付近主流方向の乱流強度にもDNSと同じ傾向で，ピークが消えることが分かった（Fig. 5）．主流方向の瞬時渦度

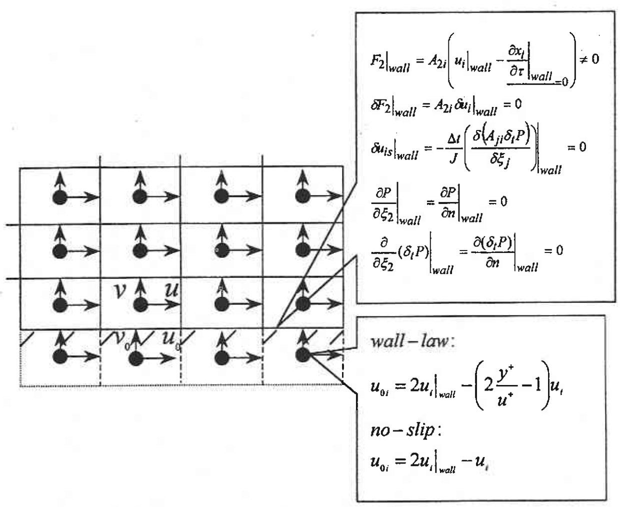

Fig. 3　Velocity boundary condition in co-located grid system

表2　計算条件2

	格子形状	静止壁面境界条件及び壁方向格子配置	格子数	Δt^*	助走時間	平均時間
CURR. 1a	曲線斜交	Wall-law 等間隔	33*41*25	0.0005	20	30
CURR 1A	直線正交	No-slip 非等間隔	40*65*33	0.0005	20	30
CURR.2	曲線斜交	Wall-law 等間隔	33*41*25	0.0005	20	30
CURR.3	曲線斜交	Wall-law 等間隔	33*41*25	0.0005	20	30

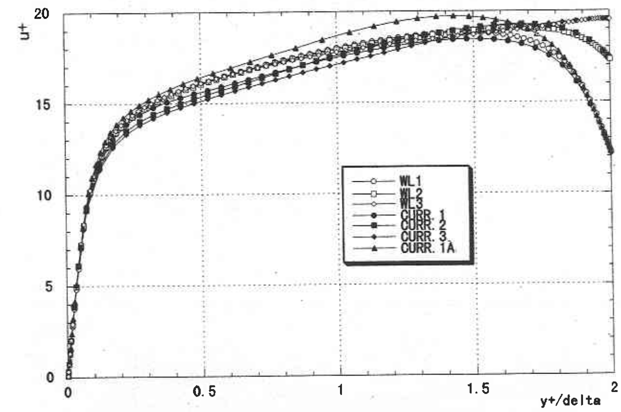

Fig. 4　main flow velocity profile at Re = 150

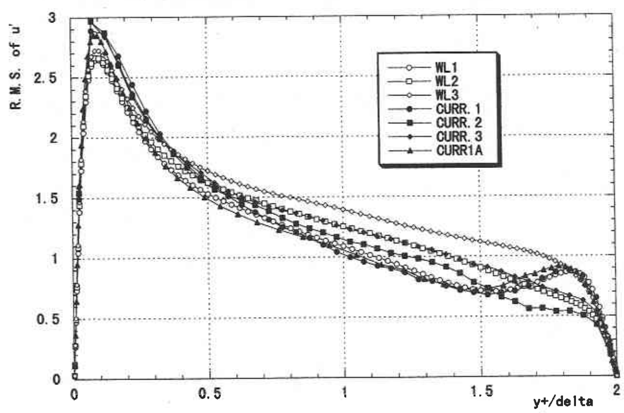

Fig. 5　intensity of stream wise direction at Re = 150

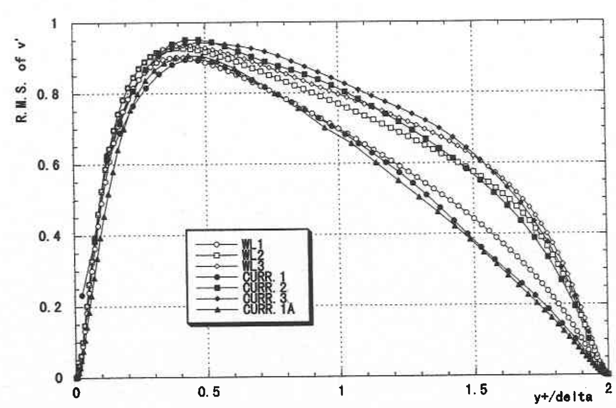

Fig. 6　intensity of normal-wall wise direction at Re = 150

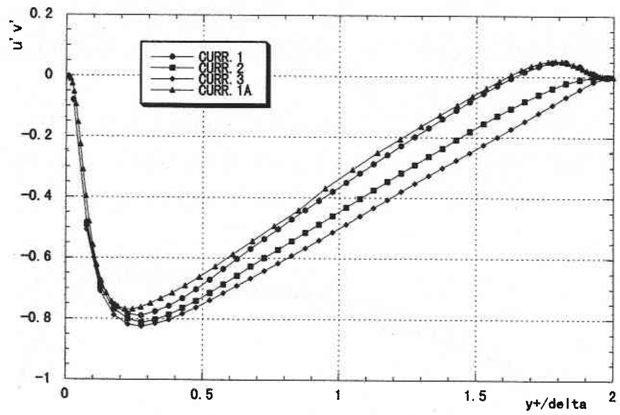

Fig. 7 Renolds stresses at Re = 150

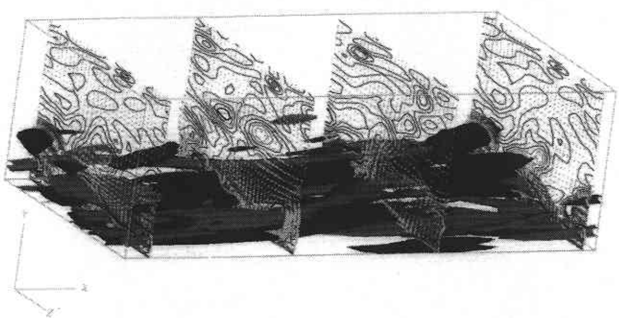

Fig. 8　Vorticity W_x contour and $W_x = \pm 15.0$ iso-surface at t = 35 hour (case curr. 1 A).

（YZ平面速度より）をFig. 8に示し，下側停止壁面付近の渦が上側移動壁面より強いと言う現象も観察できた.

7. 結　　論

Co-located格子系に対して，速度境界を持つ壁面条件の与え方が確定された．つまり，壁面法則に式（4-1）を，No-slipに式（4-2）を与え，Couette-Poiseuille流の数値解析を行い，計算結果から，その正確性が確認できた.

（1998年2月24日受理）

参　考　文　献

1）　張　会来等，生産研究，50巻1号（1998. 1）pp. 49.
2）　張　会来等，生産研究，（1998. 2）pp. 13.
3）　張　会来等，生産研究，（1998. 2）pp. 15.
4）　内藤　健等，日本機械学会論文集，59-559, B, 92-1042（1993）.
5）　Kim, J., Moin, P. and Moser, R.,（1987）. J. Fluid Mech., Vol. 177, pp. 133-166.
6）　黒田明善，博士論文，東京大学，（1989. 3）.