

# 数値圧延機 CORMILL System の展開

## Current Overview of the CORMILL System and Its Development

柳 本 潤\*  
Jun YANAGIMOTO

圧延加工時の塑性変形を対象とした汎用解析システム CORMILL System は開発開始後 8 年が経過し、現在も各企業との共同研究を通し、解析機能の向上・解析範囲の拡張がはかられている。本稿では、CORMILL System の現在の姿を理論的背景・解析事例の両面より述べ、さらに今後の動向について論ずる。

### 1. 緒 言

塑性加工の一つの柱である「創形技術」の開発における、3次元塑性変形解析の重要性は広く認知されている。塑性加工時に生じる複雑な3次元変形の解析を広い範囲の条件にわたり可能ならしめる解析システムは、塑性加工技術者の長年の夢であったが、近年、薄板材・棒線材・形材・管材等の圧延加工においても、他の塑性加工と同様に3次元FEM解析の導入が積極的にはかられており、各種の解析事例が報告されている。筆者が開発した数値圧延機 CORMILL System は、当初、熱間薄板圧延時の板クラウン・エッジドロップの高精度な解析を可能とすることを目的として開発されたが、以後、種々の棒線材圧延、形材圧延への適用を通し、解析機能の向上・解析範囲の拡張をはかってきた。現在までに解析を実施した事例数は優に数千を超えており、これらの多様な解析を実施する過程において理論的枠組みの見直しを再三行っている。本稿ではまず、現在 CORMILL System が基盤としている理論的な枠組みについて、前回本誌に著した解説<sup>1)</sup>との相違を重点としつつに述べ、続いて現在までの解析事例、今後の動向を示す。

### 2. CORMILL System の理論的背景

#### 2.1 基礎方程式

塑性加工を対象とするほぼ全ての近似解析手法では、塑性加工時の物体内部での釣合い条件を、工具-被加工材界面にて与えられる表面力(摩擦力を含む)境界条件、

\*東京大学生産技術研究所 第2部

幾何学的境界条件(速度境界条件を含む)、変形域-剛体域界面での速度・表面力境界条件のもとで、構成式、降伏条件と連立させることにより基礎方程式を構成し、これを適切な数値解析手法のもとで解くことにより、応力場・速度場についての解析結果を得る。CORMILL System において被加工材の塑性変形には剛塑性FEMを適用しており、基礎方程式は以下の通り与えられる。

Cauchy の第1運動法則によると、被加工材内部の各点(物体点)において満足されるべき応力の釣合い条件は、次式により与えられる<sup>2)</sup>。

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i = \rho \dot{v}_i \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし  $x_i$  は物体点座標の成分、 $\sigma_{ij}$  は真応力テンソルの成分、 $g_i$  は単位質量あたりの物体力の成分、 $v_i$  は物体点  $x_i$  の空間固定座標系で記述した速度(被加工材の速度)、 $\rho$  は密度である。式(1)の右辺は物質時間微分であり、参照座標系の速度成分を  $w_i$  とすれば、

$$\dot{v}_i = \frac{\partial v_i}{\partial t} + (v_j - w_j) \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \quad \dots\dots\dots (2)$$

が得られる。式(1)(2)において、物体点  $x_i$  の速度  $v_i$  が参照座標系の速度  $w_i$  に等しいとすれば物質表示法(Lagrange 表示法)となり、参照座標系の速度  $w_i = 0$  の場合には空間表示法(Euler 表示法)に対応した式が得られる。塑性加工の解析の場合、物体力  $g_i$  および物体の加速度  $(\partial v_i / \partial t)$  は無視できるので、式(2)を式(1)に代入することにより、応力の釣合い条件は以下の通りに記述

することができる。

$$\frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} + \rho(w_j - v_j) \frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

式 (3) 左辺第 2 項は応力テンソルについての移流項であり、塑性加工の解析の場合においては一般に無視できるとされている。故に、CORMILL System にて適用されている Euler 表示法においても、Lagrange 表示法と同形の応力の釣合い条件式 (4) を用いることができる。

$$\frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

境界条件を満足する仮想速度変化  $\delta u_i$  を考え、(4) 式に乗じて Gauss の発散定理、Cauchy の式を代入し、さらにラグランジェ乗数  $\lambda$  を用いて体積一定条件を付帯すると、式 (5) にて表される体積一定条件を付帯した仮想仕事(率)の原理が得られる。

$$\int_V \sigma'_{ij} \delta \epsilon_{ij} dV - \int_{S_F} \bar{T}_i \delta u_i ds + \int_V \lambda \delta \epsilon_{kk} dV + \int_V \delta \lambda \epsilon_{kk} dV = 0 \dots (5)$$

ただし、 $\sigma'_{ij}$  は偏差応力テンソルの成分、 $\bar{T}_i$  は考えている閉領域の表面力境界  $S_F$  に作用する表面力、 $\epsilon_{ij}$  はひずみ速度テンソルの成分である。構成式としては、古典的な Levy-Mises の流動則

$$\sigma'_{ij} = \frac{2\bar{\sigma}}{3\bar{\epsilon}} \epsilon_{ij} \dots\dots\dots (6)$$

を適用し、式 (5) が任意の  $\delta u_i$ 、 $\delta \lambda$  について成立する場合について有限要素表示すると、節点速度  $\{u\}^n$  とラグランジェ乗数  $\lambda$  (これは要素静水圧応力  $\frac{1}{3}\sigma_{kk}$  に等しい) を未知数とした非線形連立一次方程式が得られる。

なおラグランジェ乗数法の特徴は、要素の静水圧応力を未知量として独立に扱うために、静水圧応力が速度場の計算誤差とは無関係であり、また体積ひずみ速度が非常に小さい範囲まで解析を安定して実施することができることにある。筆者らの CORMILL System によるテストによれば、棒線材圧延の解析で最大体積ひずみ速度  $\dot{\epsilon}_{kk}^{max}$  を平均相当ひずみ速度  $\dot{\epsilon}^{ave}$  の  $10^{-10}$  倍以下に制御することも可能である。また、ラグランジェ乗数法では未知数の

数がペナルティ法に比較して最大 1.3 倍程度まで増加するが、後述する接線係数マトリックスを構成する際に、節点速度に関する行・列と要素静水圧 (ラグランジェ乗数) に関連する行・列を混在させることにより、バンド幅の増加も最大で 1.3 倍程度までに抑えることができる (ちなみにこれらを分離すると計算効率が非常に悪化する)。従って、ペナルティ法と比較した計算時間 (1 反復計算あたり) の差は、概ね 1.5 ~ 2 倍程度の範囲であり、現状では実用上問題が無いと言えよう。ちなみに 500 要素程度の棒線材、H 形鋼圧延では、後述の収束条件を満足させた計算をパソコン (Pentium Pro 200 MHz) にて 30 分 ~ 2 時間程度で実施することができる。

2.2 有限要素法による離散化解析手法、収束条件

CORMILL System においては、前節にて述べた基礎方程式の離散化には 8 節点 6 面体要素を利用している。また、非線形連立一次方程式の接線係数マトリックス、右辺残差力などの数値積分による評価には、表 1 に示す 3 種類の方法のいずれかを利用することができる。RI は、安定化マトリックスを付帯した 1 点積分法を意味しており、CORMILL System 開発当初には使用メモリー量を低減することが強く要請されたことから、RI 法のみを適用してきた<sup>1)</sup>。その後、CORMILL System による非対称形鋼圧延の解析を実施する過程で、予変形域での曲げ変形が大きい場合には RI 法では収束解を安定して得ることが困難な場合が散見されたので、SRI 法 (選択低減積分法) の利用が可能であるように改造し、さらに体積一定条件の充足精度について正確を期すために、修正 SRI 法 (修正選択低減積分法、体積一定条件を 8 積分点の平均で評価) の使用も可能であるように改造し、現在に至っている。

剛塑性有限要素法は一種の陰解法であるため、非線形連立一次方程式の解を収束計算により求める必要がある。現在も、CORMILL System では節点速度に関する 2 次の Taylor 展開をもとにした修正 Newton-Raphson 法を用いて収束計算を実施しており<sup>1)</sup>、ロールと界面との間の摩擦力が不足し噛み込まない場合や、過大な予変形域での曲げ変形により流線修正の過程で異常な形状が発生する場合を除き、速度場の収束精度にはほとんど問題が無い。CORMILL System では、速度場の収束計算においては、以下の式にて定義される指標を判定している。

表 1 要素剛性と体積一定条件の評価法

	要素剛性の評価	体積一定条件の評価	メモリー	長所・短所	備 考
RI	中心 1 点	中心 1 点	少	予変形域の曲げが大きい場合収束安定性が悪い	安定化マトリックス併用
SRI	8 点	中心 1 点	大	安定性良好	—
修正 SRI	8 点	8 点平均			

$$[\text{速度ノルム比}] A = \frac{\sum_N |\Delta \dot{u}|}{\sum_N |\dot{u}|} \dots\dots\dots(7)$$

$$[\text{筋点力の不釣り合い量}] B = \frac{\frac{1}{N} \sum_N |\Delta F^N|}{\bar{\sigma}^{ave} \cdot \frac{S^{ave}}{6}} \dots\dots\dots(8)$$

$$[\text{体積ひずみ速度}] C = \frac{\dot{\epsilon}_{kk}^{max}}{\dot{\epsilon}^{ave}} \dots\dots\dots(9)$$

ただし、 $N$ は節点数、 $\dot{u}$ は節点速度、 $\Delta \dot{u}$ はNewton-Raphson法により求まる速度の摂動量、 $\Delta F^N$ は各節点についての残差力(不釣り合い力)、 $\bar{\sigma}^{ave}$ は平均相当応力、 $S^{ave}$ は平均要素表面積、 $\dot{\epsilon}_{kk}^{max}$ は体積ひずみ速度の最大値、 $\dot{\epsilon}^{ave}$ は平均相当ひずみ速度である。収束判定条件値の値は計算の対象とする問題毎に若干異なる場合もあるが、概ね  $A \leq 10^{-5}$ 、 $B \leq 10^{-3}$ 、 $C \leq 10^{-5}$  程度の値を採用している。さらに CORMILL System の様な定常変形問題の解析においては、接触解析時の流線の変動および接触解析前後の圧延荷重・トルクの変動により、流線の定常性の判定を行わねばならない<sup>1)</sup>。流線の定常性を判定するために用いる数値は、表2に示すとおりロール変形を連成解析する場合とそれ以外の場合とで異なる。また、非線形連立一次方程式の収束解を得る中途にて式(6)を評価する際には、数値的不安定を回避するために各要素の相当ひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ に下限値を設ける必要がある。特に CORMILL System にて利用している Newton-Raphson 法による収束計算では、接線係数マトリクス中に  $1/\dot{\epsilon}^3$  の項が表れるので注意が必要である<sup>1)</sup>。現在、CORMILL System においては、相当ひずみ速度の下限値は、 $10^{-5} \cdot \dot{\epsilon}^{ave}$  を標準値としている。

**2.3 変形域入口面・出口面での境界条件，ロールに関する条件**

上下/左右対称圧延の場合，変形域出口面での速度/表面力境界条件は次式にて与えられる。

$$\text{Entrance: } \dot{u}_x = 0, \dot{u}_y = 0, \dot{u}_z = (\text{uniform, unknown}), \sigma_{zz} = \sigma_b \dots\dots(10)$$

$$\text{Exit: } \dot{u}_x = 0, \dot{u}_y = 0, \dot{u}_z = (\text{uniform, unknown}), \sigma_{zz} = \sigma_f \dots\dots(11)$$

ただし、 $x$ は幅方向、 $y$ は厚さ方向、 $z$ は圧延方向である。上下あるいは左右非対称圧延の解析時のそり・ねじ

れを直接解くためには、変形域入口面あるいは出口面内において $z$ 面内および $z$ 方向の速度成分にそれぞれ3自由度を許容しなければならないが、現在の CORMILL System にはそこまでの機能は具わっていない。ただし、変形域入口面・出口面双方について、式(10)(11)にて表される速度境界条件をはずして計算することは可能なので、予変形域あるいは出口側被加工材を塑性変形が終了する領域まで十分長くとることによって、曲がり・ねじれの解析を実施することは可能である。また、ベアクロス圧延やシフトミルによる非対称圧延解析の際には、式(11)に変形域出口面内でのねじれに対応する速度成分を未知量として解析を行うことができる<sup>6)</sup>。なお、一般の実生産形鋼圧延においてはガイドテーブルが具わっており、その場合の変形域入口面・出口面での境界条件は式(10)(11)で表されると考えて問題は無く、むしろ入口側ガイドテーブルの高さの変化の影響を直接解析することが要求される。CORMILL System による非対称圧延解析では、ガイドテーブルの位置の変化に対応して入口材料位置を可変とすることができる。この機能を利用して、出口面での圧延方向応力分布により発生する曲げモーメントを最小とする入口ガイドテーブル位置を CORMILL System により求め、操業の改善を行った事例が報告されている。

なお CORMILL System による圧延解析においては、上/下/横の3本のロールのプロファイル・回転角速度を独立に与えることができ、さらにこれらを非駆動とした解析を実施することができる<sup>19)</sup>。また、式(11)にて表される変形域出口面での境界条件を、

$$\text{Exit: } \dot{u}_x = 0, \dot{u}_y = 0, \dot{u}_z = \dot{U}^{RD}(\text{given, uniform}), \sigma_{zz} = (\text{unknown}) \dots\dots(12)$$

とし、さらにロールを非駆動とすることにより、2/3/4ロール引抜き解析を行った事例も報告されている<sup>12)</sup>。

**2.4 応力場のスムージング**

非圧縮(定常)流動解析における数値解析技術上の問題として、静水圧応力  $\frac{1}{3}\sigma_{kk}$  の振動の問題がある。式(5)より明らかとなおり、静水圧応力は体積一定の付帯条件に対応しており、金属材料の様に非圧縮性が強い材料を扱う場合には、式(4)に示した釣り合い条件式、もしくは節点力の釣り合い条件とは直接関係無く定まる。そのため、非圧縮(定常)流動の解析では、静水圧応力  $\frac{1}{3}\sigma_{kk}$  の振動

表2 流線の定常性を判断するための条件

対象とする問題	流線の定常性の判別指針の判定値	荷重の定常性の判別指針と判定値
ロール変形連成(薄板熱延)	圧延後板厚変化の最大値, $10^{-4}$ mm	線荷重変化の最大値, 1%
剛体ロール	接触弧長変化の最大値の圧延方向平均要素長さに対する比, 0.5%	合計圧延荷重の変化, 0.5%

を回避する手段を導入する必要があり、CORMILL Systemでは式 (13) にて表される Volume average scheme を用いて全ての要素応力を一旦節点応力に換算して解析結果として出力しており、さらにロールとの接触界面での摩擦応力の評価は (特にクーロン摩擦の場合)、式 (13) にて節点量に換算された応力をもとに、各表面要素について  $5 \times 5$  のガウス積分にて実施している。

$$\{\sigma\}^{(Node=n)} = \frac{\sum_k V^k \{\sigma\}^k}{\sum_k V^k} \dots\dots\dots (13)$$

ただし、 $k$  はある節点  $n$  を囲む要素、 $\{\sigma\}^k$  は要素  $k$  中心の応力、 $V^k$  は要素  $k$  の体積である。なお、静水圧応力の振動の発生は要素の形状やロール・対称条件等の幾何学的境界条件 (拘束条件) と深い関係がある。例えば板圧延の解析では静水圧応力の振動はほとんど発生しないが、棒線材・形鋼圧延の様に要素形状の乱れが大きくなる場合には、式 (13) にて示したスムージングを行う方が望ましい。

3. CORMILL System の構成と解析結果

図1に、CORMILL System の構成を示す。本システムは、1) データ作成プログラム ROLLMESH, 2) 3 DFEM ソルバー CORMILL, 3) 多パス解析用データ変換・手動リメッシュプログラム PASSCHG, 4) 汎用ポストプロセッサ JPOST 用インターフェースプログラム、を基本的な構成要素としており、他に、解析の結果を処理するためのサブプログラム群が用意されている。また、図中に示したとおり、CADでの孔型図面製作との統合化をはかり操作性を向上させたシステムを構築した事例や、Visual C++ による GUI を基本として多パス解析の自動解析・適応型自動要素生成を可能とし、さらに Micro AVS とリンクす

ることによりパソコン上で動作するスタンドアロン型システムの構築例も報告されている<sup>20), 21)</sup>。

CORMILL System による圧延解析事例は、薄板熱延<sup>2)~6)</sup>、棒線材圧延<sup>7)~15)</sup>、形鋼圧延<sup>16)~21)</sup>等、について報告されており、現在の段階で未発表のものを含め従来の適用例を表3に示す。図中の再左列はCORMILL System が導入されている事業所を表しているが、対象とする問題は各事業所毎に多岐に亘っているため、CORMILL System のユーザ側にて新たな解析機能を付加したり、先に述べたとおり新たなシステムを構築した事例も報告されつつある。今後も CORMILL System に関する技術開発は間断無く進行するものと思われるが、今後の技術開発の2つの大きなテーマは、

- ・ CORMILL System によるより高度な3次元解析、
- ・ より実生産現場に役立つ解析システム作り、

であり、第1のテーマについては共回転応力を用いた定式化の導入による弾塑性 FEM 化、温度連成、材質モデル連成、第2のテーマについては User Friendly な解析システムの構築が大きな課題となる。

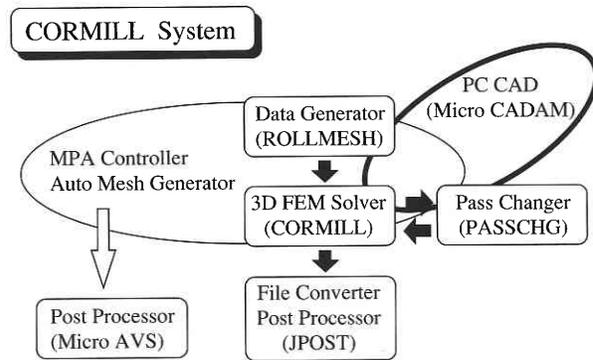


図1 CORMILL System の構成

表3 CORMILL System の適用例

A	棒線材	RO 2 / 3 ロール圧延, 組織連成解析
B	薄板熱延	クラウン・エッジドロップ, 幅変化
C	棒線材・形材	RO 2 / 3 ロール圧延, 等辺アングル 2 / 3 ロール圧延, 不等辺アングル材圧延
D	形材	H 形鋼 (BD,UR), 等辺/不等辺アングル 2 ロール圧延, I 形鋼, リム, リハン
E	棒線材	3 ロールマイクロミル圧延, RO 2 / 3 / 4 ロール圧延, タンデム圧延
F	薄板冷延・熱延	板クラウン・エッジドロップ, 形状不良
G	薄板冷延・熱延	異形断面鋼板圧延, エッジング圧延
H	棒線材・形材	H 形鋼 (BD,UR)
W	棒線材・形材	3次元 FEM 解析システム用 GUI, 形材多パス圧延の自動解析
T	薄板熱延	板クラウン・エッジドロップ, 2次元板圧延解析
	棒線材	RO/SD ほかの 2 ロール圧延, 2 / 3 / 4 ロール圧延および引抜き, 3次元 FEM 解析システム用 GUI
	形材	H 形鋼圧延 (BD,UR), アングル材圧延, チャンネル材圧延, U 形鋼矢板圧延, 形材多パス圧延の自動解析 (自動要素生成)
	管材	3 ロールレデューサ圧延

## 4. 結 言

数値圧延機 CORMILL System の現在の姿について、解説した。今まで行われた解析事例は多岐に亘りすぎているため、あえて従来結果の直接の引用は避け、理論的な背景や内容、さらに今後公開される予定のものも含めて従来の適用事例を簡略にまとめた。CORMILL System は筆者が開発したものであるが、ここまでに各所にて使用されるようになるまでの間には、共同研究を実施した各事業所にはディスカッション、検証実験の実施等で大変お世話になった。また、鉄鋼協会圧延理論部会理論解析技術小委員会で過去5年間にわたり行われている3次元圧延解析に関する議論は、CORMILL System の機能の向上に資するところ大であった。紙面をかりて深く御礼申し上げます。 (1997年6月23日受理)

## 参 考 文 献

## [一般]

- 1) 柳本ほか：数値圧延機の開発と応用，生産研究，43-11 (1991)，512.

## [薄板材圧延]

- 2) 柳本ほか：ラグランジェ乗数法3次元剛塑性FEMによる圧延加工の解析，塑性と加工，32-367 (1991)，1000.
- 3) 柳本ほか：ラグランジェ乗数法3次元剛塑性FEMと3次元弾性FEMとの連成による薄板圧延加工の解析，塑性と加工，32-367 (1991)，1007.
- 4) 柳本ほか：3次元剛塑性FEM・3次元弾性FEMと分割モデルとの連成による薄板圧延加工の解析手法と実験との比較による精度の検証，塑性と加工，33-383 (1992)，1406.
- 5) 佐々木ほか：熱延板プロフィール予測モデルの高精度化，鉄と鋼，79-3 (1993)，360.
- 6) 柳本ほか：ロールシフト・ロールクロス圧延の3次元連成解析手法とベアクロス圧延への適用，塑性と加工，36-410 (1995)，254.

## [棒線材圧延]

- 7) 柳本ほか：2ロールおよび3ロール方式による棒線材圧延の変形・負荷特性の数値シミュレーションによる検討，塑性と加工，34-384 (1993)，75.
- 8) 柳本ほか：2ロールおよび3ロール方式による棒線材圧延の変形・負荷特性に及ぼす前後方張力の影響の数値シミュレーションによる検討，塑性と加工，34-384 (1993)，81.
- 9) 中村ほか：3ロール法による丸棒サイズフリー圧延の変形解析と実験による検討，塑性と加工，34-384 (1993)，87.
- 10) 小野ほか：3方ロールによる細径線材の圧延特性 (第1報 穴ダイス伸線法との比較および数値解析の有効性)，平6春塑加講論 (1994)，329.
- 11) 小野ほか：3方ロールによる細径線材の圧延特性 (第2報 ラウンド・オーバル圧延の3次元FEMによる変形・負荷特性)，平6春塑加講論 (1994)，333.
- 12) 柳本ほか：ロール伸線法の変形・負荷特性，第126回塑性加工懇談会資料 (1996)，14.
- 13) 根石ほか：条鋼の熱間圧延時の塑性ひずみが製品粒度に及ぼす影響，47回塑加連講論 (1996)，275.
- 14) 根石ほか：条鋼ブロックミルでの累積ひずみ効果の基礎検討，平9春塑加講論 (1997)，501.
- 15) 久保木ほか：剛塑性FEMを用いた条鋼タンデム圧延の数値解析，平9春塑加講論 (1997)，487.

## [形鋼圧延]

- 16) 柳本ほか：形材非対称圧延のFEM解析手法とアングル材圧延への適用，塑性と加工，36-408 (1995)，41.
- 17) 柳本ほか：多パス形材圧延のFEM解析およびプラスチック実験・熱間鋼実験との比較，塑性と加工，36-414 (1995)，713.
- 18) 柳本ほか：要素再分割法を利用した形鋼圧延の3次元FEM解析，平5春塑加講論 (1993)，25.
- 19) 柳本ほか：3ロールアングル材圧延の3次元FEM解析，44回塑加連講論 (1993)，275.
- 20) 柳本ほか：形鋼圧延FEM解析に対する適応型自動要素生成手法，平9春塑加講論 (1997)，481.
- 21) 柳本ほか：形鋼圧延FEM解析システムの構築とユーザーフェースの開発，平9春塑加講論 (1997)，483.

## [その他]

- 22) 北川：弾塑性力学 (1987)，裳華房.