

修士論文

電波を用いた小惑星探査ローバの位置同定

Radio Based Localizatoion on Small Body Surface

46407 肥後 さやか  
指導教員 中谷 一郎

46407 Sayaka HIGO  
Professor Ichiro NAKATANI

2006年2月3日(金)



# 目次

<b>第1章</b>	<b>研究の背景と目的</b>	<b>9</b>
1.1	研究の背景	9
1.1.1	太陽系を構成する天体	9
1.1.2	小天体の特徴	9
1.1.3	小天体探査ミッション	10
1.2	研究の目的	11
1.2.1	表面探査の意義	11
1.2.2	探査ローバの有効性	12
1.2.3	誘導航法の必要性	12
1.3	研究の概要	14
<b>第2章</b>	<b>既存の位置同定手法の検討</b>	<b>15</b>
2.1	ローバ単体での位置同定	15
2.1.1	画像を利用した自己位置同定	15
2.1.2	太陽センサや星地図を用いた自己位置同定	16
2.2	外界機器を利用した位置同定	16
2.2.1	ローバが受動的な場合	17
2.2.2	ローバが能動的な場合	18
2.3	まとめ	20
<b>第3章</b>	<b>電波の伝播遅延時間測定による位置同定手法の提案</b>	<b>21</b>
3.1	提案手法の概要	21
3.2	提案手法の定式化	22
3.2.1	定式化における仮定	22
3.2.2	座標系の定義	23
3.2.3	状態方程式	24
3.2.4	観測方程式	27
3.2.5	バッチフィルタの定式化	30
3.2.6	カルマンフィルタの定式化	31

<b>第4章</b>	<b>提案手法の位置同定シミュレーションによる精度解析</b>	<b>35</b>
4.1	シミュレーションパラメタ	35
4.2	シミュレーション結果	35
4.2.1	バッチフィルタによる推定結果	35
4.2.2	カルマンフィルタによる推定結果	36
4.3	位置同定精度の高い周回軌道の検討	37
4.3.1	視線方向と位置同定精度	38
4.3.2	長時間観測 ( <i>LONG</i> )	38
4.3.3	低感度の母船位置 ( <i>POOR</i> )	39
4.3.4	高感度の母船位置 ( <i>RICH</i> )	40
4.4	まとめ	40
<b>第5章</b>	<b>提案手法による位置同定における誤差要因の検討</b>	<b>55</b>
5.1	GPS 測位と提案手法の比較	55
5.2	GPS 測位	56
5.2.1	背景	56
5.2.2	送信信号	56
5.2.3	誤差の原因とその大きさ	57
5.2.4	衛星の位置に関連する誤差	57
5.2.5	電波の伝播に伴う誤差	59
5.2.6	マルチパスの影響	62
5.2.7	受信機の時計誤差	63
5.3	DGPS 測位	63
5.4	提案手法に影響する誤差要因	63
5.5	実証実験	64
5.5.1	GPS 測位の座標系	65
5.5.2	座標変換	66
5.5.3	GPS 衛星の軌道情報	70
5.5.4	GPS 衛星位置の計算	70
5.5.5	one-way Range 観測の定式化	73
5.5.6	実証実験パラメタ	74
5.5.7	地球規模, one-way Range 測定での実証実験結果 ( <i>DGPS</i> )	75
5.5.8	イトカワ規模, two-way Range 測定での実証実験結果 ( <i>NOISE</i> )	77
<b>第6章</b>	<b>結論</b>	<b>83</b>

# Table Contents

4.1	Numerical Values of Simulation Parameters . . . . .	36
5.1	Major Error Factor on GPS Measurement . . . . .	57
5.2	Parameters in GPS Navigation Message . . . . .	71
5.3	Each Parameters of MITAKA and KOGANEI Station . . . . .	75
5.4	Common Parameters of MITAKA and KOGANEI Station . . . . .	76
5.5	Comparison of the Simulation Parameter( <i>RICH</i> ) and ( <i>DGPS</i> ) . . . . .	76



# Figure Contents

1.1	the Spacecraft NEAR and the Asteroid Eros . . . . .	11
1.2	the Spacecraft HAYABUSA and the Asteroid ITOKAWA . . . . .	11
1.3	the Spacecraft Deep Impact and the Asteroid Tempel . . . . .	12
1.4	Mars Exploration Rover . . . . .	13
2.1	the Asteroid Explorer MINERVA . . . . .	16
2.2	Geocentric and Geodetic Direction on Earth and on a Small Body .	17
2.3	LUNAR-A Mission and Penetrators . . . . .	18
2.4	Concept of GPS Method . . . . .	19
3.1	Illustration of two-way Range Measurement between the Rover and the Mother Spacecraft . . . . .	22
3.2	Definition of Coordinates System for the Proposed Model . . . . .	23
3.3	Keplerian Six Elements . . . . .	25
3.4	Anomaly $E(t)$ and $V(t)$ . . . . .	26
3.5	Two-Way Range Measurement of Proposed Model . . . . .	28
3.6	Least Squares Adjustment . . . . .	31
4.1	Track of Rover Position and Spacecraft Orbit . . . . .	37
4.2	Simulation Results by Batch Filter . . . . .	38
4.3	Dynamics of Rover and the Spacecraft during Observation . . . . .	39
4.4	Simulation Results by Kalman Filter . . . . .	40
4.5	Consideration of Estimation Error by Batch Filter . . . . .	41
4.6	Consideration of Estimation Error by Kalman Filter . . . . .	42
4.7	Relative Position from the Rover to the Spacecraft . . . . .	43
4.8	Line of Sight Direction from the Rover to the Spacecraft . . . . .	44
4.9	Track of Rover Position and Spacecraft Orbit ( <i>LONG</i> ) . . . . .	45
4.10	Relative Position from Rover to the Spacecraft ( <i>LONG</i> ) . . . . .	45
4.11	Line of Sight Direction from the Rover to the Spacecraft( <i>LONG</i> ) .	46

4.12	Localization Accuracy( <i>LONG</i> ) . . . . .	47
4.13	Track of Rover Position and Spacecraft Orbit ( <i>POOR</i> ) . . . . .	48
4.14	Relative Position from Rover to the Spacecraft ( <i>POOR</i> ) . . . . .	48
4.15	Line of Sight Direction from the Rover to the Spacecraft( <i>POOR</i> ) .	49
4.16	Localization Accuracy( <i>POOR</i> ) . . . . .	50
4.17	Track of Rover Position and Spacecraft Orbit ( <i>RICH</i> ) . . . . .	51
4.18	Relative Position from Rover to the Spacecraft ( <i>RICH</i> ) . . . . .	51
4.19	Line of Sight Direction from the Rover to the Spacecraft ( <i>RICH</i> ) .	52
4.20	Localization Accuracy ( <i>RICH</i> ) . . . . .	53
5.1	Ionospheric Delay Model by Kloubuchar, J.A. . . . .	61
5.2	Image of Differential GPS Measurement . . . . .	63
5.3	Geocentric Coordinate Systems . . . . .	65
5.4	Precession of the Earth Rotation Axis . . . . .	67
5.5	Nutation of the Earth Rotation Axis . . . . .	68
5.6	Polar Motion of the Earth Rotation Axis . . . . .	69
5.7	IGS Tracking Network . . . . .	74
5.8	Tracking Station : MITAKA . . . . .	75
5.9	Track of Station MITAKA and the Orbit of GPS Satellite#21 . . .	77
5.10	Localization Accuracy on the Earth, one-way Range Measurement .	78
5.11	Relative Position from the Station MITAKA to the GPS Satellite ( <i>DGPS</i> ) . . . . .	79
5.12	Line of Sight Direction from the Station MITAKA to the GPS Satel- lite ( <i>DGPS</i> , 3D map) . . . . .	80
5.13	Line of Sight Direction from the Station MITAKAto the GPS Satel- lite ( <i>DGPS</i> , Time axis) . . . . .	80
5.14	Noise Data from GPS Observation . . . . .	81
5.15	White Noise on the proper Simulations . . . . .	81
5.16	Localization Accuracy ( <i>NOISE</i> ) . . . . .	82

# 第1章 研究の背景と目的

本研究では、既存の位置同定手法では困難であった、直径数百メートル級の小天体表面上での位置同定手法を提案する。本章では小天体探査の背景と現状、小天体探査にローバが有効であること、ならびにローバの誘導航法のために必要な位置同定の条件について述べる。

## 1.1 研究の背景

### 1.1.1 太陽系を構成する天体

太陽系を構成する天体は恒星である太陽、水星から冥王星までの9つの惑星(planet)に月などの衛星(satellite)、無数の小惑星(asteroid)、彗星(comet)<sup>1</sup>で構成される。惑星、衛星、小惑星、彗星は物質的な差ではなく、その大きさや運動、形態によって区別される。

惑星と小惑星とは、およそ直径2000[km]を境に大きいものは惑星、小さいものは小惑星とされる。これは従来の冥王星までを惑星と呼んだことに大きく起因すると思われる。2003年11月14日に直径1700[km]の発見されたセドナは当初、第10惑星かとも物議を醸したが、結局翌年9月に小惑星番号90377番として登録された。ちなみに、冥王星の直径は2320[km]であり、セドナ発見前は、最初に発見された小惑星ケレスが最大で直径1000[km]であった<sup>2</sup>。

衛星は惑星の周りを周回する天体を、彗星は太陽に近づいたときに観測される一時的な大気であるコマや尾をもつ天体を指す。

### 1.1.2 小天体の特徴

地球をはじめとする惑星を構成する物質は、自分自身の熱による大規模な溶融、隕石爆撃、マントル対流、プレートテクトニクスなどの大規模な変成を経験したた

---

<sup>1</sup>英語名を記したのは、和訳名の方がより適切な表現であることを主張したためである。

<sup>2</sup>2006年2月2日の英科学誌ネイチャーに直径3000[km]と見積られる天体発見についての論文が掲載された。

め、太陽系形成時の情報をもたない。

これに対し、小天体は熱変成を経ず、太陽系形成時の情報を今でも保持していると期待され、もしくは熱変成を経た大きな天体が、衝突で砕けて複数の小天体を成していると考えられており、小天体を探査することは太陽系の起源や初期進化、形成過程の解明につながると期待されている。

小惑星はその軌道によって、メインベルトに属するトロヤ群やハンガリア群、地球近傍のアテン群、アポロ群や軌道傾斜角が $90^\circ$ を超える逆行小惑星などに分類される。理学的に興味があるのは、スペクトル観測による分類で、大きくC型、S型、M型に分類される。C型は主な構成成分が炭素で、発見された小惑星の75%が含まれる。S型はケイ素質で17%、M型は金属質で構成される。小惑星イトカワはS型小惑星である。

### 1.1.3 小天体探査ミッション

これまでも小天体探査はいくつか行われた。ガリレオによるガスプラ、イダ接近観測も挙げられるが、本格的な小惑星探査はニアシューメーカー (NEAR Shoemaker) による小惑星マティルドへの接近飛行、および小惑星エロスの周回軌道投入、ハードランディング<sup>3</sup>(硬着陸)に始まる (Fig.1.1<sup>4</sup>)。

ニアシューメーカーは2000年に小惑星エロスの周回軌道に入り、エロス表面を長時間観測することに成功した。高度9000[km]から観測をはじめ、最終的には1600箇所を超えるランドマークを同定し、主要なランドマークの慣性座標上の位置を1[m]の精度で同定することに成功した。これを用いて、後に周回衛星の軌道が10[m]の精度まで同定できたとしている [1]。

2003年には小惑星探査機「はやぶさ」が打ち上げられ、2005年9月に小惑星イトカワに到着、11月にはサンプル採取を試みた。「はやぶさ」は初めて小惑星軟着陸に成功した探査機で、2010年にサンプルを持って地球へ帰還する予定である (Fig.1.2<sup>5</sup>)。

2005年には彗星探査機ディープインパクトが打ち上げられ、7月にテンペル彗星の詳細な地図作成後、インパクトの衝突に成功、その瞬間の撮像、および電磁波観測に成功した (Fig.1.3<sup>6</sup>)。

<sup>3</sup>ハードランディングと呼んだのは、ニアシューメーカーが目標地点を設定して着陸したのではなく、周回軌道の高度を徐々に下げ最後にはエロス表面に落下したためである。

<sup>4</sup>[http://www.planetary.or.jp/know\\_near.html](http://www.planetary.or.jp/know_near.html) および <http://photojournal.jpl.nasa.gov/browse/PIA02923.jpg> より抜粋

<sup>5</sup>[http://www.as-exploration.com/mef/oneyear/oneyear\\_galle\\_img/m-c-4b.jpg](http://www.as-exploration.com/mef/oneyear/oneyear_galle_img/m-c-4b.jpg) および [http://www.isas.jaxa.jp/j/snews/2005/1101\\_hayabusa.shtml](http://www.isas.jaxa.jp/j/snews/2005/1101_hayabusa.shtml) より抜粋

<sup>6</sup>[http://www.nasa.gov/mission\\_pages/deepimpact/media/artist\\_concept-spacecraft.html](http://www.nasa.gov/mission_pages/deepimpact/media/artist_concept-spacecraft.html) および [http://www.nasa.gov/mission\\_pages/deepimpact/multimedia/PIA02127.html](http://www.nasa.gov/mission_pages/deepimpact/multimedia/PIA02127.html) より抜

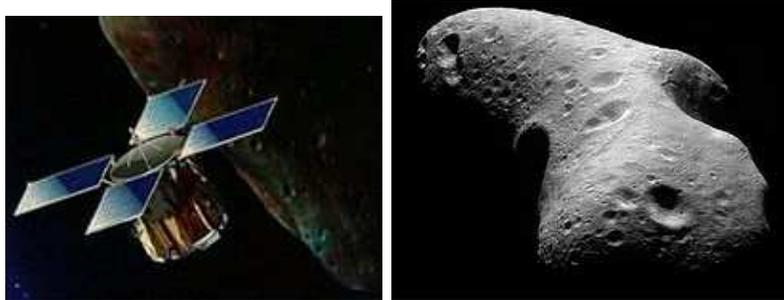


Fig. 1.1: the Spacecraft NEAR and the Asteroid Eros



Fig. 1.2: the Spacecraft HAYABUSA and the Asteroid ITOKAWA

2006年以降にはDawnによるマルチランデブ調査、Heraによるマルチサンプルリターン計画もある。

このように、小天体探査は近年になって具体的なミッションが計画、実行されており、活発になってきた分野である。

## 1.2 研究の目的

### 1.2.1 表面探査の意義

天体探査の目的は、その構成物質の分析から太陽系の起源、生成過程を調べることであった。現実的には天体近くに宇宙船を送り込み、サンプルを採取したり、何かを衝突させた衝突痕を表面探査機によって調べたり、といったミッションが考えられる。過去大きな天体であったものの破片である小天体であれば、表面に直接太陽系形成途中の情報を含むと考えられる。衝突痕を調べることは、天体内部が露出している可能性が高く、いずれにしても表面探査によって様々な有力情

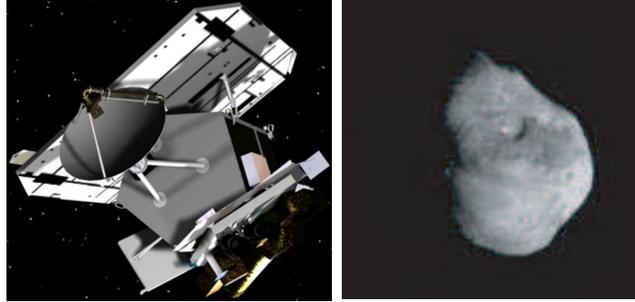


Fig. 1.3: the Spacecraft Deep Impact and the Asteroid Tempel

報を得ることが期待できる。

### 1.2.2 探査ローバの有効性

小天体表面で観測すべき場所は、サンプリング採取の衝突痕の他、ボルダと呼ばれる岩盤やクレータ、砂でできた池といった特徴的な地形である。「はやぶさ」の探査によって、イトカワのような小天体でも特徴的な地形に富むことが確認された。

表面探査にはランダ(着陸機)やローバ(表面探査機)が有効である。興味のある場所を探査するには、天体表面を自由に移動できるローバによる探査が有効である。実際のミッションは次のような過程を踏むと考えられる。

1. 母船が小天体近傍まで航行し、詳細な地図を作成する
2. 着陸し易い場所に母船からランダを降下する
3. ランダに搭載されたローバが、小天体表面の複数ポイントを探査する

そこで本論文では、ローバの特定ポイントへの誘導航法を目標とし、特に小天体表面を想定した位置同定手法を検討する。小天体表面に的を絞ったのは、既存の位置同定手法がイトカワ級の直径数百メートル程度の小天体には適用できないためである。

### 1.2.3 誘導航法の必要性

ローバによる小天体表面探査は未だ実現されていないが、月面上および火星表面上の探査機はこれまでも幾つかあった。近年だと2004年1月に2台の Mars



Fig. 1.4: Mars Exploration Rover

Exploration Rover(Fig.1.4<sup>7</sup>) が火星表面に送り込まれ、詳細な地表画像を送ってきた。

これまでの惑星探査ローバは、探査範囲がランダの近傍であって、惑星との相対的な距離で考えるとごく局所的な範囲の移動であった。MERは、クレータ探査(直径22[m]、深さ3[m])を行ったため、絶対位置同定は要求されず、自分自身が撮像した画像からクレータへの誘導航法が行われた [2]。

これに対し、小惑星探査ローバはその数百メートルの直径の端から端まで、全ての表面を移動することが予想される。さらに最も理学的興味の高いサンプル時の衝突痕は、大きくとも直径数メートルであろう。直径数百メートルの天体上で、数メートルサイズの目標地への誘導を行うには、リアルタイムかつメートルオーダーの位置同定精度が要求される。

また一般に、ローバに搭載する工学機器は少ないほどよい。これは、理学的な観測機器をなるべく多く搭載したい上、ローバやランダは母船によって小天体表面に投下されるので、重量および大きさの制限があるためである。

小天体探査ローバの位置同定への要求条件を以下にまとめる。

- 理想的にはリアルタイムでの位置同定であること
- 位置決定精度はメートルオーダーであること
- 最小限の搭載機器であること

既存の位置同定手法には以上の要求を満たすものがない。

---

<sup>7</sup>[http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/image/mars2003\\_rover.jpg](http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/image/mars2003_rover.jpg) より抜粋

### 1.3 研究の概要

本研究では、母船とローバ間の往復の電波伝播遅延時間測定による位置同定手法を提案する。定式化および数値シミュレーションによって、提案手法が直径数百メートル級の小天体表面に対しても有効であることを示す。さらに、地上の位置同定手法であるGPS測位を参考にして、提案手法に想定される雑音要因の検討を行う。

第2章で既存の位置同定手法の小天体上での利用可能性を検討する。ローバの自己位置同定手法としてまず、ローバの撮像した画像と予め用意した地図とのマッチングによる位置同定法を検討する。次に古来から用いられている、星や太陽の動きによる位置同定について検討する。さらに、外界機器を利用しての画像による位置同定、相対速度測定による位置同定、相対距離測定による位置同定について検討する。

第3章では提案手法の概念と理論、定式化をまとめる。提案手法はローバと母船の間の往復の電波の伝播遅延を複数回測定することによって、位置同定を行う。小天体の自転運動パラメタは既知、母船は周回衛星で軌道パラメタは既知、ローバは位置同定中は移動を行わないと仮定した。

第4章で小惑星イトカワを想定したモデルでの位置同定シミュレーションを示す。直径は300[m]×600[m]×300[m]で、周回衛星の軌道高度は3[km]とした。位置同定シミュレーションから提案手法の位置同定速度および精度を数量的に試算する。さらに、提案手法の感度方向について検討し、最適なローバ位置および衛星配置を考察する。

第5章では提案した位置同定手法の誤差要因の検討を行う。ここではGPS測位での誤差要因を参考とする。これはGPS測位の測定値も提案手法と同様に、電波の伝播遅延であり、また誤差要因も十分検討されているためである。GPS測位データを用いて、提案手法に想定される観測雑音を生成し、現実的な観測雑音下でも提案手法が有効であることを示す。

第6章で本研究のまとめと結論を述べる。

## 第2章 既存の位置同定手法の検討

直径数百メートルの小天体上での、既存の位置同定手法の適用可能性について検討する。ローバ単体での位置同定か、それともローバ外界の機器を利用した位置同定かの2つに大別する。

### 2.1 ローバ単体での位置同定

#### 2.1.1 画像を利用した自己位置同定

ローバ自身がスカイラインを含めた周辺環境を撮像し、予め用意された地図とのマッチングによって自己位置同定する手法が提案されている [1][3]。

地球からの観測では、小天体はせいぜいその有無しか判別できない。そこで小天体の地図はランダまたは天体近傍の母船によって詳細に作成する必要がある。ローバは小天体の全表面を自由に移動することが期待されるため、天体全土の詳細な地図が必要である。しかし、ランダが作製する地図は、1度の降下中に見える範囲のローカルな地図であって、広範囲に詳細な地図を作製することは難しい。母船が周回衛星ならば、グローバルな地図を作製できるが、その分解能は搭載されたカメラの分解能に依存する。

一方、ローバの視界にも限界がある。例えば、探査機「はやぶさ」に搭載されたローバ「ミネルバ」は、高さ100[mm]であった (Fig.2.1<sup>1</sup>)。ローバの視界はカメラの高さに依存するので、100[mm]の高さのローバにとっては小天体表面の100[mm]の凹凸でも視界を遮られる。従って、詳細な地図が作成されていても、ローバの可視範囲に位置同定に十分なランドマークが存在する保証がない。

画像マッチングで位置同定を行うためには、以下の二つの方法が考えられる。

- 周回衛星のカメラ分解能に見合うほど大きな視界を得るために、ローバの高さを高くする
- ローバのローカルな視界に見合うほど、分解能の優れたカメラを周回衛星に搭載する

---

<sup>1</sup><http://www.isas.jaxa.jp/j/snews/2005/1103.shtml> より抜粋

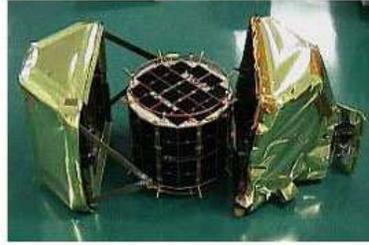


Fig. 2.1: the Asteroid Explorer MINERVA

二方法のどちらも現実的ではなく、小天体表面上ローバの位置同定手段として画像マッチングは不適切である。

### 2.1.2 太陽センサや星地図を用いた自己位置同定

大航海時代より、ランドマークがない海洋上でも星や太陽の位置、動きから自己位置を推定する手法が用いられてきた。しかしこの手法も小天体上の位置同定には適当でない。

そもそも太陽や星の見える方向を決定するには、ある基準方向が必要である。天体表面上の観測者が検出するのは測地座標系 (geodetic coordinate) の方位角で、観測地点に依存した座標系である。測地座標系では重力方向を基準方向に取っている。一方、グローバルな地心座標系 (geocentric coordinate) の方位角は、自転軸を基準方向に取っている。

地上では、地球が大きく、ほぼ正球に近いので、重力方向と自転軸とが重心で公差する。これに対し、小天体表面で測定した重力方向は、そのいびつな形状と微小重力が原因で、必ずしも重心を通らない。従って、小天体では重心方向と回転軸方向とが重心で交差せず、推定方位角にずれが生じる。ずれは数十度に及ぶこともある (Fig.2.2)。

従って小天体上では、太陽センサや星地図を利用した位置同定は精度が不十分である。

## 2.2 外界機器を利用した位置同定

これまでに述べたとおり、小天体上のローバ単体による位置同定には課題があった。そこで、単体ではなく、地球や母船やランダの機器を利用した位置同定を考える。

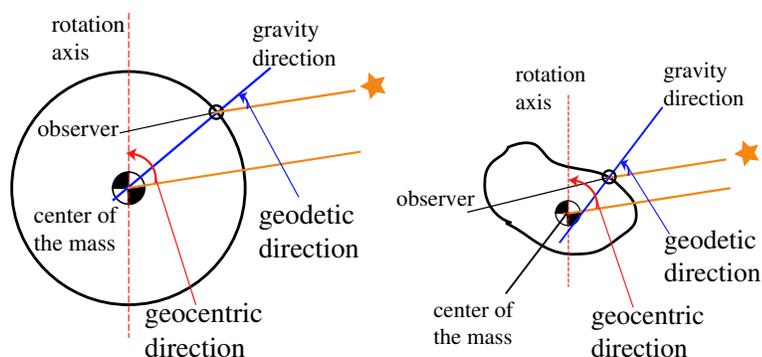


Fig. 2.2: Geocentric and Geodetic Direction on Earth and on a Small Body

外界の援助を受けた位置同定を大きく、ローバが受動的な場合と能動的な場合に分ける。受動的というのは、ローバが位置同定に関して何の搭載機器も必要としない、という意味で用い、能動的というのは、ローバが位置同定に関して一定周波数の電波を返すように、何らかの処理を行うという意味で用いる。

### 2.2.1 ローバが受動的な場合

#### 周回衛星からの撮像による位置同定

小天体の周回軌道上の衛星から小天体表面を撮像して、ローバの位置を同定することを検討する。

ニアシューメーカは、小惑星エロスの主要なランドマークを、慣性座標上で10[m]の精度で同定することに成功した。これは1年以上の観測データを、地上でオフライン処理した後の成果である [1]。リアルタイムに100[mm]サイズのローバを「目視」することは困難で、誘導航法には用いることができない。

#### 地球からの撮像

地球からの撮像であれば、利用できる機器の性能は格段に上昇する。地上からローバを「目視」することを考える。

小惑星が多く存在する小惑星帯の中心から地球までの距離は1.87[AU]  $\approx 2.8 \times 10^{11}$  [m]程度である。これは光速にして往復30分以上かかる距離である。中には地球に接近するような歪な軌道をもつものもある。

小惑星イトカワは最長で  $5 \times 10^{11}$  [m]、最短で  $2 \times 10^9$  [m] に接近する。小惑星イトカワは、2004年3月に東京大学基礎天文台にて2年余りぶりに観測され、そのとき

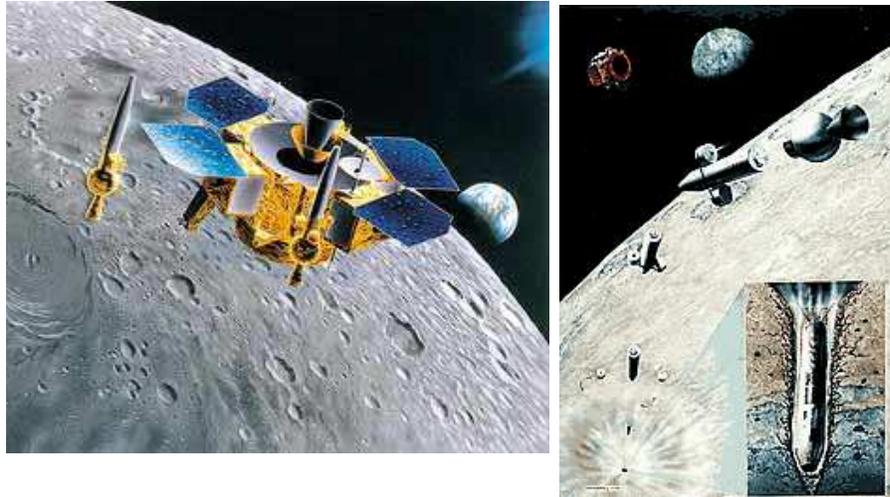


Fig. 2.3: LUNAR-A Mission and Penetrators

の明るさは20等級ほどであった。最接近する同年6月には12等級ほどになった。

地球から観測できる小天体は地球に接近してくるものに限られており、接近してきたとしても、その有無が判別できる程度で、大きさや形状まで知ることは不可能である。

### 2.2.2 ローバが能動的な場合

前節でローバが受動的な場合には位置同定が困難であることを述べた。本節では速度変化率や電波の伝播遅延時間測定による位置同定手法について述べる。

#### Range Rate 測定による位置同定

月周回衛星から Range Rate、つまり速度変化率を測定することによって、月面のペネトレータ位置を同定する手法が月探査ミッション (LUNAR-A) で提案されている (Fig.2.3<sup>2</sup>)。半月かけての測定で 600[m] の精度で位置を同定できるという試算である [4]。

これをイトカワ級の小天体に利用することを考える。イトカワの自転周期は12[h]、回転角速度にして  $1.4 \times 10^{-4}$ [rad/s] であるから、小天体重心から 200[m] 離れた表面かつ赤道上で、最大 2.8[cm/s] の速度になる。

<sup>2</sup>[http://www.jaxa.jp/missions/projects/sat/exploration/lunar\\_a/img/photo.jpg](http://www.jaxa.jp/missions/projects/sat/exploration/lunar_a/img/photo.jpg) および <http://www.isas.ac.jp/j/about/center/udsc/image/10-6-154.gif> より抜粋

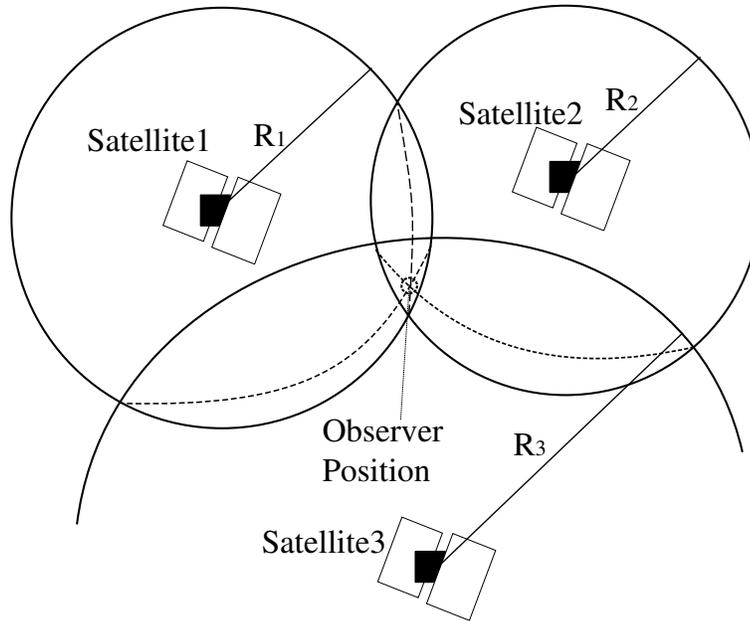


Fig. 2.4: Concept of GPS Method

ドップラシフト測定用の基準周波数に  $10[\text{GHz}]$  を用いると、測定される周波数偏移は観測者から視線方向にある最大の場合で  $1[\text{Hz}]$  である。 $1[\text{Hz}]$  の変化を測定できる装置を備えたとしても、ローバの有無の検出しかできない。位置同定には利用することができない。

### Range 測定による位置同定

地球上で広く用いられている位置同定手法は GPS(Global Positioning System) である。GPS 測位は、one-way Range 測定による位置同定手法である。Range とは相対距離を、one-way とは片道を表す。正確に軌道が分かっている衛星位置 (軌道 6 要素およびその補正項はそれぞれ 11 桁の精度で既知 [5]) を基準として、観測者の位置を同定する。観測者は一度に複数 GPS 衛星からの相対距離を得て、幾何的に自己位置を同定する (Fig.2.4)。

GPS 手法を小天体上の位置同定に用いることを考える。複数衛星を小天体の周回軌道に投入することと、ローバ側に処理計算の負担がかかることが非現実的であり、GPS 手法を直接小天体上の位置同定に利用することは難しい。

## 2.3 まとめ

この章では既存の位置同定手法を挙げ、小天体上での利用を検討した。直径数百メートルサイズの小天体の位置同定として、既存手法はいずれも問題があり利用できないことを示した。

Range 測定は直径数百メートルの小天体上でも測定可能で、意味のある位置同定が行える見込みがある。そこで、複数衛星を用いる代わりに、1機の衛星で複数回、時間をかけて Range 測定を行い、GPS 測位と同様の理論で位置同定する手法を提案する。

## 第3章 電波の伝播遅延時間測定による位置同定手法の提案

観測者と衛星との往復の伝播遅延を連続測定して、観測者の位置同定を行う手法を提案する。提案手法の概要および定式化を記す。

### 3.1 提案手法の概要

小天体探査ローバとその母船間の相対距離を測定することにより、位置同定を行う手法を提案する。相対距離は次のように電波を用いて測定する。

1. 母船から電波を送信する
2. ローバで電波を反射する
3. 再び母船で電波を受信する

母船で電波を送信してから受信するまでにかかった時間を測定する (Fig.3.1)。往復の距離を測定するので、two-way Range 測定と呼ばれる。two-way Range 測定によって、周回衛星の軌道決定を行う手法は数多くある。しかし、天体表面上のローバの位置同定に Range 測定を用いるのは新しい手法である。

母船は一定間隔毎に、繰り返し Range 測定を行う。母船側で測定値を処理し、ローバ位置を同定する。ローバは母船との交信で自己位置を知り、目的地へ移動する。

提案手法は次のような利点を持つ。

- 複数回測定を行うことにより、単独衛星で位置同定可能である
- 往復の電波の伝播遅延を測定することにより、ローバ側に高精度の時計およびデータ処理システムの負担がない
- Range 測定のみから位置同定を行うので、処理計算が簡単である

提案手法は、直径数百メートルの小天体上でも非常に有効である。このことは、次章の位置同定シミュレーションによって明らかにする。

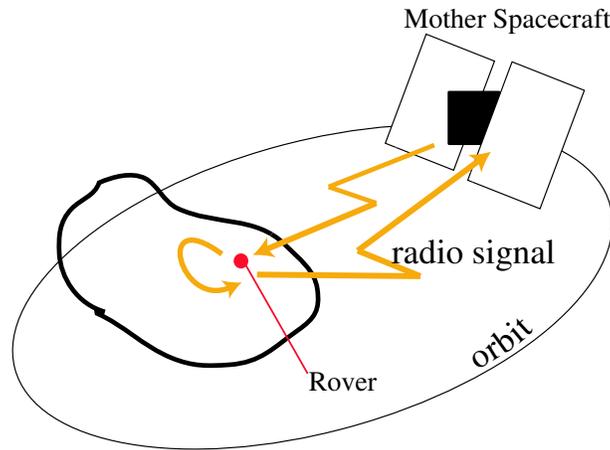


Fig. 3.1: Illustration of two-way Range Measurement between the Rover and the Mother Spacecraft

## 3.2 提案手法の定式化

### 3.2.1 定式化における仮定

定式化にあたり、以下に述べる三つの仮定を用いた。これらは小天体の表面探査においては現実的な仮定である。その理由もそれぞれ記した。

#### 位置同定中にローバは移動しない

位置同定の測定中、ローバは静止していることを仮定した。ローバのダイナミクスは、小天体の自転運動のみに依存するとした。

ローバのタスクは目的地へ移動することだけではない。科学的観測を行ったり、サンプルを採取したり、観測データをランダや母船、地球に送信したりといった重要なタスクも抱えている。また、太陽電池に充電ができない夜間は、電力の消耗を防ぐ目的で活動を行わない状況もある。従って、位置同定中にローバが移動しないとする仮定は現実的である。

#### 小天体の自転運動は既知

小天体の重心、自転軸および自転角速度は既知であるとした。

通常小天体探査では、ローバによる表面探査に先んじて、母船によって天体の詳細な地図や重力場地図が作成される。小天体の自転運動を知ることは、ローバ投入の前段階でのミッション課題である。従って、天体の自転運動は既知であるとする仮定も現実的である。

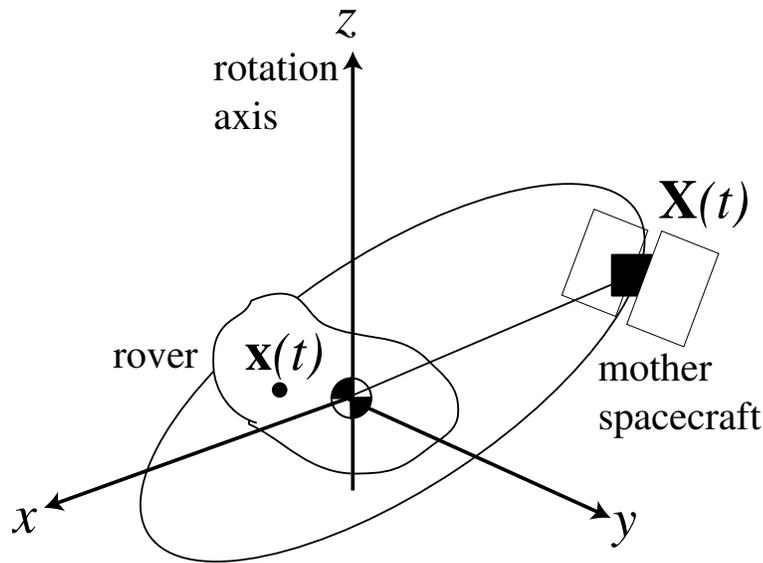


Fig. 3.2: Definition of Coordinates System for the Proposed Model

#### 周回衛星の軌道パラメタは既知

衛星の軌道六要素は既知であり、衛星の運動はよく分かっていると仮定した。

衛星軌道は太陽方向や星配置、天体のランドマークを基準として決めることができる。軌道パラメタを既知とする仮定も現実的である。

#### 3.2.2 座標系の定義

座標系の定義をまとめる。

- 天体重心を原点とした慣性空間固定座標系とする
- 天体の自転軸を  $z$  軸とする
- 周回衛星の軌道面と  $z$  軸に直交する平面との交線を  $x$  軸とする

Fig.3.2 に定義した座標系を、時刻  $t$  におけるローバ、周回衛星の位置をそれぞれ  $\mathbf{x}(t) = (x(t), y(t), z(t))$ 、 $\mathbf{X}(t) = (X(t), Y(t), Z(t))$  として表す。

### 3.2.3 状態方程式

#### ローバのダイナミクス

定式化において、ローバは位置同定中静止していると仮定した。よってローバのダイナミクスは小天体の自転運動のみに依存し、初期時刻を  $t_0$ 、経過時刻を  $\Delta t$  とすると以下のように表せる。

$$\mathbf{x}(t_0 + \Delta t) = \mathbf{R}_z(\psi\Delta t)\mathbf{x}(t_0) \quad (3.2.1)$$

但し、 $\psi$  は小天体の自転角速度を表す。 $\mathbf{R}_z$  は  $z$  軸まわりの回転行列で  $\theta$  を任意の角度として

$$\mathbf{R}_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.2.2)$$

である。

#### ケプラー運動

距離  $r$  だけ離れた二つの質点  $m_1$  と  $m_2$  とを考える。ニュートン力学により質点  $m_2$  の質点  $m_1$  に対する運動は、式 (3.2.3) の方程式で記述される [6]。

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} + \frac{G(m_1 + m_2)}{r^3}\mathbf{r} = \mathbf{0} \quad (3.2.3)$$

ここで  $\mathbf{r}$  は質点  $m_1$  から質点  $m_2$  への相対位置ベクトルで、 $\|\mathbf{r}\| = r$ 、 $G$  は万有引力定数である。

方程式 (3.2.3) の解は、二階のベクトル微分の六個の積分定数に対応する六つの軌道要素で決定され、ケプラー運動と呼ばれる。六つの軌道要素とは、

- 昇交点経度  $\Omega$ (longitude of ascending node)
- 軌道傾斜角  $I$ (inclination)
- 軌道長半径  $A$ (semi-major axis)
- 軌道離心率  $\varepsilon$ (eccentricity)
- 近地点引数  $\omega$ (argument of perigee)
- 平均近点角  $M_0$ (mean anomaly) at  $t_0$ (epoch)

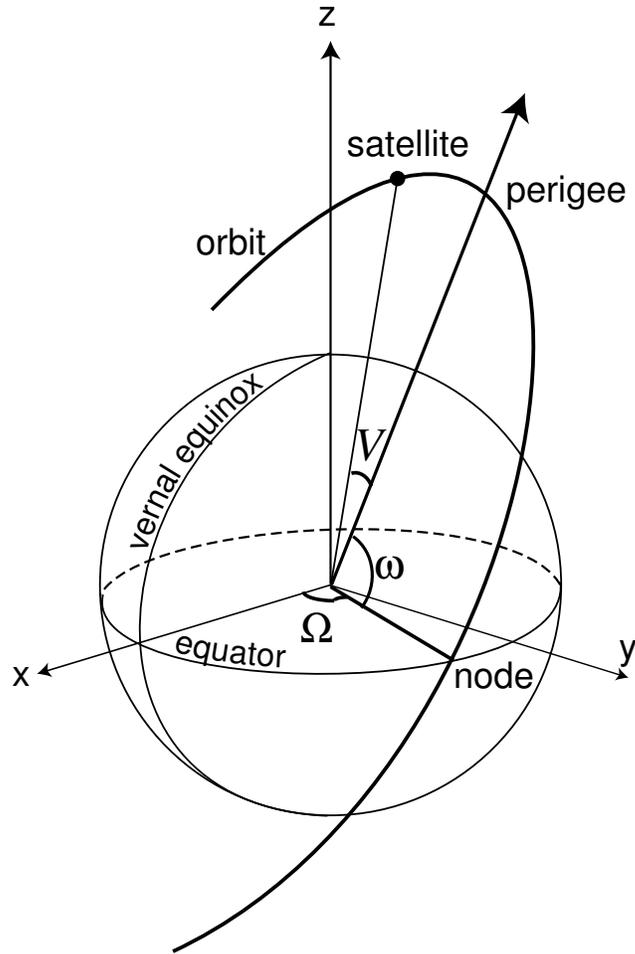


Fig. 3.3: Keplerian Six Elements

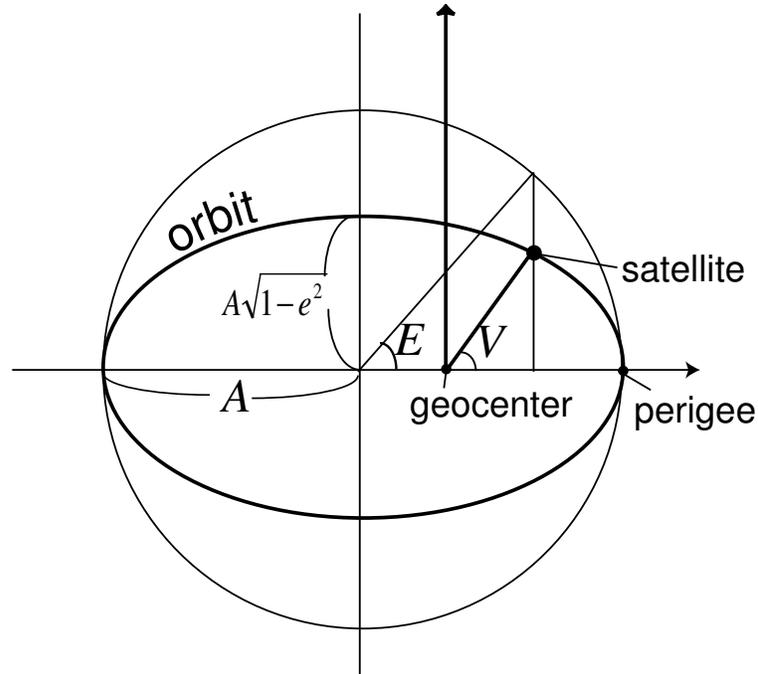
である。最も衛星が天体の重心に近づいたところが近地点 (perigee) で、最も遠ざかったところが遠地点 (apogee) である。衛星が赤道面を南から北に横切るところが、昇交点 (ascending node) である (Fig.3.3)。

衛星の平均角速度  $n$  (mean motion) はケプラー第三法則から式 (3.2.4) で表される。

$$n = \sqrt{\frac{Gm}{A^3}} \quad (3.2.4)$$

ここで  $m$  は天体の質量を表す。

軌道面上での衛星位置は、近点離角 (anomaly) と呼ばれる角度量  $M(t)$ : 平均近点離角、 $E(t)$ : 離心近点離角、 $V(t)$ : 真近点離角を用いて表される。平均近点離角  $M(t)$  は数学的な抽象概念であるが、離心近点離角  $E(t)$  や真近点離角  $V(t)$  は、Fig.3.4

Fig. 3.4: Anomaly  $E(t)$  and  $V(t)$ 

に示されるように幾何学的実体のあるものである。各近点離角は、式 (3.2.5) の関係式で記述される。

$$E(t) = M_0 + \varepsilon \sin E(t) \quad (3.2.5)$$

$$V(t) = 2 \tan^{-1} \left[ \sqrt{\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}} \tan \frac{E(t)}{2} \right] \quad (3.2.6)$$

ここで、 $\varepsilon$  は先に示した軌道六要素のひとつ、離心率である。

### 周回衛星のダイナミクス

周回衛星のダイナミクスについて、軌道六要素による表現を以下にまとめる。平均運動  $n$  を用いれば、任意の平均近点角  $M_t$  は  $M_t = n(t - t_0) + M_0$  と表される。ケプラーの方程式

$$M(t) = E(t) - \varepsilon \sin E(t) \quad (3.2.7)$$

を満たす  $E(t)$  を求めれば、軌道上での母船位置  $\mathbf{X}_{obt}(t)$  は

$$\begin{pmatrix} X_{obt}(t) \\ Y_{obt}(t) \\ Z_{obt}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(\cos E(t) - \varepsilon) \\ A\sqrt{1 - \varepsilon^2} \sin E(t) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.2.8)$$

と表される。これを地心中心、慣性座標系で表すと母船位置  $\mathbf{X}(t)$  は

$$\begin{pmatrix} X(t) \\ Y(t) \\ Z(t) \end{pmatrix} = \mathbf{R}_z(-\Omega)\mathbf{R}_x(-I)\mathbf{R}_z(-\omega) \begin{pmatrix} X_{obt}(t) \\ Y_{obt}(t) \\ Z_{obt}(t) \end{pmatrix} \quad (3.2.9)$$

ここで、 $\mathbf{R}_x$  は  $x$  軸周りの回転行列を表し、

$$\mathbf{R}_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (3.2.10)$$

である。

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_z(-\Omega)\mathbf{R}_x(-I)\mathbf{R}_z(-\omega) \quad (3.2.11)$$

とすれば、

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos \Omega \cos \omega - \sin \Omega \cos I \sin \omega & -\cos \Omega \sin \omega - \sin \Omega \cos I \cos \omega & \sin \Omega \sin I \\ \sin \Omega \cos \omega + \cos \Omega \cos I \sin \omega & -\sin \Omega \sin \omega + \cos \Omega \cos I \cos \omega & -\cos \Omega \sin I \\ \sin I \sin \omega & \sin I \cos \omega & \cos I \end{pmatrix} \quad (3.2.12)$$

である。

軌道六要素表現による周回衛星の位置は、非線形のケプラー方程式 (3.2.7) を解く必要があるので、逐次計算する。

### 3.2.4 観測方程式

周回衛星と天体表面上ローバとの間の two-way Range を一定時間  $\Delta t$  毎に測定する。 $i$  番目の観測について、衛星側の送信時刻を  $t_{i,e}$ 、ローバでの反射時刻を  $t_{i,ref}$ 、衛星での受信時刻を  $t_{i,r}$  とする。ここで、観測開始時刻を  $t_0$  とすれば、観測間隔  $\Delta t$  を用いて、 $t_{i,e} = t_0 + i\Delta t$  である。観測雑音を  $\nu_i$  として観測値  $\tau_{i,ob}$  は  $\tau_{i,ob} = (t_{i,r} - t_{i,e}) + \nu_i$  で

$$c\tau_{i,ob} = \rho(t_{i,e}) \quad (3.2.13)$$

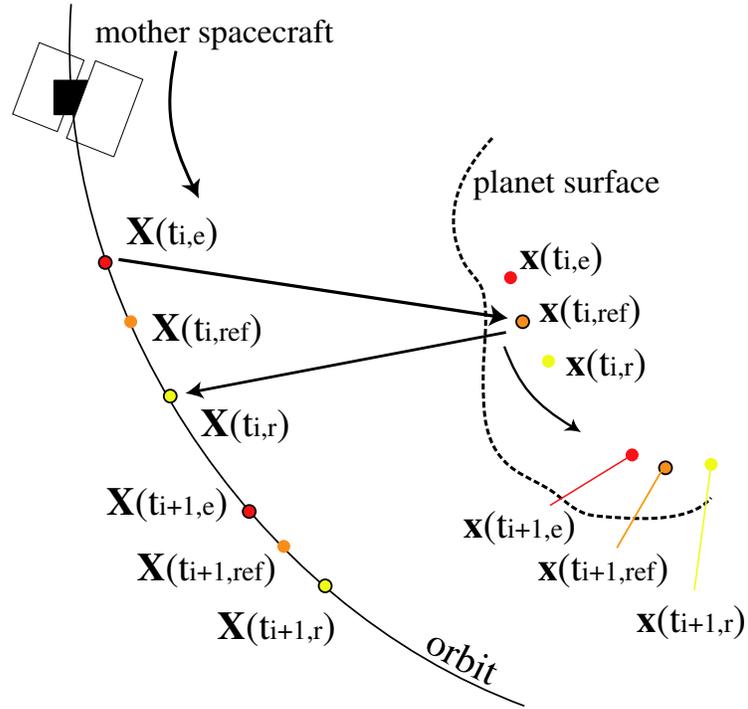


Fig. 3.5: Two-Way Range Measurement of Proposed Model

をみます。  $c$  は光速を表す。ここで  $\rho(t_{i,e})$  について Fig.3.5 より幾何学的に

$$\rho(t_{i,e}) = \|\mathbf{X}(t_{i,e}) - \mathbf{x}(t_{i,ref})\| + \|\mathbf{X}(t_{i,r}) - \mathbf{x}(t_{i,ref})\| + \xi_i \quad (3.2.14)$$

が成り立つ。但し、  $\xi_i = cv_i$  である。以下、観測値  $\rho$  を下り (衛星からローバ)

$$\rho_e = \|\mathbf{X}(t_e) - \mathbf{x}(t_{ref})\| \quad (3.2.15)$$

と、上り (ローバから衛星)

$$\rho_r = \|\mathbf{X}(t_r) - \mathbf{x}(t_{ref})\| \quad (3.2.16)$$

とする。下りにかかった伝送時間を

$$\tau_d = t_{ref} - t_e \quad (3.2.17)$$

で表す。

## ローバ位置による観測値変化

観測開始時点でのローバ位置  $\mathbf{x}(t_0)$  が微小変化した場合の、 $i$  番目の観測値  $c\tau_i = \rho_i$  の変化を知るために、 $\frac{\partial \rho_i}{\partial \mathbf{x}(t_0)}$  を求める。

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial x(t_0)} = \sum_{k=e,r} \frac{1}{\rho_{i,k}} \left( x_{i,e} - X_{i,k} \cos(\psi(i\Delta t + \tau_{i,d})) + Y_{i,k} \sin(\psi(i\Delta t + \tau_{i,d})) + A_{i,k} \frac{\partial \tau_{i,d}}{\partial x(t_0)} \right) \quad (3.2.18)$$

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial y(t_0)} = \sum_{k=e,r} \frac{1}{\rho_{i,k}} \left( y_{i,e} - Y_{i,k} \cos(\psi(i\Delta t + \tau_{i,d})) - X_{i,k} \sin(\psi(i\Delta t + \tau_{i,d})) + A_{i,k} \frac{\partial \tau_{i,d}}{\partial y(t_0)} \right) \quad (3.2.19)$$

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial z(t_0)} = \sum_{k=e,r} \frac{1}{\rho_{i,k}} \left( z_{i,e} - Z_{i,k} + A_{i,k} \frac{\partial \tau_{i,d}}{\partial z(t_0)} \right) \quad (3.2.20)$$

但し、 $\mathbf{x}_{i,e} = \mathbf{x}(t_{i,e})$ 、 $\mathbf{X}_{i,k} = \mathbf{x}(t_{i,k})$  とした。また

$$A_{k=e,r} = \psi \{ (X_{i,k} x_{i,e} + Y_{i,k} y_{i,e}) \sin(\psi(i\Delta t + \tau_{i,d})) - (X_{i,k} y_{i,e} - Y_{i,k} x_{i,e}) \cos(\psi(i\Delta t + \tau_{i,d})) \} \quad (3.2.21)$$

である。 $\tau_{i,d}$  に関する  $\cos \psi \tau_{i,d}$ ,  $\sin \psi \tau_{i,d}$ ,  $\frac{\partial \tau_{i,d}}{\partial \mathbf{x}(t_0)}$  を求めなければならない。

片道の伝播時間  $\tau_d$  を求める

$\frac{\partial \rho_i}{\partial \mathbf{x}(t_0)}$  には  $\tau_d$  に関する  $\sin(\psi(i\Delta t + \tau_{i,d}))$  および  $\cos(\psi(i\Delta t + \tau_{i,d}))$ ,  $\frac{\partial \tau_{i,d}}{\partial \mathbf{x}(t_0)}$  が現れた。 $\tau_{i,d}$  は以下の方程式を満たす。

$$c\tau_{i,d} = \|\mathbf{X}(t_{i,e}) - \mathbf{x}(t_{i,ref})\| \quad (3.2.22)$$

式 (3.2.22) により、 $\frac{\partial \tau_{i,d}}{\partial \mathbf{x}(t_0)}$  はそれぞれ次の通り求められる。

$$\frac{\partial \tau_{i,d}}{\partial x(t_0)} = (x_{i,e} - X_{i,e} \cos(\psi(i\Delta t + \tau_{i,d})) - Y_{i,e} \sin(\psi(i\Delta t + \tau_{i,d}))) / B_i \quad (3.2.23)$$

$$\frac{\partial \tau_{i,d}}{\partial y(t_0)} = (y_{i,e} - X_{i,e} \sin(\psi(i\Delta t + \tau_{i,d})) - Y_{i,e} \cos(\psi(i\Delta t + \tau_{i,d}))) / B_i \quad (3.2.24)$$

$$\frac{\partial \tau_{i,d}}{\partial z(t_0)} = (z_{i,e} - Z_{i,e}) / B_i \quad (3.2.25)$$

ただし、

$$B_i = c^2 \tau_{i,d} + \psi \{ (X_{i,e} y_{i,e} - Y_{i,e} x_{i,e}) \cos(\psi(i\Delta t + \tau_{i,d})) - (X_{i,e} x_{i,e} + Y_{i,e} y_{i,e}) \sin(\psi(i\Delta t + \tau_{i,d})) \} \quad (3.2.26)$$

未だ  $\sin(\psi(i\Delta t + \tau_{i,d}))$  および  $\cos(\psi(i\Delta t + \tau_{i,d}))$  が未知数として残る。 $\tau_{i,d}$  は式(3.2.22)と

$$c(\tau_{i,ob} - \tau_{i,d}) = \|\mathbf{X}(t_{i,r}) - \mathbf{x}(t_{i,ref})\| \quad (3.2.27)$$

を連立させて整理した次の非線形方程式を満たす。一般解が求められないので、逐次計算によって求めることにする。

$$\tau_{i,d} + P_i \cos(\psi(i\Delta t + \tau_{i,d})) + Q_i \sin(\psi(i\Delta t + \tau_{i,d})) + R_i = 0 \quad (3.2.28)$$

ただし、

$$P_i = \frac{(X_{i,e} - X_{i,r})x_{i,e} + (Y_{i,e} - Y_{i,r})y_{i,e}}{c^2\tau_{i,ob}} \quad (3.2.29)$$

$$Q_i = \frac{(X_{i,e} - X_{i,r})y_{i,e} - (Y_{i,e} - Y_{i,r})x_{i,e}}{c^2\tau_{i,ob}} \quad (3.2.30)$$

$$R_i = \frac{(Z_{i,e} - Z_{i,r})z_{i,e}}{c^2\tau_{i,ob}} - \frac{1}{2}\tau_{i,ob} \quad (3.2.31)$$

である。

### 3.2.5 バッチフィルタの定式化

観測値の処理計算手法として、オフライン処理を想定したバッチフィルタを用意した。バッチフィルタは最小二乗法に則り、全観測値を用いて一意に未知数を推定する処理計算手法である。

観測方程式が非線形のため、Fig.3.6のような繰り返し計算によって解を求める。Fig.3.6で、 $\mathbf{y}$  は未知数を表す。

$$\mathbf{y} = \left( x_0(t_e) \quad y_0(t_e) \quad z_0(t_e) \right)^T \quad (3.2.32)$$

つまり観測開始時点でのローバ位置とした。従って、 $\mathbf{y}$  は  $3 \times 1$  行列である。観測行列  $\mathbf{Z}$  は two-way Range 測定値  $\tau_{ob}$  の集合で、

$$\mathbf{Z}_{ob} = \{c\tau_{i,ob}\} \quad (3.2.33)$$

の  $j \times 1$  行列である。 $j$  は観測回数を表す。 $\mathbf{Z}_{cal}$  については

$$\mathbf{Z}_{cal} = \{\rho_i(\mathbf{y})\}_{i=1,2,\dots,j} \quad (3.2.34)$$

によって求められる  $j \times 1$  行列である。 $\mathbf{H}$  については

$$\mathbf{H} = \{h_i\}_{i=1,2,\dots,j} = \left\{ \frac{\partial \rho_i}{\partial \mathbf{y}} \right\}_{i=1,2,\dots,j} \quad (3.2.35)$$

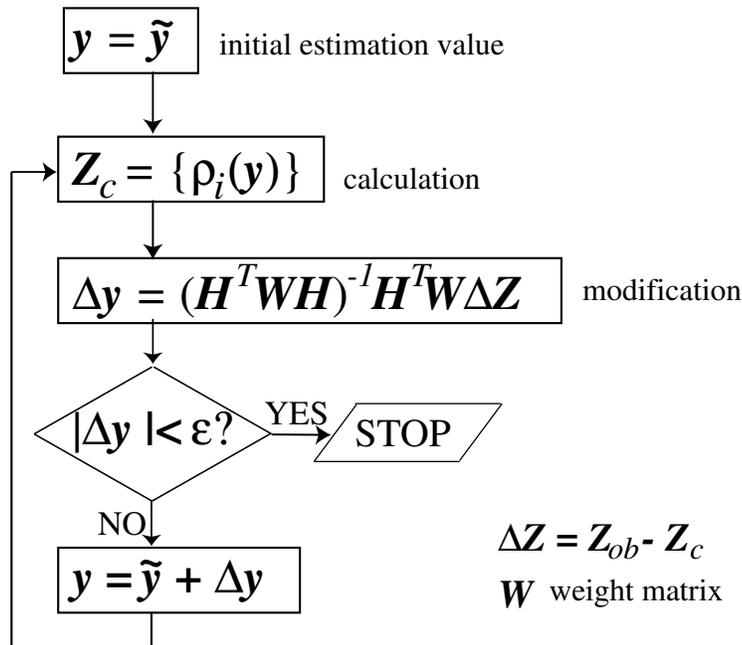


Fig. 3.6: Least Squares Adjustment

を表す  $j \times 3$  行列であるから、式 (3.2.18), (3.2.19), (3.2.20) を用いれば良い。

重み行列  $W (j \times j)$  は単位行列とした。  $j$  個のそれぞれの観測値が等価であるためである。

### 3.2.6 カルマンフィルタの定式化

バッチフィルタは全ての観測値を用いて一意に解を求める方法であった。実際のミッションでは、天体と地球間の通信に時間がかかるため、衛星上で位置同定ができることが望ましい。そこで、オンライン処理としてカルマンフィルタを用意した。カルマンフィルタは観測の度に推定値を更新する計算処理手法で、過去の観測値をメモリに保持する必要がなく、計算量も少ない現実的な計算処理方法である。観測値が非線形のため、拡張カルマンフィルタを用いる [7]。

観測量

$$z_i = H_i x_i + v_i \quad (3.2.36)$$

更新 (UpDate) :

$$\mathbf{y}_i(+)=\mathbf{y}_i(-)+\mathbf{K}_i[z_{i,ob}-\mathbf{H}_i\mathbf{y}_i(-)] \quad (3.2.37)$$

$$\mathbf{P}_i(+)=\mathbf{P}_i(-)-\mathbf{K}_i\mathbf{H}_i\mathbf{P}_i(-) \quad (3.2.38)$$

伝播 (Propagation) :

$$\mathbf{x}_{k+1}(-)=\Phi\mathbf{x}_i(+)+\mathbf{w}_i \quad (3.2.39)$$

$$\mathbf{P}_{k+1}(-)=\Phi\mathbf{P}_i(+)\Phi^T+\mathbf{Q}_i \quad (3.2.40)$$

カルマンゲイン :

$$\mathbf{K}_i=\mathbf{P}_i(-)\mathbf{H}_i^T[\mathbf{H}_i\mathbf{P}_i(-)\mathbf{H}_i^T+\mathbf{R}_i]^{-1} \quad (3.2.41)$$

$z_i$  は  $i$  番目の観測値、 $\mathbf{y}_i$  は未知数で

$$\mathbf{y}_i=\begin{pmatrix} x_i(t_e) & y_i(t_e) & z_i(t_e) \end{pmatrix} \quad (3.2.42)$$

すなわち  $i$  番目観測時刻でのローバ位置を表す。 $\mathbf{P}$  は  $\mathbf{y}$  の共分散を表す  $3 \times 3$  行列で。 $\mathbf{K}$  は推定値修正の強弱を表すゲインで  $3 \times 1$  行列。 $\mathbf{H}_i$  は観測方程式が非線形であるため

$$\mathbf{H}_i=\left\{\frac{\partial \rho_i}{\partial \mathbf{y}_i}\right\} \quad (3.2.43)$$

で定義される  $1 \times 3$  行列である。 $\Phi$  は  $\mathbf{y}$  のダイナミクスを与える。式 (3.2.1) で表される小天体の自転運動を用いればよい。

$v_i, w_i, \mathbf{Q}_i, \mathbf{R}_i$  については

$$E[\mathbf{x}_0]=\bar{\mathbf{x}}_0 \quad (3.2.44)$$

$$E[\mathbf{v}_i]=\mathbf{0} \quad (3.2.45)$$

$$E[\mathbf{w}_i]=\bar{\mathbf{w}}_i \quad (3.2.46)$$

$$E[(\mathbf{v}_i\mathbf{v}_j^T)]=\mathbf{R}_i\delta_{ij} \quad (3.2.47)$$

$$E[(\mathbf{x}_0-\bar{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0-\bar{\mathbf{x}}_0)^T]=\mathbf{M}_0 \quad (3.2.48)$$

$$E[(\mathbf{w}_i-\bar{\mathbf{w}}_i)(\mathbf{w}_j-\bar{\mathbf{w}}_j)^T]=\mathbf{Q}_i\delta_{ij} \quad (3.2.49)$$

$$E[(\mathbf{w}_i-\bar{\mathbf{w}}_i)(\mathbf{x}_0-\bar{\mathbf{x}}_0)^T]=\mathbf{0} \quad (3.2.50)$$

$$E[(\mathbf{x}_0-\bar{\mathbf{x}}_0)\mathbf{v}_j^T]=\mathbf{0} \quad (3.2.51)$$

$$E[(\mathbf{w}_i-\bar{\mathbf{w}}_i)\mathbf{v}_j^T]=\mathbf{0} \quad (3.2.52)$$

とする。ここで  $E[\ ]$  は平均を、 $\delta_{ij}$  はクロネッカーのデルタ関数を表す。

### 初期共分散 $\mathbf{P}_0$ の与え方

共分散  $\mathbf{P}_i$  は、未知数  $\mathbf{y}$  の確率分布を与え、カルマンフィルタは  $\mathbf{P}_i$  に従い、より確率の高い方へと推定量に修正を加える（式 3.2.41）。初期共分散  $\mathbf{P}_0$  の適当な与え方についてここで述べる。

推定量はローバ位置  $\mathbf{x}_i$  であるから、本来ならば推定位置の各軸成分の分布について、天体表面の確率分布が高くなるように取れば良い。しかし現実には未知天体の表面探査であるから、詳細な凹凸は未知であろう。そこで、 $\mathbf{P}_i$  が修正方向を与えるという点に着目し、感度方向に高く、感度を持たない方向には低い確率分布を与えることとした。

提案手法の感度方向は、ローバからみた母船の視線方向である。提案手法は往復の電波の伝播遅延を測定するためである。真の視線方向  $\mathbf{u}$  は  $\mathbf{u} = \mathbf{X} - \mathbf{x}$  で表され、未知数  $\mathbf{x}$  を含む。代わりに推定値  $\hat{\mathbf{x}}$  を用いた擬似視線方向  $\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{X} - \hat{\mathbf{x}}$  を用いた。

擬似視線方向  $\hat{\mathbf{u}}_1, \hat{\mathbf{u}}_2$  は

$$\hat{\mathbf{u}}_1 = \mathbf{X}(t_e) - \hat{\mathbf{x}}(t_{ref}) \quad (3.2.53)$$

$$\hat{\mathbf{u}}_2 = \mathbf{X}(t_r) - \hat{\mathbf{x}}(t_{ref}) \quad (3.2.54)$$

で表される。感度を持たない方向  $\hat{\mathbf{u}}_0$  として

$$\hat{\mathbf{u}}_0 \perp \hat{\mathbf{u}}_1 \quad \text{and} \quad \hat{\mathbf{u}}_0 \perp \hat{\mathbf{u}}_2 \quad (3.2.55)$$

を取る。ここで  $\hat{\mathbf{u}}_i$  は単位ベクトルとする。

一般に、共分散  $\mathbf{u}$  の固有ベクトル  $\vec{u}_i$  および固有値  $\lambda_i$  は、 $\vec{u}_i$  方向に  $\lambda_i$  の確率分布を与える。

従って、視線方向  $\hat{\mathbf{u}}_i$  に  $a_i \lambda_0$ 、視線と垂直方向  $\hat{\mathbf{u}}_0$  に  $\lambda_0$  の共分散を与えたい場合、初期共分散  $\mathbf{P}_0$  は

$$\mathbf{P}_0 = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}}_0 & \hat{\mathbf{u}}_1 & \hat{\mathbf{u}}_2 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \lambda_0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 \lambda_0 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 \lambda_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}}_0 & \hat{\mathbf{u}}_1 & \hat{\mathbf{u}}_2 \end{pmatrix} \quad (3.2.56)$$

で与えられる。提案手法の位置同定シミュレーションでも式 (3.2.56) で初期共分散を与えた。



## 第4章 提案手法の位置同定シミュレーションによる精度解析

提案手法の位置同定の計算速度、および精度を評価するために、数値シミュレーションを行う。直径数百メートル級の小天体を想定し、提案手法が小天体上でも位置同定が可能であることを示す。また、提案手法による位置同定において、感度の高い母船配置および感度の低い母船配置の例を示し、ローバと母船の適当な相対位置について考察する。

### 4.1 シミュレーションパラメタ

小惑星イトカワ級の小天体を想定して、Table 4.1 のパラメタでシミュレーションを行う。Table 4.1 での小天体表面のローバ位置の軌跡と周回軌道を Fig.4.1 に示す。ローバは天体表面上に静止しているため、天体回転軸の  $z$  成分は一定となる。母船は高度 3000[m] の軌道を、 $x$  軸方向から  $xy$  平面と 1[rad] を成す角度で小天体の自転周期より 10 倍以上長い 150 時間かけて一周する。

### 4.2 シミュレーション結果

Table 4.1 のパラメタ下で two-way Range 連続観測により、天体表面上ローバの位置同定を行う。オフライン処理であるバッチフィルタによる推定結果、ならびにオンライン処理であるカルマンフィルタによる推定結果を以下に示す。

#### 4.2.1 バッチフィルタによる推定結果

Fig.4.2 にバッチフィルタによって推定したローバ位置同定の結果を示す。左は 1 回のシミュレーション結果、右は 100 回シミュレーション結果の平均値およびその標準偏差を示す。横軸は観測時間 [h]、縦軸は真値との誤差 [m] を表す。

シミュレーション結果から、302 個の全観測値を用いたバッチ処理によって平均

Table 4.1: Numerical Values of Simulation Parameters

rover	visibility	within 80° from the zenith
	initial position	(0, 300, -100)
small body	rotation speed	$1.4 \times 10^{-4}$ [rad/s] (cycle : 12[h])
	size	300×600×300[m]
	density[8]	2500[kg/m <sup>3</sup> ]
	mass	$6.75 \times 10^{10}$ [m <sup>3</sup> ]
spacecraft	longitude of ascending node, $\Psi$	0[rad]
	inclination, $I$	1[rad]
	semi-major axis, $A$	3000[m]
	eccentricity, $\varepsilon$	0.2
	argument of perigee, $\omega$	0[rad]
	mean anomaly @ epoch, $M_0$	0[rad]
observation	interval	60[s]
	white noise, $v$	$ v  < 10^{-8}$ [s] ( $\sim 3$ [m])

で3.3[m]の精度で位置同定できることがわかった。提案手法が直径600[m]の小天体上でも有効であることを示した。

Fig.4.2の観測時間、およそ6時間でのローバ位置および母船位置の軌跡をFig.4.3に示す。Fig.4.3から分かるように、ローバは小天体表面をおよそ半周期分周回したところである。Fig.4.2で観測データが5時間分しかないのは、これ以降はローバの視界から母船が外れてしまい、連続観測を行うことが不可能となったことを示している。

#### 4.2.2 カルマンフィルタによる推定結果

バッチフィルタによって、提案手法が十分現実的な精度で位置同定が可能であることが確認できた。より現実的なモデルとするために、観測毎にローバ推定位置を修正するカルマンフィルタを用いる。

前節で述べたように、小天体の自転運動によって、母船の可視時間、不可視時間が6時間毎に繰り返される。具体的なミッションでは、可観測時間にはローバは位置同定のために移動を行わず、不可視時間に目的地へ移動することが考えら

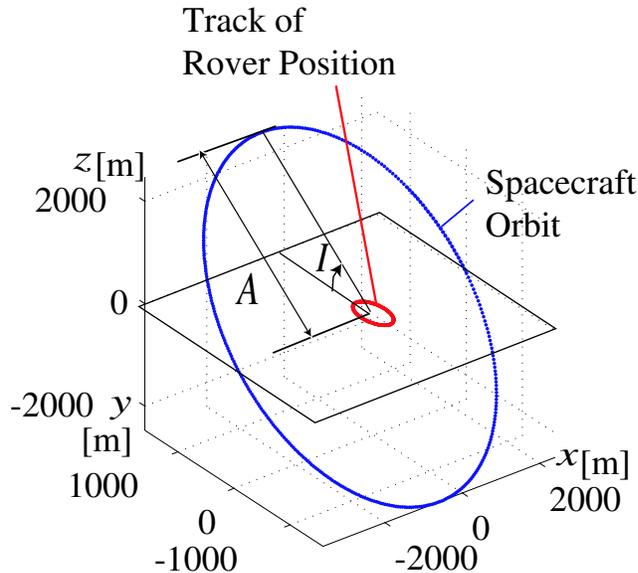


Fig. 4.1: Track of Rover Position and Spacecraft Orbit

れる。

そこで、カルマンフィルタの初期推定誤差（観測し始めのローバ推定位置の誤差）を各軸方向に 10[m]（3 軸で  $10\sqrt{3} \sim 17$ [m]）とした。これは、不可視の 6 時間にローバが天体表面を移動できる距離として、多くとも 10[m] と見積もったためである。

Fig.4.4 にカルマンフィルタによって推定したローバ位置同定の結果を示す。左は 1 回のシミュレーション結果、右は観測雑音の影響を取り除くために、100 回シミュレーションした結果の平均値およびその標準偏差を示す。横軸は観測開始からの経過時間 [h]、縦軸は真値との誤差 [m] を示す。バッチフィルタと同様に、観測開始から不可視状態に入るまでのおよそ 5 時間の観測で、1.1[m] の精度でローバ位置同定ができていることが分かる。

### 4.3 位置同定精度の高い周回軌道の検討

バッチフィルタおよびカルマンフィルタで処理した推定位置の、各成分の同定精度を考察する。バッチフィルタ処理した推定位置誤差の  $x$ ,  $y$ ,  $z$  成分を Fig.4.5 に示す。 $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  はそれぞれ、 $x$  成分、 $y$  成分、 $z$  成分の誤差を表す。カルマンフィルタで処理した推定位置誤差の  $x$ ,  $y$ ,  $z$  成分を Fig.4.6 に示す。Fig.4.5 から

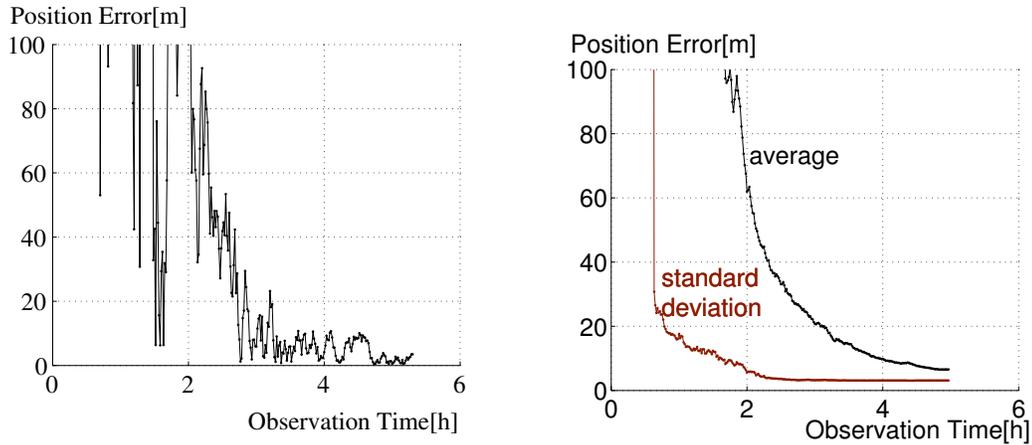


Fig. 4.2: Simulation Results by Batch Filter

Fig.4.6 からも、 $z$  成分の位置同定精度が悪いことが分かる。

#### 4.3.1 視線方向と位置同定精度

そもそも、提案手法は母船からの Range を測定し、母船位置を基準としてローバ位置を求める手法である。従って、母船とローバとを結んだ線、視線方向には感度をもつが、視線と垂直方向には感度をもたない。そこで、 $z$  成分の位置同定精度が悪い原因として、ローバに対する母船の視線方向を検討する。

ローバに対する母船の相対位置のダイナミクスを Fig.4.7 に示す。横軸は観測時間 [h]、縦軸は相対距離 [m] である。Fig.4.8 の左図に視線方向の時間経過を、右図に三次元図を示す。観測開始直後の視線方向はほぼ  $x$  軸方向で、感度の悪かった  $z$  成分と直交方向である。観測を続けるに従って、視線方向に  $z$  成分も増え、次第に  $z$  成分も同定できたと考えられる。

#### 4.3.2 長時間観測 (LONG)

提案手法の感度が視線方向に起因することを確認するため、母船位置が十分変化するよう、軌道周期 150[h] の観測値から位置同定を行うシミュレーションを行う。観測間隔を 1200[s]=20[min]、残りのシミュレーションパラメタは Table4.1 とする。このときのローバ位置の軌跡および母船の周回軌道を Fig.4.9 に示す。破線が軌跡を、太線が可観測時間での母船位置を表す。この場合のローバに対する母船の相対位置を横軸に時間 [h]、縦軸に相対位置 [m] を Fig.4.10 に、視線方向を Fig.4.11

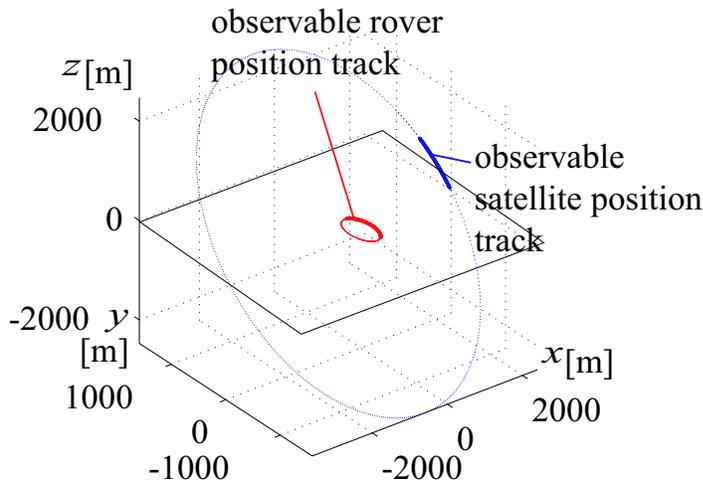


Fig. 4.3: Dynamics of Rover and the Spacecraft during Observation

に示す。Fig.4.11 の左図が時間経過を、右図が三次元図を示す。

位置同定精度を Fig.4.12 に示す。それぞれ、 $x$ 、 $y$ 、 $z$  成分を示す。

Fig.4.11 より、角軸方向に十分視線方向が変化しており、結果、Fig.4.12 から各  $x$ 、 $y$ 、 $z$  成分ともによく位置同定できていることが分かる。

### 4.3.3 低感度の母船位置 (POOR)

前節とは対照的に、相対位置があまり変化しない周回軌道を取った場合の、位置同定精度についてシミュレーションを行う。観測間隔を  $1200[s]=20[\text{min}]$ 、観測時間を  $150[\text{h}]$  とし、軌道傾斜角を  $0^\circ$ 、残りのシミュレーションパラメタは Table4.1 とする。このときのローバ位置の軌跡および母船の周回軌道を Fig.4.13 に示す。破線が軌跡を、太線が可観測時間での母船位置である。この場合のローバに対する母船の相対位置を横軸に時間  $[\text{h}]$ 、縦軸に相対位置  $[\text{m}]$  を取って Fig.4.14 に示す。Fig.4.15 に視線方向の時間経過および三次元図を示す。

位置同定精度を Fig.4.16 に示す。それぞれ、 $x$ 、 $y$ 、 $z$  成分を示す。Fig.4.15 より、一周期分の  $150$  時間の測定でも、視線方向に  $z$  成分は現れないことが分かる。Fig.4.16 のシミュレーション結果より、予想通り  $z$  成分だけ位置同定できていないことが分かる。

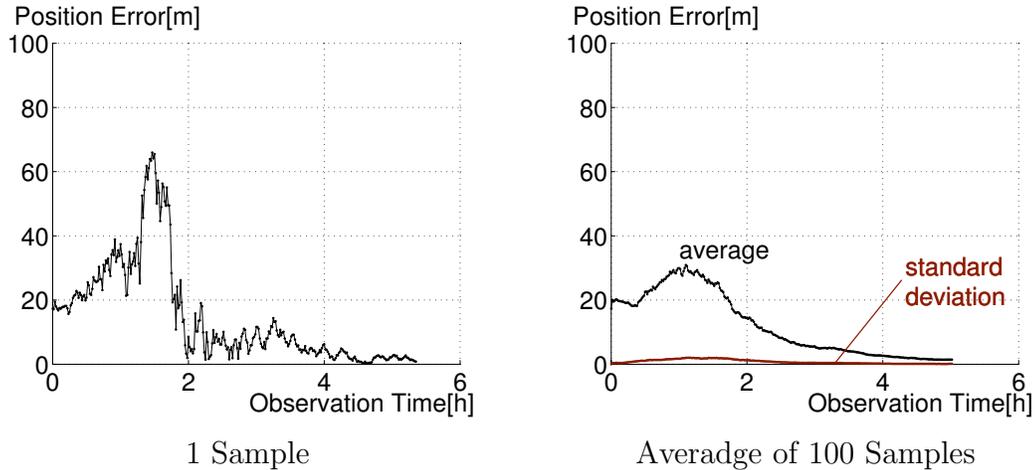


Fig. 4.4: Simulation Results by Kalman Filter

#### 4.3.4 高感度の母船位置 (*RICH*)

シミュレーションの考察から、視線方向が大きく位置同定精度に影響することを確認した。このことから、周回軌道の最適配置を考察する。

$x$ ,  $y$  成分は天体の自転運動により視線方向が変化するため、ローバが赤道付近に存在していれば十分位置同定が可能である。天体の自転運動で変化のない  $z$  成分は、適当な母船の周回軌道を設定することで、位置同定精度を高めることができる。そこで、軌道傾斜角を  $90^\circ$  とし、母船が極付近に存在する時間に測定するシミュレーションを行う。軌道傾斜角以外のパラメタは Table.4.1 とする。

この場合のローバに対する母船の相対位置を横軸に時間 [h]、縦軸に相対位置 [m] を取って Fig.4.18 に、そのときのローバからみた母船の視線方向を Fig.4.19 に示す。

位置同定精度を Fig.4.20 に示す。それぞれ、 $x$ ,  $y$ ,  $z$  成分を示す。

Fig.4.5 や Fig.4.6 のシミュレーション結果と同じ、60[s] 間隔、6 時間分の観測値しか利用していないにも関わらず、母船配置を検討したシミュレーション結果、Fig.4.20 では、 $z$  成分の位置同定が早く、全体としての推定誤差も低く抑えられていることが分かる。確かにこのときの視線方向は、Fig.4.19 に表されるとおりほぼ極方向にあり、 $z$  軸方向の感度が高くなっていることが確認できる。

## 4.4 まとめ

提案手法は直径数百メートルの小天体上でも、現実的な速さと精度でローバ位置を同定することが可能であることが数値シミュレーションにより示された。

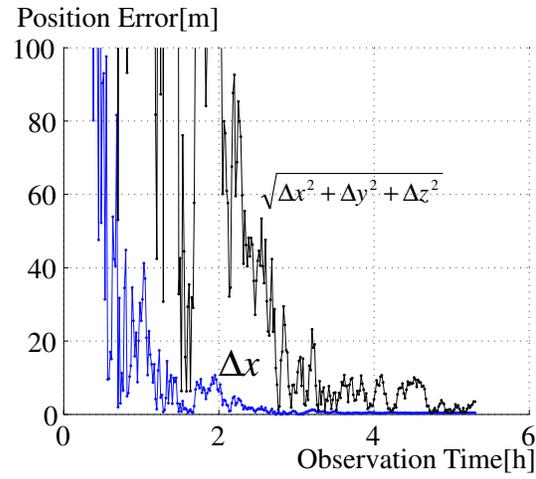
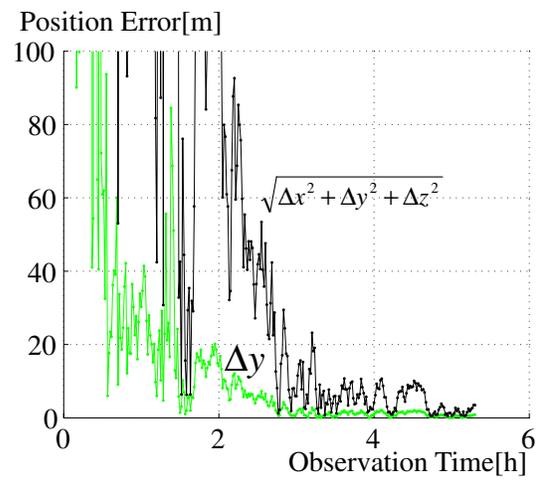
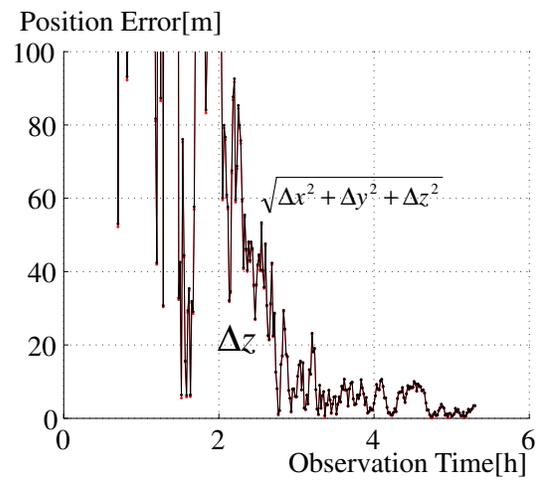
(element  $x$ )(element  $y$ )(element  $z$ )

Fig. 4.5: Consideration of Estimation Error by Batch Filter

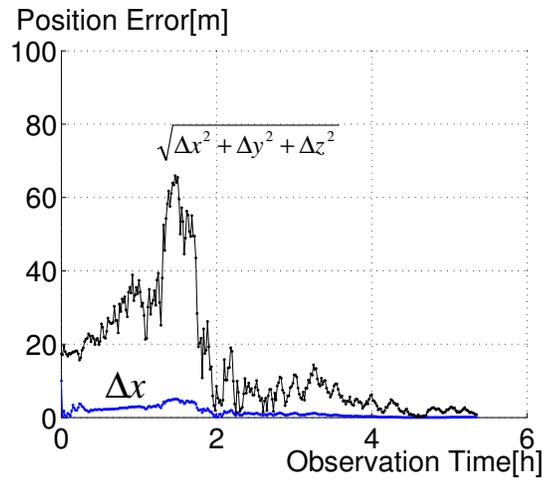
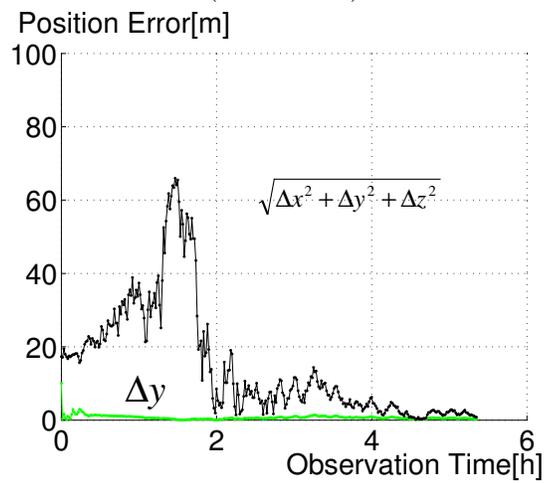
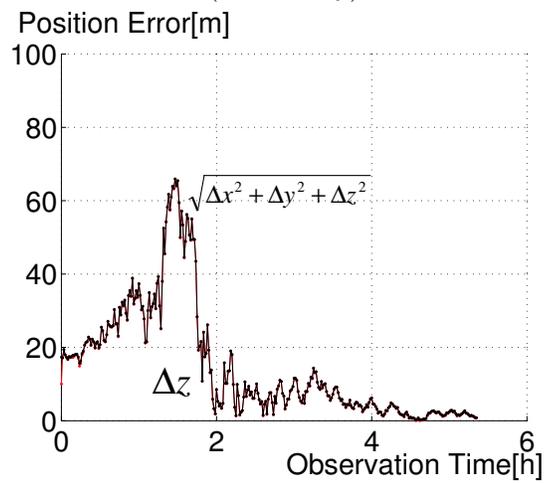
(element  $x$ )(element  $y$ )(element  $z$ )

Fig. 4.6: Consideration of Estimation Error by Kalman Filter

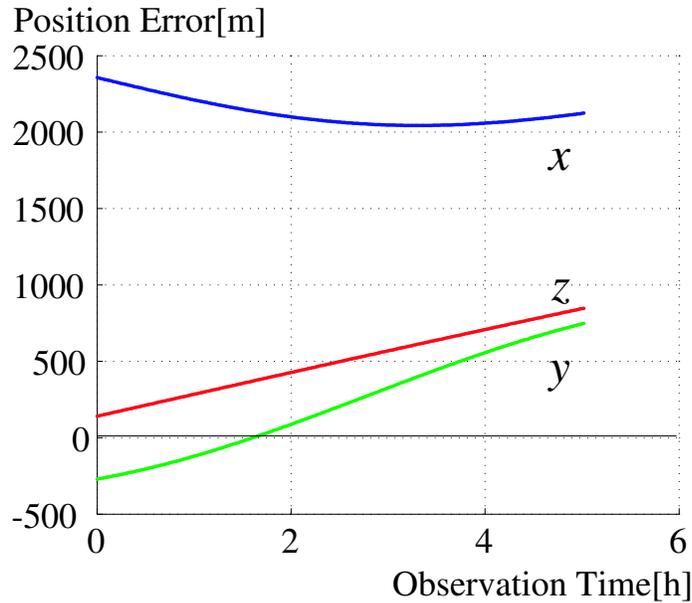


Fig. 4.7: Relative Position from the Rover to the Spacecraft

提案手法による位置同定は、Range 観測から位置同定を行うため、ローバからみた母船の視線方向に感度をもつ。周回衛星は1機しか利用しないため、観測時間中に視線方向が大きく変化するほど、位置同定精度が上がる。

シミュレーションにより、小天体では、母船の運動よりも自転運動のダイナミクスの方が優位であるため、 $x$ ,  $y$  成分 (経度成分) は小天体の自転運動で十分位置同定できることが分かった。ローバが天体の赤道付近にいるほど、母船との相対位置の  $x$ ,  $y$  成分の変化が大きいため、位置同定精度が高くなる。

$z$  成分 (緯度成分) に関しては、天体の運動では変化がないので、周回軌道を適当に取ることで位置同定精度を高くすることができる。提案手法で感度を示す視線方向が、 $z$  成分をもつよう、母船はローバが観測できる範囲で天体の極付近に存在すればよい。

また、小天体の運動が母船の運動より十分優位であるということは、母船を必ずしも周回軌道に投入する必要はないことも示している。

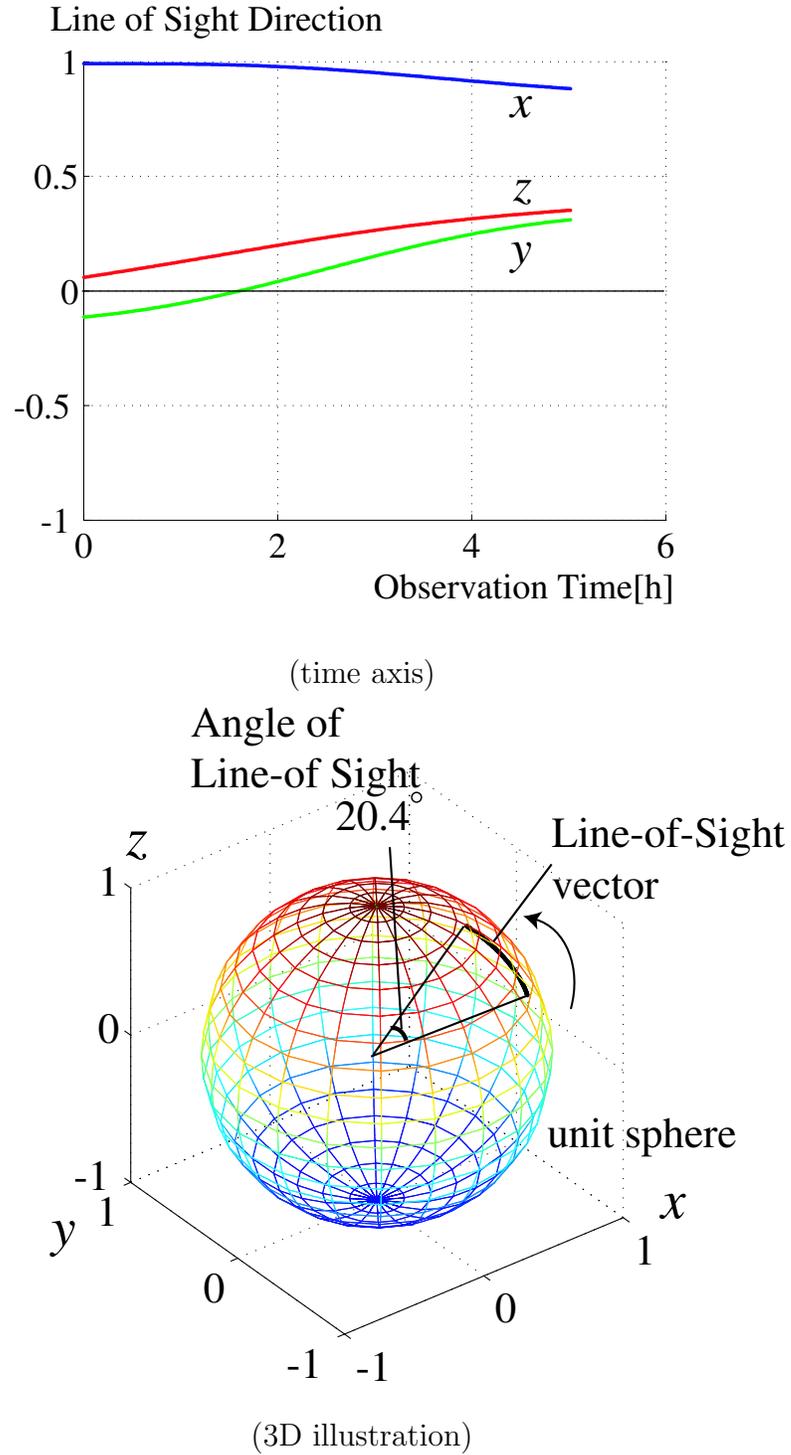
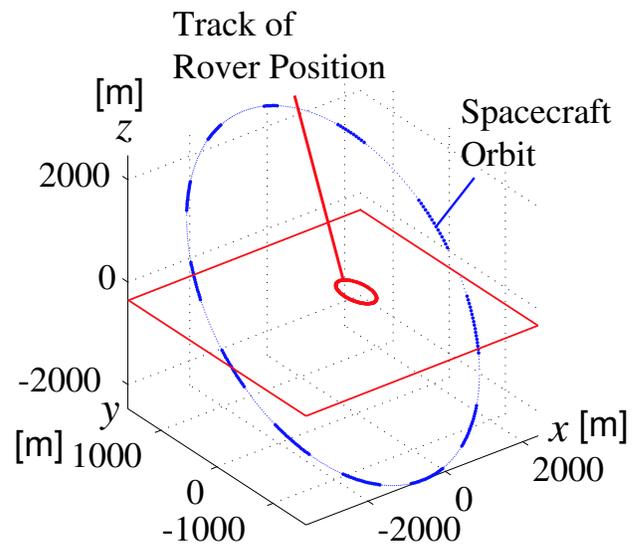
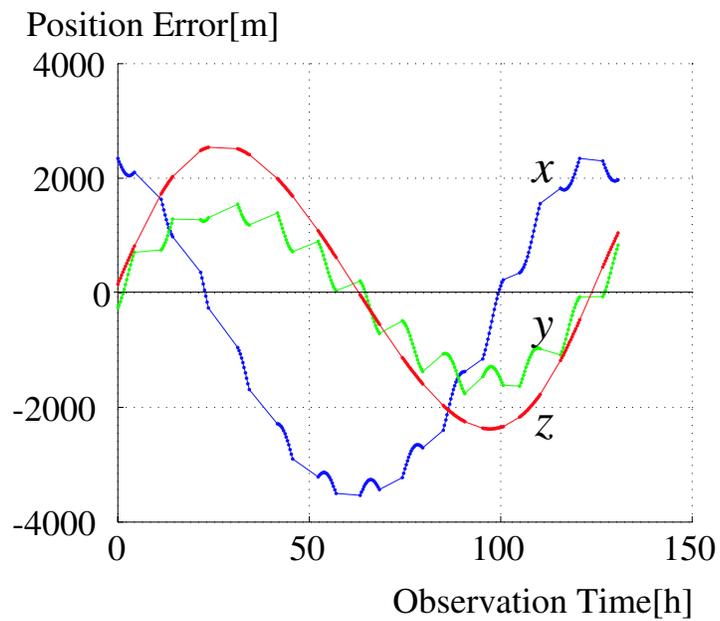


Fig. 4.8: Line of Sight Direction from the Rover to the Spacecraft

Fig. 4.9: Track of Rover Position and Spacecraft Orbit (*LONG*)Fig. 4.10: Relative Position from Rover to the Spacecraft (*LONG*)

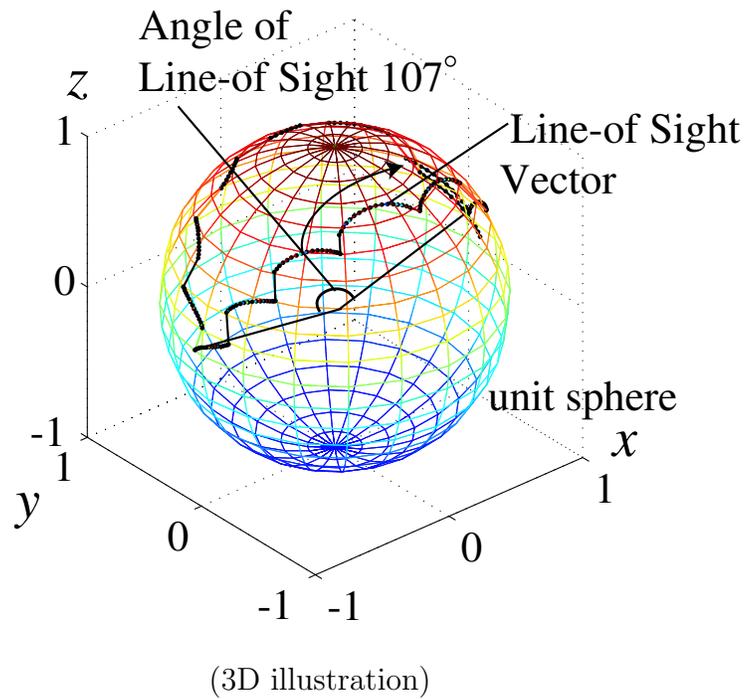
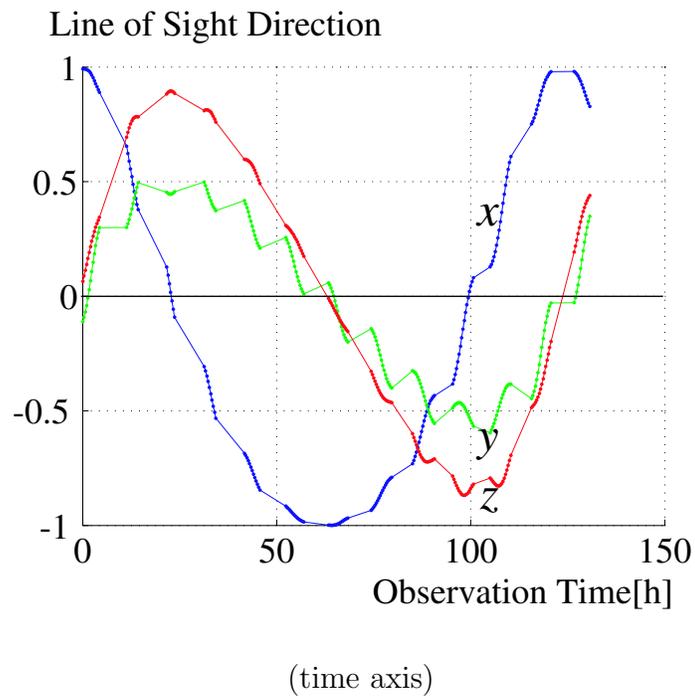
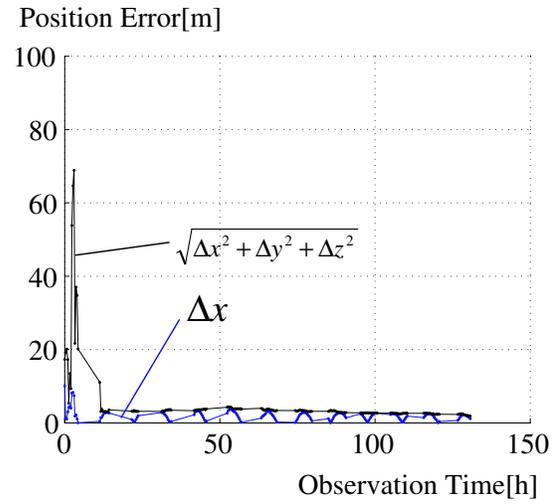
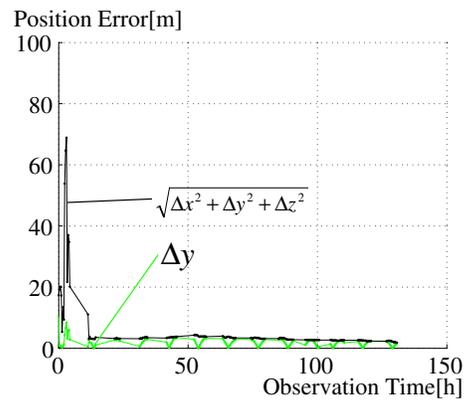
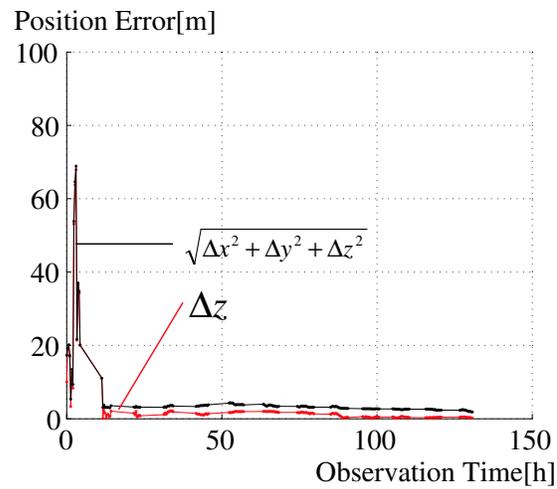
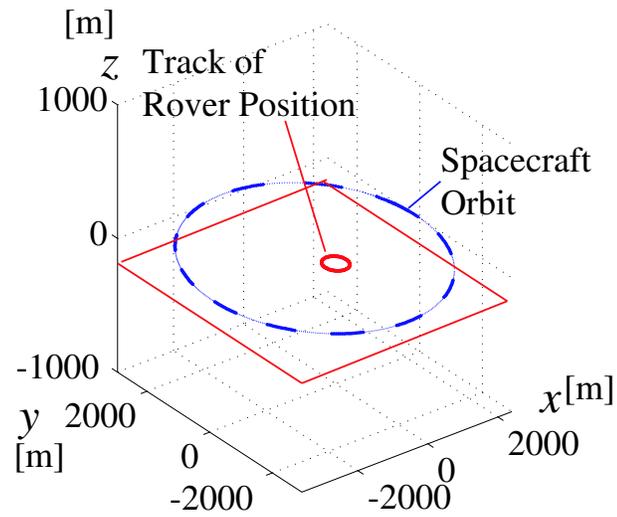
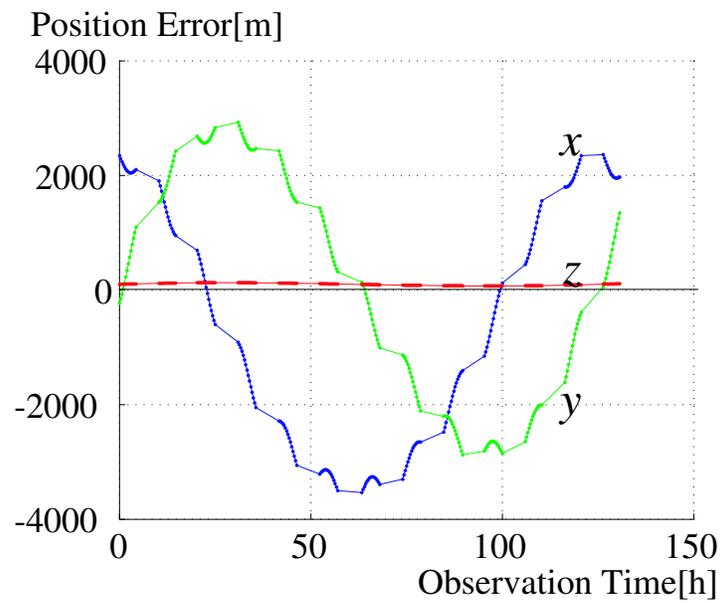


Fig. 4.11: Line of Sight Direction from the Rover to the Spacecraft(*LONG*)

(element  $x$ )(element  $y$ )(element  $z$ )Fig. 4.12: Localization Accuracy(*LONG*)

Fig. 4.13: Track of Rover Position and Spacecraft Orbit (*POOR*)Fig. 4.14: Relative Position from Rover to the Spacecraft (*POOR*)

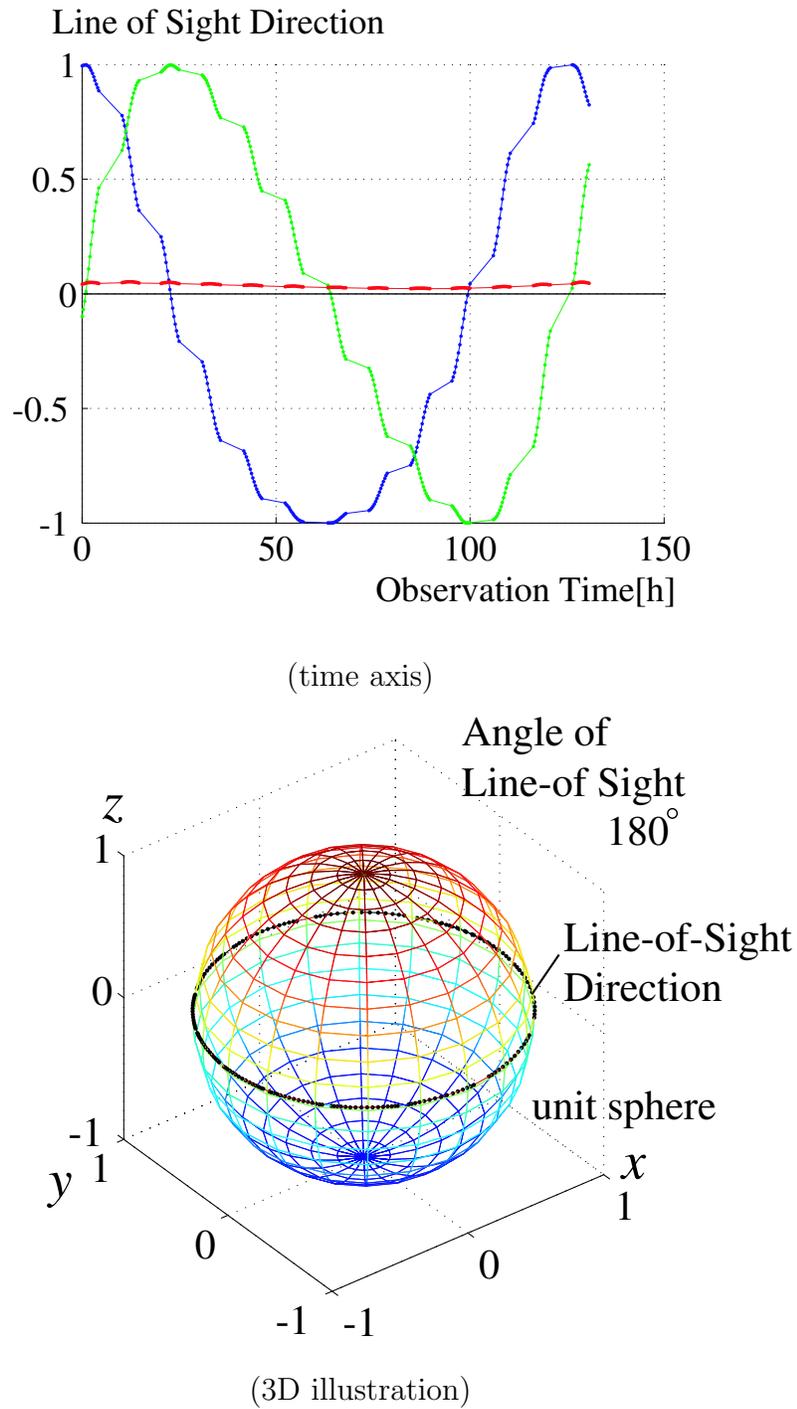
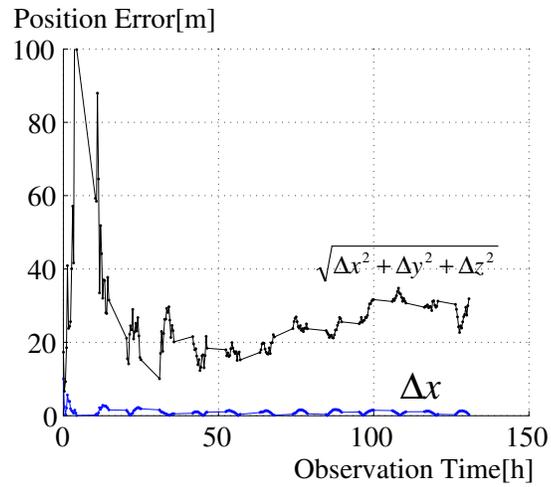
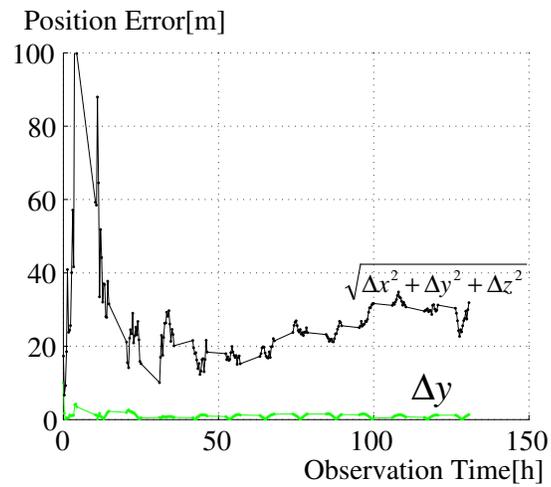
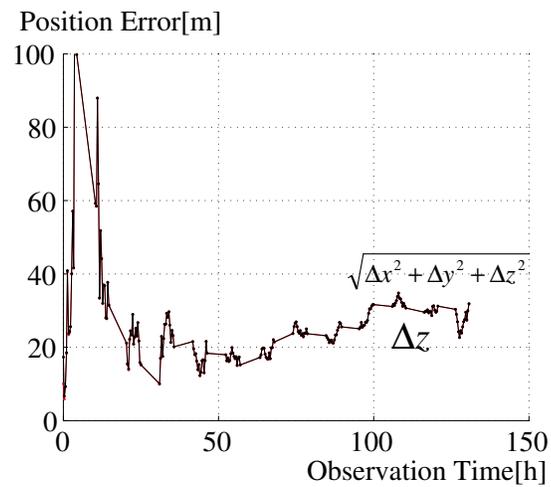
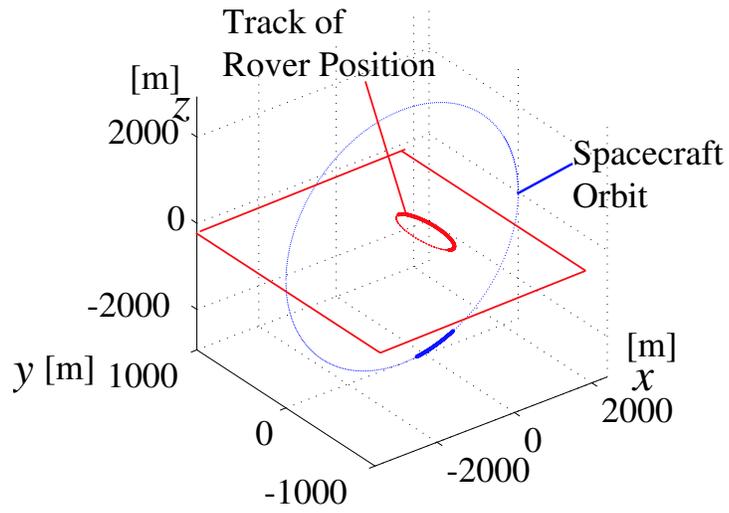
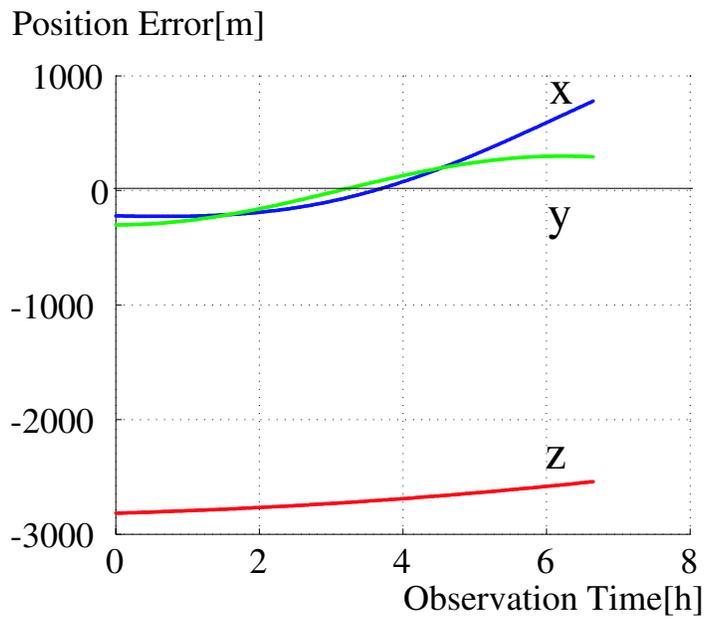
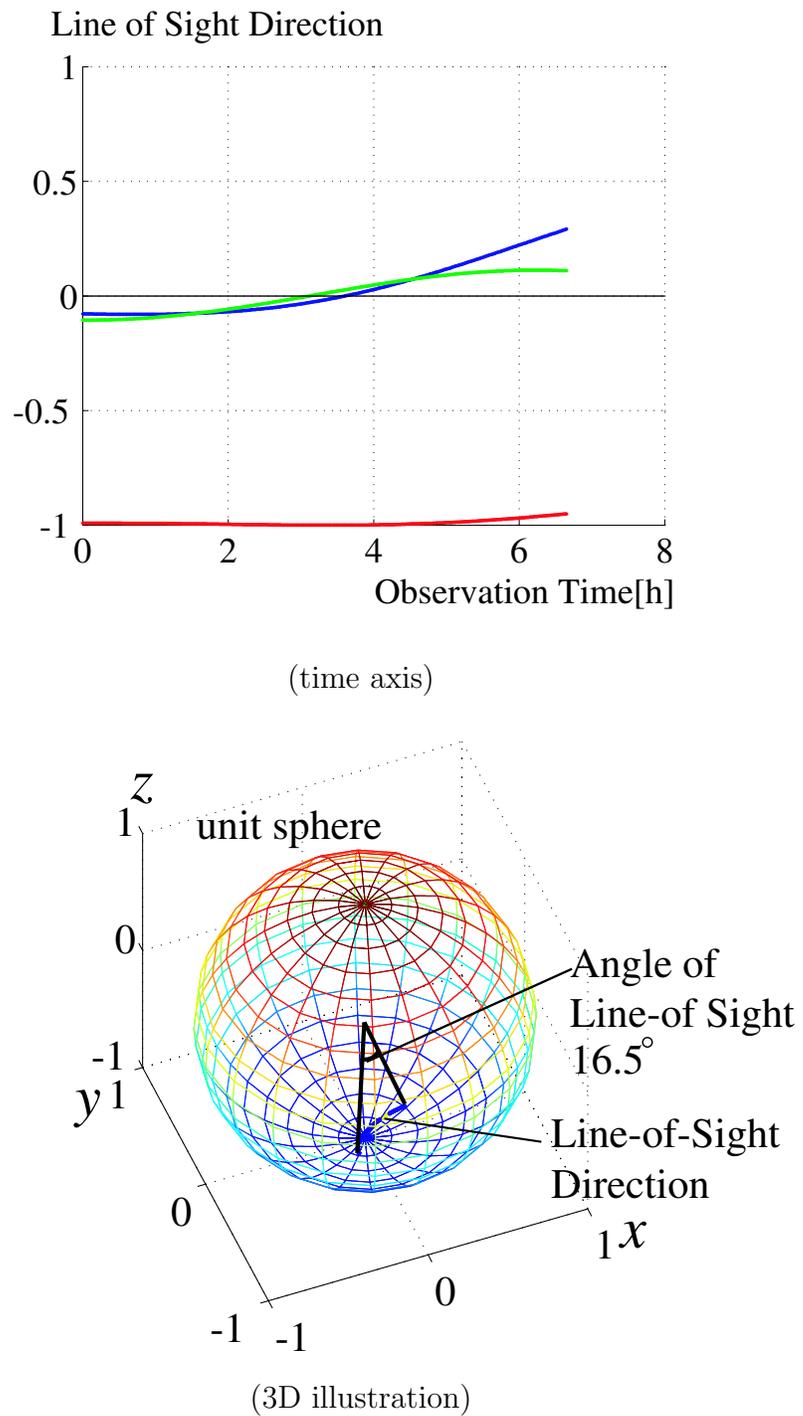
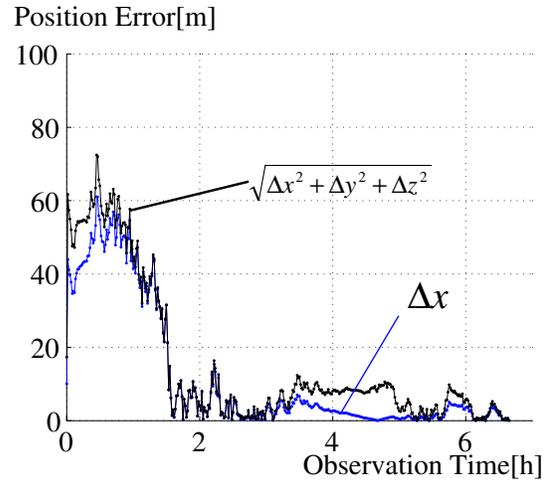
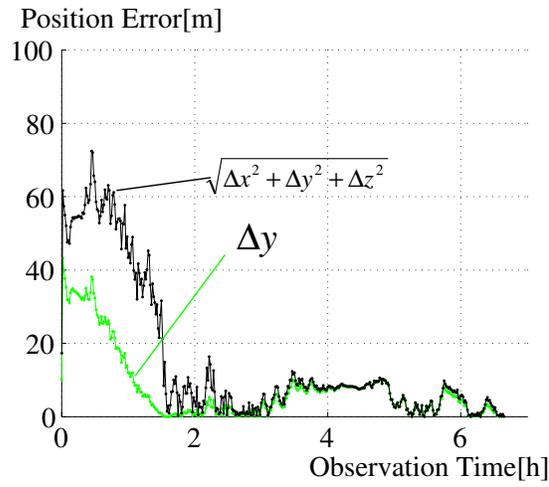
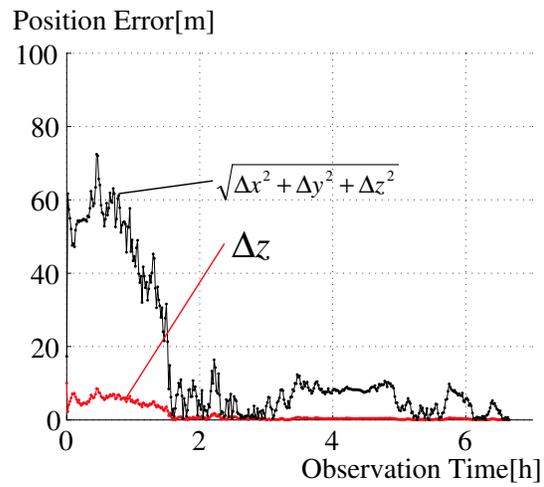


Fig. 4.15: Line of Sight Direction from the Rover to the Spacecraft(*POOR*)

(element  $x$ )(element  $y$ )(element  $z$ )Fig. 4.16: Localization Accuracy(*POOR*)

Fig. 4.17: Track of Rover Position and Spacecraft Orbit (*RICH*)Fig. 4.18: Relative Position from Rover to the Spacecraft (*RICH*)

Fig. 4.19: Line of Sight Direction from the Rover to the Spacecraft (*RICH*)

(element  $z$ )(element  $y$ )(element  $z$ )Fig. 4.20: Localization Accuracy (*RICH*)



## 第5章 提案手法による位置同定における誤差要因の検討

GPS測位の誤差要因を参考として、提案手法による位置同定の誤差要因について検討する。GPS測位も、衛星と観測者間の相対距離を電波の伝播遅延により測定する手法であるためである。GPS測位データを用いて、提案手法による位置同定に想定される現実的な観測雑音を生成する。現実的な観測雑音が載っていても、提案手法が位置同定可能であることを二方法で示す。一つはGPS測位型の地球規模、one-way Range測定による位置同定シミュレーション、もう一方はイトカワ級の直径数百メートルの小天体規模、two-way Range測定による位置同定シミュレーションである。現実の観測誤差の影響下でも提案手法によって位置同定が可能であることを示す。

### 5.1 GPS測位と提案手法の比較

GPS測位は、複数衛星から観測者までの片道の電波の伝播遅延時間を測定し、衛星位置を基準として瞬時に観測者の位置を同定する手法である。GPS測位の観測値は

$$\rho_{GPS} = \|\mathbf{Y}(t_e) - \mathbf{y}(t_r)\| + \xi_{GPS} + \xi_{cmn} \quad (5.1.1)$$

で表せる。但し、 $\mathbf{Y}$ はGPS衛星の位置、 $\mathbf{y}$ は観測者位置、 $t_e$ は電波の送信時刻、 $t_r$ は受信時刻、 $\xi_{GPS}$ はGPS測位特有の雑音、 $\xi_{cmn}$ は電波の伝播遅延測定共通の雑音を表すとする。

一方、前述したが、提案手法での観測値は次のように表せる。

$$\rho = \|\mathbf{X}(t_e) - \mathbf{x}(t_{ref})\| + \|\mathbf{X}(t_r) - \mathbf{x}(t_{ref})\| + \xi_{cmn} \quad (5.1.2)$$

但し、 $\mathbf{X}$ は母船位置、 $\mathbf{x}$ はローバ位置、 $t_{ref}$ はローバでの電波の反射時刻をそれぞれ表す。

GPS測位による位置同定誤差要因については詳細に研究されており、大部分はモデル化されている。そこで、GPS測位の誤差要因を参考として、提案手法による位置同定に想定される誤差要因について検討する。

## 5.2 GPS測位

### 5.2.1 背景

GPS(Gloval Positioning System) は、1973年に米国国防総省(DoD, Department of Defence)が人工衛星による電波測位システムを作り上げ、発展させてきた。

GPS衛星は地上約20,200[km]のほぼ円軌道をおよそ12時間の周期で回っている。現在の衛星配置は、軌道傾斜角 $55^\circ$ で均等に配置された6平面上にそれぞれ4個ずつの24衛星で成り立っており、今後さらに予備衛星4個が加えられる予定である[9]。衛星配置が完成すれば、世界中どこでも高度角 $15^\circ$ 以上の衛星が24時間、4衛星から8衛星同時に観測できる[10]。観測者は同時に4個以上の衛星を捕捉することで、自己位置 $(x, y, z)$ および時計誤差 $\Delta t$ を瞬時に求めることができる。

### 5.2.2 送信信号

GPSは衛星から観測者までの伝播遅延時間測定により位置同定を行う。GPS衛星に搭載された高精度な周波数基準により、 $f_0 = 10.23$ [MHz]のLバンド基本周波数を作り、これを154倍、120倍することで2つの信号用周波数L1(1575.42[MHz])とL2(1227.60[MHz])を生成する。この2つの周波数は後に述べる電離層屈折という主要誤差要因を除去するためにはなくてはならないものである。

衛星時刻読み取りのために、擬似ランダム雑音(PRN: pseudorandom noise)で特徴づけられる2つのコードが使われる。C/A(coarse/acquisition of clear/access)は $f_0/10$ の周波数を持ち、1[ms]毎に繰り返される。P(precision or protected)は $f_0$ の周波数を持ち、およそ266.4[日]毎に繰り返される。軍用目的で精度劣化を目的にPコードからYコードに変換するために、Wコードが使われる。Wコードは $f_0/20$ の周波数である。航法メッセージのコード化には1500ビット必要で、これは50[Hz]の周波数で30[s]で送信される。

搬送波L1とL2はともにPコードで変調されている。C/Aコードは搬送波L1にPコードと $90^\circ$ 位相を違えて載せられている。変調前の搬送波を $L_i(t) = a_i \cos(f_i t)$ と表し、Pコード、C/Aコード、Wコード、航法メッセージの数値をそれぞれ $P(t), C/A(t), W(t), D(t)$ で表せば、変調された搬送波は次式で表される。

$$L1(t) = a_1 P(t)W(t)D(t) \cos(f_1 t) + a_1 C/A(t)D(t) \sin(f_1 t) \quad (5.2.1)$$

$$L2(t) = a_2 P(t)W(t)D(t) \cos(f_2 t) \quad (5.2.2)$$

航法メッセージは100[Hz]の周波数帯域をもつが、Pコードの周波数帯域はおよそ20[MHz]である[11]。

Table 5.1: Major Error Factor on GPS Measurement

Error Factor	Error Size	Influence to the Measurement
Orbit Determination(almanac)	~30[m]	~50[m]
(Navigation Message)	<5[m]	50[m]
Clock Error on Satellite	110[ns](C/A)	50[m]
Signal Delay	~10[ns]	5[m]
Ionospheric Effects	10~100[ns]	5~50[m]
Multi Path	~10[ns]	5[m]
Clock Error on Receiver	sub [s]	0(modificated)

C/A コードおよびP コードは機密ではなく、GPS 衛星番号毎に既知であるため、観測者側で相関を取ることで、伝播遅延時間を測定することができる。衛星位置は航法メッセージ  $D(t)$  の一部として常時送信されており、観測者は現在、1[m]以下の精度でリアルタイムに衛星位置を知ることができる。

### 5.2.3 誤差の原因とその大きさ

GPS による位置同定の誤差要因は大きく、衛星に起因する誤差と伝播に生じる誤差の2つに分けられ、系統的にはバイアス誤差(真値から一定の値での誤差)と白色誤差(真値を中心に分布するような誤差)に分けられる。GPS 位置同定での誤差要因とその精度への影響を Table 5.1 に示す [12]。Table 5.1 は 1989 年のデータである。

### 5.2.4 衛星の位置に関連する誤差

#### 衛星の位置決定誤差

GPS 衛星の位置は測位点での位置決定の基準となるから、衛星の位置決定に誤差があると直接位置同定精度に影響が出る。

GPS 衛星の軌道決定は IGS(The International GNSS Service, 前身は the International GPS Service) によってなされ、1999 年には IGS 網は ITRF 系での座標値を持ち、グローバルに配置されている 220 カ所以上の GPS 追跡局で成り立っていた。現在では 300 カ所を超える追跡局が IGS に協力しており、日本では筑波や白

田観測点などがある (Fig.5.7<sup>1</sup>)。IGSによるGPS衛星の位置決定精度は現在1[m]程度で、リアルタイムに利用可能である [10]。

### 衛星時計の誤差

GPS衛星には2個のルビジウム時計と2個のセシウム時計が搭載され、これらの時計の長期周波数安定性は $10^{-13}$ オーダ、1日の安定性では $10^{-14}$ オーダに達する [10]。この時計を用いて高精度な周波数基準 $L_1, L_2$ 波を生成している。

時計のずれは衛星固有のもので、地上の追跡局によって監視されており、航法メッセージによって補正情報を送信している。GPS時間 $t$ は

$$t = a_0 + a_1(t - t_0) + a_2(t - t_0)^2 \quad (5.2.3)$$

の方程式を解くことで計算できる。ここで、 $a_i$ は航法メッセージによって送信される情報で、 $t_0$ はその衛星に搭載された時計による時刻である。

### 衛星の運動外乱

GPS衛星の運動は、基本的には地球と衛星を質点とみなしたケプラー運動に従うが、他にも無視できない力(摂動力と呼ばれる)が働く。

#### 地球重力場の不均一性による摂動

地球の重力場は地球の扁平が主要因で、均一ではなく、球関数展開によって表される。重力場の4次項までを考慮した軌道計算では、2日間後の衛星位置の誤差は20[m]、数時間では数[m]の差になるといわれている [12]。

#### 月および太陽の引力による摂動

月および太陽の引力によって衛星は $5 \times 10^{-6}$ [m/s<sup>2</sup>]程度の摂動加速度を受ける。数時間で数十[m]におよぶほどの力である。他の惑星からの引力は月や太陽に比べて小さく、無視できるとされる [12]。

#### 地球潮汐と海洋潮汐による摂動

地球の海水の潮汐現象によって生じる、重力場の変化に伴う摂動である。衛星の位置のずれは2日間で1[m]程度とされる [12]。

#### 太陽輻射圧による摂動

太陽光が衛星に直接当たることによる輻射圧と、地球からの照り返しを受け

<sup>1</sup><http://igs.cb.jpl.nasa.gov/network/compelete.html> より抜粋

ることによる輻射圧の摂動がある。衛星は重心対称形ではないので、どの向きから輻射圧を受けるかによって、摂動力も変わる。直接照射の影響は2日間で100[m]と大きく、照り返しによる摂動は数[m]とされる [12]。

### 5.2.5 電波の伝播に伴う誤差

GPS衛星は高度約20,200[km]の軌道に打ち上げられており、およそ0.07秒で衛星からの電波が観測者に届く。地球には大気があり、上層には電離層があるため、電波の伝播速度は真空中とは異なった値をとる。しかも大気や電離層は時間とともに変化しているため、伝播速度も変化する。このために、大気層中での電波の速度が正確に分からなければ、衛星と観測者の距離を正確に決定することができない。

#### 位相速度と群速度

空間を伝播する波長 $\lambda$ で周波数 $f$ の単一電磁波を考える。この電磁波の位相速度

$$v_{ph} = \lambda f \quad (5.2.4)$$

は、位相速度と呼ばれる。周波数がわずかに異なる波が集まったものに対しては、その合成エネルギーの伝播速度として、群速度が次式で定義される [13]。

$$v_{gr} = -\frac{df}{d\lambda} \lambda^2 \quad (5.2.5)$$

位相速度と群速度の関係は

$$dv_{ph} = f d\lambda + \lambda df \quad (5.2.6)$$

で表される。これを整理すると

$$v_{gr} = -\lambda \frac{dv_{ph}}{d\lambda} f \quad (5.2.7)$$

を得、これと式(5.2.4)とから次のレイリー方程式(Rayleigh equation)を得る。

$$v_{gr} = v_{ph} - \lambda \frac{dv_{ph}}{d\lambda} \quad (5.2.8)$$

式(5.2.6)は位相速度の波長や周波数への依存性として定義される、分散の概念を含む。位相速度と群速度は、非分散媒体中では同じであり、真空中では光速に一致する。

媒体中の波の伝播は、屈折率  $n$  に依存し、一般的に伝播速度は

$$v = \frac{c}{n} \quad (5.2.9)$$

で与えられる。この式を位相速度と群速度に適用すると、それぞれに対応する屈折率  $n_{ph}$  と  $n_{gr}$  が

$$v_{ph} = \frac{c}{n_{ph}} \quad (5.2.10)$$

$$v_{gr} = \frac{c}{n_{gr}} \quad (5.2.11)$$

で得られる。位相速度を  $\lambda$  に関して微分し、レイリー方程式と合わせると

$$\frac{1}{n_{gr}} = \frac{1}{n_{ph}} \left( 1 + \lambda \frac{1}{n_{ph}} \frac{dn_{ph}}{d\lambda} \right) \quad (5.2.12)$$

となる。ここで近似式  $(1 + \varepsilon)^{-1} = 1 - \varepsilon$  を適用することで修正レイリー方程式

$$n_{gr} = n_{ph} - \lambda \frac{dn_{ph}}{d\lambda} \quad (5.2.13)$$

を得る。修正レイリー方程式は  $\frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{df}{f}$  を用いて次のようにも表せる。

$$n_{gr} = n_{ph} + f \frac{dn_{ph}}{df} \quad (5.2.14)$$

### 電離層によって生じる誤差

地上 50[km] から 1000[km] の間の様々な層に及ぶ電離層の屈折率は次で与えられる [14]。

$$n_{ph} = 1 + \frac{c_2}{f^2} + \frac{c_3}{f^3} + \frac{c_4}{f^4} + \dots \quad (5.2.15)$$

係数  $c_i$  は周波数には依存しないが、伝播経路に沿っての電子数を表す電子数密度  $N_e$  の関数である。この級数展開の2次までの近似式とその微分式とを式 (5.2.13) に代入、整理すると

$$n_{gr} = 1 - \frac{c_2}{f^2} \quad (5.2.16)$$

を得る [10]。  $c_2$  [Hz<sup>2</sup>] の推定値 [14] は

$$c_2 = -40.3N_e \quad (5.2.17)$$

より  $n_{gr} > n_{ph}$  すなわち  $v_{gr} < v_{ph}$  が得られる。この速度の違いから、群信号の遅れと位相信号の進みという現象が起きる。言い換えれば、GPS のコードは遅れて

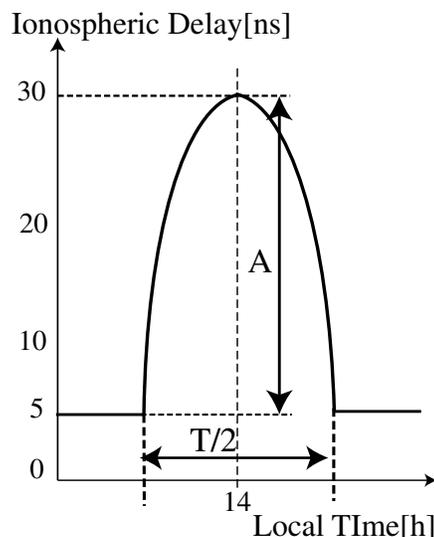


Fig. 5.1: Ionospheric Delay Model by Klobuchar, J.A.

観測され、観測搬送波位相は進むことになる。それゆえ、衛星と受信機との幾何学的な距離に比べてコード擬似距離は長めに、位相擬似距離は短めに測定される。食い違いの大きさは両方とも同じである。

電離層による遅延は電離層の状況とその伝播経路に依るのだから、電離層の性質が水平方向にはあまり変わらないものと仮定すれば、遅延は受信時刻の天頂方向の電離層の状況と、受信した衛星の高度角に依存した量となる。衛星の高度角が低いほど、伝播中に電離層をより多く通過することになり、遅延量も大きくなる。高度角  $90^\circ$  (天頂方向) を 1 とすると、高度角  $0^\circ$  (地平線方向) の電離層遅延は 3 倍とされる [12]。

電離層は電子数密度の関数として定義され、電子数密度は温度とともに上昇する。従って、時間によっても電離層の状態は変化する。夜間平均として  $10[\text{ns}]$  だった電離層遅延が日中では  $50[\text{ns}]$  となったとの観測データがある [12]。

### 電離層遅延の補正

鉛直方向の電離層全屈折は、Klobuchar のモデル [15] で近似され、航法メッセージでも補正係数として放送されている。Klobuchar のモデルは、地方時の 14 時に極大をもつ余弦関数  $\cos$  の半周期と一定値とを組み合わせた関数で簡単に表されている (Fig.5.1)。

$\cos$  の振幅  $A$  と周期  $T$  とは各地で異なった値を取るが、これを地磁気緯度  $\Phi_m$  の

3次までの多項式で表せるとした近似

$$A = \alpha_0 + \alpha_1 \Phi_m + \alpha_2 \Phi_m^2 + \alpha_3 \Phi_m^3 \quad (5.2.18)$$

$$T = \beta_0 + \beta_1 \Phi_m + \beta_2 \Phi_m^2 + \beta_3 \Phi_m^3 \quad (5.2.19)$$

を用いて、航法メッセージでこの係数  $\alpha_i$  および  $\beta_i$  を放送している。これを使って電離層遅延補正量  $\tau_D$ [ns] は

$$\tau_D = A_0 \quad (|t - 50400| \geq T/4) \quad (5.2.20)$$

$$\tau_D = A_0 + A \cos((t - 14[h])/T) \quad (|t - 50400| < T/4) \quad (5.2.21)$$

で得られる。但し、 $A_0 = 5$ [ns] である。

これと別に、2周波観測による電離層遅延の影響補正法もある。電離層中における伝播の群速度遅延を第2項までで近似すると、 $f^{-2}$  に比例すると仮定することができる。従って、2周波  $f_1, f_2$  を用いて測定した擬似距離  $R_1, R_2$  から、電離層遅延を補正した距離  $R$  は

$$R = R_1 + \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} (R_1 - R_2) \quad (5.2.22)$$

で求められる [12]。これより詳しいモデルが Brunner and Gu によって提案されており、屈折率の級数展開の高次項や地磁気の影響、伝播経路の湾曲の影響も説明できるとされる [16]。

### 対流圏による影響

対流圏屈折、対流圏での経路遅延による伝播誤差について述べる。対流圏の影響は、乾燥空気による影響と水蒸気の影響に大別でき、様々なモデルが提案されている [17]。天頂より電波が入射するとき、2~3[m] の遅れを生じる。メートル以上の精度の高い位置同定を求める場合、観測地点の温度、湿度、気圧を測定し、これらのモデルにより補正する必要がある。

### 5.2.6 マルチパスの影響

マルチパスは多重伝播とも呼ばれる。GPS 受信機のアンテナで受信される電波は、GPS 衛星のアンテナから発射されて直接到達した波だけではなく、衛星本体や受信機のアンテナ近くの地面や建造物などで反射され、別の経路を通った電波も混ざっている。このために直接波の波形が乱されている。マルチパスは観測者が動く場合は時間とともに変化するから、ランダムノイズとして扱える。静地点での観測であれば、受信機を高い場所に置くとか、見晴らしの良い場所に設置するという配慮が必要である。

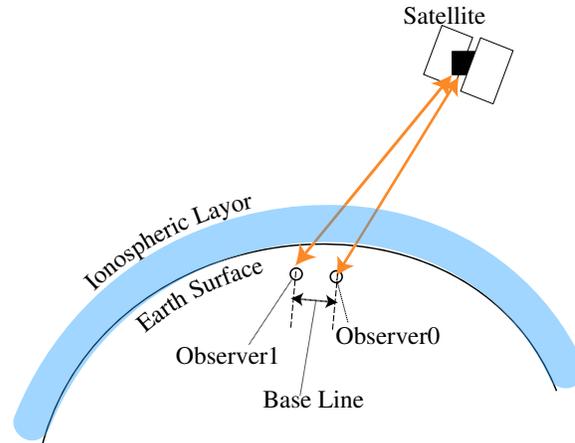


Fig. 5.2: Image of Differential GPS Measurement

### 5.2.7 受信機の時計誤差

GPS 測位において、未知数は観測者の  $x, y, z$  の 3 成分でよいが、実際には最低 4 衛星が可視であるような衛星配置が取られる。これは 4 つ目の未知数に受信機の時計誤差  $\Delta t$  を置いているためである。受信機の時計バイアス誤差  $\Delta t$  は観測擬似距離  $\rho$  から  $\rho - c\Delta t$  として表れる。GPS 衛星に搭載された高精度な時計を基準として、受信機時計のバイアスが除去される。

## 5.3 DGPS 測位

衛星位置を基準に観測者の位置を同定する単独 GPS 測位に対し、適当な基準点を設け、基準点と観測者として GPS 測位を行い、相対的な位置を求めるのが D (Differential) GPS 測位である (Fig. 5.2)。地上の十分近い二点で同じ GPS 衛星からの信号を受信するとき、信号はほぼ同じ経路を伝播すると考えられる。従って、電離層、および対流圏の屈折と遅延が二点で同等とみなすことができ、キャンセルできる。

## 5.4 提案手法に影響する誤差要因

提案手法は深宇宙の小天体を想定している。従って、地上で課題となっている大気の影響は考えなくてよい。測定値に影響する誤差要因としては、

- 衛星軌道の同定誤差
- 受信機の時計誤差
- 周回衛星の時計誤差
- マルチパス

が考えられる。周回衛星が1機しかないため、受信機の時計誤差も検出できない。また GPS 衛星ほどの高精度の時計を搭載することも見込めない。

そこで、時計誤差および衛星軌道の同定誤差を含む観測雑音を拾う目的で、DGPS 測位データを利用することにした。DGPS 測位は前述したとおり、地上大気、電離層の影響を大きく除去できる手法であり、残る雑音は主に

- 衛星軌道の同定誤差
- マルチパス

である。

提案手法に載るであろう、衛星側およびローバ側の時計誤差は、GPS 衛星の航法メッセージの一部として送信されるため、取り出すことができる。そこで、提案手法に想定される雑音として、DGPS 観測データに GPS 衛星の時計誤差および受信機誤差を載せたものを用意した。

## 5.5 実証実験

D-GPS 観測データを用い、提案手法に想定される雑音特性での位置同定の精度を二つの方法で検証する。

一つは one-way Range 測定、地球規模での位置同定シミュレーションで、測定データに一機の GPS 衛星からの測定値を用いる。地球規模の天体でも提案手法によって位置同定が可能であること、また実際の観測雑音環境下であっても位置同定可能であることを示す。

一方は two-way Range 測定、直径数百メートルのイトカワ規模での位置同定シミュレーションで、提案手法による位置同定に想定される観測誤差を組み込む。GPS 観測データから提案手法と共通の誤差要因による観測誤差を取り出し、観測誤差を生成した。前章のシミュレーションで白色雑音と想定した観測雑音よりも現実的な観測雑音下で、提案手法によって位置同定が可能であることを示す。

観測データから雑音だけを取り出して、イトカワ規模の two way Range 測定での観測雑音として組み込んだものを用意した。現実的な雑音下で、提案手法の位置同定精度を見積もった。

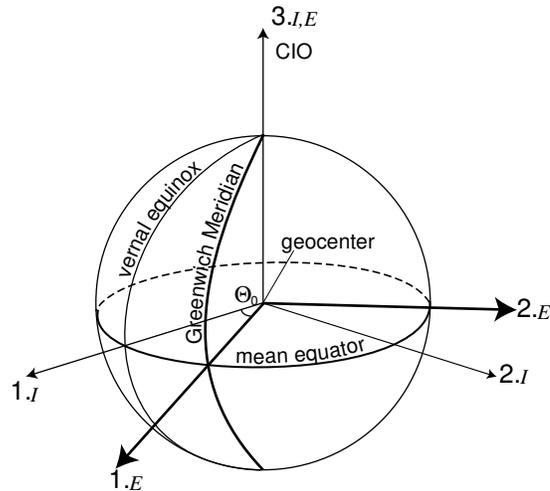


Fig. 5.3: Geocentric Coordinate Systems

### 5.5.1 GPS測位の座標系

観測点から衛星までの距離  $\rho$  と、送信時刻  $t_{e,GPS}$  における衛星位置  $\mathbf{X}(t_{e,GPS})$  と受信時刻  $t_{r,GPS}$  における観測点位置  $\mathbf{x}(t_{r,GPS})$  は

$$\rho = \|\mathbf{X}(t_{e,GPS}) - \mathbf{x}(t_{r,GPS})\| \quad (5.5.1)$$

で与えられる。式 (5.5.1) で、2つの位置ベクトルは同一の座標系で表されなければならない。GPS測位は、受信機の動的な位置を知る目的にあるため、測地座標系で表されている。

提案手法が採用した慣性空間固定の座標系と地球固定の座標系の定義を述べる。

#### 赤道直交座標系

地球の重心を中心とした大きな球を想定しそれを天球と名付け、すべての星は天球上にあるものとする。天球上での座標系として慣性空間固定と地球固定の座標系の2つの座標系を紹介する。

Fig.5.3に慣性空間固定の座標軸  $1.I, 2.I, 3.I$  および地球固定の座標軸  $1.E, 2.E, 3.E$  を示す (Fig.5.3)。両座標系とも地球の自転軸  $\omega_E$  を3.軸に取っている。自転軸に直交し、地球重心を通る平面と天球の交点を赤道と定義する。太陽の天球上での軌跡を黄道と呼び、慣性固定座標系の  $1.I$  軸は、赤道面と黄道面の交線である、春分点方向を向いている。地球固定座標系の  $1.E$  軸は赤道面とグリニッジ子午面

との交線である。2.軸は、1.,3.軸に直交し、全体で右手系になるように取られる。1. $_I$ と1. $_E$ が成す角度 $\Theta_0$ は、グリニッジ地方恒星時と呼ばれている。

### 5.5.2 座標変換

GPS衛星の送信する軌道情報は、WGS-84と呼ばれる、赤道直交座標系の地球固定座標系によって表される。式(5.5.1)で表される観測値 $\rho$ は慣性空間上での距離を表すから、WGS-84で表された $\mathbf{x}_{WGS-84}$ を慣性固定座標系の $\mathbf{x}_{J2000}$ (2000年元期)に変換する必要がある。変換式は

$$\mathbf{x}_{WGS-84} = \mathbf{R}^M \mathbf{R}^S \mathbf{R}^N \mathbf{R}^P \mathbf{x}_{J2000} \quad (5.5.2)$$

で与えられる[10]。

ここで $\mathbf{R}^M$ は極運動の、 $\mathbf{R}^S$ は恒星時の、 $\mathbf{R}^N$ は章動の、 $\mathbf{R}^P$ は歳差の回転マトリクスをそれぞれ表す。極運動とは地球固定座標系でみた自転軸の変動を、章動とは自転軸の周期的な運動を、歳差とは自転軸の長期運動を、恒星時とはFig.5.3で示したグリニッジ恒星時 $\Theta_0$ をそれぞれ表す。Fig.5.3の3.軸は、自転軸の平均位置に取られ、CIO(Conventional International Origin)と呼ばれる。

以下でそれぞれの回転マトリクスをまとめるが、その前に基本となる回転マトリクスをまとめておく。

$$\mathbf{R}_1(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (5.5.3)$$

$$\mathbf{R}_2(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (5.5.4)$$

$$\mathbf{R}_3(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.5.5)$$

$$(5.5.6)$$

### 歳差

Fig.5.4に歳差の図解を示す。標準元期 $t_0$ における平均春分点位置は $E_0$ で、観測時 $t$ における春分点位置は $E$ でそれぞれ示されている。

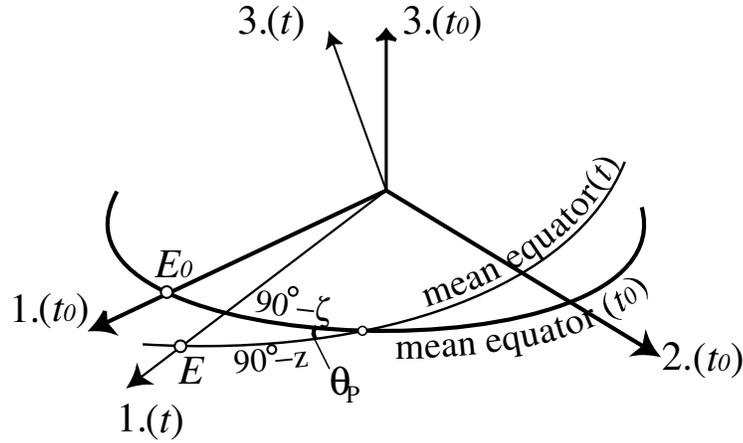


Fig. 5.4: Precession of the Earth Rotation Axis

歳差マトリクス

$$\mathbf{R}^P = \mathbf{R}_3(-z^P)\mathbf{R}_2(\theta^P)\mathbf{R}_3(-\zeta^P) \quad (5.5.7)$$

は3つの回転マトリクスの積で表される。ここで、 $z^P, \theta^P, \zeta^P$  は歳差パラメタである。歳差パラメタは次の級数で計算される [18]。

$$\zeta^P = 2306.''2181T + 0.''30138T^2 + 0.''017998T^3 \quad (5.5.8)$$

$$z^P = 2306.''2181T + 1.''09468T^2 + 0.''018203T^3 \quad (5.5.9)$$

$$\theta^P = 2004.''3109T - 0.''42665T^2 - 0.''041833T^3 \quad (5.5.10)$$

パラメタ  $T$  は元期  $J2000.0$  から観測時までの時間を、36,525 平均太陽日を1世紀とするユリウス世紀で表したものである。

## 章動

Fig.5.5 に章動の図解を示す。ここで観測時における春分点の平均位置は  $E$  で、真位置は  $E_t$  である。

章動マトリクス  $\mathbf{R}^N$  は3つの回転マトリクスの積

$$\mathbf{R}^N = \mathbf{R}_1(-(\varepsilon^N + \Delta\varepsilon^N))\mathbf{R}_3(-\Delta\psi^N) \quad (5.5.11)$$

で構成される。ここで章動パラメタ  $\Delta\varepsilon^N$  と  $\Delta\psi^N$  は微小量として扱われ、

$$\mathbf{R}^N = \begin{pmatrix} 1 & -\Delta\psi \cos \varepsilon & -\Delta\psi \sin \varepsilon \\ \Delta\psi \cos \varepsilon & 1 & -\Delta\varepsilon \\ \Delta\psi \sin \varepsilon & \Delta\varepsilon & 1 \end{pmatrix} \quad (5.5.12)$$

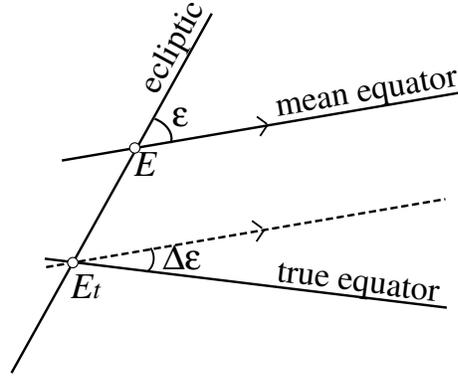


Fig. 5.5: Nutation of the Earth Rotation Axis

となる。黄道の平均傾斜角  $\varepsilon^N$  および章動パラメタ  $\Delta\varepsilon^N$  と  $\Delta\psi^N$  は次の式で計算される [18]。

$$\varepsilon^N = 23^\circ 26' 21.''448 - 46.''8150T - 0.''00059T^2 + 0.''001813T^3 \quad (5.5.13)$$

$$\Delta\psi = \sum_{i=1}^{106} a_i \sin \left( \sum_{j=1}^5 e_j E_j \right) = -17.''2 \sin \Omega_m + \dots \quad (5.5.14)$$

$$\Delta\varepsilon^N = \sum_{i=1}^{64} b_i \cos \left( \sum_{j=1}^5 e_j E_j \right) = 9.''2 \cos \Omega_m \dots \quad (5.5.15)$$

ここで  $T$  は式 5.5.8 と同じものである。整数係数  $e_j$  や振幅  $a_i, b_i$  は Seidelmann(1992) に一覧として載っている。5つの  $E_j$  は太陽、地球、月系の平均運動を記述する基本変数であり、月の平均昇交点経度  $\Omega_m$  もそのひとつである。

### 恒星時

恒星時の回転マトリクスは

$$\mathbf{R}^S = \mathbf{R}_3(\Theta_0) \quad (5.5.16)$$

で表される。グリニッジ恒星時  $\Theta_0$  は

$$\Theta_0 = 1.0027379093UT1 + \theta_0 + \Delta\psi \cos \varepsilon \quad (5.5.17)$$

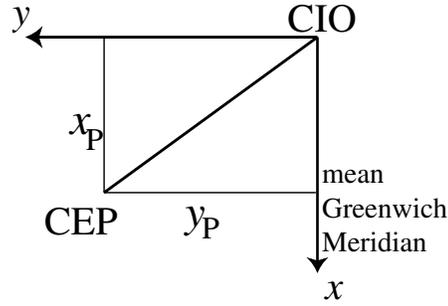


Fig. 5.6: Polar Motion of the Earth Rotation Axis

で与えられる [10]。右辺第一項は太陽時と恒星時の尺度の違いを表す。太陽時とは、赤道面を一樣な速度で運行する仮想太陽のグリニッジ時角に、12時間を加えたものとして定義される。恒星時とは春分点の時角によって定義される。太陽時も恒星時も地球の自転速度  $\omega_E$  が一定ではないため、一樣な時系ではない。第二項の  $\theta_0$  は時間の級数として次のように求められる。

$$\begin{aligned} \theta_0 = & 24110.^S54841 + 8640184.^S812866T_0 + & (5.5.18) \\ & + 0.^S093104T_0^2 - 6.^S2 \times 10^{-6}T_0^3 \end{aligned}$$

第三項は  $\Delta\psi$  の赤道面への投影であり、章動の影響を考慮したものである。章動を無視した平均恒星時への補正量は GPS 衛星から放送される航法メッセージの一部となっている。

### 極運動

これまでの座標系の回転  $\mathbf{R}^P, \mathbf{R}^N, \mathbf{R}^S$  によって、座標軸 3. は観測の瞬間の地球の自転軸方向 (CEP:lestial Ephemeris Pole) になっている。これを、平均自転軸方向 CIO に回転しなければならない。この回転は Fig.5.6 に示される、極座標  $x_P, y_P$  を用いて行われる。極座標は IERS(国際地球回転観測事業, International Earth Rotation Service) によって提供される [19]。

$$\mathbf{R}^M = \mathbf{R}_2(-x_P)\mathbf{R}_1(-y_P) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_P \\ 0 & 1 & -y_P \\ -x_P & y_P & 1 \end{pmatrix} \quad (5.5.19)$$

### 5.5.3 GPS衛星の軌道情報

実際のGPS衛星の軌道は、地球重力場の摂動、太陽輻射圧、地球の扁平などの影響で経年変化する。そこで、GPS衛星の軌道決定は時々刻々に行われ、より「新鮮な」ケプラー運動近似により運動を解析している。

GPS衛星の軌道情報は地球座標系に基づき、衛星から概略暦、放送暦の2種類の軌道データが送信される。概略暦の精度はデータの更新時に依存するが数[km]程度、放送暦は1[m]とされる[10]。

#### 概略暦 (Almanac)

概略暦はAlmanacと呼ばれ、精度は低いが、受信機が容易に衛星探索ができるよう衛星から放送データとして送られる軌道データである。

#### 放送暦 (Navigation Message)

放送暦は、GPS衛星を管制する5つの監視局での観測に基づいて作られたものである。最新の軌道観測値により、衛星の基準軌道が計算される。放送暦も衛星メッセージの一部であり、軌道情報および衛星時計情報が含まれる (Table 5.2)。

軌道情報のなかのパラメタは、基準時刻や、基準時刻におけるケプラー運動を記述する6つのパラメタ、3つのドリフト補正項、6つの周期補正項である。補正項によって、地球の球形からのズレや潮汐効果、太陽輻射圧による摂動の影響を取り除くことができる。放送暦は毎時間更新され、受信してから4時間という規定の時間以内で使用すべきであるとされる[10]。

### 5.5.4 GPS衛星位置の計算

GPS衛星からの放送暦から、地球固定座標系における衛星位置  $\mathbf{X}_k$  を求める。

放送軌道情報 (Navigation Message) に含まれるパラメタは Table 5.2 の通りである。Table 5.2 に示されたパラメタから、ある時刻  $T$  における衛星位置を計算する手順を示す [12]。放送軌道情報に含まれるパラメタには \* で印をつけた。

1. 軌道長半径の計算

$$A = (\sqrt{A^*})^2 \quad (5.5.20)$$

2. 平均運動の計算

$$n_0 = \sqrt{\frac{GM}{A^3}} \quad (5.5.21)$$

Table 5.2: Parameters in GPS Navigation Message

$M_0$	Mean Anomaly at Epoch
$\Delta n$	Correction Value of Mean Motion
$\varepsilon$	Eccentricity of Satellite Orbit
$\sqrt{A}$	Sqrt of Semi-Major Axis
$\Psi_0$	Longitude of Ascending Node at Epoch
$I_0$	Inclination at Epoch
$\omega$	Argument of Perigee
$\Psi DOT$	Drift of Longitude of Ascending Node
$IDOT$	Drift of Inclination
$C_{UC}$	Constant Value of Cos Correction for Latitude
$C_{US}$	Constant Value of Sin Correction for Latitude
$C_{RC}$	Constant Value of Cos Correction for Orbit Radius
$C_{RS}$	Constant Value of Sin Correction for Orbit Radius
$C_{IC}$	Constant Value of Cos Correction for Inclination
$C_{IS}$	Constant Value of Sin Correction for Inclination
$Toe$	Time of Ephemeris

但し、 $G$ は万有引力定数、 $M$ は地球質量を表し、 $GM = 3.986005 \times 10^{14} [m^3/s^2]$ である。

3. 元期からの経過時間  $T_k$

$$T_k = T - Toe^* \quad (5.5.22)$$

4. 平均運動の補正

$$n = n_0 + \Delta n^* \quad (5.5.23)$$

5.  $T$ における平均近点角  $M_k$

$$M_k = M_0^* + nT_k \quad (5.5.24)$$

6. ケプラーの式 3.2.7 を解いて離心近点角  $E_k$  を求める。

$$M_k = E_k - e^* \sin(E_k) \quad (5.5.25)$$

7. 真の近点角  $V_k$  を求める。

$$\cos V_k = \frac{\cos E_k - e^*}{1 - e^* \cos E_k} \quad (5.5.26)$$

$$\sin V_k = \frac{\sqrt{1 - e^{*2}} \sin E_k}{1 - e^* \cos E_k} \quad (5.5.27)$$

$$V_k = \tan^{-1} \quad (5.5.28)$$

8. 緯度引数  $\phi_k$  を求める。

$$\phi_k = V_k + \omega^* \quad (5.5.29)$$

9. 緯度引数に対する補正

$$\delta u_k = C_{US}^* \sin 2\phi_k + C_{UC}^* \cos 2\phi_k \quad (5.5.30)$$

$$u_k = \phi_k + \delta u_k \quad (5.5.31)$$

10. 軌道長半径に対する補正

$$\delta r_k = C_{RS}^* \sin 2\phi_k + C_{RC}^* \cos 2\phi_k \quad (5.5.32)$$

$$I_k = A(1 - e^* \cos E_k) + \delta r_k \quad (5.5.33)$$

11. 軌道傾斜角に対する補正

$$\delta I_k = C_{IS}^* \sin 2\phi_k + C_{IC} \cos 2\phi_k \quad (5.5.34)$$

$$I_k = I_0^* + \delta I_k + (IDOT^*)T_k \quad (5.5.35)$$

12. 軌道面内での直交座標値  $\mathbf{X}_{obt}$

$$X_{obt,k} = r_k \cos(u_k) \quad (5.5.36)$$

$$Y_{obt,k} = r_k \sin(u_k) \quad (5.5.37)$$

13. 昇交点に対する補正

$$\Psi_k = \Psi_0 + (\Psi DOT - \Psi DOT_E)T_k - \Psi DOT_E T_{OE} \quad (5.5.38)$$

但し、 $\Psi DOT_E$  は地球回転角速度の WGS-84 採用値で、

$$\Psi DOT_E = 7.292115 \times 10^{-5} \text{ [rad/s]} \quad (5.5.39)$$

である。

14. 地球固定座標系における衛星位置  $\mathbf{X}_k$

$$X_k = X_{obt} \cos \Psi_k - Y_{obt} \cos I_k \sin \Psi_k \quad (5.5.40)$$

$$Y_k = X_{obt} \sin \Psi_k - Y_{obt} \cos I_k \cos \Psi_k \quad (5.5.41)$$

$$Z_k = Y_{obt} \sin I_k \quad (5.5.42)$$

### 5.5.5 one-way Range 観測の定式化

片道の伝播遅延を観測するのだから、既に定式化したローバから衛星への上りの伝播遅延を取り除けばよい。

#### 観測方程式

観測間隔を  $\Delta t$  とする。 $i$  番目の観測について、衛星側の送信時刻を  $t_{i,e}$ 、観測点での受信時刻を  $t_{i,r}$  とする。

ここで、観測間隔  $\Delta t$  を用いて、 $t_{i,e} = t_0 + i\Delta t$  である。観測雑音を  $\nu_{i,GPS}$  として観測値  $\tau_{i,obGPS}$  は  $\tau_{i,obGPS} = (t_{i,r} - t_{i,e}) + \nu_{i,GPS}$  で

$$c\tau_{i,obGPS} = \rho_{GPS}(t_{i,e}) \quad (5.5.43)$$

をみたす。

$c$  は光速を表す。ここで  $\rho_{GPS}(t_{i,e})$  について

$$\rho_{GPS}(t_{i,e}) = \|\mathbf{X}_{GPS}(t_{i,e}) - \mathbf{x}_{GPS}(t_{i,r})\| + \nu_{i,GPS} \quad (5.5.44)$$

が成り立つ。但し、 $\nu_{i,GPS} = c\nu_{i,GPS}$  である。

#### 観測点と観測値の関係

観測点位置  $\mathbf{x}_{GPS}$  が微小変化した場合の、 $i$  番目の観測値  $c\tau = \rho_{GPS}$  の変化を知るために、 $\frac{\partial \rho_{GPS}}{\partial \mathbf{x}_{GPS}(t_{i,e})}$  を求める。

$$\frac{\partial \rho_{GPS}}{\partial x_{GPS}(t_{i,e})} = \frac{1}{\rho_{GPS}(t_{i,e})} (x_{GPS}(t_{i,e}) - X_{GPS}(t_{i,e})) \cos(\psi i \Delta t) + Y_{GPS}(t_{i,e}) \sin(\psi i \Delta t) \quad (5.5.45)$$

$$\frac{\partial \rho_{GPS}}{\partial y_{GPS}(t_{i,e})} = \frac{1}{\rho_{GPS}(t_{i,e})} (y_{GPS}(t_{i,e}) - Y_{GPS}(t_{i,e})) \cos(\psi i \Delta t) - X_{GPS}(t_{i,e}) \sin(\psi i \Delta t) \quad (5.5.46)$$

$$\frac{\partial \rho_{GPS}}{\partial z_{GPS}(t_{i,e})} = \frac{z_{GPS}(t_{i,e}) - Z_{GPS}(t_{i,e})}{\rho_{GPS}(t_{i,e})} \quad (5.5.47)$$

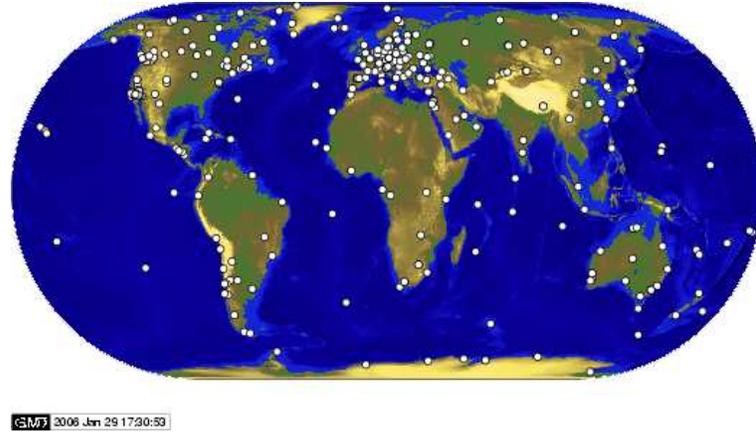


Fig. 5.7: IGS Tracking Network

### 5.5.6 実証実験パラメタ

#### データの提供元

IGSは、世界中の大学あるいは研究機関などが参加しているボランティア組織である。300点以上の観測点を持ち、GPS衛星の軌道情報や、地球回転パラメタなどを計算し、インターネットで公開している。GPS観測データは、300以上の観測点で共通のRINEX形式で保存され、誰でも利用できる<sup>2</sup>。

#### 観測地パラメタ

日本にも数カ所、IGSに参加している観測地があり、今回の実証実験では東京都調布市の研究所(MITAKA, Fig.5.8<sup>3</sup>)が測定したデータ、および東京都小金井市で測定したデータを用いた。二カ所の観測地の環境パラメタをTable.5.3およびTable.5.4にまとめる。二地点間の距離(基線長)は7461.4017[m]である。

#### 衛星軌道および受信機位置

観測地において、一日で最も可視時間の長かったGPS衛星#21の観測データを選んだ。そのうち、連続可視時間が長かった20時33分から24時までの観測データを用いた。

軌道および観測値MITAKAの受信機位置の軌跡をFig.5.9に示す。破線が軌跡

<sup>2</sup><http://igsceb.jpl.nasa.gov>

<sup>3</sup><http://www.enri.go.jp/naoki/iglos-mtka-e.htm> より抜粋



Fig. 5.8: Tracking Station : MITAKA

Table 5.3: Each Parameters of MITAKA and KOGANEI Station

	MITAKA	KOGANEI
Receiver Type	Ashtech Z18	Ashtech Z-XII3
Receiver Version	0065 ZT16	CD001D0
Antenna Type	ASH701073.1	ASH701945C_M
Marker Position $X$	-3947762.7496	-3941949.1592
$Y$	3364399.8789	3368156.3546
$Z$	3699428.5111	3702214.8303

を、太線が可観測時間での衛星位置を表す。軌道計算は衛星の放送暦を用い、赤道直交座標系の慣性空間固定座標で表した。

### 5.5.7 地球規模, one-way Range 測定での実証実験結果 (DGPS)

地球規模、one-way Range 測定での位置同定シミュレーション結果を Fig.5.10 に示す。Fig.5.10 に  $x$ 、 $y$ 、 $z$  の各成分の位置同定の様子を示す。

このときの観測者に対する GPS 衛星の相対位置の時間変化を Fig.5.11 に、視線方向の時間経過を Fig.5.12 の左図に、三次元図を右図に示す。

シミュレーション結果 Fig.5.10 より、3.5 時間の観測で 760[m] まで位置同定できていることが分かる。

Fig.5.10 の位置同定シミュレーション (DGPS) をイトカワ級の小天体での位置同定精度と比較する。イトカワ級の小天体での位置同定として、最適な母船配置で観測を行った場合の位置同定シミュレーション (RICH, Fig.4.20) と、地球規模の位置同定シミュレーション (DGPS, Fig.5.10) とを比較する。Table5.5 に位置同

Table 5.4: Common Parameters of MITAKA and KOGANEI Station

Observation Type	Phase Measurements on L1 and L2 Pseudorange using C/A on L1 Pseudorange using P-Code on L1 and L2 Doppler Frequency on L1 and L2
Observation Interval	30[s]
Time of First Observation Record	2006,JAN,16th, 20:33:00[s]
Time of Last Observation Record	2006, JAN, 16th, 23:59:30[s]

Table 5.5: Comparison of the Simulation Parameter(*RICH*) and (*DGPS*)

	( <i>RICH</i> )	( <i>DGPS</i> )
Observation Interval	60[s]	30[s]
Observation Time	5[h]	3.5[h]
Radius of the Planet	0.54[km]	6400[km]
Angle of the Line-of-Sight	20°	110°
Localization Accuracy	0.37[m]	760[m]

定シミュレーション (*RICH*) および (*DGPS*) の観測パラメタおよび位置同定精度をまとめる。

まず、スケール比較は、Table5.5 のイトカワと地球の直径比より

$$0.54[km] : 6400[km] = 1 : 12000 \quad (5.5.48)$$

を用いる。観測量の比較は、観測数でも観測時間でもなく、感度を表す視線方向がどの程度変化したか、を基準とする。すなわち、視線方向の変化角の比

$$20[^\circ] : 110[^\circ] = 1 : 5.5 \quad (5.5.49)$$

で考える。式 ( 5.5.49) はすなわち、位置同定シミュレーション (*DGPS*) の感度が (*RICH*) の場合よりも 5.5 倍高いことを示す。但しこの解釈は、視線方向の変化角が線形に位置同定精度に影響するとした仮定のもとに成り立つ。

式 ( 5.5.48) および式 ( 5.5.49) より、位置同定シミュレーション (*DGPS*) の同定精度 760[m] は、スケール比が位置同定シミュレーション (*RICH*) の 12000 分の 1、

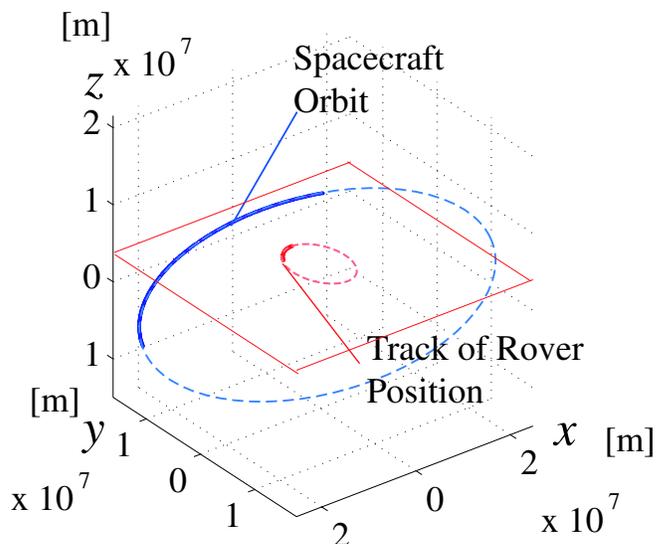


Fig. 5.9: Track of Station MITAKA and the Orbit of GPS Satellite#21

位置同定感度が5.5倍高くことになるから、

$$760 \times \frac{1}{12000} \times 5.5 = 0.35[m] \quad (5.5.50)$$

と試算される。これは位置同定シミュレーション (*RICH*) での同定精度  $0.37[m]$  に極めて近い。但し、位置同定シミュレーション (*RICH*) は、ローバが赤道付近、母船が極付近にある場合の最適な相対位置での測定結果である。一方、位置同定シミュレーション (*DGPS*) は観測者とGPS衛星との相対位置の変化は大きい、最適配置ではない。観測者は赤道付近に存在するわけでもないし、GPS衛星が極軌道を取っているわけでもない。同程度の精度が出たのは、GPS測位における搭載時計の測定精度の良さに起因すると考える。

### 5.5.8 イトカワ規模、two-way Range測定での実証実験結果 (*NOISE*)

提案手法に想定される主な誤差要因は4つ (母船搭載時計の誤差、母船位置決定誤差、マルチパスの影響、ローバの時計誤差) であった。これに対し、D-GPS測位での主な誤差要因は2つ (衛星位置決定誤差、マルチパスの影響) であった。GPS衛星からは常時、衛星自身の時計の誤差、および衛星時計を基準と考えたときの受信機時計の誤差が送信されている。そこで、D-GPS測位から得た観測雑音  $\xi_{DGPS}$  に、衛星および受信機の時計誤差  $\delta T_{GPS,r}$  を故意に載せた値  $\xi_{psud} = \xi_{DGPS} + \delta T_{GPS,r}$  を生成し、 $\xi_{psud}$  を提案手法に想定される観測誤差とみなす。

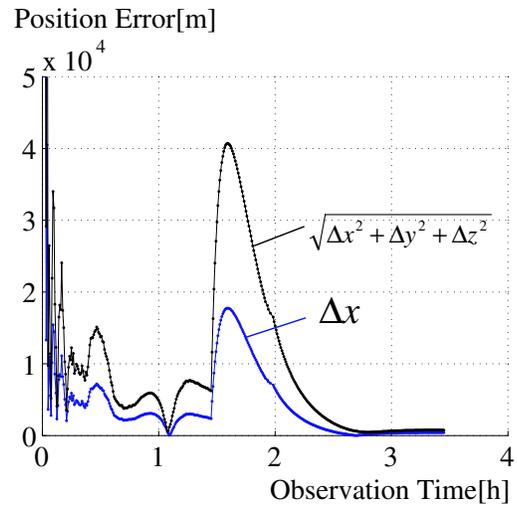
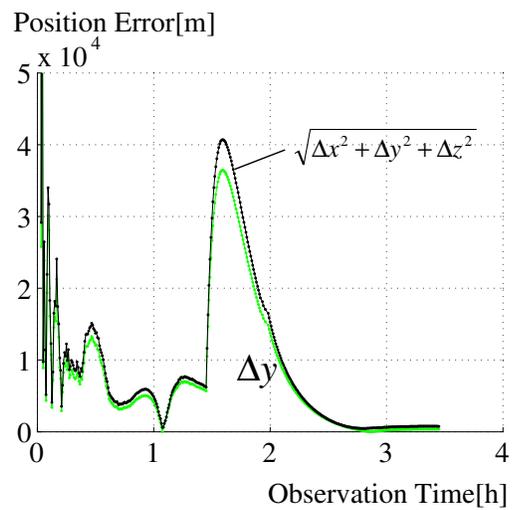
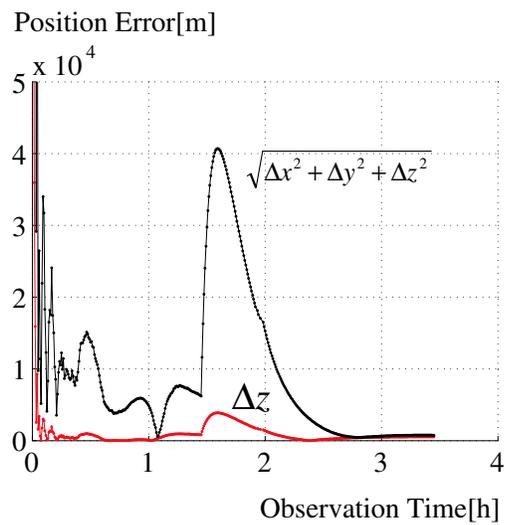
(element  $x$ )(element  $y$ )(element  $z$ )

Fig. 5.10: Localization Accuracy on the Earth, one-way Range Measurement

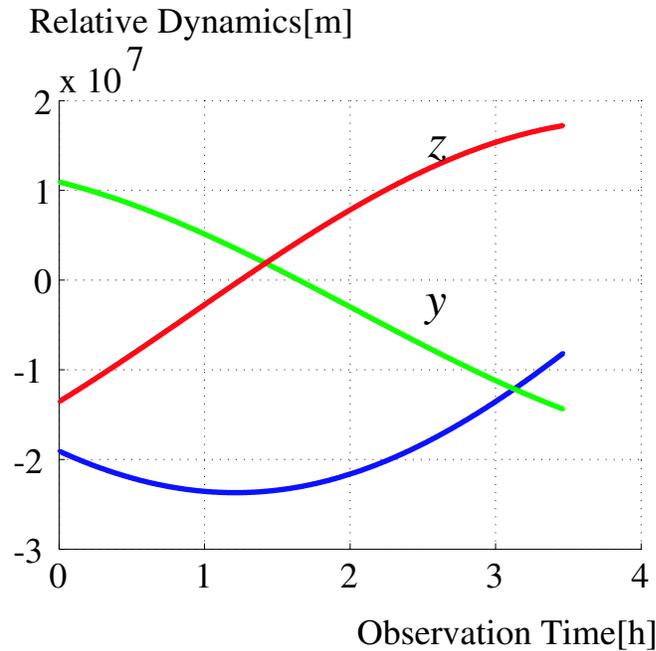


Fig. 5.11: Relative Position from the Station MITAKA to the GPS Satellite (DGPS)

$\xi_{psud}$  を提案した two-way Range 測定による位置同定シミュレーションに組みこむ。取り出した  $\xi_{psud}$  を Fig.5.14 に、前節で想定していた白色雑音の例を Fig.5.15 に示す。 $\xi_{psud}$  を載せた場合の位置同定シミュレーションの結果を Fig.5.16 に示す。シミュレーションパラメタは初めの Table4.1 の条件とした。

提案手法に想定される、衛星および受信機の時計誤差、衛星の位置同定誤差およびマルチパスの影響を考慮した観測雑音下でも、ローバ位置が同定できることを示した。

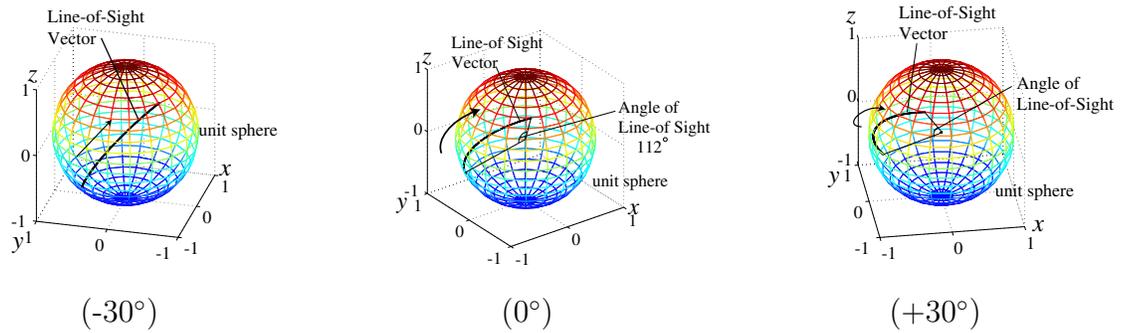


Fig. 5.12: Line of Sight Direction from the Station MITAKA to the GPS Satellite (DGPS, 3D map)

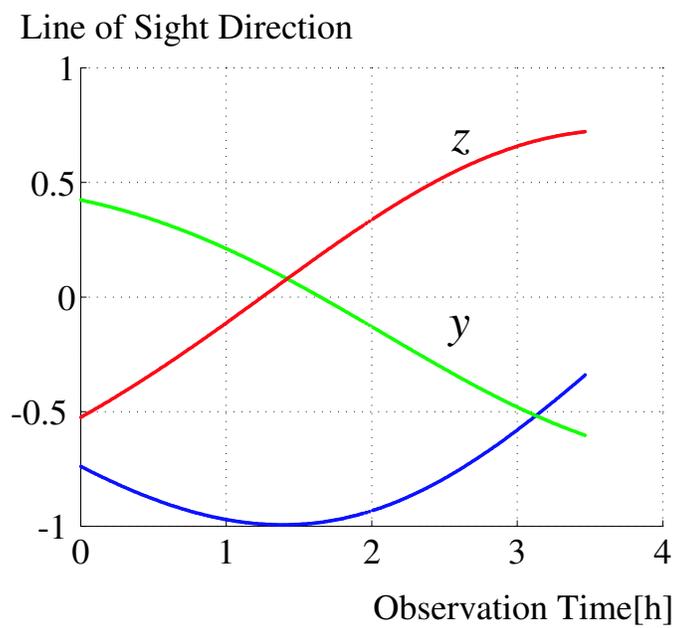


Fig. 5.13: Line of Sight Direction from the Station MITAKA to the GPS Satellite (DGPS, Time axis)

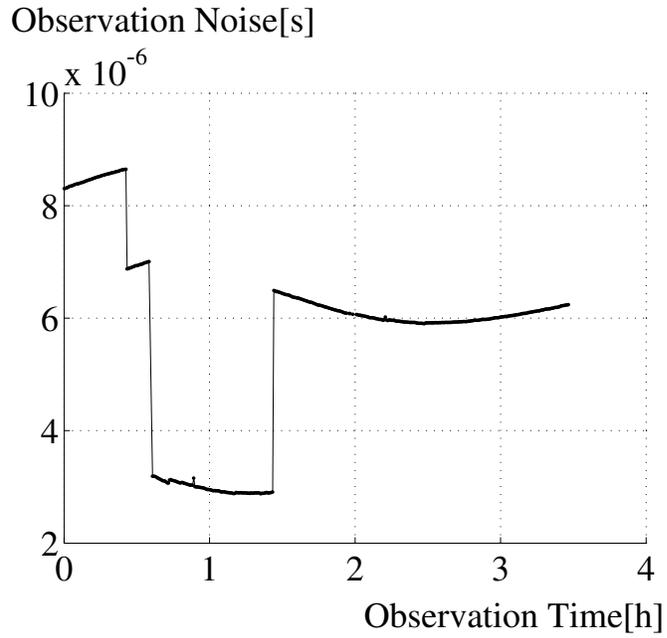


Fig. 5.14: Noise Data from GPS Observation

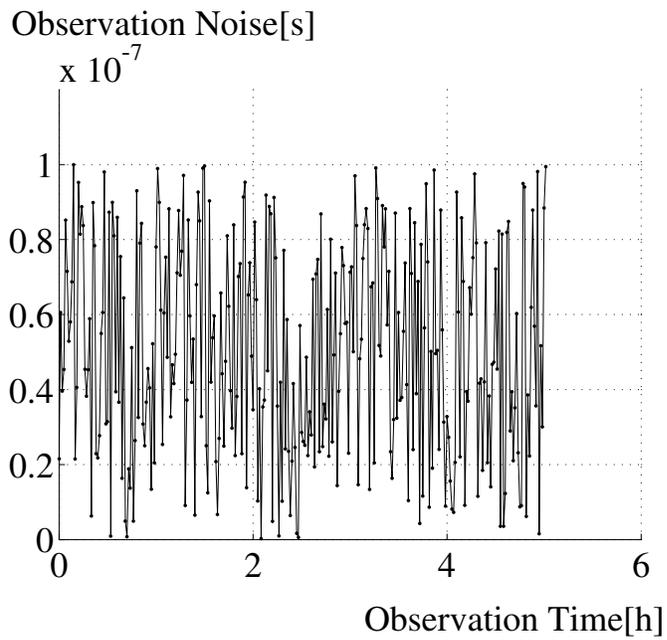
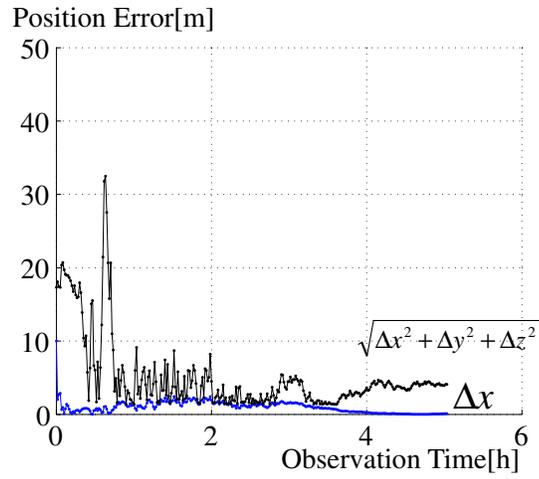
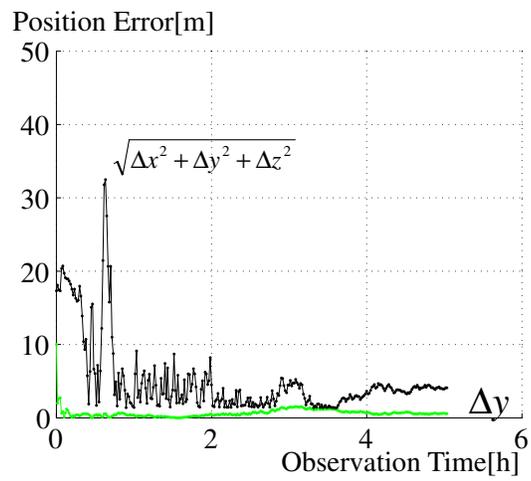
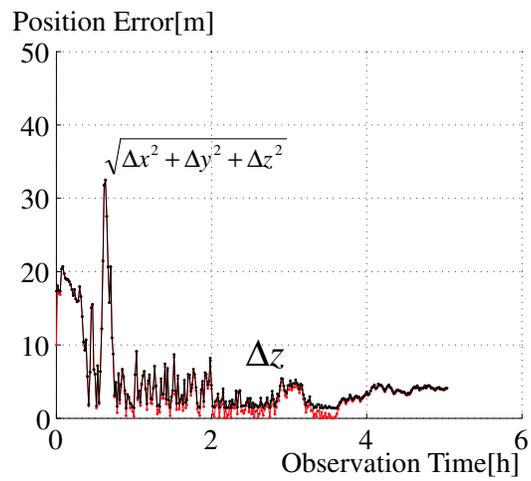


Fig. 5.15: White Noise on the proper Simulations

(element  $x$ )(element  $y$ )(element  $z$ )Fig. 5.16: Localization Accuracy (*NOISE*)

## 第6章 結論

本研究は、惑星探査ローバの誘導航法を目的とし、天体表面での新しい位置同定手法を提案した。提案手法はローバと母船との電波の伝播遅延時間を繰り返し測定することで実現する。提案手法は以下の点で現実的である。

- 往復の伝播遅延を測定することで、ローバへの搭載機器の負担を軽減
- 繰り返し測定することで、母船1機で位置同定可能
- 天体の大きさを問わず、直径数百メートル級の小天体表面上での位置同定も可能

既存の位置同定手法の小天体上での利用検討、提案手法の定式化を行い、位置同定シミュレーションによって、提案手法が直径数百メートル級の小天体表面上でも位置同定が可能であることを示した。提案手法による位置同定で感度のよいローバ配置、および母船配置を検討した。ローバは自転運動による変化が大きい赤道付近に、母船は自転運動で変化のない自転軸方向、極付近に存在すると、位置同定の精度が高い。また、必ずしも母船を周回軌道に投入する必要はない可能性についても示した。

地上のGPS測位と比較して、提案手法による位置同定の誤差要因を検討した。GPS測位データから提案手法による位置同定に想定される観測誤差を生成し、現実的な観測誤差の影響下であっても、提案手法によってローバ位置が同定できることを示した。

電波を用いてローバと母船間の相対距離を連続測定しての位置同定は、天体の規模を問わず、一定の精度をもって実現可能であり、特に直径数百メートル級の小天体上では本手法が有効である。



## 参考文献

- [1] W.M.Owen, Jr., T.C.Wang, A.Harch, M.Bell, and C.Peterson, "NEAR OPTICAL NAVIGATION AT EROS", AAS /AIAA Astrodynamics Conference, Vol.109, pp1075- 1087, 2001
- [2] Arvidson R.E.,"Geology of Meridiani Planum as inferred from Mars Exploration Rover Observatoins", 35th Lunar and Planetary Science Conference, Abstracts of the Papers, 2004
- [3] 佐藤孝洋, 久保田孝, 中谷一郎, "月・惑星探査における山頂を用いた自己位置同定", 第22回ロボット学会学術講演会2004
- [4] T.Ichikawa, T.Kato, "The Lunar Penetrators Position Estimate that the Spacecraft was Utilized for", 1994
- [5] Terunori Kato, Torao Tanaka, Atsushi Tsuchiya, Ryo Murakami, Ichiro Murata, "GPS - Accurate Positioning System using Satellites -", Shadan co. Nihon Sokuryou cooperation, 1989, p214 - p260
- [6] Guochang Xu, "GPS : Theory, Algorithms and Applications", Springer-Verlag, Berlin, Federal Republic of Germany(DEU), 2003
- [7] 中野道雄, "パソコンで解くカルマンフィルタ", 丸善, 平成5年, P27-P48
- [8] 道上達広, "小惑星 25143ITOKAWA のレゴリス厚さと岩塊 (ブロック) の数密度の推定", 日本惑星科学会誌, Vol.13, No.2, 2004
- [9] Graviss LP, "GPS development program status", Proceedings of ION GPS-92, Fifth International Technical Meeting of the Satellite Devision of the Institute of Navigation, Albuquerque, New Mexico, September 16-18, 1992
- [10] Bernhard Hofmann-Wellenhof, Herbert Lichtenegger, James Collins, 西 修次郎訳, "GPS 理論と応用", Springer, 2005

- [11] Wells DE, Beck N, Delikaraglou D, Kleusberg A, Krakiwsky EJ, Lachapelle G, Langley RB, Nakiboglu M, Schwarz KP, Tranquilla JM, Vanicek P, "Guide to GPS positioning", Canadian GPS Associates, Fredericton, New Brunswick, Canada, 1987
- [12] 日本測地学会編著, "新訂版 GPS ー人工衛星による精密測位システムー", 社団法人 日本測量協会, 1989
- [13] Bauer M, "Vermessung und Ortung mit Satelliten", 3rd edn., Wichmann, Karlsruhe, 1994
- [14] Seeber G, "Satellite geodesy : foundations, methods, and applications", Walter de Gruyter, Berlin New York, 44, 1993
- [15] Klobuchar J, "Design and characteristics of the GPS ionospheric time-delay algorithm for single-frequency users", Proceedings of PLANS'86 Position Location and Navigation Symposium, Las Vegas, Nevada, Nov.4-7, 280-286, 1986
- [16] Brunner FK, Gu M, "An improved model for the dual frequency ionospheric correction of GPS observations", Manuscripta geodaetica, 16:205-214, 1991
- [17] Hopfield HS, "Two-quartic tropospheric refractivity profile for correcting satellite data", Journal of Geophysical Research, 74(18), 4487-4499, 1969
- [18] SeidelmannPK(ed), "Explanatory supplement to the Astronomical Almanac.", University Science Books, Mill Valley, California, 1992
- [19] ,Gambis D , Ray J, "Explanatory supplement to IERS Bulletins A and B. ", Observatoire de Paris, IERS Information, March, 2000

## 発表文献

- 肥後さやか、吉光徹雄、中谷一郎、小惑星探査機の位置同定の自立化、第15回アストロダイナミクスシンポジウム、A-16, 2005
- 肥後さやか、吉光徹雄、中谷一郎、電波を用いた小天体表面での自己位置同定第49回宇宙科学技術連合講演会、2H04, 2005
- Sayaka HIGO, Tetsuo YOSHIMITSU, Ichiro NAKATANI, Localization on Small Body Surface by Radio Ranging, 16th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, AAS06-148, 2006



## 謝辞

研究を進めるにあたり、たくさんの人にお世話になりました。この場を借りてお礼を申し上げます。

研究室で直接の指導をしてくださった吉光先生、お世話になりました。研究の方向性から発表資料の訂正まで細かに指導していただきました。多少話が長くなることもありましたが、おかげさまで社会に出るまでの準備ができたと思います。

久保田先生、発表指導を中心に、研究室の行事やお食事会に呼んでくださったり、公私にわたってお世話になりました。特にアメリカ行きではお世話になりっぱなしでした。私一人では学会会場までたどり着けなかったと思います。奥様の純子さんには無理をいってご好意でブーケを作ってください、おまけにリース作りも教えていただいて、とても楽しい時間を過ごしました。ありがとうございました。

下田さん、ご結婚おめでとうございます。去年半年しかお会いしていなかったとは思えないくらい、たくさん思い出があります。研究に関する議論では右に出る人はいません。吉光先生かな？友人披露宴会では幹事を任せてください、ありがとうございました。とても光栄でした。記憶に残る素晴らしい会になったと思います。下田さん泣いてましたし。

金田さん、齋藤研のはずがしょっちゅう中谷研にいらっしゃいましたね。プログラムから研究の進捗まで、細々としたところまで相談にのっていただきました。さすがドクターですね。

坂東さん、研究内容から発表のまとめ方の指導ありがとうございました。特に制御の輪読はとても勉強になりました。是非とも来年も継続してください。宇宙研に遊びに来るときのツテとしてあてにしていますので、これからもよろしく願います。

大西さん、同級生として輪講、就職活動をともに経験し、相談にもものってもらいました。気軽に愚痴を話せる唯一の相手でした。旅行にもいったし、プライベートな相談ごともたくさんのもってもらいました。ありがとう。大阪観光案内を期待しています。

秘書の吉田さん、研究室生活を支えてくださって、そしていつも癒しを提供して

くださってありがとうございました。中谷研で生活をともにした先輩の皆様、後輩の皆様にもお礼を申し上げます。スキー旅行や温泉旅行、ハロウィンパーティ、送別会、思い出はつきません。どれも楽しかったです。流しそうめんの伝統は引き継いでくださいね。

最後になりましたが、中谷先生、お忙しいなか、週に1度の打ち合わせの時間を取ってくださり、ありがとうございました。毎回成果を報告するのは結構大変でしたが、おかげさまで順調に進めることができました。といっても、輪講も学会発表も修士論文の最後まで時間ぎりぎりでしたが。

学部および院生活を支えてくれた両親に感謝します。この歳まで勉強させてくれてありがとうございました。