

密な粒状体斜面の動的変形過程

Dynamic Failure Process of Dilative Granular Slope

小長井 一 男*

Kazuo KONAGAI

地震時に起こり得る粒状体斜面の滑動破壊の程度、あるいは滑りの速度の評価はその後の対応を検討する上で基本的に重要な情報を与えるものである。しかしながら粒状体が大きく塑性変形する過程を追跡するプロセスには信頼性の点で様々な問題が内在している。この解説では従来の土質試験では大変形時の挙動の把握ににくい密な粒状材料を対象に、せん断面の発達過程を合理的に表現するうえでの課題とこれに対する著者等の一つの試みを紹介する。

1. は じ め に

自然あるいは人為的に造られた斜面が地震によって破壊することによる人的、物的被害は時に他の原因による地震被害を全て加え合わせたものに匹敵するかそれを上回ることも希ではない。1984年の長野県西部地震では御岳山の8合目より3400万 m^3 にも達する土砂が崩壊し伝上川、濁川を約8 km かけ下り、王滝川との合流点である柳ヶ瀬まで達し、王滝川に湖を出現させた。一方同じ長野県西部地震で震源からわずか5 km 離れた地点にあったロックフィル形式の牧尾ダムでは、幸いな事に堤頂部分に縦亀裂が生じ堤体がわずかに沈下しただけの軽微な被害に留まり、その機能には何ら影響はなかったと報告されている。しかしながら牧尾ダムの天端での加速度は0.4 g と、設計で想定される値を大きく上回っていたものと推定されている。つまりダムは設計で想定する破壊状態に至っていたはずで、被害が軽微であったがゆえに「地震に耐え得た」と軽々に結論づけられない。

この議論で考えなければいけないことは、震度法などの擬似静的な耐震設計手法が動的安定性の指標を与える手法であって、変形あるいは破壊の程度を議論する上での指標を与えるものでないことにある。被害あるいは機能損失の程度は、構造の変形の大小に大きく左右されるのである。この意味で「地震によって斜面がどの程度滑るのか?」、あるいは「その滑りの速度はどの程度まで達するのか?」が実際の被害を想定しその対応を検討する上で重要な問いかけになる。

ダムなどの人工斜面の破壊の程度を推定する手法は幾つか挙げられるが、Newmark の手法¹⁾はこれらの手法の先鞭となったものである。これは剛体斜面上に剛体ブロックを載せ、斜面に地震動を加えてその滑り量を計算し、それを斜面の滑りを評価する上での指標にするものである。Newmark の手法では摩擦面に単純な Coulomb 摩擦を想定している。このため入力地震動の加速度があるしきい値を越えてブロックが滑動を開始することになる。しかしながらこのしきい値はロックフィルダムのように粗粒が密に詰まった斜面では入力の周波数によって変化することを指摘する研究がある。小長井、松島、佐藤²⁾はその物理的原因が破壊時の体積膨張 (dilation) にあることを LAT (Laser-Aided Tomography) を用いて可視化し、その影響を取り込んだ概念モデルを提案している。これらの概念モデルはその扱いが簡便でわかりやすい反面、モデルに用いるパラメータの設定が解析結果を大きく左右し、その評価は実のところ容易ではない。これらのパラメータは、土質力学的に確立された試験方法で得られた信頼し得るデータと密接に関連づけられることが望ましいが、ここではそれを行う上での課題とその解決策について述べる。

2. 斜面滑動のモデル化の問題点

Fig. 1 は Newmark のモデルと著者らのモデルの差異を概念的に示したものである。ともに剛体斜面上に剛体ブロックが滑動するものであるが、著者等のモデルでは滑り面に凹凸があって、これがせん断破壊開始時点の斜面の体積膨張 (dilation) を表現している。剛体ブロックが滑り落ちるためにはいったんブロックが持ち上げられなければ

*東京大学生産技術研究所 第1部

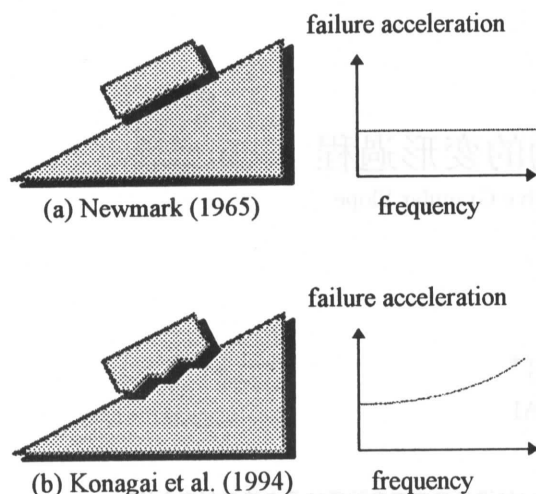
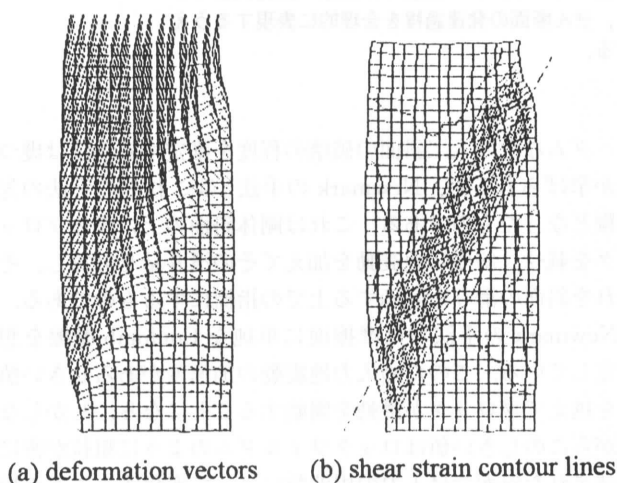


Fig. 1 Conceptual model of surface slide

Fig. 2 Processed image of deformation within a specimen³⁾

ならない。したがってこれに伴う位置エネルギー増加とその過程で摩擦で消費されるエネルギーに見合う初期運動エネルギーが必要になる。すなわち、一定の初速度、言い換えれば周波数とともに増加する加速度が加えられることが滑りの必要条件に加えられる。著者等のモデルで破壊加速度に周波数依存性が現れるのはこの理由による。

この簡便な概念モデルに求められるパラメータの一つにせん断破壊発生時の dilatancy 特性がある。これを土質力学の分野で標準的な三軸圧縮試験、あるいは平面ひずみ試験結果と関連づけるうえで、概念モデルのみならず、実は要素試験の側にも解決すべき課題がある。それは要素が大変形に至ったときのひずみの不均質性である。一般に密な粒状材料では圧縮試験中に要素が最大強度を示した時点で体積の膨張率（ダイラタンシー角, angle of dilation）もピークに達し、その後明瞭な帯状のせん断層が要素内に現れる (Fig. 2³⁾)。すなわち同じ応力条件下の要素内に異

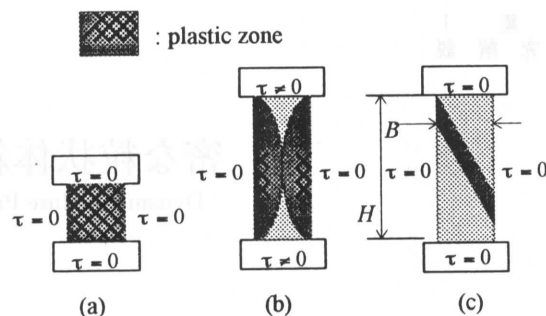
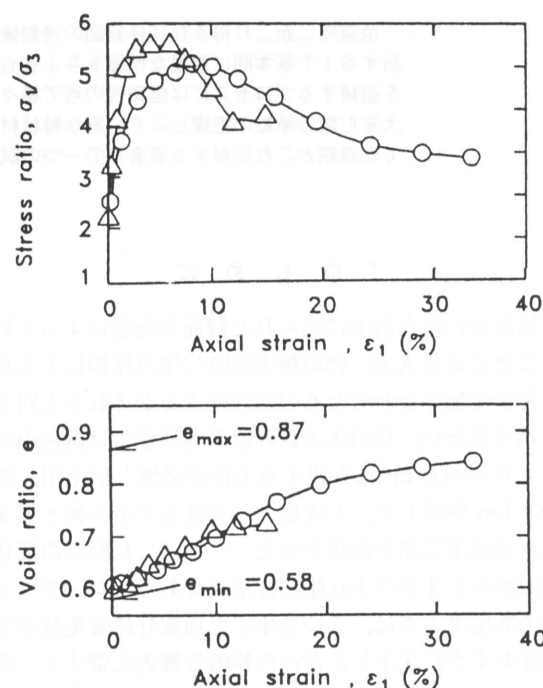


Fig. 3 Outline of triaxial test run

(a) smooth interface, $H/B=1$ (b) rough interface, $H/B=2.7$ (c) smooth interface, $H/B=2.7$ Fig. 4 Comparison of stress-strain relations and void ratio changes in different ways of triaxial compression test (Santa Monica sand: $I_D=0.9$ with $H/D=1.0$ marked \circ and $H/D=2.7$ marked \triangle)

なるひずみレベルが混在することになる（分岐現象, bifurcation）。しかしながら従来の多くの試験方法では、要素全体の平均的なひずみが計測されるので、要素内部の微小部分で進行している現象を支配する応力・ひずみ関係とは全く異なったものが与えられることになる。塑性の進行による大変形を考える上で、ピーク強度以降の大きなひずみ域でも信頼し得る構成則を得ることが前提となるが、ここに従来の試験方法の限界がある。

Jacobsen⁴⁾以来デンマークでは、要素の縦横比 (H/B) が 1:1 の要素を用いた三軸圧縮試験が普及し、現在これが標準的な試験方法になっている (Fig. 3 (a))。これは要

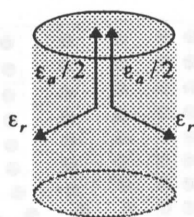
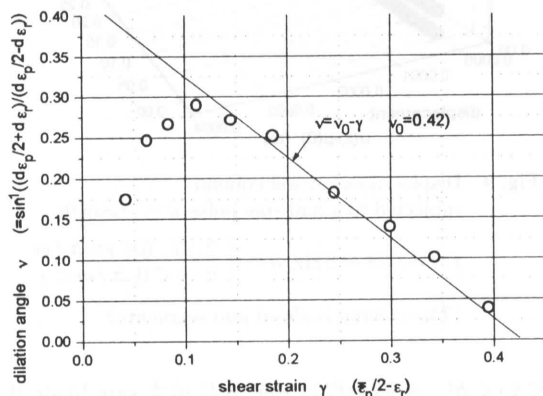


Fig. 5 Two independent shear components within a triaxial specimen

Fig. 6 Variation of dilation angle with shear strain (Santa Monica Sand⁵⁾)

素をずんぐりした形にして、さらに要素上下の載荷板との境界面の摩擦を極力軽減することで、要素内にせん断層が発生するのを抑え、ピーク強度以降でもほぼ均一なひずみの分布状態を実現しようとするものである。Fig. 4でこの方法で得られた応力ひずみ関係を従来の三軸試験で得られた結果と比較している⁵⁾。従来手法ではせん断層内に集中したひずみが要素全体で平均化されるため、ひずみが著しく過小評価されている。このデンマークの試験方法も実は変形の局所化を完璧に避け得るものではない。龍岡らは平面歪み試験で要素の寸法比 H/B を変えて、応力ひずみ関係の変化を観測しているが、 H/B がさらに小さくとも応力歪みが一定の関係になかなか収束しないことを示している。この結果を踏まえ、吉田・龍岡ら⁶⁾は従来の要素の寸法比で、要素内の変形の局所化を微小な領域内で精密に計測し、信頼性の高い応力ひずみ関係を得る試みを進めている。しかしながらデンマークの試験方法も、従来の試験に比べれば変形の局所化の影響をはるかに抑制したものになっていることは間違いなく、またデータの蓄積も多い。したがってここでは、ピーク強度以降の大きなひずみ領域での粒状体の挙動を、デンマーク式の実験例 (Fig. 4) をもとに検討する。

三次元的な変形の進行する三軸圧縮試験から、物理的意味の明確な二次元の体積膨張 (dilation) 特性を評価することは容易ではない。しかしながら大きなひずみ域でもひ

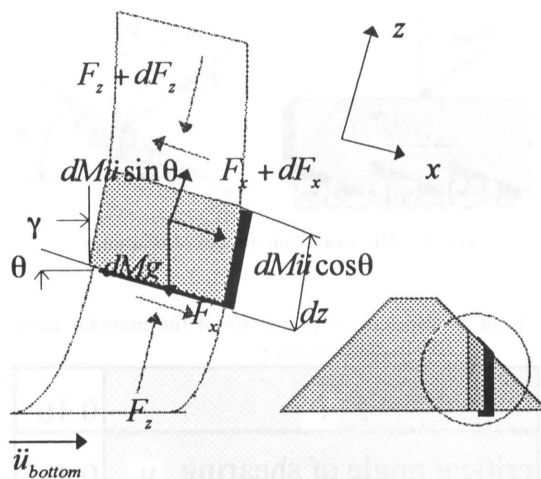


Fig. 7 Conceptual Model

ずみ分布が比較的均質であれば、Fig. 5に示すように三次元的なひずみ増分 ($d\epsilon_a$, $d\epsilon_r$) を二つの独立な二次元ひずみ増分 ($d\epsilon_a/2$, $d\epsilon_r$) の和として考えることが可能になる (松岡⁷⁾)。よって二次元的な変形に関するダイラタンシー角 (dilation angle) ν は以下の式で表現できる。

$$\sin \nu = \frac{d\epsilon_a/2 + d\epsilon_r}{d\epsilon_a/2 - d\epsilon_r} \quad (1)$$

この式を $H/B = 1$ の三軸試験結果 (Fig. 4) に用いて、せん断ひずみに対するダイラタンシー角 ν の変化を求めたものを Fig. 6 に示す。 ν は要素がピーク強度を示す時点で最大値となり、それ以後はせん断ひずみの増加に伴いほぼ線形に減少していく。したがってこの図に現れた ν のせん断ひずみ γ による変化を以下のように近似する。

$$\nu = \begin{cases} \nu_0 - \gamma & 0 < \gamma < \nu_0 \\ 0 & \nu_0 < \gamma \end{cases} \quad (2)$$

こうして得られたダイラタンシー特性は拘束圧の影響を受けて変化することが考えられる。しかしながら Lee, Seed⁸⁾によれば砂や礫などの粒状体では 10 MPa 以下の拘束圧の影響は著しく小さく、したがって斜面の表層に近い部分ではこれを無視し得る。

3. 体積膨張を考慮した概念モデル

前節で議論したダイラタンシー特性は要素の塑性変形を支配する微分方程式に適用可能であるが、Fig. 1に示すような概念モデルに直接適用できるものではない。そこで Fig. 7に示すように粒状体斜面の一部から柱を切り出し、この柱の一部の微小要素 dz が塑性状態にあるとして力の釣り合いを考える。なおこの柱の内部のせん断面は斜面に平行であると仮定する。斜面に鉛直な方向に z 、平行な方向に x 軸をとると、各々の方向での微小要素の運動方程

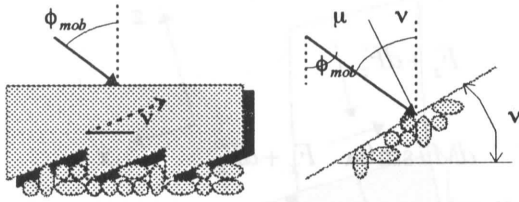


Fig. 8 The saw blade model of dilatancy

Table 1 Mechanical properties of the granular material (unit: ton, m, s)

mass density ρ	0.16
critical angle of shearing μ	0.4
v_0	0.4
inclination of shear band θ	0.5

式は以下のように書ける.

$$\rho \cdot dz \cdot \ddot{u} \cos \theta = \rho \cdot dz \cdot g \sin \theta - \frac{\partial F_x}{\partial z} dz \quad (3.1), (3.2)$$

$$\rho \cdot dz \cdot \ddot{u} \sin \theta = -\rho \cdot dz \cdot g \cos \theta - \frac{\partial F_z}{\partial z} dz$$

また塑性状態で F_x と F_z の間には以下の関係式が成立する.

$$\frac{F_x}{F_z} = -\tan \phi_{mob} \quad (3.3)$$

ここで, $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \phi_{mob}$ がそれぞれ θ , 1 , ϕ_{mob} に近似できるものとし, また z 方向の加速度が極めて小さいものとする,

$$\begin{cases} \rho \cdot \ddot{u} = \rho \cdot g \cdot \theta - \frac{\partial F_x}{\partial z} \\ \rho \cdot g = -\frac{\partial F_z}{\partial z} \\ \frac{F_x}{F_z} = -\phi_{mob} \end{cases} \quad (4.1) \sim (4.3)$$

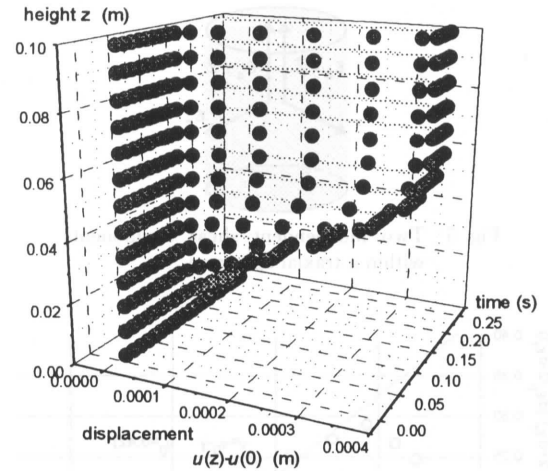
を得る. (4.2), (4.3) 式より

$$\begin{aligned} F_z &= M(z)g \\ F_x &= -M(z)g\phi_{mob} \end{aligned} \quad (5.1), (5.2)$$

これらを (4.1) 式に代入して次式を得る.

$$\rho \ddot{u} = \rho g(\theta - \phi_{mob}) + Mg \frac{\partial \phi_{mob}}{\partial z} \quad (6)$$

せん断変形が進行する過程で内部摩擦角 ϕ_{mob} は次第に変

Fig. 9 Displacement of soil column subjected to a half-sine pulse $\ddot{u} = -a \sin \omega t$

$$f = \omega / 2\pi = 2 \text{ Hz}, a = \begin{cases} 2.25 & 0 \leq t \leq \pi / \omega \\ 0 & t < 0, \pi / \omega < t \end{cases}$$

(The column is sliced into segments.)

化していくが, その過程は Fig. 8 に示す saw blade モデルでかなり精度よく近似できることが実験的に確認されている. saw blade モデルはこのぎりの歯のようなせん断面での内部摩擦角が, 面に沿った乾性摩擦 μ と, 傾いたせん断面に対して上側の粒子群を持ち上げるための力, すなわちダイラタンシー角 v の和で表現できるとするものである. したがって

$$\phi_{mob} = v + \mu \quad (7)$$

前節 (2) 式のようにダイラタンシー角 v はせん断ひずみ γ の一次関数として近似できる. $\gamma = \partial u / \partial z$ であることに注意し, (2) 式を (7) 式あるいは脚注 (7') 式に代入し, さらにその結果を (6) 式に代入することで最終的に u に関する一つの方程式を得る.

$$\ddot{u} = g(\theta - \mu - v_0) + g \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{Mg}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (8)$$

塑性変形状態からせん断の向きが逆転した直後の固着状態 (sticking state) では, (8) 式に代わりそれまで累積したせん断ひずみが残留したまま保存されるという変形の拘束条件が導かれる. さらにせん断力が大きくなり, 逆向きの塑性変形が進行した場合 (slipping state) には, (8) 式内の乾性摩擦項などの符号が逆転した方程式が得られる. これらの式から著者は, 粒状体の柱を有限塑性要素に分割し

注 1 Bolton⁹⁾ はいわゆる Rowe^{10), 11)} のストレス・ダイラタンシー則をこの簡便な表現を用いて満足させるために以下のような修正を加えている. すなわち

$$\phi_{mob} = \mu + \eta v \quad (\eta \approx 0.8) \quad (7')$$

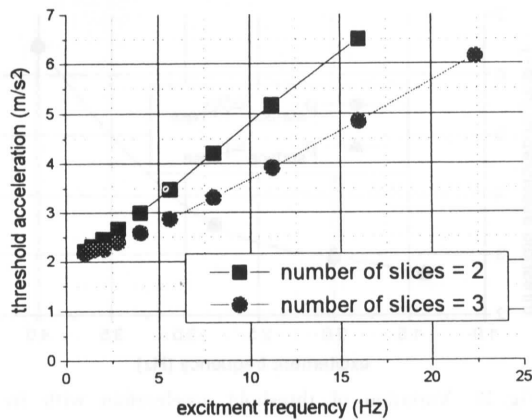


Fig. 10 Variation of threshold with excitement frequency

た場合の時刻歴応答解析のためのアルゴリズムを提案している¹²⁾。この手法では分割された各要素内部の変形が時間とともに変化する三次曲線で表現される。三次曲線を規定する4つの未定係数は、要素上下の端面での4つの境界条件で決定され、さらに上下各々の端面で(8)式あるいは固着状態の拘束条件を満足するように、要素の伝達マトリックスが求められる。詳細は文献12)に譲るが、このモデルは“何枚もの皿を積み上げた柱”と物理的に同じ意味を持つ。ダイラタンシー角がせん断ひずみによって変化する様子を示す(2)式は1枚の皿の“反り具合”を規定する。

4. 数値解析例

かつて著者等が実施したLAT (Laser-Aided Tomography) による模型斜面の動的破壊可視化実験との比較検討のため、10 cm という小さな柱 (“積み上げた皿”) の動的塑性変形の時刻歴応答解析を行った。柱の材料である粒状体の土質力学的パラメータは表1に示す通りである。この柱の底部のせん断ひずみを拘束し、底部に正弦半波状の加速度を入力した。Fig. 9は柱の底面からの相対変形の時刻歴応答である。この図では柱は直列の三つの要素で表現されているが、要素間の変形が連続的に三次曲線で表現されることから、この図では要素内部の数点の変位も示されている。加振加速度が $215 \text{ cm/s}^2 (= g \cdot (\mu + \eta v_0 - \theta))$ に達するまでは柱は全く変形しないが、これを越えると一せいにせん断変形が開始する。しかしながらほどなく変形は柱下部に集中し、これがせん断層を形成するようになる。そして加振が終了し、最大せん断ひずみ $(\partial u / \partial z)_{\text{reached}}$ が以下に示す斜面安定の限界値に達しなければ柱は残留変形を残してその動きを停止する。

$$(\partial u / \partial z)_{\text{reached}} = (\mu - \theta) / \eta + v_0 \quad (9)$$

柱が加振停止後も引き続き滑りつづけるためには入力加速度振幅があるしきい値を越える必要がある。このしきい値

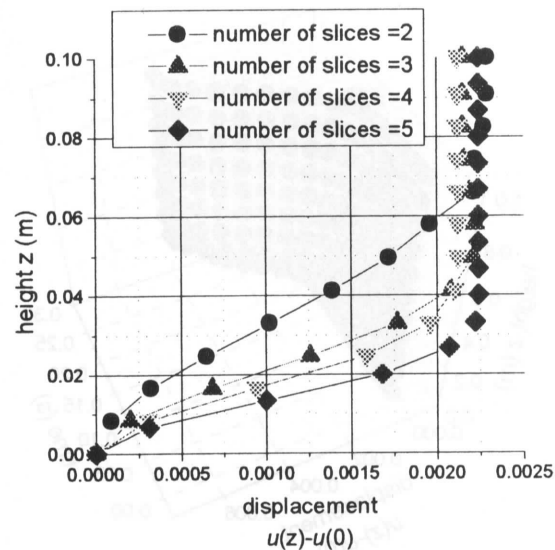


Fig. 11 Deformation models

は入力正弦半波の継続時間 $T/2$ (この T の逆数を便宜的に周波数と呼ぶ) に強く依存するものとなる。Fig. 10にこのしきい値の周波数による変化を示す。この周波数依存性はせん断層の幅に大きく左右され、その幅が大きいほど著しい。せん断層の厚さは実際の粒状体では粒子のサイズ、形状に支配されるが、ここで示されたモデルでは、要素の長さおよび要素内部の変形を3次曲線と規定したことが変形に拘束を与え、ある幅を持ったせん断層が形成される (Fig. 11)。したがって要素のサイズは実材料の粒子径あるいはせん断の厚さに対応させて定める必要がある。

先に触れたように柱内部のひずみの最大値が(9)式で示される斜面安定の限界値に達すると加振を止めた後も変形が進行するようになる。この最大ひずみは三次曲線状に変形するせん断層のほぼ中央に現れ、その値はこの計算例ではせん断層内部の平均的なせん断ひずみの5~10倍に達する。このため斜面の進行的な破壊はせん断層の平均歪みが(9)式で示される値に到達するはるか以前に開始することになる。

上記の計算例で対象としたモデルの10倍の厚さの粒状柱体を想定し、柱上部の質量を変化させて、表層質量の斜面の破壊過程に与える影響を検討した。Fig. 12は柱の変形の時刻歴を示したものである。表層質量を2倍に増した(b)のほうが、変形の進行が著しい。しかしながら、破壊加速度そのもの、あるいはその周波数依存性に表層の質量の影響は全く現れない (Fig. 13)。その理由は塑性状態での運動方程式 ((8)式) にある。すなわち(8)式右辺の最終項には上載質量 M が含まれているので、 M によって塑性変形の進行に変化が現れるのは当然であるが、進行性の破壊が支配されるひずみの最大値は、せん断層のほぼ中央部、つまり $\partial^2 u / \partial z^2 = 0$ を満たす場所に現れる。(8)式に

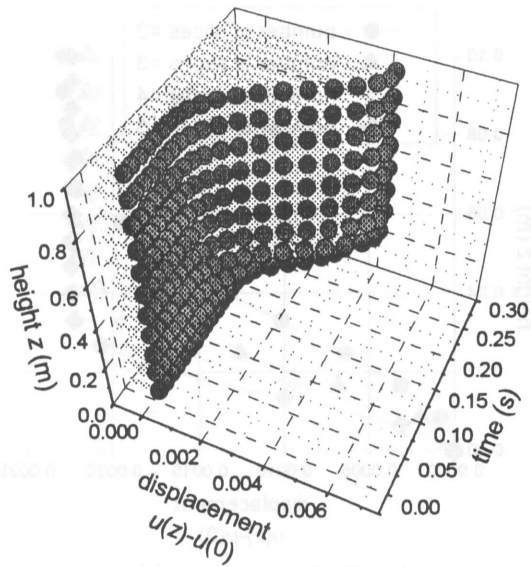
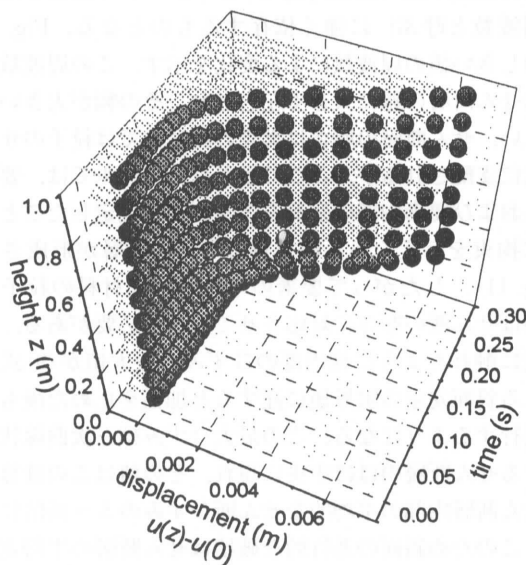
(a) $\rho_{top} = \rho_{others}$ (b) $\rho_{top} = 2\rho_{others}$

Fig. 12 Displacement of soil column subjected to a

half sine-pulse

$$\ddot{u} = -a \sin \omega t \quad f = \omega / 2\pi = 2 \text{ Hz,}$$

$$a = \begin{cases} 2.25 & 0 \leq t \leq \pi / \omega \\ 0 & t < 0, \pi / \omega < t \end{cases},$$

N (number of segments) = 5

において $\partial^2 u / \partial z^2 = 0$ とおくと上載質量 M が含まれる項は消滅し、このため破壊加速度振幅およびその周波数依存性に上載質量 M の影響が現れないのである。

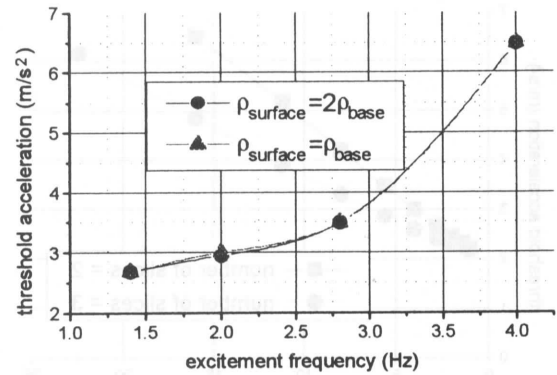


Fig. 13 Variation of threshold acceleration with frequency

5. ま と め

「地震によって斜面がどの程度滑るのか?」、あるいは「その滑りの速度はどの程度まで発達するのか?」という疑問に応える研究にはまだ未解明の課題が多く残されている。これはこの問題に関わる人々の関心が強いていえば、「滑った場合の対応」以上に「滑らせないための検討」、すなわち斜面安定の指標を評価することに向いていたことと無関係ではないであろう。その意味では斜面に剛体ブロックを載せたモデルで、その変形の程度を考える指標を得ようとする30年前の Newmark の試みはかなり斬新なものであり、その後滑り面の形状を考慮した様々なモデルにも大きな影響を与えている。ここでは従来の土質試験では信頼し得る大変形時の挙動を把握しにくい密な粒状材料を対象に、いかにしたらそのせん断面の発達過程を合理的に表現できるか、またいかに簡便モデルのパラメータを評価するかという点についての著者等の問題提起と一提案を紹介した。ひずみの不均質性が卓越する大きなひずみ域での要素試験から信頼し得る構成則を評価し、簡便モデルの動的塑性解析に用いる一連のプロセスは斜面に限らず他の粒状体構造の破壊解析にも共通する側面があり、今後、様々な形で研究の発展があるものと信じている。

(1995年8月22日受理)

参 考 文 献

- 1) Newmark, N.: Effect of Earthquakes on dams and Embankments, Geotechnique, Vol. 15, No. 2, pp. 139-160, 1965.
- 2) Konagai, K., T. Matsushima and T. Sato: Dependence on Frequency of Dynamic Inter-Particle Dislocation within a Slope, Structural Engineering/Earthquake Engineering, Vol. 11, No. 2, pp. 93s-101s, JSCE, 1994.
- 3) Rangelow, P.: Enhanced Laser-Aided Tomography: Experimental Method for Visualization of Models of Civil Engineering structures made of Fine Granular Material,

