

# 境界輪体と遺伝的アルゴリズムによる 立方体フレームの位相最適化

Optimization of Frame Topology by Means of  
Boundary Cycle and Genetic Algorithm

中 西 康 彦\*・中 桐 滋\*

Yasuhiko NAKANISHI and Shigeru NAKAGIRI

## 1. は じ め に

近年、構造最適化の分野では寸法および幾何学的形状を設計の対象とする従来の最適化手法に加え、均質化法<sup>1)</sup>のように位相も含めた最適化手法の開発が盛んに行われている。本報では原構造 (ground structure) から不要な部材を除去して最適構造を求める手法<sup>2)</sup>により 3 次元ラーメン構造の位相最適化を行う。本研究の目的は位相幾何学に基づく普遍的な方法により、構造に対して位相の制約を与えることである。ラーメン構造では、荷重点あるいは支持点を有する部材を除き、枝状に突起した部材は荷重の伝達にほとんど寄与しない無用な部材である。そこで本研究では最適構造の位相は端点を持たないとの仮説を立て、これを位相制約として取り扱う。代数的トポロジーの境界輪体<sup>3)</sup>を用いて、この位相制約を満足させ、また遺伝的アルゴリズム<sup>4)</sup> (genetic algorithm, 以下 GA と呼ぶ) により最適解の探索を行う。

## 2. 問 題 の 設 定

図 1 に示す鋼製の立方体フレームの荷重点 A, B, C および D における変形の合計量を最小にする部材配置を求める。立方体フレームを含む構造の総重量を一定とし、部材を配置する空間を一辺が 1 m の立方体内部とする。部材の位置は図 2 の実線から選択する。本研究では重量一定で変形最小の構造を最適構造とする。また、ラーメン構造の解析は微小変形・弾性理論の枠内において有限要素法により行う。

部材断面は全部材同一直径の円形とする。各部材の断面寸法を一樣としない寸法最適化を行うことも可能であるが、本研究では最適化の対象を構造の位相に限定する。また、荷重点あるいは支持点が枝状に伸びた部材の端点となる最

\*東京大学生産技術研究所 第 5 部

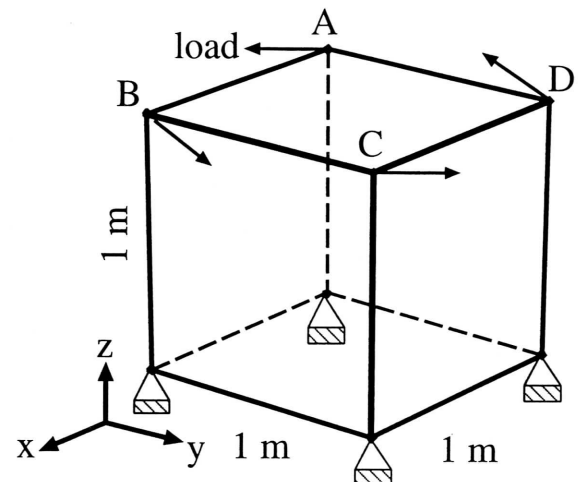


図 1 立方体フレーム

適構造が存在する可能性があるが、本研究では荷重点および支持点も含めて端点を持たない構造を探索の対象とする。

## 3. 位相の整数表現と GA による探索

### 3.1 境界輪体による位相の表現

候補構造をループの集まりとして表現できる構造、すなわち端点を持たない構造、のみに限定するために境界輪体の性質を利用する。境界輪体の詳細は既報<sup>5), 6)</sup>に記述したので、本報ではその定義のみを以下に略記する。

独立な点  $a_i$  を頂点とする  $r$ -単体を

$$x^r = (a_0, a_1, \dots, a_r) \quad (1)$$

と表し、単体の集合を単体的複体と呼ぶ。単体的複体に属する  $m$  個の  $r$ -単体に整係数  $t^i$  を乗じ、次式のように代数和を取ったものを  $r$ -鎖  $c^r$  という。

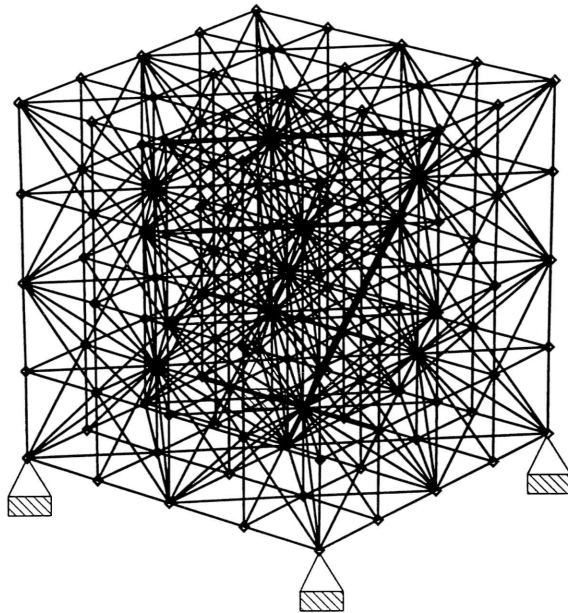


図 2 原構造

$$c^r = t^1 x_1^r + t^2 x_2^r + \cdots + t^m x_m^r \quad (2)$$

境界作用素  $\partial_r$  を  $r$ -鎖に作用したものを境界  $(r-1)$ -輪体といい、式(3)で表す。

$$\partial_r c^r = t^1 \partial_r x_1^r + t^2 \partial_r x_2^r + \cdots + t^m \partial_r x_m^r \quad (3)$$

ここで、

$$\partial_r x^r = \sum_{i=0}^r (-1)^i (a_0, \dots, \hat{a}_i, \dots, a_r) \quad (4)$$

であり、 $\hat{a}_i$  は  $a_i$  の欠如を意味する。任意の  $r$ -単体に対し境界作用素は

$$\partial_{r-1}(\partial_r x_r) = 0 \quad (5)$$

となる性質を持つ。境界作用素は単体の縁を取り出す作用素であり、式(5)は  $(r-1)$ -単体で形成される  $r$ -単体の縁には縁が存在しないことを意味する。この式は境界 1-輪体が必ずループの集まりになること、すなわち境界 1-輪体により表現されるラーメン構造には端点が存在しないこと、を保証する。本研究では境界 1-輪体を以下の手順で発生する。

1. 立方体内部を四面体 (3-単体) で分割する (図 2)。
2. 各 3-単体に整係数を割り当てる。
3. 境界作用素  $\partial_3$  を作用し、境界 2-輪体を作る。
4. 境界 2-輪体に属する 2-単体の整係数の絶対値を 1 に置き直す。

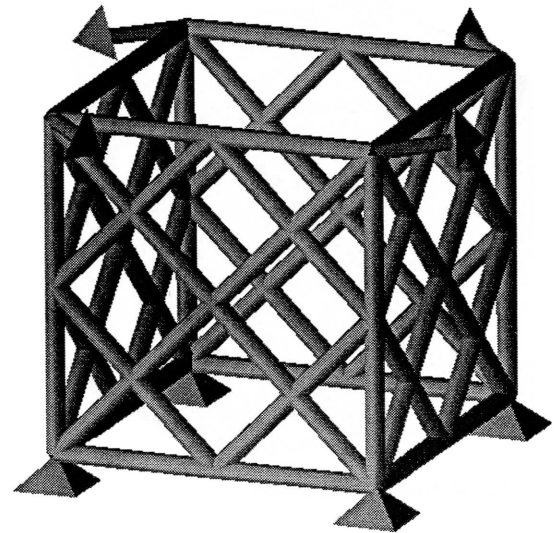


図 3 立方体上面にねじりを受けるラーメン構造

5. 境界作用素  $\partial_2$  を作用し、境界 1-輪体を作る。

### 3.2 遺伝的アルゴリズム

GA を用いて構造の最適化を行うには、候補構造を整数の組み合わせで表現しなければならないが、本研究では式 (2)の整係数の組み合わせ  $t^1 t^2 \cdots t^m$  を用いる。このとき、GA において各  $t^i$  は遺伝子に、その組み合わせは染色体に相当し、境界作用素は遺伝子型から表現型へのデコードの役割を果たすと解釈できる。また、各染色体に対する評価値  $F$  は

$$F = - \sum_{i=0}^4 \sqrt{u_i^2 + v_i^2 + w_i^2} \quad (6)$$

として算出する。ここで、 $u_i$ ,  $v_i$ ,  $w_i$  は荷重点の  $x$ ,  $y$ ,  $z$  方向変位を表す。剛性が高く、変形が小さいと評価値  $F$  は代数的に大きい。また、各部材の断面直径  $d$  は所定の総重量  $W$ 、比重  $\rho$  および部材の全長  $L$  から  $d = 2\sqrt{W/\pi\rho L}$  で定められる。淘汰はエリート保存戦略の下でランキングを基に行う<sup>4)</sup>。得られた解が真の最適解である保証がない GA の短所を補うために、GA においてエリートの評価値が 20 世代間で不変である場合、最良優先探索<sup>7)</sup>に切替える方法をとる。

### 4. 数 値 計 算 例

本節で示すすべての構造は、染色体の初期値を変えて 5, 6 回 GA を試行した中で最良の評価値を得た構造である。したがって、その構造が変形量を最小にする構造である保証はない。しかし、本報では GA で得られた解をあえて最適解と呼び、最適解に対応する構造を最適構造と見做す

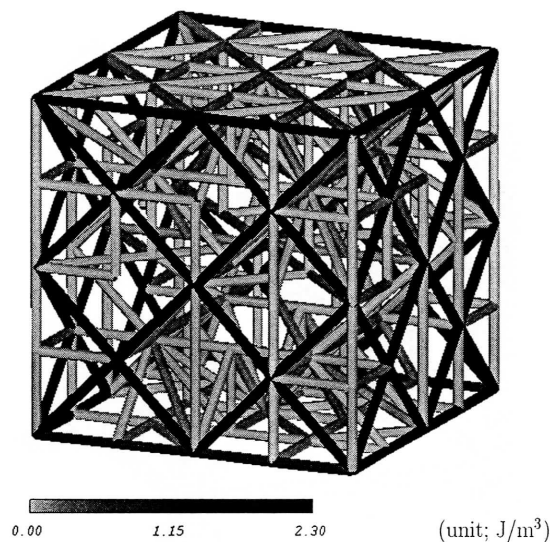


図4 全ひずみエネルギー密度分布 (第1世代)

こととする。また、材料のヤング率は202 GPa, 比重 $\rho$ は7.83, 総重量  $W$ は78.3 kg とする。表1にGAで使用したパラメータの値と計算結果をまとめて示す。

図3は立方体上面に図中の矢印で示すねじりの荷重を作用する場合の最適構造である。立方体フレームと荷重の対称性を考慮して、図2の原構造の内1/4のみに整係数を割り当てた。最適構造では立方体内部の部材は排除され、側面のみ斜材が配置されている。最適構造が得られるまで151世代を要した。図4は第1世代におけるエリート構造で、各部材の濃淡は全ひずみエネルギー密度を表す。立方体内部の部材の多くは全ひずみエネルギー密度が低いことを表す薄い灰色の部材であり、これらの部材は構造の剛性向上に余り寄与していない。一方、立方体側面には全ひずみエネルギー密度が非常に高い部材が見られ、図3との対比からこれらの部材が最適化の結果残存し、最適構造を構成することがわかる。

図5は評価値  $F$  (上段), 構造全体の全ひずみエネルギー  $U$  (中段) および  $U$  における曲げひずみエネルギー  $U_b$  の占める割合 (下段) の世代に対する変化を示す。評価値の上昇, すなわち変形の合計量の減少, と全ひずみエネルギーの減少がほぼ対応していること, 曲げひずみエネルギーの割合

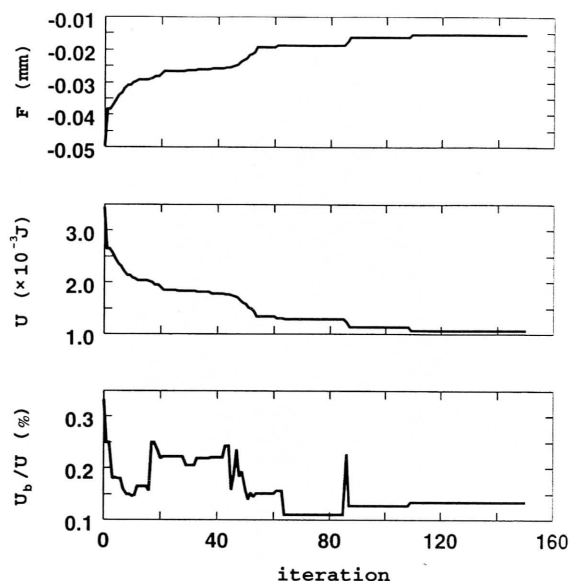
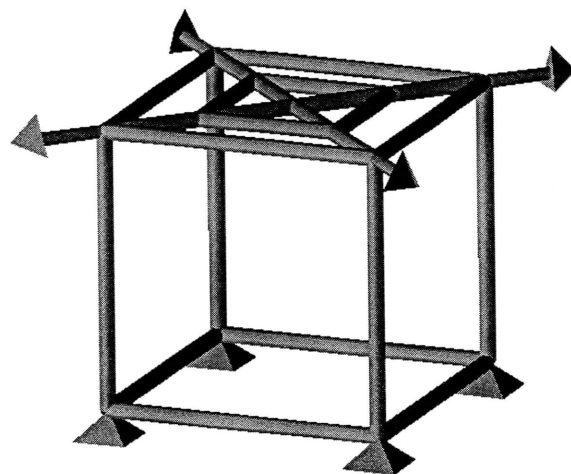
図5 評価値  $F$  (上段), 構造全体の全ひずみエネルギー  $U$  (中段) および  $U$  における曲げひずみエネルギー  $U_b$  の占める割合 (下段) の変化

図6 立方体上面に引張を受けるラーメン構造

表1 GAでのパラメータの値と変形の合計量

figure	load ( $\times 4$ )	string	feature value	crossover	length of string	mutation	3- simplex	sum of displacements
Fig. 3	138.6 N	860	$\pm 1, \pm 2$	2-point	96	0.5 %	384	$0.154 \times 10^{-1}$ mm
Fig. 6	138.6 N	860	$\pm 1$	2-point	96	0.5 %	384	$0.116 \times 10^{-2}$ mm
Fig. 7	169.7 N	280	$\pm 1, \pm 2, \pm 3$	simple	24	1.0 %	48	$0.334 \times 10^{-2}$ mm

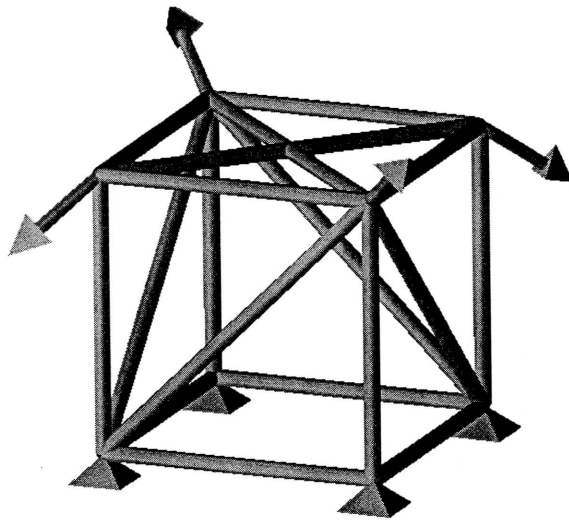


図7 上下方向にも荷重を受けるラーメン構造

は増減を繰り返しながらも最終的には小さい値に収束することがわかる。また、ねじりによるひずみエネルギーの割合は最適解探索中、常に曲げひずみエネルギーの割合の約 1/10 ときわめて小さな値であり、最適構造では軸力によるひずみエネルギーが大半を占めると云える。

図6は立方体上面に矢印で示す引張の荷重が等方的に作用するときの最適構造であり、立方体上面のみに部材が配置されている。

図7は図6の荷重に上下方向 (Z 方向) の荷重も作用する場合の最適構造である。立方体上面と側面に部材が配置されている。この負荷の対称性は図3、図6と異なり、原構造の 1/2 に整係数を割り当てなければならないので、3-単体数を図3、図6より少ない48に設定した。

## 5. ま と め

境界輪体によりラーメン構造の位相を整数の組み合わせで表現し、GAにより最適解を探索する手法を提案した。境界作用素によりGAにおける遺伝子型と表現型との関係を定めることで、端点を持つ構造、すなわち無用な部材を持つ構造、の発生を防ぎ、GAの探索効率を向上した。

数値計算例では重量一定の制約条件下で剛性を最大にするように立方体フレーム内部に部材を配置する問題を扱った。その結果、最適構造では曲げよりも軸力で荷重を負担するように部材が配置される傾向にあることがわかった。

(1994年10月7日)

## 参 考 文 献

- 1) J.M. Guedes and N. Kikuchi, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 83, (1990), Elsevier Science Publishers, pp. 143-198.
- 2) G.I.N. Rozvany, Optimization of Large Structural Systems, Volume 1, (1993), Kluwer Academic Publishers, pp. 139-155.
- 3) 加藤十吉, 位相幾何学, (1988), 裳華房.
- 4) D.E. Goldberg, Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning, (1989), Addison Wesley Publishing Company, Inc.
- 5) 中西康彦・中桐 滋, トポロジーの境界輪体による表現とその構造最適化への応用, 機論, 59-567, A (1993), pp. 2783-2788.
- 6) 中西康彦・中桐 滋, 境界輪体と遺伝的アルゴリズムによるラーメン構造のトポロジー最適化, 機論, 60-577, A (1994), pp. 2157-2162.
- 7) 白井良明・辻井潤一, 人工知能, (1982), 岩波.