

クロスヘリシティ乱流ダイナモによる 地球磁場維持機構の研究

Study of the Sustainment Mechanism of Earth's Magnetic Fields Using the Cross-Helicity Dynamo

吉 澤 徹*

Akira YOSHIZAWA

乱流クロスヘリシティ（速度と磁場揺らぎの相関関数）を基本とする電磁流体力学的ダイナモに基づき、地球磁場の維持機構が議論されている。本ダイナモにおいては、トロイダル磁場成分は地球の一樣回転によるトロイダル速度に密接し、他方双極子型のポロイダル磁場成分を作りだす地球外核内のポロイダル流は熱、組成対流に加えてローレンツ力によって駆動される。本ダイナモによるポロイダル磁場およびトロイダル磁場の強さはそれぞれ $O(10^{-1} \sim 1)$, $O(10^2)$ と評価され、現在観測ないし観測データから推測される結果と矛盾しないことが示される。

1. は じ め に

地球および天体物理現象における磁場の生成、維持機構はダイナモと総称され、速度、磁場揺らぎの強い非対称性が中心的役割を演じている。従来の研究においては、乱流ヘリシティあるいはアルファ効果に多くの注意が払われてきた^{1)~3)}。この効果は速度および磁場に関する統計的性質の鏡像対称性の破れから生じ、平均磁場に平行ないし反平行の平均電流成分を生みだす [球殻モデルの電磁流体 (MHD) 直接数値シミュレーションに基づくヘリシティの考察に関しては、文献 4 参照]。この鏡像対称性の破れは乱流残存ヘリシティ $\langle \mathbf{b}' \cdot \mathbf{j}' - \mathbf{u}' \cdot \boldsymbol{\omega}' \rangle$ によって表現される。ここで、 \mathbf{u}' , \mathbf{b}' , $\boldsymbol{\omega}'$, \mathbf{j}' はそれぞれ速度 \mathbf{u} , 磁場 \mathbf{b} , 渦度 $\boldsymbol{\omega}$ ($= \nabla \times \mathbf{u}$), 電流 \mathbf{j} の揺らぎ部分を表す ($\langle \cdot \rangle$ はアンサンブル平均を意味する)。

アルファダイナモに関わる困難の一つは、MHD 近似の範囲内では残存ヘリシティの総量 $\int (\mathbf{b} \cdot \mathbf{j} - \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\omega}) dV$ が非粘性、非抵抗下で保存量にならないという数学的性質から生じる。この結果、アルファ効果の強さを規定する乱流残存ヘリシティ $\langle \mathbf{b}' \cdot \mathbf{j}' - \mathbf{u}' \cdot \boldsymbol{\omega}' \rangle$ を決定する方程式の明確なモデル化が困難となり、self-consistent なダイナモモデルの構成にとって大きな障害なる。アルファ効果に基づく従来の天体および地球物理的磁場現象の研究においては、アルファ効果の強さはパラメーターとして与えられ、個々の観測に合致するように調節されてきた。このため、上記の問題点が深刻に考慮されることはなかったが、ダイナモ過程を広く

統一的に扱うためには、アルファ効果等の磁場生成作用が現象の諸条件に応じて自動的に導出される self-consistent なモデルが不可欠となる。

上述のアルファ効果の最大の特徴は、渦度の揺らぎ成分 $\boldsymbol{\omega}'$ が磁場生成機構と密接していることである。これに対して、著者はクロスヘリシティダイナモと呼ばれるまったく異なる磁場生成機構を提案した⁵⁾。このダイナモにおいては、平均渦度に平行ないし反平行の平均電流成分が乱流クロスヘリシティ $\langle \mathbf{u}' \cdot \mathbf{b}' \rangle$ を仲介として生成される。 ω_A を角速度として持つ回転運動は渦度 $\omega_A/2$ の流体運動に対応することから、クロスヘリシティダイナモでは地球の回転運動が平均電流成分と密接することになる。

クロスヘリシティダイナモの長所の一つは、クロスヘリシティの総量 $\int \mathbf{u} \cdot \mathbf{b} dV$ は非粘性、非抵抗下でエネルギーと同様に保存されることである。その結果、磁場生成機構を与える乱流クロスヘリシティ $\langle \mathbf{u}' \cdot \mathbf{b}' \rangle$ を決定する方程式を疑義なく構成することが可能となる。クロスヘリシティダイナモはすでに膠着円盤より生じる双極ジェットの生成機構⁶⁾、太陽黒点における数千ガウスの磁場起源の研究⁷⁾に適用され、有意な結果を得ている。

本論においては、クロスヘリシティダイナモによる地球磁場維持機構を概観する。地球に付随する運動の大きな特徴は、太陽や膠着円盤と異なり回転運動をほぼ剛体（一樣）回転とみなせることである。太陽や膠着円盤においては、回転運動の角速度は回転軸からの距離に依存し、いわゆる差動回転となっている。このような差動回転は MHD 乱流状態を生みだすことができる。地球ダイナモにおいては、回転運動にこの役割を求めることはできないため、外

*東京大学生産技術研究所 第 1 部

核におけるポロイダル流が MHD 乱流状態を担うことになる。本クロスヘリシティダイナモでは、 $O(10^2)$ ガウスのトロイダル磁場の生成機構、ローレンツ力によって誘起される外核内のポロイダル流と $O(1)$ のポロイダル磁場との関係等を明らかにする。

2. 基礎方程式

地球は電気電導度の低いマントル部分と高電導性の外核および内核から成り立っている (図 2 の三領域は外側からマントル, 外核, 内核に対応している)。後者は、それぞれ主に熔融した鉄、固体の鉄からできている。地球磁場は外核内の電導性流体の運動から生じている。地球外核内の流体運動の速度は小さく、流体運動は非圧縮性流動と考えることができる。：その結果、電磁流体方程式は

$$\partial \mathbf{u} / \partial t + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \mathbf{j} \times \mathbf{b} + \nu \Delta \mathbf{u}, \quad (1)$$

$$\partial \mathbf{b} / \partial t = -\nabla \times \mathbf{e}, \quad (2)$$

$$\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{b} = (1/\lambda) (\mathbf{e} + \mathbf{u} \times \mathbf{b}) \quad (3)$$

および $\nabla \cdot \mathbf{u} = \nabla \cdot \mathbf{b} = 0$ と書かれる。ここで、 \mathbf{u} は速度、 p は一定密度 ρ で除された圧力、 \mathbf{b} は磁場、 \mathbf{j} は電流密度、 \mathbf{e} は電場、 ν は動粘性率、 $\lambda [=1/(\sigma\mu)^{1/2}]$ は磁気拡散率であり、単に分子抵抗とも呼ばれる (σ : 電気電導度; μ : 透磁率)。

方程式(1)–(3)において、磁場 \mathbf{b} は Alfvén 速度単位を用いて測られている。すなわち、本来の磁場 \mathbf{b}^* は \mathbf{b} と以下の関係にある：

$$\mathbf{b} = \mathbf{b}^* / (\rho\mu)^{1/2}. \quad (4)$$

\mathbf{j} , \mathbf{e} も同様な測り方がなされている。

3. クロスヘリシティダイナモ

3.1. クロスヘリシティダイナモの目指す方向

$O(10^9)$ 年の地球の歴史において、地球磁場の双極子軸は反転を繰り返してきた⁸⁾。しかし、双極子軸が地球の回転軸に平行ないし反平行である期間は $O(10^5) \sim O(10^6)$ 年であり、11 年程度である太陽磁場⁸⁾の場合に比べて極端に長い。さらに、地球磁場の双極子成分が正あるいは負の極性を有している期間は、移行期間 [$O(10^3) \sim O(10^4)$ 年] に比べても遙かに長い。この事実は、双極子成分がそれぞれの極性を持つ期間中は地球磁場は統計的に準定常と考えられることを示している。地球磁場の準定常状態に関するかぎり、MHD 効果がその維持機構に関して重要な役割を演じていることは間違いないと思われる。ただし、ダイナモによって生成、維持される磁場がマントル・核境界を通してさまざまな影響を受けることは想像に難くない¹⁰⁾。代表的な例として、マントルの回転速度の変化、マントル・核境界上の温度の不均一性などがある。双極子軸の反転

にこれらの長期変動に関係する要素が寄与していることを否定できない。

本論においては、双極子の極性が一定下での地球磁場の準定常状態に関心を限定し、純 MHD 的側面から地球磁場ダイナモを考察する。本目的のために、固定された極性下でのアンサンブル平均 $\langle \cdot \rangle$ を導入し、物理量 f をアンサンブル平均 F と揺らぎ f に分解する：

$$f = F + f', F = \langle f \rangle. \quad (5)$$

ここで、

$$\begin{aligned} f &= (\mathbf{u}, \mathbf{b}, p, \mathbf{j}, \mathbf{e}, \omega), F = (U, B, P, J, E, \Omega), \\ f' &= (\mathbf{u}', \mathbf{b}', p', \mathbf{j}', \mathbf{e}', \omega') \end{aligned} \quad (6)$$

[$\omega (= \nabla \times \mathbf{u})$ は渦度である]。ダイナモ研究では、平均量 U, B に関する閉じた方程式系を導出することが最も重要な課題となる。

3.2. クロスヘリシティダイナモ・モデル

以下に MHD 方程式に対する TSDIA (two-scale direct-interaction approximation)⁴⁾より導出されたクロスヘリシティダイナモ・モデルの概要を与える (詳細は、文献 5～7 を参照されたい)。

平均速度、磁場方程式は、

$$D\mathbf{U}/Dt = -\nabla P_M + \mathbf{J} \times \mathbf{B} + \nabla \cdot \mathbf{R} + \nu \Delta \mathbf{U}, \quad (7)$$

$$\partial \mathbf{B} / \partial t = -\nabla \times \mathbf{E}, \quad (8)$$

$$\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{B} = (1/\lambda) (\mathbf{E} + \mathbf{U} \times \mathbf{B} + \mathbf{E}_M) \quad (9)$$

と $\nabla \cdot \mathbf{U} = \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ で与えられる。ここで、 $D/Dt = \partial/\partial t + \mathbf{U} \cdot \nabla$, $P_M = P + \langle \mathbf{b}^2/2 \rangle$, $(\nabla \cdot \mathbf{R})_i = \partial R_{ij}/\partial x_j$ である。上式で、2 次の相関関数 R_{ij} , \mathbf{E}_M はそれぞれレイノルズ応力、乱流起電力と呼ばれ、

$$R_{ij} = -\langle u_i' u_j' - b_i' b_j' \rangle, \quad (10)$$

$$\mathbf{E}_M = \langle \mathbf{u}' \times \mathbf{b}' \rangle \quad (11)$$

で定義される。この 2 量の重要性はそれらは (7)～(9) と (1)～(3) を区別する唯一の量であることから自明であろう。

MHD 流体に対する TSDIA 理論より、 R_{ij} と \mathbf{E}_M は

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= -(2/3) \Gamma \mathbf{I} + \nu_T [\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^+] \\ &\quad - \nu_B [\nabla \mathbf{B} + (\nabla \mathbf{B})^+], \end{aligned} \quad (12)$$

$$\mathbf{E}_M = -\beta \mathbf{J} + \gamma \Omega \quad (13)$$

と表現される。ここで、 $\Gamma = \langle (\mathbf{u}^2 - \mathbf{b}^2)/2 \rangle$, \mathbf{I} は単位行列、 $(\nabla \mathbf{U})^+$ は $\nabla \mathbf{U}$ の共役量である。有次元係数 $\nu_T, \nu_B, \beta, \gamma$ の中で、 ν_T と β は乱流粘性率、乱流抵抗率として特に馴染み深い量である。従来の研究で多用されてきたアルファダイナモでは、(13)式において $\gamma \Omega$ に代わって $\alpha \mathbf{B}$ が用いられ、 α は前述の乱流残存ヘリシティ $\langle \mathbf{u}' \cdot \omega' - \mathbf{b}' \cdot \mathbf{j}' \rangle$ に関係付けられる。しかし、最近の MHD 方程式

の直接数値計算^{11), 12)}はクロスヘリシティの重要性を明確に示している。

(12), (13) 式中の係数を表現するために, MHD 乱流を特徴付ける次の 3 量を導入する:

$$K = \langle (\mathbf{u}'^2 + \mathbf{b}'^2) / 2 \rangle, \quad (14)$$

$$\varepsilon = \nu \langle (\partial u_j' / \partial x_i)^2 \rangle + \lambda \langle (\partial b_j' / \partial x_i)^2 \rangle, \quad (15)$$

$$W = \langle \mathbf{u}' \cdot \mathbf{b}' \rangle. \quad (16)$$

ε は K の単位時間あたりの散逸率という物理的意味をもっている。これらの量を用いると, 上述の係数は

$$\beta = (5/7) \nu_T = C_1 K^2 / \varepsilon, \quad (17a)$$

$$\gamma = (5/7) \nu_B = C_2 K W / \varepsilon \quad (17b)$$

と書かれる。ただし, (17) 式中の各第一関係式は TSDIA により直接導かれ, また C_1, C_2 はモデル定数である。

MHD 乱流の統計的性質を規定する K, W, ε 方程式は次式で与えられる:

$$DF/Dt = P_F - \varepsilon_F + \nabla \cdot \mathbf{T}_F, \quad (F=K, W), \quad (18)$$

$$D\varepsilon/Dt = C_{D1} (\varepsilon/K) P_K - C_{D2} \varepsilon^2 / K + \nabla \cdot [(\nu_T / \sigma_D) \nabla \varepsilon]. \quad (19)$$

ただし,

$$P_K = -\mathbf{E}_M \cdot \mathbf{J} + R_{ij} \partial U_j / \partial x_i, \quad (20a)$$

$$\varepsilon_K \equiv \varepsilon, \quad (20b)$$

$$\mathbf{T}_K = \mathbf{W}\mathbf{B} + (\nu_T / \sigma_K) \nabla K, \quad (20c)$$

$$P_W = -\mathbf{E}_M \cdot \boldsymbol{\Omega} + R_{ij} \partial B_j / \partial x_i, \quad (21a)$$

$$\varepsilon_W = C_W (\varepsilon/K) W, \quad (21b)$$

$$\mathbf{T}_W = \mathbf{K}\mathbf{B} + (\nu_T / \sigma_W) \nabla W \quad (21c)$$

であり, C_{D1}, σ_K 等はモデル定数である。ここで, K, W 方程式が大変類似した形をしているのは偶然ではなく, 全 MHD エネルギー $\int [(\mathbf{u}'^2 + \mathbf{b}'^2) / 2] dV$, 全クロスヘリシティ $\int \mathbf{u}' \cdot \mathbf{b}' dV$ が共に非粘性, 非抵抗下で保存量となることに由来している。

本モデル中に現れるモデル定数は, 非 MHD 下での検証, MHD 直接数値計算結果との比較¹¹⁾等より以下のように評価されている:

$$\begin{aligned} C_1 &= 0.055, C_2 = 0.039, \sigma_K (\approx 1), \\ C_W &= 0.84, \sigma_W (\approx 1), C_{D1} = 1.5, \\ C_{D2} &= 1.9, \sigma_D (\approx 1.6). \end{aligned} \quad (22)$$

4. クロスヘリシティダイナモの定常解

本クロスヘリシティダイナモ・モデルの大きな特徴は, 本モデルが簡単ではあるが, 示唆に富む定常解を有していることである^{6), 7)}。この解では, 平均速度と平均磁場が W/K を介して結び付けられている。

4.1. 定常解

われわれの主たる関心は, 比較的変動がゆっくりした大きな構造を持つ磁場構造にある。平均磁場の準定常状態 $\partial \mathbf{B} / \partial t \approx 0$ に対する十分条件は $\mathbf{E} = 0$ すなわち

$$\mathbf{E} = -\mathbf{U} \times \mathbf{B} + \beta \mathbf{J} - \gamma \boldsymbol{\Omega} = 0 \quad (23)$$

となる。係数 β, γ , もっと正確に言えば γ/β の空間変化が大きくないときは, (23) の解は

$$\mathbf{B} = (\gamma/\beta) \mathbf{U} \quad (24)$$

で与えられる。この解はまた,

$$\mathbf{J} = (\gamma/\beta) \boldsymbol{\Omega} \quad (25)$$

を意味する。係数比 γ/β は

$$\gamma/\beta = (C_2/C_1) (W/K), C_2/C_1 = 0.7 \quad (26)$$

と書かれる。平均磁場 \mathbf{B} と平均速度 \mathbf{U} を結び付ける係数比 γ/β 中で, W/K は次の強い制約が課せられている:

$$|W/K| = |\langle \mathbf{u}' \cdot \mathbf{b}' \rangle| / \langle (\mathbf{u}'^2 + \mathbf{b}'^2) / 2 \rangle \leq 1. \quad (27)$$

この関係式は生成される平均磁場の強さの上限を規定することになり, 大変有用な条件と言える。また, (13), (25) 式より,

$$\mathbf{E}_M = 0. \quad (28)$$

4.2. 磁場によって誘起されるローレンツ力

(24), (25) 式は電流およびそれに付随する磁場は, クロスヘリシティ効果のもとでは回転運動に関係付けられることを示している。これらの磁場, 電流は逆に流体運動に対してローレンツ力

$$\mathbf{J} \times \mathbf{B} = (C_2/C_1)^2 (W/K)^2 \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{U} \quad (29)$$

を及ぼすことになる。後に, この力は子午面内の極流を誘起し, 磁場のポロイダル成分を生成することが示される。

4.3. 乱流状態の維持

4.1 節において, K と W によって規定される乱流状態では, 磁場は流体運動から生成されることを示した。これらの 2 量は (20a), (21a) 式の P_K, P_W によって作りだされる。(24), (25), (28) 式を用いると,

$$P_K = (1/2) [1 - (C_2/C_1)^2 (W/K)^2] \nu_T S_{ij}^2 \geq 0, \quad (30)$$

$$P_W = (C_2/C_1) (W/K) P_K \quad (31)$$

を得る。ここで, S_{ij} は平均速度歪みであり,

$$S_{ij} = \partial U_j / \partial x_i + \partial U_i / \partial x_j \quad (32)$$

で定義される。

乱流状態が維持されるためには, $S_{ij} \neq 0$ でなければならない。しかし, 地球の回転運動はほぼ一様回転とみなせる

ため、この運動のみでは乱流状態を維持できない。この点は回転運動自体が差動回転である太陽や膠着円盤の場合と著しく異なり、子午面内の流れが地球磁場の維持に関してきわめて重要となることがわかる。

(31)式より、 R_W の符号は W の符号と一致することから、正(負)の W を持つ領域では、乱流状態が維持されているかぎり、正(負)の W が生成され続けることになる。

4.4. W/K の評価

(24), (25)より W/K は磁場生成に関してきわめて重要な量であることがわかる。本クロスヘリシティダイナモでは、同量は適切な境界条件等のもとでモデル方程式系を数値的に解くことによって自動的に決定される。しかし、このような作業は地球外核内の流れを引き起こすためのエネルギー源の特定という本研究の範囲を越える問題と密接する。以下においては、 W/K を他の天体現象への適用結果から評価し、これを用いることにする。

(a) 太陽黒点磁場

黒点は、太陽対流層中のトロイダル磁束管が浮力作用のために上昇し、光球を突き破ったときに見える磁束管の断面である。光球は対流層に接した薄いガス層であり、対流層は $0.86 \leq r/R_S \leq 1$ 指定される太陽領域を占めている (R_S : 太陽半径)。 (24)式からわかるように、対流層中のトロイダル磁場は太陽の回転運動によって生成されており、運動の速度は赤道面で 2000 ms^{-1} である。速度の代表値として 1000 ms^{-1} を用いると、(4), (24)式よりトロイダル磁場は

$$B_t^* \approx 0.4 \times 10^{-9} (W/K) n^{1/2} \text{ (Gauss)} \quad (33)$$

となる。ここで、Alfvén 速度とガウス単位系の関係を使い、 $n(\text{m}^{-3})$ は水素の数密度、また $C_2/C_1 \approx 1$ と近似した。

大きな黒点の磁場は2000ガウスで程度あり、これを(33)に適用すると

$$n = 2.5 \times 10^{25} (K/W)^2 (\text{m}^{-3}), \quad (34)$$

を得る。このことから、

$$n = 2.5 \times 10^{27} \text{ m}^{-3} \text{ for } |W|/K = 10^{-1}; \quad (35a)$$

$$n = 2.5 \times 10^{29} \text{ m}^{-3} \text{ for } |W|/K = 10^{-2}. \quad (35b)$$

観測データより、数密度は

$$n = O(10^{32}) \text{ m}^{-3} \text{ (太陽中心);} \quad (36a)$$

$$n = O(10^{23}) \text{ m}^{-3} \text{ (光球)} \quad (36b)$$

と評価されている⁹⁾。(35a, b)の評価は観測結果と矛盾しない。

以下の銀河磁場への適用から、 $|W|/K \approx 0.03$ を得る

が、これらの結果を総合して次節では $|W|/K$ の目安として

$$|W|/K = O(10^{-2}) \quad (37)$$

を採用する。

(b) 銀河磁場

銀河はその中心を貫く軸の周りに回転運動をしており、その典型的な速度は 200 kms^{-1} である。銀河磁場の大きな構造は銀河の螺旋形の腕に沿っている。横井¹³⁾は銀河磁場の強さと回転速度の関係を観測データより整理し、図1を得た。この結果より、式(24) ($C_2/C_1 = 0.7$) は条件 $|W|/K \approx 0.03$ の下で観測結果を説明できることがわかる。

5. 地球磁場の維持機構

$O(10^{-2})$ とする $|W|/K$ の評価をもとに本クロスヘリシティダイナモを地球磁場に適用する。この目的のために、球座標 (r, θ, ϕ) を導入し、ベクトル A の各成分を (A_r, A_m, A_t) で表す(添字 m, t は A の θ, ϕ 成分は子午面、トロイダル成分という物理的意味を持つことを示唆している)。地球の回転軸は $\theta = 0$ によって指定され、また A_r, A_m を合成したものは A のポロイダル成分となる。

5.1. 一様回転とポロイダル核流

地球のもっとも重要な運動は一様回転から生じるトロイダル運動である。しかしながら、そのような運動はすでに述べたように乱流状態を維持できない。乱流状態を維持するためには、一様回転運動からのずれを与えるポロイダルないしトロイダル方向の核流が必要となる。核流を生成する駆動力として温度差、構成物質の密度差に起因する浮力が有力な要素であることを考慮すると、動径成分を持つポ

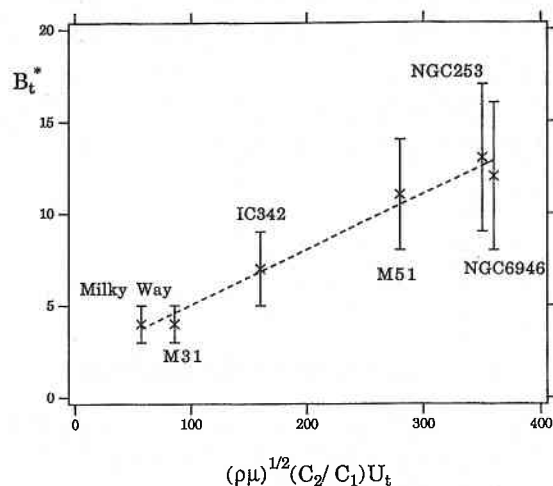


図1 銀河における磁場と回転速度の関係¹³⁾
(B_t^* と U_t の単位はマイクロガウスと kms^{-1})

ロイダル流が一様回転運動からのずれとして重要となる。回転軸 ($\theta=0$) の周りの対称性、赤道面 ($\theta=\pi/2$) に関する対称性を考慮すると、もっとも単純なポロイダル流は図 2 に模式的に書かれた 4 重極型の流れである。5.3 節において、そのような流れは $O(10^2)$ ガウスのトロイダル磁場から生じるローレンツ力と矛盾しないことを示す。

平均速度 U を一様回転運動によるトロイダル成分と浮力効果から生じるポロイダル成分に分け、

$$U = \omega_E \times r + U_P \quad (38)$$

と書く。これに応じて、平均渦度は

$$\Omega = 2\omega_E + \Omega_P, \quad (39)$$

となる。ただし、 $\Omega_P = \nabla \times U_P$ であり、回転角速度 ω_E は渦度 $\omega/2$ に対応することに注意されたい。

5.2. トロイダル磁場

(38) 式の一様回転速度から (24) 式のトロイダル磁場成分への寄与は、

$$B_t^* = (\rho\mu)^{1/2} 10^4 (C_2/C_1) (W/K) \times r \omega_E \sin \theta \text{ (Gauss)}. \quad (40)$$

ここで、MKS 単位系と共に関係式 $1 \text{ Tesla} = 10^4 \text{ Gauss}$ を用いた。

B_t^* の大きさを評価するために、地球に関係した諸定数を与える⁸⁾：

$$\begin{aligned} R_E &= 6.4 \times 10^6 \text{ m}, R_O = 3.5 \times 10^6 \text{ m}, \\ R_I &= 1.2 \times 10^6 \text{ m}, \omega_E = 7.3 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}, \\ \rho &= 1.1 \times 10^4 \text{ Kg m}^{-3}, \\ \mu &= 4\pi \times 10^{-7} \text{ Henry m}^{-1}, \\ \sigma &= 5 \times 10^5 \text{ ohm}^{-1} \text{ m}^{-1} \end{aligned} \quad (41)$$

(R_E は地球半径、 R_O と R_I は外核と内核の半径であり、 σ は核流体の電気電導度である)。

定数 (41)、 $C_2/C_1 \doteq 1$ 、 $r = (R_O + R_I)/2$ 、 $\sin \theta = O(10^{-1})$ を用いて (40) を評価すると、

$$|B_t^*| = O(10^2) \text{ Gauss} \quad (42)$$

を得る [ただし、 $|W|/K = O(10^{-2})$ を用いた]。地球のトロイダル磁場は地表からは観測できないが、他のデータより $O(10^2)$ ガウスと推測されている。本結果はこの事実を支持している。

乱流クロスヘリシティ W は擬スカラーであり、座標形の反転によりその符号を変える。地球の赤道面での幾何学的対称性より、 W が北半球で正 (負) のときは南半球で負 (正) となる。いま、 W は北半球で正と仮定しよう (図 2 参照)。このとき、誘起されるトロイダル磁場は北半球で正、南半球で負となる。

5.3. ローレンツ力によって誘起される子午面流

われわれ最も単純な軸対称な核流は図 2 に示された 4 重極型の流れであることを既に述べた。このような流れとトロイダル磁場から生じるローレンツ力との関係を調べてみよう。(38)、(39) 式を (29) 式に代入し、一様回転運動から生じる主要部分を残すと、

$$J \times B = (C_2/C_1)^2 (W/K)^2 r \omega_E^2 (-2 \sin^2 \theta, -\sin 2\theta, 0). \quad (43)$$

(43) 式において、 $\sin^2 \theta$ に比例する動径成分は動径方向の圧力勾配と釣り合うことができるが、 $\sin 2\theta$ に関する子午面成分はそのような項を持たない。

北半球 ($0 \leq \theta \leq \pi/2$) では、 $\sin^2 \theta$ に依存する子午面成分は負であり、南半球 ($\pi/2 \leq \theta \leq \pi$) では逆に正となる。この結果、ローレンツ力は流体を常に極方向に駆動することになる。 θ を固定したとき、(43) 式のローレンツ力は r に比例するため、外核内では外側の流体に対してより大きな駆動力を与える。この結果、外核中で図 2 のような流れが生じると考えられる。この種の極流はその最外部領域が直接観測できる太陽対流層で既に確認され⁹⁾、またクロスヘリシティダイナモを用いて議論されている⁷⁾。図 2 の 4 重極型の子午面流は、浮力作用で駆動される流れの中で対称性を満たす最も単純な流れであることに注意されたい。

(7) 式で (43) 式のローレンツ力から誘起されるポロイタル速度は、

$$|U_P| = (C_2/C_1)^2 (W/K)^2 r \omega_E^2 [T] |\sin 2\theta|. \quad (44)$$

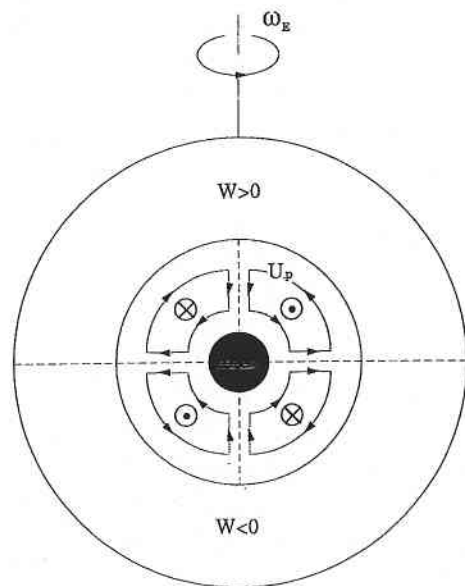


図 2 ポロイダル流とその渦軸方向 (W : 乱流クロスヘリシティ)

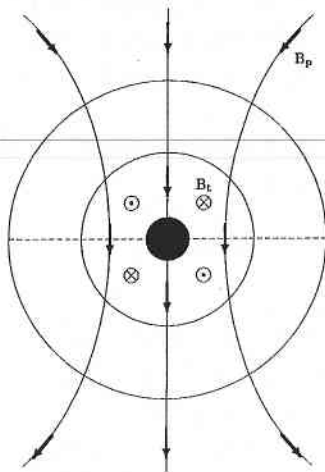


図3 ポロイダル磁場とトロイダル磁場方向

ここで, $[T]$ は地球の回転運動に関連した時間スケールであり, $[T] = |\omega_E|^{-1}$ である. その結果,

$$|U_P| = (C_2/C_1)^2 (W/K)^2 r |\omega_E| |\sin 2\theta|. \quad (45)$$

定数 (41), $r \doteq R_E$, $|\sin 2\theta| = O(10^{-1})$, $|W|/K = O(10^{-2})$ を用いると, (45) 式は

$$|U_P| = O(10^{-2}) \text{ ms}^{-1} \quad (46)$$

となる. 外核中の流速は通常 $O(10^{-4}) \text{ ms}^{-1}$ と推測されているが, この点は 6 節で言及される.

5.4. ポロイダル磁場

本ダイナモでは, 電導性流体の平均運動は乱流クロスヘリシティを介して平均磁場を生成する. 図 2 に示されたローレンツ力によって誘起されるポロイダル流は (24) 式によりポロイダル磁場 B_P^* を生成する. 北および南半球での W の符号, 回転軸 ($\theta = 0$) に沿っての U_P の符号を考慮すると, 誘起される B_P^* は 2 重極型であることがわかる (図 3 参照). その強さは, $|W/K| = O(10^{-2})$ の下で

$$|B_P^*| \doteq (\rho\mu)^{1/2} |W/K| |U_P| \quad (47a)$$

$$= O(10^{-1}) \sim O(1) \text{ Gauss} \quad (47b)$$

と評価され値 [(47a, b) 二つの評価の差異は $|W/K|$ における 0.01 ないし 0.05 程度の差異から生じ得る).

ポロイダル磁場成分はトロイダル磁場成分と異なり, 直接観測され, 4 ガウス程度の強さである. (47b) 式の結果はローレンツ力から誘起されるポロイダル磁場の観測される磁場に比べ, 決して無視し得るほど小さいものではないことを示している.

6. お わ り に

5 節において, 地球磁場の生成とその流体運動への跳ね返りを議論した. また, 地球の回転運動の一様性から, ポロイダル流が乱流状態を維持するために不可欠であることも述べた. ポロイダル流を引き起こす駆動力として, 内核と外核での温度差に起因する熱浮力が主要要素と長く考えられてきた. しかし, 近年熱エネルギーから磁場エネルギーへの変換効率の観点からその重要性に疑問が呈せられている. 熱浮力に代わるものとして, 外核流体を構成する熔融した鉄とけい素間の密度差に起因する浮力効果に注意が向けられている. 本研究では, これらの浮力効果に起因する乱流状態と一様回転運動から誘起されたトロイダル磁場に関して, そのエネルギーの一部がポロイダル流を通して力学エネルギーに戻されることを示した. その結果, 乱流状態の維持に不可欠なポロイダル流は, 熱ないし組成浮力効果と $O(10^2)$ ガウスのトロイダル磁場から生じるローレンツ力効果との複合作用から生じていると考えられる.

最後に, 外核内の流動速度について触れておこう. 通常, 核流速は $O(10^{-4}) \text{ ms}^{-1}$ と評価され, 本研究で得られて評価よりかなり小さい. $O(10^{-4}) \text{ ms}^{-1}$ はポロイダル磁場の西方移動から推測され, マントル・核境界の近くでの流速と密接している. 境界から離れた深部ではもっと大きな流速を持つと予想される. 因に, 熱流から推測される流速は上記のものより 10 倍ほど大きい.

本研究を進めるに際して, 半場藤弘, 横井喜充, 吉田茂生, 加藤浩文の各氏との議論が有益であったことを記し, 謝意に代える.

(1993年10月29日受理)

参 考 文 献

- 1) H. K. Moffatt: *Magnetic Field Generation in Electrically Conducting Fluids* (Cambridge U.P., 1978).
- 2) E. N. Parker: *Cosmical Magnetic Fields* (Oxford U.P., 1979).
- 3) F. Krause and R.-H. Rädler: *Mean-Field Magnetohydrodynamics and Dynamo Theory* (Pergamon, 1980).
- 4) H. Kato: *Ph. Dissertation*, Tohoku University (1993).
- 5) A. Yoshizawa: *Phys. Fluids B*, **2**, 1589 (1990).
- 6) A. Yoshizawa and N. Yokoi: *Astrophys. J.* **407**, 540 (1993).
- 7) A. Yoshizawa: *Publ. Astron. Soc. Jpn.* **45**, 129 (1993).
- 8) P. Melchior: *The Physics of the Earth's Core* (Pergamon, 1986).
- 9) E. R. Priest: *Solar Magnetohydrodynamics* (D. Reidel, 1982).
- 10) S. Yoshida: *Ph. Dissertation*, University of Tokyo (1993).
- 11) F. Hamba: *Phys. Fluids A*, **4**, 441 (1992).
- 12) Y. Hattori: *J. Phys. Soc. Jpn.* **62**, 2541 (1993).
- 13) N. Yokoi: submitted to *Astrophys. J.*