研究速報
特集 6
UDC 681.7.068：535.3/.5

光ファイバ中の捩れによる偏光方向の回転

The Rotation of Polarization in Optical Fiber due to Twist

尾崎政男*・藤井陽一*
Masao OZAKI and Yoich FUJII

1. はじめに

光ファイバ中の光の偏光状態が，ファイバ固有の複屈折あるいは，外的な圧力・曲げ・ねじれなどによる応力により引き起こされる複屈折により，変化することはよく知られている．さらに，固有の複屈折あるいは応力の影響がない場合でさえも，ファイバが曲げられていてかつその曲線が一平面内にないときには，偏光の回転が起こりうることが，J. N. Ross[1]により指摘された．そこでこの報告では，Rossの定式を参考にして，偏光の回転についての一般的な考察を行う．この問題は，近年，物理学の種々の分野において議論されている幾何学的位相であるBerry位相の現れとしても理解される．

2. 偏光方向の回転

直線偏光の方向が，光の伝搬方向に沿ってどう変化するかは，微分幾何の問題として定式化できる．伝搬曲線の接線方向の単位ベクトルを$\mathbf{t}$，主法線方向の単位ベクトルを$\mathbf{n}$，陪法線方向の単位ベクトルを$\boldsymbol{b}$とすると，光は横波なので，偏光方向は$\boldsymbol{n}$と$\boldsymbol{b}$で作られる平面内にある．Rossは，偏光が陪法線となす角が伝搬により変化しないことを公理として採用した．曲線の微小間隔dsだけ離れた2点（P_1，P_2とする）における主法線ベクトルの変化は，ねじれで記述される（図1参照）．すなわち，偏光とbのなす角を点P_1でθ_1，点P_2でθ_2とすると偏光の回転$\Delta\Phi$は，

$$\Delta\Phi=\theta_1-\theta_2=-\tau ds \qquad (1)$$

$\tau=-\boldsymbol{n}\cdot d\boldsymbol{b}/ds$を用いれば，
有限距離での回転角Φは，

$$\begin{aligned}\Phi&=-\int\tau ds\\&=\int(d\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{n})\cdot\boldsymbol{t}\end{aligned} \qquad (2)$$

と表される．

特に，helixの場合（図2），Pをピッチ，R_0をhelixの半径とすれば，

$$\tau=2\pi P/\{P^2+(2\pi R_0)^2\} \qquad (3)$$

となるので，1回転したときには，

$$\Phi=-2\pi P/s \qquad (4)$$

となる．ここで$s=\sqrt{P^2+(2\pi R_0)^2}$で伝搬した距離である．
(1)式はすでに1938年にRytov[2]が導出しているものである．Rytovは，Maxwell方程式から電界・磁界に関して，$\boldsymbol{E}=\{\boldsymbol{A}(r)/\varepsilon\}\exp\{-ik\psi(r)\}$，$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{B}(r)\exp\{-ik\psi(r)\}$の形を仮定して，$i/k$の1次のオーダーまでを考慮

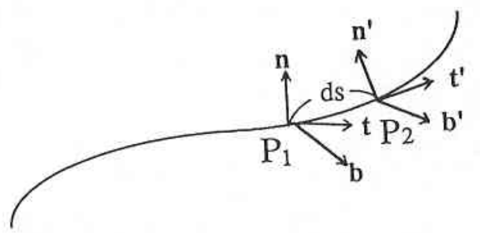

図1　主法線ベクトルの変化

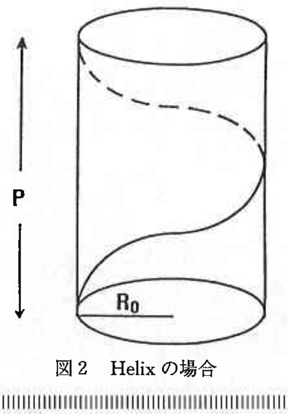

図2　Helixの場合

*東京大学生産技術研究所　第3部

することにより導いている．その後，Vladimirski[3]はRytovに基づいて，回転角θは，tの描く閉曲線を見込む立体角Ωで表されることを示した．これらのことの別の観点からの導出を次節で述べる．

3．Berryの位相

前節で述べた結果は，最近，注目されているBerryの位相を考慮することによっても導き出せる．

WuとYang[4]により，Aharanov-Bohm効果やDirac磁気単極子等の現象の核心は，通常の空間においてベクトルポテンシャルA_iが存在するときに，閉曲線Cに沿って移動した後の系の波動関数は，非可積分的な（すなわち，経路に依存する）位相因子$\exp(ie\oint_C A_i\,dx_i)$が付加されることであることが示された．

Berry[5]の位相因子は，本質的には，上記の位相因子と類似の，パラメータ空間（実空間ではなく）中での閉曲線の回りの断熱的な移動ににより生ずる幾何学的位相因子である．この位相因子の存在は，Berryが，指摘する前にもすでに，分子スペクトル研究の量子化学者らによって知られていたということだが，物理的意味をはっきりさせたのは，Berryの1984年の論文であり，それ以降種々の物理の分野に関わっており，Born-Oppenheimer近似，分数統計，ゲージ理論でのアノーマリー等高エネルギーから物性までの広い範囲にわたっている．

ハミルトニアンが時間に関してきわめてゆっくりと変化する場合，Schrödinger方程式

$$i\hbar\partial\,|\,\Psi(t)\rangle/\partial t=H(\boldsymbol{r}(t))\,|\,\Psi(t)\rangle \tag{5}$$

を解くのに，断熱近似を用いた場合，ある時刻でのある特定の固有値および固有状態を$E_n(\boldsymbol{r})$，$|\,n(\boldsymbol{r})\rangle$とすれば，量子数$n$を持つ状態に対応する解は，

$$|\,\Psi(t)\rangle=\exp\{-(i/\hbar)\int_0^t E_n(\boldsymbol{r}(t'))\,dt'\}\,|\,n(\boldsymbol{r}(t))\rangle \tag{6}$$

となることが知られていた．しかし，Berryにより，この表式に位相因子$\exp(i\gamma_n(t))$が付け加えられることが指摘された．$\gamma_n(t)$は経路に依存する．これを用いると，$t=0$から$t=T$までのパラメーター空間の閉曲線をCとすると，上記の解は，

$$|\,\Psi(T)\rangle=\exp(i\gamma_n(C))\exp\{-(i/\hbar)\int_0^t E_n(t')\,dt'\}\,|\,\Psi(0)\rangle \tag{7}$$

$$\gamma_n(C)=i\oint_c\langle n(\boldsymbol{r})\,|\,\nabla_r n(\boldsymbol{r})\rangle d\boldsymbol{r} \tag{8}$$

で与えられ，この$\gamma_n(C)$が，Berryの位相と呼ばれるものである．

Berryの元の論文では，緩やかに変化する磁場中でのスピンに関する議論を行っているが，ChiaoとWuはこの考えを光ファイバ中を伝搬する光子に対して適用した．捩れたシングルモードファイバ内の光の伝搬に対して，光の伝搬距離をτというパラメータによって記述すれば，光子のヘリシティの断熱不変性により，各点τでの光子のスピン状態$|\,\boldsymbol{k}(\tau),\ \sigma\rangle$が，

$$\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{k}(\tau)\,|\,\boldsymbol{k}(\tau),\ \sigma\rangle=\sigma\,|\,\boldsymbol{k}(\tau),\ \sigma\rangle \tag{9}$$

を満たすことになる．ここで，$\boldsymbol{k}(\tau)$はτでの光子の伝搬方向の単位ベクトルで，$\sigma=\pm1$はヘリシティである．光がhelix状の導波路を緩やかに伝搬するとき，$\boldsymbol{k}$はこの導波路の局所的な軸に平行に保たれる．ヘリシティは断熱的に保存されるので$\boldsymbol{s}$も導波路の局所的な軸に平行になるように束縛される．初めに光子がある波数ベクトルで入射し，光ファイバに沿ってある距離伝搬し，初めと同じ波数ベクトルになったとすると，ベクトル$\boldsymbol{k}$の軌跡は半径が1の球面上で閉曲線Cを描くが，$\boldsymbol{k}=0$からCを見込む立体角を$\Omega(C)$とすれば，

$$\gamma(C)=-\sigma\Omega(C)$$

と表わせる．

初期状態を

$$|\,x\rangle=1/\sqrt{2}(\,|\,+\rangle+\,|\,-\rangle) \tag{10}$$

で表わせば（ここで，$|\pm\rangle$は$\sigma=\pm1$の固有状態で，おのおの，右円偏光，左円偏光に対応），終状態はダイナミカルな位相因子を除いて，

$$|\,x'\rangle=1/\sqrt{2}\{\exp(i\gamma)\,|\,+\rangle+\exp(-i\gamma)\,|\,-\rangle)\} \tag{11}$$

となる．

TomitaとChiaoはChiaoとWuの理論を実験で検証した．そして，回転角は，運動量空間内の経路を見込む立体角が等しい限りは配位空間でのファイバの経路によらないことが確かめられた．RossやVarnhamn等[8]の実験では，helixが一様すなわち一定のピッチを持つものであったが，TomitaとChiaoらは非一様ならせんに対しても回転角を測定し，$\gamma(C)=-\sigma\Omega(C)$で与えられる位相から得られる理論値と測定値がよく一致することを示した．

3．まとめ

ファイバが曲げられていて，しかも，その曲線が一平面上にない場合には，偏光の方向は，回転することがわかる．しかしながらその導出には，(1)古典的な場合には，

研究速報

偏光が陪法線方向となす角が伝搬により変化しないことを公理として要請する必要があり，(2)量子論的な場合には，ここでは，明確に述べなかったが，光子に対するSchrödinger方程式が必要であるが，導出の際に用いた方程式は正確には光子に対する方程式であることは保証されていないという難点がある．

以上よりどちらがより本質的或いは一般的であるかは，現時点では，確認されていない．しかしながら，Tomita等は，「量子論的な起源を持つが，h→0の極限でも残存する」効果と述べているが，著者も，Beryy位相の考えの方にやや分があるように思われるが，今後の研究で明らかにされよう．その際，基礎方程式に対する考慮がなされる必要がある．

(1993年2月23日受理)

参考文献

1) J. N. Ross: "The rotation of the polarization in low birefringence monomode optical fibers due togeometric effects", Optical and Quantum Electronics, Vol. 16, pp. 455-461 (1984)
2) S. M. Rytov: "Transition from wave to geometrical optics", Topological Phases in Quantum Theory, ed B. Markovski and S. I. Vinitsky (World Scientific, 1989) pp. 6-10
(原論文は Akad. Nauk, Vol. 18, 263 (1938) (in Russian))
3) V. V. Vladimirskii: "The rotation of polarization plane for curved light ray", Topological Phases in Quantum Theory, ed B. Markovski and S. I. Vinitsky (World Scientific, 1989) pp. 11-16
(原論文は Dokl. Akad. Nauk, Vol. 21, 222 (1941) (in Russian))
4) T. T. Wu and C. N. Yang: "Conccept of nonintegral phase factors and global formulation of gauge fields", Phys. Rev., D12, pp. 3845-3857 (1975)
5) M. V. Berry: "Quantal phase factors accompanying adiabatic changes", Proc. Roy. Soc. A392, pp. 45-57 (1984)
6) R. Y. Chiao and Y.-S. Wu: "Manifestations of Berry's topological phase for the photon", Phys. Rev. Lett., Vol. 57, pp. 933-936 (1986)
7) A. Tomita and R. Y. Chiao: "Observation of Berry's topological phase by use of an optical fiber",Phys. Rev. Lett., Vol. 57, pp. 937-940 (1986)
8) M. P. Varnham, R. D. Birch and D. N. Payne: "Helical-core circularly-birefringent fibres", Proc. IOOC-ECOC, Venice (1985)