

単層スペースフレームの構造挙動 (その 3)

——ピン接合単層ドームの動的座屈——

Structural Behaviours of Single-Layer Frames (Parts 3)

——Dynamic Buckling of Pin-Connected Single-Layer Domes——

田 波 徹 行*・瀧

諭*・半 谷 裕 彦*

Tetsuyuki TANAMI, Satoshi TAKI and Yasuhiko HANGAI

1. は じ め に

応力の流れにおいてシェルとみなせるスペースフレーム (離散システム) は連続体置換法を用いて連続体シェルとしての評価が可能であることから (その 1, 2) では連続体置換法による単層スペースフレームドームの静的座屈荷重の検討を行った^{1,2)}。

静的荷重を動的に作用させるとき、座屈荷重は一般に低くなる。なお、動的荷重に対するシェルの座屈解析の研究の多くは連続体シェルに対するもので、離散システムを対象とした研究は比較的少ない。本報では、上下動地震力を受ける単層スペースフレームドームの非線形振動挙動を数値解析し、動的座屈の可能性を検討する。

2. 基礎式と数値解析法

骨組構造の基礎式の誘導はマトリクス法として確立している。本報の基礎式に必要な幾何学的非線形性を考慮した剛性マトリクスの概略は以下のとおりである。

ピン接合された立体トラスの場合、幾何学的非線形性を考慮したひずみ-変位関係式は、変位成分を u, v, w として次式となる。

$$\varepsilon = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{du}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right\} \quad (1)$$

部材断面が一定であれば、仮想仕事の原理により次の (2) 式が成立する。ただし、 d, f は部材端における変位成分と外荷重成分であり、 E, A, l はそれぞれヤング率、断面積と部材長さである。

$$\{\delta d\}^t \cdot \{f\} = \Sigma E A l \cdot \delta \varepsilon^t \cdot \varepsilon \quad (2)$$

(1) 式を (2) 式に代入すれば、幾何学的非線形性を考慮したピン接合トラスの剛性マトリクスが誘導できる。

支持点加振に対する応答解析に必要な運動方程式は Clough らにより導かれており、本報では、Newmark の β 法に基づく数値積分により運動方程式を解く。なお以下の解析では、基本周期を T とすれば、時間刻み $\Delta t = T/1000$ 、計算時間を $3T$ または $5T$ とし、 $\beta = 1/4$ を採用し、減衰の効果を無視している。

3. 荷重パラメータ

上下動地震力、すなわち支持点の上下方向加振荷重を採用し、その結果として得られる解析モデルの非線形振動応答を調べ、動座屈レベルを静的座屈荷重との比較により示す。

その際、鉛直方向等分布荷重に対する静的座屈荷重 (P_{cr})、この静的座屈荷重に等価な入力加速度 (\ddot{y}_{Gcr}) と荷重パラメータ (λ) の関係式として次式を用いる。

$$\left. \begin{aligned} P_{cr} &= \frac{\rho A l \cdot n \cdot \alpha}{g} \ddot{y}_{Gcr} \\ \lambda &= \frac{\text{Step load}}{\ddot{y}_{Gcr}} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ただし、 $\rho A l$ は部材重量、 n, g, α はそれぞれ部材総数、重力加速度と重量パラメータである。なお、解析モデルは単純なモデル ($n=4$) と単層ドームモデル ($n=156$) の 2 種類であり、重量パラメータの値として、それぞれ $\alpha=1/3, \alpha=1$ を採用している。すなわち、 \ddot{y}_{Gcr} の見積りに必要な重量として、前者は全重量の $1/3$ 、後者は全重量をそのまま考慮することになる。

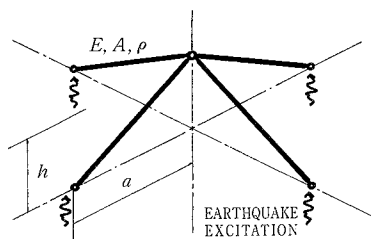
4. 解 析 結 果

図 1 は、4 部材により構成された基本周期 $T=0.0184$ 秒の単純な立体トラスである。本解析モデルに対しては、頂点の鉛直荷重による静的座屈荷重 (P_{cr})、および、4 支持点から無限時間載荷のステップ荷重を受ける場合の線形応答値を解析的に厳密に求めることができる。

図 2 に、荷重パラメータ $\lambda=0.959$ における頂点の線形および非線形応答変位を示す。線形振動に対する非線形振動の周期は約 1.8 倍になっている。図 3 は、荷重パラメータ λ を変化させたときに得られる変位の最大応答値であり、 $\lambda \approx 0.5$ において変位、すなわち頂点のたわみは急増している。このことより、ステップ荷重に対する本解析モデルの動的座屈荷重は、静的座屈荷重の約半分であることがわかる。図 3 の動的応答結果を静的な荷重-たわみ曲線上に表示すると図 4 になる。図中、実線は厳密解による静的座屈曲線であり、点線が動的応答結果

*東京大学生産技術研究所 第 5 部

研 究 速 報



Young's Modulus $E = 2.1 \times 10^6$ kgf/cm²
 Cross Section $A = 11.2$ cm²
 Density $\rho = 7.85/10^3$ kgf/cm²
 Half Span $a = 500.0$ cm
 Rise $h = 100.0$ cm

図 1 単純なモデル

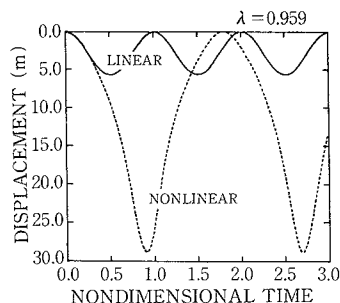


図 2 時刻歴変位応答(線形と非線形応答の比較)

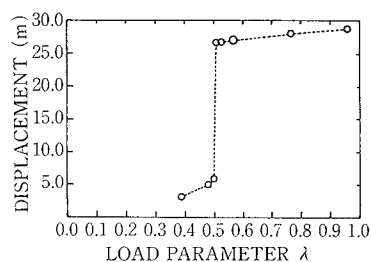


図 3 荷重パラメータ・最大変位応答関係

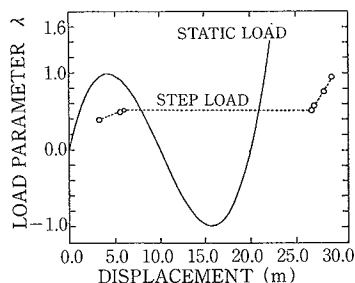


図 4 動的および静的座屈荷重の比較

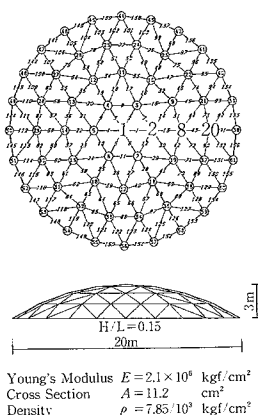


図 5 単層ドームモデル

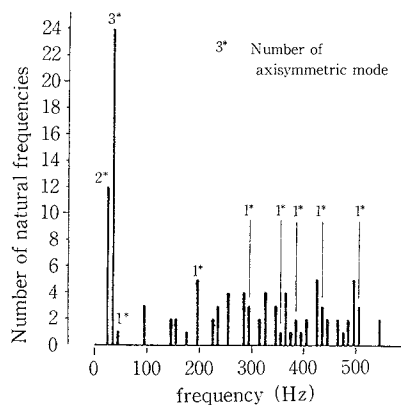


図 6 固有振動数頻度分布図

を示している。

図 5 に、部材数 156、節点数 61 により構成されたスパン 20m、ライズ 3m の単層ドームを示す。

自由振動解析より、本解析モデルの合計 111 個の固有振動数は、図 6 の固有振動数頻度分布図に示すように、25.4 Hz から 543.3 Hz の広範にわたり存在する。そのうち、軸対称振動成分は 12 個存在し、最初の 6 成分の振動モード形を図 7 に示しておく。図中に示すように、最初の軸対称振動成分は全成分中 3 番目にみられ、その固有振動数は 27.4 Hz ($T = 0.0365$ 秒) である。

図 8 では、頂部の鉛直変位応答と加速度応答から、線形と非線形解析による相違を比較している。ただし、荷重パラメータ $\lambda = 0.2, 0.6$ である。なお、図より線形範囲では、軸対称振動にかかわる基本周期の 5 倍の計算時間に対して本モデルは、合計約 7.75 回の振動を繰り返しており、 $7.75/5 = 1.55$ から基本周期の約 1.55 倍で振動することがわかる。

図 9 (a) は荷重パラメータ $\lambda = 0.6$ に対する節点 1, 2, 8, 20 の加速度応答であり、(b) は $\lambda = 0.6, 0.7$,

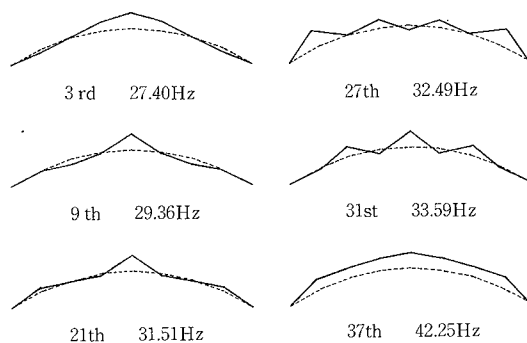


図 7 軸対称な固有振動数と振動モード形

0.8, 0.9, 1.0 に対する変位応答である。図 10 は、各 λ に対する節点 1 の最大応答変位を図示している。図 9 (b) と図 10 より、本ドームモデルの動的座屈荷重は $\lambda \approx 0.825$ であることがわかる。

図 11 は、動的座屈の生じる $\lambda = 0.825$ に対する無次元化時間 $\bar{t} = 2.4 \sim 4.8$ での変形モードの進展を示し、その座屈モードを、鉛直方向に等分布荷重を受ける場合の静的な

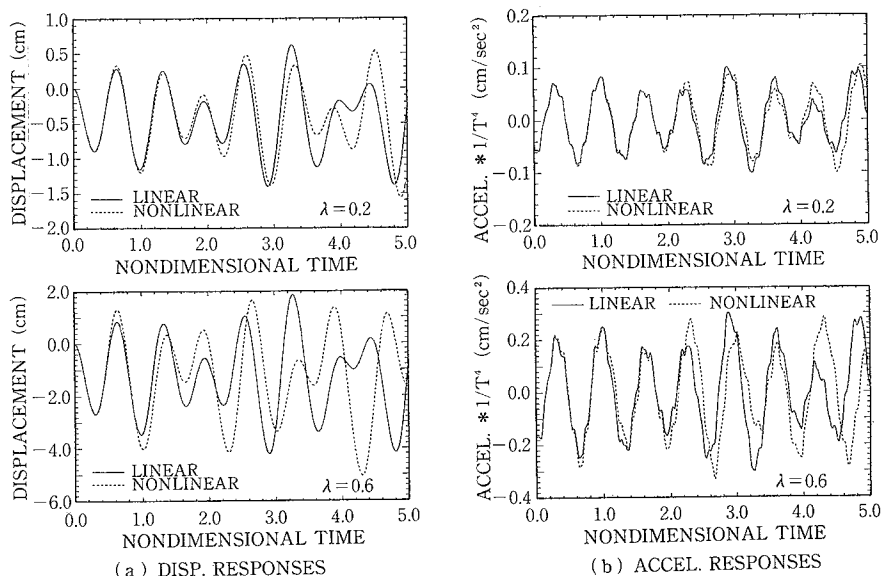
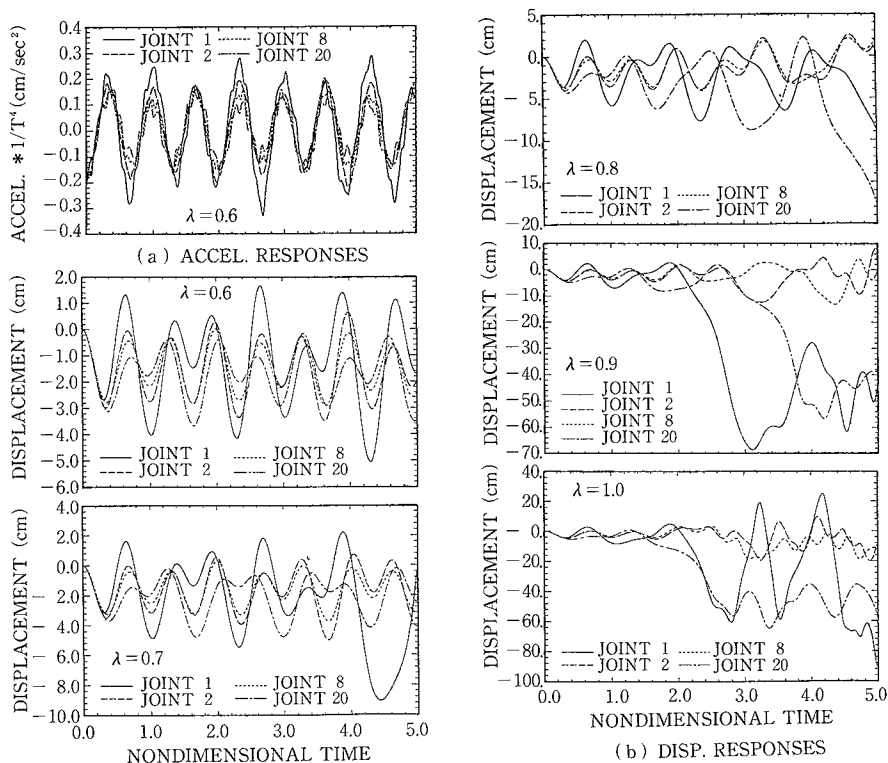


図8 時刻歴変位および加速度応答(線形と非線形応答の比較)

図9 時刻歴加速度応答 ($\lambda=0.6$) および変位応答 ($\lambda=0.6\sim 1.0$)

座屈モードと比較したものである。両者は、頂部を除けば似ている。頂部における座屈モードの相異は、荷重モードの相違によるものである。すなわち、支持点加振によ

り自由節点上に生じる荷重モード(節点質量と応答加速度の積)は、図9(a)に示した加速度応答からわかるように、等分布でなく三角形分布に近い。

研 究 速 報

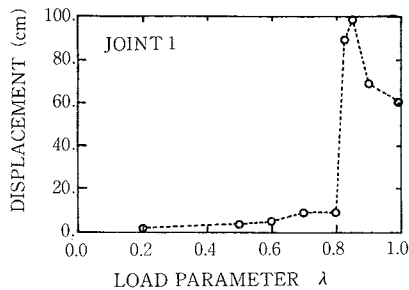


図10 荷重パラメータ・最大変位応答関係

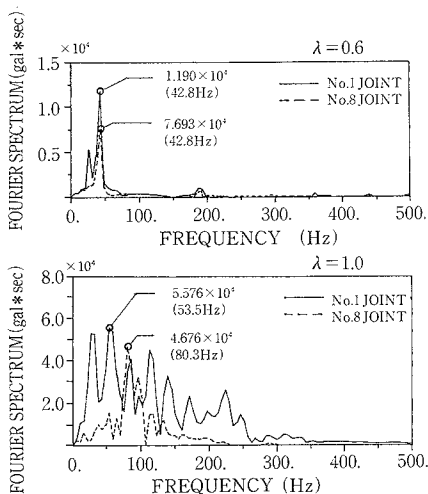


図12 応答加速度のフーリエスペクトル

図12は、座屈前後、すなわち荷重パラメータ $\lambda=0.6$, 1.0 における節点1, 8の加速度応答値をフーリエスペクトル解析により示したものである。座屈前の卓越振動数成分は、節点1, 8共に 42.8Hz であるが、座屈後は、それぞれ 53.5Hz と 80.3Hz になっており、特に偏心位置である節点8の変化が顕著である。

5. 結 び

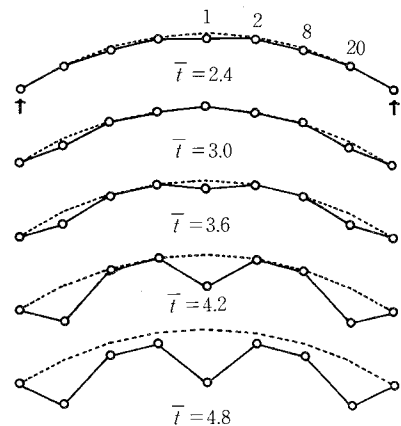
上下動地震力として無限時間載荷のステップ荷重を受けるピン接合単層スペースフレームドームの非線形振動挙動から、動的座屈荷重を静的座屈荷重の比較として示した。

離散システムに対する連続体置換法は有力な手法であり、本報の結果と連続体置換法による結果の比較・検討は次報以降で述べる。

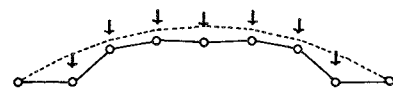
(1988年9月19日受理)

参 考 文 献

- 1) 半谷裕彦：単層スペースフレームの構造挙動（その1）—単層ドームの座屈荷重評価式—, 生産研究, 第39巻, 第12号, 1987, pp. 17-20



(a) DYNAMIC BUCKLING MODE



(b) STATIC BUCKLING MODE

図11 動的座屈モードの進展と静的座屈モード

- 2) 半谷裕彦, 高山誠, 大矢俊治：単層スペースフレームの構造挙動（その2）—単層ドームとR.C.ドームの破壊挙動の比較—, 生産研究, 第40巻, 第5号, 1988, pp. 19-22
- 3) 半谷裕彦, 大矢俊治：単層ラチスドームの弾性座屈荷重に与える荷重モードの影響, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1987, pp. 1291-1292
- 4) 河島佑男：動的応答解析, 日本鋼構造協会編, コンピュータによる構造工学講座II-4-A, 培風館, 1971, pp. 35-37
- 5) 柴田明徳：最新耐震構造解析, 最新建築学シリーズ9, 森北出版, 1981, pp. 97-112
- 6) シェムニスキー著, 山田嘉昭・川井忠彦共訳：マトリックス構造解析の基礎理論, 培風館, 1971
- 7) 松井長行：偏平構造物の動的座屈問題に関する研究, 東京大学修士論文, 1976
- 8) 日置興一郎（研究代表者）：スペースフレーム（立体格子構造）設計・解析・施工, 昭和57年度文部省科学研究費補助金, 総合研究(B)研究報告書
- 9) Saran, M., Kleiber, M.: Experiences with Non-linear Analyses of Trusses under Static and Dynamic Loadings, Space Structures, 2(1986/1987), pp. 205-214
- 10) Ganapathi, M., Varadan, T.K.: Dynamic Buckling of Orthotropic Shallow Spherical Shells, Computers & Structures, vol. 15, no. 5, 1982, pp. 517-520
- 11) Tanami, T., Taki, S., Hangai, Y.: Dynamic Buckling of Shallow Shells under The Up-and-Down Earthquake Excitation, 9WCEE, 1988