

# パラボラアンテナの構造変形とその電磁場への影響

## ——軸対称構造変形の場合——

Structural Deformation of Parabolic Antenna and its Influence upon the Electromagnetic Field

——In the Case of Symmetrical Deformation——

关 富 玲\*・半 谷 裕 彦\*

Fu-Ling GUAN and Yasuhiko HANGAI

### 1. はじめに

アンテナ技術の高度化と通信領域の拡大は種々の形態のアンテナの出現と使用環境の拡大（たとえば、宇宙空間における巨大アンテナ等）をもたらしている。これらのアンテナにおいては、軽量化と高剛性が目標とされており、制御用機器とアンテナの構造自身との一体的な挙動の研究が要求されている。また、電波望遠鏡や衛星通信アンテナ等においては高利得、低雑音のアンテナが必要であり、そのため、高い鏡面精度が要求される。たとえば、形状寸法に対する許容公差として $\pm\lambda/32$  ( $\lambda$ : 波長)の鏡面精度が提案されており、1~10GHz程度の短波長では $\lambda$ は約30~3 cmで $\pm 1.0\text{cm} \sim 0.1\text{cm}$ の鏡面精度が要求されることになる。

パラボラアンテナの放射電磁場の解析法としては幾何光学による解析法や電流分布法（物理光学）等が用いられており、通常では、これらの解析法は設計した鏡面形状に適用している。しかし、自重、風荷重、あるいは温度応力などにより、鏡面形状は変化する。この変化による放射電磁場への影響に関しては研究は少ない。

Rahmat-Samii等<sup>2,3,4)</sup>は鏡面精度を測定するための一連の研究において、Jacobi-Bessel級数を利用した鏡面乱れによる放射電磁場への影響を解析する手法を提案している。

以上を背景として、本研究では、パラボラアンテナを具体例として採用し、横力（風荷重など）を受ける場合の構造変形によって、放射電磁場がどの程度影響されるかを数値解析を通して検討する。

放射電磁場の数値解析法はRahmat-Samiiに従い、パラボラアンテナの構造変形は一様な横力を受ける同一半径を持つ円形板の軸対称変形を採用する。結果として、変形と放射パターンとの関係、支持条件の影響、荷重の変化に対する放射パターンの変化の割合、等を数値で示す。

### 2. 放射電磁場の解析法

放射パターン基礎方程式は次式で与えるMaxwell方程式を出発点とする。

$$\begin{aligned} \text{rot}\mathbf{H} &= j\omega\epsilon'\mathbf{E} + \mathbf{j}^e \\ \text{rot}\mathbf{E} &= -j\omega\mu\mathbf{H} - \mathbf{j}^m \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $\epsilon' = \epsilon - j\sigma/\omega$ 、 $\omega$ : 円周波数、 $\epsilon$ : パーミットビリティ (permittivity)、 $\mu$ : 透磁率 (permeability)、 $\sigma$ : 電導率 (conductivity)、 $\mathbf{j}^e$ : 電流強度 (electric current-density)、 $\mathbf{j}^m$ : 磁流強度 (magnetic current-density)。

完全導体面に電磁波が入射するとき、完全導体内部には電磁場が存在しない。そこで、表面に面電流が流れる電磁波の反射が局所的に平面波が無限平板に入射した場合と同様に行われるものと仮定すると、入射電磁場と面電流の関係は次式で表される。

$$\mathbf{J}_{sur} = -2(\mathbf{n} \times \mathbf{H}) \quad (2)$$

ここに、 $\mathbf{n}$ は面の法線ベクトルである。ベクトルポテンシャル (vector potential) を用いると

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_P &= -\frac{j\omega\mu}{4\pi} \left[ \int_s \mathbf{J}_{sur} \cdot \varphi ds \right] + \frac{1}{4\pi j\omega\epsilon} \\ &\quad \times \int_s (\mathbf{J}_{sur} \nabla) \text{grad } \varphi ds \end{aligned} \quad (3)$$

ここに、 $\varphi = e^{-jk|\mathbf{R}\mathbf{R}_1 - \rho|} / |\mathbf{R}\mathbf{R}_1 - \rho|$ 、 $\mathbf{R}_1$ は図1に示す位置ベクトル $\overrightarrow{OP}$ の単位ベクトルである。遠方場における電磁場は図1の記号を用いて次のように表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_P &= -\frac{j\omega\mu}{2\pi R} \exp(-jkR) \times \int \left[ \mathbf{n} \times \mathbf{H} - \left\{ \mathbf{n} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \mathbf{H} \right\} \cdot \mathbf{R}_1 \right] \times \exp(jk\rho \cdot \mathbf{R}_1) ds \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 $k$ : ボルツマン定数 ( $2\pi/\lambda$ )、 $j = \sqrt{-1}$ 、 $\lambda$ : 波長。

次に、鏡面上変位のある場合の放射パターンを計算する。点Mの変位を図2のように示す。法線変位を $\Delta\rho$ とすると変位に伴う光路程の増加分 $\Delta p$ は次式で与えられる(片木〔1〕)。

\*東京大学生産技術研究所 第5部

研究速報

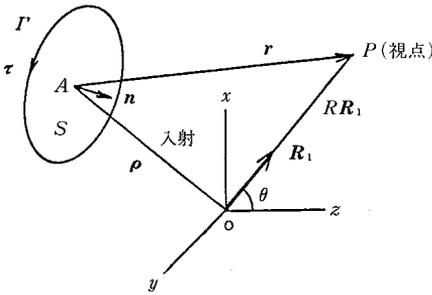


図1 アンテナの座標

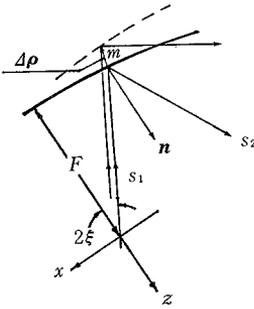


図2 鏡面上の点の変位

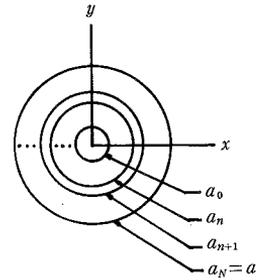


図3 口径の同心円分割

$$\Delta p = (S_1 \cdot \Delta \rho) - (S_2 \cdot \Delta \rho) \quad (5)$$

ここでスネルの法則を用いると、 $\Delta p$ は

$$\begin{aligned} \Delta p &= 2(n \cdot S_1)(n \cdot \Delta \rho) \\ &= 2\Delta \rho \cos \xi = 2\Delta \rho(1 + \rho^2/4F^2) \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、 $F$ ：放物面の焦点距離

$\Delta p$ を位相等価であるとすると、次式となる<sup>2)</sup>。

$$\delta = 4\pi/\lambda \cdot \Delta \rho \cos \xi = 4\pi/\lambda \cdot \Delta \rho(1 + \rho^2/4F^2) \quad (7)$$

もし波源がパラボラの焦点位置にあると仮定すれば、

$$\int (J_{sur} \nabla) \text{grad} \phi \, ds = 0 \quad (8)$$

上式を用いると、(3)式は次のようになる。

$$\begin{aligned} E_P &= -\frac{j\omega\mu}{4\pi R} \exp(-jkR) \int_s |J_{sur}| \exp(j\delta) \\ &\quad \times \exp(j(\rho \cdot R_1)) \, ds \end{aligned} \quad (9)$$

ここに、

$$\rho \cdot R_1 = z' \cos \theta + ux' + vy' \quad (10)$$

$$u = \sin \theta \cos \phi, \quad v = \sin \theta \sin \phi \quad (11)$$

ここで、 $\theta, \phi$ は観察点の座標である。波源は下のよう分布すると仮定する<sup>1,2)</sup>。

$$|J_{sur}| = B + C[1 - (\rho/a)^2]^P \quad (12)$$

ここに、

$$B + C = 1, \quad P = 1 \sim 2 \quad (13)$$

$$\text{主ロープの傾斜 (edge taper)} = 20 \log_{10} B \quad (14)$$

曲面積分を口径面積分に変換すると

$$\begin{aligned} E_P(u, v) &= -\frac{j\omega\mu}{4\pi R} \exp(-jkR) \int_{a_0}^a \int_0^{2\pi} (B \\ &\quad + C[1 - (\rho/a)^2]^P \cdot e^{j\delta} \{ \exp(jk\rho \\ &\quad \sin \theta \cos(\phi - \phi')) \} \rho \, d\rho \, d\phi' \\ &= -\frac{j\omega\mu}{4\pi R} \exp(-jkR) \int_0^1 2\pi a^2 (B + C[1 \\ &\quad - (\rho/a)^2]^P J_0(u)) \times \rho \, d\rho \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 $u = k\rho \sin \theta \cos \phi$ ,  $J_0(u)$ ：0階Bessel関数。P=1の時<sup>2)</sup>,

$$\begin{aligned} E &= E(\theta, \phi) = -j\omega\mu/4\pi R \cdot \exp(-jkR) \\ &\quad \times \sum_{n=1}^N E_{n,n-1} e^{j\delta_n} \end{aligned} \quad (16)$$

口径を図3に示すように同心円で分割し、 $\delta_n$ を第n環で定数であると仮定すると、

$$E_{n,n-1} = E_n - E_{n-1} \quad (17)$$

ここに、

$$\begin{aligned} E_n &= \pi a_n^2 \{ B \cdot 2/u_n \cdot J_1(u_n) + C[2/u_n \cdot J_1(u_n) \\ &\quad - a_n^2/a^2(2/u_n \cdot J_1(u_n) - (2/u_n)^2 J_2(u_n))] \} \\ E_n(0^\circ) &= \pi a_n^2 [B + C(1 - a_n^2/2a^2)] \end{aligned} \quad (18)$$

### 3. パラボラアンテナの構造解析 ——中央支持円板の応力と変形

本節はパラボラアンテナの構造挙動を調べるための第一歩として、中央支持円板の応力と変形を解析し、その性状を検討する。特に中央支持部の大きさの効果を調査する。

図4のような円板の基礎方程式は次式となる。

$$\begin{aligned} \Delta \Delta w &= (\partial^2/\partial \gamma^2 + 1/\gamma \cdot \partial/\partial \gamma + 1/\gamma^2 \cdot \partial^2/\partial \theta^2) \\ &\quad \cdot (\partial^2 w/\partial \gamma^2 + 1/\gamma \cdot \partial w/\partial \gamma + 1/\gamma^2 \cdot \partial^2 w/\partial \theta^2) \\ \Delta \Delta w &= q/D \end{aligned} \quad (19)$$

境界条件は次式とする、

$$\begin{aligned} \gamma = \gamma_0 \text{ (固定)} &: w = 0, \quad \partial w/\partial \gamma = 0 \\ \gamma = \gamma_1 \text{ (自由)} &: M_\gamma = 0, \\ V &= Q_\gamma + 1/\gamma \cdot \partial M_\gamma/\partial \theta = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

曲げモーメントと面外剪断力は

$$\begin{aligned} M_\gamma &= -D \{ \partial^2 w/\partial \gamma^2 + 1/\gamma \cdot \partial w/\partial \gamma \\ &\quad + 1/\gamma^2 \cdot \partial^2 w/\partial \theta^2 \} \end{aligned}$$

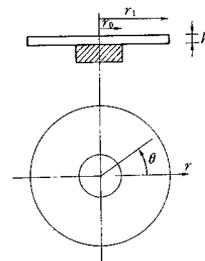


図4 中央支持円板

$$\begin{aligned}
 M_{\theta} &= -D(1/\gamma \cdot \partial w / \partial \gamma + 1/\gamma^2 \cdot \partial^2 w / \partial \theta^2 \\
 &\quad + \nu \cdot \partial^2 w / \partial \gamma^2) \\
 M_{\gamma\theta} &= -(1-\nu)D(1/\gamma \cdot \partial^2 w / \partial \gamma \partial \theta - 1/\gamma^2 \cdot \partial w / \partial \theta) \\
 Q_{\gamma} &= -D \cdot \partial / \partial \gamma (\Delta w), Q_{\theta} = -D \cdot 1/\gamma \cdot \partial / \partial \theta (\Delta w)
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

ここで,  $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$ ,  $\nu$ : ポアソン比 (22)

(19)式の解を特解( $w^p$ )と余解( $w^c$ )に分け, 次式で与える.

$$w = w^p + w^c \tag{23}$$

$$w^c = R_0 + \sum_{m=1}^{\infty} R_m \cos m\theta + \sum_{m=1}^{\infty} R'_m \sin m\theta \tag{24}$$

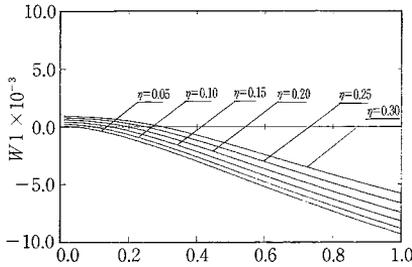


図 5 ピン支持の場合のたわみ

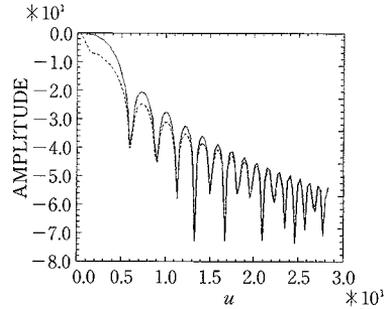


図 6 放射パターン( $\eta=0.1, \bar{q}=-0.1$ ) (db)

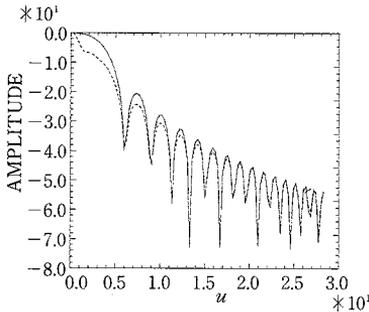


図 7 放射パターン( $\eta=0.2, \bar{q}=-0.1$ ) (db)

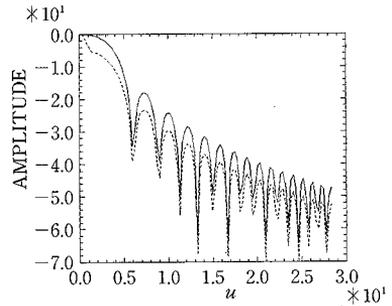


図 8 放射パターン( $\eta=0.3, \bar{q}=-0.1$ ) (db)

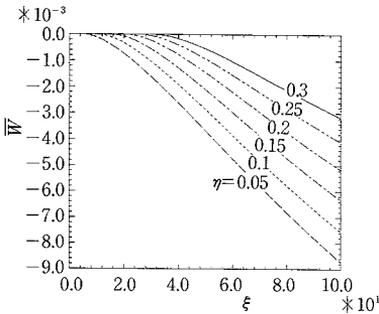


図 9 固定支持の場合のたわみ

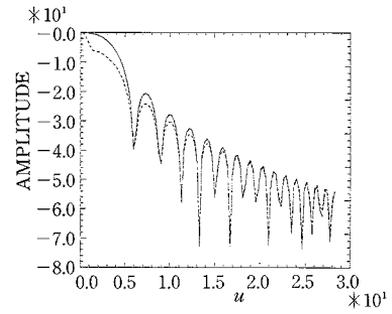


図 10 放射パターン( $\eta=0.1, \bar{q}=-0.1$ ) (db)

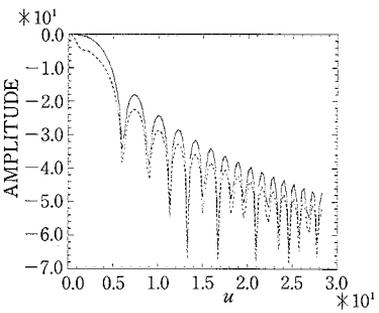


図 11 放射パターン( $\eta=0.2, \bar{q}=-0.1$ ) (db)

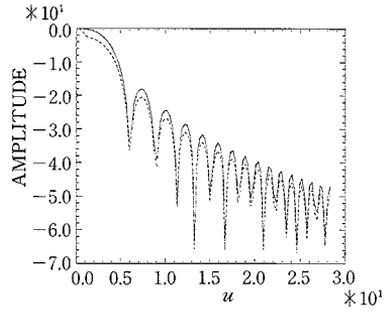


図 12 放射パターン( $\eta=0.3, \bar{q}=-0.1$ ) (db)

研究速報

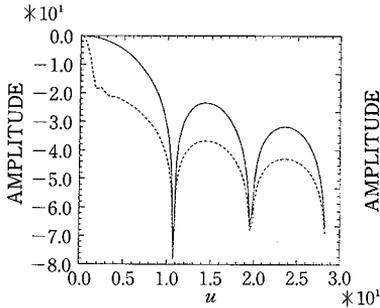


図13 放射パターン  
(固定支持,  $\eta=0.3, \bar{q}=-0.1$ )

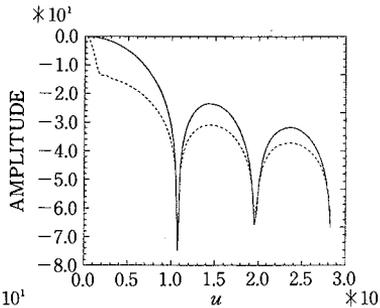


図14 放射パターン  
(固定支持,  $\eta=0.3, \bar{q}=-0.005$ )

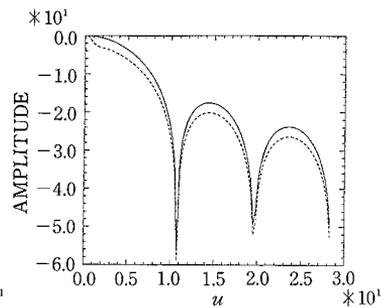


図15 放射パターン  
(固定支持,  $\eta=0.3, \bar{q}=-0.01$ )

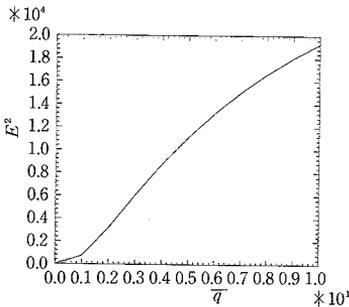


図16  $\bar{q}$ の変化による放射パターン変化量

線の振幅分布と  $u$  の関係を示す。支持部が大きくなるにつれて変位  $w$  が小さくなり、そのため  $\eta=0.3$  のほうが実線と点線の差が小さくなっている。図13~15は、 $\eta=0.3$  を固定し、 $\bar{q}$  を変化させたときのパターンの変化を示したもので、図16は実線と点線で囲まれた面積と  $\bar{q}$  の関係をグラフ化したものである。

5. ま と め

本論文では、パラボラアンテナに外乱（水平方向一様荷重）が作用する場合の構造物としての軸対称変形を求め、この変形による放射パターンへの影響を数値解析により評価した。本論文では支持部の大きさおよび荷重の変化に対する放射パターンの変化の割合を中心として述べたが、荷重分布の相違および偏平シェルとしての構造挙動の利用等へ拡張することが必要である。

(1988年2月15日受理)

参 考 文 献

- 1) 電子通信学会：アンテナ工学ハンドブック，オーム社，1980
- 2) Y. Rahmat-Samii: "Surface diagnosis of large reflector antennas using microwave holographic metrology: An iterative approach", Radio Science, Vol. 19, No5, P1205~1217, September-October 1984
- 3) HAO LING, YUEN T. LO, YAHYA RAHMAT-SAMII: "Reflector Sidelobe Degradation Due to Random Surface Errors", IEEE Trans. Antenna Propagat., vol. AP-34, No. 2, FEBRUARY 1986, p. 164-172
- 4) Y. Rahmat-Samii and V. Galindo-Israeli: "Shaped Reflector Antenna Analysis using the Jacobi-Bessel Series", IEEE Trans. Antenna Propagat., vol. AP-28, No. 4, JULY 1980, p. 425-435
- 5) 半谷裕彦・关富玲：“大スパン構造における構造非線形挙動の具体例”，第29回大型光学赤外線望遠鏡検討会資料，OT-29-T5，東京大学東京天文台

ここで基礎方程式の無次元化をおこなう。そのため次式の無次元量を導入する。

$$\begin{aligned} \xi &= \gamma/\gamma_1, \quad \eta = \gamma_0/\gamma_1, \quad \bar{w} = w/h, \quad \bar{q} = \gamma_1^4 q/Dh \\ \bar{M}_\gamma &= \gamma_1^2 M_\gamma/Dh, \quad \bar{M}_\theta = \gamma_1^2 M_\theta/Dh, \\ \bar{Q}_\gamma &= \gamma_1^3 Q_\gamma/Dh \end{aligned} \quad (25)$$

特解は次式となる。

$$w^p = \bar{q}/64 \cdot \xi^4 \quad (26)$$

(26)式に(24)式で与えられる余解を加えることにより解は次式となる。

$$\bar{w} = \bar{q}/64 \cdot \xi^4 + A_0 + B_0 \xi^2 + C_0 \log \xi + D_0 \xi^2 \log \xi \quad (27)$$

$A_0, B_0, C_0, D_0$ を境界条件(20)式より決定する。

4. 数 値 結 果

無次元荷重  $\bar{q}=0.1 \sim 0.01$ ，支持の大きさ  $\eta=0.05 \sim 0.3$ ，支持の条件（単純支持，固定）に対して数値解析を実施した。具体例として、直径64mのパラボラアンテナを採用する。主なパラメーターは以下のとおりである。

$$\begin{aligned} f &= 2.281\text{GHz} & \lambda &= 13.15\text{cm} \\ a/\lambda &= 243.3 & F/\lambda &= 1030.56 \\ a_0/\lambda &= 25.5 & ET &= (\text{主ローブの傾斜}) - 10\text{dB} \\ P &= 1 \end{aligned}$$

結果を図5~図16に示す。変形前(各図の実線)，後(点