

# 周期変動流中の翼面圧力分布に関する研究

## — 第3報 薄翼近似 —

Pressure Distributions around an Airfoil in Periodically Fluctuating Air Flows

—3rd Report, A Thin Airfoil Approximation—

吉 識 晴 夫\*・神 川 信 久\*\*・筒 井 康 賢\*\*\*・高 間 信 行\*  
Haruo YOSHIKI, Nobuhisa KAMIKAWA, Yasukata TSUTSUI and Nobuyuki TAKAMA

### 1. ま え が き

著者らは前報<sup>1)2)</sup>で、流速が正弦的に一様変動する流れ場に置かれた単独翼まわりの圧力分布について、平板翼近似による理論計算と実験結果を比較した。しかし、平板翼近似からは圧力振幅しか実験結果を精度良く推定できず、時間平均圧力、圧力変動の流速変動に対する位相差については、翼厚を考慮しないため、定性的に不十分であることがわかった。

本報では、翼厚分布を考慮した理論解析、いわゆる薄翼近似を行い、翼面上の境界条件を翼弦上で考慮し、じょう乱速度の1次の項までを用いて行った理論解析と実験結果との比較を行う。

### 2. 薄翼近似による理論解析

単独翼まわりの流れが正弦的に一様変動する場合を、非粘性非圧縮性流体の二次元非回転流れで考える。図1に示す座標系で、迎え角を $\alpha$ 、翼弦中央を座標原点に、翼弦を $x$ 軸に、翼弦に垂直な方向を $y$ 軸に取る。点 $C_0$ は原点から距離 $l$ の風洞上の点( $x=l \sin \alpha, y=-l \cos \alpha$ )、点 $C_1$ は翼上流無限遠点( $x=-\infty, y=0$ )、点 $C_2$ は点 $C_0$ に対応する上流無限遠点( $x=-\infty, y=-l \cos \alpha$ )である。なお、後流中の渦は $x$ 軸上を一様流速 $U$ で運ばれるものとする。前報同様に、二次元直角座標の連続の式、 $x$ 方向、 $y$ 方向の運動の式、非回転の条件を基礎式とする。

薄翼の仮定を用い、翼面上( $-1 \leq x \leq 1$ )の境界条件を $x$ 軸上で考慮すると、翼上下面( $y = \pm 0$ )でのじょう乱速度 $u_{\pm} = u'(x, y = \pm 0, t)$ 、 $v_{\pm} = v'(x, y = \pm 0, t)$ は

$$u_{\pm} = \pm \frac{1}{2} \gamma_a(x, t) - \frac{U \cos \alpha}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{Y_i(\xi)}{\xi - x} d\xi \quad (1)$$

\* 東京大学生産技術研究所 第2部

\*\* (株)小松製作所

\*\*\* 通産省機械技術研究所

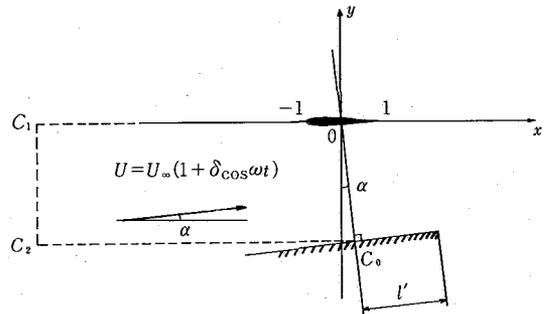


図1 座 標 系

$$v_{\pm} = -U \sin \alpha + U \cos \alpha \{Y_c'(x) \pm Y_i'(x)\} \quad (2)$$

となる。ここに、 $U$ は時間平均流速 $U_{\infty}$ と流速の変動振幅 $\delta$ 、流速変動の角振動数 $\omega$ により、 $U = U_{\infty}(1 + \delta \cos \omega t)$ で与えられる。また、翼面上の渦分布 $\gamma_a$ は準定常渦分布 $\gamma_0$ と後流中の渦により誘起される渦分布 $\gamma_{bw}$ の和として、 $\gamma_a(x, t) = \gamma_0(x, t) + \gamma_{bw}(x, t)$ で与えられる。また、 $Y_i, Y_c$ は翼の厚み分布 $Y_t(x)$ および反り分布 $Y_c(x)$ の翼弦方向の微係数であり、式(1)の積分記号は主値を示す。一方、翼より上流( $x \leq -1$ )のじょう乱速度 $u'(x, y=0, t)$ は、薄翼の場合、

$$u'(x, y=0, t) = \frac{U \cos \alpha}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{Y_i(\xi)}{x - \xi} d\xi \quad (3)$$

となる。運動の式を非回転の条件を用いて積分し、翼上下面の圧力 $p_{\pm} = p(x, y = \pm 0, t)$ を求める。ここで、翼面上の境界条件では、じょう乱速度の1次の項までしか考慮していないので、積分の結果も1次の項までとし、 $l$ は十分に大きいと考え、そこでのじょう乱速度は0とする。従って、

$$\begin{aligned} p_{\pm} - p_{c0} = & -\rho \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{-1} u'(x, y=0, t) dx \\ & - \rho \frac{\partial}{\partial t} \int_0^x U \cos \alpha dx \\ & - \rho \frac{\partial}{\partial t} \int_{-1}^1 u_{\pm} dx - \rho U \cos \alpha u_{\pm} \quad (4) \end{aligned}$$

研 究 速 報

と求める, 前報同様に,  $p_{c0}$  は点  $C_0$  での圧力  $p(x=l \sin \alpha, y=-l \cos \alpha, t)$  で,  $\rho$  は密度である.

次に, 式(4)を用い, 翼上下面の圧力差と圧力和を求めると,

$$\begin{aligned} \Pi &= p_- - p_+ \\ &= \rho \frac{\partial}{\partial t} \int_{-1}^x \gamma_a(x, t) dx + \rho U \cos \alpha \gamma_a(x, t) \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{c0} &= (p_- - p_{c0}) + (p_+ - p_{c0}) \\ &= -\frac{2\rho}{\pi} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{-1} U \cos \alpha \int_{-1}^{\xi-x} \frac{Y_i'(\xi)}{x-\xi} d\xi dx \\ &\quad - 2\rho \frac{\partial}{\partial t} \int_0^x U \cos \alpha dx \\ &\quad + \frac{2\rho}{\pi} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-1}^x U \cos \alpha \int_{-1}^{\xi-x} \frac{Y_i'(\xi)}{\xi-x} d\xi dx \\ &\quad + \frac{2\rho}{\pi} U^2 \cos^2 \alpha \int_{-1}^{\xi-x} \frac{Y_i'(\xi)}{\xi-x} d\xi \quad (6) \end{aligned}$$

と求める.

実験に用いた翼は対称翼であり,  $Y_c(x)=0$  であるから, 翼面上の準定常渦分布  $\gamma_0$  は平板翼と同じになり, 後流渦より誘起される渦分布  $\gamma_{bw}$ ,  $\delta^2$  の項まで考慮した後流中 ( $1 \leq x$ ) の渦分布  $\gamma_w$  は, 前報の平板の場合を準用できる.

これ以後は, 迎え角  $\alpha$  は小さいものとし,  $\cos \alpha \approx 1$ ,  $\sin \alpha \approx \alpha$  とする. ここで, 翼面上の準定常渦分布  $\gamma_0$ , 後流渦により誘起される渦分布  $\gamma_{bw}$ , 後流中の渦分布  $\gamma_w$  を式(5), 式(6)に代入して,  $\delta^3$  以下を省略すると,

$$\begin{aligned} \Pi &= G\sqrt{1-x^2} \delta R_e \{ i k e^{i\omega t} \} \\ &\quad + G\sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \left[ \delta R_e \{ [C(k)-1] e^{i\omega t} \} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\delta^2}{2} R_e \{ [2C(k)-C(2k)-1] e^{i2\omega t} \} \right] \\ &\quad + G\sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \left[ 1 + \frac{\delta^2}{2} \right. \\ &\quad \left. + 2\delta R_e \{ e^{i\omega t} \} + \frac{\delta^2}{2} R_e \{ e^{i2\omega t} \} \right] \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{c0} &= -\frac{G}{\alpha} x \delta R_e \{ i k e^{i\omega t} \} \\ &\quad - \frac{G}{\alpha} \delta R_e \{ i k e^{i\omega t} \} \left[ \frac{Q}{\pi} - \frac{P(x)}{\pi} \right] \\ &\quad + \frac{G}{\alpha} \left[ 1 + \frac{\delta^2}{2} + 2\delta R_e \{ e^{i\omega t} \} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\delta^2}{2} R_e \{ e^{i2\omega t} \} \right] \frac{F(x)}{\pi} \quad (8) \end{aligned}$$

となる. ここに,  $C(k) = K_1(ik) / [K_0(ik) + K_1(ik)]$ ,  $G = \rho U_\infty \Gamma_0 / \pi$ ,  $\Gamma_0 = 2\pi U_\infty \sin \alpha$  で, 無次元振動数  $k$  は半弦長  $b$  と  $U_\infty$ ,  $\omega$  により  $k = \omega b / U_\infty$  である.  $K_0, K_1$  は 0 次, 1 次の第 2 種変形ベッセル関数,  $R_e\{\}$  は実数部,  $i$  は虚数単位を示す.

翼厚分布に関する項は,

$$\left. \begin{aligned} Q &= \int_{-\infty}^{-1} \int_{-1}^1 \frac{Y_i'(\xi)}{x-\xi} d\xi dx \\ F(x) &= \int_{-1}^1 \frac{Y_i'(\xi)}{\xi-x} d\xi \\ P(x) &= \int_{-1}^x \int_{-1}^1 \frac{Y_i'(\xi)}{\xi-x} d\xi dx \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

である. 式(9)の積分は厚み分布をフーリエ級数に展開して行う (付録参照).

前報同様に, 圧力を大気圧  $p_a$  との差で考えると,

$$\begin{aligned} K_a &= (p_- - p_a) + (p_+ - p_a) \\ &= K_{c0} + 2\rho l' \partial U / \partial t \quad (10) \end{aligned}$$

となる. ここに  $l'$  は点  $C_0$  から風洞出口までの距離である. 式(7)~(10)で  $\Pi$  と  $K_a$  が求まるので, 前報同様に翼面上の圧力を

$$p_\pm - p_a = (K_a \mp \Pi) / 2 \quad (11)$$

と求め, 圧力係数  $C_p$  の形にする.

$$C_{p\pm} = (p_\pm - p_a) / (\rho U_\infty^2 / 2) \quad (12)$$

3. 実験結果との比較検討

前報で述べた様に, 圧力は時間平均値と基本周波数成分とでほぼ近似できるので, ここでも同様に扱う. 計算では翼の位置を  $-1 \leq x \leq 1$  としたが, 実験との比較では翼弦長  $c$  を用い  $0 \leq x/c \leq 1$  と表示する. また, 式(10)の計算では管端補正を行い,  $l' = 258 \text{ mm}$  とした. 表 1 に実験条件の概略値を示し, 表中の記号は以下の図に用いた記号である.

(1) 時間平均圧力

時間平均圧力  $\overline{C_p}$  の分布を図 2 に示す. (a) は  $\alpha = 0^\circ$ , (b) は  $\alpha = 5^\circ$ , (c) は  $\alpha = 7^\circ$  で記号は実験値を, 実線は  $\delta = 0.1$ ,  $k = 0.1 \sim 0.6$  の計算値を示す. 計算値は準定常成分のみが関係するので, 式(7), 式(8)より明らかなように,  $k$  の影響は無く,  $\delta^2$  の項を無視すれば定常流の値と一致する. 実験範囲  $\delta = 0.1 \sim 0.2$  では, 計算の  $\overline{C_p}$  は約 2% の差しか生じないので,  $\delta = 0.1$  の計算と実験値との比較は妥当である. なお, (a) の計算では  $\alpha = 0.1^\circ$  としたため, 前縁付近で実線が 2 本となっている. 翼厚を考慮した本計算は, 前報にくらべ圧力側, 吸込側共に実験結果と良く一致している. また, 翼の増速域から減速域への移行する状態を十分に表している.

表 1 実験条件

Symbol	○	+	△	×	◇	□
$k$	0.5	0.4	0.3	0.2	0.2	0.2
$\delta$	0.1	0.1	0.2	0.2	0.1	0.1

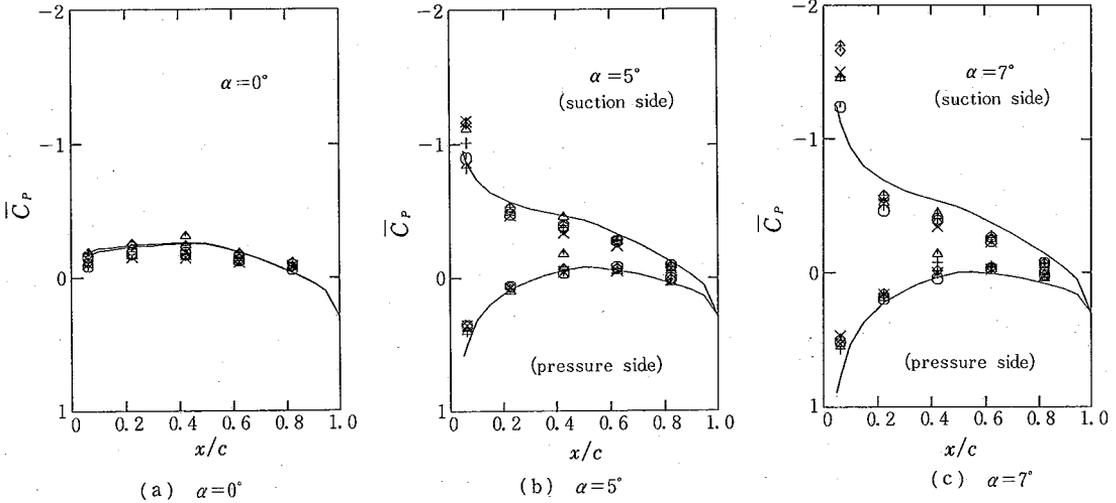


図2 時間平均圧力分布

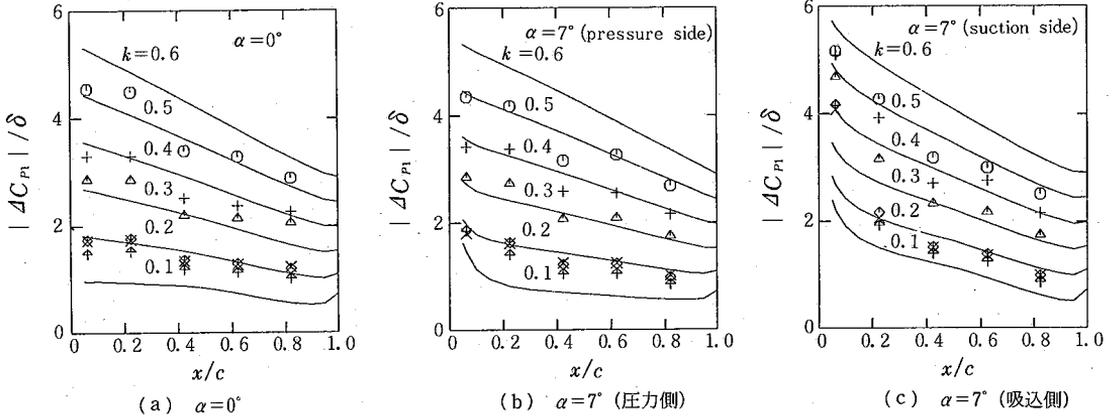


図3 圧力振幅分布

(2) 圧力振幅

圧力係数の基本周波数成分の変動振幅  $|\Delta C_{P1}|$  を流速の変動振幅  $\delta$  で割った値の分布を図3に示す。(a)は  $\alpha = 0^\circ$ , (b)は  $\alpha = 7^\circ$  の圧力側, (c)は  $\alpha = 7^\circ$  の吸込側で記号は実験を, 実線は前図と同じ条件の計算を示す。(a)の計算は  $\alpha = 0.1^\circ$  の吸込み側を示す。式(7), 式(8)より明らかのように基本周波数成分の圧力振幅を  $\delta$  で割った値は, 計算上は  $\delta$  に影響されない。また図には示していないが,  $\alpha$  の影響は吸込側の前縁付近を除くと比較的小さいことがわかった。実験と計算は, 吸込側前縁付近を除けば良く一致している。前縁付近は, 翼面上の流速が遅くなり近似精度が悪くなるためである。しかし, 前縁付近の振幅が吸込側で急激に大きくなる傾向は実験と一致している。無次元振動数  $k$  の影響は  $k$  が大きくなると圧力振幅が大きくなる。これは式(7)の第一項, 式(8)

の第一項, いわゆる付加質量の効果が支配的になることを示している。

(3) 圧力変動の流速変動に対する位相差

前報同様に基本周波数成分について位相差  $\theta$  を定義し,  $-180^\circ \sim 180^\circ$  の間で求めると図4となる。条件は実験・計算とも図3と同じである。 $\delta$  の影響は計算上無いので,  $\delta = 0.1$  の計算と実験の比較は妥当である。 $\theta$  は全て負であるので, 圧力は流速よりも進んでいる。吸込側では,  $k$  が大きくなるにつれて, 後縁付近を除いて, 位相進みが小さくなる傾向にある。さらに大きな  $k$  に対しては,  $90^\circ$  進みの一様分布に近付くように思われる。また  $\alpha$  が大きくなると, 位相進みは大きくなり実験結果とも一致している。一方圧力側では, 前縁と後縁付近で  $k$  が大きくなるにつれて位相進みは大きくなるが, 翼中央部では逆の傾向がみられ, もっと大きな  $k$  に対しては  $90^\circ$  進

研究速報

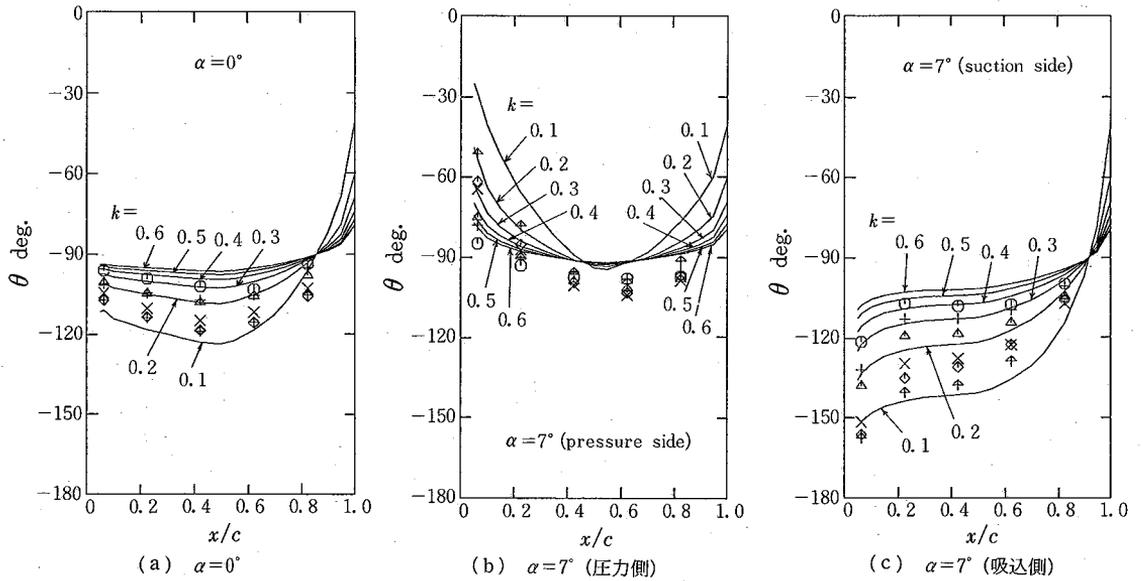


図4 位相差分布

みの一様分布に近づく傾向を示している。また、 $\alpha$ が大きくなると、位相進みは全体に小さくなり、実験結果とも一致する。以上のように、 $k$ が大きくなると  $90^\circ$  進みの一様分布に近づく傾向は、圧力振幅の項でも述べたように、付加質量の効果が支配的になるためと考えられる。

4. むすび

流速が正弦的に一様変動する流れ場に置かれた単独翼まわりの圧力分布を、薄翼近似による計算で求め、前報の実験結果と比較した。その結果、時間平均圧力、圧力振幅、圧力と流速の位相差について、薄翼近似で実験結果をかなりの精度で推定することができることがわかった。

【付録】

翼型の厚み分布  $Y_i(\xi)$  を  $\xi = \cos \varphi$  として正弦級数で近似すると、

$$Y_i(\varphi) = \sum_n A_n \sin n\varphi \tag{A-1}$$

となり、この時の係数  $A_n$  は、

$$A_n = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi Y_i(\varphi) \sin n\varphi \, d\varphi \tag{A-2}$$

で与えられる。

実験に用いた翼型に対する翼厚分布を 27 点で与え、翼型を 13 個の 2 次式で近似し、近似した翼型を式(A-2)で積分することにより  $A_n$  を求めた。19 項まで求めた結果を付表に示す。以上のように、翼厚分布をフーリエ級数で近似すると式(9)の積分は、

$$Y_i(\varphi) = \sum_n n A_n \cos n\varphi$$

付表 フーリエ級数

$n$	$A_n$	$n$	$A_n$
1	$8.61 \times 10^{-2}$	11	$-5.37 \times 10^{-5}$
2	$-1.92 \times 10^{-2}$	12	$9.95 \times 10^{-6}$
3	$-1.01 \times 10^{-2}$	13	$-3.56 \times 10^{-5}$
4	$-1.15 \times 10^{-3}$	14	$6.61 \times 10^{-5}$
5	$6.53 \times 10^{-4}$	15	$-9.30 \times 10^{-5}$
6	$-4.39 \times 10^{-4}$	16	$7.39 \times 10^{-5}$
7	$-1.37 \times 10^{-4}$	17	$-6.95 \times 10^{-5}$
8	$-3.15 \times 10^{-4}$	18	$5.92 \times 10^{-5}$
9	$1.47 \times 10^{-4}$	19	$-4.79 \times 10^{-5}$
10	$-1.64 \times 10^{-4}$		

を考慮して、次のように求まる。

$$Q = \int_{-\infty}^{-1} \int_{-1}^1 \frac{Y_i(\xi)}{x-\xi} \, d\xi \, dx = \pi \sum_n (-1)^n A_n$$

また、 $x = \cos \theta$  とすると、 $F(x), P(x)$  は、

$$F(\theta) = - \int_0^\pi \frac{\sum_n n A_n \cos n\varphi}{\cos \varphi - \cos \theta} \, d\varphi$$

$$= - \frac{\pi}{\sin \theta} \sum_n n A_n \sin n\theta$$

$$P(\theta) = \int_\pi^0 F(\theta) (-\sin \theta) \, d\theta$$

$$= - \pi \sum_n A_n (\cos n\theta - \cos n\pi)$$

となる。

(1983年5月25日受理)

参考文献

- 1) 吉識, 高間; 生産研究, 35-5 (昭和58)
- 2) 吉識ほか3名; 生産研究, 35-7 (昭和58)