

ブルドン管の応力分布

小川正義・古川 浩・笠松 勇

1. はじめに

内圧を受けるブルドン管の変形、ならびに応力については近年 F. B. Jennings, W. Wuest, R. A. Clark, E. Reissner, T. I. Gilroy 等の諸氏による論文が相次いで発表され、1952 年には ASME 特別研究委員会によって経験による過去の data の整理が行われて、圧力計としてのブルドン管が漸く注目されはじめて来たものの、その製作にはいぜんとして“cut and try methods”が用いられ、設計に当っての理論的な体系が確立されていない。

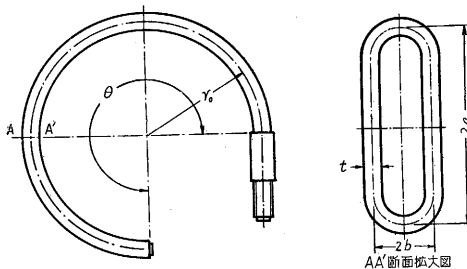
もちろん、H. Lorenz, C. Sunatani 両氏の理論を基とした長年にわたる経験によって一応大過なく製造されているが、圧力計の使用条件によってはほぼ安全係数を高くするととか、使用材料を厳選しない限り、思いがけない管破を起すことがいまだに多いようである。

これはブルドン管が動的な圧力や、繰り返して変動する圧力を受けるような非常に厳しい条件の下に置かれることにもよるが、静的な圧力が加わった場合でも、それによって生ずる応力がこれまで実験的には求められず、したがって上記の理論値に対する信頼性が確立されていないことにも起因する。今までこのような応力測定が行われなかったのはブルドン管自体が地味な存在であり、またその形状が複雑であるために正確な測定が困難であったことによるものと思われる。

筆者らは応力測定のために、特に試作した超大型ブルドンに歪ゲージを使用して、呼び圧力内における歪と応力を実験から求めたので、これと Lorentz および Sunatani 両氏の理論値との比較検討を試みた。

2. 試料としたブルドン管

供試ブルドン管は、BsP 3-1/4H 黄銅板で作った呼び圧力がそれぞれ 50kg/cm²、および 10kg/cm² の平円形断面を有する大型ブルドン管であって、その諸元および形状を第1図と第1表に示す。



第1図 ブルドン管の形状

呼び圧力 50 kg/cm² の試料は、黄銅厚板より丸棒を採取し、これを中空にしたのち平円形断面に成型し、さら

にロールで円弧状に曲げて所定の形状寸法としたものであり、呼び圧力 10 kg/cm² のものは、黄銅薄板を平円形断面を有する芯金の周りに巻き付け、接合部を溶付けし、ハンマリングを行い（溶付けによる熱の影響で失われた弾性を回復する）、芯金を引き抜いて所定断面の管とし、これを3本ロールによって円弧状にしたものである。

第1表 ブルドン管の諸元

最大使用圧力 kg/cm ²	半 径 r_0 (mm)	長 径 $2a$ (mm)	短 径 $2b$ (mm)	肉 厚 t (mm)	中心角 θ (deg)	材 質 (JIS)
50	95	40.3	11.9	3.5	254	BsP3-1/4H
10	58	40.8	5.5	1.75	290	BsP3-1/4H

試料の寸法を、普通に使用される圧力計用ブルドン管の寸法に比し、きわめて大きく選んだのは、抵抗線歪ゲージを多量に貼布する必要があるからで、また断面形状を平円形にしたのは、楕円形に比べて比較的製作が容易で、感度が良好であるばかりでなく、抵抗線歪ゲージの接着が容易かつ確実なためである。

またこのように特別に大きく作ったものではあるが、管の円弧側面の中立線上に罫書いた十字線を読取顕微鏡で測定することにより、加圧時における管端の変位曲線が呼び圧力の範囲内ではほぼ直線に近似でき、その変位量は荷重に比例していて、その性質が一般ブルドン管と全く同一であることを明らかにしてから用いた。

3. ゲージとその接着

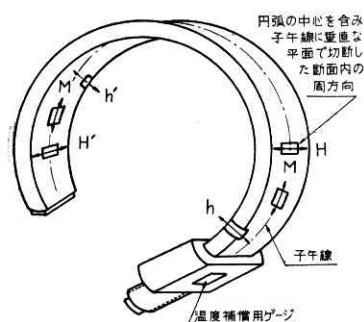
実験では内圧の変動によってブルドン管に生ずる歪を、管壁の表面に接着した多数の抵抗線歪ゲージによって抵抗変化として検出し、これを電位差として取り出すブリッジ回路および増幅器を経てメータにより直読した。

したがって歪ゲージは、曲率の大きい試料の表面に確実に接着されなければならない、その上なるべく微小な部分の局部歪を測定するため、歪ゲージの gauge length をできるだけ小さくする必要がある。使用した歪ゲージは gauge length が 3 mm で、これは現在国内で生産される最小のものである。またその gauge factor は 1.86、抵抗値は 120 Ω の paper base 巻線型で諸元を第2表に示す。

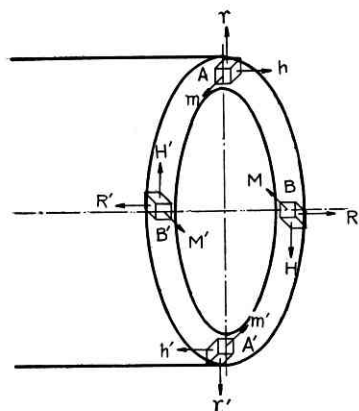
第2表 抵抗線歪ゲージの諸元

型 式	巻線距離	歪 感 度	ゲージ抵抗
paper base 格子巻線型	3 mm	$1.86 \pm 2.5\%$	$120.2 \pm 0.3 \Omega$

歪ゲージを試料に接着するために使用した接着剤は、アラルダイトゲージセメント DC-7 といわれるものに casting resine を容積 7% の割合に混合したもので、これで接着し、約 1 kg/cm² の圧力で巻き付けたテープ



第 2 図 歪ゲージの接着方向



第 3 図 管壁に生ずる応力・歪の方向

歪ゲージの接着は、第 2 図のようにした。すなわちブルドン管の背面、腹面および両側面の 4 面において、周方向に $H, H'; h, h'$; 子午線方向に $M, M'; m, m'$; 半径方向に $R, R'; r, r'$ の合計 12 方向の歪(第 3 図)を求めるのであるが、ブルドン管を shell と考えれば、半径方向の歪は微小である上に、實際上この方向の歪の検出は大変困難なのでこの測定は省略することにした。また m, m' ; 方向の歪の検出には、円弧の曲率半径が割合に小さいので、3 mm の gauge length でも長過ぎて、歪ゲージを中心線上に正しく一致してはることができず、そのため局部歪の検出が困難であることから、この方向の歪は別法によって求めることにした。

したがって測定点として、全中心角を約 5 等分した位置にそれぞれ H, H', h, h', M, M' の 6 方向合計 30 点を過ぎ、ここに歪ゲージを接着した。

また試料の取付部の比較的歪が生じない部分で、しかも測定点と同温度となる個所に動作ゲージと同種のを温度補償用として接着し、これと動作ゲージの中の 1 個とでブリッジの 2 辺を形成する。第 3 図は歪ゲージの接着方向を示したものであり、また第 3 表は歪ゲージの接着位置を試料の固定端を基点として表わした中心角(deg)で示し、各ゲージの絶縁抵抗をも併記したもので、表中のゲージ番号は接着方向を H, M, h, \dots のよう

によって接着面を加圧したまま、試料全体を恒温乾燥炉の中に入れ、 $(80 \pm 5)^\circ\text{C}$ の温度で 24 時間以上加熱乾燥したのち炉中冷却して使用した。

このようにして加圧加熱接着したのちの歪ゲージの試料に対する絶縁抵抗はきわめて良好であって、試験電圧 1.5 V の直流絶縁抵抗計で測定した絶縁抵抗は、第 3 表に示すように 20 m Ω 以上に達

第 3 表 接着後の歪ゲージの絶縁抵抗

ゲージ番号	絶縁抵抗 (M Ω)	ゲージ番号	絶縁抵抗 (M Ω)	ゲージ番号	絶縁抵抗 (M Ω)
H-31	30	h-22	28	M-12	70
H-80	35	h-74	22	M-69	24
H-136	35	h-128	30	M-126	24
H-197	30	h-188	24	M-187	28
H-221	40	h-224	22	M-237	40
H'-28	40	h'-23	24	M'-11	24
H'-80	40	h'-78	26	M'-69	22
H'-136	35	h'-134	26	M'-127	24
H'-196	30	h'-195	30	M'-188	20
H'-221	26	h'-232	28	M'-237	24

にローマ字で、接着位置はその中心角を表わす数字で示している。

4. 歪とその測定法

写真 1 はこの実験の測定装置を示したもので、(1) は最大検定圧力 50 kg/cm² の分銅油圧式圧力計検定器、(2) は試料としたブルドン管で、この管壁表面に歪ゲージを接着してある。(3) は測定点を切替えるための切替スイッチ函、(4) は歪測定範囲が $5 \times 10^{-6} \sim 1500 \times 10^{-6}$ 、ブリッジ電圧 1.5 V 以上、ブリッジ電源周波数 165 c/s の静歪測定器で、第 4 図はそのブロックダイアグラムである。

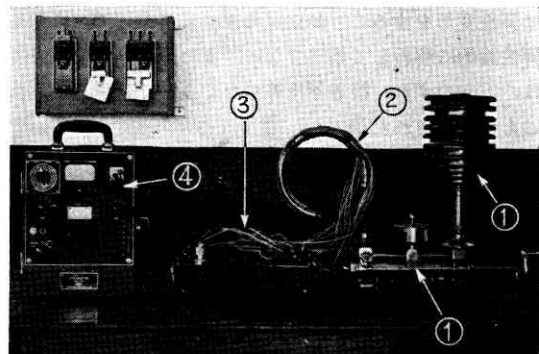
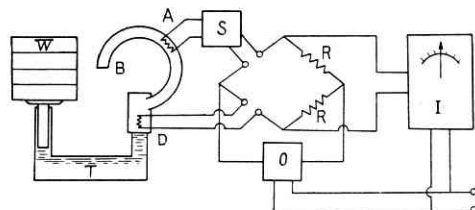


写真 1 測定装置



第 4 図 測定装置のブロックダイアグラム

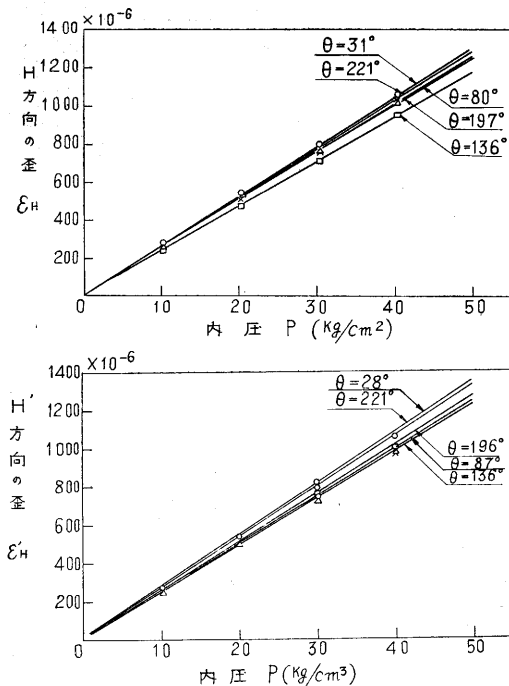
試料のブルドン管 B に、圧力計検定器 T の一方のラムの上のせた分銅 W によって 10, 20, 30, 40 kg/cm² の内圧を与える。内圧によって生じた管壁 B の歪は、測定点に接着されている動作歪ゲージ A の抵抗値を変化させる。

ブリッジの 1 辺をこの動作歪ゲージに、また、それに対応する他の 1 辺を温度補償用ゲージ D に接続し、残る 2 辺を同一温度(この場合は室内温度)にある 2 個の固

定抵抗 R としてブリッジ回路を形成する。ブリッジには発振器 O によって $3V$, 165 cps の入力電圧が与えられ、 A の抵抗変化はブリッジの不平衡となって、出力側の端子電圧の変化として表われる。この端子電圧の変化は、歪測定器 I に内蔵されている位相弁別器および増幅器を経て、計器の指針の振れとして直読でき、計器の目盛は直ちに歪を表わすように目盛られている。切替スイッチ S を利用して動作ゲージを切替えてゆけば、すべての測定点に対して歪を測定することができる。第4表は以上の方法によって測定した値で、 ε/p は歪 ε を内圧 $p\text{ kg/cm}^2$ との比をもって表わした単位圧力当りの歪である。

ブルドン管の管壁に生ずる内部応力が、その材料の弾性限内にあるならば、歪と内圧は比例するのが当然である。第5図～第7図は第4表の測定値に基いて内圧と歪との関係を示したもので、 ε_H , $\varepsilon_{H'}$, ε_M , $\varepsilon_{M'}$, ε_h , $\varepsilon_{h'}$ はそれぞれ H , H' , M , M' , m , m' の方向の歪を示している。これによれば、すべての方向の歪は正しく圧力に比例しているから、呼び圧力の範囲内であればブルドン管は弾性変形をすることが立証でき、したがって、応力も弾性論的に解析して誤りでない。また歪ゲージについては、方向のずれ、接着不良等がなく正しく動作していたことが確認された。

5. 歪 の 分 布

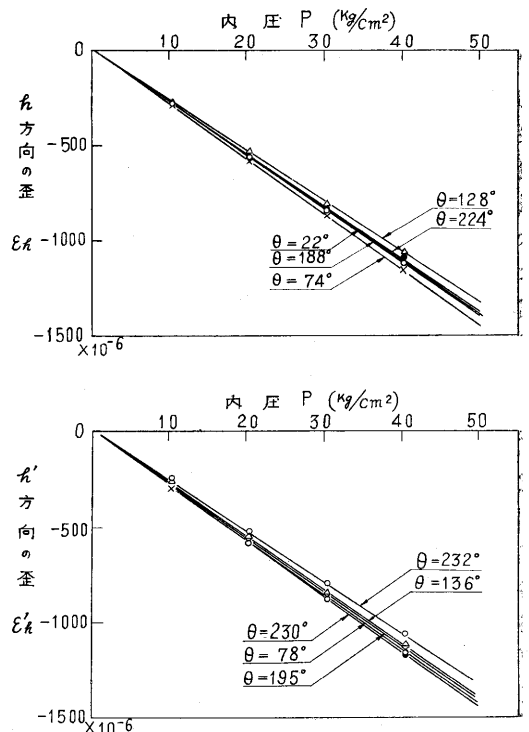


第5図 内圧と歪との関係 (50 kg/cm² 用)

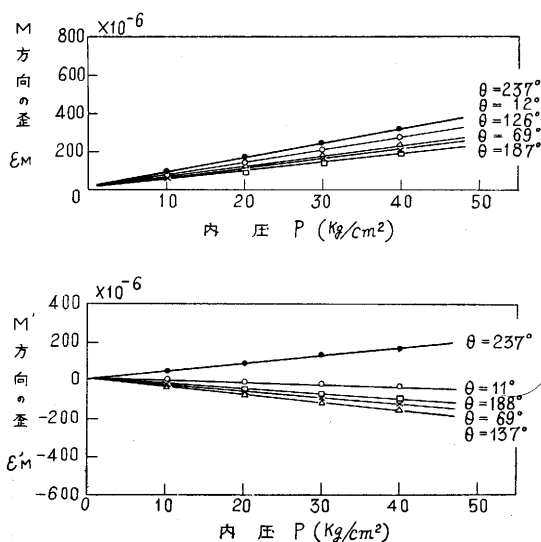
第4表 歪分布の測定値

ゲージ 番号 No.	中心角 θ (deg.)	内 圧 p (kg/cm ²)				単位圧力の歪 (ε/p) (kg/cm ²) ⁻¹
		10	20	30	40	
H-31	31	261 $\times 10^{-6}$	522 $\times 10^{-6}$	783 $\times 10^{-6}$	1044 $\times 10^{-6}$	26.1 $\times 10^{-6}$
H-80	80	253 "	506 "	758 "	1012 "	25.3 "
H-136	136	254 "	505 "	755 "	1003 "	25.2 "
H-197	197	241 "	472 "	705 "	946 "	23.6 "
H-221	221	254 "	512 "	765 "	1014 "	25.5 "
H'-28	28	274 "	52 "	800 "	1069 "	26.9 "
H'-80	80	261 "	522 "	753 "	984 "	25.2 "
H'-136	136	251 "	501 "	743 "	986 "	24.8 "
H'-196	196	255 "	512 "	766 "	1012 "	25.6 "
H'-221	221	273 "	542 "	805 "	1071 "	26.9 "
h-22	22	-287 "	-562 "	-845 "	-1118 "	-27.0 "
h-74	74	-291 "	-578 "	-867 "	-1151 "	-28.9 "
h-128	128	-269 "	-538 "	-804 "	-1058 "	-26.7 "
h-188	188	-279 "	-560 "	-827 "	-1116 "	-28.0 "
h-224	224	-279 "	-553 "	-842 "	-1100 "	-27.6 "
h'-23	23	-292 "	-588 "	-888 "	-1178 "	-29.4 "
h'-78	78	-289 "	-578 "	-865 "	-1138 "	-23.7 "
h'-136	136	-289 "	-573 "	-855 "	-1128 "	-28.4 "
h'-195	195	-291 "	-579 "	-865 "	-1152 "	-28.9 "
h'-232	232	-259 "	-533 "	-797 "	-1066 "	-26.7 "
M-12	12	68 "	135 "	199 "	266 "	6.68 "
M-69	69	51 "	101 "	149 "	199 "	5.00 "
M-126	126	57 "	112 "	166 "	219 "	5.54 "
M-187	187	48 "	96 "	140 "	186 "	4.69 "
M-237	237	78 "	154 "	227 "	300 "	7.59 "
M'-11	11	-16 "	-21 "	-33 "	-47 "	-1.11 "
M'-69	69	-32 "	-63 "	-94 "	-124 "	-3.13 "
M'-127	127	-34 "	-68 "	-101 "	-134 "	-3.37 "
M'-188	188	-29 "	-56 "	-82 "	-110 "	-2.77 "
M'-237	237	41 "	82 "	119 "	159 "	4.01 "

第4表によって横軸に中心角、縦軸に歪をとれば、固定端より自由端までの歪分布曲線を描くことができる。第8図はこのようにして表わした歪分布曲線である。ただ m , m' 方向の歪は実測したものではないが、両者と



第6図 同上



第 7 図 同上

も M, M' 方向の中性線上の歪に相当するものであると考え、

$$\varepsilon_m = \varepsilon_m' = (\varepsilon_M + \varepsilon_M')/2 \quad (5.1)$$

として計算から求めた。

さらにまた、 R, R' ; および r, r' 方向の歪も実測したものではないが、応力を解析する場合、3 軸応力平面歪と考えるならば

$$\varepsilon_R = \varepsilon_R' = 0 \quad (5.2)$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r' = 0 \quad (5.3)$$

が成立し、平面応力 3 軸歪と考えるならば

$$\varepsilon_R = -(\varepsilon_H + \varepsilon_M)/(m-1) \quad (5.4)$$

$$\varepsilon_R' = -(\varepsilon_H' + \varepsilon_M')/(m-1) \quad (5.5)$$

$$\varepsilon_r = -(\varepsilon_h + \varepsilon_m)/(m-1) \quad (5.6)$$

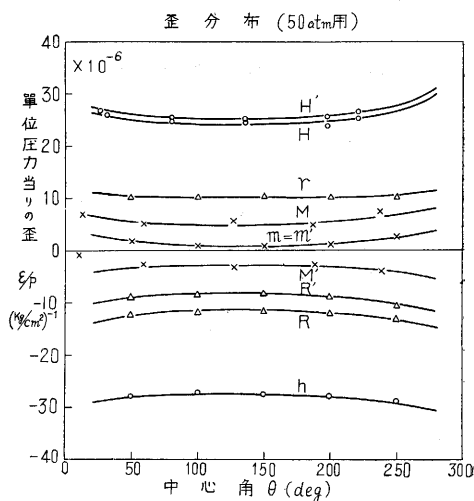
が成立する。ただし m はポアソン数。

第 8 図の m, R, R', r はそれぞれ式 (5.1), (5.4), (5.5), (5.6) によって計算した $\varepsilon_m = m'$, $\varepsilon_R, \varepsilon_R', \varepsilon_r$ の値である。

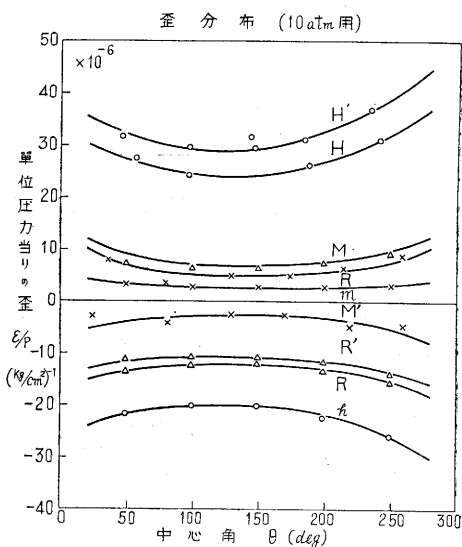
第 9 図は呼び圧力 10 atm の試料における歪分布で、その傾向は 50 atm 用の歪分布曲線とはほぼ同ようである。

6. 応 力

測定した歪から応力を求めるには次のようにした。求めた歪はおのおのがある一点における 3 軸歪を表わしてはおらず、それぞれ同一断面上の独立した位置における 3 方向の歪であるに過ぎない。局部応力を知る上には、このような状態では都合がわるいので、これらの歪を同じ断面上の一点の 3 軸歪に換算しておく必要がある。それに



第 8 図



第 9 図

は第 8 図の歪分布曲線から、ある一定のいくつかの断面（ここでは中心角が 50°, 100°, 150°, 200° および 250° の 5 断面）を選びこの断面上における 3 組の 3 軸歪 $\varepsilon_H, \varepsilon_M, \varepsilon_R; \varepsilon_H', \varepsilon_M', \varepsilon_R'; \varepsilon_h, \varepsilon_m, \varepsilon_r$ を求めた。第 5 表は以上の方法で整理した歪であって、解析には本表の数値を使用することにする。

一般に、応力は 3 軸応力 3 軸歪とした

第 5 表 一定断面上の単位圧力当りの歪 (50 atm 用)

中心角 θ (deg)	$B \text{ [kg/cm}^2\text{]}^{-1}$			$B' \text{ [kg/cm}^2\text{]}^{-1}$			$A \text{ [kg/cm}^2\text{]}^{-1}$		
	ε_H/p	ε_M/p	ε_R/p	ε_H'/p	ε_M'/p	ε_R'/p	ε_h/p	ε_m/p	ε_r/p
50	25.7×10^{-6}	5.8×10^{-6}	-12.3×10^{-6}	25.8×10^{-6}	-2.6×10^{-6}	-9.0×10^{-6}	-28.2×10^{-6}	1.6×10^{-6}	10.3×10^{-6}
100	25.2 "	5.1 "	-11.8 "	25.0 "	-3.3 "	-8.5 "	-27.4 "	0.9 "	10.3 "
150	25.2 "	4.9 "	-11.7 "	24.9 "	-3.3 "	-8.4 "	-27.8 "	0.8 "	10.5 "
200	25.4 "	5.3 "	-11.9 "	25.7 "	-2.8 "	-9.0 "	-28.2 "	1.3 "	10.4 "
250	26.4 "	6.4 "	-12.7 "	29.0 "	-1.1 "	-10.8 "	-29.2 "	2.6 "	10.3 "

$$\left. \begin{aligned} \sigma_H &= mE\{(m-2)\varepsilon_H + \varepsilon_V\}/(m+1)(m-2) \\ \sigma_M &= mE\{(m-2)\varepsilon_M + \varepsilon_V\}/(m+1)(m-2) \\ \sigma_R &= mE\{(m-2)\varepsilon_R + \varepsilon_V\}/(m+1)(m-2) \\ \varepsilon_V &= \varepsilon_H + \varepsilon_M + \varepsilon_R \end{aligned} \right\} (6.1)$$

によって取り扱うのが普通であるが、ブルドン管の場合には shell として考えた方がむしろ妥当である場合も多く、実験では H, M 2 方向の歪測定は比較的容易であるのに、 R 方向の歪はどんな方法を用いても大変困難であるため、ここでは 3 軸応力平面歪

$$\left. \begin{aligned} \sigma_H &= mE\{(m-1)\varepsilon_H + \varepsilon_M\}/(m+1)(m-2) \\ \sigma_M &= mE\{(m-1)\varepsilon_M + \varepsilon_H\}/(m+1)(m-2) \\ \sigma_R &= mE\{(\varepsilon_H + \varepsilon_M)\}/(m+1)(m-2) \\ [\varepsilon_R &= 0] \end{aligned} \right\} (6.2)$$

および平面応力 3 軸歪

$$\left. \begin{aligned} \sigma_H &= mE(m\varepsilon_H + \varepsilon_M)/(m^2 - 1) \\ \sigma_M &= mE(m\varepsilon_M + \varepsilon_H)/(m^2 - 1) \\ [\sigma_R &= 0, \therefore \varepsilon_R = -(\varepsilon_H + \varepsilon_M)/(m-1)] \end{aligned} \right\} (6.3)$$

として計算を行うことにする。

従来ブルドン管の応力を求めた論文はいずれもみごとに解を算出しているが、平面応力のみが存在し、かつ剪断応力は無視できるものとして取り扱っているのがほとんどである。このような仮定がどの程度実際と一致するものか、ここでは上記の 2 方法による計算を行い、その違いの程度をしらべ、のちに H. Lorenz, C. Sunatani の両理論式との比較を行った。

本実験では $1/m = 0.28$, E (ヤング率) $= 0.98 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ であるから、3 軸応力平面歪として取り扱うと第 6 表また平面応力 3 軸歪として取り扱えば第 7 表の値をとることになる。

第 10, 第 11 両図はそれぞれ第 6, 第 7 表をもとに描

第 6 表 3 軸応力平面歪としたときの応力

中心角 (deg.)	単位圧力当りの応力 (kg/cm^2)	単位圧力当りの応力 (kg/cm^2)	単位圧力当りの応力 (kg/cm^2)
θ	σ_H/ρ	σ_M/ρ	σ_R/ρ
50	35.0	19.8	15.3
100	34.0	18.7	14.8
150	33.9	18.4	14.7
200	34.4	19.0	15.0
250	36.1	20.8	16.0

第 7 表 平面応力 3 軸歪としたときの応力

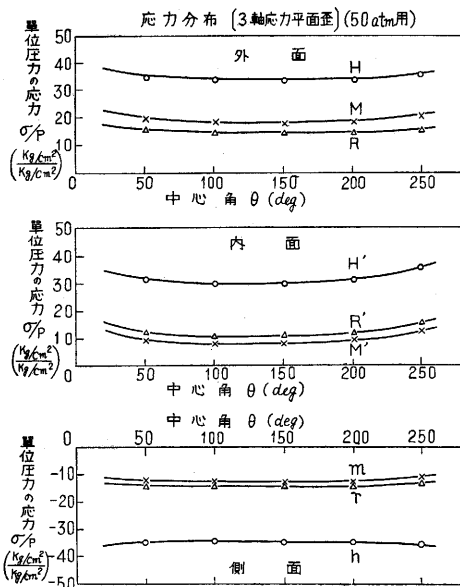
中心角 (deg.)	単位圧力当りの応力 (kg/cm^2)	単位圧力当りの応力 (kg/cm^2)
θ	σ_H/ρ	σ_M/ρ
50	29.2	13.9
100	28.5	13.0
150	28.5	12.7
200	28.8	13.3
250	30.1	14.7

中心角 (deg.)	単位圧力当りの応力 (kg/cm^2)	単位圧力当りの応力 (kg/cm^2)	単位圧力当りの応力 (kg/cm^2)
θ	σ_H'/ρ	σ_M'/ρ	σ_R/ρ
50	30.9	9.3	11.3
100	29.7	8.1	10.5
150	29.5	8.0	10.5
200	30.7	9.0	11.2
250	35.7	12.7	14.6

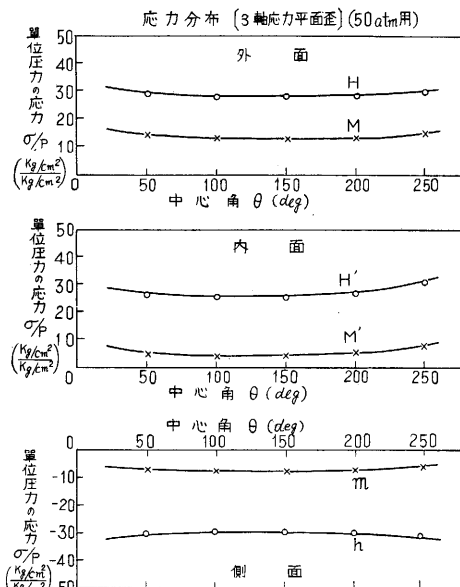
中心角 (deg.)	単位圧力当りの応力 (kg/cm^2)	単位圧力当りの応力 (kg/cm^2)
θ	σ_H'/ρ	σ_M'/ρ
50	26.8	4.9
100	25.7	4.0
150	25.6	3.9
200	26.7	4.7
250	30.8	7.5

中心角 (deg.)	単位圧力当りの応力 (kg/cm^2)	単位圧力当りの応力 (kg/cm^2)	単位圧力当りの応力 (kg/cm^2)
θ	σ_h/ρ	σ_m/ρ	σ_r/ρ
50	-34.5	-11.7	-13.0
100	-33.9	-12.2	-12.9
150	-34.4	-12.5	-13.2
200	-34.7	-12.1	-13.1
250	-35.2	-11.0	-13.0

中心角 (deg.)	単位圧力当りの応力 (kg/cm^2)	単位圧力当りの応力 (kg/cm^2)
θ	σ_h/ρ	σ_m/ρ
50	-29.7	-6.7
100	-29.0	-7.2
150	-29.6	-7.4
200	-29.8	-7.0
250	-30.4	-5.9



第 10 図 (a), (b), (c)

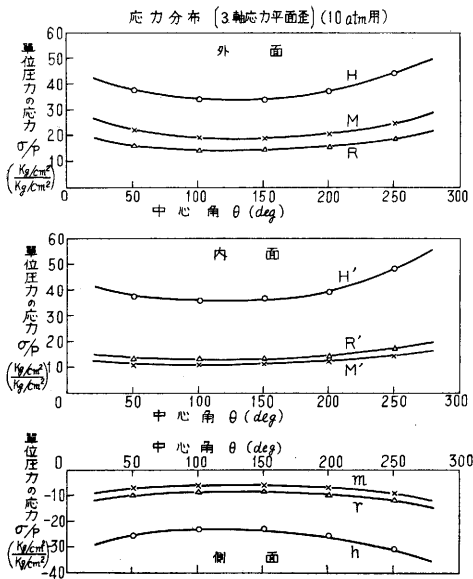


第 11 図 (a), (b), (c)

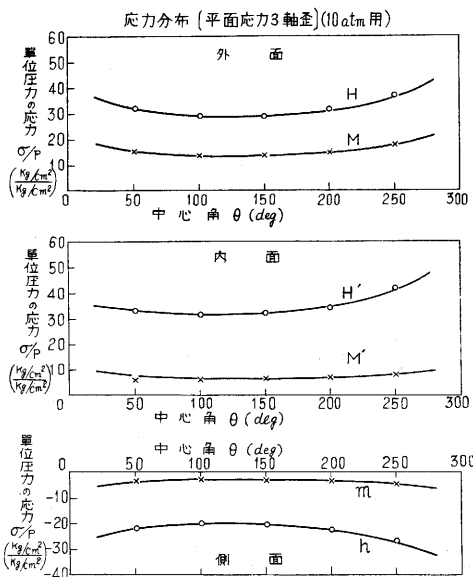
いた応力分布曲線で試料は 50 atm 用のブルドン管である。両図の上の図 (a) は第 2 図における B 点、すなわち背面の、また中の図 (b) は B' 点、すなわち腹面の、さらに下の図 (c) は側面の応力をそれぞれ示したものである。これらはいずれも同じ傾向にあるが、平面歪の応力に比べて 3 軸歪の応力はやや小さな値となって表われている。

次におのおのの図について背、腹、側各面の応力の大きさを比較すれば、いずれも背面が最も大きく、側面、腹面がこれに次ぐ値を示している。

また両図から 3 方向の応力の大小を比較すれば、背、



第 12 図



第 13 図

腹側 3 面のいずれにおいても, H , H' , h 方向, すなわち円周方向応力が最大となっている. 第 12 図と第 13 図はそれぞれ 10 atm 用試料についての応力分布図で 50 atm 用のものとはほぼ同じ傾向を示す.

7. Lorenz の理論に基づく応力との比較

H. Lorenz はブルドン管の形状を一平面上にある長短両半径がそれぞれ a および b である楕円が, それと同一平面上にあって楕円の長径に平行な直線の回りに回転するときに行ける回転面をかこまれる容器と考え, 管体の壁厚は管内における剪断応力の作用を無視しても差支えない程度に薄いものであると仮定した(第 14 図). このように考えると容器に一樣な内圧 p が作用したとき

壁内に生ずる周方向の応力 σ_{HL} (ring stress, 本論の σ_H , $\sigma_{H'}$, σ_h) および子午線応力 σ_{ML} (meridian stress, 本論の σ_M , $\sigma_{M'}$, σ_m) とが求められる.

また, 管厚が t , 曲率半径が ρ' および ρ'' で, 辺の長さが dS' および dS'' である管壁から切り取った四角な要素 (第 15 図) に, 二つの応力 σ_{ML} , σ_{HL} がそれぞれ断面 tdS'' および tdS' に作用すると考える. この二つの応力は内圧と外圧との圧力差 p と平衡するのであるが,

この平衡式と第 14 図における管壁の任意の点 P に関する楕円の方程式より計算を行うと周応力 σ_{HL} は次の形になる.

$$\sigma_{HL} = \frac{p}{2t} \frac{2x(x-x_0)(a^2-b^2)+b^4}{a\sqrt{(a^2-b^2)(x-x_0)^2+b^4}} \quad (7.1)$$

また子午線応力 σ_{ML} は次式で表わすことができる.

$$\sigma_{ML} = \frac{p}{2t} \frac{x+x_0}{ax} \sqrt{(a^2-b^2)(x-x_0)^2+b^4} \quad (7.2)$$

式 (7.1), (7.2) を用いて σ_H , $\sigma_{H'}$, σ_h および σ_M , $\sigma_{M'}$, σ_m の平面応力を求めることができる. すなわち第 14 図から明らかなように式 (7.1), (7.2) において $x=r_0$, $x=r_0+b$ とおけば σ_H , σ_M が, $x_0=r_0$, $x_0=r_0-b$ とおけば $\sigma_{H'}$, $\sigma_{M'}$ が また $x_0=x=r_0$ とおけば σ_h , σ_m をそれぞれ求めることができる. したがって

$$\sigma_{HL} = p \frac{2r_0(a^2-b^2)+(2a^2-b^2)b}{2ta^2} \quad (7.3)$$

$$\sigma_{ML} = p \frac{(2r_0+b)b}{2t(r_0+b)} \quad (7.4)$$

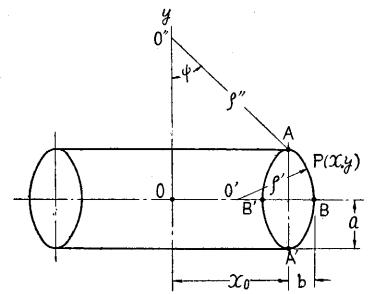
$$\sigma_{H'L} = p \frac{2r_0(a^2-b^2)-(2a^2-b^2)b}{2ta^2} \quad (7.5)$$

$$\sigma_{M'L} = p \frac{(2r_0-b)b}{2t(r_0-b)} \quad (7.6)$$

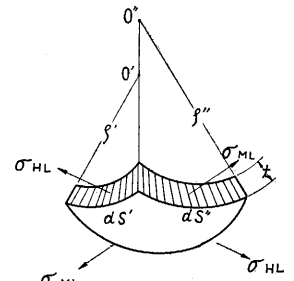
$$\sigma_h = p \frac{b^2}{2ta} \quad (7.7)$$

$$\sigma_m = p \frac{b^2}{ta} \quad (7.8)$$

式 (7.3)~(7.8) に対して本実験に用いた試料の寸法 $a=20.15\text{mm}$, $b=5.95\text{mm}$, $r_0=95\text{mm}$, $t=3.5\text{mm}$ を代入して単位圧力当りの応力を計算すると第 8 表を得



第 14 図



第 15 図

第8表 H. Lorenz の理論による単位圧力当りの応力
 $\left(\frac{\text{kg/cm}^2}{\text{kg/cm}^2}\right)$

試料	σ_{HL}/p	σ_{ML}/p	σ_{HL}'/p	σ_{ML}'/p	σ_{hL}/p	σ_{mL}/p
50atm	26.5	1.6	23.1	1.75	0.25	0.5
10atm	34.1	1.5	30.9	1.6	0.1	0.2

第9表 実験値と理論値の比較 [50 kg/cm² 用]

		単位圧力当りの応力 $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} / \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$								
		外 面			内 面			側 面		
		σ_H/p	σ_M/p	σ_R/p	σ_H'/p	σ_M'/p	σ_R'/p	σ_h/p	σ_m/p	σ_r/p
実験値	3軸応力平面歪	33.9	18.4	14.7	29.5	8.0	10.5	-34.4	-12.5	-13.2
	平面応力3軸歪	28.5	12.7	0	25.6	3.9	0	-29.6	-7.4	0
理論値	Lorenz	26.5	1.6	0	23.1	1.7	0	0.2	0.5	0
	砂 谷	15.9	0.9	0	16.6	0.9	0	0.9	0	0

第10表 理論値と実験値の比較 [10kg/cm² 用]

		単位圧力当りの応力 $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} / \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$								
		外 面			内 面			側 面		
		σ_H/p	σ_M/p	σ_R/p	σ_H'/p	σ_M'/p	σ_R'/p	σ_h/p	σ_m/p	σ_r/p
実験値	3軸応力平面歪	33.9	19.0	14.8	36.7	11.7	13.5	-23.4	-6.2	-8.3
	平面応力3軸歪	28.3	13.4	0	31.7	6.4	0	-20.4	-2.9	0
理論値	Lorenz	34.1	1.5	0	30.9	1.6	0	0.1	0.2	0
	砂 谷	47.3	0.9	0	44.2	0.9	0	0.9	0	0

第11表 50kg/cm² 用と 10kg/cm² 用の実験値

		単位圧力当りの応力 $\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} / \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$								
		外 面			内 面			側 面		
		σ_H/p	σ_M/p	σ_R/p	σ_H'/p	σ_M'/p	σ_R'/p	σ_h/p	σ_m/p	σ_r/p
3軸応力	50kg/cm ² 用	33.9	18.4	14.7	29.5	8.0	10.5	-34.4	-12.5	-13.2
	平面歪 10kg/cm ² 用	33.9	19.0	14.8	36.7	11.7	13.5	-23.4	-6.2	-8.3
平面応力	50kg/cm ² 用	28.5	12.7	0	25.6	3.9	0	-29.6	-7.4	0
	3軸歪 10kg/cm ² 用	28.3	13.4	0	31.7	6.4	0	-20.4	-2.9	0

る。これをわれわれの実験値と比較するのに、理論式は楕円断面形についてであり、本実験は平円断面形についてであるから、その違いは考慮しなければならないが、それにしても第8表の周方向応力の値は第9, 10, 11表の実験値とかなりよく一致している。子午線方向応力は理論値も実験値も周方向応力より小さいが、実験値では理論値より遙かに大きくなっている。

8. C. Sunatani の理論に基づく応力との比較

Sunatani はブルドン管に生ずる応力を、次の2種類であると考えた。すなわち、1つはブルドン管の子午線を含む断面において、子午線に沿って作用する応力（これを normal stress と名付けている。本論における子午線応力 σ_M , σ_M' , σ_m ）で、他の1つは子午線に垂直な方向に作用する応力（これを fiber stress と名付けている。本論における周応力 σ_H , σ_H' , σ_h ）である。

第16図は、ブルドン管の子午線に直角な断面を示し

たものであって、ブルドン管の受ける内圧 p は管内に様に作用し、管壁の厚さ t は全断面

に一樣であり、かつ断面は

第16図

二つの垂直軸 ox , oy に関して対称であるとするならば、断面上の一点 P の受ける反力 R と曲げモーメント M とによって、断面中立線 AB , $A'B'$ に沿った周応力が作用する。

この周応力 σ_{HS} は次の式で表わすことができる。

$$\sigma_{HS} = \pm \frac{M}{I} h + \frac{R}{tds} \sin(\Psi - \phi) \quad (8.1)$$

ここで、 I は P 点における管壁の断面二次モーメント、 h は断面のわん曲中心面から管壁までの距離、 ds は厚さの方向に対して垂直に測った微小円弧の長さ、 M は P 点における曲げモーメント、 R は P 点において半径方向のベクトル \overline{OP} に対し垂直方向に働らく反力、 Ψ および ϕ は図示のような角である。Cayère の理論によってこれを変形し本実験に適合する形に導けば、次のようになる。

$$\sigma_{HS} = p \frac{b}{t} \left\{ \frac{3}{t} (a-b) + 1 \right\} \quad (8.2)$$

$$\sigma_{HS}' = p \frac{b}{t} \left\{ \frac{3}{t} (a-b) - 1 \right\} \quad (8.3)$$

$$\sigma_{hs} = p \frac{a}{t} \left\{ \frac{3}{t} (a-b) + 1 \right\} \quad (8.4)$$

子午線応力 σ_{MS} は、ブルドン管の中空部分の断面積を A_0 、管壁の断面積を A_w とすれば、

$$\sigma_{MS} = \sigma_{MS}' = \sigma_{ms} = p A_0 / A_w \quad (8.5)$$

となる。

第9表は、式 (8.2), (8.3), (8.4) および (8.5) より求めた、単位圧力当りの応力を示したものである。

やはり、周方向応力が最大で子午線方向応力は、はるかに小さい。しかし第10, 11, 12表の実験値に比べるといずれも小さく、Lorenz に基づく値よりも実験値との差が大きい。

第12表 C. Sunatani の理論による単位圧力当りの応力 $\left(\frac{\text{kg/cm}^2}{\text{kg/cm}^2}\right)$

試料	σ_{HS}/p	σ_{MS}/p	σ_{HS}'/p	σ_{MS}'/p	σ_{hs}/p	σ_{ms}/p
50atm	15.9	0.9	16.6	0.9		0.9
10atm	47.3	0.9	44.2	0.9		0.9

9. む す び

以上のことを総合すると次のような結論が得られる。

(1) ブルドン管に生ずる同一方向の応力は、円弧上のどの断面をとっても中心角 θ にかかわらずほぼ一定な値を示し、このことは内面、外面、側面とも共通している。

(2) 同一断面では周方向応力が最大で、 σ_H/p , σ_H'/p

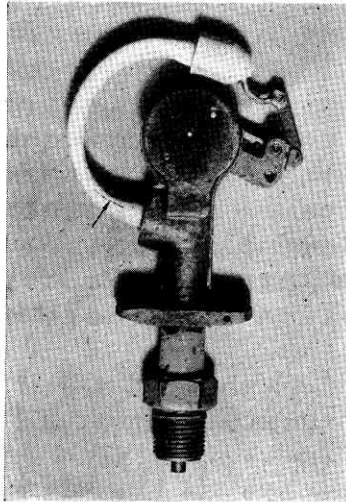


写真 2

σ_H/p の値はほぼ同じ程度である。写真 2 は管破したブルドン管の実例で、固定端の近くで断面が変化している付近から割れが入り、自由端方向に延びているが、これは周方向応力によるものと見做されて、実験結果と一致している。

(3) 外面、内面における σ_H/p と σ_H'/p は Lorenz の理論が割合によく一致し、砂谷の理論はややずれているようである。

(4) 子午線方向の応力は理論値と実験値の一致をみない。しかし設計に当っては最大値を採っているので子午線方向応力は問題でなく、周方向応力を用いて来たので偶然にも今まで大過なく来たものと思われる。

(5) 3 軸応力平面歪の方が平面応力 3 軸歪よりも少し大きく出るが設計上からはそれ程大差があるものとは思われない。

したがって静的圧力に対する管壁の応力は、Lorenz の式を用いて算出した値より少し大きくとり、使用条件によって安全係数を適当に定めればよい。ただし繰返し圧力が変動する場合はよほど安全係数を大きくとり材料を厳選しないと管破を起す原因となる。

終りに末筆ながら、本実験の試料作成にあたり、種々ご便宜を与えていただいた東京計器研究部長山口隆男、同設計課長真木守俊の両氏に厚く御礼申し上げる。

(1958. 5. 13)

文 献

- 1) H. Lorenz; V.D.I. Bd. 54, Nr. 44, 29 Okt. (1910, S. 1865—1867)
- 2) BANTLIN, A., Formänderung und Beanspruchung federnder Ausgleichsröhren, V.D.I. 54, 43—49 (1910)
- 3) Von Dr. Th. V. Kármán; Über die Formänderung dünnwandige Rohre, insbesondere Feder-ausgleichrohre.; Band 5. Nr 45, 11 November (1911)

- 4) Lorenz, H., Die Biegung krummer Rohre, Physik, Z. 13, 768—774 (1912)
- 5) Chido Sunatani; The Theory of a Bourdon Tube Pressure Gauge and an Improvement in its Mechanism. 機械学会誌, 大正 13 年 7 月 (1923)
- 6) Timoshenko, S., Bending Stresses in Curved Tubes of Rectangular Cross Section, Trans. Am. Soc. Mech. Engs, 45, 135—140 (1923)
- 7) M. Tsueda, Memo. Coll. Engin. Kyoto Imperial University (1934) Vol. IX No. 3 and (1936) Vol. VIII, No. 2
- 8) C.B. Biezno und J.G. Koch, Proc. Amsterdam 44 (1940) S. 779 und 914
- 9) KARL, H. Biegung gekrümmter, dünnwandiger Rohre, Z. Angew. Math. Mech., 23, 331—345 (1943)
- 10) The Review of Scientific Instrument, Vol. 14, No. 2, Februar, (1943) p. 46—p. 47, A Method of Increasing the Sensitivity of Bourdon Gauges.
- 11) Beskin, L. Bending of Curved Thin Tubes, J. Applied Mechanics, 12, A1—A7 (1945)
- 12) Einige Berechnungs-beispiele Finden Sich in Technik 3(1948) S. 24 Bild 3.
- 13) Ergebnisse der Rechnung, S.W. West. Technik 3(1948) S. 23; Vol. Auch Bild 4 der Vorliegenden Arbeit.
- 14) Huber, M.T., Pure Bending of Curved Thin-Walled Tubes of Elliptic Cross Section, (In Polish) Arch. Mech. 1—22 (1949)
- 15) R.A. Clark and E. Reissner, J. Appl. physics 21(1956) S. 1340
- 16) R.A. Clark, On the theory of Thin Elastic Toroidal Shell, Journ. Math. & Phys. Oct 1950 p. 146—178
- 17) R.A. Clark and E. Reissner; Bending of Curved Tubes, Advances in App. Mech, Vol. 11, 1951, p. 93—122
- 18) R.A. Clark, T.I. Gilrory and E. Reissner; J. Appl. Mech. Paper No. 51 (1951)
- 19) R.A. Clark & T.I. Gilrory & E. Reissner; Stress and Deformation of Troidal Shells of Elliptical Cross Section, Journ. Appl. Mech, (1952) Vol. 19 No. 1 p. 37—48
- 20) W. Wuest, Influence of the Cross Section Form on the Behaviour of Bourdon Tube, Ing-Arch. 20 Heft 2. S. 116—125 (1952)
- 21) R.A. Clark & E. Reissner, A Problem of Bending of Troidal Shells, Quarterly App. Math. No 1 (1953) p. 335—346
- 22) 小川, 古川, 笠松; ブルドン管圧力計について, 生産研究 (1954) 1.
- 23) 古川, 笠松; ブルドン管の円弧について, 中大 70 周年記念論文集 (1955) 11.
- 24) V.D.I.—Z, Bd. 97 (1955) N 35 Dezember 1277—1278, Die Berechnung von Hochdruck-Bourdon-feder.
- 25) 小川, 古川, 笠松; ブルドン管圧力計について, 生産研究 (1956) 1.
- 26) H.L. Mason, Washington, D.C.; Sensitivity and Life Data on Bourdon Tubes; A.S.M.E. January (1956)
- 27) Jennings Beverly, Mass; Theory on Bourdon Tubes A.S.M.E, January (1956)

正 誤 表 (5月号)

頁	段	行	種別	正	誤
3	右	5	本文	ただし M	ただし N
"	"	8	"	(4) 式	(5) 式
6	左	13	"	4.5倍ないし	4,5ないし
7	右	10	"	第 12 図	第 13 図
15	左	3	本文	アドミタンス	マドミタンス
16			第 1 表	${}^6\text{Li} + {}^2\text{D} \rightarrow {}^2\text{He}$	${}^6\text{Li} + {}^2\text{D} \rightarrow {}^4\text{He}$
18	右	2	本文	$\bar{E} = 1.5\text{eV}$	$= \bar{E} 1.5\text{eV}$
20	左	9	"	上 限	上 記
21	右	12	"	起電力	超電力