

北海道演習林トドマツ立木幹材積表の調製

A Preparation of the Volume Table for Saghalien Fir (*Abies sachalinensis*) Trees of the University Forest in Hokkaido

前沢 完次郎*, 河 原 漢**

Kanjiro MAEZAWA* and Shigeru KAWAHARA**

I ま え が き

北海道演習林は、天然林施業の研究についてながい歴史を有するが、とくに昭和30年代に入ってから、独自の方式にもとづく大規模な施業実験が計画され、今日迄長期にわたって継続実施されている。この施業実験との関連もあって、針葉樹および広葉樹についての材積表改訂問題が、第8期検訂以前から提起され、そのための資料収集が当時長期間にわたって行われた。

昭和38年にいたり、針葉樹、広葉樹それぞれについて、とりまとめが始められた。針葉樹については、I類（エゾマツ・トドマツ）、II類（イチイ）とし、I類については調査対象林分の樹高生長の良否に対応して2表が調製された。また広葉樹については、I：ヤチダモ群、II：ミズナラ群と2群に区分表示した材積表が調製された⁽³⁾。なお、これらの材積表は、すべて1変数（胸高直径）を用いたものであった。

北海道演習林においては、ながい間これらの材積表が使用されているが、近年における施業関連技術の高度化並びに各種試験研究の進行にともない、今日においては、さらに精度の高い材積表も必要とされるにいたった。このような新しい要請に対応すべく、当時の資料のうちからトドマツ分だけをとり出し、あらためて対象樹種をトドマツに限定した材積表の調製を試みた。すなわち、本文は、その検討結果とそれに関連した種々の問題について考察を加えたものである。

* 東京大学農学部演習林本部

Administration Office of the University Forests, Faculty of Agriculture, University of Tokyo.

** 東京大学農学部北海道演習林

University Forest in Hokkaido, Faculty of Agriculture, University of Tokyo.

当時ながい期間にわたって、資料の収集に努力された北海道演習林関係職員の方々に、あらためて深く謝意を表する次第である。また、この研究を進めるにあたり、いろいろな面でご教示いただいた東京理科大学芳賀敏郎教授にここから感謝する。

II 資 料

本文に示す材積表の調製に用いられた資料は、昭和20年前後から10数年にわたって、北海道演習林内各地域から収集されたものである。その殆んどは、この間の風倒木であるが、官斫木も一部含まれている。総本数は1479本をかぞえるが、それらを林班別に示すと表—1のようである。

表—1 林班別資料木本数

林 班	本 数	林 班	本 数
8	2	58	16
10	22	59	6
12	2	60	534
13	6	61	40
15	206	65	42
19	26	80	1
24	3	81	4
33	13	86	16
46	5	97	6
47	27	99	12
53	48	102	15
55	382	103	15
56	30	計	1,479

注) 資料の収集後、昭和27年7月に、次の林班において、所管換にともなう変更があった。

55林班：全林地が農地となった。現在、同林班は欠。

53林班：大部分の林地が農地となり、残りは52林班d小班へ編入替え。現在、同林班は欠。

60林班：大部分の林地が農地となった。

56, 59, 61林班：林地の一部分が農地となった。

1) 幹材積計算

幹材積計算のための測定は、次のように行なわれた。

胸高直径 (d) は、地際から1.3m の位置における直径とし、直径測定には1cm括約の直径巻尺を用いた。

樹高 (h) は、樹幹の頂点から地際までの長さとし、測定はcm単位とした。

材積 (v) 計算は、2 m 区分の Huber 式区分求積法を用い、 m^3 単位として小数点以下4桁ま

で計算した。地際から順次区分された各部位の直径測定は、1)の場合と同様にした。

なお、測定はすべて資料木を伐倒して行なわれた。

2) 資料特性値

資料の特性を示す各種の統計値を求めると表-2 のようである。また、それらの分布を示す

表-2 資料特性値

項 目	平 均 値	最 小 値	最 大 値	標 準 偏 差
d (cm)	35.2	10.0	74.0	12.3
log d	1.5167	1.0000	1.8692	0.1652
h (m)	21.1	7.7	35.0	4.6
log h	1.3118	0.8865	1.5434	0.1029
v (m ³)	1.2135	0.0457	5.6465	0.9407
log v	-0.0724	-1.3401	0.7518	0.4089

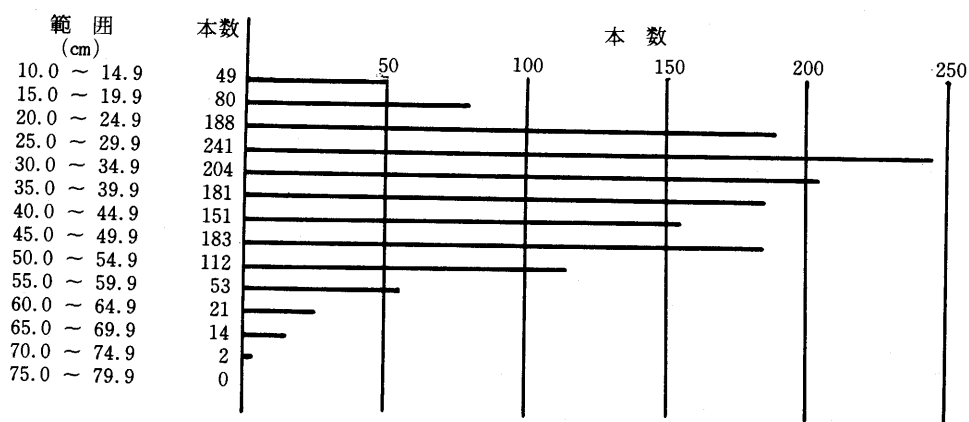


図-1 d の分布

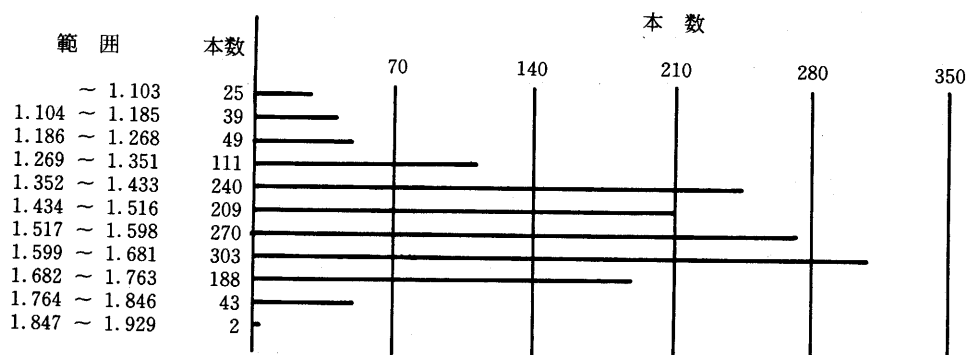


図-2 log d の分布

と、図-1～図-6のようである。

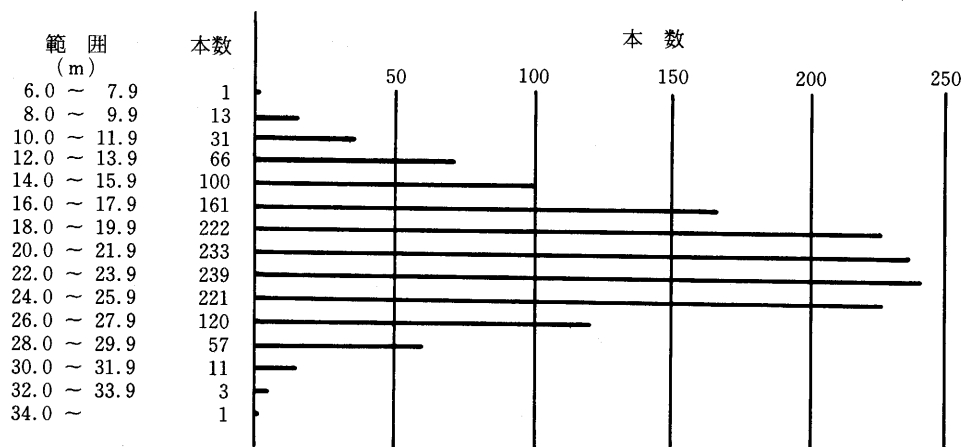


図-3 hの分布

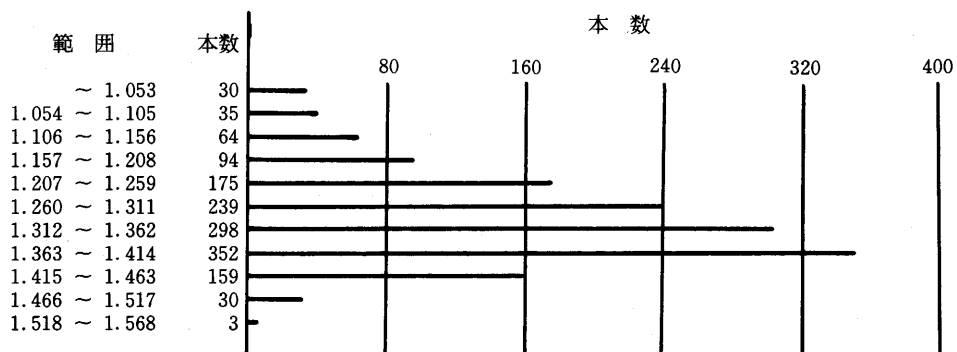


図-4 log hの分布

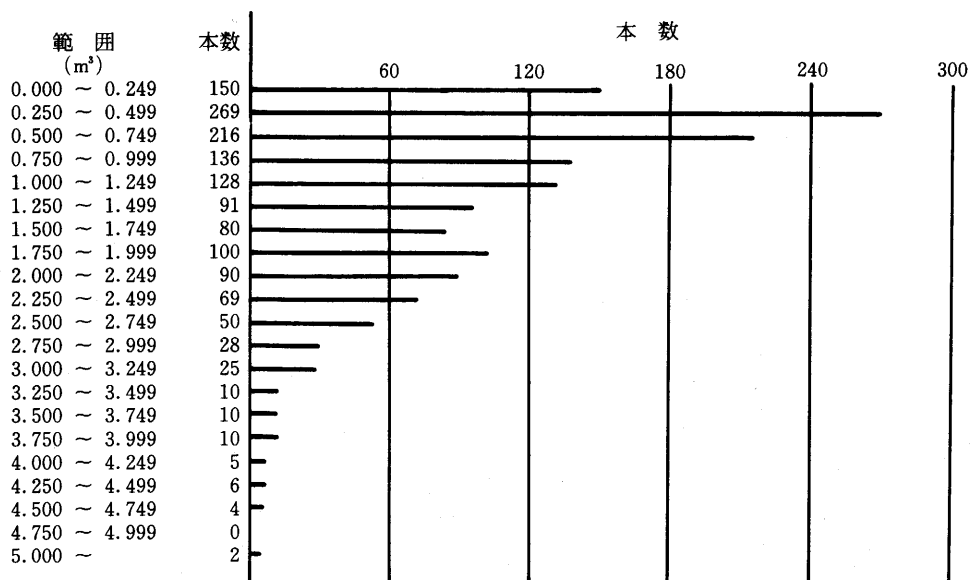


図-5 vの分布

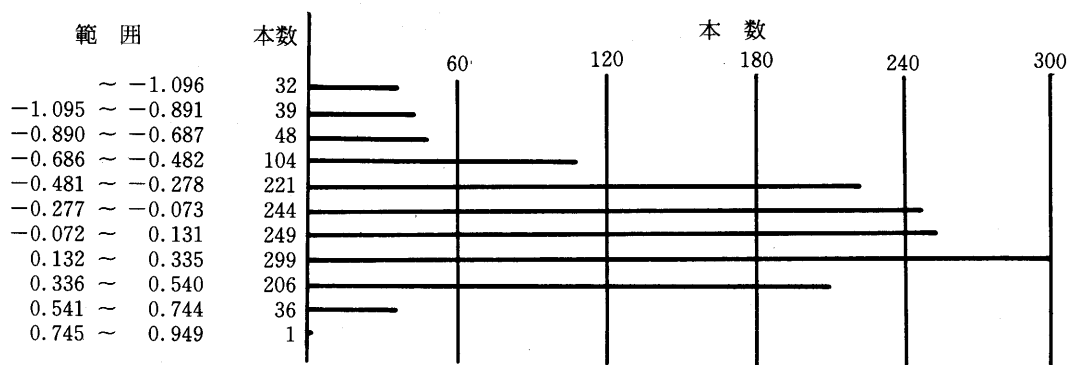
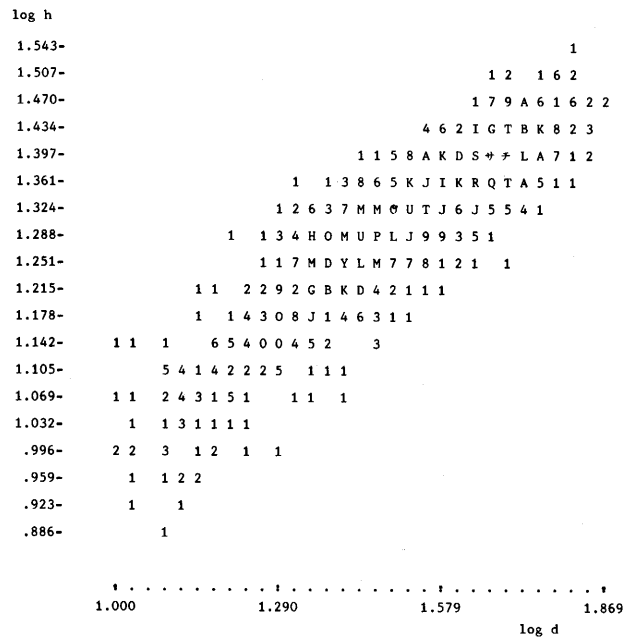
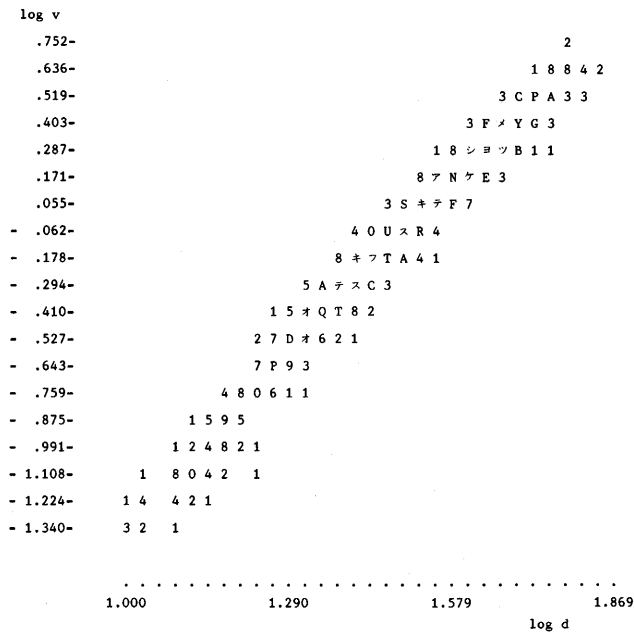
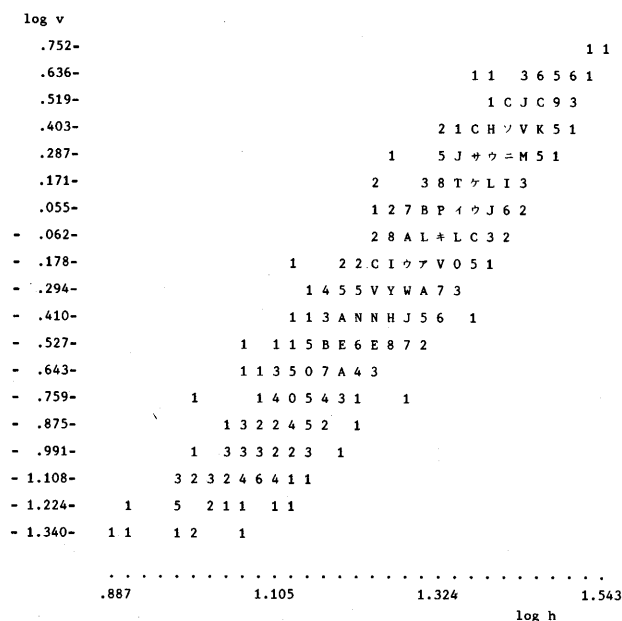


図-6 log vの分布

3) 胸高直径、樹高および幹材積相互の関係

本文で用いた材積式との関係から、 $\log d$ と $\log h$ 、 $\log d$ と $\log v$ 、 $\log h$ と $\log v$ の関係を示すと、図-7、図-8、図-9のようである。

図-7 $\log d$ と $\log h$ の関係図-8 $\log d$ と $\log v$ の関係

図-9 $\log h$ と $\log v$ の関係

10の位	10 20 30 40 50 60 70
1	0 J T エ セ ネ メ
2	A K U オ ソ ノ モ
3	B L V カ タ ハ ヤ
4	C M W キ チ ヒ ユ
5	D N X ク ツ フ ヨ
6	E O Y ケ テ ヘ ラ
7	F P Z コ ト ホ リ
8	G Q ア サ ナ マ ル
9	H R イ シ ニ ミ レ
	I S ウ ス ヌ ム ロ

なお、それらの図においては、左記のような記号で10以上の数を示してある。

例えば、0は10を、Aは11を、Mは23を、アは37をそれぞれあらわす。

III 材 積 式

材積表の調製方法としては、曲線図法、形数法、直接法など種々提案されているが⁽⁵⁾、本文におい

ては直接法すなわち実験式にもとづく推定法を用いることとした。

実験式としては、次に示す6式について検討した。1変数、2変数の材積式としては、それぞれ(1)式および(3)式が広く用いられているが^(2,5,6,8)、本文においては、2次項をもつ場合をとりあげ、説明変数についての組み合わせを考慮して検討の対象とした。

一般に、ある大きさ以上の d に対応する v は、横這いの傾向を呈するであろうと考えられる。したがって、たとえば1変数の場合、 $\log d$ に関して無制限に $\log v$ との線形回帰関係を利用することは適当ではない⁽³⁾。このようなことから、まず(1)式について(2)式をとりあげたが、他

の場合についても、(3)式を基準として、同じように2次項をもつ実験式をとりあげた。

$$\log v = a_0 + a_1 \log d \quad (1)$$

$$\log v = a_0 + a_1 \log d + a_2 \log^2 d \quad (2)$$

$$\log v = a_0 + a_1 \log d + a_2 \log h \quad (3)$$

$$\log v = a_0 + a_1 \log d + a_2 \log h + a_3 \log^2 d \quad (4)$$

$$\log v = a_0 + a_1 \log d + a_2 \log h + a_3 \log^2 h \quad (5)$$

$$\log v = a_0 + a_1 \log d + a_2 \log h + a_3 \log^2 d + a_4 \log^2 h \quad (6)$$

ここに、 a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 はそれぞれ定数を示す。

北海道演習林においては、針葉樹・広葉樹ともに1変数の材積表がなが年にわたって用いられているが、前述したように、近年試験研究にともなう諸調査においては、2変数材積表の必要性も考えられてきていることから、本文においては、1変数および2変数のふたとおりの場合をとりあげることにした。

全資料木を用いて、(1)~(6)の各回帰式を求めた結果は次のとおりである。

$$\log v = -3.7789 + 2.4437 \log d \quad (7)$$

$$\log v = -4.5158 + 3.4595 \log d - 0.3452 \log^2 d \quad (8)$$

$$\log v = -4.3079 + 1.8214 \log d + 1.1228 \log h \quad (9)$$

$$\log v = -4.4028 + 1.9602 \log d + 1.1161 \log h - 0.0459 \log^2 d \quad (10)$$

$$\log v = -3.9252 + 1.8154 \log d + 0.5184 \log h + 0.2420 \log^2 h \quad (11)$$

$$\log v = -3.7966 + 2.6663 \log d - 0.6570 \log h - 0.2852 \log^2 d + 0.6963 \log^2 h \quad (12)$$

求められた(7)~(12)の各式について、残差平方和 S_e 、寄与率 R^2 、残差の標準偏差 $\hat{\sigma}_e$ を計算すると表-3 のようである。

表-3 各回帰式における残差

式	S_e	R^2	$\hat{\sigma}_e$
(7)	6.7706	0.9726	0.0677
(8)	6.5617	0.9735	0.0667
(9)	2.6582	0.9892	0.0424
(10)	2.6546	0.9893	0.0424
(11)	2.6369	0.9893	0.0423
(12)	2.5748	0.9896	0.0418

表-3 に示される結果から、1変数 $\log d$ のみを用いた場合と、2変数 $\log d, \log h$ を用いた場合の S_e および $\hat{\sigma}_e$ のちがいは明らかである。 R^2 の値は、(7)式においてすでに大きな値を示すが、2変数の場合はさらに大きな値になっている。

(7)式と(8)式の比較、すなわち $\log d$ のみを用いた場合と、さらに2次の項 $\log^2 d$ を用

いた場合についてみると、2次の項を用いた場合がよりこのましい結果を示しているが、 $\hat{\sigma}_e$ についてのちがいは、0.0677から0.0667へとそれほど大きいものではなかった。

次に、 $\log d, \log h$ を用いた(9)~(12)式について比較すると、1次の項のみの(9)式に対して、2次の項を加えた他の3式の場合の方がよりこのましい結果を示しているが、そのちがいはそ

れほど大きいものではなく、 $\log^2 d$, $\log^2 h$ 双方を用いた(12)式をとっても、(9)式の $\sigma_e = 0.0424$ が 0.0418 とわずかに小さくなったにすぎなかった。

これらの結果から、本文においては、1変数の場合の材積式としては(7)式を、また2変数については(9)式を採用することにした。

IV 幹材積表

(7), (9)の両式にもとづいて計算された幹材積表が表—4 および表—5 である。

ところで、それらの材積値には、精度についての記載が加えられている。それについて以下説明する^(1,4,6,7)。

まず、1変数の場合についてみる。 x を説明変数、 y を目的変数、 β_0 , β_1 をある定数とすると、ある x における y の期待値 $E[y]$ と x のあいだに

$$E[y] = \beta_0 + \beta_1 x \quad (13)$$

の関係があるものとする。 x が同じでも y の値にはばらつきがともなうから、 y の実測値は一般に誤差項 e を含み、上式は、

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + e \quad (14)$$

として示される。

x の値を x_1, x_2, \dots, x_n と変え、 y の値 y_1, y_2, \dots, y_n を実測して、 β_0, β_1 の最小2乗法による推定値 b_0, b_1 を求めると、それらは次式で与えられる。

$$b_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \quad (15)$$

$$b_0 = \bar{y} - \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \bar{x} \quad (16)$$

ここに、 $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$, $\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$ として、 $S_{xx} = \sum (x_i - \bar{x})^2$, $S_{xy} = \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ とする。

推定値 b_0, b_1 を用いると、(13)式における $E[y]$ の推定値 \hat{y} は

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i = \bar{y} + b_1 (x_i - \bar{x}) \quad (17)$$

として示される。

なお、 e の分散 σ^2 の推定値である残差分散 $\hat{\sigma}_e^2$ は次式で与えられる。

$$\hat{\sigma}_e^2 = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - 2} \quad (18)$$

推定値 \hat{y}_i の分散 $\text{Var}(\hat{y}_i)$ は

$$\text{Var}(y_i) = \text{Var}(\bar{y}) + (x_i - \bar{x})^2 \text{Var}(b_1)$$

$$= \frac{\sigma^2}{n} + \frac{\sigma^2 (x_1 - \bar{x})^2}{S_{xx}} = \sigma^2 \left\{ \frac{1}{n} + \frac{(x_1 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right\} \quad (19)$$

ここに、 b_1 の分散は $\text{Var}(b_1) = \frac{\sigma^2}{S_{xx}}$ である。

(7)式から、信頼率を $(100 - \alpha)\%$ とした $E[y]$ の信頼区間は、 t を t 分布の両側 $\alpha\%$ 点として

$$b_0 + b_1 x_1 \pm t(n-2, 0.0\alpha) \hat{\sigma}_e \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_1 - \bar{x})^2}{S_{xx}}} \quad (20)$$

のように与えられる。

次に2変数の場合についてみれば、この場合においては、1変数の場合における(14), (17), (20)の各式は、それぞれ(21), (22), (23)の各式のように示される。

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + e \quad (21)$$

$$\hat{y}_1 = \bar{y} + b_1 (x_{11} - \bar{x}_1) + b_2 (x_{12} - \bar{x}_2) \quad (22)$$

$$b_0 + b_1 x_{11} + b_2 x_{12} \pm t(n-3, 0.0\alpha) s$$

$$s^2 = \hat{\sigma}_e^2 \left\{ \frac{1}{n} + \frac{c_{11}}{n-1} (x_{11} - \bar{x}_1)^2 + \frac{c_{22}}{n-1} (x_{12} - \bar{x}_2)^2 + \frac{2c_{12}}{n-1} (x_{11} - \bar{x}_1) (x_{12} - \bar{x}_2) \right\} \quad (23)$$

こけに、 c_{11} , c_{12} , c_{22} は x_1 , x_2 の分散共分散行列 V の逆行列の要素であり、それぞれ次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} V_{11} &= \frac{\sum_i (x_{i1} - \bar{x}_1)^2}{n-1} \\ V_{12} &= \frac{\sum_i (x_{i1} - \bar{x}_1) (x_{i2} - \bar{x}_2)}{n-1} \\ V_{22} &= \frac{\sum_i (x_{i2} - \bar{x}_2)^2}{n-1} \\ c_{11} &= \frac{V_{22}}{V_{11} V_{22} - V_{12}^2} \\ c_{12} &= \frac{-V_{12}}{V_{11} V_{22} - V_{12}^2} \\ c_{22} &= \frac{V_{11}}{V_{11} V_{22} - V_{12}^2} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

本文でとりあげた(7), (9)の両式は、前述の回帰モデルに対応させて考えることができる。

いま、(1)式の a_0 , a_1 および(3)式の a_0 , a_1 , a_2 などがデータによって推定されたとすれば、下記の2式

$$\widehat{\log v} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \log d \quad (25)$$

$$\widehat{\log v} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \log d + \hat{a}_2 \log h \quad (26)$$

については、(20), (23)両式に示される信頼区間が与えられることになる。したがって、説明変数の値を変えた個々の $\widehat{\log v}$ に対して、信頼区間の上限 $\widehat{\log v}_u$ および下限 $\widehat{\log v}_l$ が計算される。

表-4 トドマツ幹材積表(1変数)

直 径 (cm)	材 積 (m ³)	下 限 (m ³)	上 限 (m ³)	精 度	樹 高 (m)
5	.008	.008	.009	.041	7.2
6	.013	.013	.014	.037	7.9
7	.019	.019	.020	.034	8.7
8	.027	.026	.028	.031	9.3
9	.036	.035	.037	.029	10.0
10	.046	.045	.047	.026	10.6
11	.058	.057	.060	.025	11.1
12	.072	.071	.074	.023	11.7
13	.088	.086	.090	.021	12.2
14	.105	.103	.107	.020	12.7
15	.124	.122	.127	.018	13.2
16	.146	.143	.148	.017	13.7
17	.169	.166	.172	.016	14.2
18	.194	.191	.197	.015	14.6
19	.222	.219	.225	.014	15.1
20	.251	.248	.255	.013	15.5
21	.283	.280	.287	.012	15.9
22	.317	.314	.321	.012	16.4
23	.354	.350	.358	.011	16.8
24	.393	.389	.397	.010	17.2
25	.434	.430	.438	.010	17.6
26	.477	.473	.482	.009	18.0
27	.524	.519	.528	.009	18.3
28	.572	.567	.577	.009	18.7
29	.623	.618	.629	.008	19.1
30	.677	.672	.683	.008	19.4
31	.734	.728	.740	.008	19.8
32	.793	.787	.799	.008	20.2
33	.855	.848	.862	.008	20.5
34	.920	.912	.927	.008	20.8
35	.987	.979	.995	.008	21.2
36	1.057	1.049	1.066	.008	21.5
37	1.131	1.121	1.140	.008	21.8
38	1.207	1.197	1.217	.009	22.2
39	1.286	1.275	1.297	.009	22.5
40	1.368	1.356	1.380	.009	22.8
41	1.453	1.440	1.466	.009	23.1
42	1.541	1.527	1.556	.010	23.4
43	1.632	1.617	1.648	.010	23.7
44	1.727	1.709	1.744	.010	24.1
45	1.824	1.805	1.843	.010	24.4
46	1.925	1.905	1.945	.011	24.7
47	2.029	2.007	2.051	.011	24.9
48	2.136	2.112	2.160	.011	25.2
49	2.246	2.220	2.272	.012	25.5
50	2.360	2.332	2.388	.012	25.8

51	2.477	2.447	2.507	.012	26.1
52	2.597	2.565	2.630	.013	26.4
53	2.721	2.686	2.756	.013	26.7
54	2.848	2.811	2.886	.013	26.9
55	2.979	2.939	3.019	.013	27.2
56	3.113	3.071	3.156	.014	27.5
57	3.251	3.205	3.296	.014	27.8
58	3.392	3.344	3.440	.014	28.0
59	3.536	3.485	3.588	.015	28.3
60	3.685	3.630	3.740	.015	28.6
61	3.836	3.779	3.895	.015	28.8
62	3.992	3.931	4.054	.016	29.1
63	4.151	4.086	4.217	.016	29.4
64	4.314	4.245	4.384	.016	29.6
65	4.481	4.408	4.554	.016	29.9
66	4.651	4.574	4.729	.017	30.1
67	4.825	4.744	4.907	.017	30.4
68	5.003	4.918	5.090	.017	30.6
69	5.185	5.095	5.276	.018	30.9
70	5.370	5.276	5.466	.018	31.1
71	5.560	5.461	5.660	.018	31.4
72	5.753	5.649	5.859	.018	31.6
73	5.950	5.841	6.061	.019	31.9
74	6.151	6.037	6.268	.019	32.1
75	6.356	6.237	6.478	.019	32.3
76	6.566	6.440	6.693	.019	32.6
77	6.779	6.648	6.912	.020	32.8
78	6.996	6.859	7.135	.020	33.1
79	7.217	7.074	7.363	.020	33.3
80	7.442	7.293	7.595	.020	33.5

ところで,

$$\left. \begin{aligned} \hat{v} &= \exp(2.3026 \log v) \\ \hat{v}_u &= \exp(2.3026 \log v_u) \\ \hat{v}_L &= \exp(2.3026 \log v_L) \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

とすると, v_1 , v_u , v_L のあいだには

$$\left. \begin{aligned} \hat{v}_u &= \hat{v}(1+E) \\ \hat{v}_L &= \hat{v}/(1+E) \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

の関係がある。

この E は, 信頼区間の幅の大小を示す数値として考えられるから, 材積式による推定値の精度を示すひとつの指標として用いることができるであろう⁽⁴⁾。

(28)式に示した E についての数値計算を個々の材積値について行ない, その結果を材積表の中にとり入れたものが表—4 および表—5 である。

表-5 トドマツ幹材積表 (2変数)

直径 (cm)	樹高 (m)	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
5		.006	.007	.008	.010	.011	.012	.014	.015	.016	.018	.019							
6		.008	.010	.011	.013	.015	.017	.019	.021	.023	.025	.027	.029	.031	.033				
7		.010	.013	.015	.018	.020	.023	.025	.028	.030	.033	.036	.038	.041	.044				
8		.013	.016	.019	.022	.026	.029	.032	.035	.039	.042	.045	.049	.052	.056	.059	.063	.066	
9		.016	.020	.024	.028	.032	.036	.040	.044	.048	.052	.056	.061	.065	.069	.073	.078	.082	
10		.020	.024	.029	.034	.038	.043	.048	.053	.058	.063	.068	.073	.079	.084	.089	.094	.100	
11		.024	.029	.034	.040	.046	.051	.057	.063	.069	.075	.081	.087	.093	.100	.106	.112	.118	.25
12		.028	.034	.040	.047	.054	.060	.067	.074	.081	.088	.095	.102	.109	.117	.124	.131	.139	.146
13		.032	.039	.047	.054	.062	.070	.078	.086	.094	.102	.110	.118	.127	.135	.143	.152	.161	.169
14		.037	.045	.054	.062	.071	.080	.089	.098	.107	.117	.126	.135	.145	.155	.164	.174	.184	.194
15		.042	.051	.061	.070	.080	.091	.101	.111	.122	.132	.143	.154	.164	.175	.186	.197	.208	.220
16		.047	.057	.068	.079	.090	.102	.113	.125	.137	.149	.161	.173	.185	.197	.209	.222	.234	.247
17		.064	.076	.089	.101	.114	.127	.140	.153	.166	.179	.193	.206	.220	.234	.248	.262	.276	
18		.071	.085	.098	.112	.126	.140	.155	.169	.184	.199	.214	.229	.244	.260	.275	.290	.306	
19		.078	.093	.108	.124	.139	.155	.171	.187	.203	.220	.236	.253	.270	.286	.303	.320	.338	
20		.086	.102	.119	.136	.153	.170	.188	.205	.223	.241	.259	.278	.296	.314	.333	.352	.371	
21			.112	.130	.148	.167	.186	.205	.224	.244	.264	.283	.303	.323	.344	.364	.385	.405	
22			.122	.142	.162	.182	.202	.223	.244	.265	.287	.308	.330	.352	.374	.396	.419	.441	
23			.132	.154	.175	.197	.220	.242	.265	.288	.311	.334	.358	.382	.406	.430	.454	.478	
24			.143	.166	.189	.213	.237	.262	.286	.311	.336	.361	.387	.412	.438	.464	.490	.517	
25			.179	.204	.230	.256	.282	.308	.335	.362	.389	.417	.444	.472	.500	.528	.557	.585	
26			.192	.219	.247	.274	.303	.331	.360	.389	.418	.448	.477	.507	.537	.567	.598	.628	
27			.206	.235	.264	.294	.324	.355	.385	.417	.448	.479	.512	.546	.580	.615	.649	.684	
28			.220	.251	.282	.314	.346	.379	.412	.445	.479	.512	.546	.582	.619	.655	.692	.729	
29			.267	.301	.335	.369	.404	.439	.474	.510	.546	.581	.619	.658	.697	.736	.776	.815	
30			.284	.320	.356	.393	.430	.467	.505	.543	.581	.617	.657	.699	.740	.782	.824	.866	
31			.302	.340	.378	.417	.456	.496	.536	.576	.616	.657	.697	.740	.784	.828	.873	.917	
32			.320	.360	.401	.442	.483	.525	.568	.610	.653	.697	.740	.783	.829	.876	.923	.970	
33				.381	.424	.467	.511	.556	.600	.645	.691	.737	.783	.829	.876	.925	.975	.1027	
34				.402	.447	.493	.540	.587	.634	.682	.730	.778	.827	.876	.925	.975	.1027	.1081	
35				.424	.472	.520	.569	.618	.668	.718	.769	.820	.871	.923	.975	.1027	.1081	.1137	
36				.446	.497	.547	.599	.651	.703	.756	.810	.863	.917	.972	.1026	.1072	.1133	.1193	
37					.522	.576	.630	.684	.739	.795	.851	.907	.964	.1021	.1079	.1137	.1201	.1261	
38					.548	.604	.661	.718	.776	.835	.893	.953	.1012	.1072	.1133	.1193	.1258	.1318	
39					.574	.633	.693	.753	.814	.875	.937	.999	.1061	.1124	.1188	.1251	.1315	.1379	
40						.602	.663	.726	.789	.852	.916	.981	.1046	.1111	.1177	.1244	.1310	.1377	
41							.625	.689	.753	.818	.883	.949	.1016	.1083	.1151	.1219	.1287	.1355	
42							.648	.714	.780	.846	.913	.981	.1049	.1119	.1189	.1259	.1329	.1399	
43							.672	.740	.808	.876	.945	.1015	.1086	.1158	.1230	.1302	.1374	.1446	
44							.697	.767	.836	.906	.977	.1049	.1122	.1195	.1268	.1341	.1414	.1487	
45							.722	.794	.865	.937	.1010	.1084	.1159	.1234	.1309	.1384	.1459	.1534	
46							.748	.822	.895	.969	.1044	.1120	.1196	.1273	.1350	.1427	.1504	.1581	
47							.774	.850	.925	.1001	.1078	.1156	.1234	.1312	.1390	.1468	.1546	.1624	
48							.801	.878	.956	.1034	.1113	.1193	.1273	.1353	.1433	.1513	.1593	.1673	
49							.828	.907	.986	.1066	.1147	.1228	.1309	.1390	.1471	.1552	.1633	.1714	
50							.856	.937	.1018	.1099	.1181	.1263	.1345	.1427	.1509	.1591	.1673	.1755	
51							.884	.967	.1049	.1132	.1215	.1298	.1381	.1464	.1547	.1630	.1713	.1796	
52							.912	.1000	.1083	.1167	.1251	.1335	.1419	.1503	.1587	.1671	.1755	.1839	
53							.941	.1030	.1114	.1200	.1285	.1370	.1455	.1540	.1625	.1710	.1795	.1880	
54							.970	.1061	.1146	.1232	.1318	.1404	.1490	.1576	.1662	.1748	.1834	.1920	
55							.999	.1092	.1178	.1265	.1352	.1440	.1527	.1614	.1701	.1788	.1875	.1962	
56							1.028	.1123	.1211	.1300	.1389	.1478	.1567	.1656	.1745	.1834	.1923	.2012	
57							1.058	.1143	.1232	.1322	.1412	.1502	.1592	.1682	.1772	.1862	.1952	.2042	
58							1.088	.1168	.1259	.1350	.1441	.1532	.1623	.1714	.1805	.1896	.1987	.2078	
59							1.118	.1188	.1280	.1372	.1464	.1556	.1648	.1739	.1831	.1922	.2013	.2104	
60							1.148	.1208	.1301	.1394	.1487	.1580	.1673	.1765	.1857	.1949	.2041	.2133	
61							1.178	.1228	.1322	.1415	.1508	.1601	.1694	.1787	.1879	.1971	.2063	.2155	
62							1.208	.1248	.1343	.1436	.1529	.1622	.1715	.1807	.1899	.1991	.2083	.2175	
63							1.238	.1268	.1364	.1457	.1550	.1643	.1736	.1828	.1920	.2012	.2104	.2196	
64							1.268	.1288	.1385	.1478	.1571	.1664	.1757	.1849	.1941	.2033	.2125	.2217	
65							1.298	.1308	.1406	.1500	.1593	.1686	.1779	.1871	.1963	.2055	.2147	.2239	
66							1.328	.1328	.1427	.1521	.1614	.1707	.1800	.1892	.1984	.2076	.2168	.2260	
67							1.358	.1348	.1448	.1542	.1635	.1728	.1821	.1913	.2005	.2097	.2189	.2281	
68							1.388	.1368	.1469	.1563	.1656	.1749	.1842	.1934	.2026	.2118	.2210	.2302	
69							1.418	.1388	.1490	.1584	.1677	.1770	.1863	.1955	.2047	.2139	.2231	.2323	
70							1.448	.1408	.1512	.1606	.1699	.1792	.1885	.1977	.2069	.2161	.2253	.2345	
71							1.478	.1428	.1533	.1627	.1720	.1813	.1906	.1998	.2090	.2182	.2274	.2366	
72							1.508	.1448	.1554	.1648	.1741	.1834	.1927	.2019	.2111	.2203	.2295	.2387	
73							1.538	.1468	.1575	.1669	.1762	.1855	.1948	.2040	.2132	.2224	.2316	.2408	
74							1.568	.1488	.1596	.1690	.1783	.1876	.1969	.2061	.2153	.2245	.2337	.2429	
75							1.598	.1508	.1617	.1711	.1804	.1897	.1990	.2082	.2174	.2266	.2358	.2450	
76							1.628	.1528	.1638	.1732	.1825	.1918	.2011	.2103	.2195	.2287	.2379	.2471	
77							1.658	.1548	.1659	.1753	.1846	.1939	.2032	.2124	.2216	.2308	.2400	.2492	
78							1.688	.1568	.1680	.1774	.1867	.1960	.2053	.2145	.2237	.2329	.2421	.2513	
79							1.718	.1588	.1701	.1795	.1888	.1981	.2074	.2166	.2258	.2350	.2442	.2534	
80							1.748	.1608	.1722	.1816	.1909	.2002	.2095	.2187	.2279	.2371	.2463	.2555	

表-5 トドマツ幹材積表(2変数)

直径 (m)	樹高 (m)	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
5																			
6																			
7																			
8																			
9																			
10																			
11		.131	.138																
12		.154	.161																
13		.178	.187																
14		.204	.213																
15		.231	.242	.253	.265	.276													
16		.260	.272	.285	.298	.311													
17		.290	.304	.318	.333	.347													
18		.322	.337	.353	.369	.385													
19		.355	.372	.390	.407	.425													
20		.390	.409	.428	.447	.467	.486	.506	.525	.545									
21		.426	.447	.468	.489	.510	.531	.553	.574	.596									
22		.464	.486	.509	.532	.555	.578	.601	.625	.648									
23		.503	.527	.552	.577	.602	.627	.652	.677	.703									
24		.543	.570	.597	.623	.650	.678	.705	.732	.760									
25		.585	.614	.643	.672	.701	.730	.759	.789	.818									
26		.628	.659	.690	.721	.752	.784	.815	.847	.879									
27		.673	.706	.739	.773	.806	.840	.873	.907	.941									
28		.719	.755	.790	.825	.861	.897	.933	.969	1.006									
29		.767	.804	.842	.880	.918	.956	.995	1.033	1.072									
30		.816	.856	.896	.936	.977	1.017	1.058	1.099	1.140									
31		.866	.908	.951	.994	1.037	1.080	1.123	1.167	1.211									
32		.917	.962	1.007	1.053	1.098	1.144	1.190	1.236	1.283									
33		.970	1.018	1.065	1.113	1.162	1.210	1.259	1.308	1.357									
34		1.024	1.075	1.125	1.176	1.227	1.278	1.329	1.381	1.432									
35		1.080	1.133	1.186	1.239	1.293	1.347	1.401	1.455	1.510									
36		1.137	1.192	1.248	1.305	1.361	1.418	1.475	1.532	1.590									
37		1.195	1.254	1.312	1.371	1.431	1.490	1.550	1.611	1.671									
38		1.254	1.316	1.378	1.440	1.502	1.565	1.628	1.691	1.754									
39		1.315	1.380	1.444	1.509	1.575	1.640	1.706	1.773	1.839									
40		1.377	1.445	1.513	1.581	1.649	1.718	1.787	1.856	1.926									
41		1.441	1.511	1.582	1.653	1.725	1.797	1.869	1.942	2.014	2.088	2.161	2.235	2.309	2.383	2.457	2.532	2.607	
42		1.505	1.579	1.653	1.728	1.802	1.877	1.953	2.029	2.105	2.181	2.258	2.335	2.412	2.490	2.567	2.646	2.724	
43		1.571	1.648	1.725	1.803	1.881	1.960	2.038	2.118	2.197	2.277	2.357	2.437	2.518	2.599	2.680	2.761	2.843	
44		1.638	1.719	1.799	1.880	1.962	2.043	2.126	2.208	2.291	2.374	2.458	2.541	2.625	2.710	2.795	2.879	2.965	
45		1.707	1.790	1.874	1.959	2.044	2.129	2.214	2.300	2.387	2.473	2.560	2.648	2.735	2.823	2.911	3.000	3.089	
46		1.777	1.864	1.951	2.039	2.127	2.216	2.305	2.394	2.484	2.574	2.665	2.756	2.847	2.938	3.030	3.122	3.215	
47		1.848	1.938	2.029	2.120	2.212	2.304	2.397	2.490	2.583	2.677	2.771	2.866	2.961	3.056	3.151	3.247	3.343	
48		1.920	2.014	2.108	2.203	2.299	2.394	2.491	2.587	2.684	2.782	2.880	2.978	3.076	3.175	3.274	3.374	3.474	
49		1.993	2.091	2.189	2.287	2.387	2.486	2.586	2.686	2.787	2.888	2.990	3.092	3.194	3.297	3.400	3.503	3.607	
50		2.068	2.169	2.271	2.373	2.476	2.579	2.683	2.787	2.892	2.996	3.102	3.208	3.314	3.420	3.527	3.634	3.742	3.850
51		2.144	2.249	2.354	2.460	2.567	2.674	2.781	2.889	2.998	3.107	3.216	3.325	3.435	3.546	3.657	3.768	3.879	3.991
52		2.221	2.330	2.439	2.549	2.659	2.770	2.882	2.993	3.106	3.218	3.332	3.445	3.559	3.674	3.788	3.903	4.019	4.135
53		2.299	2.412	2.525	2.639	2.753	2.868	2.983	3.099	3.215	3.332	3.449	3.567	3.685	3.803	3.922	4.041	4.161	4.281
54		2.379	2.496	2.613	2.730	2.849	2.967	3.087	3.206	3.327	3.447	3.569	3.690	3.812	3.935	4.058	4.181	4.305	4.429
55		2.460	2.580	2.701	2.823	2.945	3.068	3.191	3.315	3.440	3.565	3.690	3.816	3.942	4.069	4.196	4.323	4.451	4.580
56		2.542	2.666	2.792	2.917	3.044	3.170	3.298	3.426	3.554	3.683	3.813	3.943	4.073	4.204	4.336	4.468	4.600	4.732
57		2.625	2.754	2.883	3.013	3.143	3.274	3.406	3.538	3.671	3.804	3.938	4.072	4.207	4.342	4.478	4.614	4.751	4.888
58		2.710	2.842	2.976	3.110	3.244	3.380	3.516	3.652	3.789	3.927	4.065	4.203	4.342	4.482	4.622	4.762	4.903	5.045
59		2.795	2.932	3.070	3.208	3.347	3.487	3.627	3.767	3.909	4.051	4.193	4.336	4.480	4.624	4.768	4.913	5.058	5.204
60		2.882	3.024	3.165	3.308	3.451	3.595	3.739	3.885	4.030	4.177	4.323	4.471	4.619	4.767	4.916	5.066	5.216	5.366
61		2.970	3.116	3.262	3.409	3.557	3.705	3.854	4.003	4.153	4.304	4.456	4.608	4.760	4.913	5.067	5.221	5.375	5.530
62		3.060	3.210	3.360	3.511	3.663	3.816	3.970	4.124	4.278	4.434	4.590	4.746	4.903	5.061	5.219	5.377	5.537	5.696
63		3.150	3.304	3.460	3.615	3.772	3.929	4.087	4.246	4.405	4.565	4.725	4.886	5.048	5.210	5.373	5.537	5.700	5.865
64		3.242	3.401	3.560	3.720	3.882	4.043	4.206	4.369	4.533	4.698	4.863	5.029	5.195	5.362	5.529	5.698	5.866	6.035
65		3.335	3.498	3.662	3.827	3.993	4.159	4.326	4.494	4.663	4.832	5.002	5.173	5.344	5.516	5.688	5.861	6.034	6.208
66		3.429	3.597	3.765	3.935	4.105	4.276	4.448	4.621	4.794	4.968	5.143	5.318	5.494	5.671	5.848	6.026	6.204	6.383
67		3.524	3.697	3.870	4.044	4.219	4.395	4.572	4.749	4.927	5.106	5.286	5.466	5.647	5.828	6.011	6.193	6.377	6.561
68		3.620	3.798	3.976	4.155	4.335	4.515	4.697	4.879	5.062	5.246	5.430	5.616	5.801	5.988	6.175	6.363	6.551	6.740
69		3.718	3.900	4.083	4.267	4.452	4.637	4.823	5.011	5.199	5.387	5.577	5.767	5.958	6.149	6.341	6.534	6.728	6.922
70		3.817	4.004	4.191	4.380	4.570	4.760	4.952	5.144	5.337	5.530	5.725	5.920	6.116	6.313	6.510	6.708	6.906	7.105
71		3.917	4.108	4.301	4.495	4.689	4.885	5.081	5.278	5.476	5.675	5.875	6.075	6.276	6.478	6.680	6.883	7.087	7.291
72		4.018	4.214	4.412	4.611	4.810	5.011	5.212	5.415	5.618	5.822	6.026	6.232	6.438	6.645	6.853	7.061	7.270	7.480
73		4.120	4.321	4.524	4.728	4.933	5.138	5.345	5.552	5.761	5.970	6.180	6.390	6.602	6.814	7.027	7.240	7.455	7.670
74		4.223	4.430	4.638	4.847	5.056	5.267	5.479	5.692	5.905	6.119	6.335	6.551	6.767	6.985	7.203	7.422	7.642	7.862
75		4.328	4.540	4.753	4.967	5.182	5.398	5.615	5.832	6.051	6.271	6.491	6.713	6.935	7.158	7.381	7.606	7.831	8.057
76		4.433	4.650	4.869	5.088	5.308	5.529	5.752	5.975	6.199	6.424	6.650	6.877	7.104	7.333	7.562	7.792	8.022	8.254
77		4.540	4.762	4.986	5.210	5.436	5.663	5.890	6.119	6.348	6.579	6.810	7.042	7.275	7.509	7.744	7.979	8.215	8.452
78		4.648	4.876	5.104	5.334	5.565	5.797	6.030	6.264	6.499	6.735	6.972	7.210	7.448	7.688	7.928	8.169	8.411	8.653
79		4.757	4.990	5.224	5.460	5.696	5.933	6.172	6.411	6.652	6.893	7.136	7.379	7.623	7.868	8.114	8.361	8.608	8.857
80		4.867	5.106	5.345	5.586	5.828	6.071	6.315	6.560	6.806	7.053	7.301	7.550	7.800	8.051	8.302	8.555	8.808	9.062

すなわち、表—4において、見出しの材積、下限、上限、精度は、それぞれ v , v_L , v_u , E を示している。

また、同表中の下限、上限は $\alpha = 5$ として求めたものである。なお、同表において、材積、下限、上限は表示した数値よりさらに桁数を多くとって精度の計算を行ない、四捨五入して示したものである。これらのことは、以下においても同様とする。

表—4においては、いまひとつ参考数値として、胸高直径の各値に対応した樹高の値が表示してある。この値は、材積計算に用いた同じ資料から求めた樹高式

$$\log h = 0.4712 + 0.5542 \log d \quad (29)$$

によって計算したものである。

2変数の場合についても、個々の材積値に対して v_L , v_u を計算したが、それらの数値を個々に表示すると、表のスペースが増えるばかりでなく、利用上からはむしろ煩雑になってくる。そのため、2変数の場合（表—5）については、 E をその大小によって3段階に区分し、印刷字体を変えて示すことにした。 E の区分と、それに用いた字体は次のようである。

- (1) $E \leq 1\%$ … 太字
- (2) $1\% < E \leq 2\%$ … 普通
- (3) $2\% < E \leq 5\%$ … イタリック

V 考 察

1) 精度のひろがり

普通、材積表は説明変数を真数等間隔としてつくられている。表—4、表—5もそのようにして調製されたものであるが、本文においてとりあげた回帰式は対数式であることから、対数等間隔とした材積表を別に求めて、精度 E についての検討を加えることにする。

1変数の場合について、説明変数を対数等間隔とした材積表は表—6のように与えられる。同表から、 E は個々の x_i によって同じではなく、 $x_i = \bar{x} (= \overline{\log d} = 1.5167)$ において最小となり、 x_i が \bar{x} からはなれるにつれて大きくなることがわかる。そして一般には、1変数の場合の E の値は、(20)式から、 σ_e や α を別にすれば、 n , \bar{x}_1 , $S_{xx} = \sum_i (x_i - \bar{x})^2$ によって影響されることがわかる。

2変数の場合について、対数等間隔の材積表は表—7のように与えられる。表—5にならい精度区分による材積値のみを表示したが、この場合には、非現実的な数値をも含めて5段階とした。 E の区分と材積値のうしろに付した記号は下記のようなものである。

- (1) $E \leq 1\%$ … *
- (2) $1\% < E \leq 2\%$ … +

- (3) $2\% < E \leq 5\%$... -
 (4) $5\% < E \leq 10\%$... (無記号)
 (5) $10\% < E$... ?

表-6 1変数材積表 (対数等間隔)

log d	d (cm)	v (m ³)	v _L (m ³)	v _U (m ³)	E
.65	4.47	.006	.006	.007	.043
.70	5.01	.009	.008	.009	.041
.75	5.62	.011	.011	.012	.039
.80	6.31	.015	.014	.016	.036
.85	7.08	.020	.019	.021	.034
.90	7.94	.026	.026	.027	.031
.95	8.91	.035	.034	.036	.029
1.00	10.00	.046	.045	.047	.026
1.05	11.22	.061	.060	.063	.024
1.10	12.59	.081	.079	.083	.022
1.15	14.13	.107	.105	.110	.020
1.20	15.85	.142	.140	.145	.017
1.25	17.78	.189	.186	.192	.015
1.30	19.95	.250	.247	.253	.013
1.35	22.39	.331	.327	.335	.011
1.40	25.12	.439	.435	.443	.010
1.45	28.18	.581	.576	.586	.009
1.50	31.62	.770	.764	.776	.008
1.55	35.48	1.021	1.012	1.029	.008
1.60	39.81	1.352	1.340	1.364	.009
1.65	44.67	1.792	1.773	1.810	.010
1.70	50.12	2.374	2.346	2.402	.012
1.75	56.23	3.145	3.102	3.188	.014
1.80	63.10	4.167	4.101	4.233	.016
1.85	70.80	5.520	5.422	5.620	.018

同表から、Eの値は $(x_{11}=\bar{x}_1, x_{12}=\bar{x}_2)$ ，すなわち $(\log d, \log h) = (1.5167, 1.3118)$ において最も小さく、それからはなれるにつれて大きくなることがわかる。そして一般には、2変数の場合のEの値は、(23)式から、 $\hat{\sigma}_e$ や α を別にすれば、 $n, \bar{x}_1, \bar{x}_2, S_{x_1x_1} = \sum_i (x_{i1} - \bar{x}_1)^2, S_{x_2x_2} = \sum_i (x_{i2} - \bar{x}_2)^2, S_{x_1x_2} = \sum_i (x_{i1} - \bar{x}_1)(x_{i2} - \bar{x}_2)$ によって影響されることがわかる。

理論的には、2変数の場合の信頼区間は次のような性質をもっている⁽⁷⁾。

いま、(9)式について、二つの説明変数 x_1, x_2 を2次元空間での座標軸と考えると、点 (\bar{x}_1, \bar{x}_2) は、この重回帰を計算するのに用いた n 個の点の重心を表わす。特定の点 (x_{01}, x_{02}) と重心 (\bar{x}_1, \bar{x}_2) のマハラノビスの汎距離 D_0 を

$$D_0^2 = \sum_p \sum_q (x_{0p} - \bar{x}_p)(x_{0q} - \bar{x}_q) c_{pq} \quad (30)$$

によって定義し、これを利用すると、(23)式は

$$s^2 = \sigma_e^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{D_0^2}{n-1} \right) \quad (31)$$

とすることができ、 D_0 は $x_{01} = \bar{x}_1$, $x_{02} = \bar{x}_2$ のときゼロとなり、 D_0^2 が一定になるような (x_{01}, x_{02}) の軌跡は、中心が (\bar{x}_1, \bar{x}_2) の楕円になる。すなわち、 (x_{01}, x_{02}) が重心 (\bar{x}_1, \bar{x}_2) から離れるほど y の推定精度はわるくなり、(23)式に示す区間の幅は、 $D_0^2 = 0$ のとき最小で D_0^2 が大きくなるにつれて大きくなっていく。

表一七においても、理論と実際との対応をみることができるが、その変化を一層明瞭にさせるため、5段階に分けたEの等高線のみを示すと図一10のようである。理論に示されるように、等高線は楕円状にひろがっている。また、同図中の破線の交点は $(\log d, \log h)$ を示すが、それは等高線の丁度中心に位置していることがわかる。

表一七 2変数材積表 (対数等間隔)

単位: d (cm), h (m), v (m ³)														
log h	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	1.10	1.20	1.30	1.40	1.50	1.60		
log d	d	h	3.16	3.98	5.01	6.31	7.94	10.00	12.59	15.85	19.95	25.12	31.62	39.81
.65	4.47	.003-	.004-	.005-	.006-	.008-	.010-	.013-	.017-	.022	.028	.036	.047	
.70	5.01	.003-	.004-	.006-	.007-	.009-	.012-	.016-	.021-	.027	.035	.045	.058	
.75	5.62	.004-	.005-	.007-	.009-	.012-	.015-	.020-	.025-	.033	.043	.055	.072	
.80	6.31	.005	.007-	.009-	.011-	.014-	.019-	.024-	.031-	.041-	.053	.068	.088	
.85	7.08	.006	.008-	.011-	.014-	.018-	.023-	.030-	.039-	.050-	.065	.084	.109	
.90	7.94	.008	.010-	.013-	.017-	.022-	.028+	.037-	.048-	.062-	.080	.104	.134	
.95	8.91	.010	.012-	.016-	.021-	.027-	.035+	.045-	.059-	.076-	.099-	.128	.166	
1.00	10.00	.012	.015-	.020-	.026-	.033-	.043+	.056+	.073-	.094-	.122-	.158	.204	
1.05	11.22	.015	.019	.025-	.032-	.041-	.053+	.069+	.090-	.116-	.150-	.194	.252	
1.10	12.59	.018	.023	.030-	.039-	.051-	.066+	.085+	.110+	.143-	.185-	.240-	.311	
1.15	14.13	.022	.029	.037-	.048-	.063-	.081+	.105+	.136+	.176-	.228-	.296-	.383	
1.20	15.85	.027	.036	.046-	.060-	.077-	.100+	.130+	.168+	.217-	.282-	.365-	.472	
1.25	17.78	.034	.044	.057	.074-	.095-	.123+	.160+	.207+	.268+	.347-	.450-	.583-	
1.30	19.95	.042	.054	.070	.091-	.118-	.152-	.197+	.255*	.331+	.428-	.555-	.719-	
1.35	22.39	.052	.067	.086	.112-	.145-	.188-	.243+	.315*	.408+	.528-	.684-	.886-	
1.40	25.12	.064	.082	.107	.138-	.179-	.232-	.300+	.388*	.503*	.652+	.844-	1.093	
1.45	28.18	.078	.102	.131	.170	.221-	.286-	.370+	.479*	.621*	.804+	1.041-	1.348-	
1.50	31.62	.097	.125	.162	.210	.272-	.352-	.456-	.591+	.765*	.991+	1.284-	1.662-	
1.55	35.48	.119	.154	.200	.259	.335-	.434-	.563-	.729+	.944*	1.222*	1.583+	2.050-	
1.60	39.81	.147	.190	.247	.319	.414	.536-	.694-	.899+	1.164*	1.508*	1.952+	2.529-	
1.65	44.67	.181	.235	.304	.394	.510	.661-	.856-	1.108-	1.436+	1.859*	2.408+	3.118-	
1.70	50.12	.224 ?	.290	.375	.486	.629	.815-	1.056-	1.367-	1.770+	2.293*	2.970+	3.846-	
1.75	56.23	.276 ?	.357	.463	.599	.776	1.005-	1.302-	1.686-	2.184+	2.828*	3.662+	4.743+	
1.80	63.10	.340 ?	.441	.571	.739	.957	1.240	1.605-	2.079-	2.693-	3.488+	4.517+	5.850+	
1.85	70.80	.420 ?	.543 ?	.704	.911	1.180	1.529	1.980-	2.564-	3.321-	4.301+	5.571+	7.215+	

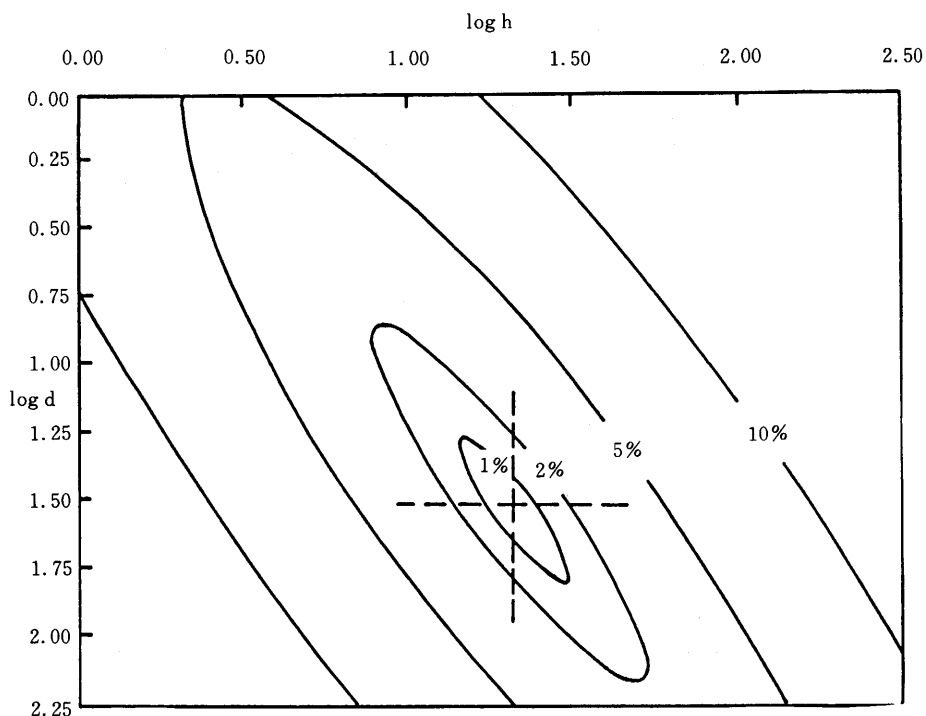


図-10 Eの等高線

2) 適用範囲

北海道演習林においては、前述したように、針葉樹（N）については、1類、2類と二つの材積表がつくられ、さらに1類については、樹高生長の良否を目安として、（その1）、（その2）とふた通りの材積値が用いられている。この針葉樹1類（N1）は、エゾマツ、トドマツ2樹種を合わせて対象としたものであるが、場所によって、あるいは林分によって、それらの幹形に変化がみられることから、そのちがいに対してふた通りの材積値を用いているわけである。

N1（その1）およびN1（その2）はともに1変数による表示であるから、比較は1変数の場合に限られるが、参考までに本文で示した表-4と比べてみると図-11のようである。図中表-4の値はトドマツとして示してある。ちがいを見やすくするため、便宜的に30cm以上の径級について図示したが、トドマツ曲線は、N1（その1）曲線の上をはしっている。この傾向は30cm以下においても同様である。そのちがいを調べると、 $d=30\text{cm}$ 、 50cm におけるそれらの値は下記のようにあり、7%程度の差がみられる。

胸高直径	(1) N1(その1)	(2) 表-4	(2)/(1)
30cm	0.63m ³	0.677m ³	1.075
50	2.21	2.360	1.068

N 1(その1)は対象樹種がエゾマツおよびトドマツであり、したがって当然のことながら、エゾマツ、トドマツをこみにした資料を用いている。表-4はトドマツのみであるから、用いた資料のちがいによってこのような差が生じたことになる。

北海道演習林においては、エゾマツ、トドマツが必ずしも場所的に重なって分布しているわけではなく、また径級の大小についてみても、大径木はエゾマツに多く、 d が60~70cmを越すようなトドマツは非常に少ないから、N 1(その1)の回帰直線には、エゾマツ大径木の材積値がつよく影響を与えているものと考えられる。しかも一般的には、トドマツの幹形はエゾマツのそれよりも完満であるから図-11に示される結果が生じたものとおもわれる。

なお、このようなちがいについては、各種の調査や試験との関連において、今後十分に検討される必要があるであろう。そして、エゾマツのみを対象とした材積表も早い機会に調製されることが期待される。

本文で用いたデータは、表-1に示されるように、主に当時の10, 15, 19, 47, 53, 55, 56, 60, 61, 65林班などから得られたものであるから、本文において示した材積表は、これらの地域における林分か、それらと類似した林分に対して適用されることになる。これはN 1(その1)とN 1(その2)の区分とも関連することであるが、上記の林班の所在からおおよそのいい方をすれば、実用上は標高800m程度以下の地域が適用の対象として考えられるであろう。

3) 他の材積表との比較

本文で示した材積表を、北海道各地域において現在使用されているいくつかの材積表と比較してみよう。1変数については、他に適当な表が見当たらないので、2変数の場合について調べることにする。

林野庁計画課編「立木幹材積表」⁽⁶⁾の中に、北海道地方について、下記の5支庁地方のトドマツを対象とした材積表が掲載されている。

イ. 宗谷, 留萌, 上川, 空知(雨竜郡), 支庁地方

ロ. 網走支庁地方

ハ. 根室, 釧路, 十勝支庁地方

ニ. 日高, 空知(雨竜郡を除く), 石狩, 胆振(幌別, 白老, 勇払郡), 後志(積丹, 古平, 余市郡)支庁地方

ホ. 胆振(幌別, 白老, 勇払郡を除く), 後志(積丹, 古平, 余市郡を除く), 桧山, 渡島支庁地方

イ~ホと本文表-5の材積表とは、その調製方法をことにしており、さらにイ~ホの材積表については、それぞれの資料内容が不明であるため、数値計算の基礎となった実験式自体を比較することはできない。

このようなことから、便宜的な検討法として、 d と h についていくつかの組み合わせを考え、

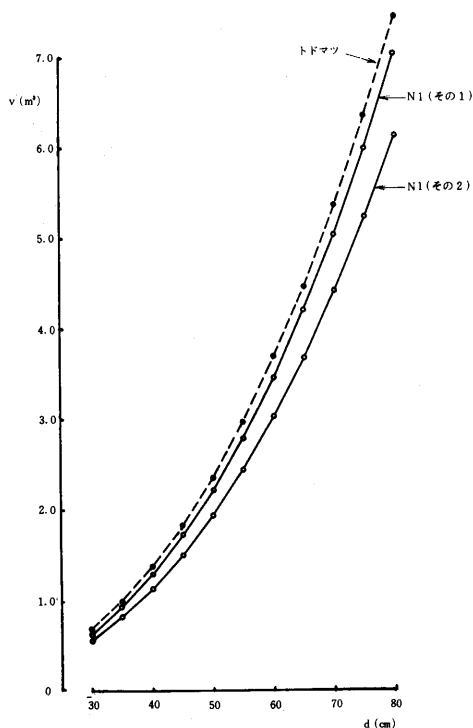


図-11 材積値の比較

それらに対応した v の表示値を材積表ごとに求めることにすれば、表-8が与えられる。

表-8についてみると、表-5の値は、 $(d=10, h=10)$ 、 $(d=20, h=15)$ においてはイ〜ホに比して小さ目であるが、 $(d=30, h=20)$ においてはハに近く、同じように、 $(d=40, h=25)$ においてはホに、 $(d=50, h=25)$ においてはイに、さらに $(d=60, h=30)$ においてはロに近い。したがって、この限りにおいては、イ〜ホとの近似性について、とくに傾向は認められない。北海道演習林は、地域としては二に該当するが、数値としては必ずしも対応していない。すなわち、表-5は独自の材積表として、イ〜ホとは区別してみることができるであろう。

表-8 材積表表示値の比較

		単位: d (cm), h (m), v (m³)					
d, h の値		$(d=10)$ $(h=10)$	$(d=20)$ $(h=15)$	$(d=30)$ $(h=20)$	$(d=40)$ $(h=25)$	$(d=50)$ $(h=25)$	$(d=60)$ $(h=30)$
材 積 表							
イ		0.05	0.26	0.73	1.54	2.30	3.79
ロ		0.05	0.26	0.74	1.56	2.32	3.88
ハ		0.05	0.26	0.69	1.43	2.19	3.71
ニ		0.05	0.27	0.74	1.56	2.35	3.83
ホ		0.05	0.26	0.72	1.51	2.20	3.67
表-5		0.043	0.241	0.697	1.513	2.271	3.885

要 旨

1. 北海道演習林におけるトドマツ立木幹材積表を調製した。1変数および2変数のふたとおりの場合を考えたが、それぞれの場合について求められた回帰式は次のとおりである。

$$\log v = -3.7789 + 2.4437 \log d$$

$$\log v = -4.3079 + 1.8214 \log d + 1.1228 \log h$$

ここに、 v は幹材積 (m^3)、 d は胸高直径 (cm) (地上1.3m)、 h は樹高 (m) を示す。

2. 上記の2式にもとづいて調製された材積表は、表-4、表-5のとおりである。一般に、材積値は材積表のなかでは一様に示されているが、回帰推定のうえからは、それぞれが精度のちがいをもっている。表-4および表-5においては、その精度との関連において材積値が示されている。

引用文献

- (1) 小林龍一：数量化理論入門，173pp，日科技連，東京，1983
- (2) LOETSCH, F., ZÖHRER, F. & HALLER, K. E. : Forest Inventory, Vol. 2, 469 pp, BLV Verlagsgesellschaft, München, 1973
- (3) 前沢完次郎・福島康記・中川一郎・河原 漢：北海道演習林広葉樹立木材積表に関する調査報告，演習林（東大），17：77～100，1968
- (4) 前沢完次郎・芳賀敏郎：材積表の精度について，日林誌投稿中
- (5) 中山博一：林木材積測定学，pp. 280，金原出版，東京，1957
- (6) 西沢正久：森林測定法，299pp，地球出版，東京，1959
- (7) 奥野忠一・久米 均・芳賀敏郎・吉澤 正：多変量解析法，330pp，日科技連，東京，1972
- (8) 林野庁計画課編：立木幹材積表一東日本編一，433pp，日本林業調査会，東京，1970

(1984年5月8日受理)

Summary

In this paper, the cubic meter volume tables as shown in Tables 4 and 5 are presented for Saghalien fir (*Abies sachalinensis*) trees of the University Forest in Hokkaido.

Tables 4 and 5 are the volum tables (a) with a single variable and (b) with two variables, respectively. The volume equations regarding those two tables are given as follows:

$$(a) \log v = -3.7789 + 2.4437 \log d,$$

$$(b) \log v = -4.3079 + 1.8214 \log d + 1.1228 \log h,$$

where v = stem volume in cubic meter,

d = diameter at breast height (1.3m) outside bark in centimeter, and

h = tree height in meter.

Generally the values of volume are shown evenly in volume tables. However, different precision is given to those values individually, as far as the theory of regression estimation is concerned. The relation between the precision and the elements of data is examined in those tables.