

パルス管冷凍機の基本動作解析および 実験的検証に関する研究

伊東正篤

『パルス管冷凍機の基本動作解析および実験的検証に関する研究』

目次

目次

主な記号

第1章 序論

1.1 移動体通信と小型冷凍機

- 1.1.1 移動体通信と小型冷凍機との関係
- 1.1.2 HTSフィルタ
- 1.1.3 小型冷凍機に対する要求値
- 1.1.4 小型冷凍機の現状
- 1.1.5 小型冷凍機を選択

1.2 パルス管冷凍機

- 1.2.1 パルス管冷凍機の構成
- 1.2.2 パルス管冷凍機の分類
- 1.2.3 各種パルス管冷凍機に関するこれまでの研究
- 1.2.4 パルス管冷凍機に関するその他の研究

1.3 本研究の目的と構成

- 1.3.1 本研究の目的
- 1.3.2 構成

第2章 パルス管冷凍機の動作解析

2.1 はじめに

2.2 解析の概要

2.2.1 解析モデルの構成

2.2.2 解析の手法

2.2.3 解析のための条件

2.2.4 解析の手順

2.3 理想状態における解析

2.3.1 理想状態

2.3.2 パルス管内低温側ガスによるPV図と蓄冷器低温端熱交換器における熱交換量

2.3.3 パルス管高温端熱交換器における熱交換量

2.3.4 蓄冷器内のガスのPV図と熱交換量

2.3.5 圧縮機内ガスのPV図と蓄冷器高温端熱交換器における熱交換量

2.3.6 パルス管冷凍機の熱収支および動作係数

2.4 非理想状態における解析

2.4.1 圧力と質量流速が同位相でない場合

2.4.2 蓄冷器内の熱交換が不完全である場合

2.5 章のまとめ

第3章 パルス管内の基本性能に関する実験的検証

3.1 はじめに

3.2 パルス管内のガス変位計測法

3.2.1 位相差 ϕ と θ の関係

3.2.2 ガス変位計測方法の検討

3.2.3 計測精度の確認

3.3 オリフィス型およびダブルインレット型パルス管冷凍機の低温端のPV仕事

- ・位相差と冷凍性能との関係

3.3.1 実験装置

3.3.2 計測の準備

3.3.3 オリフィス型パルス管冷凍機における計測結果

3.3.4 ダブルインレット型パルス管冷凍機における計測結果

3.4 パルス管内のガス温度計測方法

3.4.1 パルス管内の温度計測方法の検討

3.4.2 レイリー散乱

3.4.3 温度への変換方法

3.4.4 計測精度確認用実験装置

3.4.5 測定精度の確認と精度の向上

3.4.6 静圧時の2次元温度分布計測

3.4.7 定常流れ場における温度計測

3.4.8 周期的圧力変動場における温度計測

3.5 パルス管内ガス温度計測

3.5.1 実験装置

3.5.2 計測の準備

3.5.3 パルス管内のガスの温度分布の計測結果

3.5.4 パルス管低温端近傍の温度計測結果

3.6 温度計測の結果に対する考察

3.6.1 低温端近傍温度の解析解

3.6.2 計測結果と解析解との比較検討

3.7 章のまとめ

第4章 インナータンスチューブ型パルス管冷凍機に関する検討

4.1 はじめに

4.2 インナータンスチューブ型パルス管冷凍機の位相調整機能

4.2.1 電氣的等価回路

4.2.2 実験装置

4.2.3 電氣的等価回路による計算結果および計測結果

4.2.4 位相調整機能に関する考察

4.3 インナータンスチューブ単体の位相調整機能の検討

4.3.1 実験装置

4.3.2 計測結果

4.3.3 電氣的等価回路

4.3.4 計算結果と位相調整に関する考察

4.4 章のまとめ

第5章 結論

付録

参考文献

謝辞

主な記号

A: 断面積

A_p : パルス管内側の断面積

A_s : シャトルの受圧断面積

a: 圧力振幅比

C: 係数、定数

C_p : 定圧比熱

d: シャトル外径

dP: 圧力振幅

D: イナータンスチューブ内径

D_p : パルス管内径

E: 入力光強度

F: 関数

f: 周波数

I: 散乱光強度

k: 比熱比

L: 蓄冷器長さ

M, m: 質量

M_r : 蓄冷器内の存在する全ガスの質量

m_r : 蓄冷器内に停留するガスの質量

m_{rc} : 蓄冷器低温側ガスの質量

m_{rh} : 蓄冷器高温側ガスの質量

m_s : シャトルの質量

m_0 : 平均質量流速

\dot{m} : 質量流速

\dot{m}_{rc} : 蓄冷器低温側質量流速

\dot{m}_{rh} : 蓄冷器高温側質量流速

\dot{m}_{ph} : パルス管高温側質量流速

n: ポリトロップ指数

P: 圧力

P_{in} : パルス管内圧力

P_0 : 平均圧力

Q: 熱量

Q_c : 蓄冷器高温端熱交換器における熱交換量

Q_{pc} : 蓄冷器低温端熱交換器における熱交換量

Qph: パルス管高温端熱交換器における熱交換量

Qr: 蓄冷器内の熱交換量

Qrc: 蓄冷器内で低温側ガスが行う熱交換量

Qrh: 蓄冷器内で高温側ガスが行う熱交換量

Qrm: 蓄冷器内で蓄冷器内に停留するガスが行う熱交換量

R: ガス定数

r: シャトルの変位振幅

Rc: イナータンスチューブの抵抗

S: 面積

T: 温度

Tc: 蓄冷器低温端熱交換器温度

Th: 蓄冷器高温端熱交換器温度

Tp: パルス管高温端熱交換器温度

Tr: 蓄冷器内温度

t: 時間

trdi: 蓄冷器内位相進み時間

U: 体積速度

Uc: イナータンスチューブを通過する体積速度

Up: 吐出口とイナータンスチューブ間を通過する体積速度

V: 体積

Vc: 圧縮機内体積

Vmp: パルス管内停留ガスによる体積

Vreg: 蓄冷器の容積

Vp: パルス管内ガス体積

Vpc: パルス管内低温側体積

Vpm: 最小パルス管体積

Vpul: パルス管容積

Vpm: パルス管最小容積

Vrc: 蓄冷器内低温側体積

Vrcm: 最大蓄冷器内低温側体積

Vrh: 蓄冷器内高温側体積

Vrm: 蓄冷器内に停留するガスの体積

W: 仕事

Wc: 圧縮機から入力された仕事

Wpc: 蓄冷器低温端から流入するガスによる仕事

Wph: パルス管高温端から流入するガスによる仕事

X : ガス変位、シャトル変位

Y : パルス管内の低温端近傍位置

Yc: 低温端近傍の温度計測点

Z : インピーダンス

Zc: イナータンスチューブとバッファタンクのインピーダンス

Zp: 吐出口とイナータンスチューブ間のインピーダンス

θ : 圧力とガス変位との位相差

μ : 粘性係数

ρ : 密度

τ : 時刻、時間

ν : 動粘性係数

τ_v : 粘性緩和時間

ϕ : 圧力と質量流速との位相差

ω : 角速度

第1章

序論

1.1 移動体通信と小型冷凍機

1.1.1 移動体通信と小型冷凍機との関係⁽¹⁾

最近の移動体通信の普及は目覚ましく、携帯電話の加入者数の増加は当初予想をはるかに上回り2003年8月現在でおよそ7800万台と急速に増加している。またマルチメディア時代を迎えるに当たり、大量のデータを伝送する必要性から周波数利用効率が高く高品質な通信が行える高能率移動体システムの実現が急務となってきており、このための様々な技術開発が各所で精力的に行われている。

一方、超伝導が発見されて以来、電気抵抗が零という特性を用いて新規な応用分野が開かれると期待されてきた。特に液体窒素温度程度で動作する高温超伝導体（High Temperature Superconductor以下HTSと略す）は実用化が身近なものと考えられている。その中でも高周波分野においては、マイクロ波帯での表面抵抗が常伝導金属に比べて1桁以上低いことを利用して、アンテナ、フィルタ、ミキサなどへのデバイス応用が研究されており実用化も間近いと考えられている⁽²⁾。この中でフィルタについては、HTSを用いれば導体損失がほとんど無いことから高無負荷Q化が可能であり、フィルタの低損失化、あるいは多段化によるシャープスカート化が期待されている。

この節ではまず、移動体通信に用いられるHTSフィルタおよびその効果を概説し、さらに受信用HTSシステムの開発状況を述べ、最後にHTSフィルタを冷却する小型冷凍機について述べる。図1.1に受信用HTSフィルタシステムの基本構成を示す。

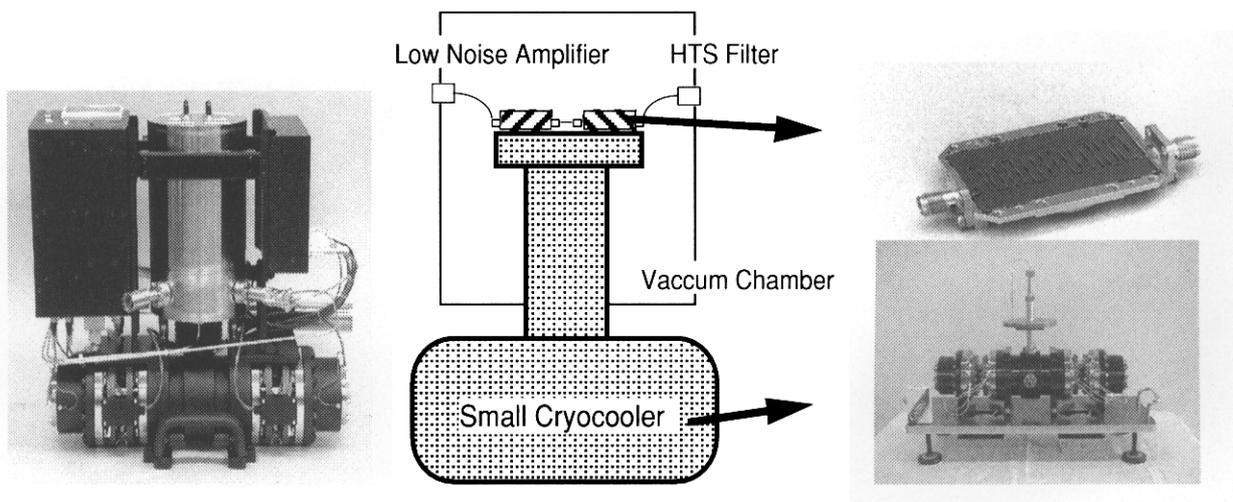


図1.1 受信用HTSフィルタシステムの基本構成

1.1.2 HTSフィルタ

従来技術によるフィルタの性能限界を打開して小型で高性能な平面型フィルタを実現するためには、金属材料に変わる飛躍的に低損失なHTS材料の成膜技術の開発を行うことが必要である。HTS材料として代表的なものとしては、

イットリウム系酸化物 (YBa₂Cu₃O₇)、タリウム系酸化物 (Tl₂Ba₂CaCu₂O₈など)、ビスマス系酸化物 (Bi₂Sr₂CaCu₂O₈など) などが挙げられる。基板材料としては酸化マグネシウム (MgO)、ランタンアルミナ (LaAlO₃)、サファイア (Al₂O₃) が用いられる。

ところで移動体通信では主に現在800MHz～1.9GHzの周波数が日本では使われている。また今後世界標準の移動体通信として普及が見込まれるIMT2000を考えに入れると1～3GHzの準マイクロ波帯が移動体通信用として使われることになる。このことから移動体通信用平面フィルタとしては多段化を前提にすればφ2～φ3インチと比較的大型になる。このような大面積の両面成膜方法の主な方法としてスパッタ法と蒸着法がある。このうち蒸着法は最近φ9インチの成膜ができるようになりさらに大型の基板がフィルタ用に供給が可能になってきている⁽³⁾。

また、超伝導状態とは直流の電気抵抗がゼロになる状態を意味している。したがって超伝導状態の物質に電流を流しても損失は発生しない。ところが、交流それも高周波と呼ばれる周波数帯域では超伝導状態においても電気抵抗は完全にゼロにはならない。これは超伝導状態に於いて通常の電子と超伝導電子が併存している (2流体モデルと呼ばれている) ためである。前記のスパッタ法で作製したYBa₂Cu₃O₇膜の表面抵抗の例を図1.2に示す。

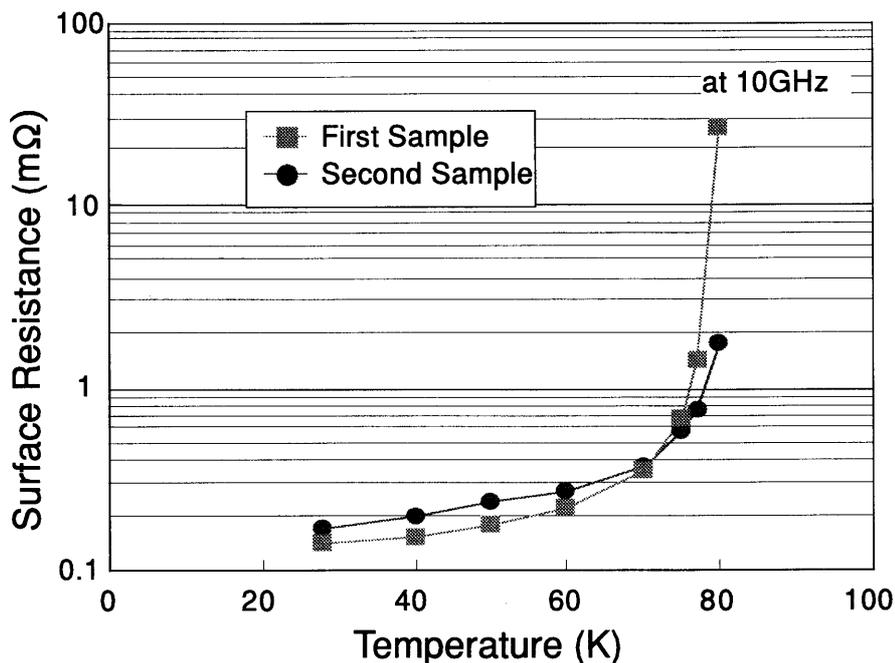


図1.2 表面抵抗値の温度依存性

70K以下の温度ではフィルタとして使用される際必要とされる1.5mΩ以下の表面抵抗になっているが、70Kを越すと急激に表面抵抗は大きくなっている。このことから小型冷凍機に課せられる冷凍温度が70K以下であることが解る。

移動体通信における高周波フィルタの役割は、必要な信号と不要な信号を周波数分離し

て微弱な信号強度でも十分な通信品質が得られるようにすることである。しかしながら従来から使用されている空洞共振器や誘電体共振器を用いたフィルタでは、金属材料や誘電体材料が有する無負荷Q値の限界から、高い周波数分離特性を持つ多段でシャープスカートなフィルタを設計すると損失が増大して熱雑音の増加を招き、結果として微弱な信号は熱雑音に埋もれて通信品質を劣化させてしまうといった問題が存在する。フィルタの性能限界を決める主たる要因には金属材料の導体損、誘電体材料の誘電体損、フィルタの構造による放射損の3つがある。ここで金属材料の代わりにHTSを用いれば導体損を大幅に低減することができるため高い無負荷Q値を持ち低損失で多段のシャープスカートフィルタを実現することが可能になる。図1.3にIMT2000の周波数帯で用いることができるHTSフィルタの外観写真と特性を示す⁽⁴⁾。φ3インチ基板上に同心状に32個の共振器によりフィルタを形成している。挿入損失は0.3 dB以下でありHTSの特徴を生かした低損失でシャープスカートなフィルタが実現している。

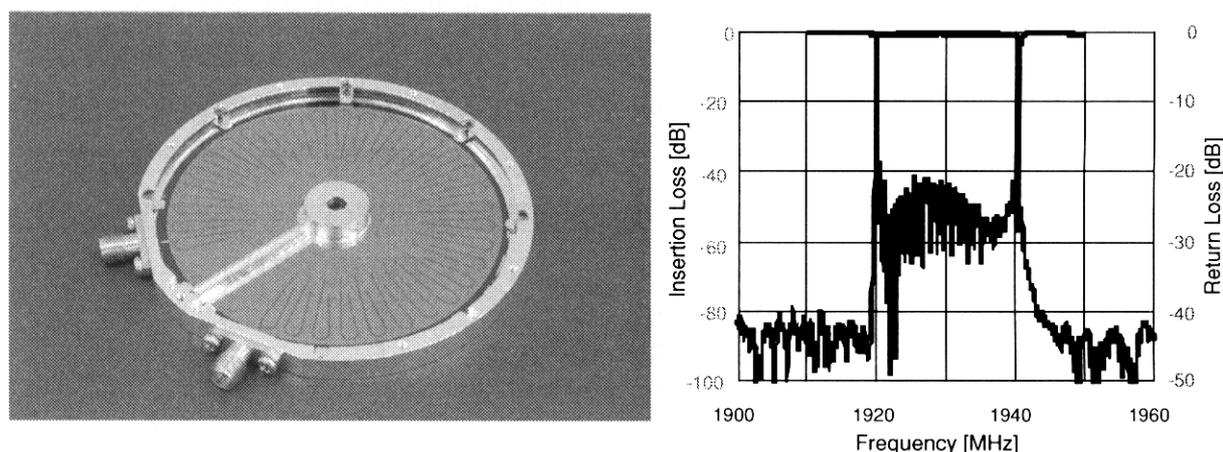


図1.3 IMT2000用HTSフィルタ

受信用HTSフィルタを移動体通信基地局に用いるメリットは、低雑音とシャープスカートである。低雑音についてはHTSフィルタだけでなく低雑音増幅器も同時に冷却されるため熱雑音が低減し、雑音指数が向上して、基地局の感度が向上する。このことは特に郊外の平地での効果が大きく基地局のセル半径を増大させることが可能になり、結果として基地局設置数が削減でき通信事業者の初期設備投資が節約できることになる。

また、シャープスカート化については通信システム間の干渉を防ぐためのガードバンド縮小、あるいはシステム間干渉のため通信不能だった場所での通信が可能となり、占有帯域、場所の両面からの周波数利用効率が向上することになる。

HTSフィルタシステムの開発について米国においては1990年頃よりDARPA(Defence Advanced Research Project Agency; 現ARPA)の資金援助を得て、コンソーシアム(CSE: Consortium for Superconducting Electronics)をつくって超伝導のマイクロ波応用の研究開発を行ってきた。当初の参加企業・研究機関はIBM、AT&T、MIT、

Lincoln Lab. (M I T)、 Conductus、 CTIであり、 HTSフィルタの開発を精力的に行っている。これは元々軍事目的で始まった研究が、東西の緊張緩和、ソ連の崩壊などにより軍事研究成果を民生に転換しようとする動きの一環であると考えられる。現在、米国においてはCフィルタを移動体通信に応用しようとする動きが具体的になってきている。先に述べたConductusの他、 STI(Superconducting Technologies Inc.)、 ISC (Illinois Superconductoer Corp.) 等の会社がHTSフィルタの開発を進めている。基地局の受信用フィルタについてはセルラー電話や、 PCSの基地局用に用いるべく現在フィールドテストが進められ、一部では実際に数100台使われ始めている。日本においては、 1994年から (株) 移動体通信先端技術研究所において研究開発が開始され、 (株) クライオデバイスにおいて試作品の評価が行われた。

1.1.3 小型冷凍機に対する要求値

短期間の研究用ではなく実際のHTSフィルタシステムに組み込む場合、冷凍機にどのような特性を要求されるかを述べる。

表1.1にHTSフィルタ冷却用小型冷凍機に求められるパラメータおよび要求値を挙げる。以下、各パラメータについて説明を加える。

表1.1 小型冷凍機に対するパラメータと要求値

| | |
|-----------------------------|--------------|
| Load Temperature | 60K~70K |
| Temperature Stability | ±0.5 K |
| Ambient Temperature | -40~60°C |
| Cooling Capacity | 3~6W |
| Input Power | 100~200W |
| Life | >5Years |
| Residual Vibration or noise | small~noting |
| Size | Small |
| Weight | <10Kg |

・ 冷凍温度

前述したように冷凍温度がある値以下にならないとHTS膜の表面抵抗が下がらずフィルタ設計値を満たさないことになる。また、HTSフィルタを送信用に用いた場合には膜の表面電流密度が増加し、表面抵抗値を要求された値以下に抑えるために冷凍温度をさらに低くする必要が生じてくる。そこで受信用では70K、送信用ではおおよそ60Kの冷凍温度が必要となると考えられる。

・ 温度制御性

HTS膜は冷凍温度により表面リアクタンスも変化する。そこでフィルタは基本的にはLC共振器であるため冷凍温度の変化に従って中心周波数がシフトすることになる。どの

ような帯域、比帯域で用いるかによるがおおよそ±0.5Kの温度制御性が必要となる。

- ・環境温度

屋外設置、自然空調が基本となると思われるため外気温温度-40℃～50℃、湿度0～100%の環境に置かれた状態で要求仕様を満足することが必要となる。

- ・冷凍負荷

HTSフィルタはシステムにより必要とする数はかなりばらつくが、ここでは一つの冷凍機に搭載されるフィルタ数を最小2個、最大6個と考えることにすると、冷凍負荷は3W～6W程度となる。

- ・インプットパワー

システムがアンテナ直下に置かれるため給電量に限度がある。そのため100W～200Wのインプットパワーに抑える必要がある。冷凍温度および冷凍負荷から考えるとかなり高い動作係数COPが求められる。

- ・信頼性

現在使われている空洞共振器フィルタや誘電体フィルタはその構造から考えて明らかにMTBF10年以上であると思われる。また、HTSフィルタシステムは損失低減のため高所に設置されたアンテナ直下に置かれる可能性が高く冷凍機も同じ場所に置かれるとするとそのメンテナンスはなるべく低いことが望まれることになる。以上のことから冷凍機に要求される信頼性は最低でもメンテナンスフリーで5年は必要となる。この要求項目は冷凍機にとって厳しい要求である。

- ・振動、騒音

冷凍機の振動が高周波の入出力信号に本質的に影響を与えることはないので、コールドヘッドの振動レベルを厳しく規定する必要はない。しかしながら、システムが設置される場所がマンションの屋上である場合もよくあるため振動特に騒音は極力低レベルに抑える必要がある。

- ・大きさ、重量

システムがアンテナ直下に置かれるため冷凍機の大きさと重さは一人で据えつけ可能なものが要求され、これも冷凍負荷から考えて冷凍機にとってかなり厳しい要求となる。圧縮機部分をアンテナから離れた場所に置く場合は多少軽減されるがヘリウム配管を引き回すデメリットを考えると圧縮機がコールドヘッドと共に置かれることが望まれる。

1.1.4 小型冷凍機の現状

前述したSTI、Conductus、ISCの各社について以下簡単に各社が採用している小型冷凍機について説明する。

- ・STI

STIでは冷凍機にフリーピストン型小型スターリング冷凍機を用いて一つのケース内に圧縮機も含めて収納している。効率がよく小型で静かであり高信頼性が望めるということが

小型スターリング冷凍機の選定理由となっている。圧縮機の高信頼性の確保に摺動部の潤滑にガスベアリングを用いている。高圧ガス源として冷凍機の圧縮機からのヘリウムガスを利用している。しかし、ディスプレイサが摩耗するというスターリング冷凍機のデメリットをかかえている。

- Conductus

Conductusでは当初小型GM冷凍機を採用し、圧縮機も含めて一つのケース内に収納している。GM冷凍機の採用の理由は、多くの半導体製造装置に真空ポンプとして用いられその高い信頼性を評価している点であるが5年以上のメンテナンスフリーは難しい。現在はスターリング冷凍機をサイズの点から採用している。

- ISC

ISCは圧縮機をシステムの外に置くタイプを開発している。冷凍機はジュールトムソンサイクル冷凍機を採用している。環境汚染につながらない混合ガスを使い安価で信頼性の高い冷凍機であるということを採用の理由にしている。現在はスターリング冷凍機をサイズと効率の点から採用している。

以上米国3社の状況を説明したがどれも要求を完全に満たす冷凍機を使用していないのが現状である。

1.1.5 小型冷凍機の種類

前述した小型冷凍機への要求からHTSフィルタシステムを冷却する冷凍機は小型、高効率、高信頼の3つを同時に満たす必要がある。そこで候補となる冷凍サイクルの絞り込みを行う。

低温工学が対象としている冷凍温度は150 K以下であり、この温度領域において適用可能な冷凍サイクルを分類する場合、冷凍機内の圧縮部と膨張部を熱的に分離するための熱交換の種類により分類している⁽⁵⁾。この分類を図1.4に示す。

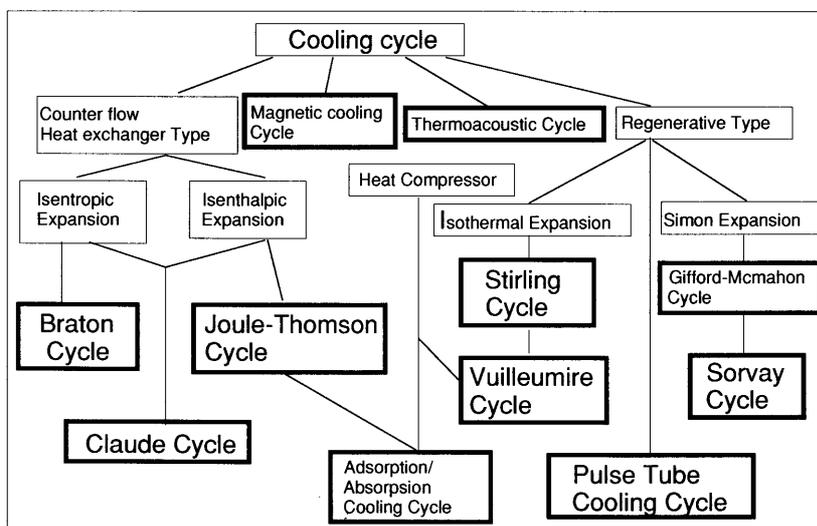


図1.4 冷凍サイクル

この中から電波に影響を与える可能性がある磁気冷凍サイクルと70 K以下の冷却が困難と思われる熱音響サイクルは 検討から除外し、蓄冷器方式からスターリングサイクル、ヴィルミエサイクル、GMサイクル、パルス管冷凍サイクルを、向流型熱交換方式からブレイトンサイクル、ジュールトムソンサイクルを選定し高効率化、小型化の可能性検討を行った。多段サイクルであるクロードサイクルとGMサイクルとほぼ同一のサイクルであるソルベイサイクルは検討からはずす。

選定した各サイクルの理論効率を比較する。入力仕事に対する冷凍能力の割合である動作係数COPで理論効率を表すことにする。このCOPの値は熱力学第2法則の導く所により最大値が定まっている。COPの最大値をCOPmaxとし高温側温度をTh、低温側温度をTcとすると

$$\text{COPmax} = T_c / (T_h - T_c) \quad (1.1)$$

と表すことができ、Th=300K、Tc=70KとするとCOPmax=0.30となる。

同様に高温側温度300K、低温側温度70Kとし低温工学ハンドブックに示される式を用いてそれぞれのサイクルのCOPを求めてみると

| | |
|--------------|----------|
| スターリングサイクル | : 0.30 |
| ヴィルミエサイクル | : 0.20 |
| GMサイクル | : 0.19 |
| ブレイトンサイクル | : 0.14 |
| ジュールトムソンサイクル | : 0.04 |
| パルス管冷凍サイクル | : (0.23) |

となる。なおパルス管冷凍サイクルという言葉は一般には用いられていないがここでは”位相調整器を持つパルス管を用いた冷凍サイクル”という意味で使用することにする。パルス管冷凍機のCOPについてはその冷凍原理が明らかでないということから一部の研究者の間で理論COPといわれている⁽⁶⁾

$$\text{COPpulse} = T_c / T_h \quad (1.2)$$

を用いている。

図1.5に各サイクルの構成図を示す⁽⁷⁾。

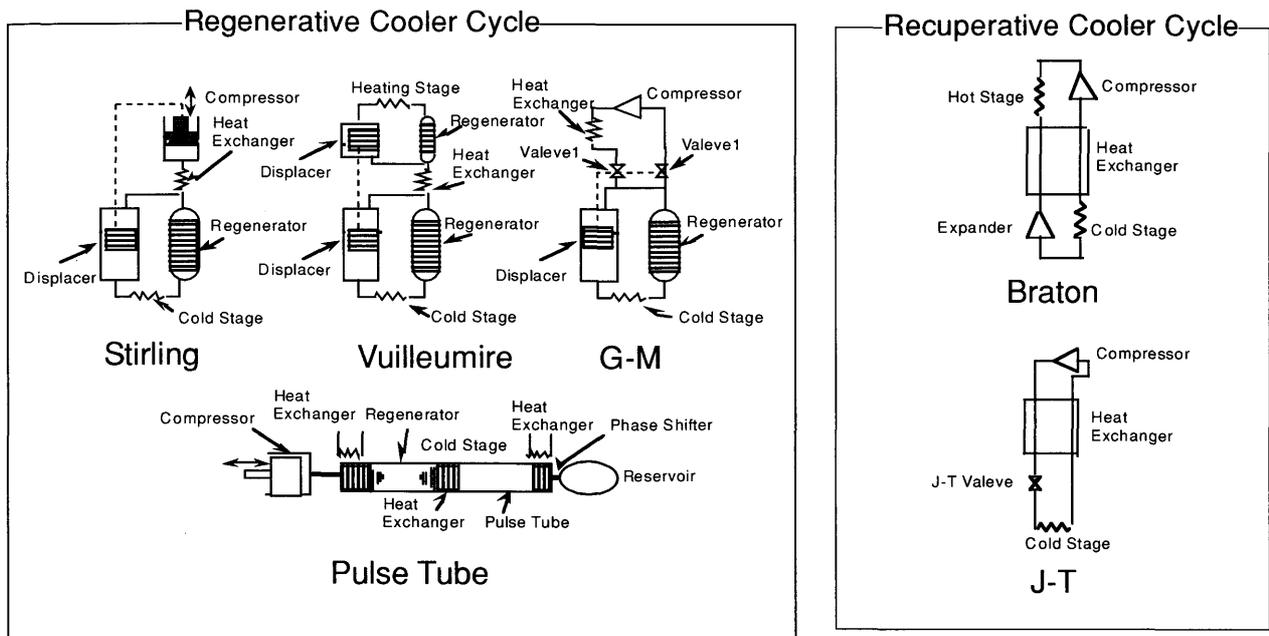


図1.5 冷凍サイクルの構成図

向流型熱交換器方式のサイクルは効率も悪く熱交換器があまり小さくならないことから候補対象からはずす。蓄冷器方式の中での選択は小型化、高効率化、高信頼性化という3つの技術課題を同時に解決できるかという観点で行う必要がある。各サイクルの特徴は次の通りである。

スターリングサイクル：

- ・バルブを使用しないので構造が簡単
- ・理論効率が最も高い
- ・低温部での高速摺動が行われ磨耗劣化しやすい

ヴィルミエサイクル：

- ・蓄冷器を2つ持つなど構造が複雑
- ・熱源の小型化は未知数
- ・理論効率は中程度
- ・圧縮部の機械的信頼性は高い

GMサイクル：

- ・圧縮機他に切替バルブが必要で小型化が難しい
- ・理論効率は中程度
- ・効率を評価する場合、冷凍能力が小さい冷凍機では切替バルブの消費電力が無視できない
- ・全密閉式の圧縮機が使用できるため信頼性は高い

パルス管冷凍サイクル：

- ・構造がシンプルである
- ・高効率化できる可能性はあるが冷凍原理がまだ十分解明されていない
- ・低温部に可動部分がないため信頼性が高い

以上の特徴を検討した結果、HTSフィルタシステムを冷却する冷凍機は小型、高効率、高信頼の3つを同時に満たす必要があることから、パルス管冷凍サイクルがHTSフィルタ冷却用に適していると思われる。理由は冷凍原理が十分に解明されていないとはいうものの決定的な短所を持っていないためである。

そこで、次節以降でパルス管冷凍機の現状および従来の研究について述べる。

1.2 パルス管冷凍機

1.2.1 パルス管冷凍機の構成

パルス管冷凍機の基本構成と冷凍機内の温度分布を図1.6に示す。ただし、本論文が対象とする低温の温度域は液体窒素温度（ $\sim 77\text{K}$ ）と限ることにするため単段の構成を説明する。

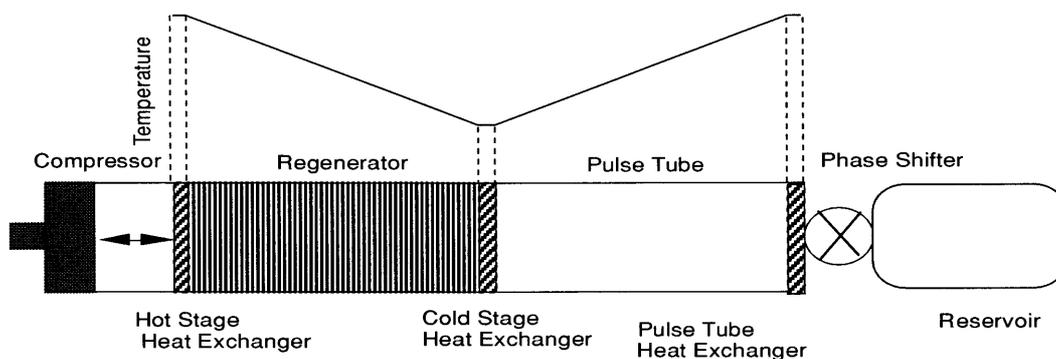


図1.6 パルス管冷凍機の構成と温度分布

パルス管冷凍機の構成要素は、圧縮機、蓄冷器高温端熱交換器、蓄冷器、蓄冷器低温端熱交換器、パルス管、パルス管高温端熱交換器蓄冷器、位相調整器、リザーバである。冷凍機内の温度分布は高低温の場所を示したもので直線的に分布することを示すものではない。前述したようにシンプルで、低温部に機械的な可動部分がないことが特徴である。

圧縮機はサイン波あるいは矩形波に近い圧力振動を発生させる。作動ガスは冷凍機に通常使われるヘリウムなどであり平均圧力が $1\sim 3\text{MPa}$ で圧縮比は $1.3\sim 2.0$ 程度である。圧縮機としては図に示すようなピストンの振動に応じてサイン波状の圧力振動を発生させるスターリング型のものと高低圧の圧力切り替えバルブを用いて矩形波状の圧力振動を発生させるGM型のものがある。なお、最近熱音響圧縮機（Thermoacoustic driver）と呼ばれるガスの自励振動を利用した機械的可動部分が全くない圧縮機が開発されつつある(8),(9),(10)。

3つの熱交換器は熱伝導の良い銅などの材料を用いて細かいスリットなどを形成した構造をしており、高温端につくものには放熱のためのフィンや水冷のための通路が設けられる。低温端の熱交換器にはHTSフィルタのような被冷却物が取り付けられるためのステージが設けられる。

蓄冷器はそこを流れるガスと瞬時に効率の良い熱交換をし、温度勾配を保つためにガスの流れ方向には熱伝導を悪くすることが必要となる。そこで比熱が高いステンレスやりん青銅など材料をメッシュ状に編んだものを多数積層したものが使われる。

パルス管は中空の管であり温度勾配を保つために薄肉構造となっている。圧力容器としての強度も考慮されステンレスやチタン合金が用いられる。

位相調整器はパルス管冷凍機の冷凍能力を左右する重要な部品であり、板に小さな孔をあけたオリフィスやイナータンスチューブと呼ばれる細管などで構成されている。しかし最初に登場したベーシック型パルス管冷凍機は位相調整器がない構成であり冷凍原理そのものが位相調整器があるものとは異なり冷凍能力も低い。

また、位相は圧力振動と蓄冷器低温端熱交換器を通過しパルス管に流入するガスの質量流速との位相差あるいは蓄冷器低温端熱交換器を通過しパルス管に流入するガスの変位との位相差として表され、本論文ではそれぞれ ϕ および θ と表現している。

パルス管冷凍機は位相調整器の改良により冷凍能力が進歩してきた。次の項でそれらについて説明する。

1.2.2 パルス管冷凍機の種類

図1.7にTominagaが位相差 θ の大きさによりパルス管冷凍機を分類した結果を示す(11)。また図1.8にそれらの構成を示す。

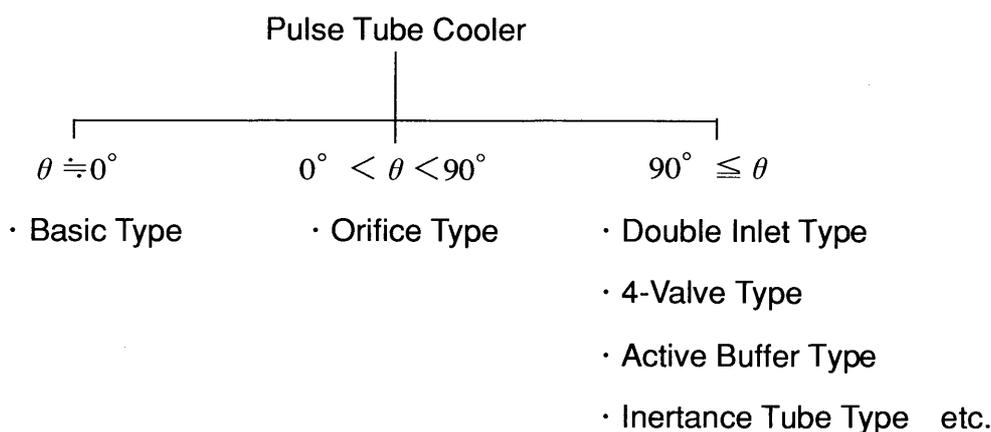


図1.7 パルス管冷凍機の種類

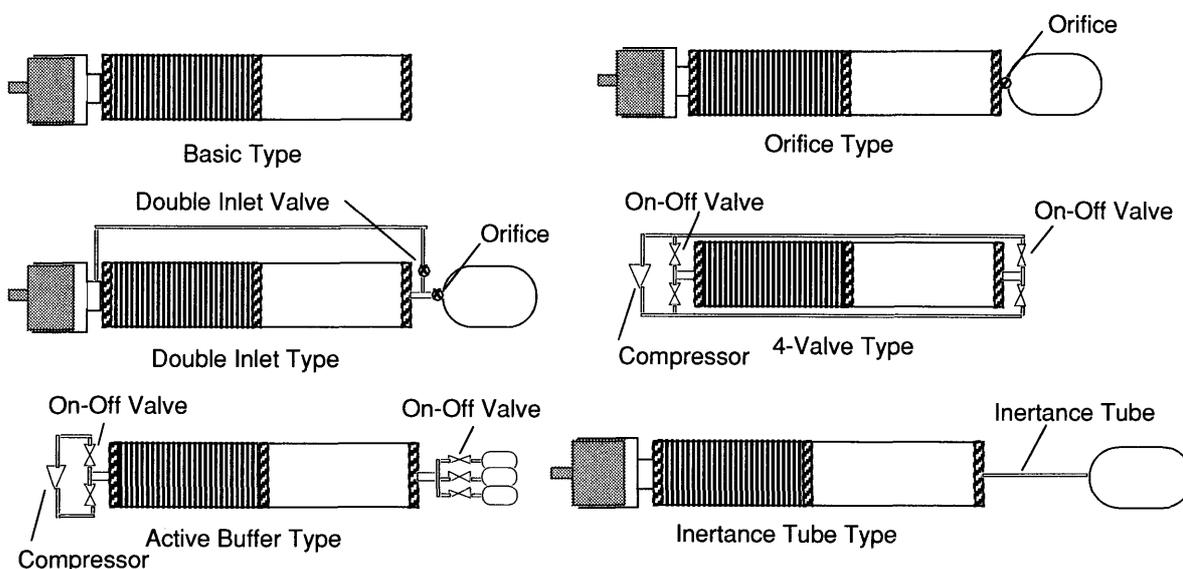


図1.8 各種パルス管冷凍機の構成

1.2.3 各種パルス管冷凍機に関するこれまでの研究

ベーシック型パルス管冷凍機は1964年Gifford and Longsworth⁽¹²⁾によって発明された。Giffordらは1段で124K、2段で79Kを得ておりその後ベーシックパルス管冷凍機へ注目されなくなったこともありこの温度がこれまでの最低到達温度となっている。

ベーシックパルス管冷凍機内では位相調整器を持たない構成から安易に位相差 θ が概略ゼロとなることが解る。そこでガスの定在波振動による熱輸送が冷凍発生の主体となる。定在波振動による熱輸送はGifford とLongsworth⁽¹³⁾によってサーフェスヒートポンピング (Surface Heat Pumping)により説明されている。

パルス管内にある微小ガス要素に着目すると、そのガスが圧縮膨張にともない移動する時、主に速度が遅い移動開始時と移動終了時にパルス管内壁と熱交換することにより、熱の移動が閉塞されたパルス管側に向けて行われることが理解できる。寒冷の発生の限界はパルス管内壁の軸方向の温度勾配の大きさで決まることになる。

ベーシック型パルス管冷凍機のパラメータの変化に対する実験的評価はLongsworth⁽¹⁴⁾により行われており測定結果をフーリエ数を使って整理している。また、GiffordとKyanka⁽¹⁵⁾はスターリング型の圧縮機とGM型の圧縮機を用いた場合の性能の比較検討を行っており、スターリング型の圧縮機を用いた方がトータルの効率が高いとしている。

オリフィス型パルス管冷凍機は1984年Mikulínら⁽¹⁶⁾により提案された。図1.8に示したようにベーシックパルス管冷凍機のパルス管高温端とリザーバをオリフィスで繋ぐ構造になっている。作動流体に空気を用いた1段パルス管冷凍機の実験で最低到達温度106Kを達成した。また、Radebaughら⁽¹⁷⁾は作動流体にヘリウムを用いることにより到達温度60Kを達成した。さらに、1989年にはLiangら⁽¹⁸⁾は最低到達温度49Kを達成した。

オリフィス型パルス管冷凍機の主たる冷凍原理はサーフェスヒートポンピングではないことをDavid and Marechal⁽¹⁹⁾がパルス管の内径を変化させた実験結果より示した。

オリフィス型パルス管冷凍機ではガスの進行波振動による熱輸送が冷凍発生の主体となる。完全な進行波では位相差 $\theta=90^\circ$ ($\phi=0$)となる。オリフィス型では図1.9に示すようにパルス管高温端からオリフィスを介してパルス管内で振動する圧力の平均圧力にはほぼ保たれたリザーバから作動流体が流出入する事により高温端ではほぼ $\theta=90^\circ$ の位相差が生ずる。しかしパルス管低温端ではパルス管内作動流体の圧縮性により $\theta<90^\circ$ となる。

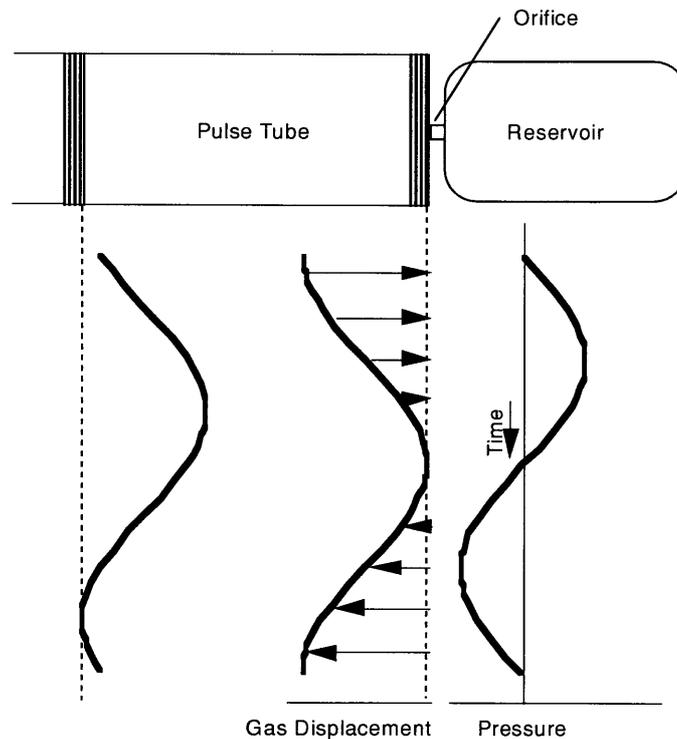


図1.9 オリフィスによる圧力と作動流体変位の位相差

Radebaughら⁽¹⁷⁾はパルス管内のエンタルピー流の考え方をを用いてパルス管冷凍機の熱の流れを説明している。パルス管低温端熱交換器から熱が吸収されればパルス管低温端から高温端に向かう吸収された熱と等量のエンタルピー流が存在し、パルス管高温端熱交換器により放熱されるとしている。これはパルス管低温端熱交換器につながる蓄冷器の作用が理想的であれば蓄冷器内のエンタルピーは1周期の平均はゼロになることからの発想である。しかしパルス管内に停留するガスはパルス管内壁との熱交換を無視すれば断熱圧縮膨張するに過ぎずパルス管内で熱を輸送しているという考え方は合理的ではない。この考え方はStorch^{(20),(21)}やDavid^{(22),(23)}などに肯定され引き継がれていく。

一方、Zhuら⁽²⁴⁾は1周期中パルス管内に停留するガスに注目し、これを一種のピストンと見なし冷凍能力の発生について説明している。また、Matsubaraら⁽²⁵⁾も同様にパルス管内に停留するガスに注目し、これをガスピストンとし、等価PV仕事の概念を導入し任意の位相制御機構を持つパルス管冷凍機におけるパルス管低温端熱交換器でのPV仕事を比較できるようにした。さらに、オリフィスを通過する質量流量からパルス管低温端熱交換器を通過する質量流量と位相差を温度の連続性を犠牲にすることにより簡易的に求め、パルス管低温端熱交換器を通過するガス、パルス管内に停留するガス、位相調整器を通過するガスのPV仕事を比較できるようにしている⁽²⁶⁾。

本論文におけるパルス管冷凍機の動作解析においてもパルス管低温端熱交換器でのPV仕事と冷凍能力の関係を明らかにしているが、パルス管低温端熱交換器を通過する質量流量と位相差を初めから与えている点が異なる。

その他、Wu and Zhu⁽²⁷⁾、Wangら⁽²⁸⁾、Wuら⁽²⁹⁾、Zhu and Chenら⁽³⁰⁾が1次元の

数値計算を行っている。

位相差 θ が $90^\circ < \theta$ になり得るパルス管冷凍機で特筆すべきはZhuら⁽²⁴⁾が提唱したダブルインレット型パルス管冷凍機である。圧縮機からオリフィスとパルス管高温端熱交換器の間にダブルインレットバルブと称する2つ目のオリフィスを設けた構造になっている。1段のダブルインレット型パルス管冷凍機によって最低到達温度42Kを記録している⁽³¹⁾。ダブルインレットパルス管冷凍機の位相差 θ が $90^\circ < \theta$ となり得るのはダブルインレットバルブからパルス管高温端に流れ込むガスの位相は直接圧縮機から流れ込むため $\theta=180^\circ$ に近く、通常のオリフィスからのガスとともにこのガスがパルス管高温端に流れ込むためである。Matubara⁽³²⁾はオリフィス型パルス管冷凍機と冷凍機としての最低到達温度や効率などの性能比較は圧縮機から蓄冷器を通過する際生ずる仕事損失とダブルインレットバルブを通過する仕事損失の大きさを比較することと、パルス管低温端熱交換器でのPV仕事の大きさを比較することにより可能であり、蓄冷器の熱交換効率が十分でない場合はダブルインレット型パルス管冷凍機の方が性能が良くなるとしている。しかしながらダブルインレット型パルス管冷凍機は図1.10に示すような不安定な循環流による温度不安定性が指摘されている⁽³³⁾。

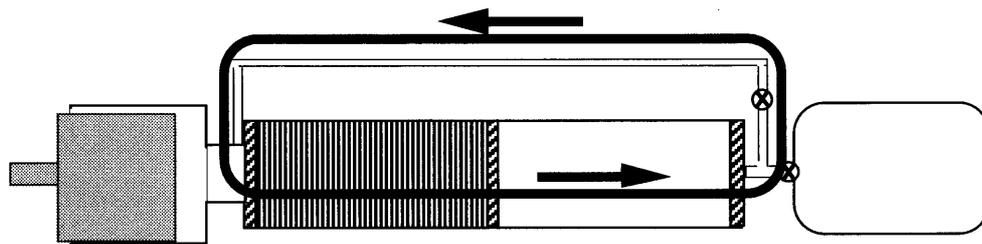


図1.10 ダブルインレット型パルス管冷凍機に起きる循環流の例

また、Kanaoら⁽³⁴⁾はパルス管高温端とリザーバの間をイナータンスチューブと呼ばれる長い細管で繋いだイナータンスチューブ型パルス管冷凍機を用いた結果を報告している。長い細管にはオリフィスのような絞り作用の他に細管内に存在するガスの質量が振動する時に存在する位相遅れ作用があり位相差を 90° 以上にすることが可能になる。

さらに、位相差 θ を 90° 以上とするためにオリフィスのような受動的な位相調整器を使わずにロータリバルブや電磁弁を用いたタイプが数多く出現した。

Mastubaraら⁽²⁶⁾はGM型圧縮機を用いてパルス管高温端に繋がれた吸気バルブと排気バルブの開閉タイミングを変え位相差 θ を調整する4バルブ型パルス管冷凍機を提案し試作評価し良好な結果を得た。

Kakimiら⁽³⁵⁾はパルス管高温端に繋がる高圧、中圧、低圧のリザーバとオンオフバルブを用いたアクティブバッファ型パルス管冷凍機を提案した。位相差の適正化とパルス管内のガス振動による損失を抑えることが可能であり装置が大型になる欠点があるものの高い

効率を実現している。

その他、ムービングプラグ型⁽³⁶⁾、ダブルピストン型⁽³⁷⁾などパルス管高温端に機械的可動部分を持つものが提案されている。

1.2.4 パルス管冷凍機に関するその他の研究

解析的な研究としてはガスの振動による熱の輸送を定在波近似による熱音響現象としてとらえたRott⁽³⁸⁾の考え方を踏襲し、進行波を含む場合まで拡張したSwift⁽³⁹⁾やTominaga^{(40)~(46)}による熱音響理論によるパルス管冷凍機の理解が挙げられる。熱音響理論によれば先に述べたベイシック型パルス管冷凍機における寒冷発生は主に定在波による熱輸送現象つまりサーフェスヒートポンピングによりまたそれ以外のパルス管冷凍機における寒冷発生は進行波による熱輸送現象と理解される。

特にTominagaによる熱音響理論では蓄冷器の作用の理解を一新し、先に挙げたGM冷凍機、スターリング冷凍機、パルス管冷凍機などの冷凍原理を統一的に説明している。従来は蓄冷器は高温と低温を遮断するための大きな熱容量を持った熱交換器として理解されていた。熱音響理論による理解によれば蓄冷器をエントロピーの輸送通路としている。つまり、蓄冷器高温端から流入した仕事を消費し、低温から吸収したエントロピーを蓄冷器低温端から高温端へ輸送する熱力学的エネルギー変換器としている。また、パルス管における熱と仕事の流れも定在波と進行波に分け求めており、これらの解析結果を用いると蓄冷器とパルス管のわたる熱および仕事の流れが理解でき、パルス管高温端の境界条件を与えることにより冷凍能力を求めることができる。しかし、ベイシック型以外では境界条件が求めにくいため定量的な設計ツールとは必ずしもなりえていない。また、最終的には時間平均してしまうにしろ非一様温度の非平衡熱力学を扱うため平衡状態の熱力学に慣れ親しんできた者にとっては難解であり、現象の理解がしにくい。さらに、流体力学的にはパルス管冷凍機内全体において層流として扱っており実際に内部で起こる複雑な流れについては説明されない。

一方、実験的な研究としてパルス管冷凍機内でおこるガスの変位振動や熱振動を確認した例は少なく十分な検討がなされているとはいえない。

流れに関する計測では、Caiら⁽⁴⁷⁾はダブルインレット型冷凍機のパルス管高温端における質量流速を計測し圧力と質量流速の位相差について言及している。Rawlins⁽⁴⁸⁾らは熱線流速計を用いてオリフィス型パルス管冷凍機のパルス管と蓄冷器高温端、低温端の質量流速を計測してオリフィス型の位相差 ϕ が0より大きいことを検証している。Inadaら⁽⁴⁹⁾は熱線流速計を用いてオリフィス型、ダブルインレット型に用いているバルブ付近の配管内の質量流速変動の計測を行い、両バルブの位相制御機能を明らかにしている。

Kunitomoら⁽⁵⁰⁾はレーザドップラ流速計を用いてベーシック型、オリフィス型、ダブルインレット型パルス管内の流体の動的な速度を計測し、それぞれについて熱音響理論で述べられているような圧力と速度の位相分布を明らかにした。さらに、パルス管内にレー

レーザーシート光をあて流体とともに移動する煙をビデオカメラで撮影することにより大域的挙動を観察している。しかしながら彼らの実験では微小な圧力変動を与えており冷凍機としては作動していない。Shiraishiら⁽⁵¹⁾はスモークワイヤ法を用いてパルス管内の流体を可視化し、1サイクルにおける半径方向の速度分布の様子を求めている。さらに、最近ではダブルインレット型パルス管冷凍機の循環流の観測を行っている⁽⁵²⁾。パルス管内に不安定な流れが発生することはLeeら^{(53),(54)}による可視化技術を使ったパルス管内の流れの観察からも報告されている。また、熱振動の計測例はほとんどなくSeoら⁽⁵⁵⁾による熱線風速計のプロープに細い熱電対をつけ速度変動とともにパルス管内半径方向の温度計測を高温端、中間点、低温端付近の3カ所で行った研究がパルス管内のガスの熱振動を確認した例があるに過ぎない。

1.3 本研究の目的と構成

1.3.1 研究の目的

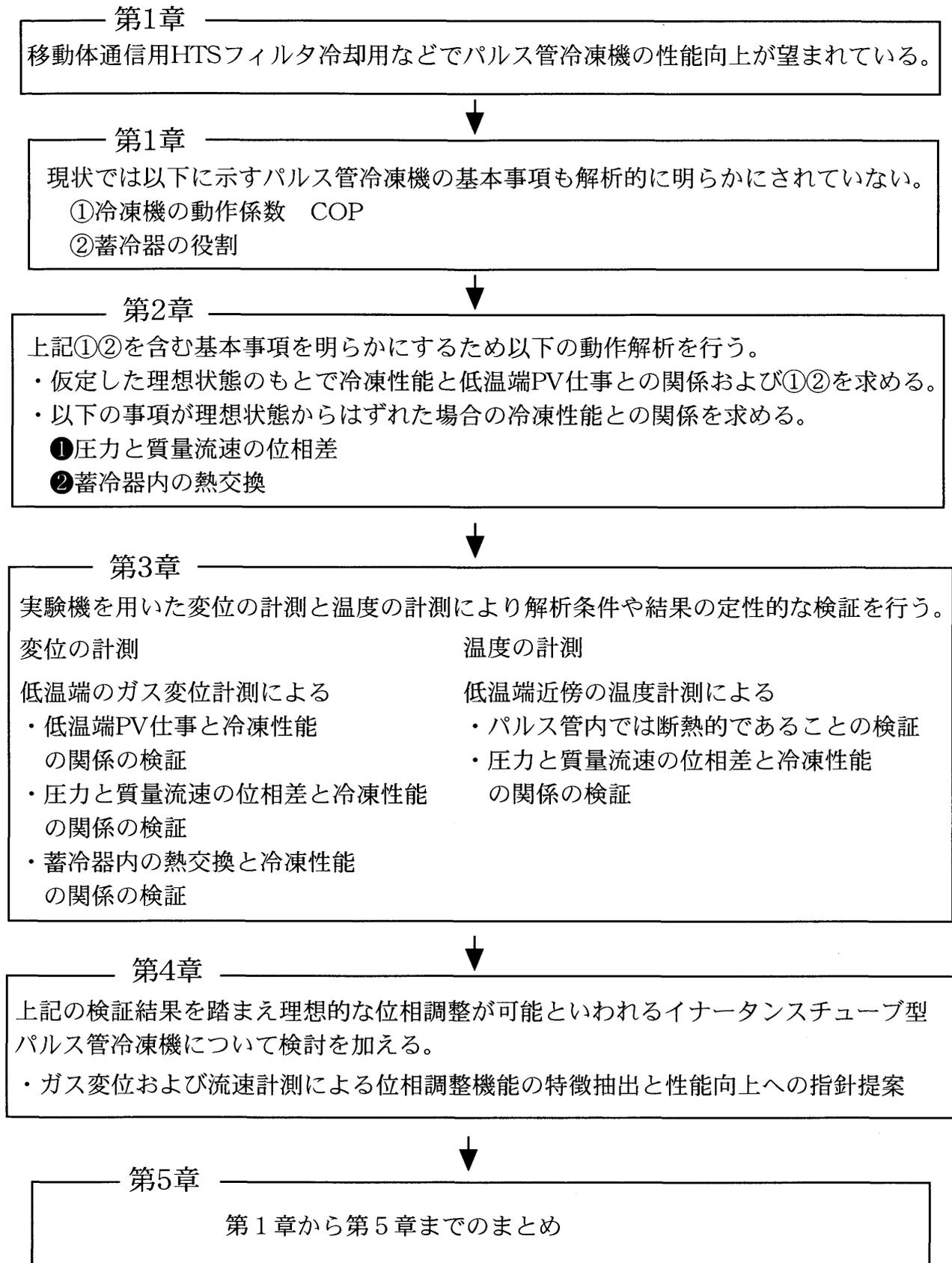
先に説明したように構造がシンプルである、高い信頼性を持つなどの特徴を有するパルス管冷凍機は移動体通信用HTSフィルタの冷却用などへの適用が大いに期待されている。しかしながら熱音響理論などにより冷凍原理が明らかにされ冷凍性能もかなり向上してきたとはいえ実機を開発する上で重要な指標となる動作係数COPや蓄冷器内ガスの役割およびガスと蓄冷材との熱交換量も求められていない状況にある。また、パルス管冷凍機内でおこるガスの変位振動や熱振動を実験的に解りやすい形で観察した例はほとんど無くこの研究に携わる工学者のパルス管冷凍機に対する理解の妨げとなっている。さらに、電氣的等価回路の検討から理想的な位相調整が可能といわれているイナータンスチューブ型パルス管冷凍機の実験的な検証はあまり進められていない。

そこで本研究においては、まず、平衡状態の熱力学を用いてパルス管冷凍機の動作解析を行い理論的な熱収支や動作係数COPと蓄冷器内のガスの挙動を求める。次に、パルス管冷凍機内でおこるガスの変位振動や熱振動を実験的に観察できる装置を用いた観察結果(56)~(61)から上記動作解析条件や結果との定性的な検証を行う。さらにイナータンスチューブ型パルス管冷凍機について、実験と計算結果を比較することよりの位相調整機能の特徴を検討しこの冷凍機の性能向上に関する指針を得る。

以上によりパルス管冷凍機に対する理解を深めパルス管冷凍機の開発に貢献することを本研究の目的とする。

1.3.2 構成

第1章から第5章までの主な構成をフローチャートで示す。



第2章

パルス管冷凍機の基本動作解析

2.1 はじめに

まず、本章で何を明らかにするかについて述べる。先ず第一に明らかにするのは冷凍機としての動作係数COPである。理論的なCOPの値は求めるための条件をある程度限定したとしても実機を開発していく上で重要な指標となる。しかしながら従来の研究においては充分納得のいく理論的なCOPは求められていない状況にある。

これまで理論的なCOPの値は米国のR.Radebaugh⁽⁶⁾により次式のように求められている。

$$\text{COP}_{\text{ideal}} = \frac{\dot{Q}_c}{\dot{W}_o} = \frac{\langle P_d \dot{V}_c \rangle}{\langle P_d \dot{V}_h \rangle} = \frac{T_c}{T_h} \quad (2.1)$$

\dot{Q}_c は冷凍能力、 \dot{W}_o は入力仕事、 $\langle P_d \dot{V}_c \rangle$ は1周期の低温側PV仕事、 $\langle P_d \dot{V}_h \rangle$ は1周期の高温側PV仕事、 T_c は低温側温度、 T_h は高温側温度をそれぞれ表している。

この結果は基本的にスターリング冷凍機におけるシュミットの解析のように低温部、高温部ともに等温モデルに基づいているが、特に低温部を等温モデルと考えることはパルス管冷凍機の場合モデルと実機が決定的に遊離することになる。なぜならばスターリング冷凍機においては図2.1の左図に示すように低温側のガスの膨張空間に高温のガスが流入することが無いため膨張空間全体を等温膨張部とみなしても実機との差は少ない。しかしながら図2.1の右図に示したようにパルス管冷凍機では低温部のガスの膨張空間にパルス管内にある高温のガスが流入するため膨張空間全体を等温膨張部とみなすと実機では全く性能がでないことになる。つまり、パルス管冷凍機の低温部のガスの膨張空間のモデルは断熱モデルでなくてはならないことを示している。また、高温部のガスの圧縮空間のモデルも実機では内径の太いシリンダを用いることを考慮すると断熱モデルの方が望ましい。

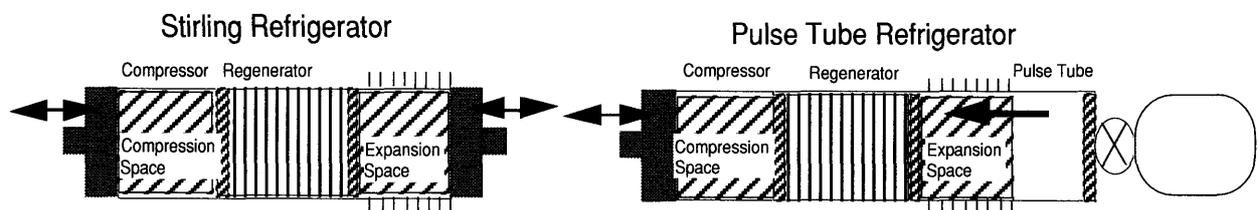


図2.1 スターリング冷凍機とパルス管冷凍機

さらに、(2.1)式においては低温部と高温部のガスの1周期中における質量流量を等しいと考えているが必須要素部品である蓄冷器内容積の存在とガスの圧縮性により両者の値が異なることもCOPを求める際に考慮する必要がある。

以上のように従来の等温モデルを蓄冷器の存在を考慮した断熱モデルに変更すると

COPが温度だけでなく圧縮比や蓄冷器の大きさの影響を大きく受けるようになるため、これらがCOPに与える影響も求める。

第2に明らかにするのは蓄冷器内ガスの役割およびガスと蓄冷材との熱交換量である。実は現在パルス管冷凍機の蓄冷器そのものの役割について2通りの説がある。

1番目の説は前述したR.Radebaughらが主張しているもので、蓄冷器は高温部と低温部を熱的に絶縁するとともに、高圧のガスが膨張空間に入る前に充分低温に温度を下げておくためのプレクーラーとしての役割だけがあり、低温部で吸い上げた熱はパルス管を通じて運ばれるとするものである。

2番目の説は日本のパルス管冷凍機研究の第一人者であるTominagaおよびMatsubaraらが主張しているもので蓄冷器はプレクーラーとしての役割以外に低温部で吸い上げた熱を高温側に運ぶ役割があるとするものである。

図2.2に両者の差を示す。

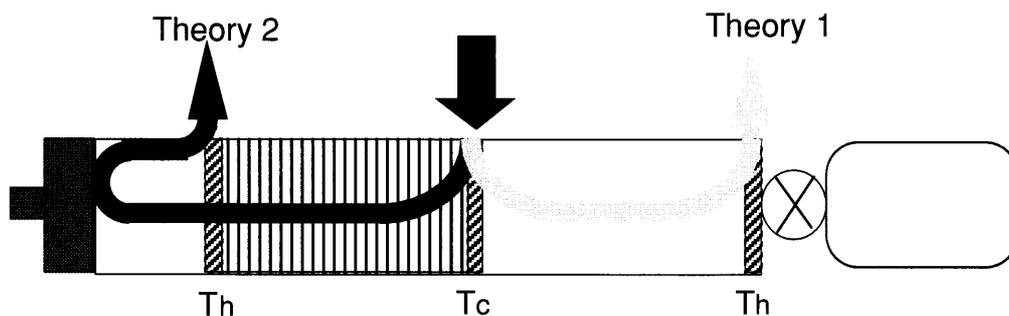


図2.2 蓄冷器の役割に対する2説

第1章でも述べたがパルス管内ではガスは断熱的に振る舞うため低温端から吸収した熱がパルス管高温端に運ばれることはあり得ない。にもかかわらず1番目の説がでてきた理由は後で詳細に示すが低温端から吸収した熱と同じだけの熱がパルス管高温端を通過したガスによりパルス管高温端に置かれた熱交換器から排出されることと、理想的な蓄冷器では蓄冷器内のガスの温度は常に一定で体積も変化しないため1周期中の熱の収支は0になることから熱の流れは無いと誤解されたためと思われる。

Tominagaら⁽⁴⁶⁾の解釈によれば蓄冷器中の熱の流れは次式から導かれる。

$$H = Q + I \quad (2.2)$$

H,Q,Iはそれぞれ蓄冷器中のエンタルピーの流れ、熱の流れ、仕事の流れを示しており、理想的な蓄冷器ではエンタルピーの流れは0であるから仕事の流れと逆方向に熱の流れが存在するというものであり支持できる。つまり仕事は圧縮機側から入り蓄冷器内に温度勾配がついていることを考えると、蓄冷器の高温端から大きな仕事の流れが入り低温端

から小さな仕事の流れが出ていくとともに蓄冷器の低温端から小さな熱流が入り高温端から大きな熱流が出ていくと解釈できる。

しかしながら、従来までの研究ではTominaga⁽⁴⁶⁾の提案したTHERMOACOUSTICAという熱音響理論に基づいたプログラムを用いて1周期にわたる熱流の時間平均値を求めるに留まっている。蓄冷器内のガスが時間の変化とともに理論的にどのくらいの蓄冷材と熱交換を行うのかについては蓄冷器の熱交換器の開発にとって重要であるにもかかわらず求められていない。

そこで、蓄冷器内に存在する各ガス（3種類に分類している。）の熱交換量を知ることにより蓄冷器の役割を明らかにするとともにガスと蓄冷材との熱交換量の時間変化を求めることにする。

以上の解析は限定された理想状態で進めていくが、理想状態からはずれた場合に冷凍能力に対してどのような影響を与えるかについても明らかにし理想と実際との差についても論ずる。

2.2 解析の概要

2.2.1 解析モデルの構成

まず、本章で取り扱うパルス管冷凍機のモデル構成を図2.3に示す。圧縮機、蓄冷器、パルス管、位相調整器、バッファータンクから構成される。前章で紹介した圧縮機が別置きタイプのものは小型、高効率を期待できないため、ダブルインレット型のように圧縮機から直接パルス管に繋がるバイパス管をもつタイプは循環流が発生し温度の不安定性を有するため、ベイシック型のように位相調整器をもたないタイプは高効率を期待できないためモデルから除外するものとする。

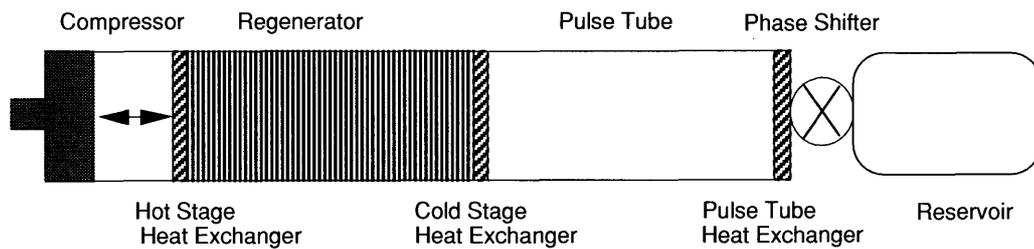


図2.3 モデルの構成

2.2.2 解析の手法

解析の手法はラグランジェ法^{(23),(24)}を用いる。この方法について蓄冷器の低温端を流し出すガスを例にとり図2.4を使って簡単に説明する。図2.4中斜線をつけた1からnまでの各セルは各々時刻 τ_1 、 τ_2 、 \dots 、 τ_n で微小時間 Δt の間に低温側から流入した微小ガスを表しており、各流入時刻における質量流速に微小時間 Δt を乗じた量である微小質量を有している。流出する時は逆に τ_n に流入したガスから順に流出していく。これらガスの微小セルの温度はセルが存在する近傍の部材との熱交換の程度により決まる。また微小セルの体積は設定された圧力と微小セルの質量と温度を使って気体の状態方程式より求められる。そしてガスの体積は各セルの積み重ねにより求められる。また、熱交換される熱量は各セルの微小時間の温度変化と比熱との積の1周期分の和より求めることができる。後に解析の条件の所で述べるがこれらのガスは混じり合うことなくかつ互いの間に熱伝導がない状態で存在するものとする。

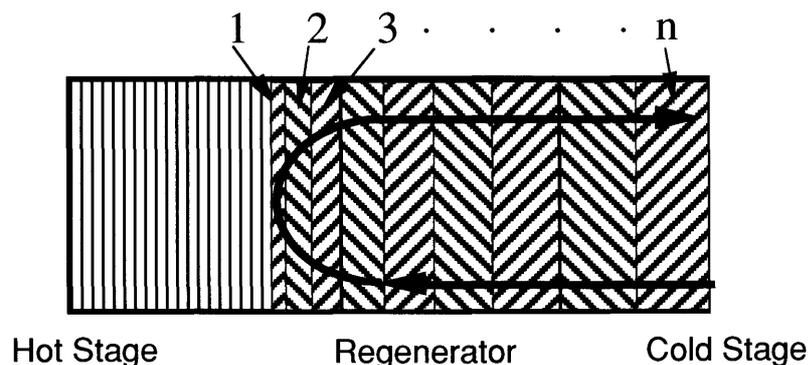


図2.4 ラグランジェ法

2.2.3 解析のための条件

解析のための条件を以下に列挙する。まず、圧力および質量流速に関して

- ①第1章で述べたようなHTSフィルタの冷却に用いるパルス管冷凍機は蓄冷器とパルス管の長さの合計が0.2m程度であり、ガスの圧力波の波長(50Hz, 70Kの状態でおおよそ9.8m)に比べ充分寸法が小さいため、位相調整器とバッファタンクをのぞきパルス管冷凍機内の圧力はすべて等しいとする。
- ②圧力 P は時間的に正弦波状に変化するものとし、条件として最初から与えるものとする。平均圧力 P_0 、角速度 ω 、圧力振幅比 a を用いて $P = P_0 (1 + a \sin \omega t)$ と表現する。
- ③リザーバタンクは容積が十分大きく位相調整器を通過してきたガスの流出入があっても内部の圧力や温度は変化しないものとする。
- ④蓄冷器低温端熱交換器を通過しパルス管に流入するガスの質量流速 \dot{m} も時間的に正弦波状に変化するものとし条件として最初から与えるものとする。平均質量流速 m_0 、角速度 ω 、位相差 ϕ を用いて $\dot{m} = m_0 \sin(\omega t + \phi)$ と表現する。

ガスおよび部材の熱交換に関して

- ⑤リザーバタンクを除く各部位においてガスの混合、ガス間の熱伝導はないものとする。
- ⑥パルス管は直径0.1m程度の中空管であり、パルス管からガスへの1周期中の熱浸透深さが0.01m以下であることから、パルス管とガスとの熱交換を無視してパルス管内のガスは断熱的に変化するものとする。
- ⑦熱交換器では瞬時にロスなく熱交換するものとする。
- ⑧熱伝導により構成部材内を通過する熱の移動はないものとする。
- ⑨蓄冷材の温度は常に一定で、蓄冷器低温端熱交換器温度 T_c 、蓄冷器、高温端熱交換器温度 T_h 、パルス管高温端熱交換器温度 T_p は最初から与えるものとする。

各部の寸法に関して

- ⑩冷凍機の各部位の断面積は一定でかつ単位面積とする。
- ⑪熱交換器の体積は無視する。
- ⑫蓄冷器からパルス管に流入するガスはパルス管内に留まり通り抜けないとする。また、圧縮機から蓄冷器に流入するガスも蓄冷器内に留まり通り抜けないとする。前者の条件がないと蓄冷器低温端熱交換器にパルス管高温端から流入する高温のガスが接触することになり著しい性能低下を招く。また後者の条件は付加しなくても原理的には性能低下を招かないものの実機においては蓄冷器内の不十分な熱交換による著しい性能低下を招く。実機においては圧縮機から蓄冷器に流入するガスは最高でも蓄冷器内の2/3程度までしか流入しないため実機と遊離した条件とはならない。

物性に関して

- ⑬ガスの物性は圧力、温度によらず一定値とする。

2.2.4 解析の手順

次節にて解析を行っていくが前もって解析の手順を図2.5を用いて示す。

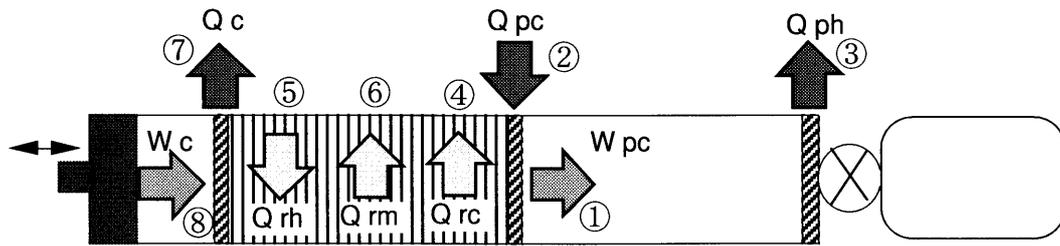


図2.5 解析の手順

まず理想状態の定義をした後、パルス管内のガスに関して、

- ①パルス管内低温側ガスのPV仕事 W_{pc} を求める。
- ②蓄冷器低温端の熱交換器での熱交換量 Q_{pc} つまり冷凍能力を求める。
- ③パルス管高温端熱交換器における熱交換量 Q_{ph} を求める。

次に蓄冷器内のガスに関して、

- ④蓄冷器低温端から蓄冷器に流入するガスのPV図を求め、このガスの蓄冷材との熱交換量 Q_{rc} を求める。
- ⑤蓄冷器高温端から蓄冷器に流入するガスのPV図を求め、このガスの蓄冷材との熱交換量 Q_{rh} を求める。
- ⑥蓄冷器内に停留するガスの体積変化を求め、このガスの蓄冷材との熱交換量 Q_{rm} を求める。

最後に圧縮機内のガスに関して、

- ⑦圧縮機内ガスのPV図を求め、蓄冷器高温端熱交換器での熱交換量 Q_c を求める。
- ⑧圧縮機から入力された仕事 W_c を求める。

上記に示したそれぞれの量はパルス管の体積や蓄冷器の体積が変わった場合、さらに冷凍機始動時のように蓄冷器に温度勾配がついていない場合と作動安定時のように蓄冷器に温度勾配がついている場合について求める。

またCOPは Q_{pc} と W_c を使って求め、蓄冷器内ガスの役割は Q_{rc} , Q_{rh} , Q_{rm} を用いて明らかにする。

2.3 理想状態における解析

2.3.1 理想状態

パルス管冷凍機にとっての理想状態を次のように定義する。

- ①質量流速 $\dot{m} = m_0 \text{Sin}(\omega t + \phi)$ における位相差 $\phi = 0$ (完全な進行波)
- ②蓄冷器内ではガスと蓄冷材の熱交換が完全でありガスの温度と蓄冷材温度は同一である。

特に①を定義した根拠は以下の通りである。

条件で示したようにパルス管内の圧力を $P = P_0 (1 + a \text{Sin} \omega t)$ のように正弦波で表した。これを図2.6に示す。一方、蓄冷器低温端熱交換器を通過するガスの質量流速を $\dot{m} = m_0 \text{Sin} \omega t$ とするとガスの質量は図2.6に示すようパルス管に流入し流出する。つまり、蓄冷器低温端から時刻 τ で流入したガスは時刻 $2\pi/\omega - \tau$ に蓄冷器低温端に流出する。この場合パルス管から蓄冷器低温端の熱交換器に流入するすべてのガスの圧力と流出時の圧力の比つまり膨張比が最大となり、熱交換器に流出時の温度 T_c より低い温度のガスが最も多く流入することになる。よってこの状態を理想状態と考える。

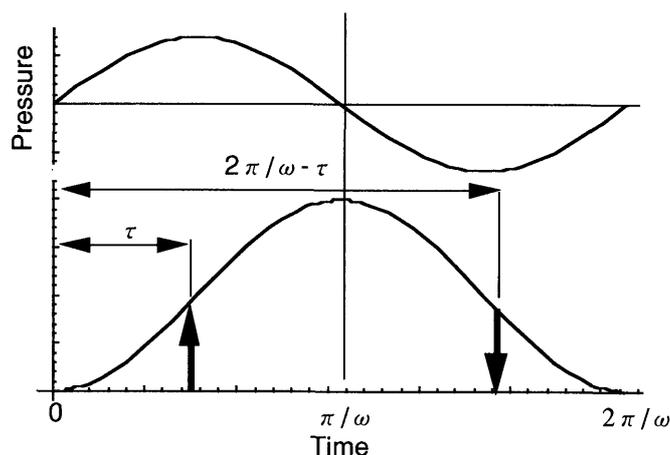


図2.6 パルス管への流入質量と理想的な圧力変化

2.3.2 パルス管内低温側ガスによるPV図と蓄冷器低温端の熱交換器における熱交換量

パルス管内低温側ガス体積とは蓄冷器低温端からパルス管に流入するガスの体積と定義する。

パルス管内のガスは断熱的に変化するため時刻 τ に流入したガスの時刻 t における温度 T_{pul} は次のように表される。

$$T_{pul} = T_c \left[P(t)/P(\tau) \right]^{(k-1)/k} \quad (2.3)$$

(2.3)式とパルス管内は圧力が等しいとする条件から導かれる状態方程式

$$P dV_p = R T_p \mu dm \quad (2.4)$$

より時刻 τ にパルス管に流入したガスの体積 dV_{pc} は $dm = \dot{m} dt$ より

$$dV_{pc} = \dot{m}(\tau) dt R T_c P(t)^{-1/k} P(\tau)^{(-k+1)/k} \quad (2.5)$$

と表される。(2.5) 式より時刻 τ から時刻 t までにパルス管内に流入したガスの体積 $V_{pc}(\tau, t)$ は

$$V_{pc}(\tau, t) = R T_c P(t)^{-1/k} \int_{\tau}^t P(\tau)^{(-k+1)/k} \dot{m}(\tau) d\tau \quad (\tau \leq t \leq \pi/\omega) \quad (2.6)$$

また流出時はガスの質量流速 \dot{m} が時刻 π/ω に対して対称であることから、

$$V_{pc}(\tau, t) = R T_c P(t)^{-1/k} \int_{\tau}^{2\pi/\omega - t} P(\tau)^{(-k+1)/k} \dot{m}(\tau) d\tau \quad (\pi/\omega \leq t \leq 2\pi/\omega - \tau) \quad (2.7)$$

(2.6)式、(2.7)式より積分範囲の下限を0とするとパルス管内低温側体積 V_{pc} が求まる。

$$\begin{aligned} V_{pc} &= R T_c P(t)^{-1/k} \int_0^t P(\tau)^{(-k+1)/k} \dot{m}(\tau) d\tau \\ &= R T_c P(t)^{-1/k} \int_0^t P(\tau)^{(-k+1)/k} m_0 \sin \omega \tau d\tau \quad (0 \leq t \leq \pi/\omega) \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} V_{pc} &= R T_c P(t)^{-1/k} \int_0^{2\pi/\omega - t} P(\tau)^{(-k+1)/k} \dot{m}(\tau) d\tau \\ &= R T_c P(t)^{-1/k} \int_0^{2\pi/\omega - t} P(\tau)^{(-k+1)/k} m_0 \sin \omega \tau d\tau \quad (\pi/\omega \leq t \leq 2\pi/\omega) \end{aligned} \quad (2.9)$$

V_{pc}/R を横軸時間にして表したグラフを図2.7に示す。また、縦軸を圧力、横軸を V_{pc}/R にとったPV図を図2.8に示す。

但し、本章におけるグラフの描画は特別に断らない場合、 $P_0=1$ 、 $a=0.2$ 、 $\omega=1$ 、 $m_0=1$ 、 $k=5/3$ 、 $T_c=70$ 、 $T_h=300$ の時の値を用いて描いており、以下本章におけるグラフの描画は特別に断らない場合同じ値を用いる。また、PV図の面積や熱交換量の数値比較も同様とする。

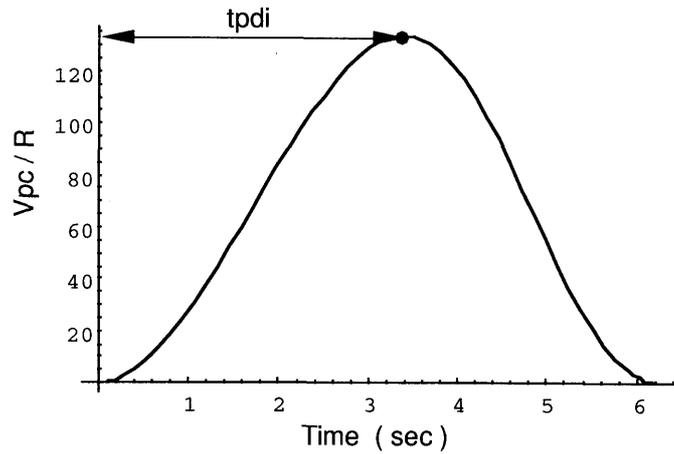


図2.7 Vpc/Rの時間変化

図2.7においてVpの最大値は時刻tpdiに現れパルス管内低温側質量が最大となる時刻 $t = \pi / \omega$ よりも圧力の降下の影響により進んだ時刻に現れていることが解る。

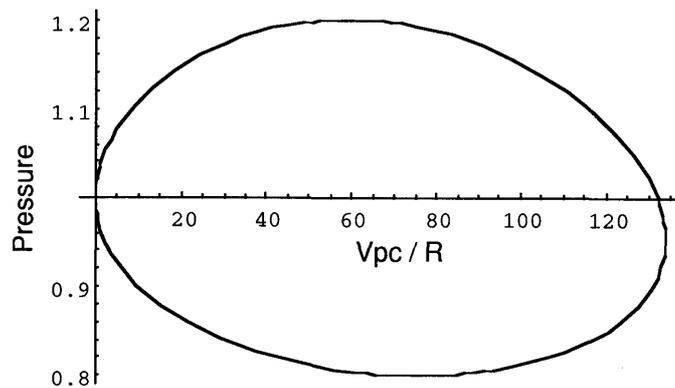


図2.8 蓄冷器低温端からパルス管に流入するガスのPV図

次に蓄冷器低温端熱交換器における熱交換量を求める。パルス管内は断熱としているので熱交換はない。また、パルス管冷凍機内の圧力は等しく、熱交換器では瞬時にロスなく熱交換するとしているため、パルス管から戻ってきたガスは熱交換器と定圧的に熱交換する。よって熱交換器における単位質量当たり、単位時間当たりの熱交換量 dQ_{pc} は定圧比熱 $C_p = R k / (k-1)$ と流入時ガス温度 T_{pi} と流出時ガス温度 T_{po} との差 $\Delta T = T_{pi} - T_{po}$ を用いて

$$dQ_{pc} = C_p \, dm \, \Delta T \quad (2.10)$$

と表される。また、 ΔT は時刻 τ に流入したガスは時刻 $2\pi/\omega - \tau$ に流出することを考慮すると

$$\Delta T = T_c \left[\left(\frac{P(2\pi/\omega - \tau)}{P(\tau)} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right] \quad (2.11)$$

のように表され、トータルの熱交換量 Q_{pc} は

$$Q_{pc} = C_p \int_0^{\pi/\omega} \dot{m}(\tau) \Delta T d\tau$$

$$= R \frac{k}{k-1} \int_0^{\pi/\omega} m_0 \sin \omega \tau T_c \left[(P(2\pi/\omega - \tau) / P(\tau))^{(k-1)/k} - 1 \right] d\tau \quad (2.12)$$

となり $-Q_{pc}$ はパルス管冷凍機の理想的な冷凍能力を示している。

また、図2.8に示したPV図の面積 S_{pc} は時間 t で $x=f(t), y=g(t)$ ($\alpha \leq t \leq \beta$)

のようにパラメトリック表示された閉曲線の面積 S を求める公式

$$S = \int_{\alpha}^{\beta} x \frac{dy}{dt} dt \quad (2.13)$$

より

$$S_{pc} = \int_0^{2\pi/\omega} V_{pc} \frac{dp}{dt} dt \quad (2.14)$$

と表される。(2.12)と(2.14)式の計算を実行すると

$$-Q_{pc} = 41.52 R$$

$$S_{pc} = 41.52 R$$

となり冷凍能力 $-Q_{pc}$ はパルス管低温端におけるPV図の面積に等しいことが解り、つまり冷凍能力は蓄冷器低温端からパルス管に流出入するガスのPV仕事 W_{pc} に等しい。

さらに冷凍能力は蓄冷器低温端熱交換器温度 T_c に比例することが解り冷凍温度の低下に比例して冷凍能力が低下することが解る。

2.3.3 パルス管高温端熱交換器における熱交換量

この節ではパルス管高温端熱交換器における熱交換量を求める。圧力は $P = P_0 (1 + a \sin \omega t)$ と与えられるがパルス管高温端からパルス管に流入する質量流速 \dot{m}_{ph} が与えられていないので \dot{m}_{ph} を求める必要があるがこの値はパルス管容積 V_{pul} に影響される。蓄冷器から流入するガスがパルス管を通り抜けれないという条件から V_{pul} には最小値が存在しこれを V_{pm} とおく。 V_{pm} は図2.7に示した V_{pc} の最大値であり、(2.7)式を時間 t で微分しその値が0となる時刻 t_{pdi} を(2.7)式の t に代入することにより求まる。

以下2つの場合に分けて考えることにする。

① $V_{pul}=V_{pm}$ の場合

② $V_{pul}>V_{pm}$ の場合

①と②の差はパルス管内に停留するガスが無いがあるかの差である。

① $V_{pul}=V_{pm}$ の場合

パルス管全体の体積 V_{pm} はパルス管低温端から流入するガスとパルス管高温端から流入するガスの体積の和である。また、高温端からは V_{pc} が最大となる時刻 tp_{di} から流入し始め tp_{do} から流出し始めるとすると次の2式を得る。 T_p はパルス管高温端熱交換器温度である。

$$V_{pm} = R T_c P(t)^{-1/k} \int_{\tau}^{2\pi/\omega - \tau} P(\tau)^{(-k+1)/k} \dot{m}(\tau) d\tau + R T_p P(t)^{-1/k} \int_{tp_{di}}^t P(\tau)^{(-k+1)/k} \dot{m}_{ph}(\tau) d\tau \quad (tp_{di} \leq t \leq 2\pi/\omega) \quad (2.15)$$

$$V_{pm} = R T_c P(t)^{-1/k} \int_0^t P(\tau)^{(-k+1)/k} \dot{m}(\tau) d\tau + R T_p P(t)^{-1/k} \int_{tp_{di}}^t P(\tau)^{(-k+1)/k} \dot{m}_{ph}(\tau) d\tau \quad (2\pi/\omega \leq t \leq tp_{do}) \quad (2.16)$$

(2.15)式および(2.16)式の両辺に $P(t)^{1/k}$ を乗じ時間 t で微分すると \dot{m}_{ph} が求まる。

$$\begin{aligned} \dot{m}_{ph} &= \frac{P_0 a \cos \omega t}{k} - \frac{T_c}{T_p} \left(\frac{P(-t)}{P(t)} \right)^{(-k+1)/k} \dot{m} \\ &= \frac{V_{pm}}{T_p} \frac{P_0 a \cos \omega t}{k} - \frac{T_c}{T_p} \left(\frac{1 - a \sin \omega t}{1 + a \sin \omega t} \right)^{(-k+1)/k} m_0 \sin \omega t \end{aligned} \quad (tp_{di} \leq t \leq 2\pi/\omega) \quad (2.17)$$

tp_{di} は(2.17)式の左辺を0とおいた時の解である。

$$\begin{aligned} \dot{m}_{ph} &= \frac{V_{pm}}{T_p} \frac{P_0 a \cos \omega t}{k} - \frac{T_c}{T_p} \dot{m} \\ &= \frac{V_{pm}}{T_p} \frac{P_0 a \cos \omega t}{k} - \frac{T_c}{T_p} m_0 \sin \omega t \end{aligned} \quad (2\pi/\omega \leq t \leq tp_{do}) \quad (2.18)$$

tp_{do} は左辺=0の時の解で $tp_{do} = 1/\omega \arctan(V_{pm} \frac{P_0}{m_0} \frac{1}{T_c} \frac{a}{k})$ となる。

以上で \dot{m}_{ph} が求まったがパルス管高温端熱交換器における熱交換量を求めるには時刻

τ でパルス管に流入したガスが流出する時刻 τ_0 を求める必要がある。

$F(\tau) = \tau_0$ を満たす関数 F が求まれば次式により熱交換量 Q_{ph} が求まる。

$$Q_{ph} = C_p \int_{t_{pdi}}^{2\pi/\omega} \dot{m}_{ph} T_p \left[\left(\frac{P(F(\tau))}{P(\tau)} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right] dt +$$

$$C_p \int_{2\pi/\omega}^{t_{pdo}} \dot{m}_{ph} T_p \left[\left(\frac{P(F(\tau))}{P(\tau)} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right] dt \quad (2.19)$$

付-1 に示す方法により関数 F を求め、(2.19) 式の計算を実行すると

$$Q_{ph} = 41.52 R$$

となり冷凍能力 = $-Q_{pc}$ と同じ量の熱をパルス管高温端熱交換器で捨てていることが解る。

② $V_{pul} > V_{pm}$ の場合

$V_{pul} = C V_{pm}$ ($C \geq 1$) とおき、パルス管内に停留するガスの質量を m_p とおくと m_p による体積 V_{mp} は時刻 $t=0$ の時の温度を T_0 とすると

$$V_{mp} = R T_0 m_p P(t)^{-\frac{1}{k}} \quad (2.20)$$

となるから前項と同じように次式が導かれる。

$$C V_{pm} = T_c P(t)^{-1/k} \int_0^{2\pi/\omega - t_{pdi}} P(\tau)^{(-k+1)/k} \dot{m}(\tau) d\tau +$$

$$R T_p P(t)^{-1/k} \int_{t_{pdi}}^t P(\tau)^{(-k+1)/k} \dot{m}_{ph}(\tau) d\tau + R T_0 m_p P(t)^{-\frac{1}{k}}$$

$$(t_{pdi} \leq t \leq 2\pi/\omega) \quad (2.21)$$

$$C V_{pm} = R T_c P(t)^{-1/k} \int_0^t P(\tau)^{(-k+1)/k} \dot{m}(\tau) d\tau +$$

$$R T_p P(t)^{-1/k} \int_{t_{pdi}}^t P(\tau)^{(-k+1)/k} \dot{m}_{ph}(\tau) d\tau + R T_0 m_p P(t)^{-\frac{1}{k}}$$

$$(2\pi/\omega \leq t \leq t_{pdo}) \quad (2.22)$$

前項と同様な方法により

$$\dot{m}_{ph} = C \frac{V_{pm}}{T_p} \frac{P_0 a \cos \omega t}{k} - \frac{T_c}{T_p} \left(\frac{1 - a \sin \omega t}{1 + a \sin \omega t} \right)^{(-k+1)/k} m_0 \sin \omega t \quad (tp_{di} \leq t \leq 2\pi/\omega) \quad (2.23)$$

$$\dot{m}_{ph} = C \frac{V_{pm}}{T_p} \frac{P_0 a \cos \omega t}{k} - \frac{T_c}{T_p} m_0 \sin \omega t \quad (2\pi/\omega \leq t \leq tp_{do}) \quad (2.24)$$

を得る。また T_{0mp} は (2.21) 式あるいは (2.22) 式にパルス管高温端からのガス流入が 0 となる時刻 $t = tp_{di}$ を代入すると次のように求まる。

$$T_{0mp} = T_p C \frac{V_{pm}}{T_p} \frac{P_0 a}{k} - \frac{T_c}{T_p} \int_0^{2\pi/\omega - tp_{di}} P(\tau)^{(-k+1)/k} \dot{m}(\tau) d\tau \quad (2.25)$$

この場合も同様に Q_{ph} を求めるとつぎのように前項と同じ結果を得る。

$$Q_{ph} = 41.52 R = -Q_{pc}$$

2.3.4 蓄冷器内のガスのPV図と熱交換量

蓄冷器内のガス体積として 3 種類の体積を定義する。第 1 は蓄冷器低温端から蓄冷器に流入するガスの体積であり蓄冷器内低温側体積と呼ぶ。第 2 は蓄冷器高温端から蓄冷器に流入するガスの体積であり蓄冷器内高温側体積と呼ぶ。第 3 は蓄冷器内に停留するガスの体積である。

蓄冷器の蓄冷器内低温側体積と蓄冷器内高温側体積を求めるために低温側質量流速 \dot{m}_{rc} と高温側質量流速 \dot{m}_{rh} を求める必要がある。このうち \dot{m}_{rc} は \dot{m} と向きが反対であることから簡単に以下のように求まる。

$$\dot{m}_{rc} = -\dot{m} = -m_0 \sin \omega t \quad (2.26)$$

\dot{m}_{rc} は時刻 π/ω から $2\pi/\omega$ まで蓄冷器に流入し $2\pi/\omega$ から $3\pi/\omega$ まで蓄冷器から流出する。

\dot{m}_{rh} は蓄冷器の容積 V_{reg} および蓄冷器内温度 T_r を用いて次のように求まる。

$$\dot{m}_{rh} = \frac{\dot{P}}{R} \int_0^L \frac{dx}{T_r} - \dot{m}_{rc} \quad (2.27)$$

L は蓄冷器の軸方向長さで蓄冷器断面積は単位面積としているため V_{reg} と同一の値となる。また、 x は蓄冷器の軸方向にとった座標である。

(2.27) 式からも解るように蓄冷器内温度 T_r を定めないと \dot{m}_{rh} が求まらないため以下冷凍機の始動時つまり $T_r = T_h$ の場合と低温端が T_c 、高温端が T_h である温度勾配を持った場合

に分けて考えることにする。

① $T_r = T_h$ の場合

まず蓄冷器内低温側体積 V_{rc} を求める。ガスは温度 T_h で流入し蓄冷器中常に T_h に保たれるので V_{rc} は次のように求まる。

$$V_{rc} = \frac{1}{P} \int_{\pi/\omega}^t \dot{m}_{rc} dt$$

$$= R T_h \frac{m_0}{\omega} (1 + \cos \omega t) / (P_0 (1 + a \sin \omega t)) \quad (\pi/\omega \leq t \leq 3\pi/\omega) \quad (2.28)$$

V_{rc}/R を横軸を時間にして表したグラフを図2.9に示す。また、縦軸を圧力、横軸を V_{rc}/R にとったPV図を図2.10に示す。尚、 V_{rc} の最大値 V_{rcm} は次のように表せる。

$$V_{rcm} = \frac{m_0 R T_h}{\omega P_0} \frac{2}{1 - a^2} \quad \text{但し } t = -2 \arctan a/\omega \text{ の時} \quad (2.29)$$

また、 V_{reg} は V_{rcm} を用いて以後 $C V_{rcm}$ ($C \geq 1$) と表すことにする。

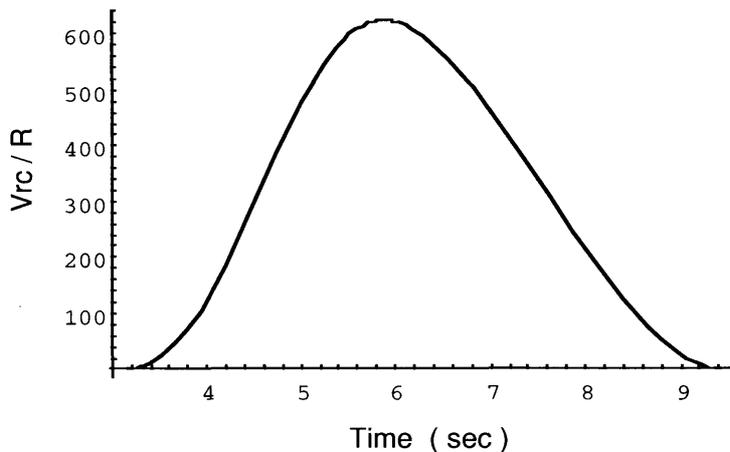


図2.9 V_{rc}/R の時間変化

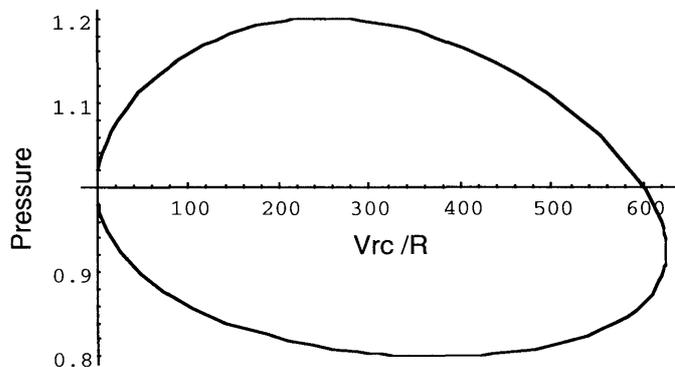


図2.10 蓄冷器低温端から蓄冷器に流入するガスのPV図

(2.27)式と(2.29)式より

$$\dot{m}_{rh} = m_0 \left(C \frac{2a}{1-a^2} \cos \omega t + \sin \omega t \right) \quad (2.30)$$

と求まり、(2.30)式より蓄冷器高温端から蓄冷器に流入するガスは蓄冷器低温端からパルス管に流出するガスに比べてだけ位相が進んでいることが解る。は次のように表される。

$$\text{trdi} = \frac{1}{\omega} \arcsin \left[\frac{2aC}{\sqrt{a^4 + 2a^2(2C^2 - 1) + 1}} \right] \quad (2.31)$$

(2.30)式と(2.31)式より(2.28)式と同様に蓄冷器内高温側体積Vrhが求められる。

$$V_{rh} = R T_h \frac{1}{P} \int_{-\text{trdi}}^t \dot{m}_{rh} dt \quad (-\text{trdi} \leq t \leq 2\pi/\omega - \text{trdi}) \quad (2.32)$$

C=1の時Vrh/Rを横軸を時間にして表したグラフを図2.11に示し、縦軸を圧力、横軸をVrh/RにとったPV図を図2.12に示す。またC=2の時のグラフを図2.13と図2.14に示す。図2.11と図2.13のを比較するとC=2の場合の方がC=1の場合より蓄冷器内に停留するガスの圧縮性の影響により蓄冷器低温端と比べて位相がさらに進んでいることが解る。

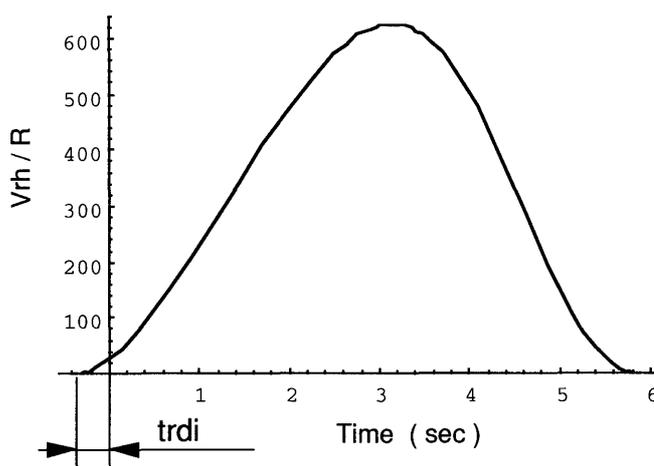


図2.11 Vrh/Rの時間変化 (C=1)

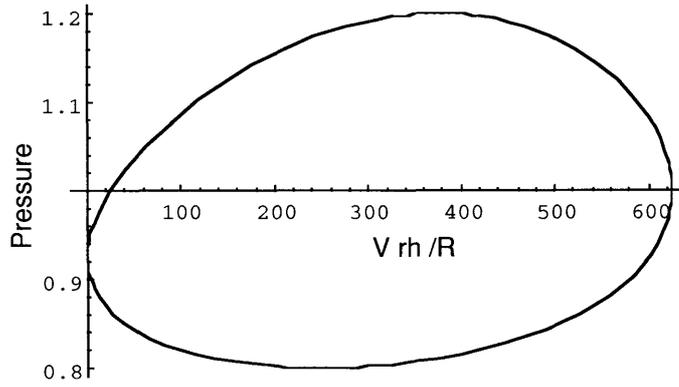


図2.12 蓄冷器高温端から蓄冷器に流入するガスのPV図 (C=1)

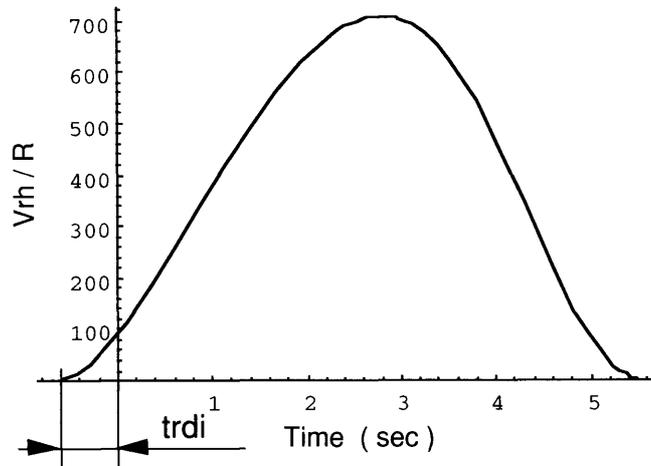


図2.13 V rh / Rの時間変化 (C=2)

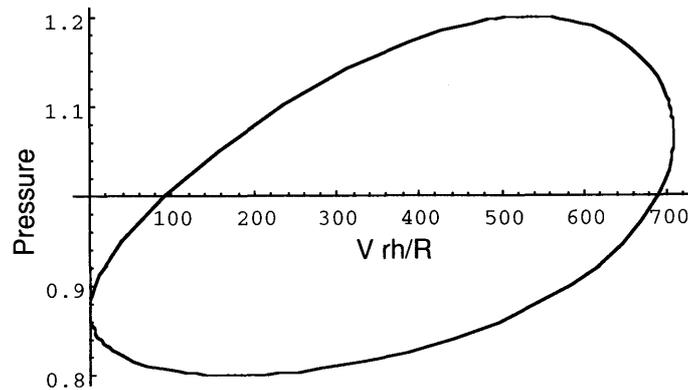


図2.14 蓄冷器高温端から蓄冷器に流入するガスのPV図 (C=2)

最後に $C > 1$ の時は必ず蓄冷器内に停留する質量 m_r が存在し次式で表される。(付-2)

$$m_r = \frac{m_0}{\omega} \frac{\left[a^2 + 2C - 1 - \sqrt{a^4 + 2a^2(2C^2 - 1) + 1} \right]}{1 - a^2} \quad (2.33)$$

この蓄冷器内に停留するガスの体積 V_{rm}/R を図2.15に示す。図中 V_{rm}/R は V_{rc}/R の上の重ねて示す。

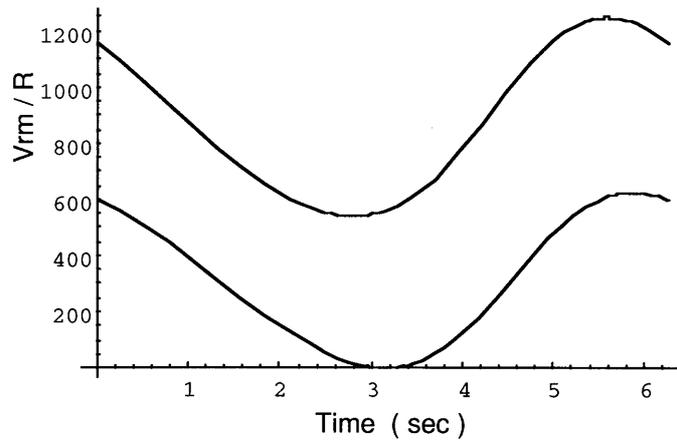


図2.15 V_{rm}/R の時間変化 ($C=2$)

② 低温端と高温端に温度勾配がある場合

(1)まず蓄冷器中に図2.16に示すような直線的な温度勾配がある場合について考える。この場合蓄冷器内温度 T_r は次のようになる。

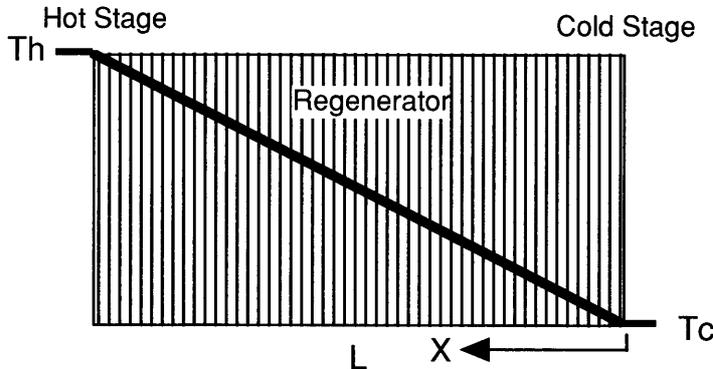


図2.16 蓄冷器内の直線的な温度勾配

$$T_r = T_c + \frac{T_h - T_c}{L} x = T_c + K x \quad (2.34)$$

(2.34)式で T_r が表される時、低温側から距離 x までに存在するガスの質量と時刻 π/ω から時刻 t までに蓄冷器低温端から流入した低温側質量を等しいとおくと時刻 t におけるガス先端の座標つまり蓄冷器内低温側体積 V_{rc} が求まる。(付-3)

$$V_{rc} = \frac{T_c}{K} \left(e^{\frac{K R m_{rc}}{P}} - 1 \right) = \frac{T_c}{K} \left(e^{\frac{K R m_0 (1 + \cos \omega t)}{\omega P_0 (1 + a \sin \omega t)}} - 1 \right) \quad (2.35)$$

図2.17と図2.18にVrc/Rの時間変化とPV図を示す。蓄冷器長さはL=625Rとして計算している。(以下のグラフにおいても同様とする。)この長さはC=1つまりVrcmに相当する長さである。

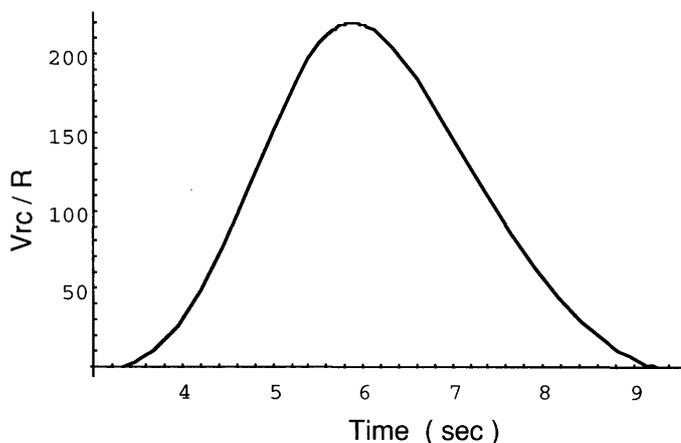


図2.17 Vrc/Rの時間変化 (直線的温度勾配)

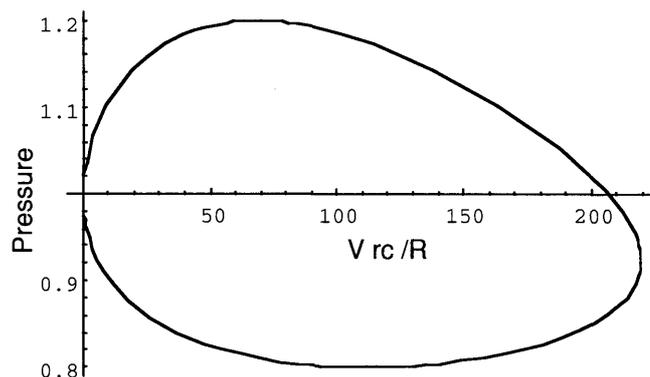


図2.18 蓄冷器低温端から蓄冷器に流入するガスのPV図 (直線的温度勾配)

次に蓄冷器内高温側体積Vrhを求める。前項と同様に蓄冷器内に存在する質量を考慮し(2.36)式を用いて次のように求まる。(付-4)

$$m_{rh} = \frac{1}{RK} \text{Log}\left(\frac{T_h}{T_c}\right) P_0 a \omega \text{Cos}\omega t + m_0 \text{Sin}\omega t \quad (2.36)$$

$$V_{rh} = \frac{1}{K} (T_h - T_c) e^{\frac{KR}{P_0} \frac{m_r + \frac{m_0}{\omega} (1 + \text{Cos}\omega t)}{(1 + a \text{Sin}\omega t)}} \quad (2.37)$$

$$\text{但し、} \quad m_r = C_1 + \frac{C_2}{a} - \sqrt{C_1^2 + C_2^2} \quad C_1 = -\frac{m_0}{\omega}, \quad C_2 = \frac{1}{RK} \text{Log}\left(\frac{T_h}{T_c}\right) P_0 a$$

図2.19、図2.20にVrh/Rの時間変化とPV図を示す。
 図中Vrh=0となる時刻trdiは次式で表される。

$$\text{trdi} = \frac{1}{\omega} \arcsin\left(\frac{C_2}{\sqrt{C_1^2 + C_2^2}}\right) \quad (2.38)$$

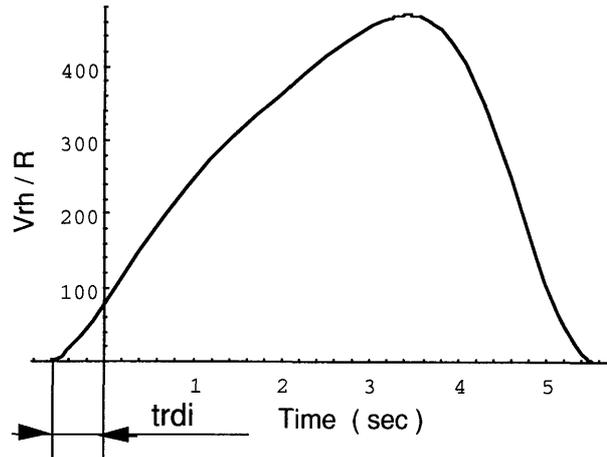


図2.19 Vrh/Rの時間変化（直線的温度勾配）

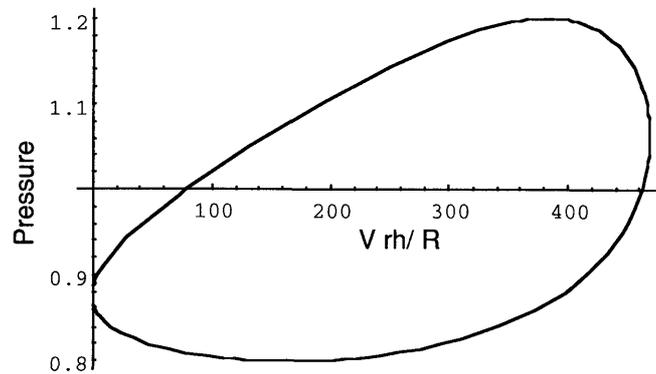


図2.20 蓄冷器高温端から蓄冷器に流入するガスのPV図（直線的温度勾配）

最後に、蓄冷器内に停留するガスの体積Vrm求める。Vrmは蓄冷器低温端から流入した低温側質量mrcと蓄冷器内に停留するガスの質量mrを加えた質量のガスの体積からmrcのみの体積を引いたものであるから、以下のように求まる。

$$V_{rm} = \frac{T_c}{K} \left(e^{K \frac{R m_0 (1 + \cos \omega t) + m_r}{\omega P_0 (1 + a \sin \omega t)}} - e^{K \frac{R m_0 (1 + \cos \omega t)}{\omega P_0 (1 + a \sin \omega t)}} \right) \quad (2.39)$$

但し、
$$m_r = C_1 + \frac{C_2}{a} - \sqrt{C_1^2 + C_2^2} \quad C_1 = -\frac{m_0}{\omega}, \quad C_2 = \frac{1}{R K} \text{Log}\left(\frac{T_h}{T_c}\right) P_0 a$$

図2.21にVrm/Rを示す。図中Vrm/RはVrc/Rの上の重ねて示している。

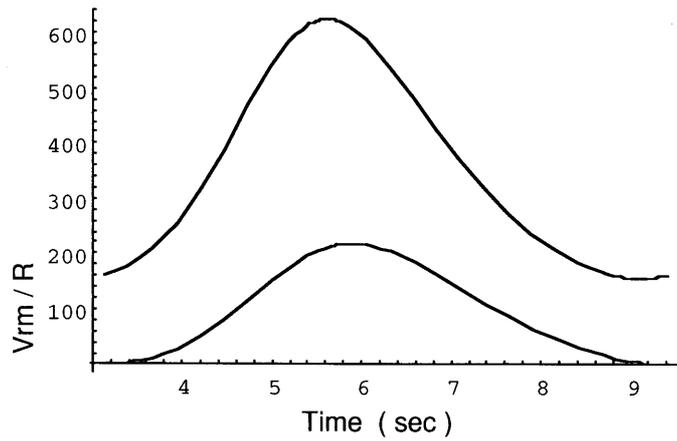


図2.21 Vrm/Rの時間変化(直線的温度勾配)

(2)温度勾配が直線以外の場合

次に蓄冷器中に図2.22に示すような温度勾配がある場合について考える。

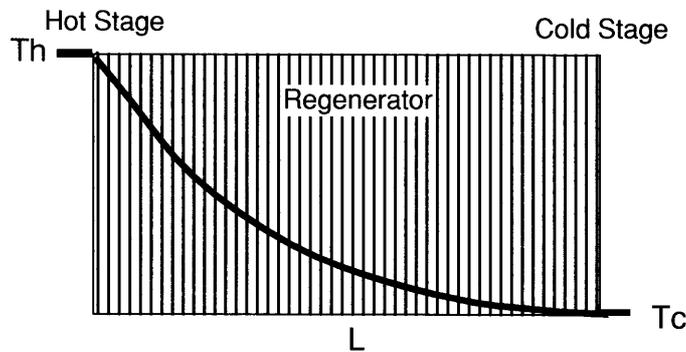


図2.22 蓄冷器内の直線的温度勾配

蓄冷器内温度Trを次のように表すことにする。

$$Tr = Tc \left(\frac{Th}{Tc} \right)^{\frac{x}{L}} \quad (2.40)$$

この時蓄冷器内低温側体積Vrc、蓄冷器内高温側体積Vrh、蓄冷器内に停留するガスの体積Vrmは次のように求まる。(付-5)

$$Vrc = \frac{L}{\text{Log}\left(\frac{Th}{Tc}\right)} \text{Log}\left(\frac{L \omega P_0 (1 + a \text{Sin}\omega t)}{L \omega P_0 (1 + a \text{Sin}\omega t) - Tc R m_0 \text{Log}\left(\frac{Th}{Tc}\right) (1 + \text{Cos}\omega t)} \right) \quad (2.41)$$

$$Vrh = \frac{L}{\text{Log}\left(\frac{Tc}{Th}\right)} \cdot$$

$$\text{Log}\left(\frac{L Tc \omega P_0 (1 + a \text{Sin}\omega t)}{Th (L \omega P_0 (1 + a \text{Sin}\omega t) + Tc R \text{Log}\left(\frac{Tc}{Th}\right) (m_0 + m_0 \text{Cos}\omega t + mr \omega))} \right) \quad (2.42)$$

$$V_{rm} = \frac{L}{\text{Log}\left(\frac{T_h}{T_c}\right)} \cdot \left(\text{Log}\left(\frac{L \omega P_0 (1 + a \sin \omega t)}{L \omega P_0 (1 + a \sin \omega t) - T_c R \text{Log}\left(\frac{T_h}{T_c}\right) (m_0 + m_0 \cos \omega t + m r \omega)}\right) - \text{Log}\left(\frac{L \omega P_0 (1 + a \sin \omega t)}{L \omega P_0 (1 + a \sin \omega t) - T_c R m_0 \text{Log}\left(\frac{T_h}{T_c}\right) (1 + \cos \omega t)}\right) \right) \quad (2.43)$$

図2.23にVrc/R、図2.24にVrh/R、の時間変化を示す。

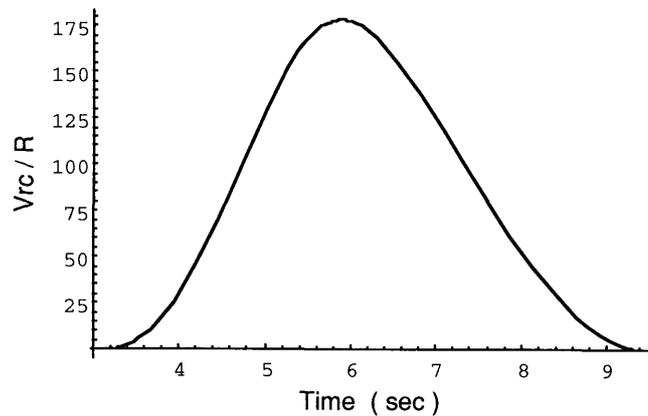


図2.23 Vrc/Rの時間変化（非直線的溫度勾配）

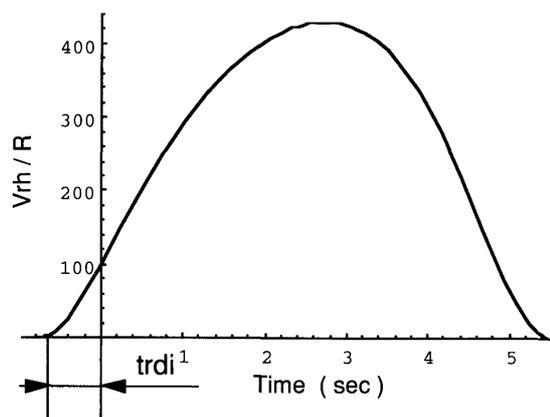


図2.24 Vrh/Rの時間変化（非直線的溫度勾配）

以上で蓄冷器内のガス体積が求まったので、次に蓄冷器内におけるガスつまり低温端から流入するガス、高温端から流入するガス、蓄冷器中に停滞するガスと蓄冷材との熱交換量を求める。今考えている理想状態では蓄冷器内でガスと蓄冷材の熱交換が完全でありガスの温度と蓄冷材温度は同一であり、蓄冷材の温度は時間変化しないとしているため1周期中ガスと蓄冷材の熱交換量の合計は0となる。

時刻tにおける単位時間あたりの熱交換量つまりガスが蓄冷材からもらう熱量を $-dQ_r$ とすると、次のように求まる。(付-6)

$$\frac{dQ_r}{dt} = R \, dm \left(\frac{T_r(t)}{P(t)} \frac{dP}{dt} - \frac{k}{k-1} \frac{dT_r}{dt} \right) \quad (2.44)$$

あるいは

$$\frac{dQ_r}{dt} = V_{dm}(t) \frac{dP}{dt} - R \, dm \frac{k}{k-1} \frac{dT_r}{dt} \quad (2.45)$$

(2.44)式は蓄冷器中のガスの質量と温度 T_r が既知であれば Q_r が求まることを示している。

また、(2.45)式中 $V_{dm}(t)$ は微小質量のガス体積を表しており、式全体では蓄冷器中の熱の変化とPV仕事の変化とエンタルピーの変化の関係を表している。

さらに、低温端から流入したガスと蓄冷器中で熱交換が全く無いとすると $T_r = T_c \left[P(t)/P(\tau) \right]^{(k-1)/k}$ となり(2.44)式の括弧の中が0となり熱交換量が0であるパルス管内の振る舞いと同じになる。

以下、(2.44)式を使い冷却が始まる時つまり $T_r = T_h$ の場合と低温端が T_c 、高温端が T_h である温度勾配を持った場合(直線的である場合と曲線になる場合)に分けて低温側から流入するガスが行う熱交換量 Q_{rc} 、高温側から流入するガスが行う熱交換量 Q_{rh} 、蓄冷器内に停留するガスが行う熱交換量 Q_{rm} をそれぞれ求める。

① $T_r = T_h$ の場合

蓄冷器中のガスの温度は常に一定であるので(2.44)式右辺第2項は0になる。よって(2.26)式と(2.44)式より Q_{rc} は以下のように求まる。

$$\begin{aligned} Q_{rc} &= \int_{\pi/\omega}^{3\pi/\omega} \int_{\pi/\omega}^t m_{rc} \, d\tau \frac{a \, \omega \, \text{Cos} \, \omega t}{1 + a \, \text{Sin} \, \omega t} \, dt \\ &= R \, T_h \int_{\pi/\omega}^{3\pi/\omega} m_0 (1 + \text{Cos} \, \omega t) \frac{a \, \text{Cos} \, \omega t}{1 + a \, \text{Sin} \, \omega t} \, dt \end{aligned} \quad (2.46)$$

また、(2.28)式で求めた V_{rc} を用いて(2.45)式を使い以下のように Q_{rc} を求めても当然同じ結果を得る。

$$Q_{rc} = \int_{\pi/\omega}^{3\pi/\omega} V_{rc} \frac{dP}{dt} dt \quad (2.47)$$

$$= \int_{\pi/\omega}^{3\pi/\omega} V_{rc} P_0 \omega a \cos \omega t dt \quad (2.48)$$

図2.25に Q_{rc}/R の時間変化を示す。

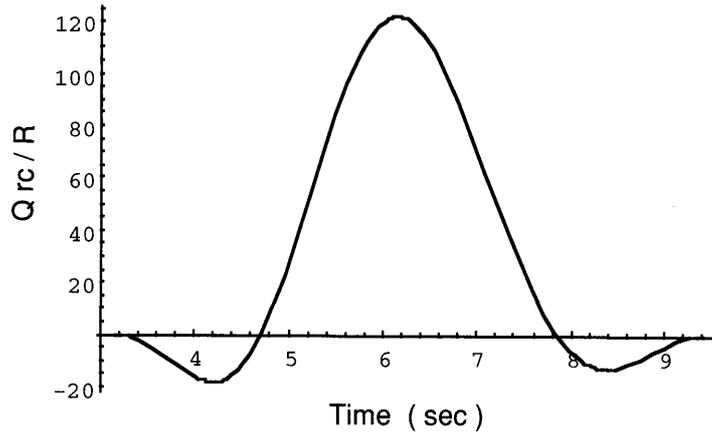


図2.25 Q_{rc}/R の時間変化

次に蓄冷器高温側から流入するガスが行う熱交換量 Q_{rh} を求める。 Q_{rh} は(2.32)式を用いて Q_{rc} と同様な方法で以下のように求まる。

$$Q_{rh} = \int_{-trdi}^{2\pi/\omega - trdi} V_{rh} \frac{dP}{dt} dt$$

$$= R Th \int_{-trdi}^{2\pi/\omega - trdi} \int_{\pi/\omega}^t m_0 \left(C \frac{2a}{1-a^2} \cos \omega \tau + \sin \omega \tau \right) d\tau \frac{a \omega \cos \omega t}{1 + a \sin \omega t} dt \quad (2.49)$$

あるいは

$$Q_{rh} = R Th \int_{-trdi}^{\pi/\omega - trdi} \int_{\pi/\omega}^t m_0 \left(C \frac{2a}{1-a^2} \cos \omega \tau + \sin \omega \tau \right) d\tau \cdot \text{Log} \left(\frac{1 + a \sin \omega t}{1 - a \sin \omega (2trdi + t)} \right) dt \quad (2.50)$$

Q_{rh}/R の時間変化を図2.26と図2.27に示す。

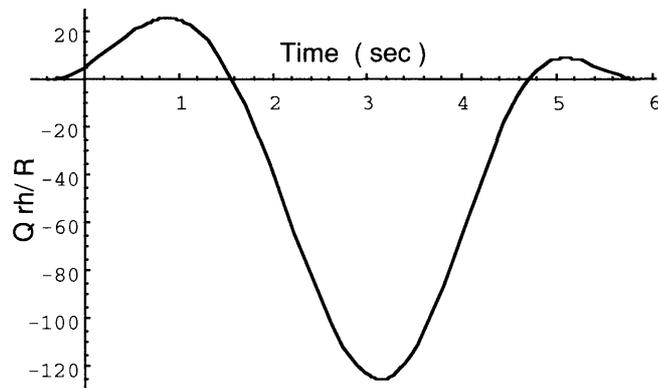


図2.26 Qrh/Rの時間変化 (C=1)

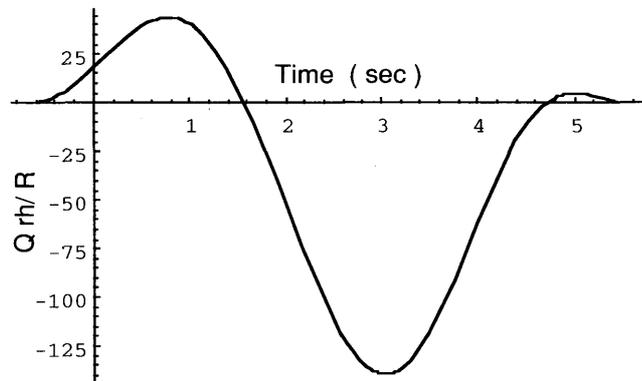


図2.27 Qrh/Rの時間変化 (C=2)

最後に、蓄冷器内に停留するガスが行う熱交換量 Q_{rm} を求める。(2.44)式より

$$Q_{rm} = R Th mr \int_t^{2\pi/\omega + t} \frac{a \cos\omega t}{1 + a \sin\omega t} dt \quad (2.51)$$

= 0

となり、PV図は以下に示す双曲線になり面積は0となる。

$$PV = mr R Th \quad (2.52)$$

(2.48)式と(2.49)式の計算を実行すると以下の結果を得る。

$$Q_{rc} = 190.4 R$$

$$Q_{rh} = -190.4 R$$

$$Q_{rm} = 0$$

これらより低温端から流入するガスは蓄冷器低温端熱交換器から吸収した熱を蓄冷器内に放出し、高温端から流入するガスがその熱を吸収していることが解る。また、高温端から流入するガスはさらに蓄冷器から圧縮内に流入することから蓄冷器内で熱が運ばれてい

ると解釈することができる。

尚、低温端から流入するガス、高温端から流入するガス、蓄冷器中に停滞するガスの1周期の蓄冷器内における熱交換量の和は0となっている。

② 低温端と高温端に温度勾配がある場合

(1)直線的な温度勾配がある場合

蓄冷器中のガスの温度は時間に対して変化するが低温端から流入するガスは温度 T_c で流入し同じ温度 T_c で流出し、高温端から流入するガスは温度 T_h で流入し同じ温度 T_c で流出し、蓄冷器中に停滞するガスの温度分布は一周期後に同じ温度になるため(2.44)式の右辺第2項の一周期に渡る積分は0となる。そこで先ず(2.44)式を用いて Q_{rc} を求める。そのためには時刻 τ で蓄冷器低温端から流入したガスの時刻 t における温度 $T_{c\tau}$ を求める必要があり、次式で表される。(付-7)

$$T_{c\tau} = T_c e^{K \frac{R m_0 (\cos \omega t - \cos \omega \tau)}{\omega P_0 (1 + a \sin \omega t)}} \quad (2.53)$$

(2.53)式と(2.44)式を用いて Q_{rc} が次のように求まる。

$$Q_{rc} = R \cdot \int_{\pi/\omega}^{3\pi/\omega} \int_{\tau}^{3\pi/\omega - \tau} -m_0 \sin \omega t T_c e^{K \frac{R m_0 (\cos \omega t - \cos \omega \tau)}{\omega P_0 (1 + a \sin \omega t)}} \cdot \frac{a \omega \cos \omega t}{1 + a \sin \omega t} dt d\tau \quad (2.54)$$

(2.45)式を用いた場合は(2.35)式より

$$\begin{aligned} Q_{rc} &= \int_{\pi/\omega}^{3\pi/\omega} V_{rc} \frac{dP}{dt} dt \\ &= \int_{\pi/\omega}^{3\pi/\omega} \frac{T_c}{K} \left(e^{K \frac{R m_0 (1 + \cos \omega t)}{\omega P_0 (1 + a \sin \omega t)}} - 1 \right) P_0 \omega a \cos \omega t dt \end{aligned} \quad (2.55)$$

のように求まる。図2.28に Q_{rc}/R の時間変化を示す。

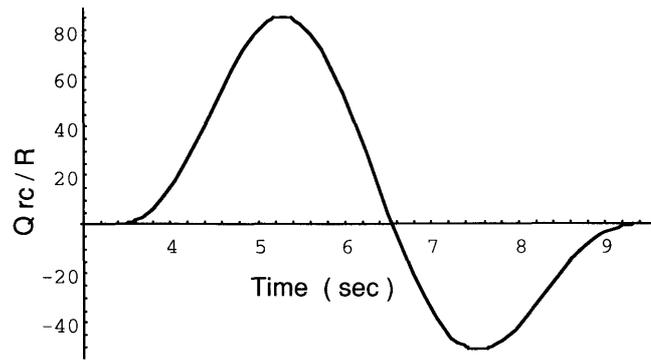


図2.28 Qrc/Rの時間変化（直線的溫度勾配）

次に蓄冷器高温側から流入するガスが行う熱交換量Qrhを求める。Qrhは(2.45)式と(2.37)式と(2.38)式を用いてQrcと同様な方法で以下のように求まる。

$$Q_{rh} = \int_{-trdi}^{2\pi/\omega - trdi} \frac{1}{K} \left(T_h - T_c e^{KR \frac{mr + \frac{m_0}{\omega} (1 + \cos\omega t)}{P_0 (1 + a \sin\omega t)}} \right) P_0 \omega a \cos\omega t dt \quad (2.56)$$

図2.29にQrh/Rの時間変化を示す。

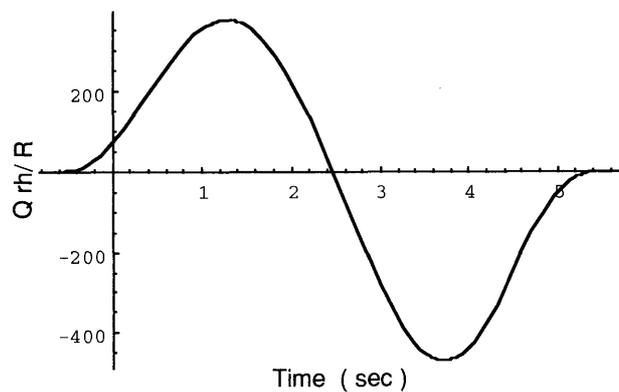


図2.29 Qrh/Rの時間変化（直線的溫度勾配）

最後にQrmを求める。(2.39)式と(2.44)式より

$$Q_{rm} = \int_{\pi/\omega}^{3\pi/\omega} V_{rm} \frac{dP}{dt} dt$$

$$= \int_{\pi/\omega}^{3\pi/\omega} \frac{T_c}{K} \left(e^{K \frac{R m_0 (1 + \cos\omega t) + m r}{\omega P_0 (1 + a \sin\omega t)}} - e^{K \frac{R m_0 (1 + \cos\omega t)}{\omega P_0 (1 + a \sin\omega t)}} \right) \cdot P_0 \omega a \cos\omega t dt \quad (2.57)$$

となる。積分範囲は π/ω から $3\pi/\omega$ としてある。

図2.30に Q_{rm}/R の時間変化を示す。

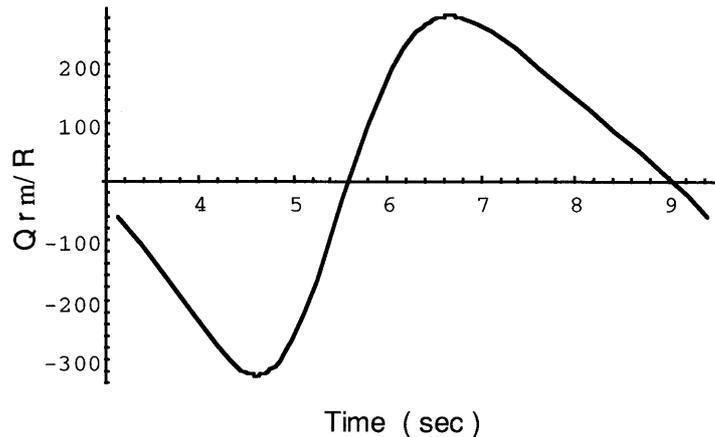


図2.30 Q_{rm}/R の時間変化（直線的温度勾配）

(2.55)式、(2.56)式、(2.57)式を用いて計算を実行した場合の Q_{rc} 、 Q_{rh} 、 Q_{rm} はそれぞれ次の値となる。

$$Q_{rc} = 65.87 R$$

$$Q_{rh} = -124.35 R$$

$$Q_{rm} = 58.48 R$$

これらの結果より蓄冷器に直線的温度勾配が存在する場合は、低温端から流入するガスは蓄冷器低温端熱交換器から吸収した熱を蓄冷器内に放出し、さらに、蓄冷器中に停滞するガスも蓄冷器内に熱を放出し、高温端から流入するガスがそれらの熱を吸収していることが解る。よって、この場合も高温端から流入するガスはさらに蓄冷器から圧縮内に流入することを考えると蓄冷器内で熱が運ばれていると解釈することができる。

また、低温端から流入するガス、高温端から流入するガス、蓄冷器中に停滞するガスの1周期の蓄冷器内における熱交換量の和は0となる。

(2)直線以外の温度勾配がある場合

Q_{rc} 、 Q_{rh} 、 Q_{rm} を前述した V_{rc} 、 V_{rh} 、 V_{rm} を用いて求める。

$$Q_{rc} = \int_{\pi/\omega}^{3\pi/\omega} \frac{L}{\text{Log}\left(\frac{T_h}{T_c}\right)} \cdot \left(\text{Log}\left(\frac{L \omega P_0 (1 + a \sin\omega t)}{T_h (L \omega P_0 (1 + a \sin\omega t) + T_c R \text{Log}\left(\frac{T_h}{T_c}\right) (m_0 + m_0 \cos\omega t + m_r \omega))}\right) \cdot P_0 \omega a \cos\omega t \, dt \right) \quad (2.58)$$

$$Q_{rh} = \int_{-trdi}^{2\pi/\omega - trdi} \frac{L}{\text{Log}\left(\frac{T_h}{T_c}\right)} \cdot \left(\text{Log}\left(\frac{L \omega P_0 (1 + a \sin\omega t)}{T_h (L \omega P_0 (1 + a \sin\omega t) + T_c R \text{Log}\left(\frac{T_h}{T_c}\right) (m_0 + m_0 \cos\omega t + m_r \omega))}\right) \cdot P_0 \omega a \cos\omega t \, dt \right) \quad (2.59)$$

$$Q_{rm} = \int_0^{2\pi/\omega} \frac{L}{\text{Log}\left(\frac{T_h}{T_c}\right)} \cdot \left(\text{Log}\left(\frac{L \omega P_0 (1 + a \sin\omega t)}{L \omega P_0 (1 + a \sin\omega t) - T_c R \text{Log}\left(\frac{T_h}{T_c}\right) (m_0 + m_0 \cos\omega t) + m_r \omega}\right) - \text{Log}\left(\frac{L \omega P_0 (1 + a \sin\omega t)}{L \omega P_0 (1 + a \sin\omega t) - T_c R m_0 \text{Log}\left(\frac{T_h}{T_c}\right) (1 + \cos\omega t)}\right) \right) \cdot P_0 \omega a \cos\omega t \, dt \quad (2.60)$$

(2.58)式、(2.59)式、(2.60)式を用いて計算を実行した場合の Q_{rc} 、 Q_{rh} 、 Q_{rm} はそれぞれ次の値となる。

$$Q_{rc} = 53.85 R$$

$$Q_{rh} = -105.41 R$$

$$Q_{rm} = 51.56 R$$

温度勾配が直線でない場合もこれまでと同様の結果となることが解る。直線的な勾配である場合の各値と比べて絶対値が小さくなっているが、これは蓄冷器内に与えた温度が蓄冷器全体で直線の場合よりも低くなり、ガスの体積変化が小さくなってPV仕事が減少したためである。

2.3.5 圧縮機内ガスのPV図と蓄冷器高温端熱交換器における熱交換量

蓄冷器高温端から圧縮機に流入するガスの質量流速 \dot{m}_c は前項で求めた \dot{m}_{rh} から簡単に求まる。

$$\dot{m}_c = -\dot{m}_{rh} \quad (2.61)$$

① $T_r = T_h$ の場合

圧縮機内体積 V_c は(2.8)式、(2.9)式を求めた時と同様な方法と(2.30)式と(2.31)式を用いて次のように求まる。

$$\begin{aligned} V_c &= R T_h P(t)^{-1/k} \int_{\pi/\omega - \text{trdi}}^t P(\tau)^{(-k+1)/k} (-\dot{m}_{rh}(\tau)) d\tau \\ &= R T_h P(t)^{-1/k} \int_{\pi/\omega - \text{trdi}}^t P(\tau)^{(-k+1)/k} \\ &\quad \cdot \left(-m_0 \left(C \frac{2a}{1-a^2} \cos \omega t - \sin \omega t \right) d\tau \right) \\ &\quad \left(\pi/\omega - \text{trdi} \leq t \leq 2\pi/\omega - \text{trdi} \right) \end{aligned} \quad (2.62)$$

$$\begin{aligned} V_c &= R T_h P(t)^{-1/k} \int_{\pi/\omega - \text{trdi}}^{4\pi/\omega - 2\text{trdi} - t} P(\tau)^{(-k+1)/k} (-\dot{m}_{rh}(\tau)) d\tau \\ &= R T_h P(t)^{-1/k} \int_{\pi/\omega - \text{trdi}}^{4\pi/\omega - 2\text{trdi} - t} P(\tau)^{(-k+1)/k} \\ &\quad \cdot \left(-m_0 \left(C \frac{2a}{1-a^2} \cos \omega t - \sin \omega t \right) d\tau \right) \\ &\quad \left(2\pi/\omega - \text{trdi} \leq t \leq 3\pi/\omega - \text{trdi} \right) \end{aligned} \quad (2.63)$$

図2.31、図2.32に V_c/R の時間変化を示す。

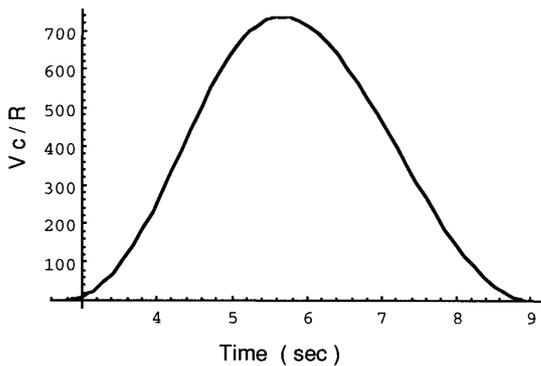


図2.31 V_c/R の時間変化 ($C=1$)

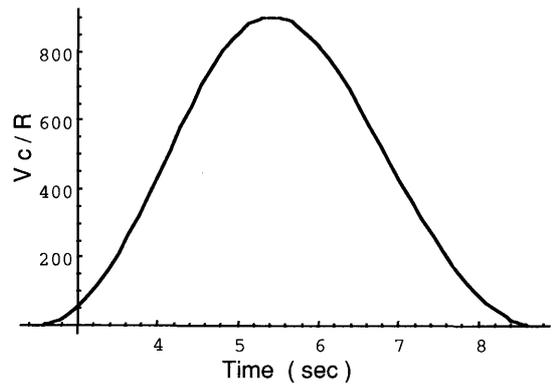


図2.32 V_c/R の時間変化 ($C=2$)

また、図2.33、図2.34にPV図を示す。

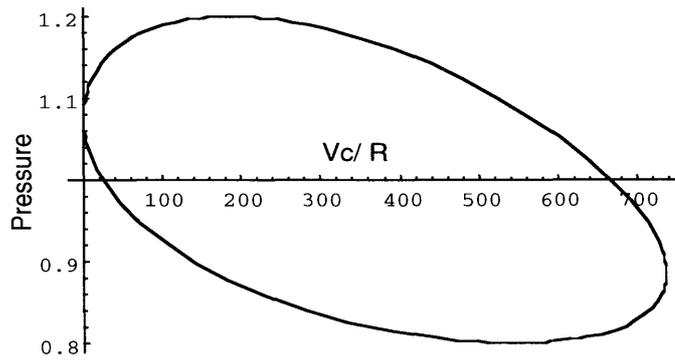


図2.33 蓄冷器高温端から圧縮機に流入するガスのPV図 (C=1)

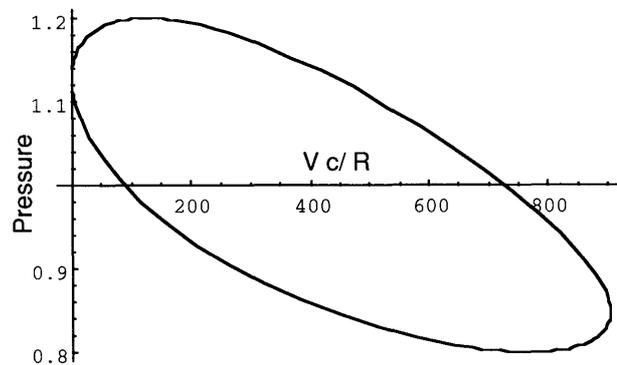


図2.34 蓄冷器高温端から圧縮機に流入するガスのPV図 (C=2)

② 低温端と高温端に直線的な温度勾配がある場合

同様に(2.36)式と(2.38)式から V_c が求まる。

$$\begin{aligned}
 V_c &= R T_h P(t)^{-1/k} \int_{\pi/\omega - \text{trdi}}^t P(\tau)^{(-k+1)/k} (-\dot{m}_{rh}(\tau)) d\tau \\
 &= R T_h P(t)^{-1/k} \int_{\pi/\omega - \text{trdi}}^{4\pi/\omega - 2\text{trdi} - t} P(\tau)^{(-k+1)/k} \\
 &\quad \cdot \left(-\frac{1}{R K} \text{Log}\left(\frac{T_h}{T_c}\right) P_0 a \omega \text{Cos}\omega\tau - m_0 \text{Sin}\omega\tau \right) d\tau \\
 &\quad \quad \quad (\pi/\omega - \text{trdi} \leq t \leq 2\pi/\omega - \text{trdi}) \quad (2.64)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_c &= R T_h P(t)^{-1/k} \int_{\pi/\omega - \text{trdi}}^{4\pi/\omega - 2\text{trdi} - t} P(\tau)^{(-k+1)/k} (-\dot{m}_{rh}(\tau)) d\tau \\
 &= R T_h P(t)^{-1/k} \int_{\pi/\omega - \text{trdi}}^{4\pi/\omega - 2\text{trdi} - t} P(\tau)^{(-k+1)/k} \\
 &\quad \cdot \left(-\frac{1}{R K} \text{Log}\left(\frac{T_h}{T_c}\right) P_0 a \omega \text{Cos}\omega\tau - m_0 \text{Sin}\omega\tau \right) d\tau \\
 &\quad \quad \quad (2\pi/\omega - \text{trdi} \leq t \leq 3\pi/\omega - \text{trdi}) \quad (2.65)
 \end{aligned}$$

図2.35に V_c/R の時間変化を示す。

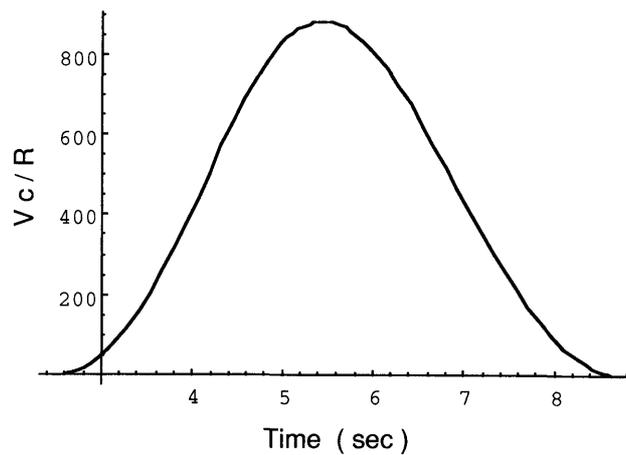


図2.35 V_c/R の時間変化

また、図2.36にPV図を示す。

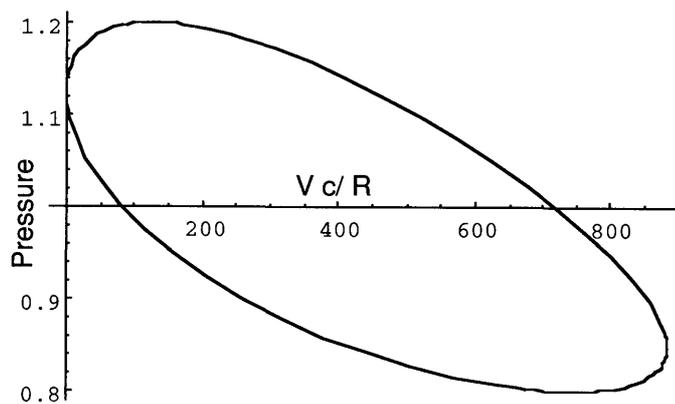


図2.36 蓄冷器高温端から圧縮機に流入するガスのPV図

熱交換量 Q_c は2.3.2項で蓄冷器低温端における熱交換量を求めた方法により求まる。

① $T_r = T_h$ の場合

(2.30)式、(2.31)式を用いて

$$Q_c = R \frac{k}{k-1} \int_{\pi/\omega - trdi}^{2\pi/\omega - trdi} -m_0 \left(C \frac{2a}{1-a^2} \cos \omega t + \sin \omega t \right) T_h \left[\left(\frac{P(4\pi/\omega - 2trdi - t)}{P(t)} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right] dt \quad (2.66)$$

となり $C=1$ と $C=2$ の場合について計算を実行すると次のようになる。蓄冷器長さで入力仕事が変わることが解るがこれについては次項で言及する。

$$Q_c = 203.0 R \quad (C=1)$$

$$Q_c = 200.9 R \quad (C=2)$$

② 低温端と高温端に温度勾配がある場合

ここでは、蓄冷器中に直線的な温度勾配がある場合について Q_c を求める。

(2.36)式、(2.38)式を用いて

$$Q_c = R \frac{k}{k-1} \int_{\pi/\omega - \text{trdi}}^{2\pi/\omega - \text{trdi}} \left(-\frac{1}{R K} \text{Log}\left(\frac{T_h}{T_c}\right) P_0 a \omega \cos \omega t - m_0 \sin \omega t \right) \cdot T_h \left[\frac{P(4\pi/\omega - 2 \text{trdi} - t)}{P(t)} \right]^{(k-1)/k - 1} dt \quad (2.67)$$

となり、計算を実行すると

$$Q_c = 201.1 R \text{ となる。}$$

ここで圧縮機やパルス管内におけるPV図の面積と熱交換器で熱交換される熱量について述べる。圧縮機やパルス管内ではガスは断熱されているとしているため(2.44)式の左辺は0となる。この時、

$$V_{dm} dP = R dm \frac{k}{k-1} dTr \quad (2.68)$$

なる式を得るがこれは圧縮機やパルス管内におけるガスのPV図の面積つまり仕事はそれぞれに流入する場所にある熱交換器で熱交換する量と等しいことを示している。2.3.2項で得られた結果はこの関係を示す一例である。また、圧縮機内のPV図の面積も蓄冷器高温端熱交換器における熱交換量と一致するがこれは圧縮機から入力された仕事 W_c のすべてが蓄冷器高温端熱交換器で捨てられることを示している。

2.3.6 パルス管冷凍機の熱収支および動作係数

2.3.2項から2.3.5項までに得られた結果からパルス管冷凍機の熱収支についてまとめ、さらに動作係数COPを求める。

① 熱収支

図2.37に示した各熱量・仕事について次のことがいえる。

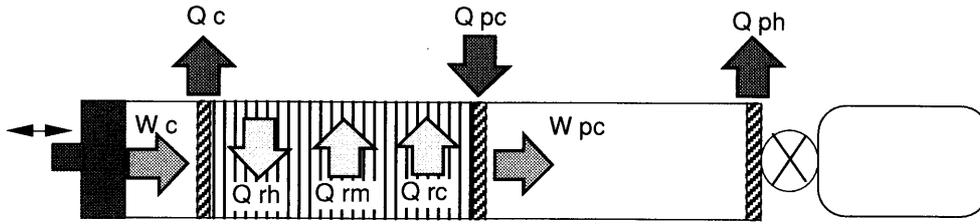


図2.37 パルス管冷凍機に流出入する熱量と仕事

- (1)蓄冷器低温端熱交換器における熱交換量（冷凍能力） Q_{pc} はパルス管高温端熱交換器における熱交換量 Q_{ph} に等しい。 Q_{pc} は蓄冷器低温端からパルス管に流入するガスの仕事 W_{pc} と等しい。
- (2)蓄冷器低温端から流入するガスおよび蓄冷器内に停留するガスはそれぞれ蓄冷器内の蓄冷材に Q_{rc} 、 Q_{rm} だけの熱量を捨てていき、蓄冷器高温端から流入するガスは Q_{rh} だけの熱量を蓄冷材から奪っていく。つまり、蓄冷器低温端から流入するガスが蓄冷器低温端熱交換器から吸収した熱を蓄冷器内に放出し、蓄冷器高温端から流入するガスがその熱を吸収して熱を低温から高温へ運んでいることが解る。
- (3)蓄冷器高温端熱交換器に捨てられる熱量 Q_c は圧縮機から入力された仕事 W_c に等しい。

②動作係数

冷凍機の動作係数COPは冷凍能力/入力仕事で与えられるから、

$$COP = -Q_{pc} / Q_c \quad (2.69)$$

となる。以下圧力振幅比 a および蓄冷器長さ C がCOPに与える影響について述べる。

(1) $T_r = T_h$ の場合

$-Q_{pc}$ と Q_c はそれぞれ(2.12)式と(2.66)式より

$-Q_{pc} =$

$$-R \frac{k}{k-1} \int_0^{\pi/\omega} m_0 \sin \omega t T_h \left[(1 - a \sin \omega t) / (1 + a \sin \omega t) \right]^{(k-1)/k - 1} dt$$

$$Q_c = -R \frac{k}{k-1} \int_{\pi/\omega - \text{trdi}}^{2\pi/\omega - \text{trdi}} m_0 \left(C \frac{2a}{1-a^2} \cos \omega t + \sin \omega t \right) \cdot T_h \left[\frac{P(4\pi/\omega - 2\text{trdi} - t)}{P(t)} \right]^{(k-1)/k - 1} dt$$

であり、これらを用いて蓄冷器長さ $C=1$ とした時の圧力振幅比 a の変化に対するCOPの変化を計算した結果を図2.38に示す。また、圧力振幅比 $a=0.2$ とした時の蓄冷器長さ C の変化に対するCOPの変化を図2.39に示す。

これらから次のことが解る。

- ・蓄冷器長さが一定で圧力振幅比 a が増加するとCOPは減少する。
- ・圧力振幅比 a が一定で蓄冷器長さ C が増加するとCOPは増加する。

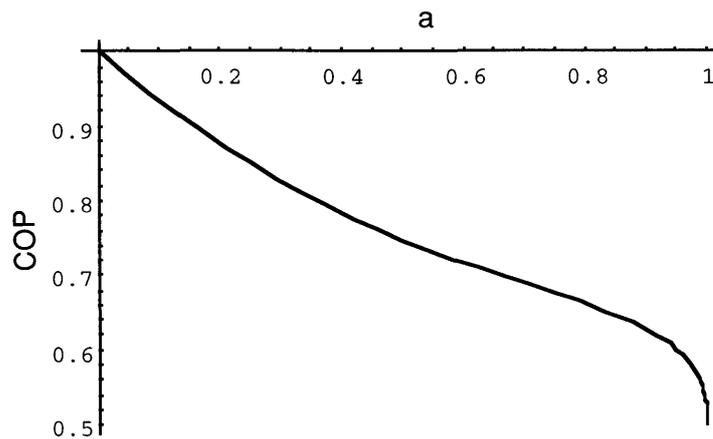


図2.38 圧力振幅比 a と COP の関係

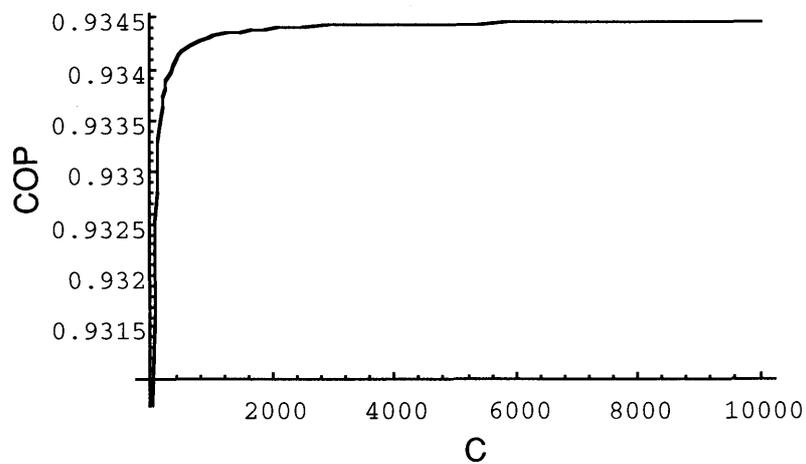


図2.39 蓄冷器長さ C と COP の関係

圧力振幅比 a が0および1の近傍の値になる時と蓄冷器長さ C が ∞ に近づく時のCOPの値について考察する。

(I) $a \rightarrow 0$ の場合

圧縮機がスピーカのような音源である場合 a が0に近くなる。近似式は

$$-Q_{pc} \doteq -R m_0 Th \int_0^{\pi/\omega} -2 \frac{(\text{Sin}\omega\tau)^2}{(1+a\text{Cos}\omega\tau)} d\tau$$

となる。また、 Q_c の近似式は時間軸の変換を行い適当な変数変換を行うと次のように求まる。

$$\tau = -\pi/\omega + \text{trdi} + t$$

$$\begin{aligned} Q_c &\doteq -R \frac{k}{k-1} \int_0^{\pi/\omega} \frac{1}{\text{Cos}(\omega \text{trdi})} m_0 \text{Sin}\omega\tau Th \\ &\doteq -R m_0 Th \int_0^{\pi/\omega} -2 a (\text{Sin}\omega\tau)^2 d\tau \end{aligned}$$

よって $COP \doteq 1$ となり従来求められていた COP と一致する。これは圧縮比が0に近づくと等温モデルと断熱モデルに差が無くなることによるものである。

(II) $a \rightarrow 1$ の場合 (付-8)

$$\begin{aligned} Q_c &\doteq -R m_0 Th \int_0^{\pi/\omega} -2 \frac{(\text{Sin}\omega\tau)^2}{(1+a\text{Cos}\omega\tau)} d\tau \\ &\doteq -R m_0 Th (-2\pi) \end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned} COP &= \int_0^{\pi/\omega} \text{Sin}\omega\tau \left[(1 - \text{Sin}\omega\tau)/(1 + \text{Sin}\omega\tau) \right]^{(k-1)/k-1} dt / (-2\pi) \\ &= 0.5 \end{aligned}$$

(III) $C \rightarrow \infty$ の場合 (付-9)

$$\begin{aligned} Q_c &\doteq -R m_0 Th \int_0^{\pi/\omega} -2 \frac{a (\text{Sin}\omega\tau)^2}{(1+a\text{Cos}\omega\tau)} d\tau \\ &\doteq -2\pi \frac{1 - \sqrt{1-a^2}}{a} \end{aligned}$$

よって

$$COP = \int_0^{\pi/\omega} \text{Sin}\omega\tau \left[(1 - \text{Sin}\omega\tau)/(1 + \text{Sin}\omega\tau) \right]^{(k-1)/k-1} dt / -2\pi \frac{1 - \sqrt{1-a^2}}{a}$$

$a=0.2$ の時COP=0.9345となる。

(2) 蓄冷器内に直線的な温度勾配がある場合

$-Q_{pc}$ と Q_c はそれぞれ(2.12)式と(2.67)式より

$-Q_{pc} =$

$$-R \frac{k}{k-1} \int_0^{\pi/\omega} m_0 \sin \omega t T_c \left[(P(2\pi/\omega - t) / P(t))^{(k-1)/k} - 1 \right] dt$$

$$Q_c = -R \frac{k}{k-1} \int_{\pi/\omega - \text{trdi}}^{2\pi/\omega - \text{trdi}} \left(-\frac{1}{R K} \text{Log} \left(\frac{T_h}{T_c} \right) P_0 a \omega \cos \omega t - m_0 \sin \omega t \right) \cdot T_h \left[\left(\frac{P(4\pi/\omega - 2 \text{trdi} - t)}{P(t)} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right] dt$$

であり、これらを用いて蓄冷器長さ $C=1$ とした時($L=625R$)の圧力振幅比 a の変化に対するCOPの変化を計算した結果を図2.40に示す。また、圧力振幅比 $a=0.2$ とした時の蓄冷器長さ C の変化に対するCOPの変化を図2.41に示す。両図とも縦軸はCOPの値を T_c/T_h で除した値である。

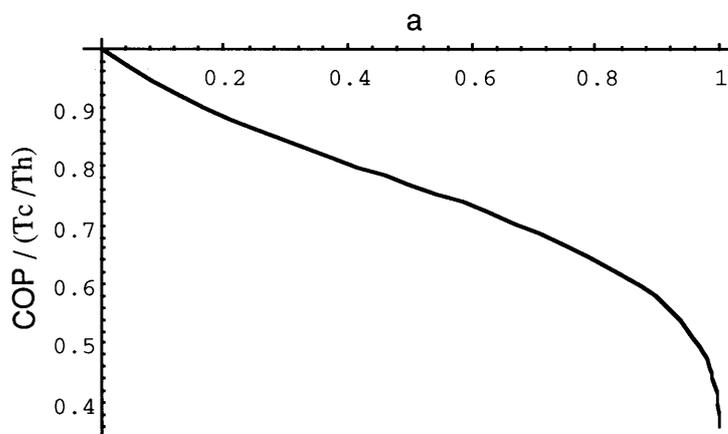


図2.40 圧力振幅比 a と COP の関係

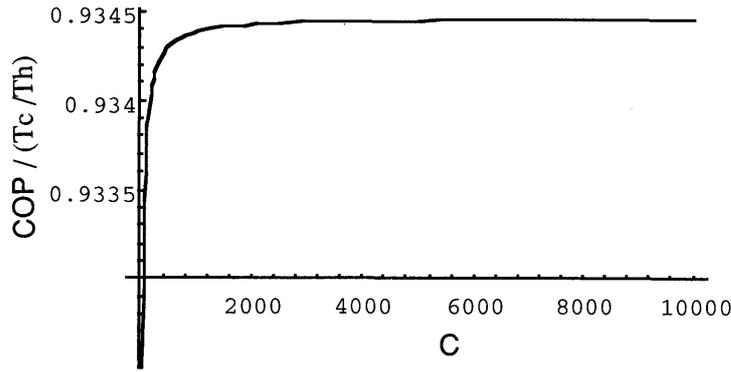


図2.41 蓄冷器長さC と COPの関係

圧力振幅比 a が0および蓄冷器長さ C が ∞ に近づく時のCOPの値について考察する。

(I) $a \rightarrow 0$ の場合

前述したように圧縮機がスピーカのような音源である場合である。 a が0に近い場合における $-Q_{pc}$ の近似式は

$$-Q_{pc} \doteq -R m_0 T_c \int_0^{\pi/\omega} -2 a (\sin \omega t)^2 dt$$

となる。

一方、 Q_c の近似式は適当な変数変換を行うと次のように求まる。

$$\begin{aligned} Q_c &\doteq -R \frac{k}{k-1} \int_0^{\pi/\omega} \frac{1}{\cos(\omega t)} m_0 \sin \omega t Th \\ &\doteq -R m_0 Th \int_0^{\pi/\omega} -2 a (\sin \omega \tau)^2 d\tau \end{aligned}$$

よって $COP \doteq T_c / Th$ となる。この場合も圧縮比が0に近づくとき等温モデルと断熱モデルに差が無くなることにより、従来求められていたCOPと一致する。

(II) $C \rightarrow \infty$ の場合 (付-10)

$$\begin{aligned} Q_c &\doteq -R m_0 Th \int_0^{\pi/\omega} -2 \frac{a (\sin \omega \tau)^2}{(1 + a \cos \omega \tau)} d\tau \\ &\doteq -R m_0 Th 2\pi \frac{1 - \sqrt{1 - a^2}}{a} \end{aligned}$$

よって

$$\text{COP} = T_c \int_0^{\pi/\omega} \sin \omega t \left[(1 - \sin \omega t) / (1 + \sin \omega t) \right]^{(k-1)/k} dt$$

$$/ \left(-T_h 2\pi \frac{1 - \sqrt{1 - a^2}}{a} \right)$$

a=0.2の時COP=0.9344 T_c/T_hとなる。

2.4 非理想状態における解析

この節では位相調整器が不完全であり圧力と質量流速が同位相でない場合および蓄冷器内の熱交換が不完全である場合の解析を行い、特に冷凍能力に与える影響を調べる。

2.4.1 圧力と質量流速が同位相でない場合

前節では圧力と質量流速の位相を同相とし、圧力を $P = P_0 (1 + a \sin \omega t)$ 、質量流速を $\dot{m} = m_0 \sin \omega t$ とおいて解析を進めてきた。ここでは圧力が $P = P_0 (1 + a \sin \omega t)$ で、質量流速の位相が ϕ だけずれた場合つまり $\dot{m} = m_0 \sin (\omega t + \phi)$ とした時の冷凍能力 $-Q_{pc}$ を(2.12)式を求めた方法により次のように求める。

$$-Q_{pc} = -R \frac{k}{k-1} \cdot$$

$$\int_{-\phi/\omega}^{\pi/\omega - \phi/\omega} m_0 \sin (\omega t + \phi) T_c \left[\frac{P(2\pi/\omega - 2\phi/\omega - t)}{P(t)} \right]^{(k-1)/k} - 1 \Big] dt \quad (2.70)$$

図2.42に ϕ を $-\pi/2$ から $\pi/2$ まで変化させた場合の冷凍能力を R で除した $-Q_{pc}/R$ の変化を計算した例を示す。図より冷凍能力は概ね $\cos \phi$ に比例していることが解る。これは $\sin(\omega t + \phi) = \cos \phi \sin \omega t + \sin \phi \cos \omega t$ であり 図からも解るとおり質量流速が $\dot{m} = m_0 \cos \omega t$ の時冷凍能力が0となるからである。また、図2.43に ϕ の変化に伴う蓄冷器低温端からパルス管に流入するガスのPV図の変化を示す。

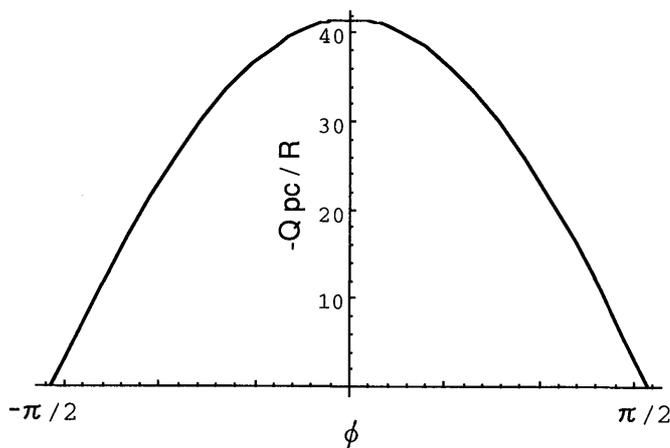


図2.42 位相差 ϕ が冷凍能力 $-Q_{pc}/R$ に与える影響

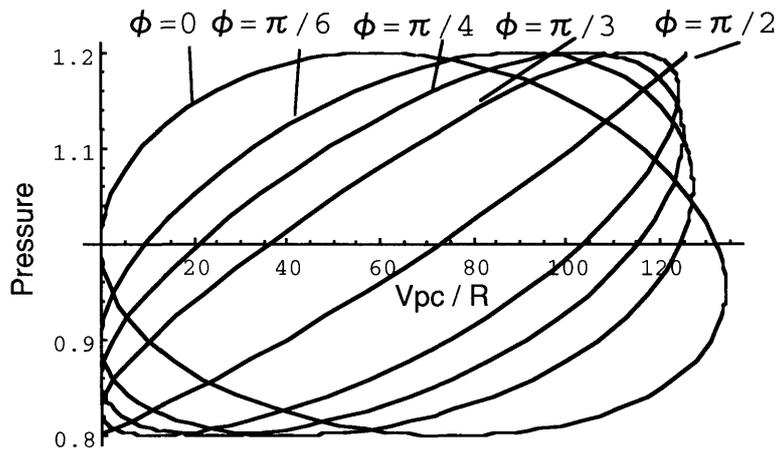


図2.43 位相差 ϕ の変化に伴うPV図の変化

図2.43から位相差 ϕ が0から $\pi/2$ に変化するとPV図の形が細くなり冷凍能力が低下していくことが解る。さらに体積 V_{pc} の最大値は多少減少することが解る。

2.4.2 蓄冷器内の熱交換が不完全である場合

前節では蓄冷器内のガスと蓄冷材との熱交換が完全であるとして熱交換量 Q_r に関して

$$\frac{dQ_r}{dt} = R \, dm \left(\frac{T_r(t)}{P(t)} \frac{dP}{dt} - \frac{k}{k-1} \frac{dT_r}{dt} \right) \quad (2.71)$$

なる関係を導いたが、ここでは単純に蓄冷器内のガスと蓄冷材との熱交換が完全な場合の C_{imp} 倍 ($0 \leq C_{imp} < 1$) になる時のガス温度 T_{rmp} を求め、特に蓄冷器低温端熱交換器に蓄冷器からもどってきた温度 T_{ro} と蓄冷器低温端温度 T_c の差を使って冷凍能力に対する損失 Q_{rLoss} を求める。

以上の考え方に基づき T_{rmp} に関して次の線形微分方程式を与える。

$$\frac{k}{k-1} \frac{dT_{rmp}}{dt} - \frac{T_{rmp}(t)}{P(t)} \frac{dP}{dt} = -C_{imp} \left(\frac{T_r(t)}{P(t)} \frac{dP}{dt} - \frac{k}{k-1} \frac{dT_r}{dt} \right) \quad (2.72)$$

これを解いて

$$T_{rmp} = C_{imp} T_r + T_c (1 - C_{imp}) \left[\frac{P(t)}{P(\tau)} \right]^{\frac{-k+1}{k}} \quad (2.73)$$

を得る (付11)。

また、 Q_{rLoss} は時刻 τ で蓄冷器低温端熱交換器に蓄冷器からもどってきた温度 T_{ro} と蓄冷器低温端熱交換器温度 T_c との差を使って次のように表される。

$$T_{ro} - T_c = \int_{\pi/\omega}^{2\pi/\omega} \dot{m}(\tau) R \frac{k}{k-1} T_c (1 - C_{imp}) \left[\left(\frac{P(4\pi/\omega - \tau)}{P(\tau)} \right)^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right] d\tau \quad (2.74)$$

$$\begin{aligned} Q_{rLoss} &= \int_{\pi/\omega}^{2\pi/\omega} \dot{m}(\tau) R \frac{k}{k-1} (T_{ro} - T_c) d\tau \\ &= \int_{\pi/\omega}^{2\pi/\omega} \dot{m}(\tau) R \frac{k}{k-1} T_c (1 - C_{imp}) \left[(P(4\pi/\omega - \tau) - P(\tau))^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right] d\tau \end{aligned} \quad (2.75)$$

(2.75)式は蓄冷器中に温度勾配がある場合に成立し、 $T_r = T_h$ の場合は(2.75)式中の T_c を T_h と書き直せば良い。

図2.44に C_{imp} に対する冷凍能力から Q_{rLoss} の値を引いて R で除した値を $T_c = 70K$ で計算した例を示す。蓄冷器の熱交換が非常に悪くなり C_{imp} の値が小さくなりすぎると蓄冷器低温端から逆に熱を放出することを示している。

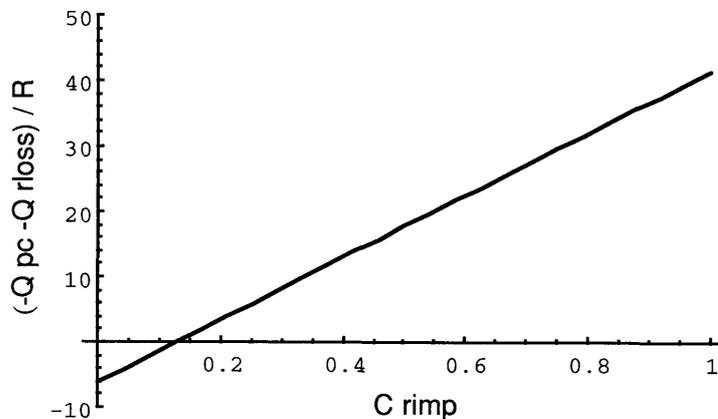


図2.44 C_{imp} が冷凍能力へ与える影響

2.5 章のまとめ

この章では従来の研究では充分納得できる内容で求められていなかった理論的なCOPの値を求めた。求めるための条件をある程度限定したものではあるが実機開発を進める上で重要な指標となりうるものである。

また、研究者の間で説が二分している蓄冷器内ガスの役割を明らかにした。さらにこれまで求められていなかった蓄冷器内のガスと蓄冷材との熱交換量の時間変化を求めた。

以上成果を出すにあたり、まず解析モデルを設定し寸法、圧力、温度など解析の条件となる仮定を明らかにした。さらにパルス管冷凍機にとっての理想状態を定義した。解析はラグランジェ法を用いてパルス管軸方向の1次元で行った。

パルス管内の解析では蓄冷器低温端熱交換器からパルス管内に流入するガスの体積変化と圧力から求められるPV仕事と冷凍能力が等しいことを明らかにした。また、パルス管の長さによらずパルス管高温端熱交換器から冷凍能力と同じ量の熱を捨てていることを示した。

蓄冷器内の解析では蓄冷器内のガス体積として低温側ガス、停留するガス、高温側ガスの3種類のガスを定義し解析を進めた。各ガスによる体積変化を蓄冷器内に温度勾配がない場合とある場合について調べグラフ化した。また、蓄冷器内の熱交換に関する一般式を求め各ガスによる熱交換量およびその時間変化を求めた。その結果、1周期中低温側ガスと停留するガスは蓄冷器内に熱を放出し高温側ガスが熱を吸収することが解り蓄冷器内ガスの役割を明らかにすることができた。

圧縮機内の解析では圧縮機から入力された仕事のすべてが蓄冷器高温端熱交換器で捨てられることを示した。

以上の結果からパルス管冷凍機の熱収支および動作係数COPを求めた。COPは圧縮比が0に近い時だけ従来求められていたCOPの値 T_c/T_h になり、実機に通常使われる条件では T_c/T_h より小さい値になることが解った。

また、圧縮比や蓄冷器の大きさがCOPに与える影響も求めた。

さらに、蓄冷器低温端におけるガスの圧力と質量流速との位相差 ϕ および蓄冷器の熱交換特性が冷凍能力に与える影響を求め、 ϕ が大きくなると冷凍性能が減少すること、蓄冷器の熱交換が悪くなると冷凍性能が低下することを示した。