

代数応力モデルによる室内気流解析
に関する研究

平成 9 年 12 月

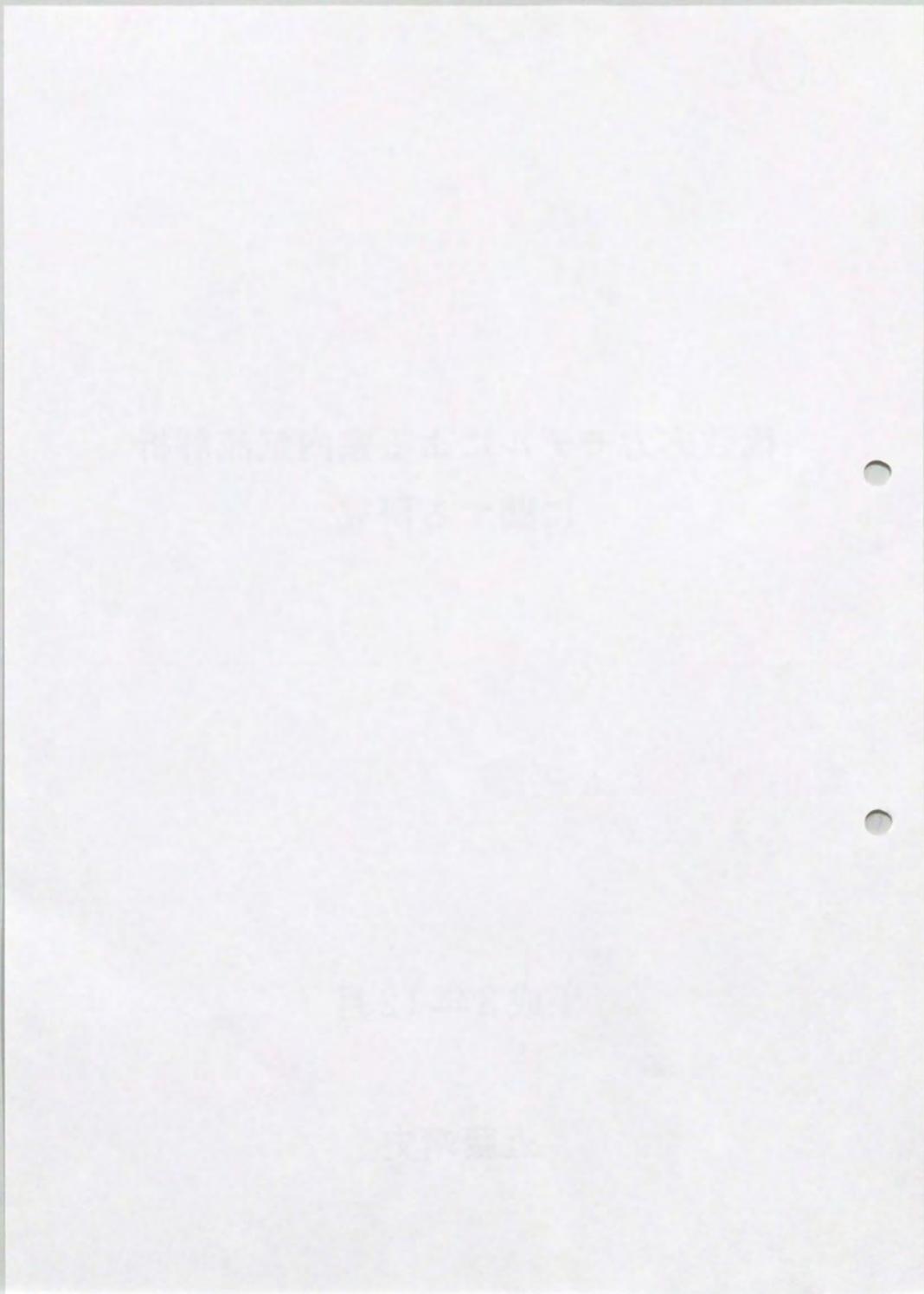
近 藤 靖 史

①

代数応力モデルによる室内気流解析
に関する研究

平成3年12月

近藤靖史



<目次>

	頁
第一章 序論	
1.1 序論	1-1
1.2 各章の概要	1-2
第一章 参考文献	1-4
第二章 代数応力モデルの定式化	
2.1 はじめに	2-1
2.2 レイノルズストレスの輸送方程式のモデリング	2-2
2.2.1 レイノルズストレスの輸送方程式の導出	2-2
2.2.2 レイノルズストレスの輸送方程式の各項の概要	2-5
2.2.3 レイノルズストレスの生産項 (P_{ij})	2-6
2.2.4 圧力-歪相関項 (Φ_{ij})	2-8
2.2.5 レイノルズストレスの拡散項 (D_{ij})	2-16
2.2.6 レイノルズストレスの散逸項 (ϵ_{ij})	2-17
2.2.7 レイノルズストレスの輸送方程式の代数化	2-18
2.3 乱流熱フラックスの輸送方程式のモデリング	2-19
2.3.1 乱流熱フラックスの輸送方程式の導出	2-19
2.3.2 乱流熱フラックスの輸送方程式の各項の概要	2-23
2.3.3 乱流熱フラックスの生産項 ($P_{i\theta 1}, P_{i\theta 2}, G_{i\theta}$)	2-24
2.3.4 圧力-温度勾配相関項 ($\Phi_{i\theta}$)	2-24
2.3.5 乱流熱フラックスの拡散項 ($D_{i\theta}$)	2-27
2.3.6 乱流熱フラックスの散逸項 ($\epsilon_{i\theta}$)	2-27
2.3.7 $\bar{\theta}^2$ のモデリング	2-28
2.3.8 乱流熱フラックスの輸送方程式の代数化	2-30
2.4 代数応力モデルと渦粘性モデルの比較	2-31
2.4.1 純粋せん断流における比較	2-31
2.4.2 流線に曲率を持つせん断流の場合の比較	2-32
2.5 第二章結論	2-34
第二章 参考文献	2-35

第三章 代数応力モデルの数値計算手法	3-1
3.1 はじめに	3-1
3.2 差分定義点	3-2
3.3 レイノルズストレスの計算方法	3-3
3.3.1 ノルマルストレスの計算	3-3
3.3.2 シアストレスおよび乱流熱フラックスの計算	3-4
3.4 Pseud Viscosity の導入	3-4
3.5 GGDH による負拡散に対する処理	3-5
3.6 Wall Reflection 項 Φ_{ij}^w の問題点	3-6
3.7 シアストレスの代数化の工夫	3-7
3.8 ノルマルストレスの数値計算上の工夫	3-9
3.9 第三章結論	3-10
第三章 参考文献	3-11
第四章 2次元の等温流れ場の解析	
4.1 はじめに	4-1
4.2 計算概要	4-2
4.3 計算結果と考察	4-4
4.4.1 流線の分布	4-4
4.4.2 乱流エネルギー (k) の分布	4-4
4.4.3 乱流エネルギーの散逸率 (ε) の分布	4-4
4.4.4 乱流エネルギーの生産項 (P_k) の分布	4-4
4.4 代数応力モデルと $k-\varepsilon$ モデルの流線の差について	4-7
4.4.1 レイノルズストレスによる平均運動エネルギー (K) の輸送の比較	4-8
4.4.2 レイノルズストレス ($\overline{u_i u_j}$) の比較	4-9
4.5 第四章結論	4-12
第四章 補注	4-13
第四章 参考文献	4-14

第五章 2次元の等温拡散場、非等温場の解析

5.1 はじめに	5-1
5.2 2次元等温拡散場の計算結果と考察	5-3
5.2.1 計算概要	5-3
5.2.2 スカラー (θ) の分布	5-5
5.2.3 スカラーの乱流フラックス ($\overline{u\theta}$) の分布	5-6
5.2.4 スカラーの乱流変動強度 ($\overline{\theta^2}$) およびその散逸率 (ϵ_θ) のモデル	5-8
5.3 2次元非等温流れ場の計算結果と考察	5-10
5.3.1 計算概要	5-10
5.3.2 流線の分布	5-12
5.3.3 乱流エネルギー (k) の分布	5-13
5.3.4 乱流エネルギーの生産項 (P_k) の分布	5-13
5.3.5 浮力による乱流エネルギーの生産・消散項 (G_k) の分布	5-14
5.3.6 乱流エネルギーの散逸率 (ϵ) の分布	5-14
5.3.7 レイノルズストレス ($\overline{u_i u_j}$) の分布	5-15
5.3.8 温度 (θ) の分布	5-17
5.3.9 乱流熱フラックス ($\overline{u\theta}$) の分布	5-18
5.3.10 温度の乱流変動強度 ($\overline{\theta^2}$) の分布	5-20
5.4 第五章結論	5-21
第五章 補注	5-22
第五章 参考文献	5-24

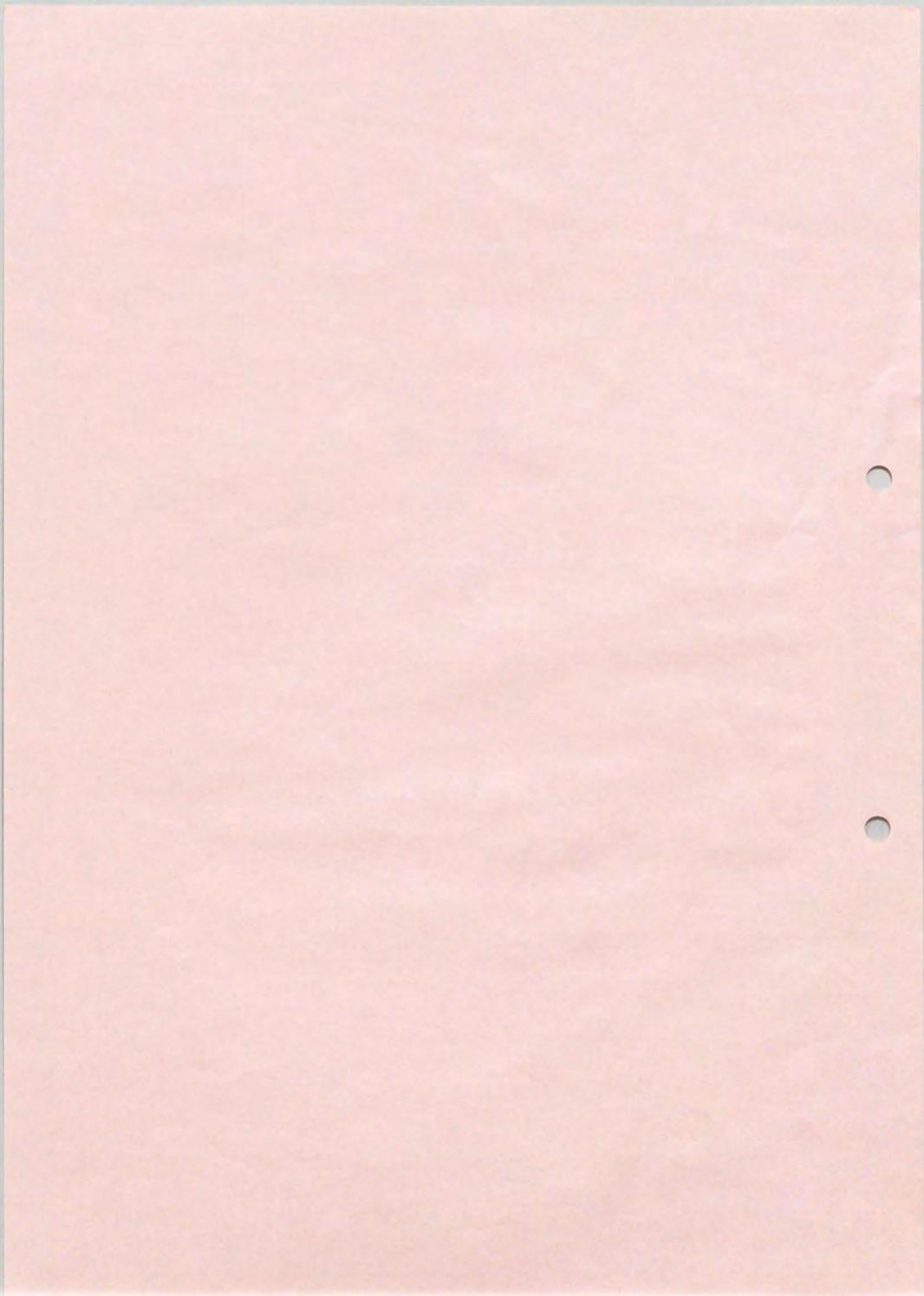
第六章 3次元の等温流れ場の解析

6.1 はじめに	6-1
6.2 計算概要	6-2
6.3 計算結果と考察	
6.3.1 平均風速ベクトル	6-4
6.3.2 乱流エネルギー (k) の分布	6-4
6.3.3 乱流エネルギーの散逸率 (ϵ) の分布	6-4
6.3.4 乱流エネルギーの生産項 (P_k) の分布	6-4
6.3.5 レイノルズストレス ($\overline{u_i u_j}$) の分布	6-8

6.3.6 レイノルズストレスの生産項 (P_{ij}) の分布	6-10
6.4 第六章結論	6-12
第六章 補注	6-13
第六章 参考文献	6-14
第七章 3次元の非等温流れ場の解析	
7.1 はじめに	7-1
7.2 計算概要	7-2
7.3 計算結果と考察	7-4
7.3.1 平均風速ベクトル	7-4
7.3.2 温度 (Θ) の分布	7-5
7.3.3 乱流エネルギー (k) の分布	7-6
7.3.4 乱流エネルギーの生産項 (P_k) の分布	7-7
7.3.5 浮力による乱流エネルギーの生産・消散項 (G_k) の分布	7-7
7.3.6 レイノルズストレス ($\overline{u_i u_j}$) の分布	7-8
7.3.7 乱流熱フラックス ($\overline{u\theta}$) の分布	7-11
7.4 第七章結論	7-13
第七章 補注	7-14
第七章 参考文献	7-15
第八章 結語	8-1
謝辞	9-1
付録	
論文の内容の要旨	論文要旨-1
英文要約 (SUMMARY)	英文 -1
独文要約 (Zusammenfassung)	独文 -1
発表論文・報文リスト	論文リスト-1

第一章

序論



第一章 序論

1.1 序論

$k-\varepsilon$ 型2方程式モデル(以降、 $k-\varepsilon$ モデルと略す)を用いた乱流数値シミュレーションは室内気流性状を工学的にある程度の精度で良く再現し、これにより得られた成果は極めて大きい^{1)~4)}。この $k-\varepsilon$ は等方的な渦粘性の概念(Eddy Viscosity Model、以降EVMと略す)に基づいた乱流モデルで、①モデルの単純さ、明快さ②適用対象流れ場の範囲の広さ、③数値解析上の安定性等、多くの点で優れたモデルであるといえる。しかし、一方で、近年、レイノルズストレス($-\overline{u_i u_j}$)等の2次モーメントに勾配輸送近似を行なうEVMを仮定することに起因する問題点が指摘されている⁴⁾⁵⁾。例えば主流の流れ線が曲率を持つ流れ場、温度分布のある流れ場や吹出口・吸込口近傍等の領域、すなわち乱れ性状の非等方性が大きな問題となる領域において等方的な概念に基づくEVMの欠陥が問題にされている。

特に建築室内空間の流れ場・温度場を解く際にはその乱れ性状に関し非等方性が問題となることが多い。すなわち、室内空間のような閉鎖空間内の3次元流れ場はさまざまな2次流を含む複雑なもので、主流の方向さえも容易に決め難い。空間的に、変形速度($\partial U/\partial x_i$)の主要な項の成分がめまぐるしく変化し、非等方性が顕著である。また一般に問題とする室内気流は非等温場の場合が多い。この場合、浮力による一方向の体積力が作用するため、さらに乱れ性状に関し、非等方性が顕著となる。

一方、Launder⁶⁾、Rodi⁷⁾等はEVMに基づかない乱流モデル、すなわち、応力方程式モデル(Differential Stress ModelあるいはDifferential Second-Moment、以降DSMと略す)や代数応力モデル(Algebraic Stress ModelあるいはAlgebraic Second-Moment、以降ASMと略す)を用いて、 $k-\varepsilon$ では十分に正しく解析することが困難な非等方性の強い流れ場の解析を行ない、ある程度改善された結果を得ている。また建築分野でもこれらを考慮した研究がなされている^{8)~10)}。

本研究はASMを室内気流計算に適用し、その有効性を従来の $k-\varepsilon$ モデルや実験結果との比較等から検討したものである。

ASMはレイノルズストレス($-\overline{u_i u_j}$)の生産項(P_{ij})を正しく評価し、 $\overline{u_i u_j}$ の非等方性が問題となる流れ場、例えば主流の流れ線が曲率を持つ場合や、噴流が壁に衝突する領域、吸込口近傍の縮流領域等の予測は渦粘性の概念(EVM)に基づく $k-\varepsilon$ モデルより優れた乱流モデルであると考えられる。また非等温乱流場では乱流熱フラックス($\overline{u\theta}$)の非等方性が大きな問題となる。これについてもASMは乱流熱フラックス($\overline{u\theta}$)の生産項(P_{θ})を正しく評価出来るため、渦拡散の概念(Eddy Diffusivity Model)に基づく $k-\varepsilon$ モデルより優れた乱流モデルであると考えられる。そこで本論文ではASMを室内気流計算に適用し、その有効性を検証しようとしている。

1.2 各章の概要

本論文は以下の8章より成る。

第一章では、まず序論として本研究の目的と概要が述べられる。

第二章では、レイノルズストレス ($\overline{u_i u_j}$) および乱流熱フラックス ($\overline{u\theta}$) の各輸送方程式をセカンドモーメントでcloseするためのモデル化 (応力方程式モデル) について説明する。さらにこれらのモデルを単純化した代数応力モデル (ASM) について説明する。また単純な流れ場について ASM と EVM を比較する。

第三章では、レイノルズストレスの輸送方程式を代数化して解く ASM による具体的な数値計算手法について述べている。また ASM で計算する際に生じる数値不安定を抑える計算上の工夫等を説明する。また ASM が持つモデル上のいくつかの矛盾点を示し、またそれらの矛盾を数値計算上で避ける方法等について述べる。

第四章では2次元等温流れ場で ASM と $k-\varepsilon$ モデルの結果を比較し、乱流モデルの差異による結果の影響を検討する。特に吸込口近傍の乱流エネルギーの値および、流線の曲率の影響等について ASM と $k-\varepsilon$ モデルの差について検討している。 $k-\varepsilon$ モデルで噴流が壁に衝突する領域や吸込口近傍で乱流エネルギーを過大に評価するが、ASM では乱流エネルギーの生産項を正しく評価出来るため、上記の問題が改善されることを示した。また流線の曲率の影響については平均運動エネルギーの輸送方程式から各乱流モデルの差を考察し、ASM の方が流線の曲率の影響を妥当に評価することを示している。

第五章では乱流スカラーフラックス ($\overline{u\theta}$) の ASM の定式化を示すとともにこれを用いて2次元等温拡散場および2次元非等温流れ場について検討している。まず、2次元等温拡散場で ASM と $k-\varepsilon$ モデルで見られる乱流スカラーフラックスの評価の差を構造的に検討し、また乱流熱フラックスの輸送方程式に現れるスカラーの乱流変動強度 ($\overline{\theta^2}$)、およびその散逸率 (ε_θ) のモデル化について検討している。次に2次元非等温場について ASM と $k-\varepsilon$ モデルで見られる流線、乱流エネルギーおよび温度の分布の差を流線の曲率の影響、乱流エネルギーの生産項、レイノルズストレス、乱流熱フラックス等の差から検討する。ASM では乱流熱フラックスの速度勾配による生産項、およびスカラーの勾配による生産項の両者を正しく評価するのに対し、渦拡散モデルに基づく $k-\varepsilon$ モデルでは乱流熱フラックスの評価には速度勾配による生産が組み込まれていない。この差に起因した乱流熱フラックスの差が顕著であり、ASM は乱流熱フラックスの非等方性を $k-\varepsilon$ モデルより妥当に評価出来る乱流モデルであることを示した。

第六章では ASM を3次元等温流れ場に適用し、実験結果および $k-\varepsilon$ モデルの結果との比較検討を行なう。この章では、3次元閉鎖空間内の比較的複雑な流れ場の非等方性に特に着目し、ASM と $k-\varepsilon$ モデルを比較し、それぞれのモデルの構造などについて検

討した。ここで対象とした流れ場については平均流における両乱流モデルの差は少なく、両者とも実験結果と良く対応したが、乱流エネルギーについてはASMの方が実験値に近づく傾向があることを示した。特に噴流が壁に衝突する領域や吸込口近傍での乱流エネルギーはASMの方が妥当な値であった。またASMではレイノルズストレスの非等方性を正しく評価し、かつ $k-\varepsilon$ モデルで見られたノルマルストレスの負値が現れないことを示した。

第七章では3次元非等温流れ場についてASMを用いて数値解析を行ない、実験結果および $k-\varepsilon$ モデルの結果との比較からその有効性を検討している。ASMではレイノルズストレス ($-\overline{u_i u_j}$) および乱流熱フラックス ($\overline{u_i \theta}$) の輸送方程式を代数化して解き、 $\overline{u_i u_j}$ および $\overline{u_i \theta}$ の生産項を正しく評価するため、 $k-\varepsilon$ モデルに比べ、噴流中の平均風速、温度分布、乱流エネルギー、およびレイノルズストレスの各成分について実験との対応が良いことを示した。

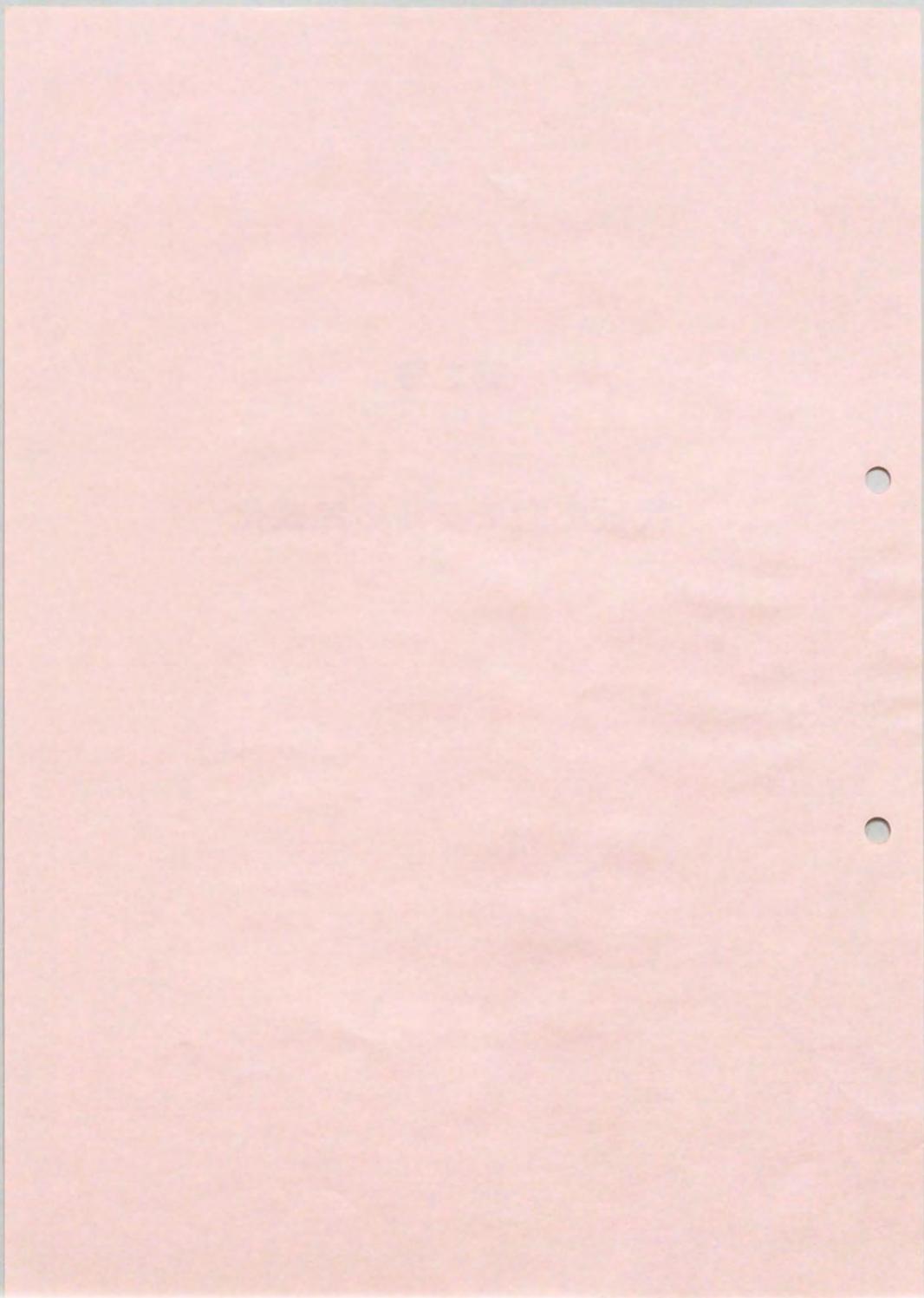
第八章では、全体のまとめを行っており、本研究の成果と今後の課題が総括されている。

第一章 参考文献

- 1) 村上周三・加藤信介・須山喜美・永野紳一郎らによるクリーンルーム内の気流性状の一連の研究。例えば、村上周三・加藤信介・須山喜美：クリーンルーム内の気流性状に関する研究（その5）（その6）、日本建築学会大会梗概集（昭和59年10月）、pp.217 - 220
- 2) 村上周三・加藤信介：新たな換気効率指標と三次元乱流数値シミュレーションによる算出法－換気効率の評価モデルに関する研究、空気調和・衛生工学会論文集、No. 32（昭和61年10月）、pp.91 - 102
- 3) 加藤信介・村上周三・大和田淳：大空間の自然換気に関する研究（その5）圧力型境界条件による屋内の換気、拡散の数値解析、日本建築学会大会梗概集（昭和61年8月）、pp.335 - 336
- 4) 野村豪・村上周三・加藤信介・佐藤正章：3次元乱流数値解析と模型実験－数値解析手法を用いる室内空気予測法に関する研究－その2－日本建築学会論文報告集、第292号昭和55年12月、pp.69 - 79
- 5) 林吉彦・村上周三・持田灯：建物周辺気流の数値シミュレーションの診断システムに関する研究（第5報） $k - \epsilon$ モデルにおける建物風上の k の過大評価とモデルの改良、日本建築学会大会梗概集（昭和63年10月）、pp.779 - 780
- 6) Launder, B.E. : Second - moment closure, methodology and practice. Univ. Manchester Institute of Sci. and Tech. Rep. No. TFD/82/4 (1983)
- 7) Launder, B.E., Reece, G.J., and Rodi, W. : Progress in the Development of a Reynolds - Stress Turbulent Closure, J. Fluid Mech., Vol. 68, pp. 537 - 566 (1975)
- 8) 相良和伸：浮力の影響がある流れの乱流モデルについての検討（浮力による上昇流が存在する場合）日本建築学会大会梗概集（昭和56年9月）、pp.439 - 440
- 9) 倉淵隆・鎌田元康：浮力噴流の数値解析－垂直平面浮力噴流について－、日本建築学会大会梗概集（昭和62年10月）、pp.1039 - 1040
- 10) 平岡久司・丸山敬：植物群落内および都市キャノピー内での乱流モデルの考察、第3回生研NSTシンポジウム講演論文集（昭和63年2月）、pp.87 - 93

第二章

代数応力モデルの定式化



第二章 代数応力モデルの定式化

2.1 はじめに

室内気流の数値計算では乱流モデルとして一般的に $k-\varepsilon$ 型2方程式モデル($k-\varepsilon$ 、あるいは $k-\varepsilon$ モデルと略記する)が用いられている。この $k-\varepsilon$ モデルは等方的な渦粘性の概念に基づいたモデルであり、比較的単純な流れ場では、実用的に満足出来る結果が得られる。しかし、一般の建築空間内は吹出口や吸込口、あるいは温度分布等があり、レイノルズストレスの異方性やStream Line Curvature等が大きな問題となることも多い。このような場合には、非等方 $k-\varepsilon$ 型2方程式モデル(西島、吉沢)¹⁾、Rodiのモデル²⁾、Launderのモデル³⁾等、標準的な $k-\varepsilon$ 型モデルに対する改良モデルが提案されている。一方、渦粘性の概念を用いない応力方程式モデル(Diffrencial Stress Model、DSMと略記する)や代数応力モデル(Algebraic Stress Model、ASMと略記する)等のレイノルズストレスの輸送方程式に基づく乱流モデルではこれら $k-\varepsilon$ モデルで問題となる点を回避することが可能である。

本章では、Launder、Rodi^{4、5)}らの既往の研究に基づき、レイノルズストレス($\overline{u_i u_j}$)および乱流熱フラックス($\overline{u_i \theta}$)の各輸送方程式をセカンドモーメントでcloseするためのモデル化(応力方程式モデル)について説明する。さらにこれらのモデルを単純化した代数応力モデルについて説明する。また単純な流れ場について代数応力モデルと渦粘性モデル(Eddy Viscosity Model、EVMと略記する)を比較する。

<記号>

U_i : i 方向流速の瞬時値(= U_i+u_i)	U_i : i 方向平均流速	u_i : i 方向流速の変動成分
P : 圧力の瞬時値(= $P+p$)	P : 圧力の平均値	p : 圧力の変動成分
k : 乱流エネルギー	D_k : k の拡散項	P_k : k の生産項
G_k : k の浮力による生産項	ε : k の散逸率	
θ : 温度の瞬時値(= $\theta+\theta'$)	Θ : 温度の平均値	θ' : 温度の変動成分
g_i : i 方向重力加速度	β : 体膨張係数	$\overline{\theta'^2}$: 温度変動強度
ε_θ : $\frac{1}{2}\overline{\theta'^2}$ の散逸項	P_{ij} : $\overline{u_i u_j}$ の生産項	ε_{ij} : $\overline{u_i u_j}$ の散逸率
G_{ij} : $\overline{u_i u_j}$ の浮力による生産項	Φ_{ij} : 圧力-歪相関	$P_{\theta(1)}, P_{\theta(2)}, G_{\theta}$: $\overline{u_i \theta}$ の生産項
Φ_θ : 圧力-温度勾配相関	w_0 は領域を囲む境界の総数	
上添え字(w)は w 番目の壁に関する値	n_i^w は w 番目の壁に垂直な単位ベクトルの i 成分	
h_n^w は w 番目の壁からの垂直距離	R : 温度変動と速度変動の時間スケールの比	
オーバーバーは平均操作	δ_{ij} はクロネッカデルタ	

2.2 レイノルズストレスの輸送方程式のモデリング

2.2.1 レイノルズストレスの輸送方程式の導出

本節では次の非圧縮性流体の Navier - Stokes 方程式、および連続式を基にレイノルズストレス ($\overline{u_i u_j}$) の輸送方程式を導出する。

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k U_i) = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{P}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \right] - g_i \cdot \beta \cdot \theta \quad (2.2.1)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.2.2)$$

ただし、(2.2.1) 式はブシネスク近似を施した非等温場について示している。

ここで U_i は流速ベクトル i 成分の瞬時値を示し、また P は圧力の瞬時値を示す。またここで繰り返し下付添え字については 1 から 3 までの和をとることとする。

速度、圧力、温度の各々の瞬時値は平均成分と変動成分に分解できる。すなわち、

$$U_i = \overline{U_i} + u_i, \quad P = \overline{P} + p, \quad \theta = \overline{\theta} + \theta \quad (2.2.3)$$

ここで $\overline{U_i}$, u_i はそれぞれ U_i の平均値、変動成分を示し、また \overline{P} , p は P の平均値、および変動成分を示し、 $\overline{\theta}$, θ は θ の平均値、および変動成分を示す。

レイノルズストレス ($\overline{u_i u_j}$) の輸送方程式を導出するために、先ず、(2.2.1) 式の両辺に u_j を掛けた式に平均操作を施す。

(2.2.1) 式左辺第 1 項：

$$u_j \frac{\partial U_i}{\partial t} = \overline{u_j \frac{\partial (U_i + u_i)}{\partial t}} = \overline{u_j \frac{\partial U_i}{\partial t}} + \overline{u_j \frac{\partial u_i}{\partial t}} = \overline{u_j \frac{\partial U_i}{\partial t}} + \overline{u_j \frac{\partial u_i}{\partial t}} = \overline{u_j \frac{\partial u_i}{\partial t}} \quad (2.2.4)$$

(2.2.1) 式左辺第 2 項：

$$\begin{aligned} \overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k U_i)} &= \overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k + u_k) \cdot (U_i + u_i)} = \overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \cdot U_i + U_k \cdot u_i + u_k \cdot U_i + u_k \cdot u_i)} \\ &= \overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \cdot U_i)} + \overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \cdot u_i)} + \overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot U_i)} + \overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot u_i)} \\ &= \overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \cdot u_i)} + \overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot U_i)} + \overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot u_i)} \end{aligned} \quad (2.2.5)$$

(2.2.1) 式右辺第 1 項：

$$-\overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{P}{\rho} \right)} = -\overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\overline{P} + p}{\rho} \right)} = -\overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\overline{P}}{\rho} \right)} - \overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{p}{\rho} \right)} = -\overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{p}{\rho} \right)} \quad (2.2.6)$$

(2.2.1) 式右边第2項:

$$\begin{aligned}
\overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \right]} &= \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\nu \left(\frac{\partial (U_i + u_i)}{\partial x_k} + \frac{\partial (U_k + u_k)}{\partial x_i} \right) \right]} \\
&= \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) \right]} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \right]} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\nu \left(\frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \right]} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\nu \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \right]} \\
&= \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \right]} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\nu \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \right]} \quad (2.2.7)
\end{aligned}$$

(2.2.1) 式右边第3項:

$$\overline{-u_i \cdot g \cdot \beta \cdot \theta} = \overline{-g \cdot \beta \cdot u_i \theta} \quad (2.2.8)$$

(2.2.4) ~ (2.2.8) 式を整理すると、

$$\begin{aligned}
\overline{u_i \frac{\partial u_i}{\partial t}} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (u_i \cdot U_k)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot U_i)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot u_i)} \\
= \overline{-u_i \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{p}{\rho} \right)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \right]} - \overline{g \cdot \beta \cdot u_i \theta} \quad (2.2.9)
\end{aligned}$$

(2.2.9) 式に下添え字の*i*と*j*を入れ替えた式は以下ようになる。

$$\begin{aligned}
\overline{u_j \frac{\partial u_j}{\partial t}} + \overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_k} (u_j \cdot U_k)} + \overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot U_j)} + \overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot u_j)} \\
= \overline{-u_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{p}{\rho} \right)} + \overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\nu \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right) \right]} - \overline{g \cdot \beta \cdot u_j \theta} \quad (2.2.10)
\end{aligned}$$

(2.2.9) 式と (2.2.10) 式の両辺をそれぞれ加える。

$$\begin{aligned}
&\overline{u_i \frac{\partial u_i}{\partial t}} + \overline{u_j \frac{\partial u_j}{\partial t}} \quad \dots (a) \\
&+ \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (u_i \cdot U_k)} + \overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_k} (u_j \cdot U_k)} \quad \dots (b) \\
&+ \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot U_i)} + \overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot U_j)} \quad \dots (c) \\
&+ \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot u_i)} + \overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot u_j)} \quad \dots (d) \\
&= \overline{-u_i \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{p}{\rho} \right)} - \overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{p}{\rho} \right)} \quad \dots (e) \\
&+ \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \right]} + \overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\nu \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right) \right]} \quad \dots (f) \\
&- \overline{g \cdot \beta \cdot u_i \theta} - \overline{g \cdot \beta \cdot u_j \theta} \quad \dots (g) \quad (2.2.11)
\end{aligned}$$

(2.2.11) 式の各項を以下、整理する。

(2.2.11) 式 (a) 部分：

$$\overline{u_i \frac{\partial u_i}{\partial t}} + \overline{u_i \frac{\partial u_i}{\partial t}} = \frac{\partial}{\partial t} (\overline{u_i u_i}) \quad (2.2.12)$$

(2.2.11) 式 (b) 部分：

$$\overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_k} (u_i \cdot U_k)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot U_j)} = \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \cdot \overline{u_i u_i}) \quad (2.2.13)$$

(2.2.11) 式 (c) 部分：

$$\overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot U_i)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot U_j)} = \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} \quad (2.2.14)$$

(2.2.11) 式 (d) 部分：

$$\overline{u_j \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot u_i)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot u_j)} = \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u_i u_j u_k}) \quad (2.2.15)$$

(2.2.11) 式 (e) 部分：

$$\begin{aligned} -\overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{p}{\rho} \right)} - \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{p}{\rho} \right)} &= -\frac{\partial}{\partial x_i} \overline{u_i p} + \frac{p}{\rho} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{u_i p} + \frac{p}{\rho} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} \\ &= -\left(\frac{\partial}{\partial x_i} \overline{u_i p} + \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{u_i p} \right) + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} \right) \end{aligned} \quad (2.2.16)$$

(2.2.11) 式 (f) 部分：

$$\begin{aligned} &\overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \right]} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \right]} \\ &= \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)} \\ &= \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} (\overline{\nu u_i u_i}) - 2 \frac{\partial \overline{u_i} \partial \overline{u_i}}{\partial x_k \partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu \overline{u_i \frac{\partial u_k}{\partial x_i}} \right) - \nu \frac{\partial \overline{u_i} \partial \overline{u_k}}{\partial x_k \partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu \overline{u_i \frac{\partial u_k}{\partial x_i}} \right) - \nu \frac{\partial \overline{u_i} \partial \overline{u_k}}{\partial x_k \partial x_i} \end{aligned} \quad (2.2.17)$$

上記の (2.2.12) ~ (2.2.17) より、(2.2.11) 式は次式のように整理され、レイノルズトレスの輸送方程式が導かれる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{u_i u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \overline{u_i u_i}) &= -(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k}) + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} \right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial x_k} (-\overline{u_i u_j u_k} - \frac{p \overline{u_i}}{\rho} \delta_{jk} - \frac{p \overline{u_j}}{\rho} \delta_{ik} + \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} + \nu \overline{u_i} \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_i} + \nu \overline{u_j} \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_i}) \\ &\quad - 2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} - \nu \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_i} \right) - g \cdot \beta \cdot \overline{u_i \theta} - g \cdot \beta \cdot \overline{u_i \theta} \end{aligned} \quad (2.2.18)$$

2.2.2 レイノルズストレスの輸送方程式の各項の概要

レイノルズストレスの輸送方程式を再掲する。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{U_k u_i u_j}) = & \underbrace{-\overline{(u_i u_k \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + u_i u_k \frac{\partial U_j}{\partial x_k})}}_{(A)} - \underbrace{g_i \cdot \beta \cdot \overline{u_i \theta} - g_j \cdot \beta \cdot \overline{u_j \theta}}_{(C)} + \underbrace{\frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)}_{(D)} \\
 & + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left(-\overline{u_i u_j u_k} - \frac{\overline{p u_i}}{\rho} \delta_{jk} - \frac{\overline{p u_j}}{\rho} \delta_{ik} + \nu \overline{\frac{\partial u_i u_j}{\partial x_k}} + \nu u_i \overline{\frac{\partial u_k}{\partial x_j}} + \nu u_j \overline{\frac{\partial u_k}{\partial x_i}} \right)}_{(E)} \\
 & - \underbrace{2\nu \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial u_j}{\partial x_k}} - \nu \left(\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial u_k}{\partial x_j}} + \overline{\frac{\partial u_j}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial u_k}{\partial x_i}} \right)}_{(F)}
 \end{aligned} \tag{2.2.19}$$

以下、各項の物理的意味やそのモデリングについて解説するとともに、このレイノルズストレス輸送方程式を平均流速 $\overline{U_i}$ 、2次モーメント $\overline{u_i u_j}$ とエネルギー散逸率 ε でcloseさせる方法について説明する。まず (2.2.19) 式の各項について若干の説明をする。

(1) $\overline{u_i u_j}$ の移流項 (C_{ij} と略記する)

(2.2.19) 式左辺 (A) 部分は $\overline{u_i u_j}$ の実質微分項である。

(2) $\overline{u_i u_j}$ の平均速度勾配による生産項 (P_{ij} と略記する)

(2.2.19) 式右辺 (B) 部分は平均速度勾配による $\overline{u_i u_j}$ の生産項であり、応力方程式モデルでは、この項をモデル化せずに直接扱うということが最大の利点となる。

(3) $\overline{u_i u_j}$ の浮力による生産・消散項 (G_{ij} と略記する)

(2.2.19) 式右辺 (C) 項は浮力による生産・消散項である。この項も応力方程式モデルでは、直接扱う。

(4) 圧力-歪相関項 (Φ_{ij} と略記する)

(2.2.19) 式右辺 (D) 部分はストレス間のエネルギーの再配分を行うという役割をもつ項である。この項の持つ最も重要な性質の一つはそのトレースがゼロ、すなわち、

$$\sum_{i=1}^3 \Phi_{ii} = 0 \tag{2.2.20}$$

である。このことは乱流エネルギー k の輸送方程式中には圧力-歪相関項が現れないことを意味する。したがって k のレベルには何ら寄与しないが、ノルマルストレス間のレベルの再配分には寄与する項である。たとえば、2次元乱流で $\overline{u_1^2}$ 、 $\overline{u_2^2}$ の生産項はゼロでないが、 $\overline{u_3^2}$ の生産項がゼロである場合でも $\overline{u_3^2}$ はゼロでない。これは $\overline{u_3^2}$ が他のノルマルス

トレス ($\overline{u_1^2}$, $\overline{u_2^2}$) からエネルギーを圧力-歪相関により、譲り受けるからである。応力方程式モデルではこの項の近似が最も重要な課題の一つである。

(5) $\overline{u_1 u_2}$ の拡散項 (D_{ij} と略記する)

(2.2.19) 式の (E) 部分はストレスの拡散項である。すなわち、ストレスの空間的な輸送に係わる項である。

(6) $\overline{u_1 u_2}$ の散逸項 (ε_{ij} と略記する)

(2.2.19) 式右辺 (F) 部分はストレスの散逸項である。一般に高 Re 数領域では粘性による拡散項 ((2.2.19) 式 (E) 部分の ν のかかる項) は無視できるが、 ε_{ij} は一般に無視しえない。というのは、たとえば室内のような閉空間内で (2.2.19) 式を積分すれば C_{ij} 、 D_{ij} 、 Φ_{ij} 等の輸送項はほぼゼロになるが、 P_{ij} はあるレベルで存在する。したがってこの P_{ij} に釣り合う項として ε_{ij} が必要となる。また ε_{ij} と D_{ij} の最も大きな差異は、 ε_{ij} は変動速度の微係数間の相関を含んでいるのに対し、 D_{ij} はこれを含んでいないことである。粘性消散が問題となる非常に小さい空間スケールにおいて、この変動速度の微係数はかなり大きなものと評価される。 ε_{ij} が一般に無視できないということがこの点からも理解される。

2.2.2 レイノルズストレスの生産項 (P_{ij})

応力方程式モデルの秀れた点の1つには、ストレスの生産を正しく評価することができることにある。

Launder⁶⁾ はストレスの各成分とこれらの生産との関連を等温流れ場について "Eternal Triangle" (図 2.1 参照) と呼ばれているモデルを用いて以下のように説明している。

(1) 純粋せん断流におけるストレスの生産

$\partial U_1 / \partial x_2 = \lambda$ ($= \text{const} > 0$) である流れ場を考える。表 2.1 上段にレイノルズストレスの λ による生産項を各成分ごとに示す。表 2.1 よりシアストレス $\overline{u_1 u_2}$ の生産項 (P_{12}) は負である ($\because \overline{u_2^2} > 0$)。したがって $\overline{u_1 u_2}$ は負となる傾向が非常に強い。また $\overline{u_1 u_2}$ が負となれば $\overline{u_1^2}$ の生産項は正となり、 $\overline{u_1^2}$ は増加する。一方、 $\overline{u_2^2}$ 、 $\overline{u_3^2}$ の生産項はゼロであるが、圧力-歪相関 (Φ_{ij}) により、 $\overline{u_1^2}$ からノルマルストレス間のエネルギーの再配分を受ける。以上のようなせん断流におけるストレス間の関係を図 2.1 中に実線矢印の連鎖で表わしている。

(2) 2 次的な歪みがある場合におけるストレスの生産

前述の純粋せん断流でさらに $\partial U_2 / \partial x_1 (= \delta > 0)$ という 2 次的な歪みが微小であるが、存在する場合を考える。この 2 次的な歪みによるレイノルズストレスの各成分ごとの生産項を表 2.2 下段に示す。表 2.2 よりわかるとおり、 $\overline{u_1 u_2}$ の生産項の絶対値は大きくなり、その結果 $\overline{u_1 u_2}$ の絶対値も大きくなる。さらに $\overline{u_2^2}$ も大きくなる。

以上の連鎖を図 2.1 中に破線矢印で示す。このように生産項を通じてストレス各成分

は互いに深く関連している。またこのような現象を正確に記述できるモデルとして、応力方程式モデルは、大きな魅力を有している。

表 2.1 2次元剪断流の生産項

P_{ij}	P_{11}	P_{22}	P_{33}	P_{12}
$\frac{\partial U_1}{\partial x_2} = \lambda$ による生産項	$-2\overline{u_1 u_2} \cdot \lambda$	0	0	$-\overline{u_2^2} \cdot \lambda$
$\frac{\partial U_2}{\partial x_1} = \delta$ による生産項	0	$-2\overline{u_1 u_2} \cdot \delta$	0	$-\overline{u_1^2} \cdot \delta$

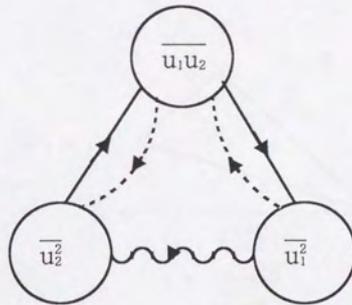


図 2.1 乱流の Eternal Triangle

————— → ; $\frac{\partial U_1}{\partial x_2} = \lambda$ によるストレスの生産項

————— → ; $\frac{\partial U_2}{\partial x_1} = \delta$ によるストレスの生産項

~~~~~ ; 圧力-歪相関によるノルマルストレスの再配分

2.2.3 圧力-歪相関項 ( $\Phi_{ij}$ )

圧力-歪相関項はモデル化に際して最も議論の多い項の一つである<sup>5, 6)</sup>。

## (1) 圧力の変動成分に関するポアソン方程式

圧力の変動成分に関するポアソン方程式は次式である。

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} = -\frac{\partial^2}{\partial x_k \partial x_l} (\overline{u_k u_l} - \overline{u_k} \overline{u_l}) - 2 \frac{\partial U_k}{\partial x_l} \cdot \frac{\partial u_l}{\partial x_k} - g_k \cdot \beta \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \quad (2.2.21)$$

この式の解は次のように表現される。

$$\frac{p}{\rho} = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x_k \partial x_l} (\overline{u_k u_l} - \overline{u_k} \overline{u_l}) + 2 \frac{\partial U_k}{\partial x_l} \cdot \frac{\partial u_l}{\partial x_k} - g_k \cdot \beta \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \right\} \frac{dV}{r} + \frac{1}{4\pi} \iint_S \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial n} - p \cdot \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r} \right) \right\} dS \quad (2.2.22)$$

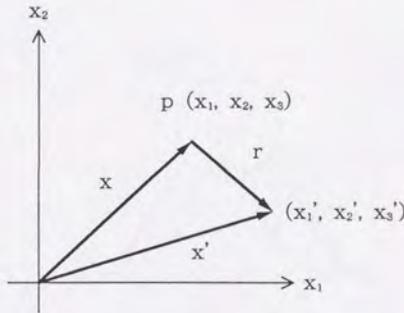


図 2.2

ここで、 $x_i$ 等は、今考えている点の圧力  $p$  の座標  $x_k$  から  $r_k$  だけ離れた座標で、(2.2.22) 式の体積積分は、この座標系により行なう (図 2.2 参照)。また  $x_k$  の座標での変動流速を  $u_k$  と表記する。

(2.2.22) 式を用いて以下 (2.2.19) 式中の  $\Phi_{ij}$  を検討する。 $\Phi_{ij}$  中の一部  $\overline{p/\rho \cdot \partial u_i / \partial x_j}$  は次のようになる。

$$\frac{\overline{p}{\rho} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \left\{ \frac{\partial^2 (\overline{u_k u_l})}{\partial x_k \partial x_l} \cdot \frac{\partial u_l}{\partial x_j} + 2 \frac{\partial U_k}{\partial x_l} \cdot \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial u_l}{\partial x_j} - g_k \cdot \beta \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial u_l}{\partial x_j} \right\} \frac{dV}{r} + S \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.2.23)$$

ここで (2.2.22) 式右辺第 2 項の表面積を  $S$  と表記した。(2.2.23) 式中でプライムを付けた変数 ( $x_k$  等) と付けていない変数 ( $x_k$  等) は独立であることより、(2.2.23) 式は次のようになる。

$$\frac{\rho}{\rho} \cdot \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \left\{ \frac{\partial^2 (\bar{u}_k \bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_k \partial x_k \partial x_j} + 2 \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial^2 \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_k \partial x_k} - g_k \cdot \beta \frac{\partial^2 \bar{u}_i \bar{\theta}}{\partial x_k \partial x_k} \right\} \frac{dV}{r} + S \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (2.2.24)$$

さらに (2.2.24) 式で用いた  $x'$  は  $r$  で置き替える (ただし、 $r = (x' - x)$ )。このとき、微分に関し、次の関係が利用できる。ただし、 $|_x$  は  $x_i$  の固定を意味する。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} ( ) |_x = \frac{\partial}{\partial r_i} ( ) |_x \quad (2.2.25)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} ( ) |_x = -\frac{\partial}{\partial r_i} ( ) |_x + \frac{\partial}{\partial x_i} ( ) |_x \quad (2.2.26)$$

また2点間の速度相関  $\overline{(u_i u_j)}$  は  $r$  の変化に伴い急激に変化するとしても、流れ場の非一様性がそれほど強くない場合は、この値は  $r (=|r|)$  を固定すれば、 $x$  の変化に伴う変化は小さい。またほぼ一様な流れ場においては、

$\frac{\partial}{\partial x_i} ( ) |_x = 0$  である。したがって (2.2.26) 式は次のように近似される。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} ( ) |_x = -\frac{\partial}{\partial r_i} ( ) |_x \quad (2.2.27)$$

この (2.2.25)、(2.2.27) 式を用いて (2.2.24) を変形すると

$$\frac{\rho}{\rho} \cdot \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{4\pi} \iiint_V \left\{ \frac{\partial^2 (\bar{u}_k \bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial r_k \partial r_k \partial r_j} + 2 \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial^2 \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial r_k \partial r_k} - g_k \cdot \beta \frac{\partial^2 \bar{u}_i \bar{\theta}}{\partial r_k \partial r_k} \right\} \frac{dV}{r} + S \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (2.2.28)$$

したがって (2.2.19) 式中の  $\Phi_{ij}$  は次式となる。

$$\begin{aligned} \Phi_{ij} = & \frac{1}{4\pi} \iiint_V \left\{ \frac{\partial^2 (\bar{u}_k \bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial r_k \partial r_k \partial r_j} + \frac{\partial^2 (\bar{u}_i \bar{u}_j \bar{u}_k)}{\partial r_k \partial r_k \partial r_i} \right\} \frac{dV}{r} & (A) \\ & - \frac{1}{2\pi} \iiint_V \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \left\{ \frac{\partial^2 (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial r_k \partial r_k} + \frac{\partial^2 (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial r_k \partial r_k} \right\} \frac{dV}{r} & (B) \\ & + \frac{1}{4\pi} \iiint_V \left\{ g_k \cdot \beta \frac{\partial^2 \bar{u}_i \bar{\theta}}{\partial r_k \partial r_k} + g_k \cdot \beta \frac{\partial^2 \bar{u}_j \bar{\theta}}{\partial r_k \partial r_k} \right\} \frac{dV}{r} + S \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) & (2.2.29) \\ & (C) & (D) \end{aligned}$$

$\Phi_{ij}$  は (2.2.29) 式からわかるとおり、次の4つの項からなる。まず、(2.2.29) 式中 (A) 項は速度の変動成分のみに関与する項である。これに対して (B) 項は平均速度の勾配にも関与する。また (C) 項は乱流熱フラックス (あるいは浮力による  $\bar{u}_i \bar{u}_j$  の生産・消散項  $G_{ij}$ ) に関与する項である。また (D) 項はポアソン方程式の解に現れる表面積分 (S、(2.2.22) 式右辺第2項) に起因する項であり、後述のように壁面境界の影響に関連する項である。(A) 項を  $\Phi_{ij(1)}$ 、(B) 項を  $\Phi_{ij(2)}$ 、(C) 項を  $\Phi_{ij(3)}$ 、また (D) 項を  $\Phi_{ij}^*$  と書いて以下別にモデル化について説明する。

(2)  $\Phi_{ij}$  (Return to Isotropy項)

最も一般的な  $\Phi_{ij}$  のモデルは次のとおりである<sup>7)</sup>。

$$\Phi_{ij} = -C_1 \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k) \quad (2.2.30)$$

ここで  $C_1=1.8$  である。また  $k/\varepsilon$  は乱流の時間スケールを表している。

このモデルの妥当性を以下の考察により検討する。壁の影響がなく、一様であるが、非等方的な乱流を考える。一様であるため、レイノルズストレスの生産項および  $\Phi_{ij}$  はゼロであり、減衰する乱流である。この場合、レイノルズストレスの輸送方程式は次のようになる。

$$\frac{d\overline{u_i u_j}}{dt} = \Phi_{ij} - \varepsilon_{ij} \quad (2.2.31)$$

ここで次式で定義されるストレスの非等方性を表す無次元テンソルを導入する。

$$a_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k}{k} \quad (2.2.32)$$

これを用いると (2.2.30) 式は次のように書くことができる。

$$\Phi_{ij} = -C_1 \varepsilon a_{ij} \quad (2.2.33)$$

(2.2.31) 式より、 $a_{ij}$  の輸送方程式は次のように表現される。

$$\frac{da_{ij}}{dt} = \frac{1}{k} \{ (\Phi_{ij} + \varepsilon a_{ij}) - (\varepsilon_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon) \} \quad (2.2.34)$$

また後述するように高 Re 数領域では  $\varepsilon_{ij} \approx 2/3 \delta_{ij} \varepsilon$  であるので (2.2.34) 式は、

$$\frac{da_{ij}}{dt} = \frac{1}{k} (\Phi_{ij} + \varepsilon a_{ij}) \quad (2.2.35)$$

ここで  $\Phi_{ij}$  を (2.2.33) 式で表現したとすると、(2.2.35) 式は、

$$\frac{da_{ij}}{dt} = (1 - C_1) \frac{\varepsilon}{k} a_{ij} \quad (2.2.36)$$

もし、 $(1 - C_1)\varepsilon/k$  を定数と考えれば、 $a_{ij}$  の解は次のようになる。

$$a_{ij} = C \cdot e^{(1 - C_1) \frac{\varepsilon}{k} t} \quad (2.2.37)$$

このような流れ場では、当然  $a_{ij}$  は時間と共に減衰する。一方係数  $C_1$  は 1.8 が最適と考えられており、この値のもとでは (2.2.37) 式の  $a_{ij}$  は減衰することになる。また  $\Phi_{ij}$  が持つ本来の性質である対称性および、トレースがゼロという性質を (2.2.30) 式は備えてい

る。これらの考察から、(2.2.30) 式のモデルは一応の妥当性を有するものの1つであると考えられる。

たとえば (2.2.30) 式で  $i=j=1$ 、すなわち  $\Phi_{1111}$  を書き表すと次のようになる。

$$\Phi_{1111} = -C_1 \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_i^2} - \frac{2}{3}k) \quad (2.2.38)$$

もし、流れ場が非等方で  $\overline{u_i^2}$  が  $2/3k$  より、大きければ、この  $\Phi_{1111}$  は負となり  $\overline{u_i^2}$  を減らす方向に再配分、すなわち等方的にするという働きがある。

### (3) $\Phi_{ij2}$ (Rapid 項)

(2.2.29) 式 (B) 項の最も一般的なモデルは以下のとおりである<sup>9)</sup>。

$$\Phi_{ij2} = -C_2 (P_{ij} - \frac{2}{3}\delta_{ij}P_k) \quad (2.2.39)$$

ここで、 $C_2=0.6$

一見してわかるように (2.2.39) 式は (2.2.30) 式と対をなしており、(2.2.30) 式の Return to Isotropy 項に対して (2.2.39) 式は、平均速度勾配による  $\overline{u_i u_j}$  の生産 ( $P_{ij}$ ) を等方化するという性質を有している。

(2.2.39) 式は以下のような考察に基づくモデルである。

境界近傍を除いた積分領域内で (2.2.29) 式 (B) 項に現れる平均速度勾配がほぼ一様と見なせるとすれば、この部分を積分の外に出すことができる。したがって  $\Phi_{ij2}$  は次のようになる。

$$\Phi_{ij2} = -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial U_k}{\partial x_l} \iiint_V \left\{ \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial r_k \partial r_l} + \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial r_l \partial r_k} \right\} \frac{dV}{r} \quad (2.2.40)$$

壁面近傍では平均流勾配が大きく、積分の外に出すことは困難であるが、これに伴う誤差は、次節に示す  $\Phi_{ij}^*$  (Wall refraction 項) によって補償されているものと位置づけることができる。

この (2.2.40) 式右辺の積分のモデル化の一つが QIM (Quasi-Isotropic Model) と呼ばれるものであり、次式で表される。

$$\iiint_V \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial r_k \partial r_l} \cdot \frac{dV}{r} = -2\pi a_{ijkl} \quad (2.2.41)$$

ここで、

$$a_{ijkl} = \alpha \overline{u_i u_j} \delta_{kl} + \beta (\overline{u_i u_k} \delta_{jl} + \overline{u_i u_l} \delta_{jk} + \overline{u_j u_k} \delta_{il} + \overline{u_j u_l} \delta_{ik}) + C_2 \overline{u_k u_l} \delta_{ij} + (\eta \delta_{ij} \eta_{kl} + \nu (\delta_{il} \delta_{jk} + \delta_{ik} \delta_{jl})) k \quad (2.2.42)$$

これは (2.2.40) 式の積分項 (2点相関係数の2階微分項の体積積分である4階テンソル) をレイノルズストレスの線形和で表現できるとし、もとの積分の持つ添え字の対称性 (疑似的な等方性に通じる) を有する形式で表現したものである。したがって (2.2.

41) 式を用いて (2.2.40) 式を表現すると、

$$\Phi_{(i)(z)} = \frac{\partial U_k}{\partial x_i} (a_{kij} + a_{kji}) \quad (2.2.43)$$

次に (2.2.43) 式中の数値定数を定めるために、力学的な制約条件等からの考察を行なう。すなわち、もともとの積分形 ((2.2.23) 式) より、 $a_{kji}=0$  であるので、次の関係が成立する。

$$(\alpha + 5\beta + C_2) \overline{u_i u_i} + (2\beta + \eta + 4\nu) \delta_{ik} = 0 \quad (2.2.44)$$

この式がすべての  $i, k$  で成立するためには次のようになる。

$$\alpha + 5\beta + C_2 = 0, \quad 2\beta + \eta + 4\nu = 0 \quad (2.2.45)$$

また (2.2.41) 式で  $k=j$  として縮約を取ると、

$$a_{kik} = -\frac{1}{2\pi} \iiint_V \frac{\partial^2 \overline{u_i u_i}}{\partial r_k^2} \cdot \frac{dV}{r} \quad (2.2.46)$$

もし、(2.2.46) 式中の 2点速度関係  $\overline{u_i u_i}$  が  $r$  のみの関数であれば、 $dV$  は  $4\pi r^2 dr$  と書き直せる。これが成立し、一般に  $r \rightarrow \infty$  で  $\overline{u_i u_i} \rightarrow 0$  と考えられるので (2.2.46) 式は次のようになる。

$$a_{kik} = 2 \overline{u_i u_i} \quad (2.2.47)$$

したがって、この (2.2.47) 式および (2.2.42) 式から、

$$(3\alpha + 4\beta) \overline{u_i u_i} + (2C_2 + 3\eta + 2\nu) \delta_{ik} = 2 \overline{u_i u_i} \quad (2.2.48)$$

したがって、

$$3\alpha + 4\beta = 2, \quad 2C_2 + 3\eta + 2\nu = 0 \quad (2.2.49)$$

(2.2.44) 式および (2.2.49) 式より、 $\alpha, \beta, \eta, \nu$  は  $C_2$  で表現することができ、これを用いて  $\Phi_{(i)(z)}$  を書き直すと次のようになる<sup>9)</sup>。

$$\begin{aligned} \Phi_{(i)(z)} = & -\frac{(C_2+8)}{11} \cdot (P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P_k) \\ & - \frac{(30C_2-2)}{55} \cdot k \cdot \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{(8C_2-2)}{11} \cdot (D_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} D_{kk}) \end{aligned} \quad (2.2.50)$$

ここで、

$$D_{ij} = -\left\{u_i u_k \frac{\partial U_k}{\partial x_j} + u_j u_k \frac{\partial U_k}{\partial x_i}\right\} \quad (2.2.51)$$

また  $C_2=0.4$  が最適とされている。この (2.2.50) 式が QIM の一般形である。(2.2.50) 式の中の 3 つの項は、それぞれトレースがゼロとなり、 $\Phi_{ij}$  の備えるべき性質を持っている。

QIM のバリエーションとして (2.2.50) 式の主要項のみを残し、数値定数を調整するという、簡略化の考え方がある。これが IPM (Isotropitization of Production Model) である<sup>8)</sup>。

(2.2.50) 式の 3 つの項にかかる係数は  $C_2=0.4$  を代入して

$$\frac{C_2+8}{11}=0.76, \quad \frac{30C_2-2}{55}=0.18, \quad \frac{8C_2-2}{11}=0.11 \quad (2.2.52)$$

したがって、(2.2.50) 式の中では右辺第 1 項が他に卓越しており、またその物理的意味の極めて明解な点をも考慮してこの項のみを残す。すなわち、

$$\Phi_{ij(2)} = -C_2(P_{ij} - \frac{2}{3}\delta_{ij}P_k) \quad (2.2.53)$$

これが IPM によるモデル化であり、(2.2.39) 式にはかならない。また数値定数  $C_2$  については等方乱流に関する考察から 0.6 という値を一般に採用している。

### (3) $\Phi_{ij(3)}$

最も一般的な  $\Phi_{ij(3)}$  のモデルは以下のとおりである<sup>9)</sup>。

$$\Phi_{ij(3)} = -C_3(G_{ij} - \frac{2}{3}\delta_{ij}G_k) \quad (2.2.54)$$

ここで  $C_3=0.6$

このモデルについても  $\Phi_{ij(3)}$  のモデル化 ((2.2.39) 式) と類似しており、浮力による生産・消散 ( $G_{ij}$ ) を等方化するという性質を有している。

(2.2.29) 式に示したように  $\Phi_{ij(3)}$  は以下で表せる。

$$\Phi_{ij(3)} = \frac{g_k \cdot \beta}{4\pi} \iiint_V \left\{ \frac{\partial^2 \overline{u\theta}}{\partial r_k \partial r_l} + \frac{\partial^2 \overline{u_l \theta}}{\partial r_k \partial r_l} \right\} \frac{dV}{r} \quad (2.2.55)$$

この式中の積分は  $\iiint_V \left\{ \frac{\partial^2 \overline{u\theta}}{\partial r_k \partial r_l} \right\} \frac{dV}{r}$  は前述の QIM ((2.2.41) 式参照) を用いれば乱流熱フラックス ( $\overline{u\theta}$ ) の線形和で表現でき、また IPM の概念に基づいて浮力による生産・消散項 ( $G_{ij} = -g_k \cdot \beta \cdot \overline{u_l \theta} - g_k \cdot \beta \cdot \overline{u_l \theta}$ ) で整理したものが、(2.2.54) 式であると理解される。数値定数  $C_3$  については  $\Phi_{ij(2)}$  と同様に、0.6 という値を一般には採用される。

(4)  $\Phi_w^*$  (Wall Reflection 項)

(2.2.29) 式中の表面積分項 (S) に起因する項 ((2.2.29) 式 (D) 項)、すなわち  $\Phi_w^*$  をここで考える。この項は壁が圧力変動を反射するという効果 (echo effect と呼ばれる) を考慮したものである。

直観的には、壁に垂直方向のノルマルストレスは、壁近傍で減衰するという、壁の存在のストレスに対する影響を表すものである。表 2.3 に一様せん断流中のストレスの非等方性 ( $a_{ij}$ 、(2.2.32) 式) および、乱流境界層壁近傍でのストレスの非等方性を示す。

表 2.3 レイノルズストレスの非等方性<sup>6, 17)</sup>

|        | $\frac{\overline{u_1^2}}{k} - \frac{2}{3}$ | $\frac{\overline{u_2^2}}{k} - \frac{2}{3}$ | $\frac{\overline{u_3^2}}{k} - \frac{2}{3}$ | $-\frac{\overline{u_1 u_2}}{k}$ |
|--------|--------------------------------------------|--------------------------------------------|--------------------------------------------|---------------------------------|
| 一様剪断乱流 | 0.30                                       | -0.18                                      | -0.12                                      | 0.32                            |
| 乱流境界層  | 0.55                                       | -0.45                                      | -0.11                                      | 0.24                            |

(注)  $\partial U_i / \partial x_2 \neq 0$ ,  $U_2 = U_3 = 0$  であるような流れ場での値

この表からわかるとおり、壁近傍では、 $\overline{u_2^2}$  はかなり減衰し、その分流れ方向のノルマルストレス  $\overline{u_1^2}$  のレベルが高くなっている。 $\Phi_w^*$  は次式で表現できる。

$$\Phi_w^* = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial n'} p' \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - p' \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial}{\partial n'} \left( \frac{1}{r} \right) \right\} dS' \quad (2.2.56)$$

ここで  $\partial / \partial n'$  は壁表面での法線方向微分を、 $dS$  は表面要素を示している。この項は  $\Phi_{ij(1)}$ 、 $\Phi_{ij(2)}$  および  $\Phi_{ij(3)}$  のそれぞれに対応する項により構成されるものと考えられ、おのおのを  $\Phi_{ij(1)}^*$ 、 $\Phi_{ij(2)}^*$ 、 $\Phi_{ij(3)}^*$  と記す。すなわち、

$$\Phi_w^* = \Phi_{ij(1)}^* + \Phi_{ij(2)}^* + \Phi_{ij(3)}^* \quad (2.2.57)$$

この  $\Phi_w^*$  の一般性のあるモデル化は非常に困難であり、現在のところ、平板に沿う流れのような単純な流れ場を想定してモデル化がなされ、これが通常用いられている。以下、このようなモデルの代表的なものについて概要を述べる。現在、最も一般的に用いられているモデルは以下のようなものである。

$$\Phi_{ij(1)}^* = \sum_{(w)=1}^{W_1} C_1 \frac{\varepsilon}{k} \overline{(u_k u_m \cdot n_k^{(w)} n_m^{(w)} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_i \cdot n_k^{(w)} n_j^{(w)}} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_j \cdot n_k^{(w)} n_i^{(w)}})} \times f \left( \frac{l}{x_n^{(w)}} \right) \quad (2.2.58)$$

$$\Phi_{ij(2)}^* = \sum_{(w)=1}^{W_2} C_2 (\Phi_{km(2)} \cdot n_k^{(w)} n_m^{(w)} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \Phi_{kj(2)} \cdot n_k^{(w)} n_j^{(w)} - \frac{3}{2} \Phi_{kj(2)} \cdot n_k^{(w)} n_i^{(w)}) \times f \left( \frac{l}{x_n^{(w)}} \right) \quad (2.2.59)$$

$$\Phi_{ij(3)}^* = \sum_{(w)=1}^{W_3} C_3 (\Phi_{km(3)} \cdot n_k^{(w)} n_m^{(w)} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \Phi_{kj(3)} \cdot n_k^{(w)} n_j^{(w)} - \frac{3}{2} \Phi_{kj(3)} \cdot n_k^{(w)} n_i^{(w)}) \times f \left( \frac{l}{x_n^{(w)}} \right) \quad (2.2.60)$$

ここで  $C_1=0.5$ 、 $C_2=0.3$ 、 $C_3=0.0$

上添字 ( $w$ ) は存在する壁の番号を指し、 $w_0$  は壁の総数である。また  $n_k^{(w)}$  は  $w$  番目の壁に垂直な単位ベクトル  $n^{(w)}$  の  $k$  成分を意味する。また  $x_n^{(w)}$  は  $w$  番目の壁からの垂直距離である。

(2.2.58) 式は Shir<sup>10)</sup> によるモデルであり、この Shir<sup>10)</sup> によるモデルを Gibson - Launder<sup>11)</sup> は (2.2.59) や (2.2.60) 式の形で  $\Phi_{ij(2)}$  や  $\Phi_{ij(3)}$  に拡張した。

(2.2.58) ~ (2.2.60) 式に共通に現れる  $f(l/x_n^{(w)})$  は  $\Phi_{ij}^*$  が乱れの特徴長さ  $l$  と、壁からの距離  $x_n^{(w)}$  の比に比例するであろうという考察によるものである。この乱れの特徴長さ  $l$  は一般に  $k^{3/2}/\varepsilon$  と考えられ、したがって  $f(l/x_n^{(w)})$  として次式が通常用いられる。

$$f(l/x_n^{(w)}) = \frac{k^{3/2}}{C_1 \cdot \varepsilon \cdot x_n^{(w)}} \quad (2.2.61)$$

ここで  $C_1=2.5$  である。

しかし、これらのモデルは実際には表2.3で示したような壁近傍における再配分の状況を十分には表現し得ていない。たとえば、この場合について  $\Phi_{33(i)}$  を実際に表わすと

$$\Phi_{11(i)} = \Phi_{33(i)} = C_1 \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_2^2} \times \frac{k^{3/2}}{\varepsilon \cdot x_n} \quad (2.2.62)$$

$$\Phi_{22(i)} = C_1 \frac{\varepsilon}{k} (-2\overline{u_2^2}) \times \frac{k^{3/2}}{2.5 \cdot \varepsilon \cdot x_n} \quad (2.2.63)$$

すなわち、(2.2.63) 式では、壁近傍で  $\overline{u_2^2}$  が減衰することについては再現できているが、(2.2.62) 式からわかるようにエネルギーの再配分を  $\overline{u_1^2}$ 、 $\overline{u_3^2}$  にそれぞれ同等に行ってしまう。ところが実際には表2.3からわかるように  $\overline{u_3^2}$  への再配分はほとんど見られない。

またこれらのモデルは平面壁を対象にしたものと考えてよく、円管内流れや曲率をもつ壁近傍では別途の工夫が必要である。

2.2.4 レイノルズストレスの拡散項 ( $D_{ij}$ )

(2.2.19) 式中の  $D_{ij}$  のモデルについてここで説明する。まず  $D_{ij}$  中に現れる  $\overline{u_i u_j u_k}$  のモデル化を考える。一般に  $\overline{u_i u_j u_k}$  等、高次の相関項は、より次数が高くなるほど平均流に及ぼす影響は小さいと考えられ、あまり厳密なモデル化は必要でないとされている。Hanjalic - Launder<sup>12)</sup> は  $\overline{u_i u_j u_k}$  の輸送方程式中の生産項の一部に着目し、次のモデルを示している。

$$-\overline{u_i u_j u_k} = C_s \frac{k}{\varepsilon} (\overline{u_k u_i} \frac{\partial \overline{u_j u_i}}{\partial x_i} + \overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{u_k u_i}}{\partial x_i} + \overline{u_i u_k} \frac{\partial \overline{u_j u_i}}{\partial x_i}) \quad (2.2.64)$$

このモデルをそのまま用いると非常に多くの項が現れ、実際の数値計算上の便宜を考えると現実的なモデルとはいえない。一方  $D_{ij}$  はもともと  $\overline{u_i u_j}$  の拡散的輸送を意味するから添字の対称性には目をつぶって  $\overline{u_i u_j}$  の空間勾配による輸送項を優先的に取り扱うことにし、(2.2.64) 式中のこれ以外の項を無視するとすれば、格段に簡単になる。すなわち<sup>14)</sup>、

$$-\overline{u_i u_j u_k} = C_s \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_i} \frac{\partial \overline{u_j u_i}}{\partial x_i} \quad (2.2.65)$$

この (2.2.65) 式を用いて  $D_{ij}$  を表現すると

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} (C_s \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_i} \frac{\partial \overline{u_j u_i}}{\partial x_i}) \quad (2.2.66)$$

ただし、上式では計算上の利便性も考えて、(2.2.19) 式中に現れる  $\overline{p u_i / \rho}$  等の項も (2.2.66) 式の表現で含まれるものと考えており、これは定数  $C_s$  により調整されているものとする。

(2.2.65) 式のような表現はGGDH (Generalized Gradient Diffusion Hypothesis) と呼ばれ、 $\overline{u_i u_j}$  の  $u_k$  によるフラックスを  $\overline{u_i u_j}$  の勾配を用いて近似したものと考えられる。このような表現は次のような3次相関にも応用される。

$$\overline{u_i \theta \cdot u_k} = -C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_i} \frac{\partial \overline{u_j \theta}}{\partial x_i} \quad (2.2.67)$$

$$\overline{\varepsilon' \cdot u_k} = -C_\varepsilon \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_i} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \quad (2.2.68)$$

ここで  $\varepsilon' = \nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$  である。

2.2.5 レイノルズストレスの散逸項 ( $\varepsilon_{ij}$ )

ストレスの散逸項 ( $\varepsilon_{ij}$ ) の一般的なモデルは局所等方を仮定したもので、次式のようなものである。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon \quad (2.2.69)$$

ここで  $\varepsilon$  は乱流エネルギー  $k$  の散逸率である。このモデルの妥当性は以下の考察から理解できる。

すなわち (2.2.19) 式で現れる  $\varepsilon_{ij}$  のすべての項は  $\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial u_k}{\partial x_l}$  の形で表され、それぞれ一部の添え字について縮約をとったものである。この4階のテンソルをスカラー  $\varepsilon$  とクロネッカーデルタとの積の一般的な組み合わせで次のように表現する。すなわち、

$$\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial u_k}{\partial x_l} = (\alpha \delta_{ij} \delta_{kl} + \beta \delta_{ik} \delta_{jl} + \gamma \delta_{il} \delta_{jk}) \varepsilon \quad (2.2.70)$$

(2.2.70) 式中の定数  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  を力学的な制約条件から以下のように求める。

(i)  $i=k, j=l$  の場合

$$(2.2.70) \text{ 式左辺は } \varepsilon \text{ となり、また } \delta_{ii} \delta_{kk} = 3, \delta_{ij} \delta_{ij} = 9 \text{ より、} \\ 3\alpha + 9\beta + 3\gamma = 1 \quad (2.2.71)$$

(ii)  $i=j$  の場合

$$(2.2.70) \text{ 式左辺は連続式より、ゼロとなり、} \\ 3\alpha \delta_{kk} + \beta \delta_{kk} + \gamma \delta_{kk} = 0 \quad (2.2.72)$$

(iii)  $i=l, k=j$  の場合

連続式より次である。

$$\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = \nu \frac{\partial^2 u_i u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.2.73)$$

この右辺は、ストレスの粘性拡散項であり、無視できるとして、

$$3\alpha + 3\beta + 9\gamma = 0 \quad (2.2.74)$$

したがって、(2.2.71) 式～(2.2.74) 式より、 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  は

$$\alpha = \gamma = \frac{1}{30}, \quad \beta = \frac{2}{15} \quad (2.2.75)$$

これをもとの (2.2.19) 式の  $\varepsilon_{ij}$  に代入すると (2.2.69) 式が得られる。

$u_i u_j$  の輸送方程式を Second-moment で close させても  $\varepsilon$  という未知変数が残るから、これについては新たに輸送方程式を設ける。このモデル化された形式の最も一般的なものは以下のとおりである。

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} (C_{i1} u_i u_j \frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}) + \frac{\varepsilon}{k} (C_{e1} P_k + C_{e3} G_k - C_{e2} \varepsilon) \quad (2.2.76)$$

## 2.2.6 レイノルズストレスの輸送方程式の代数化

以上のようなモデル化 ((2.2.30)、(2.2.39)、(2.2.54)、(2.2.57)、(2.2.58)、(2.2.59)、(2.2.60)、(2.2.66)、(2.2.69) 式) のほかに Reynolds 方程式 (Navier - Stokes 方程式の Reynolds 平均)、連続式、 $\varepsilon$  の輸送方程式 (2.2.76) 式を加えれば、2次モーメント  $\overline{u_i u_j}$  の輸送方程式 ((2.2.19) 式) は close することができる。このモデルを応力方程式モデルと呼ぶ。このモデル中の数値定数を表 2.4 に示す。ところで応力方程式モデルの中でレイノルズストレスの微分を含む項は移流項 ( $C_{ij}$ ) と拡散項 ( $D_{ij}$ ) のみであり、もしこれらの項を単純化してストレスの微分を含まない形で表現できれば、レイノルズストレスの輸送方程式は代数式となり、取り扱いが非常に容易となる。この単純化を施したモデルは代数応力モデルと呼ばれ、この単純化の方法には次のようなものがある。

表 2.4 応力方程式モデルで用いられる数値定数

|                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| $C_1$ : 1.8 (2.2.30) 式     | $C_2$ : 0.6 (2.2.39) 式     | $C_1'$ : 0.5 (2.2.58) 式    |
| $C_2'$ : 0.3 (2.2.59) 式    | $C_3'$ : 0.0 (2.2.60) 式    | $C_5$ : 0.22 (2.2.66) 式    |
| $C_6$ : 約 0.2 (2.2.67) 式   | $C_4$ : 0.16 (2.2.68) 式    | $C_{21}$ : 1.44 (2.2.76) 式 |
| $C_{12}$ : 1.92 (2.2.76) 式 | $C_{e3}$ : 1.44 (2.2.76) 式 | $C_7$ : 2.5 (2.2.61) 式     |

$$C_{ij} - D_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} (C_k - D_k) = \frac{2}{3} \delta_{ij} (P_k + G_k - \varepsilon) \quad (2.2.77)$$

$$C_{ij} - D_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{k} (C_k - D_k) = \frac{\overline{u_i u_j}}{k} (P_k + G_k - \varepsilon) \quad [\text{ASM 1}] \quad (2.2.78)$$

$$C_{ij} = C_k ((1 + \alpha) \overline{u_i u_j} / k - \frac{2}{3} \alpha \delta_{ij}) \quad D_{ij} = D_k ((1 + \beta) \overline{u_i u_j} / k - \frac{2}{3} \beta \delta_{ij}) \quad [\text{ASM 2}] \quad (2.2.79)$$

ここで、 $\alpha = 0.3$ 、 $\beta = -0.8$

(2.2.77) 式は、Launder<sup>(4)</sup> によるモデルで、(2.2.78) 式は Rodi<sup>(5)</sup> によるモデル、また (2.2.79) 式は Launder<sup>(6)</sup> によるものである。(2.2.79) 式で  $\alpha = \beta = 0.0$  であれば、(2.2.79) 式は (2.2.78) 式に等しくなり、 $\alpha = \beta = -1.0$  であれば、(2.2.79) 式は (2.2.77) 式に等しい。一般には、(2.2.78) 式の ASM1 が良く用いられる。

しかしながら  $C_{ij}$ 、 $D_{ij}$  を  $C_k$ 、 $D_k$  等で代用することの妥当性に関する論理的根拠がそれほど明らかなわけではない。

## 2.3 乱流熱フラックスの輸送方程式のモデリング

## 2.3.1 乱流熱フラックスの輸送方程式の導出

本節では熱の輸送方程式、ブシネスク近似を施した非等温場の Navier - Stokes 方程式、および連続式を基に乱流熱フラックス ( $\overline{u\theta}$ ) の輸送方程式を導出する。また本節では乱流熱フラックスを対象としているが、熱以外のスカラーのフラックスについても同様なモデリングとなる (熱以外のスカラーフラックスについては以下に示す式で重力加速度  $g=0.0$  とみなせば良い)。

$$\frac{\partial(C_p \cdot \rho \cdot \theta)}{\partial t} + \frac{\partial U_k(C_p \cdot \rho \cdot \theta)}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \lambda \frac{\partial(C_p \cdot \rho \cdot \theta)}{\partial x_k} \right) \quad (2.3.1)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k U_i) = -\frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{P}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \nu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \right] - g \cdot \beta \cdot \theta \quad (2.3.2)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.3.3)$$

ここで  $\theta$  は温度の瞬時値を、 $U_i$  は流速ベクトル  $i$  成分の瞬時値を示し、 $P$  は圧力の瞬時値を示す。ここで繰り返し下付添え字については 1 から 3 までの和をとることとする。また以下の議論では (2.3.1) 式はその両辺を  $C_p \cdot \rho$  で除した  $\theta$  の輸送方程式で行う。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial U_k \theta}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \right) \quad (2.3.1')$$

瞬時値は平均成分と変動成分に分解できる。すなわち、

$$\theta = \overline{\theta} + \theta', \quad U_i = \overline{U_i} + u_i, \quad P = \overline{P} + p \quad (2.3.4)$$

ここで  $\overline{\theta}$ 、 $\theta'$  は  $\theta$  の平均値、変動成分を、 $\overline{U_i}$ 、 $u_i$  はそれぞれ  $U_i$  の平均値、変動成分を示し、また  $\overline{P}$ 、 $p$  は  $P$  の平均値、および変動成分を示す。

乱流熱フラックス ( $\overline{u\theta}$ ) の輸送方程式を導出するために、先ず、(2.3.2) 式の両辺に  $\theta$  を掛けた式に平均操作を施す。

(2.3.2) 式左辺第 1 項：

$$\overline{\theta \frac{\partial U_i}{\partial t}} = \overline{\theta \frac{\partial (\overline{U_i} + u_i)}{\partial t}} = \overline{\theta} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial t} + \overline{\theta' \frac{\partial u_i}{\partial t}} = \overline{\theta} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial t} + \overline{\theta' \frac{\partial u_i}{\partial t}} = \overline{\theta} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial t} \quad (2.3.5)$$

(2.3.2) 式左辺第 2 項：

$$\overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k U_i)} = \overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k + u_k) \cdot (\overline{U_i} + u_i)} = \overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \cdot \overline{U_i} + U_k \cdot u_i + u_k \cdot \overline{U_i} + u_k \cdot u_i)}$$

$$\begin{aligned}
&= \theta \overline{\frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \cdot U_i)} + \theta \overline{\frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \cdot u_i)} + \theta \overline{\frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot U_i)} + \theta \overline{\frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot u_i)} \\
&= \theta \overline{\frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \cdot u_i)} + \theta \overline{\frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot U_i)} + \theta \overline{\frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot u_i)} \quad (2.3.6)
\end{aligned}$$

(2.3.2) 式右辺第1項:

$$\theta \overline{\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{P}{\rho} \right)} = -\theta \overline{\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{P+P}{\rho} \right)} = -\theta \overline{\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{P}{\rho} \right)} - \theta \overline{\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{P}{\rho} \right)} = -\theta \overline{\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{P}{\rho} \right)} \quad (2.3.7)$$

(2.3.2) 式右辺第2項:

$$\begin{aligned}
&\overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \nu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \right]} = \overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \nu \left( \frac{\partial (U_i + u_i)}{\partial x_k} + \frac{\partial (U_k + u_k)}{\partial x_i} \right) \right]} \\
&= \overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \nu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) \right]} + \overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \right]} + \overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \nu \left( \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \right]} + \overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \nu \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \right]} \\
&= \overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \right]} \\
&= \overline{\frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \nu \theta \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \right]} - \nu \overline{\frac{\partial \theta}{\partial x_k} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)} \quad (2.3.8)
\end{aligned}$$

(2.3.2) 式右辺第3項:

$$-\overline{\theta \cdot g \cdot \beta \cdot \theta} = -\overline{\theta} \cdot g \cdot \beta \cdot \overline{\theta} - \overline{\theta \cdot g \cdot \beta \cdot \theta} = -g \cdot \beta \cdot \overline{\theta^2} \quad (2.3.9)$$

(2.3.5) ~ (2.3.9) 式を整理すると、

$$\begin{aligned}
&\overline{\theta \frac{\partial u_i}{\partial t}} + \overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} (u_i \cdot U_k)} + \overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot U_i)} + \overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot u_i)} \\
&= -\overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{P}{\rho} \right)} + \overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \right]} - g \cdot \beta \cdot \overline{\theta^2} \quad (2.3.10)
\end{aligned}$$

次に (2.3.1') 式の両辺に  $u_i$  を掛けた式に平均操作を施す。

(2.3.1') 式左辺第1項:

$$u_i \overline{\frac{\partial \theta}{\partial t}} = u_i \overline{\frac{\partial \theta}{\partial t}} + u_i \overline{\frac{\partial \theta}{\partial t}} = u_i \overline{\frac{\partial \theta}{\partial t}} \quad (2.3.11)$$

(2.3.1') 式右辺第2項:

$$\begin{aligned}
&\overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \cdot \theta)} = \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k + u_k) \cdot (\theta + \theta)} \\
&= \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \cdot \theta)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \cdot \theta)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot \theta)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot \theta)}
\end{aligned}$$

$$= \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \cdot \theta)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot \Theta)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot \theta)} \quad (2.3.12)$$

(2.3.1') 式左辺 :

$$\begin{aligned} \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \right)} &= \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \lambda \frac{\partial (\Theta + \theta)}{\partial x_k} \right)} = \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \lambda \frac{\partial \Theta}{\partial x_k} \right)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \right)} \\ &= \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \right)} \end{aligned} \quad (2.3.13)$$

(2.3.11) ~ (2.3.13) 式を整理すると

$$\overline{u_i \frac{\partial \theta}{\partial t}} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (\theta \cdot U_k)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot \Theta)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot \theta)} = \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \right)} \quad (2.3.14)$$

(2.3.10) 式と (2.3.14) 式を足し合わせると以下になる。

$$\begin{aligned} &\overline{\theta \frac{\partial u_i}{\partial t}} + \overline{u_i \frac{\partial \theta}{\partial t}} && \dots (a) \\ &+ \overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} (u_i \cdot U_k)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (\theta \cdot U_k)} && \dots (b) \\ &+ \overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot U_i)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot \Theta)} && \dots (c) \\ &+ \overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot u_i)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot \theta)} && \dots (d) \\ &= \overline{-\theta \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{p}{\rho} \right)} && \dots (e) \\ &+ \overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \right]} && \dots (f) \\ &+ \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \right)} && \dots (g) \\ &- \overline{g \cdot \beta \cdot \theta^2} && \dots (h) \end{aligned} \quad (2.3.15)$$

(2.3.15) 式 (a) 部分 :

$$\overline{\theta \frac{\partial u_i}{\partial t}} + \overline{u_i \frac{\partial \theta}{\partial t}} = \overline{\frac{\partial u_i \theta}{\partial t}} \quad (2.3.16)$$

(2.3.15) 式 (b) 部分 :

$$\overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} (u_i \cdot U_k)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (\theta \cdot U_k)} = \overline{\frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \cdot u \theta)} \quad (2.3.17)$$

(2.3.15) 式 (c) 部分 :

$$\begin{aligned} \overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot U_i)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot \theta)} &= \overline{U_i \cdot \theta \frac{\partial u_k}{\partial x_k}} + \overline{u_k \theta \frac{\partial U_i}{\partial x_k}} + \overline{\theta \cdot u_i \frac{\partial u_k}{\partial x_k}} + \overline{u_k u_i \frac{\partial \theta}{\partial x_k}} \\ &= \overline{u_k \theta \frac{\partial U_i}{\partial x_k}} + \overline{u_k u_i \frac{\partial \theta}{\partial x_k}} \end{aligned} \quad (2.3.18)$$

(2.3.15) 式 (d) 部分:

$$\begin{aligned} \overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot u_i)} + \overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot \theta)} &= \overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} (u_k \cdot u_i)} + \overline{u_i \cdot u_k \frac{\partial \theta}{\partial x_k}} + \overline{u_i \theta \frac{\partial u_k}{\partial x_k}} \\ &= \overline{\theta \frac{\partial (u_k \cdot u_i)}{\partial x_k}} + \overline{(u_i \cdot u_k) \frac{\partial \theta}{\partial x_k}} = \overline{\frac{\partial (u_k \cdot u_i \cdot \theta)}{\partial x_k}} \end{aligned} \quad (2.3.19)$$

(2.3.15) 式 (e) 部分:

$$-\overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{p}{\rho} \right)} = -\overline{\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\theta p}{\rho} \right)} + p \overline{\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\theta}{\rho} \right)} \quad (2.3.20)$$

(2.3.15) 式 (f) 部分:

$$\overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \right]} = \overline{\frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \nu \cdot \theta \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \right]} - \overline{\nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x_k}} \quad (2.3.21)$$

(2.3.15) 式 (g) 部分:

$$\overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \right)} = \overline{\frac{\partial}{\partial x_k} \left( \lambda u_i \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \right)} - \lambda \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x_k}} \quad (2.3.22)$$

したがって (2.3.15) ~ (2.3.22) 式を整理すると以下のように乱流熱フラックス  $\overline{u\theta}$  の輸送方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \overline{\frac{\partial u\theta}{\partial t}} + \overline{\frac{\partial}{\partial x_k} (U_k \cdot u\theta)} &= -\overline{u_i u_k \frac{\partial \theta}{\partial x_k}} - \overline{u_k \theta \frac{\partial U_i}{\partial x_k}} - \overline{g_i \beta \cdot \theta^2} + \overline{\frac{p}{\rho} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x_i}} \\ &\quad - \overline{\frac{\partial}{\partial x_k} \left[ u_k u_i \theta + \frac{p\theta}{\rho} \cdot \delta_{ik} - \lambda u_i \frac{\partial \theta}{\partial x_k} - \nu \cdot \theta \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \right]} \\ &\quad - \overline{\nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x_k}} - \lambda \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x_k}} \end{aligned} \quad (2.3.23)$$

## 2.3.2 乱流熱フラックスの輸送方程式の各項の概要

乱流熱フラックスの輸送方程式を再掲する。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \overline{u\theta}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{U_k \cdot u\theta}) &= \underbrace{-\overline{u_k u_k} \frac{\partial \theta}{\partial x_k}}_{(A)} \quad \underbrace{-\overline{u_k \theta} \frac{\partial U_k}{\partial x_k}}_{(C)} \quad \underbrace{-g \cdot \beta \cdot \overline{\theta^2}}_{(D)} \quad + \underbrace{\frac{p}{\rho} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x_i}}_{(E)} \\
 &\quad - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \overline{u_k u \theta} + \frac{p\theta}{\rho} \cdot \delta_{ik} - \lambda u_i \frac{\partial \theta}{\partial x_k} - \nu \cdot \theta \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \right]}_{(F)} \\
 &\quad - \underbrace{\nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x_k} - \lambda \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x_i}}_{(G)}
 \end{aligned} \tag{2.3.24}$$

以下、各項の物理的意味やそのモデリングについて解説するとともに、この乱流熱フラックスの輸送方程式を平均流  $U_i$ 、平均温度  $\theta$ 、2次モーメント  $\overline{u_k u_k}$ 、 $\overline{u\theta}$  と温度変動強度  $\overline{\theta^2}$  で close させる方法について説明する（文献20、pp.69 に従い、 $\overline{\theta^2}$  を本論文では温度変動強度と呼ぶ）。まず (2.3.24) 式の各項について若干の説明をする。

- (1)  $\overline{u\theta}$  の移流項 ( $C_{\theta}$  と略記する)

(2.3.24) 式左辺 (A) 部分は  $\overline{u\theta}$  の実質微分項である。

- (2)  $\overline{u\theta}$  の平均温度勾配による生産項 ( $P_{\theta(1)}$  と略記する)

(2.3.24) 式右辺 (B) 部分は平均温度勾配による  $\overline{u\theta}$  の生産項である。

- (3)  $\overline{u\theta}$  の平均速度勾配による生産項 ( $P_{\theta(2)}$  と略記する)

(2.3.24) 式右辺 (C) 部分は平均速度勾配による  $\overline{u\theta}$  の生産項であり、 $P_{\theta(1)}$  と同様、応力方程式モデルでは、この項をモデル化せずに直接扱うということが最大の利点となる。

- (4)  $\overline{u\theta}$  の浮力による生産・消散項 ( $G_{\theta}$  と略記する)

(2.3.24) 式右辺 (D) 項は浮力による生産・消散項である。この項も応力方程式モデルでは、直接扱う。

- (5) 圧力-温度勾配相関項 ( $\Phi_{\theta}$  と略記する)

(2.3.24) 式右辺 (E) 部分はレイノルズストレス ( $\overline{u u_i}$ ) の輸送方程式中の  $\Phi_{ij}$  と同様、乱流熱フラックス ( $\overline{u\theta}$ ) の輸送方程式のモデル化の際にはこの項の近似が重要な課題の一つとなる。

(6)  $\overline{u\theta}$ の拡散項 ( $D_{i\theta}$ と略記する)

(2.3.24) 式の (F) 部分は乱流熱フラックスの拡散項である。すなわち、乱流熱フラックスの空間的な輸送に係わる項である。

(7)  $\overline{u\theta}$ の散逸項 ( $\varepsilon_{i\theta}$ と略記する)

(2.3.24) 式右辺 (G) 部分は乱流熱フラックスの散逸項である。

### 2.3.3 乱流熱フラックスの生産項 ( $P_{i\theta(1)}$ 、 $P_{i\theta(2)}$ 、 $G_{i\theta}$ )

これらの項は $\overline{u\theta}$ のレベルを左右する最も重要な項である。これらの乱流熱フラックスの生産を正しく評価出来ることが、応力方程式モデルの秀れた点である。

特に $k-\varepsilon$ モデルで用いられる渦拡散の概念 (Eddy Diffusivity Model、以降EDMと略す) と比較すればその差は明確である。すなわち、EDMでは $\overline{u\theta}$ を次式で評価する。

$$\overline{u\theta} = -\frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \quad [\text{EDM}] \quad (2.3.25)$$

EDMでは $\overline{u\theta}$ は $x_i$ 方向の温度勾配 ( $\partial\theta/\partial x_i$ ) と渦拡散係数 ( $\nu_t/\sigma_t$ ) のみで評価されることとなるが、(2.3.24) 式より明らかなように各方向 ( $x_1, x_2, x_3$ ) の温度勾配 ( $P_{i\theta(1)}$ ) や速度勾配 ( $P_{i\theta(2)}$ )、および $\overline{\theta^2}$  ( $G_{i\theta}$ ) による生産が実際には存在する。したがってEDMでは $\overline{u\theta}$ の評価が現実のものから大きく逸脱する可能性が高い。これに対して応力方程式モデルでは上記のすべての生産項を正しく評価でき、EDMより格段にすぐれたモデルであるといえる。これについては第五章および第七章で具体例により詳細に説明する。

### 2.3.4 圧力-温度勾配相関項 ( $\Phi_{i\theta}$ )

圧力-温度勾配相関項はモデル化に際して最も議論の多い項である<sup>6)</sup>。

(1) 圧力の変動成分に関するポアソン方程式

圧力の変動成分に関するポアソン方程式は次式である ((2.2.21) 式を再掲)。

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} = -\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} (u_i u_i - \overline{u_i u_i}) - 2 \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - g_k \cdot \beta \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \quad (2.3.26)$$

この式の解は次のように表現される。

$$\frac{p}{\rho} = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} (u_i u_i - \overline{u_i u_i}) + 2 \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - g_k \cdot \beta \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \right\} \frac{dV}{r} + \frac{1}{4\pi} \iint_S \left( \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial n} - p \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r} \right) \right) dS \quad (2.3.27)$$

ここで、 $x_i$ 等は、2.2.4節と同様の座標系である (図2.2参照)。

(2.3.27) 式を用いて以下 (2.3.24) 式中の $\Phi_{i\theta}$ を検討する。 $\Phi_{i\theta}$ は次のようになる。

$$\frac{p}{\rho} \cdot \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i} = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \left\{ \frac{\partial^2(\bar{u}_k \bar{u}_i)}{\partial x_k \partial x_i} \cdot \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i} + 2 \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i} - g_k \cdot \beta \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i} \right\} \frac{dV}{r} + S \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i} \quad (2.3.28)$$

ここで (2.3.27) 式右辺第2項の表面積をSと表記した。(2.3.28) 式中でプライムを付けた変数 ( $x_k$  等) と付けていない変数 ( $x_i$  等) は独立であることより、(2.3.28) 式は次のようになる。

$$\frac{p}{\rho} \cdot \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i} = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \left\{ \frac{\partial^2(\bar{u}_k \bar{u}_i)}{\partial x_k \partial x_i} + 2 \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_k \partial x_i} - g_k \cdot \beta \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x_k \partial x_i} \right\} \frac{dV}{r} + S \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i} \quad (2.3.29)$$

さらに (2.3.29) 式で用いた  $x'$  は  $r$  で置き替える (ただし、 $r=(x'-x)$ )。このとき、微分に関し、2.2.4節と同様に (2.2.25) ~ (2.2.27) の関係を利用すると (2.3.29) 式中の  $\Phi_{i\theta}$  は次式となる。

$$\begin{aligned} \Phi_{i\theta} = & \frac{1}{4\pi} \iiint_V \left\{ \frac{\partial^2(\bar{u}_k \bar{u}_i)}{\partial r_k \partial r_i} \right\} \frac{dV}{r} & (A) \\ & - \frac{1}{2\pi} \iiint_V \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \left\{ \frac{\partial^2(\bar{u}_i)}{\partial r_k \partial r_i} \right\} \frac{dV}{r} & (B) \\ & + \frac{1}{4\pi} \iiint_V \left\{ g_k \cdot \beta \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial r_k \partial r_i} \right\} \frac{dV}{r} & (C) \\ & + S \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i} & (D) \end{aligned} \quad (2.3.30)$$

$\Phi_{i\theta}$  は (2.3.30) 式からわかるとおり、次の4つの項からなる。まず、(2.3.30) 式中 (A) 項は速度と温度の変動成分のみに関与する項である。これに対して (B) 項は平均速度の勾配にも関与する。また (C) 項は温度変動強度 (あるいは浮力による  $\bar{u}\bar{\theta}$  の生産・消散項  $G_{\theta}$ ) に関与する項である。また (D) 項はポアソン方程式の解に現れる表面積分 (S、(2.3.29) 式右辺第2項) に起因する項であり、後述のように壁面境界の影響に関連する項である。(A) 項を  $\Phi_{i\theta(1)}$ 、(B) 項を  $\Phi_{i\theta(2)}$ 、(C) 項を  $\Phi_{i\theta(3)}$ 、また (D) 項を  $\Phi_{i\theta}^*$  と書いて以下別個にモデル化について説明する。

## (2) $\Phi_{i\theta(1)}$

最も一般的な  $\Phi_{i\theta(1)}$  のモデルは次のとおりである<sup>(6), (19)</sup>。

$$\Phi_{i\theta(1)} = -C_{i\theta(1)} \frac{\varepsilon}{k} (\bar{u}\bar{\theta}) \quad (2.3.31)$$

ここで  $C_{i\theta(1)}=3.0$  である。

上式は  $\Phi_{i\theta(1)}$  のモデル (2.2.30) 式と相似のモデルである。また  $k/\varepsilon$  は乱流の時間スケールを表している。この時間スケールとして  $\{(2 \cdot \bar{\theta}^2 / \varepsilon_{\theta}) / (k/\varepsilon)\}^{1/2}$  を用いる場合があるが、この中の  $\varepsilon_{\theta}$  を精度良く予測するのが困難であり (後述)、一般には (2.3.31) 式のように時間スケールとして  $k/\varepsilon$  を用いる。

(3)  $\Phi_{1\theta(2)}$ 

(2.3.29) 式 (B) 項の最も一般的なモデルは以下のとおりである<sup>5), 6)</sup>。

$$\Phi_{1\theta(2)} = -C_{1\theta 2} \cdot P_{1\theta(2)} \quad (2.3.32)$$

ここで、 $C_{1\theta 2} = 0.5$

(2.3.32) 式は  $\Phi_{1\theta(2)}$  のモデル (2.3.30) 式と相似のモデルであり、平均速度勾配による  $\bar{u}\bar{\theta}$  の生産 ( $P_{1\theta(2)}$ ) を等方化するという性質を有している。

$\Phi_{1\theta(2)}$  で行った近似 ((2.2.40) 式参照) より、 $\Phi_{1\theta(2)}$  は次式で表せる。

$$\Phi_{1\theta(2)} = -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial U_s}{\partial x_i} \iiint_V \left\{ \frac{\partial^2(\bar{u}\bar{\theta})}{\partial r_i \partial r_i} \right\} \frac{dV}{r} \quad (2.3.33)$$

この式中の積分  $\iiint_V \left\{ \frac{\partial^2(\bar{u}\bar{\theta})}{\partial r_i \partial r_i} \right\} \frac{dV}{r}$  は前述の QIM ((2.2.41) 式参照) を用いれば乱流熱フラックス ( $\bar{u}\bar{\theta}$ ) の線形和で表現でき、また IPM の概念に基づいて速度勾配による  $\bar{u}\bar{\theta}$  の生産項 ( $P_{1\theta(2)}$ ) で整理したものが、(2.3.32) 式であると理解される。

(3)  $\Phi_{1\theta(3)}$ 

最も一般的な  $\Phi_{1\theta(3)}$  のモデルは以下のとおりである<sup>5), 6)</sup>。

$$\Phi_{1\theta(3)} = -C_{1\theta 3} \cdot G_{1\theta} \quad (2.3.34)$$

ここで  $C_{1\theta 3} = 0.3$

このモデルについても  $\Phi_{1\theta(3)}$  のモデル化 ((2.2.54) 式) と相似であり、浮力による生産・消散 ( $G_{1\theta}$ ) を等方化するという性質を有している。

(4)  $\Phi_{1\theta}^w$  (Wall Reflection 項)

(2.3.29) 式中の表面積分項 (S) に起因する項 ((2.3.29) 式 (C) 項)、すなわち  $\Phi_{1\theta}^w$  をここで考える。 $\Phi_{1\theta}^w$  は次式で表現できる。

$$\Phi_{1\theta}^w = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial n'} \left( p' \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i} - p \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial}{\partial n'} \left( \frac{1}{r} \right) \right\} dS' \quad (2.3.35)$$

ここで  $\partial/\partial n'$  は壁表面での法線方向微分を、 $dS'$  は表面要素を示している。この項は  $\Phi_{1\theta(1)}$ 、 $\Phi_{1\theta(2)}$  および  $\Phi_{1\theta(3)}$  のそれぞれに対応する項により構成されるものと考えられ、おのおのを  $\Phi_{1\theta(1)}^w$ 、 $\Phi_{1\theta(2)}^w$ 、 $\Phi_{1\theta(3)}^w$  と記す。すなわち、

$$\Phi_{1\theta}^w = \Phi_{1\theta(1)}^w + \Phi_{1\theta(2)}^w + \Phi_{1\theta(3)}^w \quad (2.3.36)$$

この  $\Phi_{1\theta}^w$  の一般性のあるモデル化は非常に困難であり、 $\Phi_{1\theta}^w$  のモデル (2.2.58) ~ (2.2.60) 式との相似から、現在以下のようなモデルが一般的に用いられている<sup>6)</sup>。

$$\Phi_{i\theta(1)}^w = - \sum_{(w)=1}^{w_0} C_{i\theta 1} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_k \theta} \cdot n_k^{(w)} n_i^{(w)} \times f\left(\frac{l}{x_n^{(w)}}\right) \quad (2.3.37)$$

$$\Phi_{i\theta(2)}^w = - \sum_{(w)=1}^{w_0} C_{i\theta 2} \Phi_{k\theta(2)} \cdot n_k^{(w)} n_i^{(w)} \times f\left(\frac{l}{x_n^{(w)}}\right) \quad (2.3.38)$$

$$\Phi_{i\theta(3)}^w = - \sum_{(w)=1}^{w_0} C_{i\theta 3} \Phi_{k\theta(3)} \cdot n_k^{(w)} n_i^{(w)} \times f\left(\frac{l}{x_n^{(w)}}\right) \quad (2.3.39)$$

ここで  $C_{i\theta 1}=0.5$ 、 $C_{i\theta 2}=0.0$ 、 $C_{i\theta 3}=0.0$

上添字 (w) は存在する壁の番号を指し、 $w_0$  は壁の総数である。また  $n_k^{(w)}$  は w 番目の壁に垂直な単位ベクトル  $n^{(w)}$  の k 成分を意味する。また  $x_n^{(w)}$  は w 番目の壁からの垂直距離である。

(2.3.37) ~ (2.3.39) 式に現れる  $f(l/x_n^{(w)})$  は  $\Phi_0^*$  の場合と同様、次式が通常用いられる。

$$f(l/x_n^{(w)}) = \frac{k^{3/2}}{C_i \cdot \varepsilon \cdot x_n^{(w)}} \quad (2.3.40)$$

ここで  $C_i=2.5$  である。

### 2.3.5 乱流熱フラックスの拡散項 ( $D_{i\theta}$ )

2.2.5 節で説明した GGDH が一般に用いられる。

$$\overline{u_i \theta \cdot u_k} = -C_{i\theta} \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_i} \frac{\partial \overline{u \theta}}{\partial x_i} \quad (2.3.41)$$

ここで  $C_{i\theta}=0.2$  である。

すなわち、乱流熱フラックスの拡散項 ( $D_{i\theta}$ ) は次式となる。

$$D_{i\theta} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( C_{i\theta} \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_i} \frac{\partial \overline{u \theta}}{\partial x_i} \right) \quad (2.3.42)$$

このモデルでは (2.3.24) 式の (F) 部分の  $\overline{u_k u \theta}$  以外の項、例えば  $\overline{p \theta} / \rho \cdot \delta_{ik}$  等の影響は定数  $C_{i\theta}$  の調整によって考慮されている。

### 2.3.6 乱流熱フラックスの散逸項 ( $\varepsilon_{i\theta}$ )

乱流熱フラックスの散逸項 ( $\varepsilon_{i\theta}$ ) 以下の考察により、ゼロである<sup>6)</sup>。

$$\varepsilon_{i\theta} = 0 \quad (2.3.43)$$

$\varepsilon_{i\theta}$  の中の項  $\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial \theta}{\partial x_k}$  は  $x_i$  座標を逆にとれば、符号が逆転する ( $\frac{\partial u_i}{\partial x_k}$  は  $x_i$  座標を逆にとっても符号は変わらないが、 $\frac{\partial \theta}{\partial x_k}$  は符号が逆転するため)。また同様に  $\varepsilon_{i\theta}$  の中の項  $\frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial \theta}{\partial x_k}$

は  $x_i$  座標を逆にとれば、符号が逆転する。したがって座標系によらず、 $\varepsilon_{i\theta}$  が一つの値を持つためには  $\varepsilon_{i\theta}$  はゼロとならなければならない。

### 2.3.7 $\bar{\theta}^2$ のモデリング

$G_{i\theta}$  ((2.3.24) 式 (D) 部分) には温度変動強度 ( $\bar{\theta}^2$ ) が現れる。したがって  $\bar{u}\bar{\theta}$  の輸送方程式を close させるためにはこの  $\bar{\theta}^2$  のモデル化が必要となる。以下、 $\bar{\theta}^2$  のモデル化について検討する。

まず、 $\bar{\theta}^2$  の輸送方程式を導出する。 $\theta$  の輸送方程式 ((2.3.1') 式) の両辺に  $\theta$  を乗じ、平均操作を施す。

(2.3.1') 式左辺第1項:

$$\overline{\theta \frac{\partial \theta}{\partial t}} = \overline{\theta} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial t} \quad (2.3.44)$$

(2.3.1') 式左辺第2項:

$$\begin{aligned} \overline{\theta \frac{\partial (U_k \theta)}{\partial x_k}} &= \overline{\theta} \frac{\partial}{\partial x_k} (U_k + u_k) \cdot (\overline{\theta} + \overline{\theta'}) = \overline{\theta} \frac{\partial (U_k \cdot \overline{\theta})}{\partial x_k} + \overline{\theta} \frac{\partial u_k \cdot \overline{\theta}}{\partial x_k} + \overline{\theta} \frac{\partial u_k \cdot \overline{\theta'}}{\partial x_k} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\partial (U_k \cdot \overline{\theta^2})}{\partial x_k} + u_k \overline{\theta} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_k} + \frac{1}{2} \frac{\partial u_k \overline{\theta^2}}{\partial x_k} \end{aligned} \quad (2.3.45)$$

(2.3.1') 式右辺第1項:

$$\overline{\theta \frac{\partial}{\partial x_k} (\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x_k})} = \overline{\lambda \theta} \frac{\partial^2 \overline{\theta}}{\partial x_k^2} = \frac{1}{2} \lambda \frac{\partial^2 \overline{\theta^2}}{\partial x_k^2} - \lambda \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_k} \quad (2.3.46)$$

(2.3.44) ~ (2.3.46) より  $\bar{\theta}^2$  の輸送方程式は次式となる。

$$\underbrace{\frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial t}}_{(A)} + \underbrace{\frac{\partial (U_k \cdot \overline{\theta^2})}{\partial x_k}}_{(B)} = -2 \cdot \underbrace{u_k \overline{\theta}}_{(B)} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_k} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} (\lambda \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x_k} - u_k \overline{\theta^2})}_{(C)} - 2 \cdot \lambda \underbrace{\frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_k}}_{(D)} \quad (2.3.47)$$

(2.3.47) 式の (A) 部分は  $\bar{\theta}^2$  の実質微分項、(B) 部分は  $\bar{\theta}^2$  の生産項 ( $P_\theta$  と略記する)、(C) 部分は  $\bar{\theta}^2$  の拡散項 ( $D_\theta$  と略記する)、(D) 部分は  $\bar{\theta}^2$  の散逸項である。また  $\lambda \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_k}$  を以降、 $\varepsilon_\theta$  と略記する。したがって (D) 部分は  $2 \cdot \varepsilon_\theta$  と表せる。

(2.3.47) 式で示した  $\bar{\theta}^2$  の輸送方程式中の (A), (B) 部分はモデル化の必要は無い。また (C) 部分の拡散項については前述の GGDH を用いて次式でモデル化できる。

$$D_\theta = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( C_\theta \frac{k}{\varepsilon} u_k \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x_m} \right) \quad (2.3.48)$$

ここで  $C_\theta = 0.2$  である。

$\bar{\theta}^2$ の輸送方程式には、さらに $\varepsilon_\theta$ という未知数が(2.3.47)式(D)部分に現れる。この $\varepsilon_\theta$ を求めるために $\varepsilon_\theta$ の輸送方程式として以下のようなものが提案されている<sup>18)</sup>。

$$\frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial t} + \frac{\partial U_k \varepsilon_\theta}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( C_{\theta\theta} \frac{k}{\varepsilon} u_k u_m \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial x_m} \right) + \left( C_{\theta\theta^2} \frac{P_\theta}{\bar{\theta}^2} + C_{\theta\theta^2} \frac{P_k}{k} - C_{\theta\theta^2} \frac{\varepsilon_\theta}{\bar{\theta}^2} - C_{\theta\theta^4} \frac{\varepsilon}{k} \right) \varepsilon_\theta \quad (2.3.49)$$

ここで $C_{\theta\theta}=0.2$ 、 $C_{\theta\theta^2}=0.9$ 、 $C_{\theta\theta^2}=0.72$ 、 $C_{\theta\theta^2}=2.2$ 、 $C_{\theta\theta^4}=0.8$ である。

以上で $\bar{\theta}^2$ 、 $\varepsilon_\theta$ が求めることができ、 $\bar{u}\bar{\theta}$ の輸送方程式はcloseさせることができた。

しかし、上に示した $\varepsilon_\theta$ の輸送方程式はまだ充分には一般性を有すモデルとは言い難い。また一方では解くべき輸送方程式の数を減らすという観点から以下に示す単純なモデルが提案されている。

(1)  $\varepsilon_\theta$ の評価に関する簡易モデル

スカラー変動の時間スケールと速度変動の時間スケールの比を次式で定義する。

$$R = \frac{(\bar{\theta}^2 / (2 \cdot \varepsilon_\theta))}{(k / \varepsilon)} \quad (2.3.50)$$

このRを一定と仮定すると $\varepsilon_\theta$ は $k$ 、 $\varepsilon$ および $\bar{\theta}^2$ より次式で求められる。

$$\varepsilon_\theta = \frac{\bar{\theta}^2}{2 \cdot R} \cdot \frac{\varepsilon}{k} \quad (2.3.51)$$

一般に $R=0.8$ と仮定される。

(2)  $\bar{\theta}^2$ の評価に関する簡易モデル

$\bar{\theta}^2$ に関して局所平衡を仮定するモデルである<sup>19)</sup>。すなわち、

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{2} P_\theta \quad (2.3.52)$$

さらに(1)と同様にR一定を仮定し、(2.3.51)式と(2.3.52)式を連立させ、 $\bar{\theta}^2$ に関して整理すると

$$\bar{\theta}^2 = R \cdot \frac{k}{\varepsilon} \cdot P_\theta \quad (2.3.53)$$

上式中の $P_\theta$ ((2.3.47)式(B)部分)は別途求められる。

以上のモデルのうち、どのモデルが適当かについては、第五章で検討している。

## 2.3.8 乱流熱フラックスの輸送方程式の代数化

2.2.7節で説明したレイノルズストレスの輸送方程式の代数化と同様に以下、乱流熱フラックスの輸送方程式を代数化する方法を示す。乱流熱フラックスの輸送方程式中に現れる空間微分を含む項は移流項 ( $C_{i\theta}$ ) と拡散項 ( $D_{i\theta}$ ) である。これを次式のように単純化し、乱流熱フラックスの輸送方程式を代数化する。

$$C_{i\theta} - D_{i\theta} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{k} (P_k + G_k - \varepsilon) + \frac{1}{\theta^2} (P_\theta - 2 \cdot \varepsilon_\theta) \right) \overline{u\theta} \quad (2.3.54)$$

Gibson - Launder<sup>11)</sup> は  $\overline{u\theta}$ 、 $\overline{u\theta}$  の輸送方程式の代数化について次のように説明している。(以下の式で  $\frac{D(\quad)}{Dt}$  はラグランジュ微分、すなわち定常状態では移流項を意味し、また  $\mathfrak{D}(\quad)$  は拡散項を意味する。)

$$\frac{D\overline{u\theta}}{Dt} - \mathfrak{D}(\overline{u\theta}) \quad \approx \quad \frac{\overline{u\theta}}{k} \left( \frac{Dk}{Dt} - \mathfrak{D}(k) \right) = \frac{\overline{u\theta}}{k} (P_k + G_k - \varepsilon)$$

上式では  $\overline{u\theta}$  の移流・拡散効果は  $k$  の移流・拡散とほぼ同様な挙動を示すものとし、その数値のレベルの修正として  $\frac{\overline{u\theta}}{k}$  を乗じているものと解釈できる。これと同様に

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{\theta}}{Dt} - \mathfrak{D}(\overline{\theta}) &\approx \frac{\overline{\theta}}{(k \cdot \overline{\theta^2})^{1/2}} \left( \frac{D(k \cdot \overline{\theta^2})^{1/2}}{Dt} - \mathfrak{D}((k \cdot \overline{\theta^2})^{1/2}) \right) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{k} \left( \frac{Dk}{Dt} - \mathfrak{D}(k) \right) + \frac{1}{\overline{\theta^2}} \left( \frac{D\overline{\theta^2}}{Dt} - \mathfrak{D}(\overline{\theta^2}) \right) \right\} \cdot \overline{u\theta} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{k} (P_k + G_k - \varepsilon) + \frac{1}{\overline{\theta^2}} (P_\theta - 2 \cdot \varepsilon_\theta) \right\} \cdot \overline{u\theta} \end{aligned}$$

としている。すなわち  $\overline{\theta}$  の移流・拡散効果は  $(k \cdot \overline{\theta^2})^{1/2}$  の移流・拡散項から近似できるものとし、その数値のレベルの修正として  $\frac{\overline{u\theta}}{(k \cdot \overline{\theta^2})^{1/2}}$  を乗じればよいとしている。

## 2.4 代数応力モデルと渦粘性モデルの比較

本節では単純な流れ場を対象として代数応力モデル (ASM) と渦粘性モデル (EVM) を比較する。

## 2.4.1 純粋せん断流における比較

ここでは2.2.3節でも例として用いた純粋せん断流について、ASM1 ((2.2.78) 式) によるレイノルズストレスの評価とEVMを用いたレイノルズストレスの評価を比較する。

いま壁の影響が無視できるとしてASM1によって(2.2.19)式のレイノルズストレスの輸送方程式を等温流れ場について表せば次のようになる。

$$\frac{\overline{u_i u_j}}{k} (P_k - \varepsilon) = P_{ij} - C_1 (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k) \frac{\varepsilon}{k} - C_2 (P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P_k) \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon \quad (2.4.1)$$

この式を変形して

$$\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k = \frac{(1 - C_2) (P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P_k)}{(C_1 + \lambda - 1)} \frac{k}{\varepsilon} \quad (2.4.2)$$

ここで $\lambda = P_k / \varepsilon$ である。

(2.4.2) 式を用いると各レイノルズストレスは次のようになる。

$$\overline{u_1^2} - \frac{2}{3} k = f_1 \times (2 - \frac{2}{3}) \cdot P_k \cdot \frac{k}{\varepsilon} = \frac{4}{3} f_1 \cdot \lambda \cdot k \quad (2.4.3)$$

$$\overline{u_2^2} - \frac{2}{3} k = f_1 \times (-\frac{2}{3} P_k) \frac{k}{\varepsilon} = -\frac{2}{3} f_1 \cdot \lambda \cdot k \quad (2.4.4)$$

$$\overline{u_1 u_2} = f_1 \times P_{12} \cdot \frac{k}{\varepsilon} = -f_1 \frac{\overline{u_2^2} \cdot k}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \quad (2.4.5)$$

ここで、

$$f_1 = \frac{1 - C_2}{C_1 + \lambda - 1} \quad (2.4.6)$$

(2.4.4) 式、(2.4.5) 式から $\overline{u_2^2}$ を除くと

$$\overline{u_1 u_2} = -C_u \cdot \frac{k^2 \partial U_1}{\varepsilon \partial x_2} \quad (2.4.7)$$

ここで、

$$C_u = \frac{2}{3} (1 - f_1 \lambda) \cdot f_1 = \frac{2}{3} \frac{(C_1 + C_2 \lambda - 1)(1 - C_2)}{(C_1 + \lambda - 1)^2} \quad (2.4.8)$$

一方、EVMではレイノルズストレスを渦粘性と平均流の勾配で近似し、以下のように表

現する。

$$\overline{u_1 u_2} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k = -C_\nu \frac{k^2}{\varepsilon} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.4.9)$$

ここで、 $\nu_t = C_\nu \frac{k^2}{\varepsilon}$

(2.4.7) 式、(2.4.9) 式からわかるとおり、シアストレスについては ASM1 も EVM もほぼ同様な定式化であるが、ノルマルストレスについては (2.4.3)、(2.4.4) 式と (2.4.9) 式ではかなり違った定式化となっている。したがって平均流に対するノルマルストレスの影響が小さい場合は、両者にさほど差異は無い。このような場合、EVM はモデルの単純さ、渦粘性導入による数値計算上の安定性等の有利な点が多い。一方、ノルマルストレスが各レイノルズストレスの生産項等を通じて、流れ場に重要な意味を持っている場合、EVM は不合理な結果を招く。たとえば、主流が建物に衝突する領域の流れや、緩やかな曲率をもつ壁に沿う流れ、あるいはストレスの非等方性から生じる旋回流等は EVM では十分に表現できない。これに対して ASM1 等代数応力モデルでは、このような流れ場を比較的良くとらえることができるとされている。

## 2.4.2 流線に曲率を持つせん断乱流の場合の比較

まず純粋せん断乱流 ( $\partial U_i / \partial x_2 \neq 0$ ,  $U_2 = U_3 = 0$ ) を考える。平均流に影響を及ぼすレイノルズストレスは  $\overline{u_1 u_2}$  のシアストレスのみである。この  $\overline{u_1 u_2}$  の生産項 ( $P_{12}$ ) を応力方程式モデルおよび EVM を用いて表すと次のようになる。

$$P_{12} = -\overline{u_2^2} \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \quad (\text{応力方程式モデルで用いられる正確な表現}) \quad (2.4.10)$$

$$-\frac{2}{3} k \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \quad (P_{ij} \text{ に現れる } \overline{u_i u_j} \text{ を EVM で近似したもの}) \quad (2.4.11)$$

レイノルズストレスの性状は強くその生産項に依存していることは容易に予想できる。したがってこのことを考えると (2.4.10) 式では  $\overline{u_1 u_2}$  が  $\partial U_1 / \partial x_2$  と逆符号をもつことが良くわかる。また一方で壁に近づくにつれて  $\overline{u_1 u_2}$  が小さくなることを正確に表している。なぜなら壁に垂直な変動を示す  $\overline{u_2^2}$  は  $\Phi_{22}$  により、減衰するからである。

一方 (2.4.11) 式では (2.4.10) 式と比較して壁近傍で  $\overline{u_1 u_2}$  が減衰するという傾向は明瞭でない。なぜなら  $k$  が必ずしも減衰するとは限らないからである。EVM において壁近傍でダンピング関数を用いて  $C_\nu$  を減ずるのはこの EVM の基本的な欠点を補うことに通ずるものである。

次に上述の剪断乱流でかつ、緩やかではあるが、流線が曲率をもつ場合 ( $\partial U_2 / \partial x_1 \neq 0$ ) を考える。すなわち緩やかな曲率を持つ壁に沿う流れがそれである。この場合  $\overline{u_1 u_2}$  の生産項 ( $P_{12}$ ) は次である。

$$P_{12} = -(\overline{u_2^2} \frac{\partial U_1}{\partial x_2} + \overline{u_1^2} \frac{\partial U_2}{\partial x_1}) \quad (\text{応力方程式モデルで用いられる正確な表現}) \quad (2.4.12)$$

$$-\frac{2}{3} k (\frac{\partial U_1}{\partial x_2} + \frac{\partial U_2}{\partial x_1}) \quad (P_{ij} \text{に現れる } \overline{u_i u_j} \text{をEVMで近似したもの}) \quad (2.4.13)$$

(2.4.12) 式は流線の曲率の影響を正しく評価したものである。一般に  $\partial U_2 / \partial x_1$  は  $\partial U_1 / \partial x_2$  に比べてはるかに小さいので、一見 (2.4.12) 式右辺第2項は無視できそうであるが、実際には壁近傍では  $\overline{u_1^2}$  が  $\overline{u_2^2}$  よりはるかに大きいため、無視しえない。一方 (2.4.13) 式ではこのような壁近傍でのノルマルストレスの非等方性が考慮できないため、この場合流線の曲率の影響を正當に評価し得ない。

以上、単純な流れ場について ASM と EVM を比較したが、第四章以降で具体的な流れ場についてこれらを比較し、ASM の有効性を示している。

## 2.5 第二章結論

- ①本章ではまずレイノルズストレス ( $\overline{u_i u_j}$ ) の輸送方程式を導出し、これをセカンドモーメント ( $\overline{u_i u_j}$  や  $\overline{u_i \theta}$ ) でcloseし、応力方程式モデルの構造について説明した。
- ②この応力方程式モデルはレイノルズストレスの生産項をモデル化せずに正しく評価出来ることが大きな利点となることをLaunder<sup>6)</sup> のEternal Triangleというモデルを例として説明した。
- ③しかし、圧力-歪相関項等のモデル化にはまだ未解決などところがある。
- ④またこの応力方程式モデルを代数化した代数応力モデルの定式化について説明した。
- ⑤次に乱流熱フラックス ( $\overline{u_i \theta}$ ) の輸送方程式を導出し、これをセカンドモーメント ( $\overline{u_i u_j}$  や  $\overline{u_i \theta}$ ) でcloseさせる方法について説明した。
- ⑥この際に新たに現れる未知変数 ( $\overline{\theta^2}$  や  $\varepsilon_\theta$ ) のモデル化についても説明した。
- ⑦またセカンドモーメントでcloseした乱流熱フラックスの輸送方程式を代数化する方法を説明した。
- ⑧最後に単純な流れ場について代数応力モデルと渦粘性モデルを比較し、代数応力モデルの有効性を定性的に示した。

## 第二章 参考文献

- 1) 西島勝一・吉沢徹 (1986) : 非等方  $k - \varepsilon$  モデルを用いた矩形管内乱流の数値解析、生産研究 38,46
- 2) Hossain, M. S. and Rodi, W.(1982) : A Turbulence Model for Buoyant Flows and its Application to Vertical Buoyant jets. In "Turbulent Buoyant jets and Plumes" (W.Rodi,ed.) HMT - Series, Vol.6 Pergamon Press, Oxford.
- 3) Ince, N. Z. and Launder, B.E.(1987) : On the Computation of Buoyancy - Driven Turbulent Flows in Closed Cavities. Univ. Manchester Institute of Sci. and Tech. Rep. No.TFD/87/9
- 4) Hanjalic, K. and Launder, B.E (1972) : A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows. J. Fluid Mech. 52, 609.
- 5) Launder, B.E.and Reece, G.J.and Rodi, W.(1975) : Progress in the development of reynolds - stress turbulence closure. J. Fluid Mech. 68, 537
- 6) Launder, B.E.(1983) : Second - moment closure, methodology and practice. Univ. Manchester Institute of Sci. and Tech. Rep. no. TFD/82/4
- 7) Rotta, J.C (1951) : Statistische theorie nichthomogener turbulenz. Zeitschr. Phys. 129,547
- 8) Naot, D, Shavit, A, and Wolfshtein, M. (1970) : Interaction between components of the turbulent velocity correlation tensor, Israel J. Tech. 8, 259
- 9) Naot, D., Shavit, A. and Wolfshtein, M.(1973) : two - point correlation model and the redistribution of Reynolds stress. Rhys. Fluids, 16, 738
- 10) Shir, C.C (1973) : A Preliminary numerical study of atmospheric Turbulent flow in the idealized planetary boundary layer, J. Atmos. Sci. 30, 1327
- 11) Gibson, M. M and Launder, B. E.(1978) : Ground effects on pressure fluctuations in the atmospheric boundary layer, J. Fluid Mech. 86, 491
- 12) Hanjaric, K. and Launder, B.E.(1972) : A Reynolds - stress model of turbulence and its application to thin shear flows, J. Fluid Mech. 52, 609
- 13) Daly, B. J. and Harlow, F. H.(1970) : transport equation of turbulence. Rhy., Fluids, 13, 2634
- 14) Launder, B. E.(1971) : Imperial College Mech. Eng. Dept. Rep. no. TM/TN /A/9
- 15) Rodi, W.(1976) : A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses. ZAMM, 56

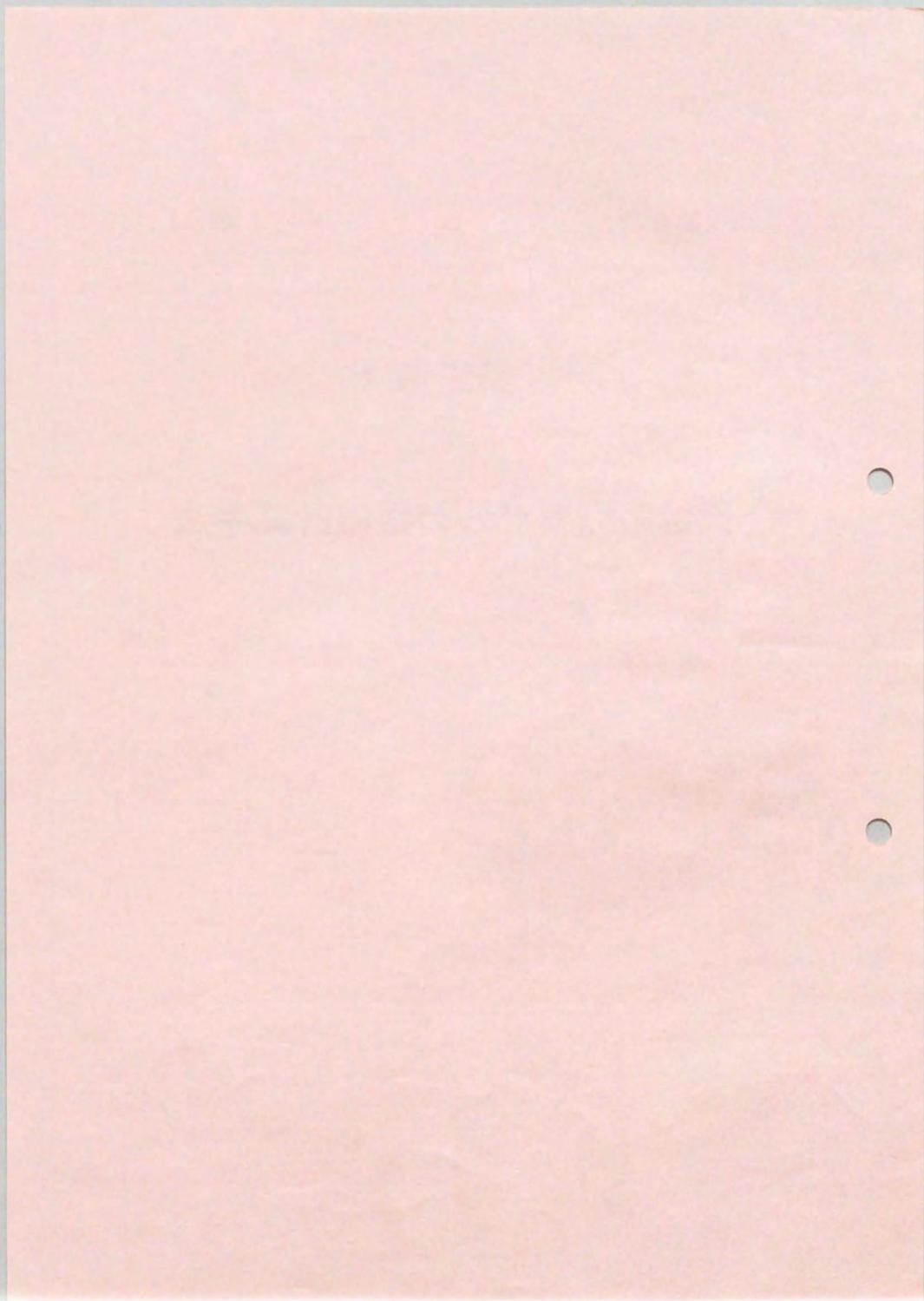
- 16) Launder, B.E.(1982) : A Generalized Algebraic Stress Transport Hypothesis. AIAAJ 20, 436
- 17) Champagne, F. H., Harris, V. G.and Corrsin, S. C.(1970) : Experiments on nearly homogeneous shear flow. J. Fluid Mech., 41, 81.
- 18) 長野靖尚・金哲晃 : 温度場2方程式モデルによる乱流伝熱の解析、日本機械学会論文集 (B編) 53巻490号 pp.1773 - 1780 (1987.6)
- 19) Monin, J. L. (1972) : A model for computation properties of turbulence in the surface layer of air. Izv. Akad. Nauk SSSR, Fiz. Atmos. Okeana, 11, 45
- 20) 甲藤好朗・佐藤俊・西川兼康・水科篤郎・森康夫編著 : 伝熱学特論、養賢堂発行 (1984)

#### 第二章に関係する既発表論文

- i) 村上周三・加藤信介・近藤靖史 (1988) : レイノルズストレス輸送方程式に基づく数値解析のためのモデル化の方法、生産研究 40.6、pp.15 - 24
- ii) 村上周三・加藤信介・近藤靖史 (1989) : 代数応力方程式モデルによる室内気流解析 - 2次元等温・非等温流れ場の解析 - 生産研究 41.1、pp.11 - 20

## 第三章

### 代数応力モデルの数値計算手法



### 第三章 代数応力モデルの数値計算手法

#### 3.1 はじめに

代数応力モデル (ASM) を用いて数値計算を行う場合、計算途中で数値不安定が生じる場合がある。本章ではこの数値不安定を抑える計算上の工夫等を説明する。また ASM が持つモデル上のいくつかの矛盾点を示し、またそれらの矛盾を数値計算上で避ける方法等について述べる。

---

<記号>

|                                                           |                                      |                                                                        |
|-----------------------------------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| $U_i$ : $i$ 方向流速の瞬時値 ( $=U_i+u_i$ )                       | $U_i$ : $i$ 方向平均流速                   | $u_i$ : $i$ 方向流速の変動成分                                                  |
| $P$ : 圧力の瞬時値 ( $=P+p$ )                                   | $P$ : 圧力の平均値                         | $p$ : 圧力の変動成分                                                          |
| $k$ : 乱流エネルギー                                             | $D_k$ : $k$ の拡散項                     | $P_k$ : $k$ の生産項                                                       |
| $G_k$ : $k$ の浮力による生産項                                     | $\epsilon$ : $k$ の散逸率                |                                                                        |
| $\theta$ : 温度の瞬時値 ( $=\Theta+\theta$ )                    | $\Theta$ : 温度の平均値                    | $\theta$ : 温度の変動成分                                                     |
| $g_i$ : $i$ 方向重力加速度                                       | $\beta$ : 体膨張係数                      | $\overline{\theta^2}$ : 温度変動強度                                         |
| $\epsilon_\theta$ : $\frac{1}{2}\overline{\theta^2}$ の散逸項 | $P_{ij}$ : $\overline{u_i u_j}$ の生産項 | $\epsilon_{ij}$ : $\overline{u_i u_j}$ の散逸率                            |
| $G_{ij}$ : $\overline{u_i u_j}$ の浮力による生産項                 | $\Phi_{ij}$ : 圧力-歪相関                 | $P_{\theta(1)}, P_{\theta(2)}, G_{\theta}$ : $\overline{u\theta}$ の生産項 |
| $\Phi_\theta$ : 圧力-温度勾配相関                                 | $w_0$ は領域を囲む境界の総数                    |                                                                        |
| 上添え字 ( $w$ ) は $w$ 番目の壁に関する値                              | $n_i^w$ は $w$ 番目の壁に垂直な単位ベクトルの $i$ 成分 |                                                                        |
| $h_n^w$ は $w$ 番目の壁からの垂直距離                                 | $R$ : 温度変動と速度変動の時間スケールの比             |                                                                        |
| オーバーバーは平均操作                                               | $\delta_{ij}$ はクロネッカデルタ              |                                                                        |

---

3.2 差分定義点

以下のように  $U_i$ ,  $P$ ,  $\overline{u_i u_i}$  や  $\overline{u_i \theta}$  等の諸量を差分上に定義する。

- (a)  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$ ,  $k$ ,  $\varepsilon$ ,  $P$ ; 標準的なスタガードグリッド。
- (b)  $\overline{u_1^2}$ ,  $\overline{u_2^2}$ ,  $\overline{u_3^2}$ ; スカラー定義点で定義する。
- (c)  $\overline{u_1 u_2}$ ,  $\overline{u_2 u_3}$ ,  $\overline{u_3 u_1}$ ; 例えば  $\overline{u_1 u_2}$  は  $\partial U_1 / \partial x_2$ ,  $\partial U_2 / \partial x_1$ , と同じ位置、すなわちグリッドの交点で定義する。
- (d)  $\overline{u_1 \theta}$ ,  $\overline{u_2 \theta}$ ,  $\overline{u_3 \theta}$ ; 例えば  $\overline{u_1 \theta}$  は  $\partial \theta / \partial x_1$ , と同じ位置で定義する。

以上の諸量の定義点を図3.1、3.2に示す。

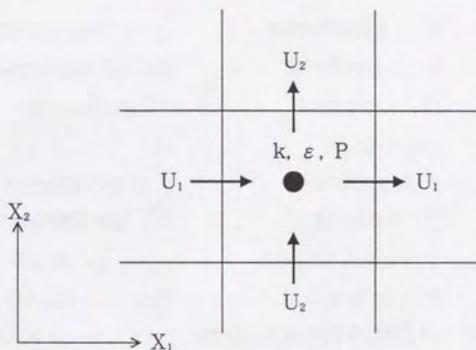


図3.1 差分定義点 ( $U_i$ ,  $k$ ,  $\varepsilon$ ,  $P$ )  
(2次元の場合を表示)

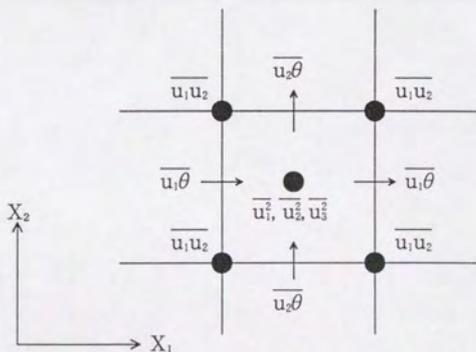


図3.2 差分定義点 ( $\overline{u_i u_i}$ )  
(2次元の場合を表示)

### 3.3 レイノルズストレスの計算方法

文献1) を参考にして、以下のようにまずノルマルストレスを計算する。

#### 3.3.1 ノルマルストレスの計算

ASM では次式でノルマルストレスの輸送方程式が表現される。ただし、次式では縮約をとらない。

$$\frac{\overline{u_i^2}}{k}(P_k + G_k - \varepsilon) = P_{ii} + G_{ii} + \Phi_{ii} - \frac{2}{3}\varepsilon \quad (3.3.1)$$

上式で  $P_k$  は前時点の値を用いるとするとノルマルストレスについて代数式となり、次式で表現できる。

$$A \cdot X = B \quad (3.3.2)$$

ただし、 $X = [\overline{u_1^2} \quad \overline{u_2^2} \quad \overline{u_3^2}]^T$ 、 $A$  は  $3 \times 3$  行列、 $B$  は  $3 \times 1$  列ベクトル。 $A$ 、 $B$  は次式である。また上添字  $T$  は行列の転置を示す。

$$A = \frac{P_k + G_k - \varepsilon}{k} I - A_1 P_k - A_2 \cdot \frac{\varepsilon}{k} \quad (3.3.3)$$

$$B = A_1 P_k + G - E \cdot \frac{2}{3}\varepsilon \quad (3.3.4)$$

$$A_1 = I - \frac{1}{3} C_2 C \quad (3.3.5)$$

$$A_2 = \frac{1}{3} C_1 \cdot C + C_1' \cdot C \cdot F \quad (3.3.6)$$

$$A_3 = I - \frac{1}{3} C_3 C \quad (3.3.7)$$

$$P_k = \begin{bmatrix} -2\partial U_1 / \partial x_1 & 0 & 0 \\ 0 & -2\partial U_2 / \partial x_2 & 0 \\ 0 & 0 & -2\partial U_3 / \partial x_3 \end{bmatrix} \quad (3.3.8)$$

$$C = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad (3.3.9)$$

$$G = C_3 \cdot H \quad (3.3.10)$$

$$H = \begin{bmatrix} -2\overline{u_1 \theta} \cdot g_1 \cdot \beta \\ -2\overline{u_2 \theta} \cdot g_2 \cdot \beta \\ -2\overline{u_3 \theta} \cdot g_3 \cdot \beta \end{bmatrix} \quad (3.3.11)$$

$$P_b = \begin{bmatrix} -2\partial U_1 / \partial x_2 \cdot \overline{u_1 u_2} - 2\partial U_1 / \partial x_3 \cdot \overline{u_3 u_1} \\ -2\partial U_2 / \partial x_3 \cdot \overline{u_2 u_3} - 2\partial U_2 / \partial x_1 \cdot \overline{u_1 u_2} \\ -2\partial U_3 / \partial x_1 \cdot \overline{u_3 u_1} - 2\partial U_3 / \partial x_2 \cdot \overline{u_2 u_3} \end{bmatrix} \quad (3.3.12)$$

$$F = \begin{bmatrix} f_1 & 0 & 0 \\ 0 & f_2 & 0 \\ 0 & 0 & f_3 \end{bmatrix} \quad (3.3.13)$$

Iは3×3単位行列、 $E = [1 \ 1 \ 1]^T$ 、 $f_i = \frac{k^{3/2}}{C_i \cdot h_i \cdot \varepsilon}$

(ただし、ここで領域は直交した壁に囲まれているものとし、 $h_i$ は*i*方向の2面の壁からの垂直距離の調和平均値である。)

この(3.3.2)式を各スカラー定義点で解いてXを求める。またこの解を求める際に後述する解の安定化を図る。

### 3.3.2 シアストレスおよび乱流熱フラックスの計算

(3.3.2)式で求めたX等を用いて陽に求められる。

### 3.4 Pseud Viscosityの導入

運動方程式に見かけ上の拡散項を導入することにより解を安定化させる。すなわち、例えば $U_1$ の輸送方程式には $-\partial \overline{u_1^2} / \partial x_1$ が含まれるが、この $\overline{u_1^2}$ が $(-\nu_e \cdot \partial U_1 / \partial x_1)$ を含んでおればこれが拡散的な働きをし、数値計算が安定する。(ここで $\nu_e$ は見かけの拡散係数 PSEUD VISCOSITYで正の値である必要がある。また EDDY VISCOSITY MODELを用いるk-εモデルではこの問題は生じない)これはノルマルストレスを計算する際に $P_a$ 、 $P_b$ を以下のように修正することにより可能となる。(次式で $\overline{u_i^2}$ は $\overline{u_i^2}$ の前時点の値)

$$P_a = 0 \quad (3.4.1)$$

$$P_b = \begin{bmatrix} -2\partial U_1 / \partial x_2 \cdot \overline{u_1 u_2} - 2\partial U_1 / \partial x_3 \cdot \overline{u_3 u_1} - 2\partial U_1 / \partial x_1 \cdot \overline{u_1^2} \\ -2\partial U_2 / \partial x_3 \cdot \overline{u_2 u_3} - 2\partial U_2 / \partial x_1 \cdot \overline{u_1 u_2} - 2\partial U_2 / \partial x_2 \cdot \overline{u_2^2} \\ -2\partial U_3 / \partial x_1 \cdot \overline{u_3 u_1} - 2\partial U_3 / \partial x_2 \cdot \overline{u_2 u_3} - 2\partial U_3 / \partial x_3 \cdot \overline{u_3^2} \end{bmatrix} \quad (3.4.2)$$

このような $P_a$ 、 $P_b$ の修正は定常解を求める場合には問題は生じないと考えてよい。

3.5 GGDHによる負拡散に対する処理

kの拡散項(D<sub>k</sub>)を例として考える。GGDHではkの拡散項を次で表現する。

$$D_k = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( C_s \frac{k}{\varepsilon} u_k u_i \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) \quad (3.5.1)$$

一方、EVMではkの拡散項(D<sub>k</sub>と書く)は次のように表現される。

$$D_k = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( C_n \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) \quad (3.5.2)$$

2次元流れ場で(3.5.1)式と(3.5.2)式を比較すると、

$$D_k = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_s \frac{k}{\varepsilon} u_1^2 \frac{\partial k}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_s \frac{k}{\varepsilon} u_1 u_2 \frac{\partial k}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( C_s \frac{k}{\varepsilon} u_1 u_2 \frac{\partial k}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( C_s \frac{k}{\varepsilon} u_2^2 \frac{\partial k}{\partial x_2} \right) \quad (3.5.3)$$

$$D_k = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_n \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial k}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_n \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial k}{\partial x_2} \right) \quad (3.5.4)$$

(3.5.3)、(3.5.4)式からわかるように両者の差異は次の2点である。すなわち、第1点は(3.5.3)式下線部(以降、クロス項と呼ぶ)のあるかないか、第2点はGGDHでは拡散係数が非等方的であるのに対し、EVMはそうでないことである。

D<sub>k</sub>、D<sub>ε</sub>の評価で用いているGGDHでは、シアストレスを拡散係数に持つ項(クロス項、(3.5.3)式下線部)が含まれている。この項は負の拡散を示す場合があり、甚だしければ項全体が負の拡散を示す場合が生じる。この場合、本論文ではこのクロス項を無視して計算を進めた(また(3.5.4)式に示したようにEVMではそのような負拡散は生じない)。

3.6 Wall Reflection 項  $\Phi_{ij(z)}$  の問題点

いま壁が  $x_2-x_3$  平面にあり、平均流がこの壁に垂直に当たっている場合を考える (図3.3 参照)。このとき、 $\Phi_{ij(z)}$  等は次のようになる<sup>2)</sup> ((2.2.59) 式参照)。

$$\Phi_{11(z)}^w = 2C_2C_2'(P_{11} - \frac{2}{3}P_k) \cdot f_1 \tag{3.6.1}$$

$$\Phi_{22(z)}^w = \Phi_{33(z)}^w = -C_2C_2'(P_{11} - \frac{2}{3}P_k) \cdot f_1 \tag{3.6.2}$$

ここで、 $f_1 = k^{3/2} / (2.5 \cdot \varepsilon \cdot h_1)$ 。

$\Phi_{11(z)}^w$  は本来  $\overline{u_1^2}$  を減衰させる働きを示す項であるから、この場合  $(P_{11} - \frac{2}{3}P_k)$  は負である必要がある。しかし、衝突噴流の中心線上では、 $P_{11}$  が大きいため、明らかに  $(P_{11} - \frac{2}{3}P_k)$  は正となる。したがって、このモデルでは  $\Phi_{ij(z)}^w$  は  $\overline{u_1^2}$  を増加させる傾向を示し、矛盾が生じる。実際、 $\Phi_{ij(z)}^w$  を計算に加えると、吸込口の近傍等、噴流の衝突が激しい箇所で、壁に垂直なノルマルストレスが過大になり計算が発散した。

以上の検討より、本論文では  $\Phi_{ij(z)}^w$  は無視して計算を行なった。

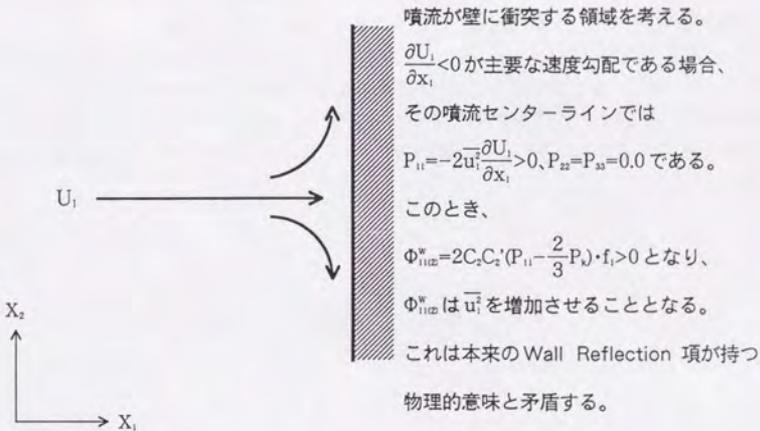


図3.3 壁に噴流が衝突する領域での  $\Phi_{ij(z)}$  の問題

### 3.7 シアストレスの代数化の工夫

シアストレス ( $\overline{u_1 u_2}$ ,  $\overline{u_1 u_3}$ ,  $\overline{u_2 u_3}$ ) の代数化において、 $P_k - \varepsilon \leq 0$  となるような時、 $P_k - \varepsilon = 0$  として計算を進めた。これは、以下の理由による。

簡単化のため2次元等温場で以下考える。 $\overline{u_1 u_2}$  の代数化された輸送方程式は以下のようになる。

$$\frac{\overline{u_1 u_2}}{k} (P_k - \varepsilon) = P_{12} + \Phi_{12(1)} + \Phi_{12(2)} + \Phi_{12(1)}^* + \Phi_{12(2)}^* \quad (3.7.1)$$

今、壁の影響がないとして便宜的に  $\Phi_{12}^*$  を無視して考えると、

$$\frac{(P_k - \varepsilon)}{k} \overline{u_1 u_2} = P_{12} - C_1 \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_1 u_2} - C_2 \cdot P_{12} \quad (3.7.2)$$

したがって、

$$\overline{u_1 u_2} = \frac{(1 - C_2) \cdot P_{12}}{\left\{ \frac{(P_k - \varepsilon)}{k} + C_1 \frac{\varepsilon}{k} \right\}} \quad (3.7.3)$$

(3.7.3) 式の分母がゼロ以下となる場合 (すなわち、 $P_k - (1 - C_2)\varepsilon \leq 0$  となる時) は、以下の理由により、数値不安定が生じる。

(1) 分母がゼロの場合、 $\overline{u_1 u_2}$  は明らかに数値計算上、発散する。

(2) 分母が負の場合は、 $\overline{u_1 u_2} = -a \cdot P_{12}$  ( $a > 0$ ) となり、 $\overline{u_1 u_2}$  と  $P_{12}$  は逆符号となる。すなわち、 $\overline{u_1 u_2}$  は次式で表せる。

$$\overline{u_1 u_2} = -a \cdot P_{12} = a \cdot \overline{u_1^2} \cdot \frac{\partial U_1}{\partial x_2} + a \cdot \overline{u_1} \frac{\partial U_2}{\partial x_1} \quad (3.7.4)$$

次式に示す  $U_1$  の運動方程式に (3.7.4) 式を代入すると、

$$\frac{DU_1}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_1} - \frac{\partial \overline{u_1^2}}{\partial x_1} - \frac{\partial \overline{u_1 u_2}}{\partial x_2} \quad (3.7.5)$$

(3.7.5) 式の下線部は、

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \overline{u_1 u_2}}{\partial x_2} &= -\frac{\partial}{\partial x_2} \left( a \cdot \overline{u_1^2} \frac{\partial U_2}{\partial x_1} + a \cdot \overline{u_1} \frac{\partial U_2}{\partial x_1} \right) \\ &= -\frac{\partial}{\partial x_2} \left( a \cdot \overline{u_1^2} \frac{\partial U_2}{\partial x_1} \right) - \frac{\partial}{\partial x_2} \left( a \cdot \overline{u_1} \frac{\partial U_2}{\partial x_1} \right) \end{aligned} \quad (3.7.6)$$

$U_1$  の方程式において、(3.7.6) 式の下線部に示す式は、負拡散項となる。また同様に

$U_2$ の方程式についても負拡散項が現れる。運動方程式中に負の拡散を生じる項が存在すると、数値計算が不安定となる。

以上のような考察から  $P_k - (1 - C_i)\varepsilon \leq 0$  の場合は、なんらかの数値計算上の工夫を行う必要がある。

本論文では  $P_k - \varepsilon \leq 0$  の場合、シアストレスの計算の際に (3.7.3) 式中の分母に現れる  $P_k - \varepsilon$  をゼロとし、シアストレスとその生産項が逆符号とならないようにした。

ただし、以上の検討から考えると  $P_k - (1 - C_i)\varepsilon \leq 0$  の場合、すなわち  $C_i = 0.6$  であるから  $P_k - 0.4\varepsilon \leq 0$  の場合のみ、工夫が必要であるが、本論文ではさらに安全サイドの条件、すなわち  $P_k - \varepsilon \leq 0$  の場合として数値計算上の工夫の範囲を大きく設定している。これは以下の2つの理由による。前述までの考察が、浮力や壁の影響等を見ていないので、その場合  $P_k - 0.4\varepsilon \leq 0$  の条件だけでは満足されない可能性があること。もう一つの理由は今回の工夫は以下の2つの代数化をミックスして使っていると考えることが出来ることによる。すなわち、

$$C_{ij} - D_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} (P_k - \varepsilon) \quad (3.7.7)$$

$$C_{ij} - D_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{k} (P_k - \varepsilon) \quad (3.7.8)$$

(3.7.7) 式は (2.2.77) 式を、(3.7.8) 式は (2.2.78) 式を再掲したもので、(3.7.7) 式は Launder<sup>3)</sup> のモデル、(3.7.8) 式は Rodi<sup>4)</sup> のモデルである。すなわち、今回用いた方法はノルマルストレスについては常に (3.7.8) 式の代数化を、シアストレスについては  $P_k - \varepsilon > 0$  の場合は (3.7.8) 式を用い、 $P_k - \varepsilon \leq 0$  の場合は (3.7.7) 式を用いたこととなる。

また乱流熱フラックスについてもまったく同様な考察から次式の左辺が負となった場合、これをゼロとおいて計算を進めた。

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{k} (P_k + G_k - \varepsilon) + \frac{1}{\theta^2} (P_\theta - 2 \cdot \varepsilon_\theta) \right) \overline{u \theta} = P_{i\theta 11} + P_{i\theta 22} + G_{i\theta} + \Phi_{i\theta} + D_{i\theta} \quad (3.7.9)$$

この数値計算上の工夫を行わないと温度  $\theta$  に負拡散が生じる場合があり、このとき数値不安定となる。

## 3.8 ノルマルストレスの数値計算上の工夫

収束計算の途中でノルマルストレスの成分の一部が局所的に負値を示す場合がある。これは、(3.3.1) 式はノルマルストレスの各成分の和が $k$ の2倍になることは保証しているが、各成分が正の値を持つことは必ずしも保証していないためである。本論文の以下の章で示す例において、ASMの数値計算の途中でこのようなノルマルストレスの負値が生じた場合は強制的に負となった成分のノルマルストレスに乱流エネルギー ( $k$ ) の  $1/1000$  の値を代入し、かつノルマルストレスの和が $k$ の2倍となるように修正して計算を進めている。収束した状態ではこのようなことは生じていないことは確認している。

### 3.9 第三章結論

第三章では、代数応力モデル (ASM) の数値解析手法について述べてきた。

- ①代数応力モデル (ASM) を用いて数値計算を行う場合、計算途中で数値不安定が生じる場合があり、この数値不安定を抑える計算上の工夫等を説明した。
- ②すなわち、まず Pseud Viscosity の導入による安定化や、GGDH による負拡散が生じた場合の対処の方法について説明した。
- ③また ASM が持つモデル上の矛盾点として Wall Reflection 項 ( $\Phi_{\text{wall}}^{\text{ASM}}$ ) についてそのモデル化に問題があることを示した。
- ④また一般的な Rodi<sup>4)</sup> による ASM を用いてシアストレスや乱流熱フラックスを計算した場合、平均流 ( $U$ ) や平均温度 ( $\Theta$ ) に負拡散が生じる場合があり、これについては代数化を工夫することによって数値不安定を防ぐ方法を示した。

第三章 参考文献

- 1) Huang P. G. and Leschziner M. A.(1985) : Stabilization of recirculating flow computations performed with second - moment closures and third - order discretization. Proc. 5th Symp. on Turbulent Shear Flows Cornell Univ.
- 2) Gibson, M. M and Launder, B. E.(1978) : Ground effects on pressure fluctuations in the atmospheric boundary layer, J. Fluid Mech. 86, 491
- 3) Launder, B. E. (1971) : Imperial College Mech. Eng. Dept. Rep. No.TM/TN/A/9
- 4) Rodi, W.(1976) : A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses. ZAMM, 56

第三章に関する既発表論文

- i) 村上周三・加藤信介・近藤靖史 (1990.9) : 代数応力方程式モデルによる室内気流解析 (第一報) 2次元等温流れ場における代数応力モデルと  $k - \epsilon$  モデルの比較、日本建築学会計画系論文報告集、第415号、pp.21 - 28
- ii) 村上周三・加藤信介・近藤靖史 (昭和63年10月) : 応力方程式モデルによる室内気流解析 (その1) 代数応力方程式モデルと  $k - \epsilon$  型2方程式モデルの比較、日本建築学会大会梗概集、pp.759 - 760
- iii) 近藤靖史・村上周三・加藤信介 : 応力方程式モデルによる室内気流解析 (その2) 代数応力方程式モデルの数値計算手法と各項の検討、日本建築学会大会梗概集 (昭和63年10月)、pp.761 - 762
- iv) 村上周三・加藤信介・近藤靖史 (1989) : 代数応力方程式モデルによる室内気流解析 - 2次元等温・非等温流れ場の解析 - 生産研究41.1、pp.11 - 20

SECRET

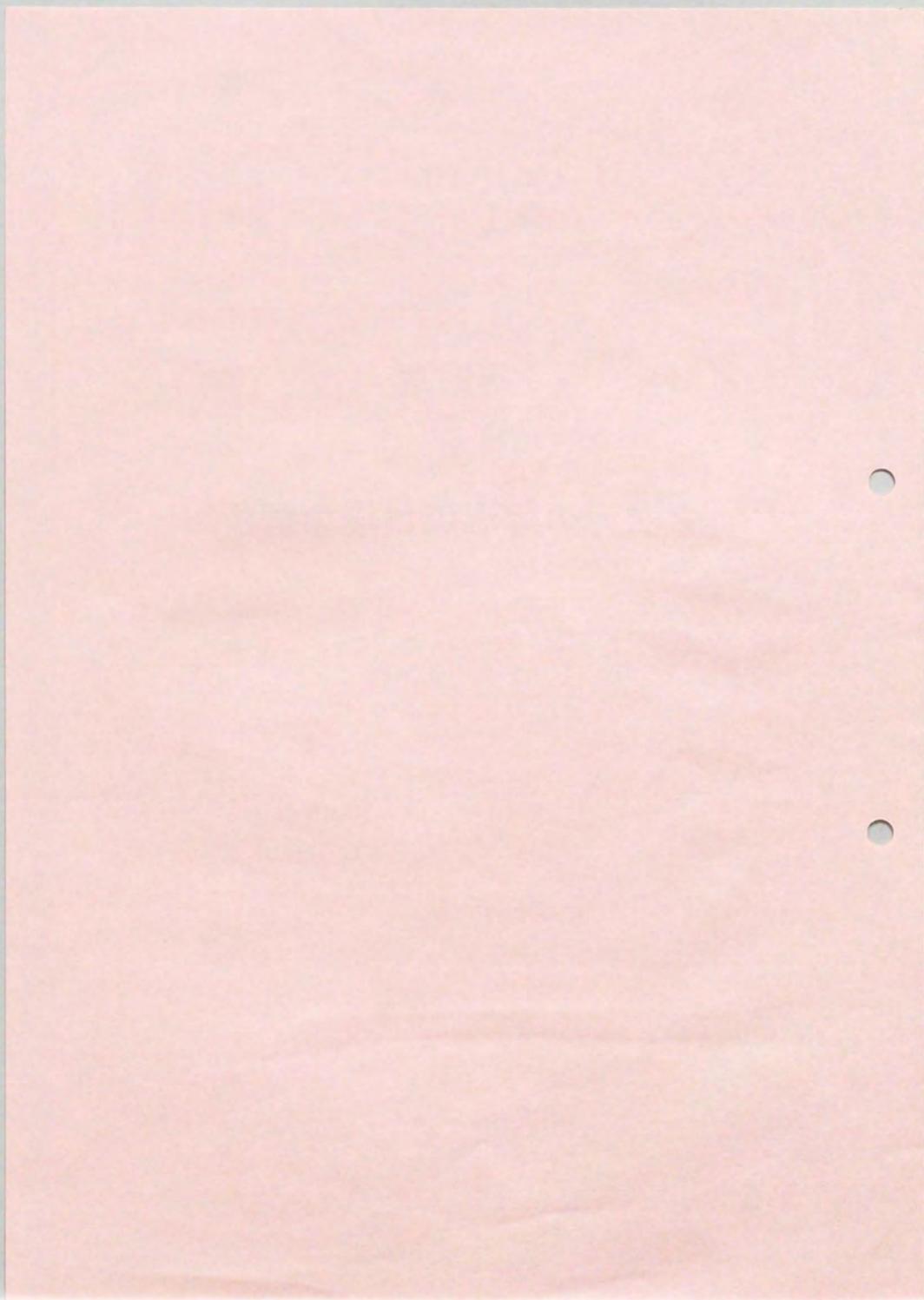
The following information is being furnished to you for your information only. It is not to be disseminated outside your organization. This information is being furnished to you for your information only. It is not to be disseminated outside your organization. This information is being furnished to you for your information only. It is not to be disseminated outside your organization.

SECRET

The following information is being furnished to you for your information only. It is not to be disseminated outside your organization. This information is being furnished to you for your information only. It is not to be disseminated outside your organization. This information is being furnished to you for your information only. It is not to be disseminated outside your organization.

## 第四章

### 2次元の等温流れ場の解析



## 第四章 2次元の等温流れ場の解析

### 4.1 はじめに

本章では2次元等温流れ場を対象として代数応力モデルと $k-\epsilon$ 型2方程式モデルの計算結果を比較し、乱流モデルの差異による結果の影響を検討する。特に流線の曲率の影響および、吸込口近傍の乱流エネルギーの値等について代数応力モデルと $k-\epsilon$ 型2方程式モデルで有意な差がみられた。

---

<記号>

|                                             |                                                                                                                                           |                                      |
|---------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| $U_i$ : $i$ 方向平均流速                          | $u_i$ : $i$ 方向流速の変動成分                                                                                                                     | $P$ : 圧力の平均値                         |
| $K$ : 平均運動エネルギー                             | $k$ : 乱流エネルギー                                                                                                                             | $C_k$ : $k$ の移流項                     |
| $D_k$ : $k$ の拡散項                            | $P_k$ : $k$ の生産項                                                                                                                          | $\epsilon$ : $k$ の散逸率                |
| $C_{ij}$ : $\overline{u_i u_j}$ の移流項        | $D_{ij}$ : $\overline{u_i u_j}$ の拡散項                                                                                                      | $P_{ij}$ : $\overline{u_i u_j}$ の生産項 |
| $\epsilon_{ij}$ : $\overline{u_i u_j}$ の散逸率 | $\Phi_{ij}$ : 圧力-歪相関項(Rotta項 $\Phi_{ij}^{(1)}$ 、Rapi項 $\Phi_{ij}^{(2)}$ )及びWall Reflection項 $\Phi_{ij}^{(1)}$ 、 $\Phi_{ij}^{(2)}$ で構成される) |                                      |
| $w_0$ は領域を囲む境界の総数                           | 上添え字( $w$ )は $w$ 番目の壁に関する値                                                                                                                |                                      |
| $n_i^w$ は $w$ 番目の壁に垂直な単位ベクトルの $i$ 成分        | $h_w^w$ は $w$ 番目の壁からの垂直距離                                                                                                                 |                                      |
| $\tau_w$ : 壁面せん断応力                          | オーバーバーは平均操作                                                                                                                               |                                      |
| $\delta_{ij}$ はクロネッカデルタ                     |                                                                                                                                           |                                      |

---

4.2 計算概要

図4.1に示すような2次元流れ場を対象として等温場の結果を示す。表4.1に代数応力モデルの基礎式を示す。表4.2に境界条件を表4.3に計算条件を示す。第三章で示した様に $\Phi_{ij}$ については表4.1中の(15)式に基づくモデル化に問題があると考え、これを無視して計算した。

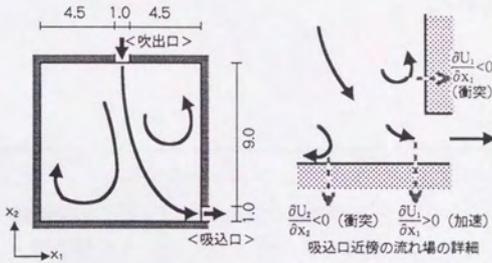


図4.1 計算対象流れ場 (2次元等温)

表 4.1 代数応力モデル (ASM) の基礎式 (等温)

|                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |
|-----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| (連続式)                       | $\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                               | (1)  |
| (運動方程式)                     | $\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial \overline{u_i u_i}}{\partial x_j}$                                                                                                                                                                                                                | (2)  |
| (k-方程式)                     | $\frac{Dk}{Dt} = D_k + P_k - \varepsilon$                                                                                                                                                                                                                                                                                             | (3)  |
| (ε-方程式)                     | $\frac{D\varepsilon}{Dt} = D_\varepsilon + \frac{\varepsilon}{k} (C_{e1} P_k - C_{e2} \varepsilon)$                                                                                                                                                                                                                                   | (4)  |
| ( $\overline{u_i u_j}$ 方程式) | $(P_k - \varepsilon) \frac{\overline{u_i u_j}}{k} = P_{ij} + \Phi_{ij} - \varepsilon_{ij}$                                                                                                                                                                                                                                            | (5)  |
|                             | $D_k = \frac{\partial}{\partial x_m} (C_k \overline{u_m u_t} \cdot \frac{k}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_t})$                                                                                                                                                                                                      | (6)  |
|                             | $D_\varepsilon = \frac{\partial}{\partial x_m} (C_\varepsilon \overline{u_m u_t} \cdot \frac{k}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_t})$                                                                                                                                                                        | (7)  |
|                             | $P_k = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i}$                                                                                                                                                                                                                                                                         | (8)  |
|                             | $P_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}$                                                                                                                                                                                                               | (9)  |
|                             | $\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \cdot \delta_{ij} \varepsilon$                                                                                                                                                                                                                                                                        | (10) |
|                             | $\Phi_{ij} = \Phi_{ij(1)} + \Phi_{ij(2)} + \Phi_{ij(3)} + \Phi_{ij(2)}$                                                                                                                                                                                                                                                               | (11) |
|                             | $\Phi_{ij(1)} = -C_1 \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k)$                                                                                                                                                                                                                                          | (12) |
|                             | $\Phi_{ij(2)} = -C_2 (P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P_k)$                                                                                                                                                                                                                                                                          | (13) |
|                             | $\Phi_{ij(3)} = \sum_{w=1}^{w_0} C_1' \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_k u_m} \cdot n_k^{(w)} \cdot n_m^{(w)} \cdot \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_i} \cdot n_k^{(w)} \cdot n_j^{(w)} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_j} \cdot n_k^{(w)} \cdot n_i^{(w)}) \cdot \frac{k^{3/2}}{C_\varepsilon \cdot h_n^{(w)} \varepsilon}$ | (14) |
|                             | $\Phi_{ij(2)} = \sum_{w=1}^{w_0} C_2' (\Phi_{km(2)} \cdot n_k^{(w)} \cdot n_m^{(w)} \cdot \delta_{ij} - \frac{3}{2} \Phi_{ki(2)} \cdot n_k^{(w)} \cdot n_j^{(w)} - \frac{3}{2} \Phi_{kj(2)} \cdot n_k^{(w)} \cdot n_i^{(w)}) \cdot \frac{k^{3/2}}{C_\varepsilon \cdot h_n^{(w)} \varepsilon}$                                         | (15) |
|                             | $C_1 : 1.8 \quad C_2 : 0.6 \quad C_1' : 0.5 \quad C_2' : 0.3 \quad C_k : 0.22 \quad C_\varepsilon : 0.16 \quad C_{e1} : 1.44 \quad C_{e2} : 1.92 \quad C_\varepsilon : 2.5$                                                                                                                                                           |      |

表 4.2 境界条件

|       |                                                                                                                                                                                         |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| (吹出口) | $U_t = 0 \quad U_n = -1.0 \quad k = 0.005 \quad \overline{u_i^2} = \overline{u_j^2} = \frac{2}{3} k \quad \overline{u_n u_t} = 0 \quad \ell = C_\mu \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} = 0.05$ |
| (吸込口) | $U_t = 0 \quad U_n = 1.0 \quad \frac{\partial k}{\partial x_n} = 0 \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_n} = 0 \quad \overline{u_n u_t} = 0$                                    |
| (壁面)  | $U_n = 0 \quad \frac{\partial U_t}{\partial x_n} = \frac{1}{7} \cdot \frac{(U) _{F.C.}}{h} \quad \varepsilon = C_\mu^{\frac{3}{4}} \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\kappa \cdot h}$              |
|       | $\overline{u_n u_t} = -C_\nu \frac{k^2}{\varepsilon} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{(U) _{F.C.}}{(x_n) _{F.C.} - (x_n) _B}$                                                              |

ここで添え字 t は接線方向を、n は法線方向を示す。h は壁から第 1 セル差分定義点までの距離。κ = 0.4。C<sub>μ</sub> = 0.09。( )|<sub>F.C.</sub> は第 1 セル差分定義点での値。( )|<sub>B</sub> は境界面での値。吸込口は x<sub>i</sub> の正の方向で定義している (図 4.1 参照)。諸量は吹出風速、吹出口幅で無次元化される。

表 4.3 計算条件

計算領域を 40 × 40 メッシュに分割。等間隔メッシュで Δx<sub>1</sub> = Δx<sub>2</sub> = 0.25, 吹出口・吸込口とも 4 メッシュに分割。計算スキームは U<sub>i</sub>, k, ε の移流項はすべて QUICK スキーム。ただし, ε のみ吸込口近傍で風上差分。時間差分は Adams - Bashforth スキーム。

### 4.3 計算結果と考察

#### 4.3.1 流線の分布 (図 4.2)

図の左側の渦についてはASMの方が $k - \varepsilon$ より流線が密であり、図の右側の渦については $k - \varepsilon$ の方が密である。このような差が生じる理由については4.4節で述べる。

#### 4.3.2 乱流エネルギー ( $k$ ) の分布 (図 4.3)

ASMの結果は $k - \varepsilon$ と比較して $k$ の値が吹出口近傍で大きく、吸込口近傍で小さい。また $k - \varepsilon$ で見られる吸込口エッジ部の特異な極値がかなり小さくなっており、 $k - \varepsilon$ で長年問題とされていた点に大きな改良が見られる。

#### 4.3.3 乱流エネルギーの散逸率 ( $\varepsilon$ ) の分布 (図 4.4)

$k$ と同様な差が見られる。

#### 4.3.4 乱流エネルギーの生産項 ( $P_k$ ) の分布 (図 4.5)

吹出口近傍では $\frac{\partial U_2}{\partial x_1}$ が非常に大きく両者とも $P_k (= -u_1^2 \frac{\partial U_1}{\partial x_1} - u_2^2 \frac{\partial U_2}{\partial x_2} - u_1 u_2 \frac{\partial U_1}{\partial x_2} - u_1 u_2 \frac{\partial U_2}{\partial x_1})$ も大きい、ASMの方が顕著である。

吸込口近傍については、図4.1右図に示すように噴流が壁面に衝突する領域と、吸込みにより $U_1$ が加速する領域からなる複雑な流れ場である。このような領域ではASMの $P_k$ の値は $k - \varepsilon$ より小さい。これはASMにおいては、これらの領域で図4.11 (a)、13 (a)に示すとおり、 $P_{22}$ と $P_{11}$ が逆符号となり、互いに打ち消し合い、これらの和である $P_k$ の値が極端に大きくなることのないためである。このような、流れが衝突する領域や加速する領域で $P_{11}$ と $P_{22}$ が逆符号となる構造を図4.6に示す。一方、 $k - \varepsilon$ ではEVMを用いるため、 $P_k = \frac{1}{2} \cdot \nu_t \left[ \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \frac{\partial U_1}{\partial x_1} \right]^2$ と常に正となるため、成分間で打ち消し合うことがなく、これらの領域で大きな値を持つことになる<sup>1), 2)</sup>。したがって $k - \varepsilon$ においては、前述の $k$ の過大評価が現われることとなる。

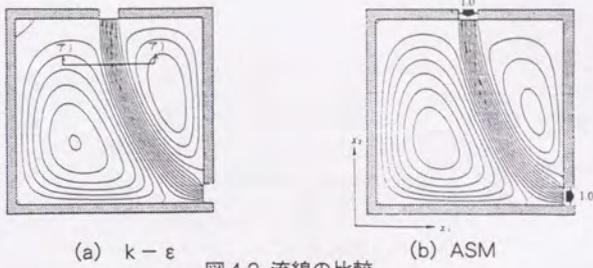


図4.2 流線の比較

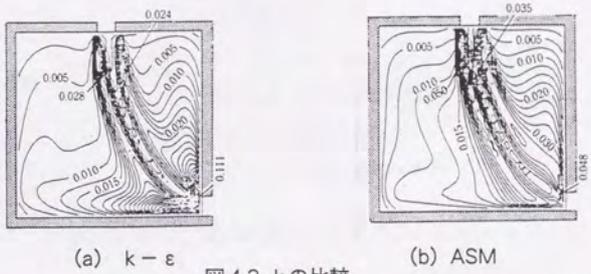


図4.3  $k$ の比較

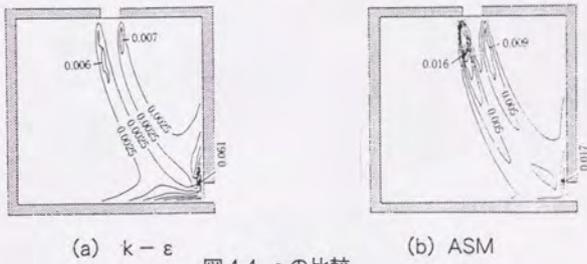


図4.4  $\epsilon$ の比較

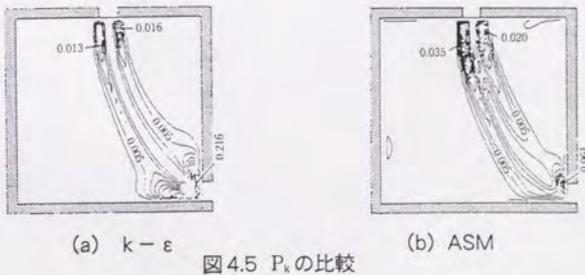


図4.5  $P_k$ の比較

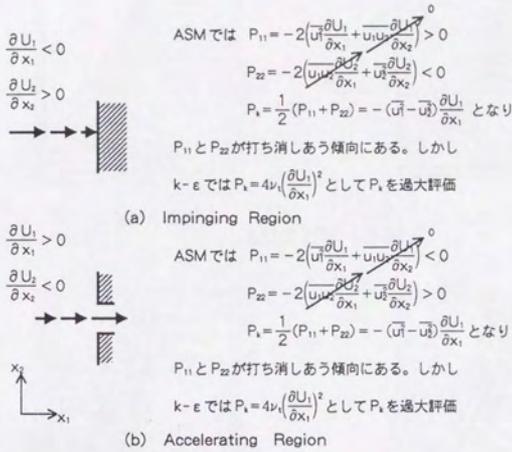


図4.6  $k-\varepsilon$  モデルにおける  $k$  の過大評価 (2次元で図示)

4.4 代数応力モデルとk-εモデルの流線の差について(補注4.1参照)

ここではASMとk-εで流線(図4.2参照)に差が生じる理由について平均運動エネルギー( $\frac{1}{2}U_i^2=K$ , 以降Kと記す)の輸送の差異を検討することによって説明する。Kの輸送方程式は次式で表わされる。

$$\frac{DK}{Dt} = -U_i \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} - U_i \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} \quad (4.1)$$

主流のジェットから2次流へのKの輸送が活発であれば当然、2次渦の流線が密になり、活発でなければ粗になる。

ASMとk-εを比較する場合、これらの結果の差異は主として $\overline{u_i u_j}$ の評価の差にあるので(4.1)式右辺第2項( $-U_i \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j}$ )について検討すればよい(この項は、通例は $\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$ (Kの消散項、すなわち-P)と $-\frac{\partial U_i \overline{u_i u_j}}{\partial x_j}$ (Kの乱流拡散項)の和の形で表現される)。

(4.1)式右辺第2項は2次元場では次の4項に分解される

$$-U_1 \frac{\partial \overline{u_1^2}}{\partial x_1}, -U_1 \frac{\partial \overline{u_1 u_2}}{\partial x_2}, -U_2 \frac{\partial \overline{u_2^2}}{\partial x_2}, -U_2 \frac{\partial \overline{u_1 u_2}}{\partial x_1} \quad (4.2)$$

主流近傍でのKの輸送が活発であるので以降この部分に着目して検討する。ここで後の議論の便宜上、図4.7に示すように噴流域に関し、L<sup>+</sup>、L<sup>-</sup>、R<sup>+</sup>、R<sup>-</sup>の各領域を定義しておく。

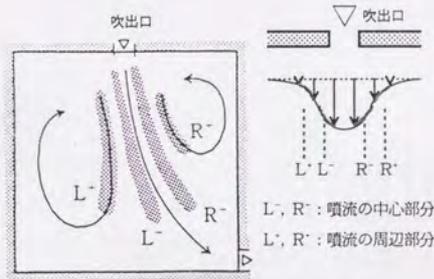


図4.7 L<sup>+</sup>、L<sup>-</sup>、R<sup>+</sup>、R<sup>-</sup>領域の定義

4.4.1 レイノルズストレスによる平均運動エネルギーKの輸送  $(-U_i \frac{\partial \overline{u_i u_i}}{\partial x_j})$  の比較

図4.8に(4.1)式右辺第2項の比較を示す。(4.1)式右辺第2項は両者とも図4.7L<sup>+</sup>、R<sup>+</sup>領域で正、L<sup>-</sup>、R<sup>-</sup>領域で負となり、主流から左右の渦に向かって平均運動エネルギー(K)が輸送されていることがわかる。ただし、ASMの方がk-εよりL<sup>+</sup>部で値がやや大きく、R<sup>+</sup>部でやや小さくなっており、図4.2に見られた流線の差に対応している。すなわちASMの方が左の渦の流速が大きく、右の渦の流速が小さくなっている。

図4.9に(4.1)式右辺第2項の各項を図4.2(a)に示したア) -ア)断面について示す。k-εとASMを比べると図4.7のL<sup>+</sup>、L<sup>-</sup>部では  $-U_2 \frac{\partial \overline{u_2^2}}{\partial x_2}$  の項に、R<sup>+</sup>、R<sup>-</sup>部では  $-U_2 \frac{\partial \overline{u_2^2}}{\partial x_2}$  および  $-U_2 \frac{\partial \overline{u_1 u_2}}{\partial x_1}$  の項に差が顕著である。したがってKの輸送でみられるk-εとASMとの差は、主にL<sup>+</sup>、L<sup>-</sup>、R<sup>+</sup>、R<sup>-</sup>部での  $\overline{u_2^2}$  およびR<sup>+</sup>、R<sup>-</sup>部の  $\overline{u_1 u_2}$  の評価の差に起因することがわかる。

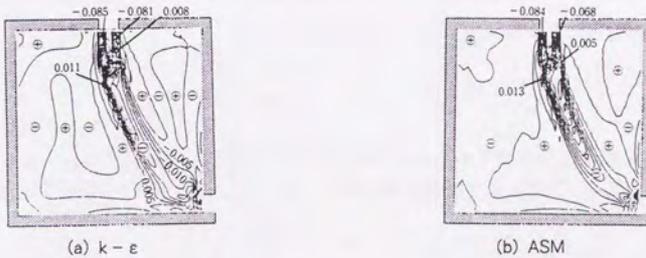


図4.8 ストレスによるKの輸送  $(-U_i \frac{\partial \overline{u_i u_i}}{\partial x_j})$  の比較

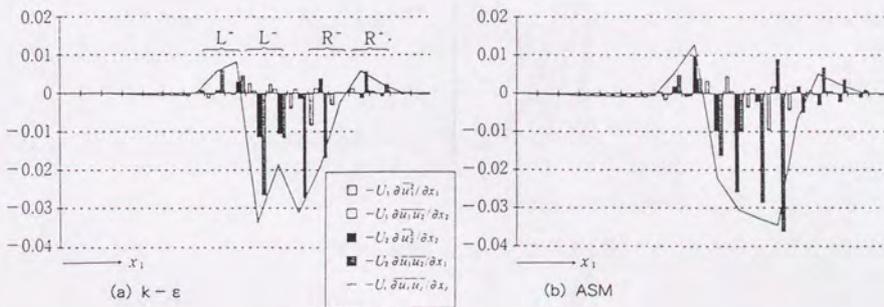


図4.9 ア) -ア)断面における  $(-U_i \frac{\partial \overline{u_i u_i}}{\partial x_j})$  の比較

4.4.2 レイノルズストレス  $\overline{u_i u_j}$  の比較

図4.10に $\overline{u_i u_j}$ の分布を示す。前節の考察より、次の2点について以下検討をしぼる。

- (i) 主流近傍の $\overline{u_2^2}$ の差
- (ii) 主流近傍、特にR<sup>+</sup>、R<sup>-</sup>部の $\overline{u_1 u_2}$ の差

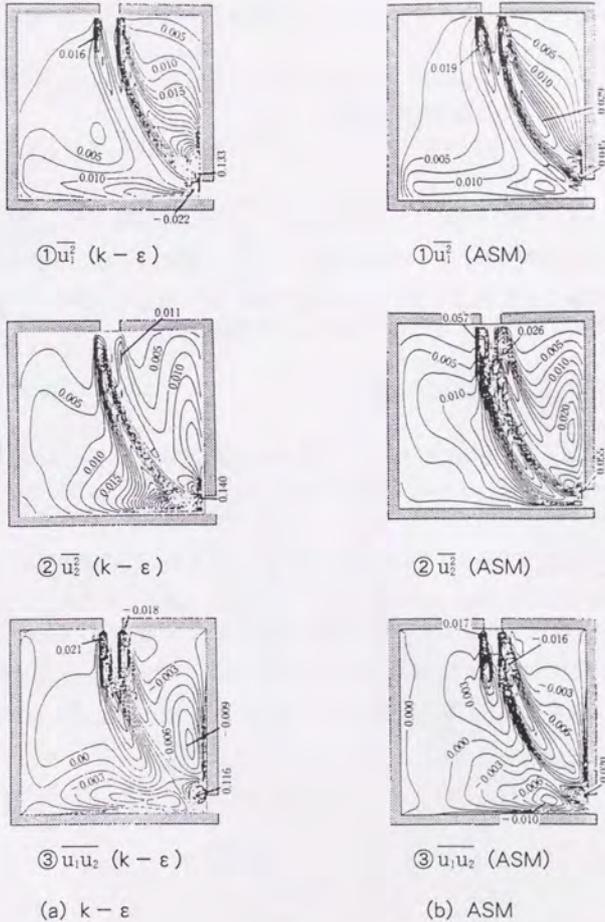


図4.10  $\overline{u_i u_j}$ の比較

(i) 主流近傍の  $\overline{u_2^2}$  の差について

主流近傍ではASMによる  $\overline{u_2^2}$  は  $k - \varepsilon$  のそれよりはるかに大きい (図4.10 (a) ②、(b) ②参照)。ASMと  $k - \varepsilon$  でこのような差が生じる理由はこの流れ場のメインシアである  $\frac{\partial U_2}{\partial x_1}$  が、ASMでは  $\overline{u_2^2}$  の生産項として直接、 $\overline{u_2^2}$  のレベルに反映されるのに対し、 $k - \varepsilon$  では  $\frac{\partial U_2}{\partial x_1}$  の影響は  $k$  のレベルを介して各ノルマルストレスに同等に反映される。すなわち、 $k - \varepsilon$  では  $\frac{\partial U_2}{\partial x_1}$  は  $k$  の生産項に現れ、 $k$  のレベルに反映されるが、各ノルマルストレスを  $\overline{u_2^2} = -2\nu \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \frac{2}{3}k$  (縮約を取らない) として評価するため、 $\frac{\partial U_2}{\partial x_1}$  の影響は  $\overline{u_1^2}$ 、 $\overline{u_2^2}$ 、 $\overline{u_3^2}$  に全く同等に現れる。

また  $L^+$ 、 $L^-$  部の  $\overline{u_2^2}$  のレベルは  $R^+$ 、 $R^-$  部よりはるかに大きく、この結果、図4.9よりわかるとおり、 $L^+$ 、 $L^-$  部の  $K$  の拡散が活発になる。

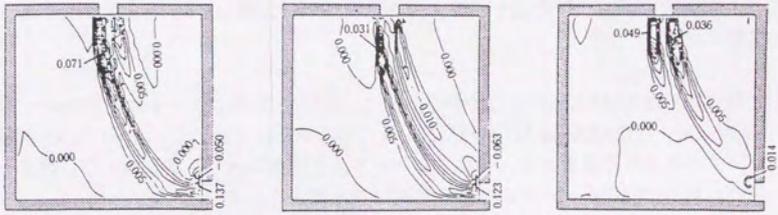
一般に  $\overline{u_i u_j}$  の分布はその生産項 ( $P_{ij}$ ) に強く依存する。したがって以下  $\overline{u_i u_j}$  の検討は  $P_{ij}$  に着目して行う。

図4.11に  $\overline{u_2^2}$  の生産項の分布を示す。主流近傍で  $\frac{\partial U_2}{\partial x_1}$  による生産 ( $-\overline{u_1 u_2} \frac{\partial U_2}{\partial x_1}$ 、図4.11 (c)) もかなりの値を持つが、 $\frac{\partial U_2}{\partial x_2}$  による生産 ( $-\overline{u_2^2} \frac{\partial U_2}{\partial x_2}$ 、図4.11 (b)) は Stream Line Curvature の影響で  $L^+$ 、 $L^-$  部で正、 $R^+$ 、 $R^-$  部で負となり (補注4.2参照)、これが  $\overline{u_2^2}$  のレベルにおける  $L^+$ 、 $L^-$  部と  $R^+$ 、 $R^-$  部の差に大きく影響する。

(ii)  $R^+$ 、 $R^-$  部の  $\overline{u_1 u_2}$  の差について

$R^+$ 、 $R^-$  部ではピーク値を除けばASMによる  $\overline{u_1 u_2}$  の値の絶対値は  $k - \varepsilon$  による  $\overline{u_1 u_2}$  より大きい (図4.10 (a) ③、(b) ③)。これについても  $P_{12}$  (図4.12) より以下のように説明できる。

$P_{12} = -\overline{u_1} \frac{\partial U_2}{\partial x_1} - \overline{u_2} \frac{\partial U_1}{\partial x_2}$  であり、この流れ場では  $\frac{\partial U_2}{\partial x_1}$  が大きく、 $P_{12}$  の主要項は  $-\overline{u_1} \frac{\partial U_2}{\partial x_1}$  である。 $R^+$ 、 $R^-$  部では図4.10よりわかるとおり、 $\overline{u_1^2}$  の値が大きく、したがって  $R^+$ 、 $R^-$  部の  $P_{12}$  が大きくなり、その結果  $\overline{u_1 u_2}$  の値が大きくなる。 $R^+$ 、 $R^-$  部の  $\overline{u_1^2}$  の値が大きい理由は  $P_{11}$  (図4.13) より理解できる。すなわち、Stream Line Curvature の影響で  $\frac{\partial U_1}{\partial x_1}$  による  $\overline{u_1^2}$  の生産 (図4.13 (b)) が  $R^+$ 、 $R^-$  部で大きくなり、その結果、 $\overline{u_1^2}$  の値が大きくなる。



(a)  $-\overline{u_2^2} \frac{\partial U_2}{\partial x_2} - \overline{u_1 u_2} \frac{\partial U_2}{\partial x_1}$  ( $P_{22}$ ) (b)  $-\overline{u_2^2} \frac{\partial U_2}{\partial x_2}$  ( $P_{22}$  の一部) (c)  $-\overline{u_1 u_2} \frac{\partial U_2}{\partial x_1}$  ( $P_{22}$  の一部)

図 4.11  $\overline{u_2^2}$  の生産項 (ASM,  $P_{22}$ )

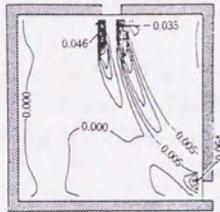
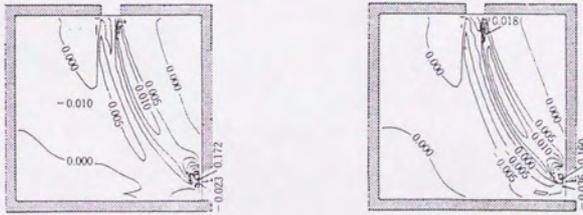


図 4.12  $\overline{u_1 u_2}$  の生産項 (ASM,  $P_{12}$ )

$$P_{12} = \left( -\overline{u_1^2} \frac{\partial U_2}{\partial x_1} - \overline{u_2^2} \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \right)$$



(a)  $-\overline{u_1^2} \frac{\partial U_1}{\partial x_1} - \overline{u_1 u_2} \frac{\partial U_1}{\partial x_2}$  ( $P_{11}$ ) (b)  $-\overline{u_1^2} \frac{\partial U_1}{\partial x_1}$  ( $P_{11}$  の一部)

図 4.13  $\overline{u_1^2}$  の生産項 (ASM,  $P_{11}$ )

#### 4.5 第四章結論

2次元等温流れ場を代数応力モデル (ASM) を用いて計算し、 $k-\epsilon$  と比較し、以下の知見を得た。

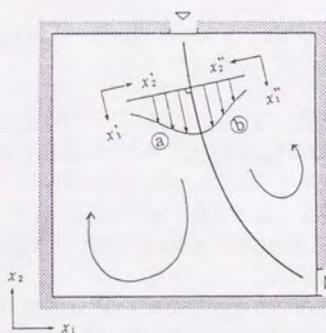
- ① 流線の結果は ASM と  $k-\epsilon$  で差がみられた。これは ASM は  $k-\epsilon$  より Stream Line Curvature Effect を妥当に評価しているためである。すなわち、ASM では、流線のカーブの外側への運動エネルギー輸送が  $k-\epsilon$  より活発であり、逆にカーブの内側への運動エネルギー輸送が  $k-\epsilon$  より活発でないことによる。
- ② ASM と  $k-\epsilon$  で見られた流線の差について平均運動エネルギー ( $K$ ) の輸送方程式から考察した。また両モデルでレイノルズストレスによる  $K$  の輸送の差を構造的に比較・検討した。
- ③ 両モデルで見られたレイノルズストレスの評価の差についてその生産項から検討し、ASM の方が妥当な評価を行っているものと予想されることを示した。
- ④ ASM は  $k$  の生産項 ( $P_k$ ) を  $k-\epsilon$  より適正に評価し得ており、したがって  $k$  および  $\epsilon$  の分布は、 $k-\epsilon$  より物理的に見て合理的な結果を与えていると考えられる。特に加速する領域や減速する領域での  $k-\epsilon$  は  $k$  を過大評価する傾向があるが、ASM ではそのようなことが無いことを示した。

補注 4.1

Stream Line Curvature Effectは第二章の乱流の"Eternal Triangle"と呼ばれるモデル<sup>3)</sup>によって以下のように説明できる。

いま補図 4.1 に示す③領域、①領域を考える。

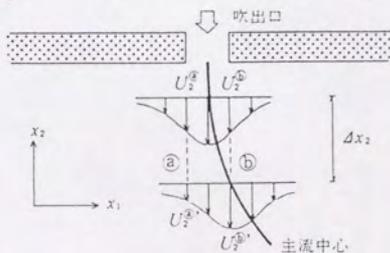
- ③領域：補図 4.1 に示すように流線に沿った座標を  $x_1'$  とし、流速が大きくなる方向を正とした  $x_2'$  をとれば前述の  $\frac{\partial U_2}{\partial x_1} = \delta > 0$  の場合に相当し、運動量拡散は活発となる。
- ①領域：補図 4.1 に示すように流線に沿った座標を  $x_1''$  とし、流速が大きくなる方向を正とした  $x_2''$  をとれば前述の  $\delta < 0$  の場合に相当し、運動量拡散は活発でない。



補図 4.1

補注 4.2

補図 4.2 より、 $\frac{\partial U_2}{\partial x_2}$  が吹出口近傍の左右で逆符号を持つことが理解できる。



$$\left. \frac{\partial U_2}{\partial x_2} \right|_{\text{③}} = \frac{U_2^{\text{③}} - U_2^{\text{①}}}{\Delta x_2} < 0 \quad \left. \frac{\partial U_2}{\partial x_2} \right|_{\text{①}} = \frac{U_2^{\text{①}} - U_2^{\text{③}}}{\Delta x_2} > 0$$

( $\because U_2^{\text{③}} < U_2^{\text{①}} < 0$ )                      ( $\because U_2^{\text{①}} < U_2^{\text{③}} < 0$ )

補図 4.2

第四章 参考文献

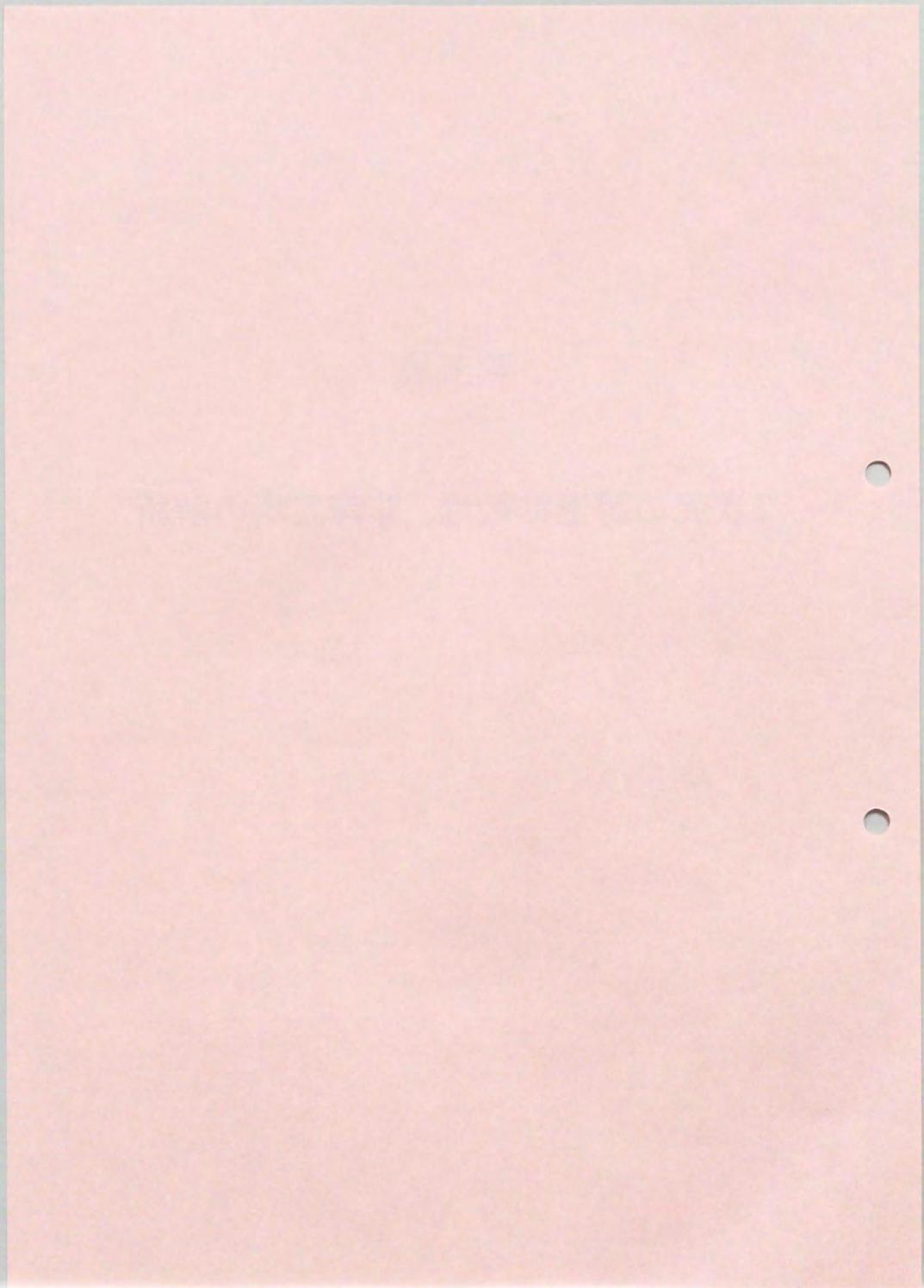
- 1) 野村豪、村上周三、加藤信介、佐藤正章：3次元乱流数値解析と模型実験—数値解析手法を用いる室内空気予測法に関する研究—その2—日本建築学会論文報告集、第292号昭和55年12月、pp.69—79
- 2) 林吉彦、村上周三、持田灯：建物周辺気流の数値シミュレーションの診断システムに関する研究（第5報） $k-\epsilon$ モデルにおける建物風上の $k$ の過大評価とモデルの改良、日本建築学会大会梗概集（昭和63年10月）、pp.779—780
- 3) Launder, B.E. : Second - moment closure, methodology and practice. Univ. Manchester Institute of Sci. and Tech. Rep. No. TFD/82/4 (1983)

第四章に關係する既発表論文

- i) 村上周三・加藤信介・近藤靖史：代数応力方程式モデルによる室内気流解析（第一報）2次元等温流れ場における代数応力モデルと $k-\epsilon$ モデルの比較、日本建築学会計画系論文報告集、第415号、pp.21—28（1990.9）
- ii) 村上周三・加藤信介・近藤靖史：応力方程式モデルによる室内気流解析（その1）代数応力方程式モデルと $k-\epsilon$ 型2方程式モデルの比較、日本建築学会大会梗概集（昭和63年10月）、pp.759—760
- iii) 近藤靖史・村上周三・加藤信介：応力方程式モデルによる室内気流解析（その2）代数応力方程式モデルの数値計算手法と各項の検討、日本建築学会大会梗概集（昭和63年10月）、pp.761—762
- iv) 村上周三・加藤信介・近藤靖史：代数応力方程式モデルによる室内気流解析 — 2次元等温・非等温流れ場の解析— 生産研究41.1（1989）、pp.11—20

## 第五章

2次元の等温拡散場、非等温場の解析



## 第五章 2次元の等温拡散場、非等温場の解析

### 5.1はじめに

前章<sup>1)</sup>において2次元等温流れ場を対象として代数応力モデル (Algebraic Stress ModelあるいはAlgebraic Second - Moment Model、以降ASMと略す)の有効性を  $k - \epsilon$ 型方程式モデル (以降、 $k - \epsilon$ と略す)との比較等により検討した。ASMは特にレイノルズストレス ( $\overline{u_i u_j}$ ) や乱流スカラーフラックス ( $\overline{u_i \theta}$ ) の非等方性が大きな問題となる流れ場、例えば流線の曲率が大きい流れ場、あるいは浮力の作用する流れ場の予測に非常に有効な乱流モデルである<sup>2),3)</sup>。特に浮力等、一方向の体積力が作用する乱流流れ場ではその乱れ性状に関し非等方性が問題となることが多い。

本章ではASMを用いて2次元等温スカラー拡散場および2次元非等温流れ場について検討する。まず、流れ場が比較的単純な等温場でスカラーの拡散を解析する。すなわちこの場合、運動方程式中には浮力効果は現れない。このようなスカラー場についてASMと  $k - \epsilon$ で見られるスカラーフラックス  $\overline{u_i \theta}$  の評価の差を構造的に検討する。またスカラーフラックス  $\overline{u_i \theta}$  の輸送方程式に現れるスカラー変動の2乗  $\overline{\theta^2}$ 、およびその散逸項  $\epsilon_\theta$  のモデル化について等温スカラー拡散場で検討し、妥当なモデルを選定し、非等温場の解析ではここで選定されたモデルを使うこととする。次に非等温場についてASMと  $k - \epsilon$ で見られる流線、乱流エネルギー  $k$  および温度  $\theta$  の分布の差を流線の曲率の影響、 $k$  の生産項  $P_k$ 、 $\overline{u_i u_j}$ 、 $\overline{u_i \theta}$  等の差から検討する。

本章の計算で用いたASMの基礎式を表5.1に、数値定数を表5.2に示す。

#### <記号>

|                                                                         |                                                |                           |
|-------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|---------------------------|
| $U_i$ : $i$ 方向平均流速                                                      | $u_i$ : $i$ 方向流速の変動成分                          | $P$ : 圧力の平均値              |
| $k$ : 乱流エネルギー                                                           | $D_k$ : $k$ の拡散項                               | $P_k$ : $k$ の生産項          |
| $G_k$ : $k$ の浮力による生産項                                                   | $\epsilon$ : $k$ の散逸率                          | $\Theta$ : 温度の平均値         |
| $\theta$ : 温度の変動成分                                                      | $g_i$ : $i$ 方向重力加速度                            | $\beta$ : 体膨張係数           |
| $\overline{\theta^2}$ : 温度変動強度                                          | $\epsilon_\theta$ : $\overline{\theta^2}$ の散逸項 | $P_{ij}$ : $u_i u_j$ の生産項 |
| $\epsilon_{ij}$ : $u_i u_j$ の散逸率                                        | $G_{ij}$ : $u_i u_j$ の浮力による生産項                 | $\Phi_{ij}$ : 圧力-歪相関      |
| $P_{\theta(1)}, P_{\theta(2)}, G_\theta$ : $\overline{u_i \theta}$ の生産項 | $\Phi_\theta$ : 圧力-温度勾配相関                      | $w_i$ : 領域を囲む境界の総数        |
| 上添え字 ( $w$ ) は $w$ 番目の壁に関する値                                            | $n_i^*$ : $w$ 番目の壁に垂直な単位ベクトルの $i$ 成分           |                           |
| $h_w^*$ は $w$ 番目の壁からの垂直距離                                               |                                                |                           |
| $R$ : スカラー変動の時間スケールと速度変動の時間スケールの比 (表5.5②式)                              |                                                |                           |
| $\tau_w$ : 壁面せん断応力                                                      | $u^*$ : 壁面摩擦速度                                 | $\theta^*$ : 壁面摩擦温度       |
| $u^* \theta^*$ : 壁面对流熱フラックス                                             | $q_{iL}, q_{iR}$ 等は壁面スカラーフラックス                 |                           |
| オーバーバーは平均操作                                                             | $\delta_{ij}$ はクロネッカデルタ                        |                           |

表5.1 代数応力モデルの基礎式(非等温場)

|                                 |                                                                                                                                                                                                                                                              |     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |                                                                                                                                                                                        |      |
|---------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| (Continuity Eq.)                | $\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0$                                                                                                                                                                                                                      | (1) | $D_x = \frac{\partial}{\partial x_n} (C_n \overline{u_n u_i} \cdot \frac{k}{\epsilon} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_i})$                                                                                                                                                                                                                                                                        | (10) | $D_\epsilon = \frac{\partial}{\partial x_n} (C_n \overline{u_n u_i} \cdot \frac{k}{\epsilon} \cdot \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i})$                                            | (11) |
| (Momentum Eq.)                  | $\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} - g_i \beta \cdot \theta$                                                                                                              | (2) | $D_\rho = \frac{\partial}{\partial x_n} (C_n \overline{u_n u_i} \cdot \frac{k}{\epsilon} \cdot \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x_i})$                                                                                                                                                                                                                                                   | (12) | $D_{\theta^2} = \frac{\partial}{\partial x_n} (C_n \overline{u_n u_i} \cdot \frac{k}{\epsilon} \cdot \frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial x_i})$                                   | (13) |
| (k-Eq.)                         | $\frac{Dk}{Dt} = D_k + P_k + G_k - \epsilon$                                                                                                                                                                                                                 | (3) | $P_k = -\overline{u_i u_i} \frac{\partial U_i}{\partial x_i}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | (14) | $P_{\theta^2} = -\overline{u_i u_i} \frac{\partial U_i}{\partial x_i} - \overline{u_i u_i} \frac{\partial U_i}{\partial x_i}$                                                          | (15) |
| (ε-Eq.)                         | $\frac{D\epsilon}{Dt} = D_\epsilon + \frac{\epsilon}{k} (C_{\epsilon 1} P_k + C_{\epsilon 2} G_k - C_{\epsilon 3} \epsilon)$                                                                                                                                 | (4) | $P_\epsilon = -2 \cdot \overline{u_i \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x_i}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | (16) | $\epsilon_{ij} = \frac{2}{3} \cdot \delta_{ij} \cdot \epsilon$                                                                                                                         | (17) |
| (θ-Eq.)                         | $\frac{D\theta}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} (-\overline{u_i \theta})$                                                                                                                                                                                | (5) | $G_k = -\overline{u_i \theta} \cdot g_i \cdot \beta$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | (18) | $G_{\theta^2} = -\overline{u_i \theta} \cdot g_i \cdot \beta - \overline{u_i \theta} \cdot g_i \cdot \beta$                                                                            | (19) |
| ( $\overline{\theta^2}$ -Eq.)   | $\frac{D\overline{\theta^2}}{Dt} = D_{\theta^2} + P_{\theta^2} - 2 \cdot \epsilon_\theta$                                                                                                                                                                    | (6) | $G_{\theta^2} = -g_i \cdot \beta \cdot \overline{\theta^2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | (20) | $P_{i\theta^2} = -\overline{u_i \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_i}$                                                                                                             | (21) |
| ( $\epsilon_\theta$ -Eq.)       | $\frac{D\epsilon_\theta}{Dt} = D_{\theta^2} + \left( C_{\theta^2 1} \frac{P_k}{\overline{\theta^2}} + C_{\theta^2 2} \frac{P_k}{k} - C_{\theta^2 3} \frac{\epsilon_\theta}{\overline{\theta^2}} - C_{\theta^2 4} \frac{\epsilon}{k} \right) \epsilon_\theta$ | (7) | $\Phi_{i1} = \Phi_{i1\theta^2} + \Phi_{i1\theta^2} + \Phi_{i1\theta^2} + \Phi_{i1\theta^2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | (22) | $\Phi_{i1\theta^2} = -C_{i1} \frac{\epsilon}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k)$                                                                                      | (24) |
| ( $\overline{u_i u_j}$ -Eq.)    | $(P_k + G_k - \epsilon) \frac{\overline{u_i u_j}}{k} = P_{ij} + \Phi_{ij} + G_{ij} - \epsilon_{ij}$                                                                                                                                                          | (8) | $\Phi_{i2} = -C_{i2} (P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P_k)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | (23) | $\Phi_{i2\theta^2} = -C_{i2} (G_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} G_k)$                                                                                                                   | (25) |
| ( $\overline{u_i \theta}$ -Eq.) | $\frac{1}{2} \left( \frac{1}{k} (P_k + G_k - \epsilon) + \frac{1}{\overline{\theta^2}} (P_\epsilon - 2 \cdot \epsilon_\theta) \right) \overline{u_i \theta}$<br>$= P_{i\theta^2} + P_{i\theta^2} + \Phi_{i\theta^2} + G_{i\theta^2}$                         | (9) | $\Phi_{i3} = \sum_{n=1}^3 C_{i3n} \frac{\epsilon}{k} (\overline{u_i u_n} \cdot \overline{u_n \theta} \cdot \overline{u_n \theta} \cdot \overline{u_n \theta} \cdot \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_i u_j} \cdot \overline{u_n \theta} \cdot \overline{u_n \theta} \cdot \overline{u_n \theta})$<br>$\Phi_{i4} = \Phi_{i4\theta^2} + \Phi_{i4\theta^2} + \Phi_{i4\theta^2} + \Phi_{i4\theta^2}$ | (26) | $\Phi_{i3} = -\frac{3}{2} \overline{u_i u_j} \cdot \overline{u_n \theta} \cdot \overline{u_n \theta} \cdot \overline{u_n \theta} \cdot \frac{k^{1.75}}{C_i \cdot h_i^{0.75} \epsilon}$ | (27) |
|                                 |                                                                                                                                                                                                                                                              |     | $\Phi_{i4\theta^2} = -C_{i4\theta^2} P_{i\theta^2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | (28) | $\Phi_{i4\theta^2} = -C_{i4\theta^2} \frac{\epsilon}{k} \cdot \overline{u_i \theta}$                                                                                                   | (29) |
|                                 |                                                                                                                                                                                                                                                              |     | $\Phi_{i5\theta^2} = -\sum_{n=1}^3 C_{i5n} \frac{\epsilon}{k} \cdot \overline{u_i \theta} \cdot \overline{u_n \theta} \cdot \overline{u_n \theta} \cdot \overline{u_n \theta} \cdot \frac{k^{1.75}}{C_i \cdot h_i^{0.75} \epsilon}$                                                                                                                                                                  | (30) | $\Phi_{i5\theta^2} = -C_{i5\theta^2} G_{i\theta^2}$                                                                                                                                    | (31) |
|                                 |                                                                                                                                                                                                                                                              |     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | (32) |                                                                                                                                                                                        |      |

表5.2 代数応力モデルにおける数値定数

|                      |                       |                        |                       |                       |                       |                        |                        |                        |             |
|----------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|-------------|
| $C_1: 1.8$           | $C_2: 0.6$            | $C_3: 0.6$             | $C'_1: 0.5$           | $C_k: 0.22$           | $C_\epsilon: 0.16$    | $C_{\epsilon 1}: 1.44$ | $C_{\epsilon 2}: 1.92$ | $C_{\epsilon 3}: 1.44$ | $C_0: 0.15$ |
| $C_{\theta^2}: 0.15$ | $C_{\theta^2 1}: 0.9$ | $C_{\theta^2 2}: 0.72$ | $C_{\theta^2 3}: 2.2$ | $C_{\theta^2 4}: 0.8$ | $C_{\theta^2 1}: 3.0$ | $C_{\theta^2 2}: 0.5$  | $C_{\theta^2 3}: 0.3$  | $C'_{\theta^2 1}: 0.5$ | $C_i: 2.5$  |

5.2 2次元等温拡散場の計算結果と考察

5.2.1 計算概要

前章と同様、図5.1に示すような2次元等温流れ場を対象とし、左右の壁でスカロの発散・吸収があるような拡散場を計算する。当然のことながらここでは表5.1 (2) 式の浮力項  $(-g \cdot \beta \cdot \theta)$  等は含まれない。境界条件を表5.3、計算条件を表5.4に示す。速度の境界条件は表5.3に示すようにベキ指数を1/7としたベキ乗則を用いている。また非等温流れ場の場合、スカロの乱流変動強度  $(\overline{\theta^2})^{\text{Mod.5.1}}$  が表5.1 (22) 式や (31) 式のかたちで  $\overline{u\theta}$  の輸送方程式に現れる。特に表5.1 (22) 式は  $\overline{\theta^2}$  が  $\overline{u\theta}$  の生産項の一つとして  $\overline{u\theta}$  に大きな影響を与えるものとなり得ることを示している。一方、等温拡散場の場合、表5.1 (22) 式および (31) 式はゼロとなり、 $\overline{u\theta}$  の予測値に対する  $\overline{\theta^2}$  の影響は小さい。ただし、前述の  $\overline{u\theta}$  の輸送方程式を代数化した場合 (表5.1 (33) 式、(9) 式左辺)、等温拡散場においても  $\overline{u\theta}$  の輸送方程式の中に  $\overline{\theta^2}$  やその散逸率  $(\epsilon_\theta)$  が現れる。本章ではこれら  $\overline{\theta^2}$  や  $\epsilon_\theta$  について先ず等温拡散場で表5.5に示す3種のモデルを用いて検討し、この結果を踏まえて非等温場を検討した。この章で示す等温拡散場の計算では重力加速度  $g_x = 0.0$  として表5.1の方程式系を解いている (補注5.2参照)。なお、流線、 $k$ 、 $\epsilon$ 、 $\overline{u u_i}$  等の結果については前章で既に説明している。今回の考察の参考のために図5.2 (流線)、図5.3 ( $k$  の分布) を添付する。

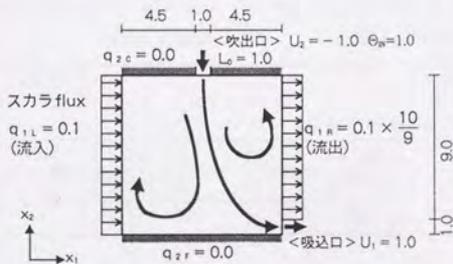


図5.1 計算対象流れ場 (2次元等温拡散場)

表5.3 境界条件 (2次元等温拡散場)

|       |                                                                                                                                                              |                                                                               |                                                          |                                                                                                                          |                                                                                                                |                                               |                                                                                                                |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| (吹出口) | $U_i=0.0$                                                                                                                                                    | $U_n=-1.0$                                                                    | $k=0.005$                                                | $\overline{u_i^2}=\overline{u_n^2}=\frac{2}{3}k$                                                                         | $\overline{u_n u_i}=0.0$                                                                                       | $\ell=C_\mu \frac{k^{3/2}}{\varepsilon}=0.05$ | $\Theta_{IN}=1.0$                                                                                              |
|       | $\overline{\theta^2}_{IN}=0.0001$ $\varepsilon_{\theta IN}=\frac{1}{2 \cdot R} \cdot \frac{\varepsilon_{IN}}{k_{IN}} \cdot \overline{\theta^2}_{IN} (R=0.8)$ |                                                                               |                                                          |                                                                                                                          |                                                                                                                |                                               |                                                                                                                |
| (吸込口) | $U_i=0.0$                                                                                                                                                    | $U_n=1.0$                                                                     | $\frac{\partial k}{\partial x_n}=0.0$                    | $\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_n}=0.0$                                                                          | $\overline{u_n u_i}=0.0$                                                                                       | $\frac{\partial \Theta}{\partial x_n}=0.0$    | $\frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x_n}=0.0$ $\frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial x_n}=0.0$ |
| (壁面)  | $U_n=0.0$                                                                                                                                                    | $\frac{\partial U_i}{\partial x_n}=\frac{1}{7} \cdot \frac{(U_i) _{F.C.}}{h}$ | $\varepsilon=C_\mu^{3/4} \frac{k^{3/2}}{\kappa \cdot h}$ | $\overline{u_n u_i}=-C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{(U_i) _{F.C.}}{(x_n) _{F.C.}-(x_n) _B}$ | $\frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x_n}=0.0$ $\frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial x_n}=0.0$ |                                               |                                                                                                                |
|       | 図5.1 左壁面でのスカラフラックス ( $u^* \theta^*$ ): $q_{iL}=0.1$ (流入)                                                                                                     |                                                                               |                                                          |                                                                                                                          |                                                                                                                |                                               |                                                                                                                |
|       | 図5.1 右壁面でのスカラフラックス: $q_{iR}=0.1 \times \frac{10}{9}$ (流出)                                                                                                    |                                                                               |                                                          |                                                                                                                          |                                                                                                                |                                               |                                                                                                                |
|       | 図5.1 上下壁面でのスカラフラックス: $q_{iF}=q_{iC}=0.0$                                                                                                                     |                                                                               |                                                          |                                                                                                                          |                                                                                                                |                                               |                                                                                                                |

ここで添え字  $i$  は接線方向を、 $n$  は法線方向を示す。 $h$  は壁から第1セルのスカラ定義点までの距離。 $\kappa=0.4$ 、 $C_\mu=0.09$ 、 $(\ )|_{F.C.}$  は第1セル差分定義点での値。 $(\ )|_B$  は境界面での値。吸込口は  $x_i$  の正の方向で定義している (図5.1 参照)。図中の諸量は吹出風速、吹出口幅及び  $q_{iL}$  で無次元化される。

表5.4 計算条件

計算領域を  $40 \times 40$  メッシュに分割。等間隔メッシュで  $\Delta x_1 = \Delta x_2 = 0.25$ 、吹出口・吸込口とも4メッシュに分割。計算スキームは  $U_i$ 、 $k$ 、 $\varepsilon$  の移流項はすべて QUICK スキーム。ただし、 $\varepsilon$  のみ吸込口近傍で風上差分。 $\theta$  の移流項は風上差分。時間差分は Adams - Bashforth スキーム。 $\overline{u\theta}$  の定義点は  $\frac{\partial \theta}{\partial x_i}$  と同じ位置である。

表5.5  $\overline{\theta^2}$ 、 $\varepsilon_\theta$  のモデルの検討ケース

|                           | CASE1(*1) | CASE2(*2) | CASE3 |
|---------------------------|-----------|-----------|-------|
| $\overline{\theta^2}$ の評価 | 局所平衡      | 輸送方程式     | 輸送方程式 |
| $\varepsilon_\theta$ の評価  | R一定       | R一定       | 輸送方程式 |

(\*1) CASE1では  $\overline{\theta^2}$  の局所平衡より①式が成立する。

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{2} \cdot P_\theta \quad \dots \textcircled{1}$$

スカラ変動の時間スケールと速度変動の時間スケールの比は次式で定義される。すなわち

$$R \equiv \frac{\{(\overline{\theta^2}/2)/\varepsilon_\theta\}}{(k/\varepsilon)} \quad \dots \textcircled{2}$$

このRを一定 (=0.8) と仮定すると①、②式より  $\varepsilon_\theta$  を消去し③式で  $\overline{\theta^2}$  が求まる。

$$\overline{\theta^2} = R \cdot \frac{k}{\varepsilon} \cdot P_\theta \quad \dots \textcircled{3}$$

(\*2) CASE2ではR一定 (=0.8) として②式を書き直した④式で  $\varepsilon_\theta$  を求める。

$$\varepsilon_\theta = \frac{\overline{\theta^2}}{2 \cdot R} \cdot \frac{\varepsilon}{k} \quad \dots \textcircled{4}$$

5.2.2 スカラー ( $\theta$ ) の分布 (図5.4、補注5.3参照)

スカラー $\theta$ の分布はASMと $k-\varepsilon$ の間でそれほど差がない。これは後述の $\overline{u\theta}$ の分布にかなりの差が見られることと異なっている。その理由はここで対象とした流れ場では $\theta$ の輸送がほとんど平均流による移流輸送であることに起因する。また図5.2に示されるとおり、ASMは図の左上で $k-\varepsilon$ より速度がやや大きく、右上でやや小さい。このためASMでは $k-\varepsilon$ より図の左上での $\theta$ の移流輸送が活発であり $\theta$ の極値が小さくなっている。また逆に図の右上では $\theta$ の移流輸送は $k-\varepsilon$ の方が活発で $\theta$ の極値が小さい。

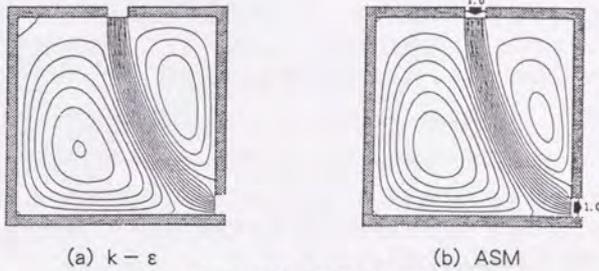


図5.2 流線の結果 (等温)

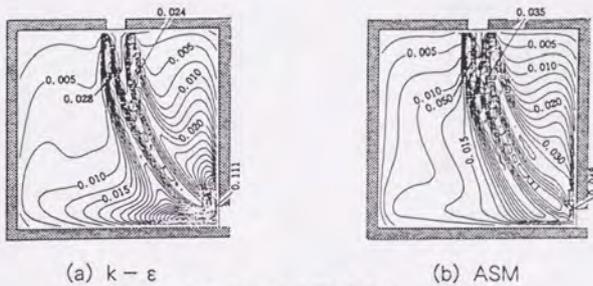


図5.3  $k$ の分布 (等温)

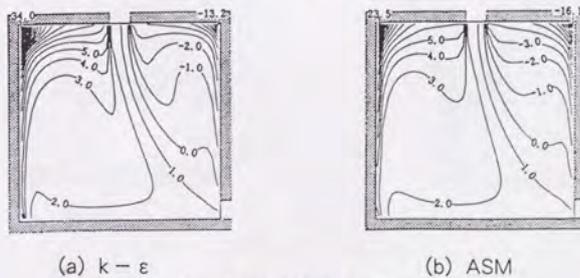


図5.4  $\theta$ の結果 (等温)

5.2.3 スカラーの乱流フラックス ( $\overline{u\theta}$ ) の分布 (図5.5)

$\overline{u\theta}$ の輸送方程式(9)式からわかるとおり、 $\overline{u\theta}$ は $\theta$ の各方向の空間勾配 $\frac{\partial\theta}{\partial x_i}$ および平均速度の勾配 $\frac{\partial U_i}{\partial x_j}$ から生産される。ASMはこの効果を組み込んだモデルであるのに対し、 $k-\varepsilon$ で用いられる渦粘性/渦拡散近似(EVM/EDM)では単に渦粘性係数 $\nu_t$ および $\frac{\partial\theta}{\partial x_i}$ のみに依存する( $k-\varepsilon$ では $\overline{u\theta}$ をEDMで近似する。すなわち $\overline{u\theta} = -\frac{\nu_t}{\sigma_\theta} \cdot \frac{\partial\theta}{\partial x_i}$ )として計算した。ただし、 $\sigma_\theta$ は0.9がよく用いられるが、本章では $\sigma_\theta = 1.0$ としている。本章で対象とした流れ場のように $\theta$ の空間勾配のうち $\frac{\partial\theta}{\partial x_1}$ が卓越して大きい場合、 $k-\varepsilon$ では $\overline{u_1\theta}$ の値は大きいが、 $\overline{u_2\theta}$ は値が小さいという結果となる(図5.5(a))。一方、ASMでは $\overline{u_2\theta}$ についても $\overline{u_1\theta}$ と同程度の値を持つ(図5.5(b))。この結果は図5.6に示す $\overline{u_2\theta}$ の生産項を見れば理解できる。すなわち $\overline{u_2\theta}$ の生産項で卓越したものは $\frac{\partial\theta}{\partial x_1}$ (図5.6(b))および $\frac{\partial U_2}{\partial x_1}$ (図5.6(d))に係わる項であり、これらはEDMの評価で現れる唯一の温度勾配 $\frac{\partial\theta}{\partial x_2}$ (図5.6(a))に係わる項よりはるかに大きい。その結果ASMでの $\overline{u_2\theta}$ はEDMのそれよりはるかに大きく評価される。以上のように $\overline{u\theta}$ の生産項を忠実に組み込んだASMとEDMに基づく $k-\varepsilon$ では $\overline{u\theta}$ の評価に大きな差が現れ、ASMのほうが原理的に明らかに $\overline{u\theta}$ を適正に評価し得ている。

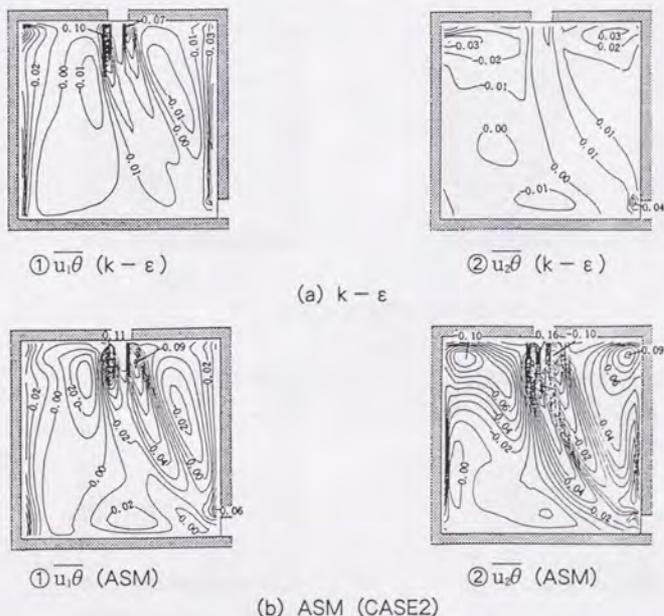


図5.5  $\overline{u\theta}$ の分布 (等温)

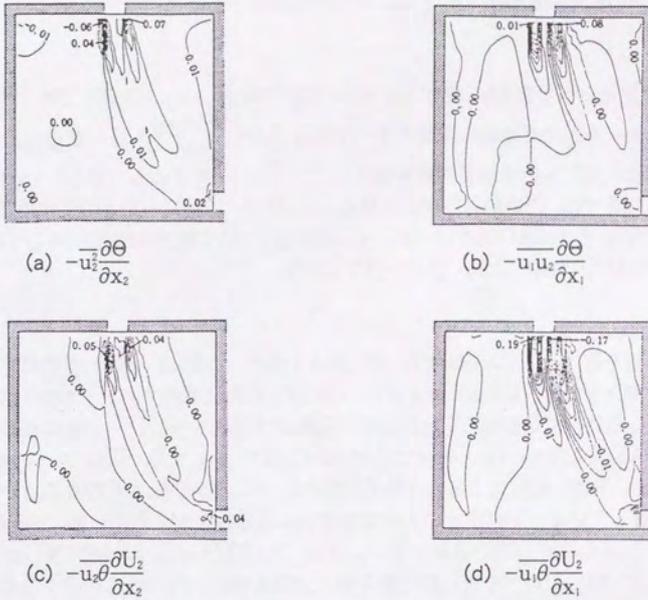


図 5.6  $\overline{u_2 \theta}$  の生産項  $P_{2\theta(1)}$  と  $P_{2\theta(2)}$  (等温、ASM (CASE2))

5.2.4 スカラーの乱流変動強度 ( $\bar{\theta}^2$ ) およびその散逸率 ( $\varepsilon_\theta$ ) のモデル (表5.5、補注5.4参照)

$\bar{\theta}^2$ 、 $\varepsilon_\theta$ の算定法として表5.5に示す3ケースについて検討した。CASE1では スカラ変動の時間スケールと速度変動の時間スケールの比 ( $R = \frac{\{(\bar{\theta}^2/2)/\varepsilon_\theta\}}{(k/\varepsilon)}$ ) を一定とし、また  $\bar{\theta}^2$ に関して (6) 式において局所平衡を仮定して、 $\bar{\theta}^2$ 、 $\varepsilon_\theta$ を求める (表5.5 (\*1) 参照)。またCASE2では  $\bar{\theta}^2$ の輸送方程式を解き、 $\varepsilon_\theta$ についてはR一定として求める (表5.5 (\*2) 参照)。またCASE3では  $\bar{\theta}^2$ 、 $\varepsilon_\theta$ の両者について輸送方程式を解く ( $\varepsilon_\theta$ の輸送方程式は文献5) に準じた)。結果を以下に示す。

①  $\bar{\theta}^2$  (図5.7)

$\bar{\theta}^2$ に局所平衡を仮定するCASE1での  $\bar{\theta}^2$  (図5.7 (a)) は表5.5 (\*1) ③式で評価され、乱流の時間スケール ( $k/\varepsilon$ ) および  $P_\theta$  (図5.8) のみに依存する。したがって  $\bar{\theta}^2$ の分布はこれらの分布に対応し、吹出口近傍や隅角部で極値を持ち、その値は極めて大きい。一方CASE2 (図5.7 (b)) およびCASE3 (図5.7 (c)) では  $\bar{\theta}^2$ について輸送方程式を解くため、移流・拡散による輸送効果が組み込まれ、CASE1と比較するとかなり極値が小さくなっている。特に吹出口近傍では移流による輸送が大きく、 $P_\theta$  (図5.8) の値が大きいにも係わらず  $\bar{\theta}^2$ の値が小さい。またCASE3は  $\varepsilon_\theta$ の値 (図5.9 (c)) がCASE2 (図5.9 (b)) と較べて吸込口近傍を除く空間全体で、特に壁近傍等を中心とした領域でやや小さいため、CASE3はCASE2より  $\bar{\theta}^2$ の値がやや大きい。

②  $\varepsilon_\theta$  (図5.9)

$\bar{\theta}^2$ に局所平衡を仮定するCASE1では  $\varepsilon_\theta$ は  $P_\theta$  (図5.8) の1/2である。これをCASE2と比較するとCASE2の  $\varepsilon_\theta$ は  $k$ 、 $\varepsilon$ 、 $\bar{\theta}^2$ 、 $P_\theta$ のすべてに依存するので、分布形はなめらかとなり、また吹出口近傍および隅角部の極値も小さい。CASE2とCASE3を比較すると左右の壁近傍ではCASE2よりCASE3は値が小さい。これはCASE3では  $\varepsilon_\theta$ の輸送方程式を解くため、移流・拡散効果が現れていることによるものと考えられる。

以上、 $\bar{\theta}^2$ 、 $\varepsilon_\theta$ のモデル化について3ケース検討したが、CASE1のように  $\bar{\theta}^2$ に局所平衡を仮定したモデルでは  $\bar{\theta}^2$ に極めて大きな値が現れ、問題が多い。 $\varepsilon_\theta$ の輸送方程式 (表5.1中 (7) 式) のモデルもまだ一般性を有するものとはいえず (補注5.5参照)、現時点ではCASE2によるのが妥当であると考えられる。



5.3 2次元非等温流れ場の計算結果と考察

5.3.1 計算概要

計算対象・計算条件は浮力効果を除き、5.2節の等温拡散場と同様であり図5.10に示す2次元非等温流れ場を解く。5.2節で検討した等温流れ場の場合は左右の2次渦の駆動力は吹出・吸込を結ぶ主流からの運動量輸送によるものであったが、本節で対象とする非等温流れ場では左右の渦の駆動力に浮力の効果が加わり、渦は助長、あるいは減殺される。したがって非等温場の場合、これらの左右の渦は主流との関係だけでは説明できず、複雑な流れ場を構成する。

また本節では重力加速度  $g_2 = -1.0$  として計算した。境界条件は表5.6に示すものを用いた（計算条件は等温拡散場（表5.4）と同じ）。速度等の境界条件は等温場での検討と異なり、一般化対数則を用いた（補注5.6参照）。

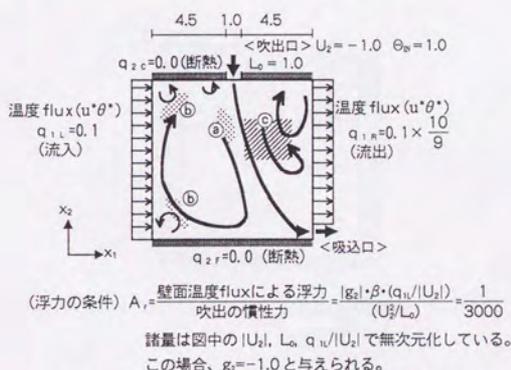


図5.10 計算対象流れ場（2次元非等温流れ場）

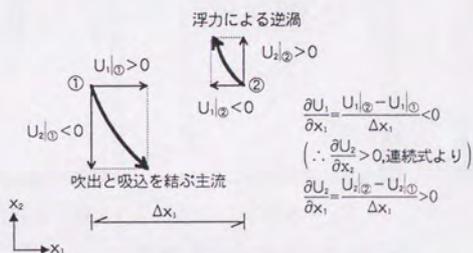


図5.11 ©領域(図-10)での主要な速度勾配

表 5.6 非等温流れ場の計算での壁面境界条件

(壁面)壁面上のシアストレス(壁面せん断応力  $\tau_w$ )は①式で、壁面速度勾配は②式、 $k$ -方程式中の壁面第一セルの  $\varepsilon$  ( $\bar{\varepsilon}$ )は③式、 $\varepsilon$ -方程式中の壁面第一セルの  $\varepsilon$  ( $\varepsilon_1$ )は④式で計算する。(Generalized Log Law)

$$\frac{(U)|_{F.C.}}{(-u_n u_t)} (C_\mu^{1/2} \cdot k)^{1/2} = \frac{1}{\kappa} \ell_n \left[ \frac{E \cdot h \cdot (C_\mu^{1/2} \cdot k)^{1/2}}{\nu} \right] \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\left\{ (\nu + \nu_t) \cdot \frac{\partial U_t}{\partial x_n} \right\} \Big|_{x_w=0} = (-\overline{u_n u_t}) \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{C_\mu^{3/4} \cdot k^{3/2}}{\kappa \cdot h} \ell_n \left[ \frac{E \cdot h \cdot (C_\mu^{1/2} \cdot k)^{1/2}}{\nu} \right] \dots \textcircled{3} \quad \varepsilon_1 = \frac{C_\mu^{3/4} \cdot k^{3/2}}{\kappa \cdot h} \quad \dots \textcircled{4}$$

ここで添え字  $t$  は接線方向を、 $n$  は法線方向を示す。 $h$  は壁から第1セルのスカラ定義点までの距離。 $\kappa = 0.4$ 、 $C_\mu = 0.09$ 、 $E = 9.0$ 、 $\nu = 0.000015$ 。(速度及び  $\varepsilon$  に関する壁面境界条件以外は表 5.3 の等温拡散場の計算と同じ。ただしスカラフラックスは熱フラックスと読み替える。)

5.3.2 流線の分布 (図5.12)

主流の左側の渦については吹出近傍の主流が曲率を持つ領域 (図5.10、⑧領域)、および左の渦と上下の隅角部の逆渦の境界 (図5.10、⑥領域) でASM (図5.12 (b)) は、 $k-\epsilon$  (図5.12 (a)) より流線が密となっており、等温場での検討結果と同様<sup>1)</sup>、流線の曲率が凸である領域で運動エネルギーが多く輸送されるという乱流拡散の本来の構造をASMでは正しく評価できている。一方、左壁面 (加熱面) での上昇流についてはASMのほうが多少小さい。これはこの領域でASMは構造的に $\frac{\partial \theta}{\partial x_1}$  (図5.17) を正確に、そして小さく評価するため ( $\theta$  の項参照)、浮力の効果が小さいこと、また前述のとおりASMは流線の曲率の影響によって隅角部の逆渦へ運動エネルギーを $k-\epsilon$  より多く譲渡することによると考えられる。主流の右側では浮力によって生じた右上隅の渦とこれと主流の間にある渦の、互いに逆向きの渦が存在する。浮力によってできた渦の大きさはASMと $k-\epsilon$  ではほぼ同じであった。

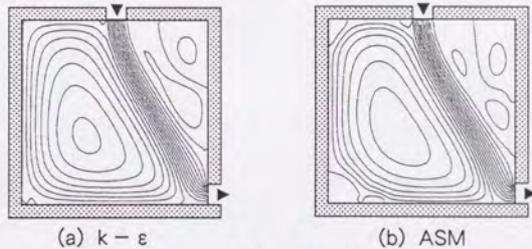


図5.12 流線の結果 (非等温)

5.3.3 乱流エネルギー ( $k$ ) の分布 (図5.13)

ASMの結果(図5.13 (b))では吸込口近傍の噴流が壁面に衝突するような領域で $k$ の値が小さい。これは第四章の等温場の結果と同様であり、後述の $P_k$ の評価の差による。また非等温場の $k$ の分布は等温場の $k$ (図5.3)と大きく異なり、主流とその左側の渦の間では $k$ が小さく、また主流の右側についても $k$ のピークの位置、分布形が等温場と大きく異なる。これについても $P_k$ に関連して述べる。

5.3.4 乱流エネルギーの生産項 ( $P_k$ ) の分布 (図5.14)

ASMの結果(図5.14 (b))では吸込口近傍で $k - \epsilon$ と比べて値が小さい。これは第四章でも説明したように、ASMでは $P_{11}$ ( $\overline{u_i^2}$ の生産項、図省略)と $P_{22}$ ( $\overline{u_i^2}$ の生産項、図省略)が逆符号を持ち、 $P_k$ の評価で相互に打ち消しあう部分が多いが、 $k - \epsilon$ ではそのような構造を持ち得ないという欠陥に基づく<sup>1)</sup>。また主流の左側の渦の流速は浮力の効果で助長され、主流とのシアが等温場に比べ減少する。この結果この領域の $P_k$ が等温場に比べ小さくなり、また $k$ の値も小さい。主流の右側については主流とそれに伴う2次渦と右上隅の負の浮力による逆渦との間(図5.10◎領域)でシアが大きくなり、このため $P_k$ 、 $k$ の値が大きい。この傾向はASM、 $k - \epsilon$ ともに見られる。

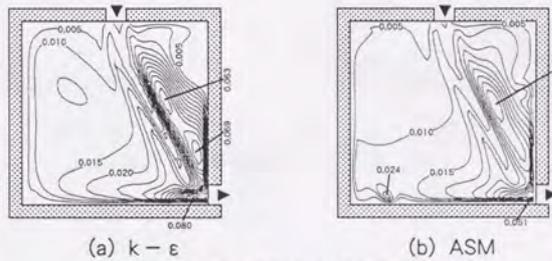


図5.13  $k$ の分布 (非等温)

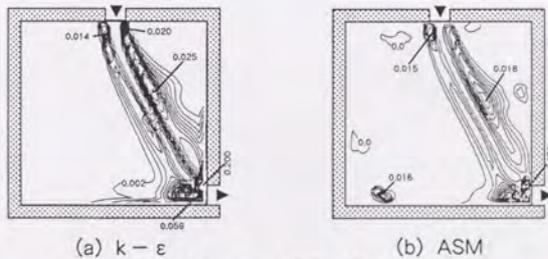


図5.14  $P_k$ の分布 (非等温)

5.3.5 浮力による乱流エネルギーの生産・消散項 ( $G_k$ ) の分布

表5.1 (18) 式に示したように  $G_k = -\overline{u\theta} \cdot g \cdot \beta$  であり、今回の計算条件では  $G_k$  は  $\overline{u_z\theta}$  (図5.18) に  $-g_z \cdot \beta = 1/300$  を乗じたものである。計算結果によると  $G_k$  は  $P_k$  よりはるかに小さく、 $k$  にほとんど影響を与えないことがわかる。すなわち今回の計算条件では、 $k$  や  $\overline{u\theta}$  等の乱れ性状に関して強制対流効果が浮力による自然対流効果に比べて大きな流れ場を解析したことになる。

5.3.6 乱流エネルギーの散逸率 ( $\epsilon$ ) の分布 (図5.15)

$P_k$  とほぼ同様な分布を示す。すなわち今回対象とした流れ場は全体的に見て  $k$  についてほぼ局所平衡が成り立っている。

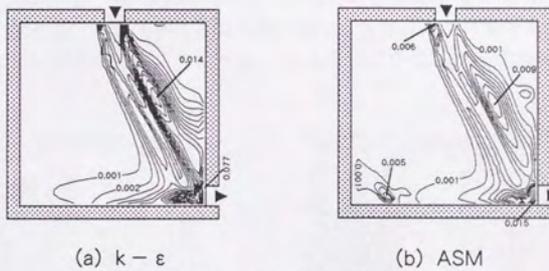


図5.15  $\epsilon$  の分布 (非等温)

5.3.7 レイノルズストレス ( $\overline{u_i u_j}$ ) の分布 (図5.16)

主流の右側では前述のとおりシアが大きく、全ての成分のストレス ( $\overline{u_1^2}$ 、 $\overline{u_2^2}$ 、 $\overline{u_1 u_2}$ ) の値が大きい。特に右上隅の負の浮力による逆渦と主流の接する領域 (図5.10 ©領域) では  $\overline{u_1^2}$  が大きい。これは ASM (図5.16 (b) ①)、 $k-\epsilon$  (図5.16 (a) ①) ともに見られるが、 $k-\epsilon$ の方がこの傾向が強い。

まずASMについてこのような分布となる理由を次に示す  $\overline{u_i u_j}$  の生産項の構造から考察する。

$$P_{11} = -2\overline{u_1^2} \frac{\partial U_1}{\partial x_1} - 2\overline{u_1 u_2} \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \quad \dots (34)$$

$$P_{22} = -2\overline{u_2^2} \frac{\partial U_2}{\partial x_2} - 2\overline{u_1 u_2} \frac{\partial U_2}{\partial x_1} \quad \dots (35)$$

$$P_{12} = -\overline{u_1^2} \frac{\partial U_2}{\partial x_1} - \overline{u_2^2} \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \quad \dots (36)$$

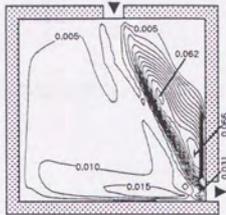
図5.11の模式図に示すとおり、この領域での主要な速度勾配は次の3つでその符号は  $\frac{\partial U_2}{\partial x_1} > 0$ 、 $\frac{\partial U_1}{\partial x_1} < 0$ 、 $\frac{\partial U_2}{\partial x_2} > 0$  である。そのため  $P_{11}$  の (34) 式右辺第一項が正の大きな値を持ち、 $\overline{u_1^2}$  が大きくなる。また  $P_{22}$  では (35) 式右辺第一項が負の大きな値、右辺第二項が正の大きな値を持ちこれらが打ち消しあうため  $P_{22}$  がそれほど大きくならず、そのため  $\overline{u_2^2}$  の値 (図5.16 (b) ②) は  $\overline{u_1^2}$  ほど大きくない。また  $P_{12}$  についても (36) 式右辺第一項が負の大きな値を持つため  $\overline{u_1 u_2}$  (図5.16 (b) ③) も大きな負の値となる。

一方、 $k-\epsilon$  ではEVMに基づいて

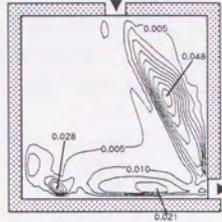
$$\overline{u_1^2} = -2 \cdot \nu_t \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \frac{2}{3} k \quad \dots (37)$$

$$\overline{u_2^2} = -2 \cdot \nu_t \frac{\partial U_2}{\partial x_2} + \frac{2}{3} k \quad \dots (38)$$

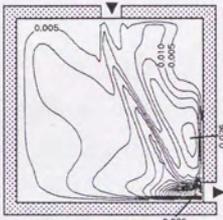
とするため、 $\overline{u_1^2}$  では (37) 式右辺第一項が正の大きな値を、 $\overline{u_2^2}$  では (38) 式右辺第一項が負の大きな値を持つため、 $\overline{u_1^2}$  (図5.16 (a) ①) は  $\overline{u_2^2}$  (図5.16 (a) ②) より大きくなる。しかし前述のASMの  $P_{22}$  (35) 式右辺第二項に見られた  $\frac{\partial U_2}{\partial x_1}$  の効果等は  $k-\epsilon$  では  $\overline{u_2^2}$  の評価に考慮されない。



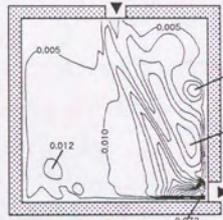
①  $\overline{u_1^2}$  ( $k-\epsilon$ )



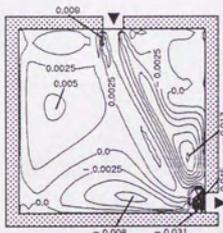
①  $\overline{u_1^2}$  (ASM)



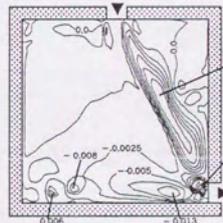
②  $\overline{u_2^2}$  ( $k-\epsilon$ )



②  $\overline{u_2^2}$  (ASM)



③  $\overline{u_1 u_2}$  ( $k-\epsilon$ )



③  $\overline{u_1 u_2}$  (ASM)

(a)  $k-\epsilon$ の結果

(b) ASMの結果

図 5.16  $\overline{u_i u_j}$  の分布 (非等温)

5.3.8 温度 ( $\theta$ ) の分布 (図5.17)

前節の等温拡散場と同様、流线 (図5.12) に対応した移流輸送による  $\theta$  の分布の差が見られるが、ASM (図5.17 (b)) の結果は  $k-\epsilon$  (図5.17 (a)) よりやや滑らかな温度分布を示す。これは温度フラックス  $(\overline{u_i \theta})$  がASMでは  $k-\epsilon$  より大きく評価され、乱流拡散が大きいことによるものと考えられる。

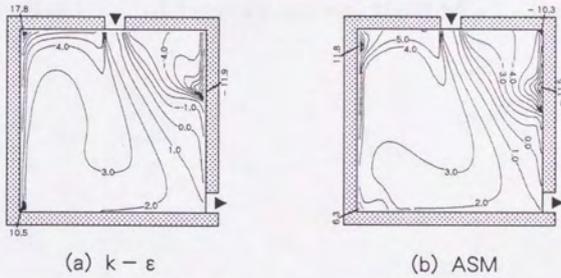


図5.17  $\theta$  の分布 (非等温)

5.3.9 乱流熱フラックス ( $\overline{u_i \theta}$ ) の分布 (図5.18)

等温拡散場と同様、非等温場においても結果より明らかにASM (図5.18 (b)) のほうが  $k - \epsilon$  (図18 (a)) より  $\overline{u_i \theta}$  の値が大きく、特に速度勾配の大きな領域で差が顕著である。これはASMでは  $\overline{u_i \theta}$  の評価において  $\frac{\partial \theta}{\partial x_k}$  および  $\frac{\partial U_i}{\partial x_k}$  の両者による生産 ( $P_{i(61)}$  表5.1 (20) 式、 $P_{i(62)}$  表5.1 (21) 式) が忠実に組み込まれているからである。図5.19に  $\overline{u_i \theta}$  の生産項を示す。これに対し、 $k - \epsilon$  ではEVMに基づき  $\overline{u_i \theta}$  を  $-\frac{\nu_i}{\sigma_\theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x_i}$  で評価しており、本来  $\overline{u_i \theta}$  の輸送方程式 (表5.1 (9) 式) に現われる  $\frac{\partial U_i}{\partial x_k}$  の寄与が全く考慮されないことによる。したがって  $\overline{u_i \theta}$  の評価はASMのほうが妥当であり、その結果が  $\theta$  の分布に反映される。

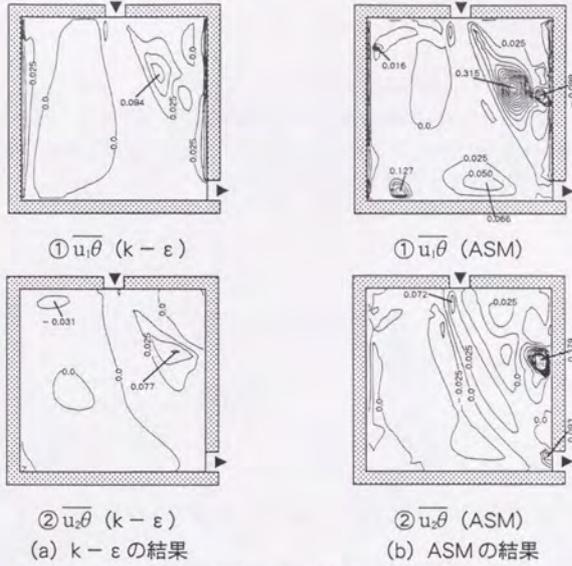


図5.18  $\overline{u_i \theta}$  の分布 (非等温)

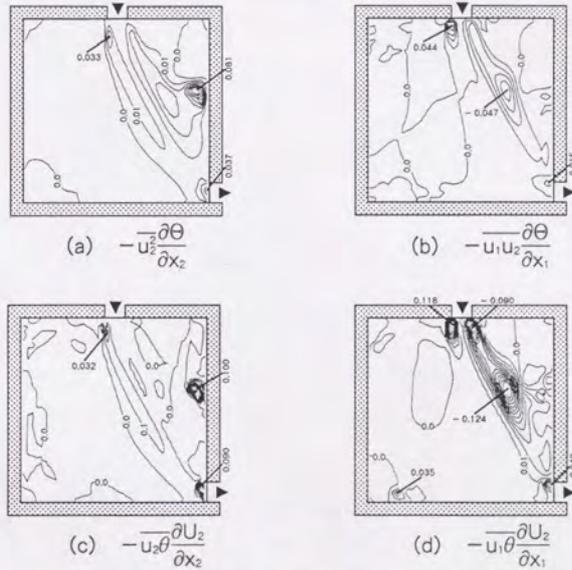


図5.19  $\overline{u_i \theta}$  の生産項  $P_{2(\theta 1)}$  と  $P_{2(\theta 2)}$  (非等温, ASM)



#### 5.4 第五章結論

2次元等温拡散場についての代数応力モデル解析結果を $k-\varepsilon$ の結果と比較し、以下の知見を得た。

- ①平均流による移流の卓越した等温場での $\theta$ の分布は $\overline{u\theta}$ をEVMで評価した場合とASMで評価した場合の差は小さい。
- ② $\overline{u\theta}$ についてはASMでは速度勾配による生産等も正しく評価されており、 $k-\varepsilon$ より適正に評価し得ている。
- ③ $\overline{\theta^2}$ について局所平衡を仮定したモデルは $\overline{\theta^2}$ に極めて大きな値が現れる。  
したがって
- ④ $\overline{\theta^2}$ については輸送方程式を解くモデルが適当であると考えられる。

2次元非等温流れ場についての解析結果からは、

- ⑤流线についてはその曲率の影響および温度分布の差に対応した差異がASMと $k-\varepsilon$ の間で見られた。
- ⑥ $k$ 、 $P_k$ 、 $\varepsilon$ 等は等温場と同様、ASMは $k-\varepsilon$ より妥当な結果を示す。
- ⑦ASMによる $\overline{u_i\theta}$ は等温拡散場と同様、 $k-\varepsilon$ より適正な結果である。  
したがって
- ⑧ $\theta$ の分布もASMのほうが $k-\varepsilon$ より妥当な結果である。なお、今回解析した流れ場は強制対流および浮力による自然対流が混合した流れ場であるが、乱れ性状については壁面近傍を除き相対的に強制対流効果が大きなものであった。

## 補注 5.1

本章では文献 6 (pp.69) に従い、 $\overline{\theta^2}$  をスカラの乱流変動強度と呼ぶ。

## 補注 5.2

$\overline{u\theta}$  の輸送方程式 (表 5.1 (9) 式) には  $g_i = 0.0$  の場合、代数化せずに解けば  $\overline{\theta^2}$  は全く現れないが、表 5.1 (33) 式のように  $\overline{u\theta}$  の移流項、拡散項を代数化すれば  $\overline{\theta^2}$ 、 $\varepsilon_\theta$  等が必要になる。したがって Passive Scalar の場合  $\overline{u\theta}$  の輸送方程式については代数化せず直接解く方が、 $\overline{\theta^2}$ 、 $\varepsilon_\theta$  を計算せずにするため、計算機の効率等を考えても妥当と考えられる。しかし、今回は非等温場の検討につなげるため  $\overline{u\theta}$  についても代数化した輸送方程式を用いて検討を行った。

## 補注 5.3

今回の等温拡散場の計算条件では表 5.5 に示すような  $\overline{\theta^2}$ 、 $\varepsilon_\theta$  のモデル化の差異が  $\theta$  および  $\overline{u\theta}$  に与える影響はほとんどなかった。この理由は以下の通りである。すなわち、 $\overline{u\theta}$  の輸送方程式 (表 5.1 (9) 式) 中で  $\overline{\theta^2}$  および  $\varepsilon_\theta$  が現れる項は  $\frac{1}{\theta^2}(P_\theta - 2 \cdot \varepsilon_\theta)\overline{u\theta}$  であり、 $\overline{u\theta}$  についてのこの値は壁面近傍の  $\overline{\theta^2}$  や  $\varepsilon_\theta$  が極値を持つ領域でも 0.001 以下のオーダーであるのに対し、 $\overline{u\theta}$  の輸送方程式中の他の項、例えば  $P_{i\theta(1)}$  や  $P_{i\theta(2)}$  は 0.01 のオーダーの値であり  $\frac{1}{\theta^2}(P_\theta - 2 \cdot \varepsilon_\theta)\overline{u\theta}$  の寄与が相対的に小さいためである。また  $\overline{u\theta}$  についても同様に  $\frac{1}{\theta^2}(P_\theta - 2 \cdot \varepsilon_\theta)\overline{u\theta}$  の影響は小さいものであった。したがって  $\overline{\theta^2}$  や  $\varepsilon_\theta$  が  $\overline{u\theta}$  に与える影響は極めて小さく、その結果  $\theta$  および  $\overline{u\theta}$  に関して表 5.5 に示した  $\overline{\theta^2}$ 、 $\varepsilon_\theta$  の 3 種のモデルの差異はほとんどない。以上を考慮して図 5.4、図 5.5 の  $\theta$  および  $\overline{u\theta}$  の結果は表 5.5 における CASE2 のものを代表させて示している。

## 補注 5.4

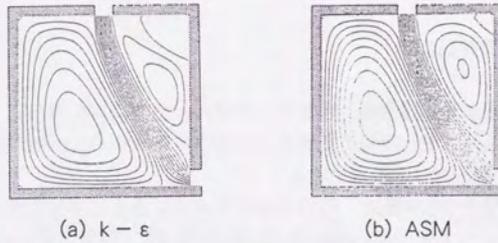
CASE1 では  $\overline{\theta^2}$  は代数式で求められるので  $\overline{\theta^2}$  の境界条件は不要。 $\varepsilon_\theta$  の境界条件は  $\varepsilon_\theta$  の輸送方程式を解く CASE3 でのみ必要となる。また  $\varepsilon_\theta$  の壁面境界条件についてここではフリースリップの条件を課したが、これについても問題を残す。

## 補注 5.5

CASE3 で用いた  $\varepsilon_\theta$  の輸送方程式 ((7) 式) のモデルはまだ十分に研究がなされているものとはいえ、例えば文献 2 の記述では  $C_{\varepsilon_\theta 2}$  は 0.0 である。これを用いて計算を行うと  $\varepsilon_\theta$  は発散した。

## 補注 5.6

非等温流れ場について今回の境界条件と異なる条件、すなわち速度勾配をベキ指数を  $1/7$  としたベキ乗則とした場合についても計算した。その結果 (補図 5.1) は今回の結果と部分的に異なる。今回の generalized log law の条件のもとでは壁面第一セルの  $\nu_t$  を小さく評価する傾向にあり隅角部で逆渦が生じやすく (この傾向は等温場の結果においても確認されている)、この境界条件による差異は ASM と  $k-\epsilon$  の両者に見られる。ただし、ASM での generalized log law の結果ではこの隅角部の逆渦を流線の曲率の効果で成長させ、補図 5.1 に示す power law の結果との差が大きい。



補図 5.1  $\frac{1}{7}$  乗則の結果 (非等温)

## 第五章 参考文献

- 1) 村上周三・加藤信介・近藤靖史：代数応力方程式モデルによる室内気流解析（第一報）2次元等温流れ場における代数応力モデルと $k-\epsilon$ モデルの比較、日本建築学会計画系論文報告集、第415号、pp.21-28 (1990.9)
- 2) Launder, B.E.: Second-moment closure, methodology and practice. Univ. Manchester Institute Of Sci. and Tech. Rep. No. TFD/82/4 (1983)
- 3) Rodi, W.: Turbulence models for environmental problems, In Prediction methods for turbulent flows, Hemisphere Publishing (1980)
- 4) Gibson, M.M. and Launder, B.E.: On The calculation of horizontal turbulent free shear flows under gravitational influence J. Heat Transfer pp.81-87 (1976.2)
- 5) 長野靖尚・金哲晃：温度場2方程式モデルによる乱流伝熱の解析、日本機械学会論文集（B編）53巻490号 pp.1773-1780 (1987.6)
- 6) 甲藤好朗・佐藤俊・西川兼康・水科篤郎・森康夫編著：伝熱学特論、養賢堂発行（1984）

## 第五章に関する既発表論文

- i) 加藤信介・村上周三・近藤靖史：代数応力モデルによる室内気流解析（第二報）、代数応力モデルによる2次元の等温拡散場、非等温場の解析、日本建築学会計画系論文報告集、第421号、pp.1~9、1991.3
- ii) 村上周三・加藤信介・近藤靖史：応力方程式モデルによる室内気流解析（その3）代数応力モデルと $k-\epsilon$ モデルの流れ場・拡散場の比較、空気・調和衛生工学学術講演会講演論文集（1988.9）
- iii) 近藤靖史・村上周三・加藤信介：応力方程式モデルによる室内気流解析（その4）スカラーの乱流フラックス $(\overline{u\theta})$ 、変動強度 $(\overline{\theta^2})$ 及びその散逸率 $(\epsilon_\theta)$ の検討、空気・調和衛生工学学術講演会講演論文集（1988.9）
- iv) 村上周三・加藤信介・近藤靖史：代数応力モデルによる室内等温・非等温流れ場の解析、第2回数値流体力学シンポジウム講演論文集、pp.387-390 (1988.12)
- v) 近藤靖史・村上周三・加藤信介：平均運動エネルギーの輸送に対する流線の曲率等に関する考察（ASMに基づく）、第2回数値流体力学シンポジウム講演論文集、pp.391-394 (1988.12)
- vi) 村上周三・加藤信介・近藤靖史：代数応力方程式モデルによる室内気流解析 - 2次元等温・非等温流れ場の解析 - 生産研究41.1、pp.11-20 (1989)

## 第六章

### 3次元の等温流れ場の解析

1950

1950



## 第六章 3次元の等温流れ場の解析

## 6.1 はじめに

前章<sup>1), 2)</sup> までにおいて代数応力モデル (Algebraic Stress Model あるいは Algebraic Second - Moment Model、以降 ASM と略す) を用いて2次元等温流れ場および非等温流れ場を解析し、 $k - \epsilon$ 型2方程式モデル (以降  $k - \epsilon$  と略す) の持つ種々の欠点が改善されることを示した。すなわち、ASMはレイノルズストレス ( $\overline{u_i u_j}$ ) の生産項 ( $P_{ij}$ ) を正しく評価し、 $\overline{u_i u_j}$  の非等方性が問題となる流れ場、例えば主流の流線が曲率を持つ場合や、噴流が壁に衝突する領域、吸込口近傍の縮流領域、非等温流れ場等の予測は渦粘性の概念 (Eddy Viscosity Model、以降 EVM と略す) に基づく  $k - \epsilon$  より優れた乱流モデルであることを示した。

本章では ASM を図 6.1 に示す 3次元等温流れ場に適用し、実験結果<sup>3)</sup> および  $k - \epsilon$  の結果との比較検討を行なう。

本章で対象としたような閉鎖空間内の 3次元流れ場はさまざまな 2次元を含む複雑なもので、主流の方向さえも容易に決め難い。この流れ場について、変形速度 ( $\frac{\partial U_i}{\partial x_j}$ ) の分布の特徴を概念的に示せば図 6.2 のようになる。空間的に、変形速度の主要な項の成分がめまぐるしく変化し、非等方性が顕著であり、乱流モデルの適用に関し、配慮の必要とされることがわかる。

本章では閉鎖空間内の流れ場の非等方性に特に着目し、ASM と  $k - \epsilon$  を比較し、それぞれのモデルの構造や、優劣、欠陥などについて検討した。

## &lt;記号&gt;

|                                             |                                                                                                                                 |                                      |
|---------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| $U_i$ : $i$ 方向平均流速                          | $u_i$ : $i$ 方向流速の変動成分                                                                                                           | $P$ : 圧力の平均値                         |
| $K$ : 平均運動エネルギー                             | $k$ : 乱流エネルギー                                                                                                                   | $C_s$ : $k$ の移流項                     |
| $D_s$ : $k$ の拡散項                            | $P_s$ : $k$ の生産項                                                                                                                | $\epsilon$ : $k$ の散逸率                |
| $C_{ij}$ : $\overline{u_i u_j}$ の移流項        | $D_{ij}$ : $\overline{u_i u_j}$ の拡散項                                                                                            | $P_{ij}$ : $\overline{u_i u_j}$ の生産項 |
| $\epsilon_{ij}$ : $\overline{u_i u_j}$ の散逸率 | $\Phi_{ij}$ : 圧力-歪相関項 (Rotta項 $\Phi_{ij(1)}$ 、Rapi項 $\Phi_{ij(2)}$ 及び Wall Reflection項 $\Phi_{ij(1)}^w, \Phi_{ij(2)}^w$ で構成される) |                                      |
| $w_w$ は領域を囲む境界の総数                           |                                                                                                                                 | 上添え字 ( $w$ ) は $w$ 番目の壁に関する値         |
| $n_i^w$ は $w$ 番目の壁に垂直な単位ベクトルの $i$ 成分        |                                                                                                                                 | $h_w^w$ は $w$ 番目の壁からの垂直距離            |
| $\tau_w$ : 壁面せん断応力                          |                                                                                                                                 | オーバーバーは平均操作                          |

6.2 計算概要

計算対象は図6.1に示す吹出口・吸込口を持つ立方体である。また基礎式を表6.1に示す。境界条件を表6.2に、計算条件を表6.3に示す。図6.3に示す①~④の4断面について検討した。

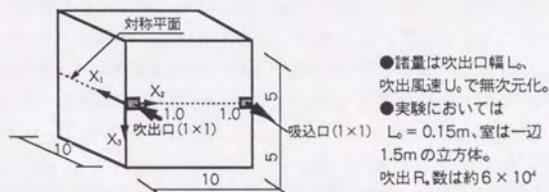


図6.1 モデル1 (等温流れ場)

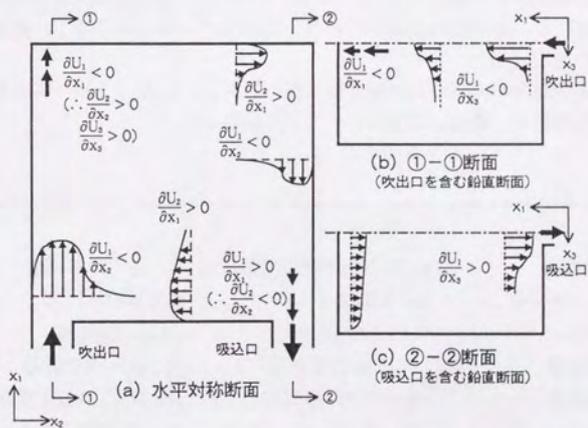


図6.2 閉鎖空間内の変形速度  $\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}\right)$  分布の概念図 (図6.1の対称断面について)

表 6.1 代数応力モデル (ASM) の基礎式 (等温)

|                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |      |
|-----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| (連続式)                       | $\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | (1)  |
| (運動方程式)                     | $\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial \overline{u_i u_i}}{\partial x_i}$                                                                                                                                                                                                                      | (2)  |
| (k-方程式)                     | $\frac{Dk}{Dt} = D_k + P_k - \varepsilon$                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | (3)  |
| (ε-方程式)                     | $\frac{D\varepsilon}{Dt} = D_\varepsilon + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \varepsilon)$                                                                                                                                                                                                                   | (4)  |
| ( $\overline{u_i u_j}$ 方程式) | $(P_k - \varepsilon) \frac{u_i u_j}{k} = P_{ij} + \Phi_{ij} - \varepsilon_{ij}$                                                                                                                                                                                                                                                             | (5)  |
|                             | $D_k = \frac{\partial}{\partial x_m} (C_k \overline{u_m u_k} \cdot \frac{k}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_k})$                                                                                                                                                                                                            | (6)  |
|                             | $D_\varepsilon = \frac{\partial}{\partial x_m} (C_\varepsilon \overline{u_m u_\varepsilon} \cdot \frac{k}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k})$                                                                                                                                                                    | (7)  |
|                             | $P_k = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i}$                                                                                                                                                                                                                                                                               | (8)  |
|                             | $P_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}$                                                                                                                                                                                                                     | (9)  |
|                             | $\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \cdot \delta_{ij} \varepsilon$                                                                                                                                                                                                                                                                              | (10) |
|                             | $\Phi_{ij} = \Phi_{ij(1)} + \Phi_{ij(2)} + \Phi_{ij(1)}^{(w)} + \Phi_{ij(2)}^{(w)}$                                                                                                                                                                                                                                                         | (11) |
|                             | $\Phi_{ij(1)} = -C_1 \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k)$                                                                                                                                                                                                                                                | (12) |
|                             | $\Phi_{ij(2)} = -C_2 (P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P_k)$                                                                                                                                                                                                                                                                                | (13) |
|                             | $\Phi_{ij(1)}^{(w)} = \sum_{w=1}^{w_0} C_1' \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_i u_m} \cdot n_k^{(w)} \cdot n_m^{(w)} \cdot \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_i} \cdot n_k^{(w)} \cdot n_j^{(w)} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_j} \cdot n_k^{(w)} \cdot n_i^{(w)}) \cdot \frac{k^{3/2}}{C_\varepsilon \cdot h_n^{(w)} \varepsilon}$ | (14) |
|                             | $\Phi_{ij(2)}^{(w)} = \sum_{w=1}^{w_0} C_2' ( \Phi_{k(i)2} \cdot n_k^{(w)} \cdot n_m^{(w)} \cdot \delta_{ij} - \frac{3}{2} \Phi_{k(i)2} \cdot n_k^{(w)} \cdot n_j^{(w)} - \frac{3}{2} \Phi_{k(j)2} \cdot n_k^{(w)} \cdot n_i^{(w)}) \cdot \frac{k^{3/2}}{C_\varepsilon \cdot h_n^{(w)} \varepsilon}$                                        | (15) |
|                             | $C_1 : 1.8 \quad C_2 : 0.6 \quad C_1' : 0.5 \quad C_2' : 0.3 \quad C_k : 0.22 \quad C_\varepsilon : 0.16 \quad C_{\varepsilon 1} : 1.44 \quad C_{\varepsilon 2} : 1.92 \quad C_\varepsilon' : 2.5$                                                                                                                                          |      |

表 6.2 境界条件 (表中の数字は無次元化されたもの)

|        |                                                                                                                                            |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| (流入境界) | $U_{IN} = 1.0 \quad k_{IN} = 0.005 \quad \ell_{IN} = 0.1$                                                                                  |
| (流出境界) | $U_{OUT} = -1.0 \quad k, \varepsilon$ : フリースリップ                                                                                            |
| (壁面境界) | 壁面上のシアストレスは①式。壁面速度勾配は②式。k-方程式中の壁面第1セルの $\varepsilon$ ( $\bar{\varepsilon}$ ) は③式。ε-方程式中の壁面第1セルの $\varepsilon$ ( $\varepsilon_1$ ) は④式で与える。 |

$$\frac{U_i}{(\tau_w/\rho)} (C_\mu^{1/2} \cdot k)^{1/2} = \frac{1}{\kappa} \ell_n \left[ \frac{E \cdot (h_i/2) \cdot (C_\mu^{1/2} \cdot k)^{1/2}}{\nu} \right] \quad \textcircled{1} \quad \left\{ (\nu + \nu_t) \cdot \frac{\partial U}{\partial y} \right\} \Big|_{\text{wall}} = \tau_w / \rho \quad \textcircled{2}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{C_\mu^{3/4} \cdot k^{3/2}}{\kappa (h_i/2)} \cdot \ell_n \left[ \frac{E \cdot (h_i/2) \cdot (C_\mu^{1/2} \cdot k)^{1/2}}{\nu} \right] \quad \textcircled{3} \quad \varepsilon_1 = \frac{C_\mu^{3/4} \cdot k^{3/2}}{\kappa (h_i/2)} \quad \textcircled{4}$$

k はフリースリップ。κ=0.4, C<sub>μ</sub>=0.09, E=9.0, ν=1/R e=1.5×10<sup>5</sup>。

表 6.3 計算条件

メッシュ分割は 35 (x<sub>1</sub>) × 22 (x<sub>2</sub>) × 19 (x<sub>3</sub>)。最小メッシュ幅は 0.2、最大メッシュ幅は 1.0。計算は x<sub>3</sub> 方向の対称性より、x<sub>2</sub> 方向の半分のみを計算対象とした。U<sub>i</sub>, k, ε の移流項は QUICK、但し吹出口・吸込口近傍で風上差分。

## 6.3 計算結果と考察

## 6.3.1 平均風速ベクトル

㊸断面 (図6.4)、㊹断面 (図6.8)、㊺断面 (図6.10)、㊻断面 (図6.12) ともにASMの結果は、 $k-\varepsilon$ の結果とはほぼ同じであり、また実験結果との対応も極めて良い。

6.3.2 乱流エネルギー ( $k$ ) の分布 (補注6.1参照)

㊸断面の結果 (図6.5) よりわかるように、 $k$ の分布形はASM、 $k-\varepsilon$ ともに結果は実験結果と異なるが、 $k-\varepsilon$ の結果では噴流が壁に衝突する領域 (図6.5左上部)、および吸込口近傍 (図6.5右下部) で過大な $k$ の値が見られるのに対し、ASMではこれらの領域で $k-\varepsilon$ の結果より小さく、実験結果に近づく傾向がある。また噴流が壁に衝突する領域で生じた $k$ の差は、平均流による移流の効果などで㊹断面での $k$  (図6.9) の差にも現れている。吸込口近傍での $k$ の差は㊸断面の同様な場所 (図6.13右) でも確認できる。このような噴流が壁に衝突する領域や吸込口近傍でのASMと $k-\varepsilon$ での $k$ の差異は、 $k$ の値に最も大きな影響を与える $P_k$ の評価の差 (後述) に起因する。

6.3.3 乱流エネルギーの散逸率 ( $\varepsilon$ ) の分布 (図6.6)

$k$ と同様に $k-\varepsilon$ では壁に噴流が衝突する領域、および特に吸込口近傍で値が大きいが、ASMではそれほど大きくなく、 $k-\varepsilon$ より妥当な結果であると推定される。

6.3.4 乱流エネルギーの生産項 ( $P_k$ ) の分布 (図6.7)

㊸断面の結果を見るとASMについても $k-\varepsilon$ についても速度勾配の大きい領域、すなわち、噴流領域、噴流が壁面に衝突する領域、および吸込口近傍で値が大きい。但し、噴流が壁面に衝突する領域、および吸込口近傍ではASMの値は $k-\varepsilon$ より小さい。これはASMにおいては、これらの領域で図6.15に示すとおり、 $P_{22}$ 、 $P_{33}$ と $P_{11}$ が逆符号となり、互いに打ち消し合い、これらの和である $P_k$ の値が極端に大きくなることのないためである。一方、 $k-\varepsilon$ ではEVMを用いるため、 $P_k = \frac{1}{2} \cdot \nu_i \left[ \frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right]^2$ と常に正となるため、成分間で打ち消し合うことがなく、これらの領域で大きな値を持つことになる。したがって $k-\varepsilon$ においては、前述の $k$ の過大評価が現われることとなる。第四章においてこれらの構造を2次元で説明している。

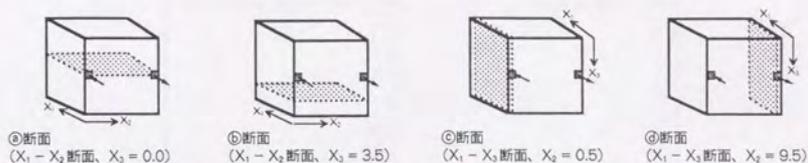


図6.3 表示断面

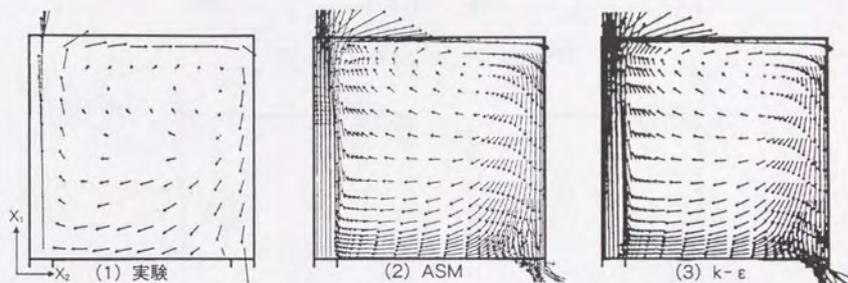


図6.4 風速ベクトルの比較 (Ⓐ断面)

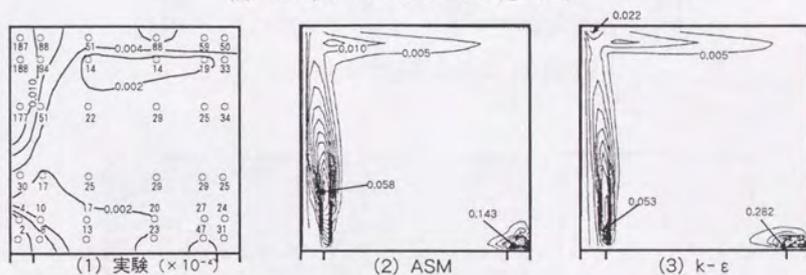


図6.5  $k$ の分布の比較 (Ⓐ断面)

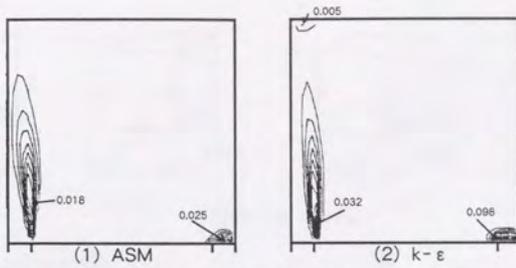


図 6.6  $\epsilon$  の分布の比較 (a断面)

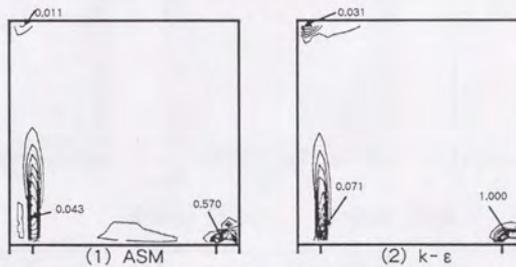


図 6.7  $P_k$  の分布の比較 (a断面)

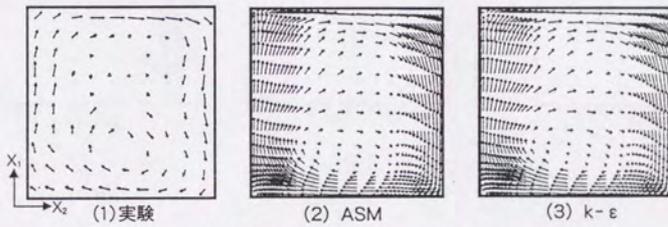


図 6.8 風速ベクトルの分布の比較 (b断面)

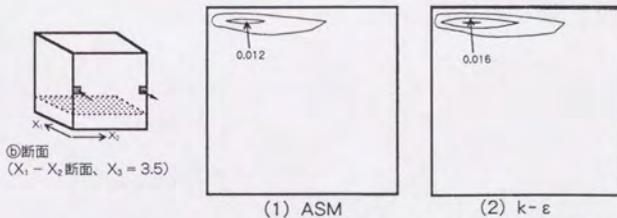


図 6.9  $k$  の分布の比較 (b断面)

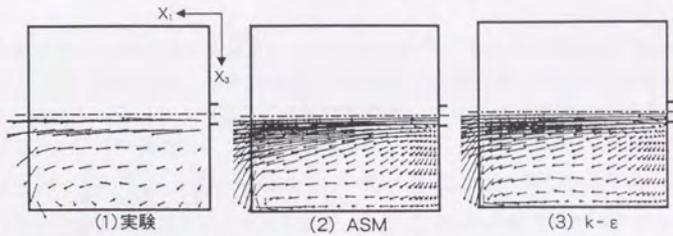


図6.10 風速ベクトルの比較 (©断面)

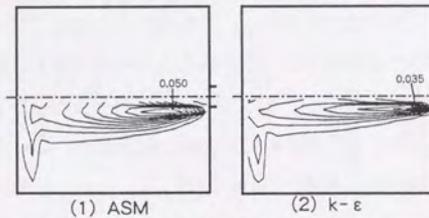
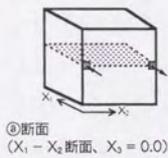


図6.11  $k$ の分布の比較 (©断面)

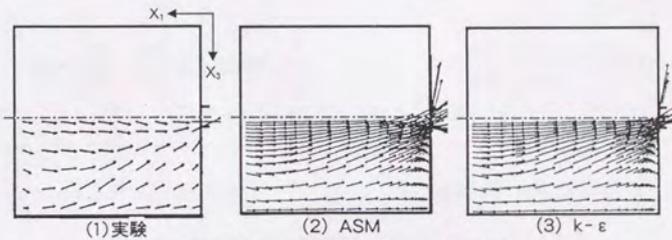


図6.12 風速ベクトルの比較 (④断面)

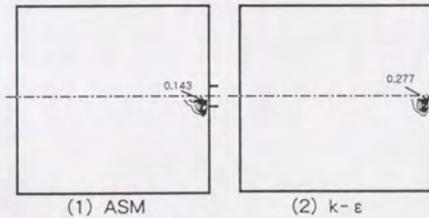
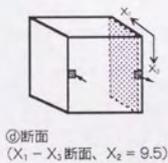
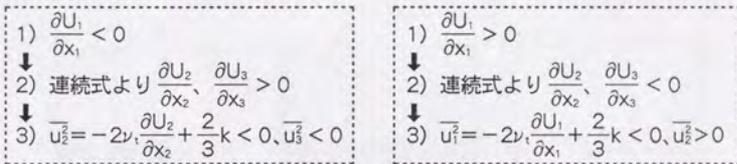


図6.13  $k$ の分布の比較 (④断面)

6.3.5 レイノルズストレス ( $\overline{u_i u_j}$ ) の分布 (図6.15)

$k - \varepsilon$ の結果では噴流近傍のシアの大きい領域で $\overline{u_1^2}, \overline{u_2^2}, \overline{u_3^2}$ の値がほぼ様な大きさであり、ノルマルストレスが等方的になっている。これに対し、ASMでは $\overline{u_1^2}$ が $\overline{u_2^2}, \overline{u_3^2}$ に比べて2倍以上大きく評価されており、非等方性が正しく現われている。これはASMでは $\overline{u_i u_j}$ の生産項 $P_{ij}$ を各成分について個々に正しく評価し、これに基づいて $\overline{u_i u_j}$ を計算するのに対し、 $k - \varepsilon$ では等方的なEVMに基づいて $\overline{u_i u_j} = -\nu_t \left[ \frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right] + \frac{2}{3} k \delta_{ij}$ としているため、 $k$ の分布の強い影響を共通に反映し、ノルマルストレスの非等方性を十分には表現し得ていない。すなわちASMでは図6.16に示すとおり、噴流域で $P_{11}$ が $P_{22}$ および $P_{33}$ に比べて大きい(後述)ため、 $\overline{u_1^2}$ が $\overline{u_2^2}, \overline{u_3^2}$ より大きな値を持つ結果となる。また $k - \varepsilon$ ではノルマルストレスに負の値が見られる。これは以下の理由(図6.14参照)による。すなわち、噴流が壁に当たる領域では $\frac{\partial U_1}{\partial x_1}$ が負の大きな値となり、連続式より、 $\frac{\partial U_2}{\partial x_2}$ および $\frac{\partial U_3}{\partial x_3}$ が正となる。このため、 $k - \varepsilon$ では $\overline{u_2^2} = -2\nu_t \frac{\partial U_2}{\partial x_2} + \frac{2}{3} k$ および $\overline{u_3^2} = -2\nu_t \frac{\partial U_3}{\partial x_3} + \frac{2}{3} k$ が負となる。また吸込口近傍で $\frac{\partial U_1}{\partial x_1}$ が正の大きな値となるため、 $\overline{u_1^2} = -2\nu_t \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \frac{2}{3} k$ が負となっている。このような矛盾はASMでは生じない。



(a) Impinging Region

(b) Exhaust Region

図6.14  $k - \varepsilon$ モデルで $\overline{u_i^2}$ に負が生じる理由(図6.3参照)

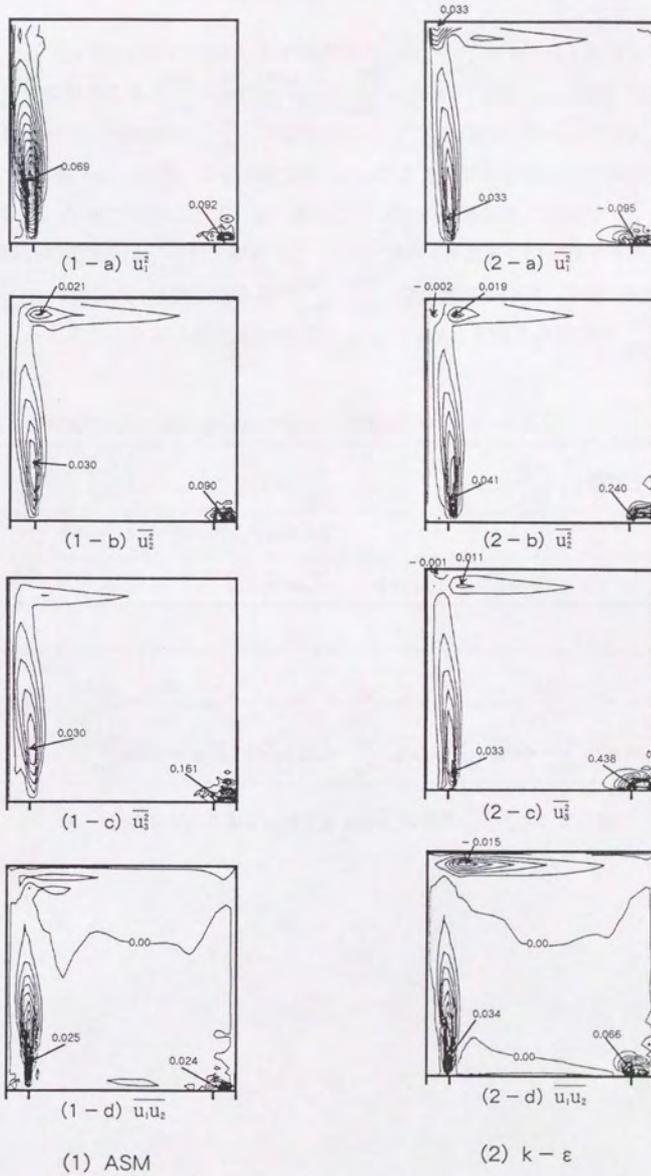


図6.15 @断面における $\bar{u}_i \bar{u}_j$ の分布の比較

6.3.6 レイノルズストレスの生産項 ( $P_{ij}$ ) の分布 (図6.16)

$\overline{u_i u_j}$  の生産項  $P_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}$  を考察する。吹出口近傍で  $P_{11}$  が極めて大きい (表6.4 (a) 参照)。これは  $P_{11} = -2 \left( \overline{u_1^2} \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \overline{u_1 u_2} \frac{\partial U_1}{\partial x_2} + \overline{u_1 u_3} \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right)$  にこの場のメインシアである  $\frac{\partial U_1}{\partial x_2} < 0$  ( $\overline{u_1 u_2} > 0$ ) が含まれていることによる ( $\frac{\partial U_1}{\partial x_3}$  は対称断面ではゼロ)。また噴流が壁面に衝突する領域についても  $P_{11}$  が大きな値を持つ (表6.4 (b) 参照)。これはこの領域で  $\frac{\partial U_1}{\partial x_1}$  が大きな負の値を持つためである。また吸込口近傍では  $P_{11} < 0$ 、 $P_{22}$ 、 $P_{33} > 0$  でかなり大きな値を持つ (表6.4 (c) 参照)。この領域では  $\frac{\partial U_1}{\partial x_1}$  が正の大きな値を持つため、 $P_{11}$  が負となり、また連続式より、 $\frac{\partial U_2}{\partial x_2}$ 、 $\frac{\partial U_3}{\partial x_3}$  が負の値を持ち、 $P_{22}$  には  $-\overline{u_2^2} \frac{\partial U_2}{\partial x_2}$  が、 $P_{33}$  には  $-\overline{u_3^2} \frac{\partial U_3}{\partial x_3}$  が含まれているため、 $P_{22}$ 、 $P_{33}$  が正の大きな値となることによる。

(a) Jet Mixing Region (b) Impinging Region (c) Exhaust Region

| ① $\frac{\partial U_j}{\partial x_i}$ の主要項 | $\frac{\partial U_1}{\partial x_2} < 0$                                            | $\frac{\partial U_1}{\partial x_1} < 0$                   | $\frac{\partial U_1}{\partial x_1} > 0$                   |
|--------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| ② $P_{ij}$                                 | $P_{11} > 0, P_{12} > 0$                                                           | $P_{11} > 0, P_{22}, P_{33} < 0$                          | $P_{11} < 0, P_{22}, P_{33} > 0$                          |
| ③ $\overline{u_i u_j}$                     | $\overline{u_1^2} \gg \overline{u_2^2}, \overline{u_3^2}$ $\overline{u_1 u_2} > 0$ | $\overline{u_1^2} \gg \overline{u_2^2}, \overline{u_3^2}$ | $\overline{u_1^2} \ll \overline{u_2^2}, \overline{u_3^2}$ |

$$\begin{aligned}
 P_{11} &= -2 \left( \overline{u_1^2} \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \overline{u_1 u_2} \frac{\partial U_1}{\partial x_2} + \overline{u_1 u_3} \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right) & P_{22} &= -2 \left( \overline{u_1 u_2} \frac{\partial U_2}{\partial x_1} + \overline{u_2^2} \frac{\partial U_2}{\partial x_2} + \overline{u_2 u_3} \frac{\partial U_2}{\partial x_3} \right) \\
 P_{12} &= - \left( \overline{u_1^2} \frac{\partial U_2}{\partial x_1} + \overline{u_1 u_2} \frac{\partial U_2}{\partial x_1} + \overline{u_1 u_3} \frac{\partial U_2}{\partial x_3} + \overline{u_1 u_2} \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \overline{u_2^2} \frac{\partial U_1}{\partial x_2} + \overline{u_2 u_3} \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right)
 \end{aligned}$$

表6.4  $P_{ij}$  と  $\overline{u_i u_j}$  の構造 (ASM, 対称断面で考察, 図6.2参照)

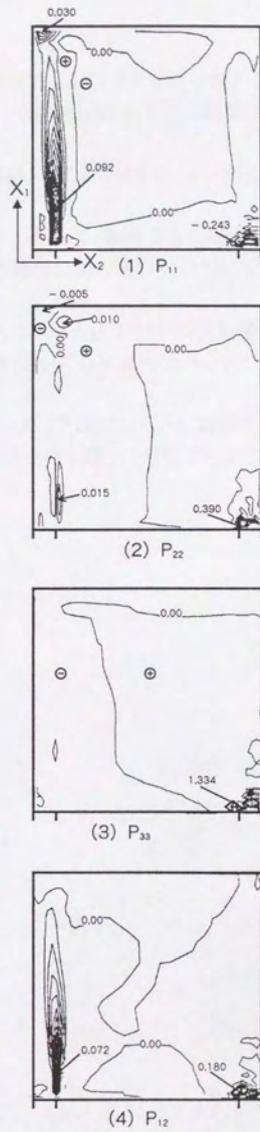


図6.16 @断面における  $P_{ij}$  の分布 (ASM)

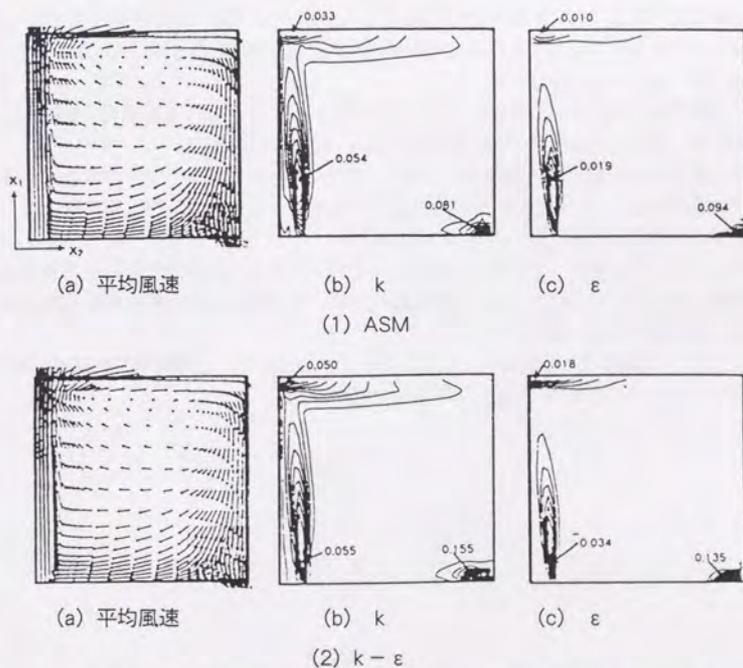
#### 6.4 第六章結論

3次元等温流れ場を対象として代数応力モデルによって解析し、実験結果および $k-\epsilon$ モデルとの結果と比較した。その結果、以下の知見を得た。

- ①平均風速ベクトルについては、 $k-\epsilon$ 、ASM共に実験結果と良く対応している。
- ② $k$ の値はASMの方が $P_i$ を正しく評価するため、 $k-\epsilon$ より実験値に近づき、特に噴流が壁面に衝突する領域や、吸込口近傍での $k$ の値は改善されている。
- ③レイノルズストレス ( $\overline{u_i u_j}$ ) の各成分についてもASMはノルマルストレスの非等方性を正しく評価し、かつ $k-\epsilon$ で見られたノルマルストレスの負値を示さない。
- ④レイノルズストレス ( $\overline{u_i u_j}$ ) の生産項 ( $P_{ij}$ ) について、特に噴流が壁面に衝突する領域や吸込口近傍の加速する領域について着目し、構造的な検討を行い、ASMの妥当性を検証した。

## 補注 6.1

本章では境界条件として一般化対数則を用いた場合の結果について示したが、これとは別にベキ指数を $1/7$ としたベキ乗則 ( $k$  方程式中の  $\varepsilon$  は表 6.2 ④式を使用) による計算も行なった。①断面の結果を補図 6.1 に示す。ベクトル場についてはベキ乗則の結果は一般化対数則による結果とはほぼ同じであったが、 $k$ 、 $\varepsilon$  については異なる。特に  $k - \varepsilon$  における、噴流が壁面に衝突する領域や吸込口近傍での  $k$  の過大評価はベキ乗則による結果では更に顕著となる。また ASM のベキ乗則の結果は一般化対数則の結果と同様、 $k - \varepsilon$  に比べ、この  $k$  の過大評価は改善される傾向にある。 $k - \varepsilon$  における  $k$  の過大評価がベキ乗則の場合、顕著となる理由は以下のように考えられる。すなわち、一般化対数則を用いた場合、 $k$  方程式中の  $\varepsilon$  を壁面第一セルでベキ乗則に比べ、大きく見積もる傾向にあるため (表 6.2 ③式)、壁面近傍での  $k$  の値が小さくなる。またこれは更に  $\nu_i$  を小さく評価し、その結果  $P_i$  が小さくなり、 $k$  の値を抑えるという機構にもよると考えられる。



補図 6.1 壁面境界条件として  $\frac{1}{7}$  乗則を用いた場合の結果 (①断面)

## 第六章参考文献

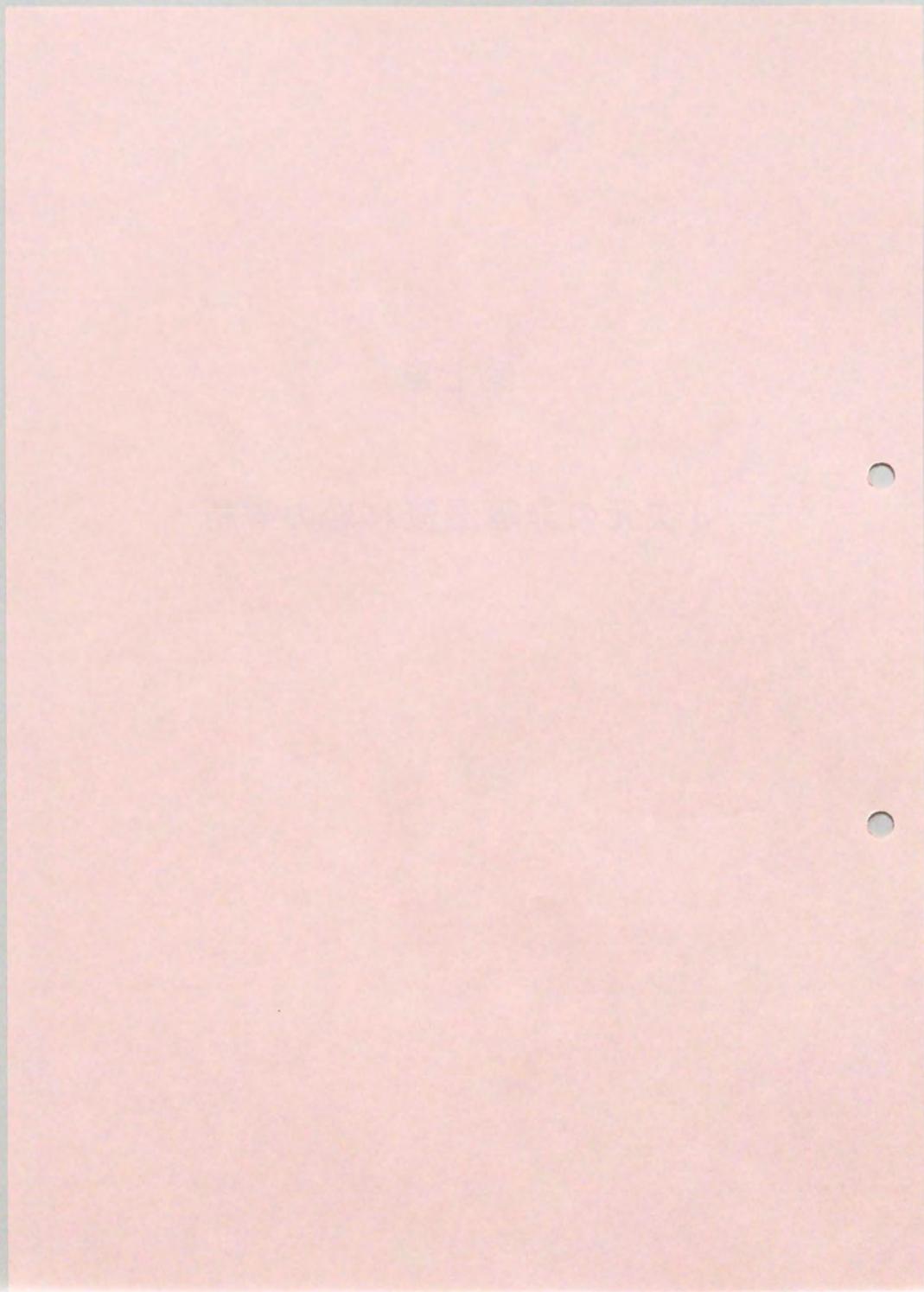
- 1) 村上周三・加藤信介・近藤靖史：代数応力モデルによる室内気流解析（第一報）、2次元等温流れ場における代数応力モデルと $k-\epsilon$ モデルの比較、日本建築学会計画系論文報告集、第415号、pp.21~23、1990.9
- 2) 加藤信介・村上周三・近藤靖史：代数応力モデルによる室内気流解析（第二報）、代数応力モデルによる2次元の等温拡散場、非等温場の解析、日本建築学会計画系論文報告集、第421号、pp.1~9、1991.3
- 3) 野村豪・村上周三・加藤信介・佐藤正章：3次元乱流数値解析と模型実験—数値解析手法を用いる室内空気分布予測法に関する研究—その2、建築学会論文報告集、第298号、pp.69~80、1980.12

## 第六章に關係する既発表論文

- i) 近藤靖史・村上周三・加藤信介：代数応力モデルによる室内気流解析（第三報）、代数応力モデルによる3次元の等温流れ場の解析、日本建築学会計画系論文報告集、第429号、pp.1~5、1991.11
- ii) 村上周三・加藤信介・近藤靖史：応力方程式モデルによる室内気流解析（その6）、空気調和・衛生工学会学術講演会講演論文集、pp.1~4、1989.10
- iii) 村上周三・加藤信介・近藤靖史：吹出し・吸込みを持つ閉鎖空間内の等温・非等温流れ場の解析、 $k-\epsilon$ モデルと代数応力モデルによる一、第三回数値流体力学シンポジウム講演論文集、pp.17~24、1989.12
- iv) 加藤信介・村上周三・近藤靖史：代数応力モデルによる室内気流解析、3次元等温流れ場に関するシミュレーションと実験の比較、第39回応用力学連合会講演会論文集、pp.253~256、1989.12
- v) 村上周三・加藤信介・近藤靖史：代数応力モデルによる3次元室内等温流れ場の解析、生産研究 Vol.42、No.1、pp.55~58、1990.1

## 第七章

### 3次元の非等温流れ場の解析



## 第七章 3次元の非等温流れ場の解析

### 7.1 はじめに

前章に引き続き、本章では3次元非等温流れ場について代数応力モデル (ASM) を用いて数値解析を行ない、実験結果および  $k-\varepsilon$  モデルの結果との比較からその有効性を検討する。ASMではレイノルズストレス ( $\overline{u_i u_j}$ ) および温度フラックス ( $\overline{u_i \theta}$ ) の輸送方程式を代数化して解き、 $\overline{u_i u_j}$  および  $\overline{u_i \theta}$  の生産項を正しく評価するため、今回の数値解析結果では  $k-\varepsilon$  に比べ、実験との対応が良かった。

#### <記号>

|                                                                       |                                                   |                                      |
|-----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|--------------------------------------|
| $U_i$ : $i$ 方向平均流速                                                    | $u_i$ : $i$ 方向流速の変動成分                             | $P$ : 圧力の平均値                         |
| $k$ : 乱流エネルギー                                                         | $D_k$ : $k$ の拡散項                                  | $P_k$ : $k$ の生産項                     |
| $G_k$ : $k$ の浮力による生産項                                                 | $\varepsilon$ : $k$ の散逸率                          | $\Theta$ : 温度の平均値                    |
| $\theta$ : 温度の変動成分                                                    | $g_i$ : $i$ 方向重力加速度                               | $\beta$ : 体膨張係数                      |
| $\overline{\theta^2}$ : 温度変動強度                                        | $\varepsilon_\theta$ : $\overline{\theta^2}$ の散逸項 | $P_{ij}$ : $\overline{u_i u_j}$ の生産項 |
| $\varepsilon_{ij}$ : $\overline{u_i u_j}$ の散逸率                        | $G_{ij}$ : $\overline{u_i u_j}$ の浮力による生産項         | $\Phi_{ij}$ : 圧力-歪相関                 |
| $P_{\theta(1)}, P_{\theta(2)}, G_\theta$ : $\overline{u \theta}$ の生産項 | $\Phi_\theta$ : 圧力-温度勾配相関                         | $w_0$ は領域を囲む境界の総数                    |
| 上添え字 ( $w$ ) は $w$ 番目の壁に関する値                                          | $n_i^w$ は $w$ 番目の壁に垂直な単位ベクトルの $i$ 成分              |                                      |
| $h_w^*$ は $w$ 番目の壁からの垂直距離                                             |                                                   |                                      |
| $R$ : スカラ変動の時間スケールと速度変動の時間スケールの比 (表 5.5 ②式)                           |                                                   |                                      |
| $\tau_w$ : 壁面せん断応力                                                    | $u^*$ : 壁面摩擦速度                                    | $\theta^*$ : 壁面摩擦温度                  |
| $u^* \theta^*$ : 壁面对流熱フラックス                                           | $q_{iL}, q_{iR}$ 等は壁面スカラフラックス                     |                                      |
| オーバーバーは平均操作                                                           | $\delta_{ij}$ はクロネッカデルタ                           |                                      |

7.2 計算概要 (補注 7.1 参照)

計算対象 (図 7.1) とした居室モデルは、左側壁面中央部から冷気を吹き出し、右側壁面が発熱面でかつ 4 隅に吸込口を持つ<sup>1)</sup>。基礎式を表 7.1 に、境界条件を表 7.2 に、計算条件を表 7.3 に示す。

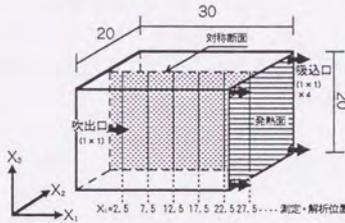


図 7.1 計算対象

- 本報では、流量を吹出口幅  $L_0$ 、吹出風速  $U_0$ 、(吸込-吹出) 温度差  $\Delta \theta_0$  で無次元化。
- 実験においては、 $U_0=1.0\text{m/s}$ 、 $L_0=0.04\text{m}$ 、 $\Delta \theta_0=12.2^\circ\text{C}$  で  $A_v = \frac{-g_s \beta \Delta \theta_0 L_0}{(U_0)^2} = 0.016$ 、室寸法は  $1.2\text{m} \times 0.8\text{m} \times 0.8\text{m}$ 、吹出噴流の  $R_n$  数は  $2.6 \times 10^3$ 。
- 計算では、 $L_0=U_0=\Delta \theta_0=1.0$  とし、 $A_v = \frac{-g_s \beta \Delta \theta_0 L_0}{(U_0)^2} = -g_s \beta = 0.016$  としている。

表 7.1 代数応力モデルの基礎式 (非等温場)

|                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                  |     |                                                                                                                                                                                                                                                  |      |                                                                                                                                                      |      |
|---------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| (Continuity Eq.)                | $\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0$                                                                                                                                                                                                                                          | (1) | $D_k = \frac{\partial}{\partial x_n} (C_n \overline{u_n u_n} \cdot \frac{k}{\epsilon} \frac{\partial k}{\partial x_i})$                                                                                                                          | (10) | $D_\epsilon = \frac{\partial}{\partial x_n} (C_n \overline{u_n u_n} \cdot \frac{k}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i})$                | (11) |
| (Momentum Eq.)                  | $\frac{DU_i}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial \overline{u_i u_i}}{\partial x_i} - g_i \beta \cdot \theta$                                                                                                                                   | (2) | $D_\epsilon = \frac{\partial}{\partial x_n} (C_n \overline{u_n u_n} \cdot \frac{k}{\epsilon} \frac{\partial \theta^2}{\partial x_i})$                                                                                                            | (12) | $D_{\epsilon\theta} = \frac{\partial}{\partial x_n} (C_n \overline{u_n u_n} \cdot \frac{k}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon \theta}{\partial x_i})$ | (13) |
| (k-Eq.)                         | $\frac{Dk}{Dt} = D_k + P_k + G_k - \epsilon$                                                                                                                                                                                                                                     | (3) | $P_k = -\overline{u_i u_i} \frac{\partial U_i}{\partial x_i}$                                                                                                                                                                                    | (14) | $P_{\epsilon\theta} = -\overline{u_i u_i} \frac{\partial U_i}{\partial x_i} - \overline{u_i u_i} \frac{\partial U_i}{\partial x_i}$                  | (15) |
| ( $\epsilon$ -Eq.)              | $\frac{D\epsilon}{Dt} = D_\epsilon + \frac{\epsilon}{k} (C_{\epsilon 1} P_k + C_{\epsilon 2} G_k - C_{\epsilon 2} \epsilon)$                                                                                                                                                     | (4) | $P_\epsilon = -2 \cdot \overline{u_i \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x_i}$                                                                                                                                                         | (16) | $\epsilon_{11} = \frac{2}{3} \cdot \delta_{ij} \epsilon$                                                                                             | (17) |
| ( $\theta$ -Eq.)                | $\frac{D\theta}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} (-\overline{u_i \theta})$                                                                                                                                                                                                    | (5) | $G_k = -\overline{u_i \theta} \cdot g_i \cdot \beta$                                                                                                                                                                                             | (18) | $G_{11} = -\overline{u_i \theta} \cdot g_i \cdot \beta - \overline{u_i \theta} \cdot g_i \cdot \beta$                                                | (19) |
| ( $\theta^2$ -Eq.)              | $\frac{D\theta^2}{Dt} = D_{\theta^2} + P_{\theta^2} - 2 \cdot \epsilon_\theta$                                                                                                                                                                                                   | (6) | $P_{1\theta 11} = -\overline{u_i u_i} \frac{\partial \theta}{\partial x_i}$                                                                                                                                                                      | (20) | $P_{1\theta 21} = -\overline{u_i \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_i}$                                                                          | (21) |
| ( $\epsilon_\theta$ -Eq.)       | $\frac{D\epsilon_\theta}{Dt} = D_{\epsilon_\theta} + \left( C_{\epsilon_\theta 1} \frac{P_k}{\theta^2} + C_{\epsilon_\theta 2} \frac{P_\epsilon}{k} - C_{\epsilon_\theta 3} \frac{\epsilon_\theta}{\theta^2} - C_{\epsilon_\theta 4} \frac{\epsilon}{k} \right) \epsilon_\theta$ | (7) | $\Phi_{11} = \Phi_{11(1)} + \Phi_{11(2)} + \Phi_{11(3)} + \Phi_{11(4)}$                                                                                                                                                                          | (22) | $\Phi_{11(1)} = -C_{11} \frac{\epsilon}{k} (\overline{u_i u_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k)$                                                         | (24) |
| ( $\overline{u_i u_i}$ -Eq.)    | $(P_k + G_k - \epsilon) \frac{\overline{u_i u_i}}{k} = P_{11} + \Phi_{11} + G_{11} - \epsilon_{11}$                                                                                                                                                                              | (8) | $\Phi_{11(2)} = -C_{12} (P_{11} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P_k)$                                                                                                                                                                                  | (23) | $\Phi_{11(2)} = -C_{12} (G_{11} - \frac{2}{3} \delta_{ij} G_k)$                                                                                      | (25) |
| ( $\overline{u_i \theta}$ -Eq.) | $\frac{1}{2} \left( \frac{1}{k} (P_k + G_k - \epsilon) + \frac{1}{\theta^2} (P_\epsilon - 2 \cdot \epsilon_\theta) \right) \overline{u_i \theta}$                                                                                                                                | (9) | $\Phi_{11(3)} = \sum_{n=1}^3 C_{13n} \frac{\epsilon}{k} (\overline{u_i u_n} \cdot \overline{u_n \theta}) \cdot \overline{u_i \theta} \cdot \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_i u_i} \cdot \overline{u_i \theta} \cdot \overline{u_i \theta}$ | (26) | $-\frac{3}{2} \overline{u_i u_i} \cdot \overline{u_i \theta} \cdot \overline{u_i \theta} \cdot \frac{k^{3/2}}{C_i \cdot h_i^{3/2} \epsilon}$         | (27) |
|                                 | $= P_{1\theta 11} + P_{1\theta 21} + \Phi_{1\theta} + G_{1\theta}$                                                                                                                                                                                                               | (9) | $\Phi_{1\theta} = \Phi_{1\theta(1)} + \Phi_{1\theta(2)} + \Phi_{1\theta(3)} + \Phi_{1\theta(4)}$                                                                                                                                                 | (28) | $\Phi_{1\theta(1)} = -C_{1\theta 1} \frac{\epsilon}{k} \cdot \overline{u_i \theta}$                                                                  | (29) |
|                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                  |     | $\Phi_{1\theta(2)} = -C_{1\theta 2} P_{1\theta 21}$                                                                                                                                                                                              | (30) | $\Phi_{1\theta(2)} = -C_{1\theta 3} G_{1\theta}$                                                                                                     | (31) |
|                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                  |     | $\Phi_{1\theta(3)} = -\sum_{n=1}^3 C_{1\theta 3n} \frac{\epsilon}{k} \cdot \overline{u_i \theta} \cdot \overline{u_i \theta} \cdot \overline{u_n \theta} \cdot \overline{u_n \theta} \cdot \frac{k^{3/2}}{C_i \cdot h_i^{3/2} \epsilon}$         | (32) |                                                                                                                                                      | (32) |

$C_1: 1.8$   $C_2: 0.6$   $C_3: 0.6$   $C'_1: 0.5$   $C_k: 0.22$   $C_\epsilon: 0.16$   $C_{\epsilon 1}: 1.44$   $C_{\epsilon 2}: 1.92$   $C_{\epsilon 3}: 1.44$   $C_\theta: 0.15$   
 $C_{\theta 1}: 0.15$   $C_{\theta 2}: 0.9$   $C_{\theta 3}: 0.72$   $C_{\theta 4}: 2.2$   $C_{\theta 11}: 0.8$   $C_{\theta 12}: 3.0$   $C_{\theta 2}: 0.5$   $C_{\theta 3}: 0.3$   $C_{\theta 4}: 0.5$   $C_i: 2.5$

表 7.2 境界条件 (表中の数値は無次元化されたもの)

(流入境界)  $U_{IN}=1.0$   $k_{IN}=0.0018$   $\ell_{IN}=0.013$   $\Theta_{IN}=0.0$

(流出境界)  $U_{OUT}=0.25$   $k, \varepsilon, \Theta$ : フリースリップ

(壁面境界) 壁面上のシアストレスは①式。壁面速度勾配は②式。k-方程式中の壁面第1セルの  $\varepsilon$  ( $\bar{\varepsilon}$ )は③式。  $\varepsilon$  方程式中の壁面第1セルの  $\varepsilon$  ( $\varepsilon_1$ )は④式で与える。

$$\frac{U_1}{(\tau_w/\rho)}(C_\mu^{1/2} \cdot k)^{1/2} = \frac{1}{\kappa} \ell_n \left[ \frac{E \cdot (h_1/2) \cdot (C_\mu^{1/2} \cdot k)^{1/2}}{\nu} \right] \quad \textcircled{1} \quad \left\{ (\nu + \nu_t) \cdot \frac{\partial U}{\partial y} \right\}_{WALL} = \tau_w / \rho \quad \textcircled{2}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{C_\mu^{3/4} \cdot k^{3/2}}{\kappa (h_1/2)} \cdot \ell_n \left[ \frac{E \cdot (h_1/2) \cdot (C_\mu^{1/2} \cdot k)^{1/2}}{\nu} \right] \quad \textcircled{3} \quad \varepsilon_1 = \frac{C_\mu^{3/4} \cdot k^{3/2}}{\kappa (h_1/2)} \quad \textcircled{4}$$

k はフリースリップ。発熱面で  $\overline{u_1 \theta} = -0.0025$ 、その他の壁面では  $\overline{u_n \theta} = 0.0$

$\kappa = 0.4$ ,  $C_\mu = 0.09$ ,  $E = 9.0$ ,  $\nu = 1/R_e = 1/2670$

表 7.3 計算条件

メッシュ分割は  $35(x_1) \times 22(x_2) \times 54(x_3)$ 。最小メッシュ幅は0.25、最大メッシュ幅は1.0。計算は  $x_2$  方向の対称性より、 $x_2$  方向の半分のみを計算対象とした。  $U, k, \varepsilon, \Theta$  の移流項はQUICK、但し吹出口・吸込口近傍で風上差分。本章では  $\overline{\theta^2}$  による  $\overline{u\theta}$  の生産 ( $G_\theta$ 、表7.1(18)式) は温度勾配や速度勾配による生産 (表7.1(19)、(20)式) に比べ小さいものと考えてよいのでこれを無視した。従って  $\overline{\theta^2}$ 、 $\varepsilon_\theta$  の計算は自動的に必要なくなるので行っていない。

7.3 計算結果と考察 (実験結果の詳細は文献1参照)

7.3.1 平均風速ベクトル (図7.2、7.3)

ASMの結果は $k-\epsilon$ より噴流の中心部でやや風速が小さく、実験結果に近づいている。これは運動方程式中に現われる $\overline{u_i u_i}$ の評価がASMの方が妥当であることに起因すると思われる(後述)。また温度分布がASMでは $k-\epsilon$ より滑らかである(後述)ため、風速に対する浮力の影響が小さく、多少 $k-\epsilon$ より噴流の降下がやや小さい傾向が見られる。

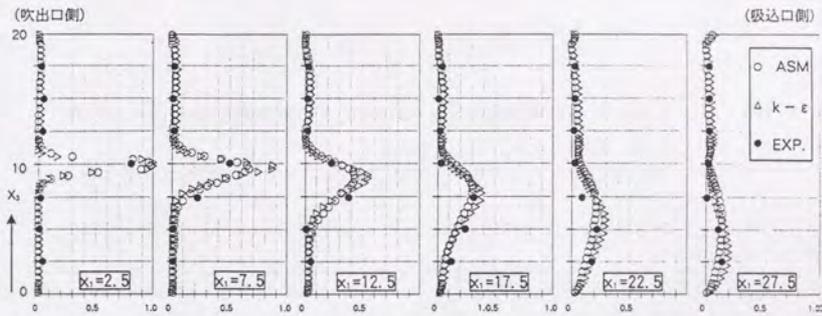


図7.2 スカラ風速 ( $\sqrt{U_1^2+U_2^2+U_3^2}$ ) 分布の比較 (中心断面)

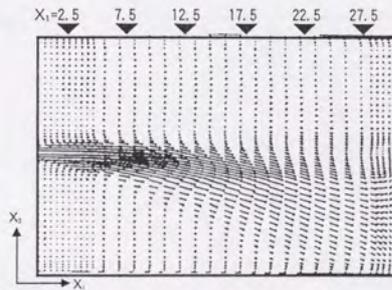


図7.3 風速ベクトル (ASM、中心断面)

7.3.2 温度 ( $\theta$ ) の分布 (図7.4、7.5)

温度についても噴流中心部で  $k-\epsilon$  より実験値に近い。これは後述の温度フラックス ( $\overline{u\theta}$ ) の評価に ASM と  $k-\epsilon$  では大きな差があるためである。すなわち ASM では  $\overline{u\theta}$  を大きく評価する (後述) ため、温度の拡散がより活発であることによる。また ASM、 $k-\epsilon$  の両者について吹出口上下の領域で実験値との対応が悪い (補注7.2参照)。

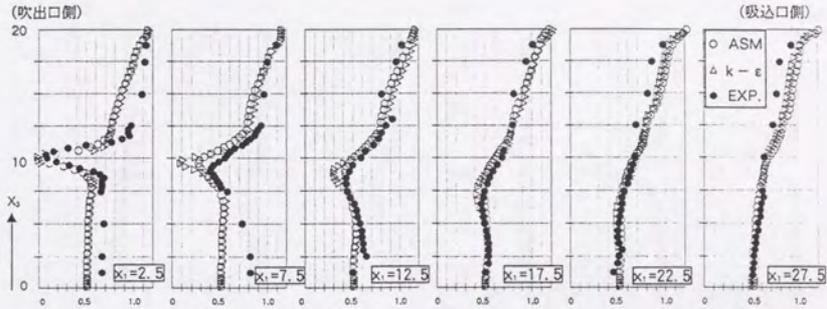


図7.4 温度分布の比較 (中心断面)

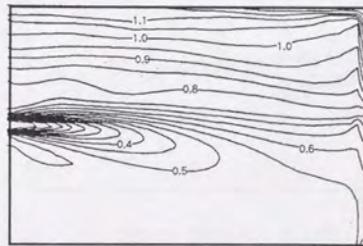


図7.5 温度分布 (ASM、中心断面)

7.3.2 乱流エネルギー ( $k$ ) の分布 (図7.6、7.7)

吹出口のごく近くの噴流部においては、ASMによる $k$ の値は $P_k$ 、 $G_k$ を正しく評価している(後述)ので $k-\epsilon$ より大きい。一方この領域を除いてはASMの方が $k-\epsilon$ より $k$ の値が小さく、全般的に実験値と良い対応を示す。また $k-\epsilon$ では壁面に噴流が当たる領域で $k$ の過大評価が見られる。

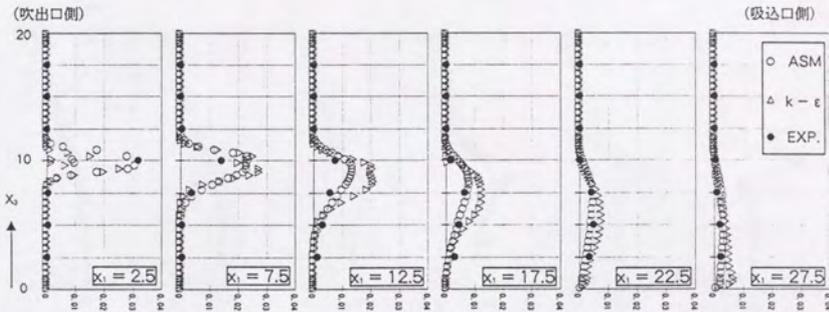


図7.6  $k$ の分布の比較 (中心断面)

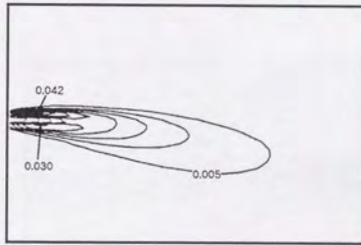


図7.7  $k$ の分布 (ASM)

7.3.4 乱流エネルギーの生産項 ( $P_k$ ) の分布 (図7.8)

ASMの結果では吹出口近傍で $k - \varepsilon$ より、値が大きい。これはASMが $\overline{u_i u_j}$ 、特に $\overline{u_1 u_3}$ を正しく評価しているからである。また噴流の壁面に衝突する部分において $k - \varepsilon$ には $P_k$ の過大評価が見られる。

7.3.5 浮力による乱流エネルギーの生産・消散項 ( $G_k$ ) の分布

(図7.16中の $\overline{u_3 \theta}$ に $g_3 \beta = 0.016$ を乗じたもの、表7.1(12)式参照)

$G_k$ は今回の計算条件では壁面近傍を除く殆どのところで $P_k$ の $\frac{1}{100}$ 程度であり、 $k$ に対する影響は小さい。ただし、発熱面では $G_k > P_k$ であり決して無視できない。

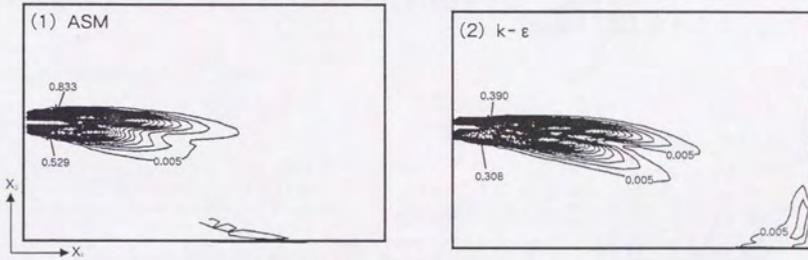


図7.8  $P_k$ の分布の比較 (中心断面)

7.3.6 レイノルズストレス ( $\overline{u_i u_j}$ ) の分布 (図7.10~7.13)

ASMの結果では $\overline{u_i u_j}$ の各成分とも全般的に実験結果と極めて良い一致を示す。特にレイノルズストレスの非等方性、すなわち、この場合、 $\overline{u_1^2}$ が $\overline{u_2^2}, \overline{u_3^2}$ に比べて大きな値を示すことが実験結果に認められ、これをASMでは再現できている。これに対し、 $k-\epsilon$ ではノルマルストレスを渦粘性の概念(EVM)を用いて $\overline{u_i^2} = -2\nu_i \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{2}{3}k$ (ただし、縮約をとらない)で表わすため、各ノルマルストレスがほぼ同程度の値を持ち、等方的な結果となっている。ASMでは $\overline{u_i u_j}$ のレベルに最も大きな影響を与えるその生産項 $P_{ij}$ (図7.14)を正しく評価するためであり、一方 $k-\epsilon$ では等方的な渦粘性の概念によって $\overline{u_i u_j}$ を評価するため、このような差が生じた。また $\overline{u_1^2}$ の値が $\overline{u_2^2}, \overline{u_3^2}$ より大きな値を持つことも $P_{11}$ (図7.14)を見ることにより、明確に理解される。すなわち、 $\overline{u_1^2}$ の生産項 $P_{11}$ にはこの場のメインシアである $\frac{\partial U_1}{\partial x_3}$ の項が含まれているため、 $P_{11}$ が大きくなり、その結果、 $\overline{u_1^2}$ が大きい値を持つ(図7.9参照)。

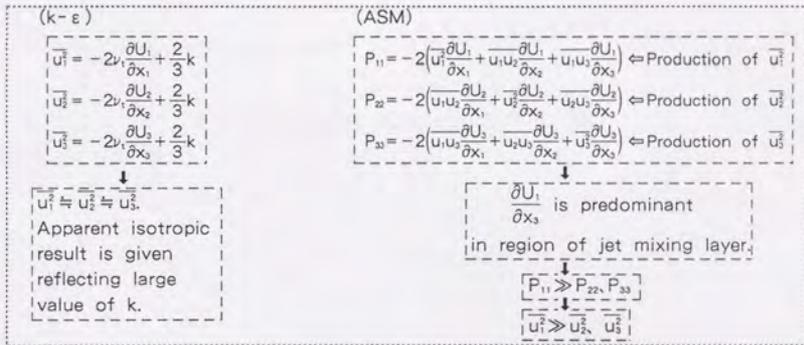


図7.9 ASMと $k-\epsilon$ での $\overline{u_i u_j}$ の評価の差について

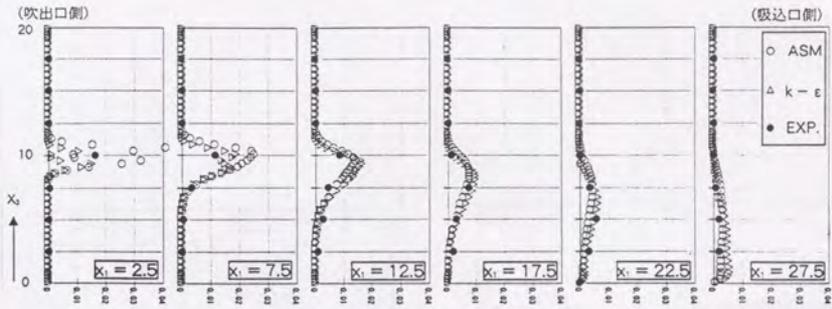


図 7.10  $\overline{u_1}$  の比較 (中心断面)

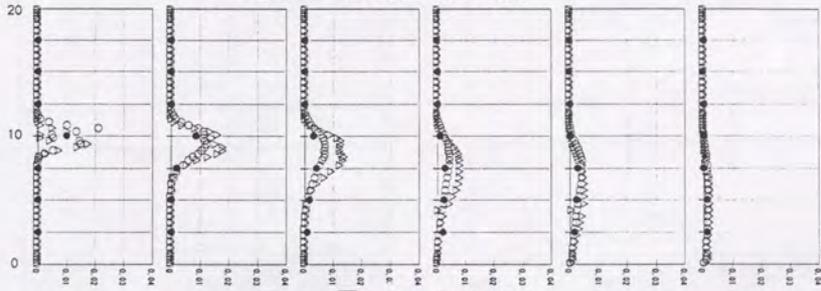


図 7.11  $\overline{u_2}$  の比較 (中心断面)

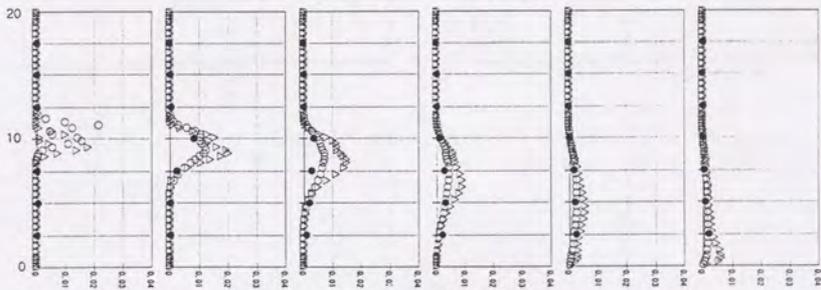


図 7.12  $\overline{u_3}$  の比較 (中心断面)

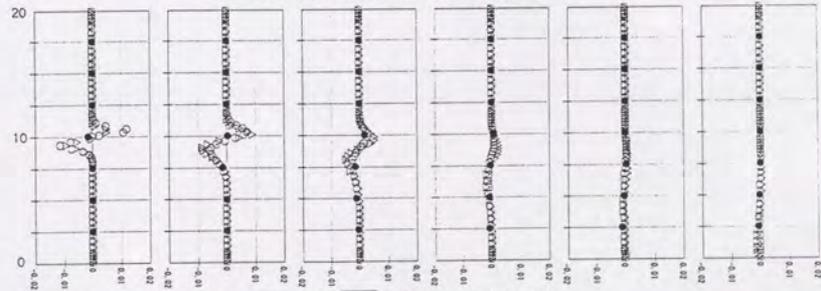


図 7.13  $\overline{u_1 u_2}$  の比較 (中心断面)

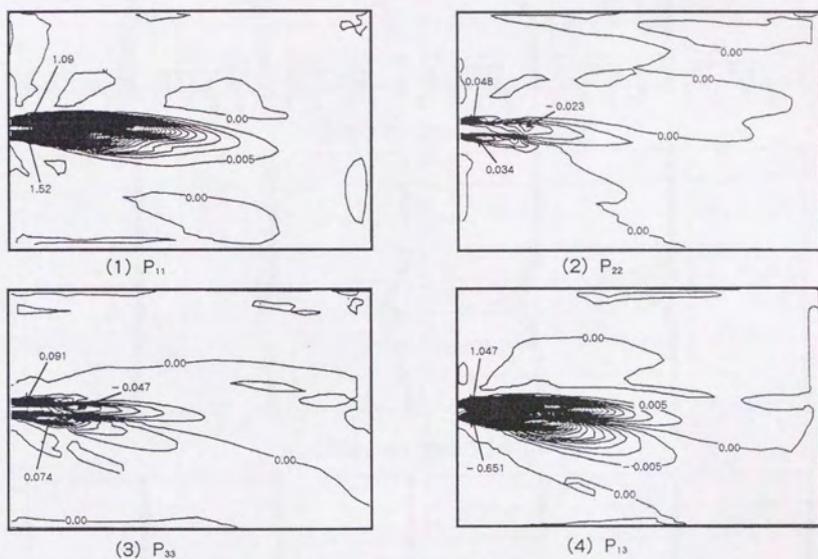


図7.14  $P_{ij}$ の分布 (ASM、中心断面)

7.3.7 乱流熱フラックス  $(\overline{u_i\theta})$  の分布 (図7.16)

$\overline{u_i\theta}$ についてもASMと $k-\epsilon$ では大きな差異が見られる。特に $\overline{u_i\theta}$ の差が顕著である。すなわち、 $k-\epsilon$ では  $\overline{u_i\theta}$ は小さく評価されているのに対して、ASMではかなり大きな値を持ち、ピーク値については $\overline{u_2\theta}$ 、 $\overline{u_3\theta}$ より大きい。これは $k-\epsilon$ では $\overline{u_i\theta} = -\frac{\nu_t}{\sigma_i} \frac{\partial\theta}{\partial x_i}$ とし、この領域では $\frac{\partial\theta}{\partial x_i}$ が小さいため値が小さい。これに対し、ASMでは本来、 $\overline{u_i\theta}$ の輸送方程式(表7.1 (8)式)に現われる $\frac{\partial U_i}{\partial x_k}$ 、 $\frac{\partial\theta}{\partial x_k}$ 等によるすべての生産項(表7.1 (19)、(20)式)を正しく評価しているためである。この場合、 $\overline{u_i\theta}$ の生産項にこの場のメインシアである $\frac{\partial U_i}{\partial x_3}$ が含まれているため、 $\overline{u_i\theta}$ の値が大きくなる。この様にASMでは忠実に $\overline{u_i\theta}$ の生産項を評価するため、 $\overline{u_i\theta}$ の値が正確なものとなり、この結果、前述の温度分布も実験結果に近づく。

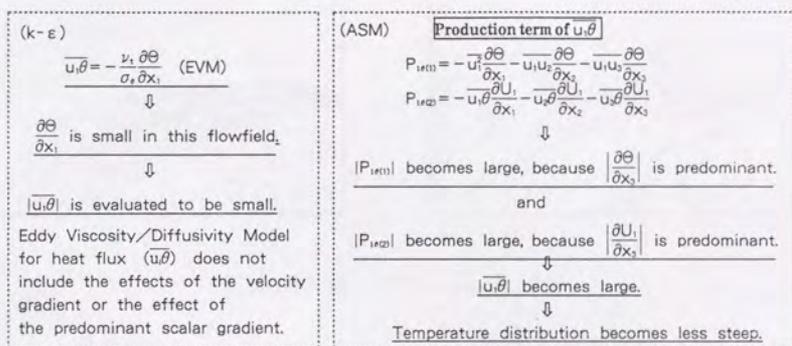


図7.15 ASMと $k-\epsilon$ での $\overline{u_i\theta}$ の評価の差について

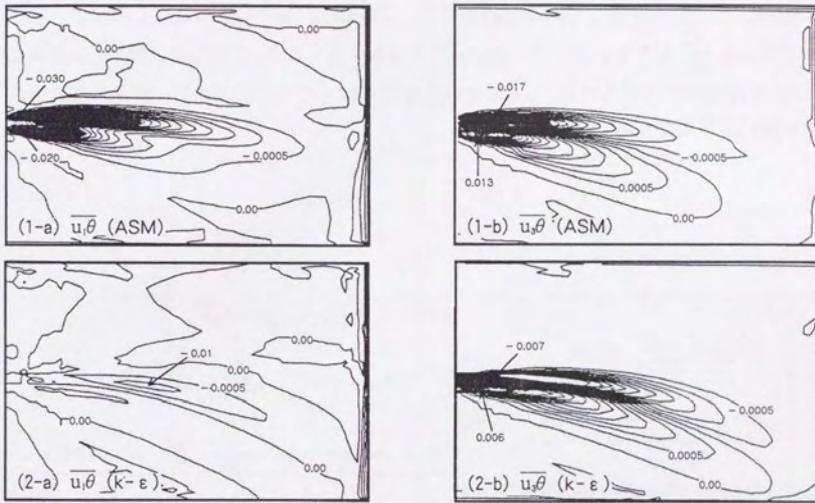


図 7.16  $\overline{u_i \theta}$  の分布の比較 (中心断面)

## 7.4 第七章結論

3次元非等温流れ場を対象として代数応力モデル (ASM) によって解析し、実験結果および  $k - \varepsilon$  モデルの結果と比較・検討した。その結果、以下の知見を得た。

- ① 噴流中の平均風速分布については ASM の方が  $k - \varepsilon$  より実験と良く対応している。
- ② 噴流中の温度分布についても ASM の方が実験値と良く対応している。これは温度フラックス ( $\overline{u_i \theta}$ ) の評価が ASM ではその生産項を正しく評価するため、正確であることによる。
- ③  $k, \overline{u_i u_j}$  についても ASM による評価の方が  $k - \varepsilon$  より実験結果との対応が良い。特に  $k - \varepsilon$  ではノルマルストレスが等方的な性状を示す結果となっているが、ASM では非等方性を妥当に評価し、実験結果との対応が良い。
- ④ ASM による  $k, \overline{u_i u_j}, \overline{u_i \theta}$  の評価の方が、 $k - \varepsilon$  による評価より良い理由について、 $k, \overline{u_i u_j}, \overline{u_i \theta}$  のそれぞれの生産項を正しく評価するという ASM の利点に基づくことを示した。

## 補注 7.1

表 7.1 の基礎式を無次元化すれば、例えば浮力項 (表 7.1 (2) 式右辺第 3 項)  $-g \cdot \beta \cdot \Theta$  は  $A_r \cdot \Theta'$  の表現になる。ただし、 $\Theta'$  は無次元化された温度。

## 補注 7.2

吹出口上下の領域では図 7.2、7.3 より判るように風速がほぼゼロであった。このような領域で温度分布が実験と数値計算で対応が悪い理由は以下のようなものが挙げられる。すなわち、①このように風速が極めて小さい領域では 2 次流の発生等を含めて模型実験において十分な精度の確保が容易でないこと<sup>1)</sup>。②今回の計算では高  $R_e$  数であることを前提とした乱流モデルを適用したが、この領域は高  $R_e$  数とはいえないことなどである。なお上記の点については今後更に検討するが、今回は実験値の方がやや理解し難い傾向が見られると判断している。またこの領域では乱れが少ないため、 $k$  および  $\varepsilon$  の値も極めて小さく、部分的に負の値が現われた。この負値を回避するため、これらの領域で領域全体の平均値の  $1/1000$  を入れて計算を進めた。この値は分子粘性と同じオーダーか、それ以下であり、これによる拡散効果は極めて小さく、結果に影響しない。

第七章 参考文献

- 1) 中川・村上周三・加藤信介 (1989.10) : 非等温室内気流の数値解析に関する研究 (その4)、Viollet型  $k - \varepsilon$  モデルに基づく水平非等温噴流の解析、空調学会

第七章に関係する既発表論文

- i) S. MURAKAMI, S. KATO and Y. KONDO (1990.09) : Examining  $k - \varepsilon$  EVM by means of ASM or a 3-D horizontal buoyant jet in enclosed space, Engineering Turbulence Modelling and Experiments
- ii) 近藤靖史・村上周三・加藤信介 (1989.10) : 応力方程式モデルによる室内気流解析 (その6)、空調学会
- iii) 村上周三・加藤信介・近藤靖史 (1990.1) : 代数応力モデルによる3次元非等温流れ場の解析、生産研究

1998-1999

The following table shows the results of the survey conducted in 1998-1999.

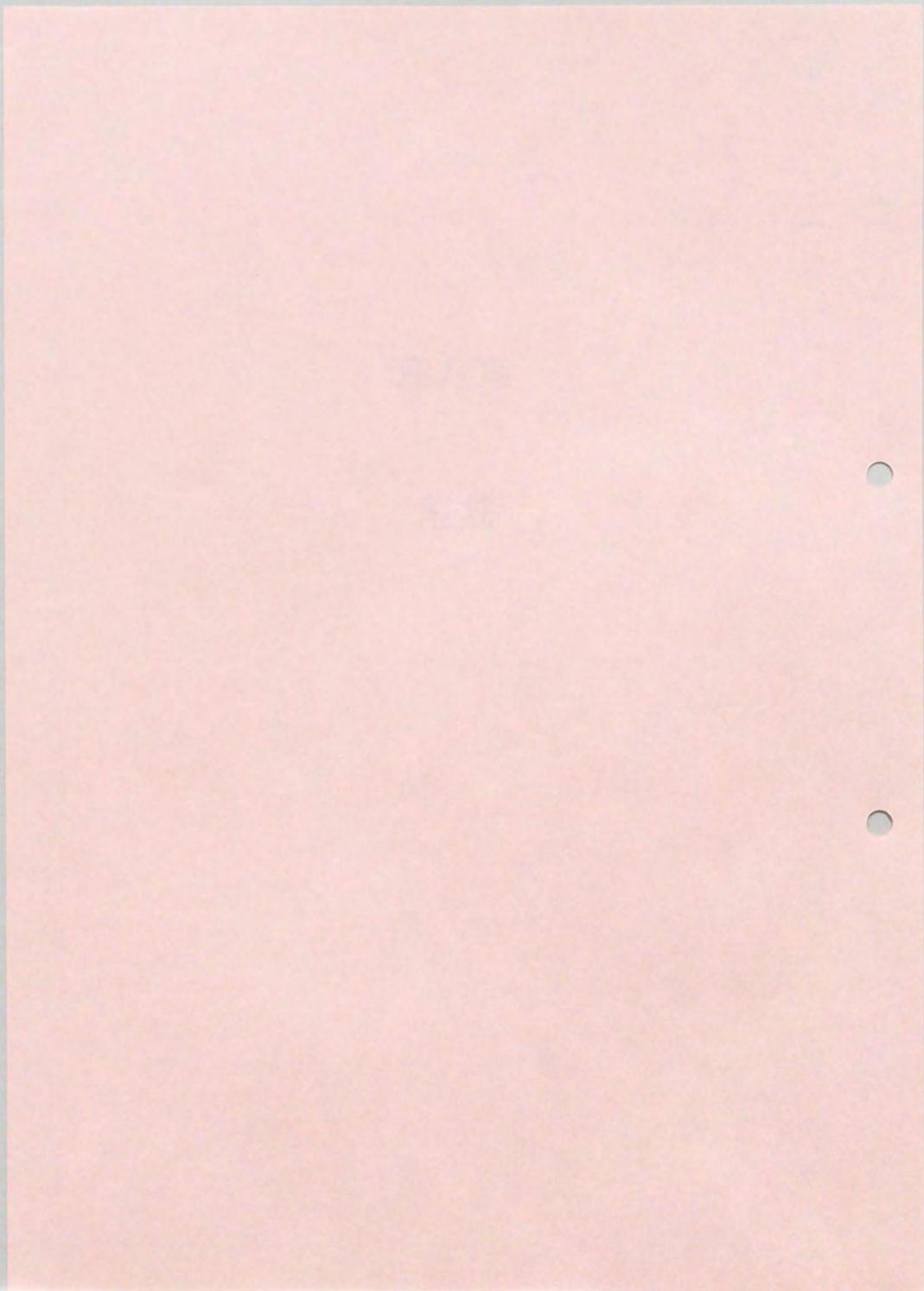
Table 1

The survey results are as follows:

| Category   | Percentage |
|------------|------------|
| Category 1 | 15%        |
| Category 2 | 25%        |
| Category 3 | 35%        |
| Category 4 | 25%        |

## 第八章

### 結語



## 第八章 結語

本研究は代数応力モデル (Algebraic Stress ModelあるいはAlgebraic Second-Moment、以降ASMと略す)を室内気流計算に適用し、その有効性を  $k-\epsilon$ 型2方程式モデル (以降、 $k-\epsilon$ モデルと略す) や実験結果との比較等から検討した成果をまとめたものである。結論の詳細は各章に譲り、ここでは主要な結論と今後の課題について述べる。

第二章では、レイノルズストレス ( $\overline{u_i u_j}$ ) および乱流熱フラックス ( $\overline{u_i \theta}$ ) の各輸送方程式をセカンドモーメントでcloseするためのモデル化 (応力方程式モデル) について説明した。さらにこれらのモデルを単純化した代数応力モデル (ASM) について説明した。また単純な流れ場について ASM と EVM を比較している。

第三章では、レイノルズストレスの輸送方程式を代数化して解く ASM による具体的な数値計算手法について述べた。また ASM で計算する際に生じる数値不安定を抑える計算上の工夫等を示した。すなわち、Pseud Viscosity の導入やGGDHにより生ずる負拡散に対する処理、シアストレスの代数化についての工夫等について述べた。また ASM, DSM で一般に用いられている Gibson-Launderyによる Wall Reflection 項のモデル化に問題があることを示した。

第四章では2次元等温流れ場で ASM と  $k-\epsilon$ モデルの結果を比較し、乱流モデルの差異による結果の影響を検討した。 $k-\epsilon$ モデルで見られる吸込口近傍の乱流エネルギーやその散逸率の特異な極値がASMでは解消されることを示した。この理由を以下のように説明した。すなわち  $k-\epsilon$ モデルでは噴流が壁に衝突する領域や吸込口近傍で乱流エネルギーを過大に評価するが、ASMでは乱流エネルギーの生産項を正しく評価出来るため、上記の問題が改善されることによる。また流線の曲率の影響等について ASM と  $k-\epsilon$ モデルの差について検討した。すなわち、流線の曲率の影響について平均運動エネルギーの輸送方程式から各乱流モデルの差を考察し、ASMの方が流線の曲率の影響を妥当に評価することを示した。

第五章では2次元等温スカラー拡散場および2次元非等温流れ場について ASM と  $k-\epsilon$ モデルの結果を比較検討した。まず、流れ場が比較的単純な2次元等温拡散場で ASM と  $k-\epsilon$ モデルで見られる乱流スカラーフラックスの評価の差を構造的に検討した。すなわち、 $k-\epsilon$ モデルで用いる渦拡散モデル (Eddy Diffusivity Model) では乱流スカラーフラックスを過小に評価する場合があるが、ASMでは乱流スカラーフラックスの速度勾配による生産項、およびスカラーの勾配による生産項の両者を正しく評価するため、乱流スカラーフラックスを正しく評価できる。また乱流熱フラックスの輸送方程式に現れるスカラーの乱流変動強度 ( $\overline{\theta^2}$ )、およびその散逸率 ( $\epsilon_\theta$ ) のモデル化について検討した。次に2次元非等温場について ASM と  $k-\epsilon$ モデルで見られる流線、乱流エネルギーおよび温度の分布の差を流線の曲率の影響、乱流エネルギーの生産項、レイノルズストレス、乱流熱フラックス等の差から検討した。ASMでは乱流熱フラックスの速度勾配による生産項、

および温度勾配による生産項の両者を正しく評価するのに対し、渦拡散モデルに基づく  $k-\epsilon$  モデルでは乱流熱フラックスの評価には速度勾配による生産が組み込まれていない。この差に起因した乱流熱フラックスの差が顕著であり、ASMは乱流熱フラックスの非等方性を  $k-\epsilon$  モデルより妥当に評価出来る乱流モデルであることを示した。

第六章ではASMを3次元等温流れ場に適用し、実験結果および  $k-\epsilon$  モデルの結果との比較検討を行なった。ここでは、3次元閉鎖空間内の比較的複雑な流れ場の非等方性に着目し、ASMと  $k-\epsilon$  モデルを比較検討を行った。ここで対象とした流れ場については平均流における両乱流モデルの差は少なく、両者とも実験結果と良く対応したが、乱流エネルギーについてはASMの方が実験値に近づく傾向があることを示した。特に噴流が壁に衝突する領域や吸込口近傍での乱流エネルギーはASMの方が妥当な値であった。これは乱流エネルギーの生産項をASMの方が正しく評価することによる。またASMではレイノルズストレスの非等方性を正しく評価し、かつ  $k-\epsilon$  モデルで見られたノルマルストレスの負値が現れないことを示した。またレイノルズストレスの各生産項について、特に噴流が壁面に衝突する領域や吸込口近傍について着目し、構造的な検討を行い、ASMの妥当性を検証した。

第七章では3次元非等温流れ場についてASMを用いて数値解析を行ない、実験結果および  $k-\epsilon$  モデルの結果との比較からその有効性を検討している。ASMでは噴流中の平均風速、温度分布、乱流エネルギーの結果は  $k-\epsilon$  モデルより実験との対応が良かった。これはレイノルズストレスおよび乱流熱フラックスの評価が、ASMの方が妥当であることによる。すなわち、レイノルズストレスの各成分について実験と比較すると  $k-\epsilon$  モデルではノルマルストレスが等方的な性状となっているが、ASMでは非等方性を妥当に評価し、実験との対応が良い。また乱流熱フラックスについてもASMでは妥当に大きく評価するため、温度分布は  $k-\epsilon$  モデルより拡散的な結果となり、実験と近づく。これはすなわち、レイノルズストレスおよび乱流熱フラックスの輸送方程式を代数化して解き、これらの生産項を正しく評価できるというASMの最大の利点に基づく結果である。

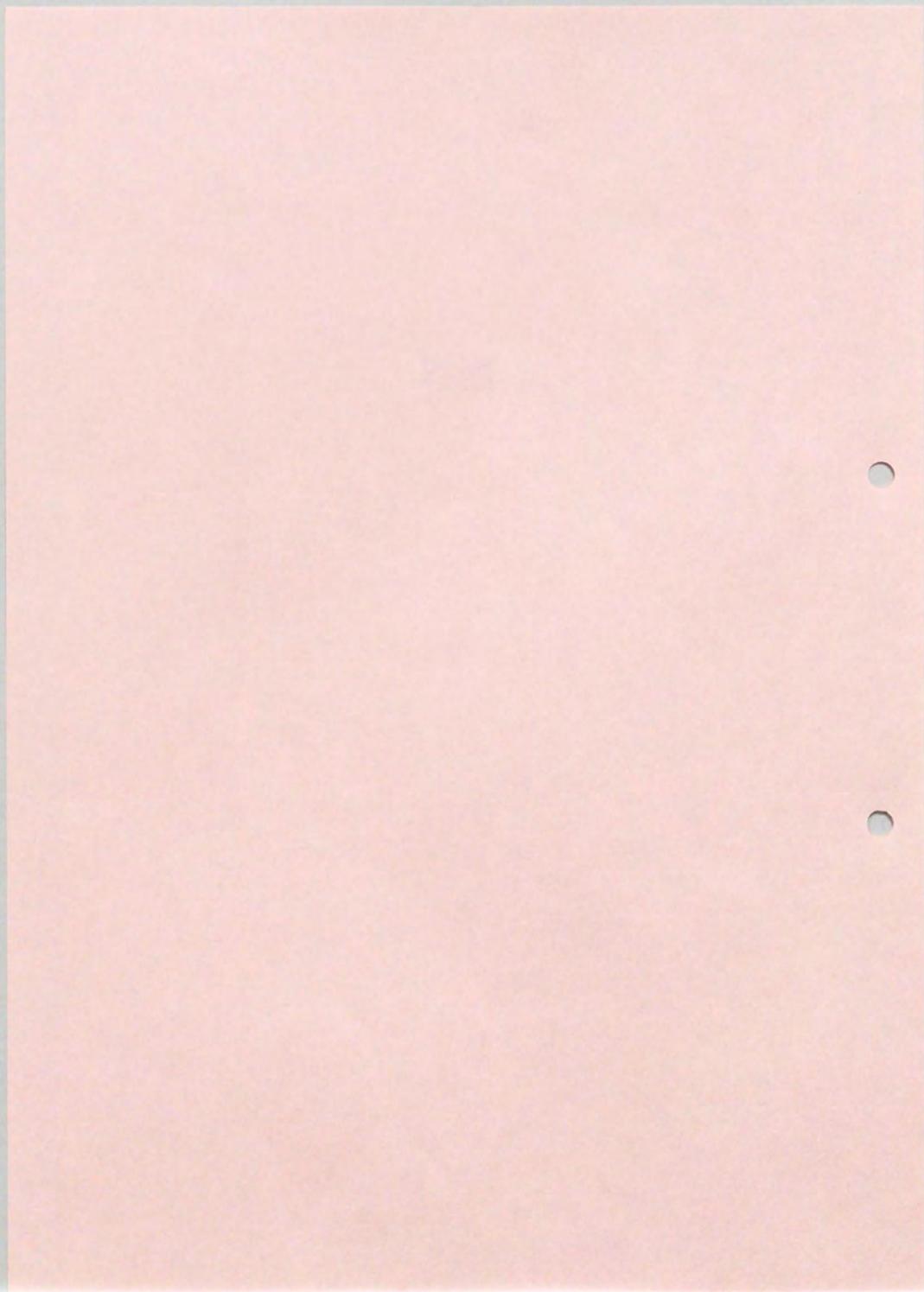
本研究では応力方程式モデル (Differential Stress ModelあるいはDifferential Second-Moment、以降DSMと略す) より扱いが多少簡易化されると考えられるASMにより室内気流の解析を行ってきたわけであるが、今後、さらにレイノルズストレスの輸送方程式を忠実に計算するDSMで検討を進めたいと考えている。また実験結果との比較についても本研究では3次元等温流れ場と3次元非等温流れ場の2事例について行ってきたが、さらに多くの事例での検討を進めたい。

また一般に建築室内の温度場には壁面間の輻射も大きく影響する。これについては別途検討を進めており、比較的簡単な形状の室内についてはある程度の成果が得られている。今後さらに複雑な形状についても検討を進めたい。

数値計算上の課題としては一般曲線座標系の組み込みや、計算効率の向上 (計算時間の短縮) などが挙げられる。

上記の課題について順次、研究を進める所存である。

謝辞



## 謝辞

本論文は筆者が㈱日建設計から東京大学生産技術研究所に民間等共同研究員として派遣され、その在籍中に行った室内気流解析に関する研究を取りまとめたものである。

東京大学生産技術研究所・教授・村上周三先生からは、研究テーマの設定から結果のまとめかたに至るまでの研究のあらゆる局面において、終始懇切丁寧なご指導を賜りました。

東京大学生産技術研究所・助教授・加藤信介先生からは、数値解析手法、乱流モデルに関する研究全般を通じて、終始懇切丁寧なご指導を賜りました。

東京大学生産技術研究所・教授・吉澤徹先生、教授・小林敏雄先生を始めとするNST研究グループのメンバーの方々からも貴重なご意見を頂きました。

神戸大学大学院時代の恩師、神戸大学工学部・環境計画学科・教授・松本衛先生からは、大学院時代に建築環境工学全般に関する知識、研究者の態度、研究の面白さをご教示頂きました。また本研究を進めるに当たって終始、励ましのお言葉を頂きました。

また研究活動全般を通じ、東京大学生産技術研究所・助手・持田灯先生、同・技官・高橋岳生先生、㈱鹿島・石田義洋博士（当時東京大学生産技術研究所・民間等共同研究員）、林吉彦博士の方々を始め、東京大学生産技術研究所・村上研究室、加藤研究室の皆様から種々のご協力・ご助力を頂きました。

また本研究におけるコンピュータの使用に当り、東京大学生産技術研究所・電子計算機室の方々からは多くのご協力を頂きました。

またこの研究の機会は㈱日建設計・奥田泰一部長、同・牧村功部長の両氏を始めとする㈱日建設計の皆様から与えて頂いたものであります。

お世話になった方々に、ここに記して心から感謝の意を表します。

上記の方々のみならず、様々な方々のご理解とご協力により研究を続けられたことを忘れず、今後も努力、精進する所存であります。

最後に筆者のわがままを許し、暖かく見守ってくれた、妻・賀央里に感謝します。

The first part of the report discusses the general situation of the country and the progress made in the various fields of activity during the year.

The second part of the report deals with the work of the various departments and the results achieved in each of them.

The third part of the report contains the conclusions drawn from the work done during the year and the suggestions for the future.

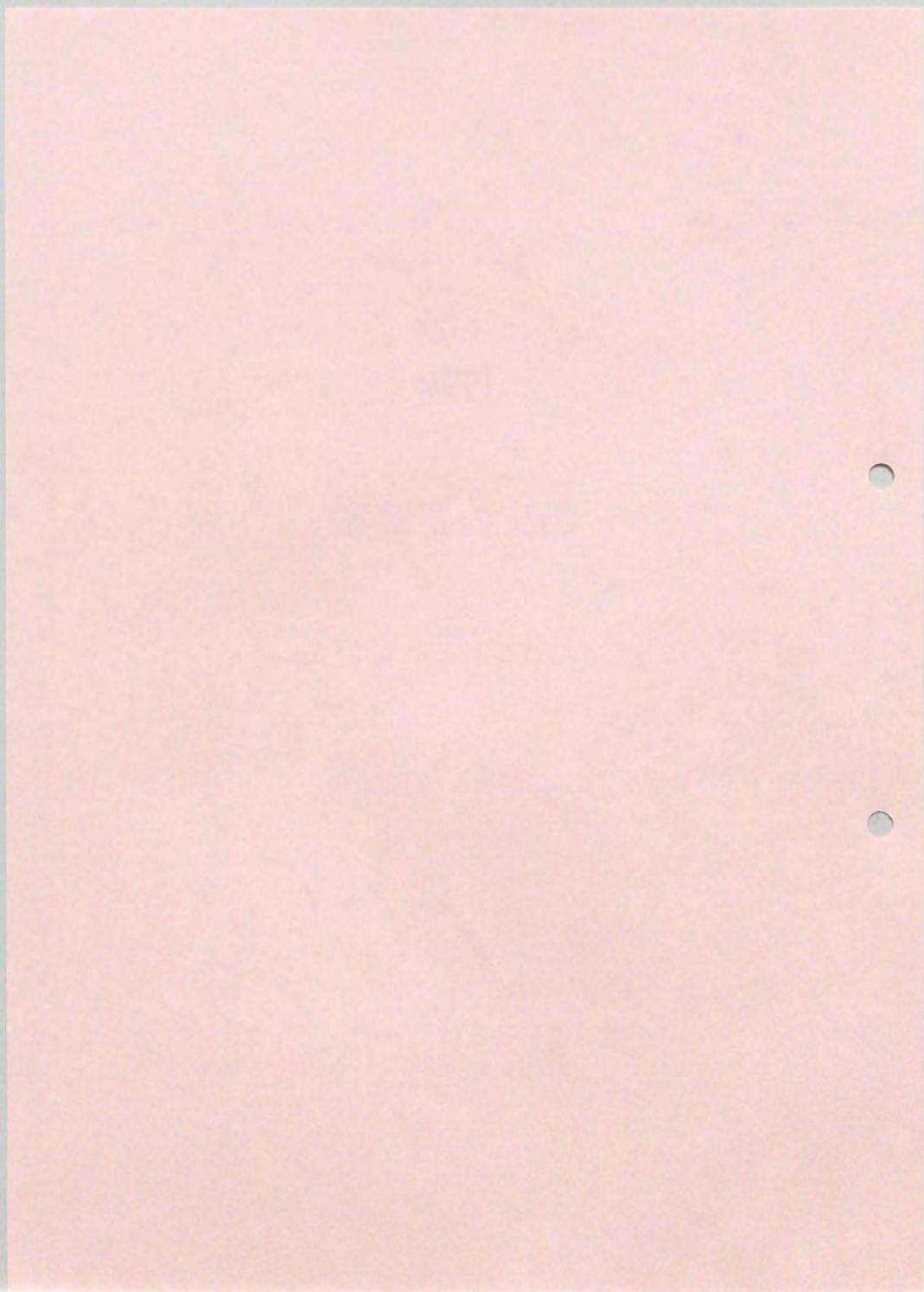
The fourth part of the report is a summary of the work done during the year and the results achieved in each of the various fields of activity.

The fifth part of the report is a summary of the work done during the year and the results achieved in each of the various fields of activity.

The sixth part of the report is a summary of the work done during the year and the results achieved in each of the various fields of activity.

付録

論文の要旨等



## 論文の内容の要旨

論文題目 代数応力モデルによる室内気流の解析に関する研究

氏名 近藤靖史

$k-\varepsilon$ 型2方程式モデル(以降、 $k-\varepsilon$ モデルと略す)を用いた乱流数値シミュレーションは室内気流性状を工学的にある程度の精度で良く再現し、これにより得られた成果は極めて大きい。この $k-\varepsilon$ は等方的な渦粘性の概念(Eddy Viscosity Model、以降EVMと略す)に基づいた乱流モデルで、①モデルの単純さ、明快さ②適用対象流れ場の範囲の広さ、③数値解析上の安定性等、多くの点で優れたモデルであるといえる。しかし、一方で、近年、レイノルズストレス $(-\overline{u_i u_j})$ 等の2次モーメントに勾配輸送近似を行なうEVMを仮定することに起因する問題点が指摘されている。例えば主流の流れが曲率を持つ流れ場、温度分布のある流れ場や吹出口・吸込口近傍等の領域、すなわち乱れ性状の非等方性が大きな問題となる領域において等方的な概念に基づくEVMの欠陥が問題にされている。

特に建築室内空間の流れ場・温度場を解く際にはその乱れ性状に関し非等方性が問題となることが多い。すなわち、室内空間のような閉鎖空間内の3次元流れ場はさまざまな2次流を含む複雑なもので、主流の方向さえも容易に決め難い。空間的に、変形速度 $(\partial u_i / \partial x_j)$ の主要な項の成分がめまぐるしく変化し、非等方性が顕著である。また一般に問題とする室内気流は非等温場の場合が多い。この場合、浮力による一方向の体積力が作用するため、さらに乱れ性状に関し、非等方性が顕著となる。

一方、EVMに基づかない乱流モデル、すなわち、応力方程式モデル(Differential Stress ModelあるいはDifferential Second - Moment、以降DSMと略す)や代数応力モデル(Algebraic Stress ModelあるいはAlgebraic Second - Moment、以降ASMと略す)を用いれば、 $k-\varepsilon$ では十分に正しく解析することが困難な非等方性の強い流れ場の解析を行なうことが可能と成る。

本研究はASMを室内気流計算に適用し、その有効性を従来の $k-\varepsilon$ モデルや実験結果との比較等から検討したものである。

ASMはレイノルズストレス ( $-\overline{u_i u_j}$ ) の生産項 ( $P_{ij}$ ) を正しく評価し、 $\overline{u_i u_j}$  の非等方性が問題となる流れ場、例えば主流の流線が曲率を持つ場合や、噴流が壁に衝突する領域、吸込口近傍の縮流領域等の予測は渦粘性の概念 (EVM) に基づく  $k-\epsilon$  モデルより優れた乱流モデルであると考えられる。また非等温乱流場では乱流熱フラックス ( $\overline{u\theta}$ ) の非等方性が大きな問題となる。これについても ASM は乱流熱フラックス ( $\overline{u\theta}$ ) の生産項 ( $P_{i\theta}$ ) を正しく評価出来るため、渦拡散の概念 (Eddy Diffusivity Model) に基づく  $k-\epsilon$  モデルより優れた乱流モデルであると考えられる。そこで本論文では ASM を室内気流計算に適用し、その有効性を検証しようとしている。

本論文は以下の7章より成る。

第一章では、まず序論として本研究の目的と概要が述べられる。

第二章では、レイノルズストレス ( $\overline{u_i u_j}$ ) および乱流熱フラックス ( $\overline{u\theta}$ ) の各輸送方程式をセカンドモーメントでcloseするためのモデル化 (応力方程式モデル) について説明する。さらにこれらのモデルを単純化した代数応力モデル (ASM) について説明する。また単純な流れ場について ASM と EVM を比較する。

第三章では、レイノルズストレスの輸送方程式を代数化して解く ASM による具体的な数値計算手法について述べている。また ASM で計算する際に生じる数値不安定を抑える計算上の工夫等を説明する。また ASM が持つモデル上のいくつかの矛盾点を示し、またそれらの矛盾を数値計算上で避ける方法等について述べる。

第四章では2次元等温流れ場で ASM と  $k-\epsilon$  モデルの結果を比較し、乱流モデルの差異による結果の影響を検討する。特に吸込口近傍の乱流エネルギーの値および、流線の曲率の影響等について ASM と  $k-\epsilon$  モデルの差について検討している。 $k-\epsilon$  モデルで噴流が壁に衝突する領域や吸込口近傍で乱流エネルギーを過大に評価するが、ASM では乱流エネルギーの生産項を正しく評価出来るため、上記の問題が改善されることを示した。また流線の曲率の影響については平均運動エネルギーの輸送方程式から各乱流モデルの差を考察し、ASM の方が流線の曲率の影響を妥当に評価することを示している。

第五章では乱流スカラフラックス ( $\overline{u\theta}$ ) の ASM の定式化を示すとともにこれを用いて2次元等温拡散場および2次元非等温流れ場について検討している。まず、2次元等温拡散場で ASM と  $k-\epsilon$  モデルで見られる乱流スカラフラックスの評価の差を構造的に検討し、また乱流熱フラックスの輸送方程式に現れるスカラの乱流変動強度 ( $\overline{\theta^2}$ )、およびその散逸率 ( $\epsilon_\theta$ ) のモデル化について検討している。次に2次元非等温場について ASM と  $k-\epsilon$  モデルで見られる流線、乱流エネルギーおよび温度の分布の差を流線の曲率の影響、乱流エネルギーの生産項、レイノルズストレス、乱流熱フラックス等の差から検討する。ASM では乱流熱フラックスの速度勾配による生産項、およびスカラの勾配による生産項の両者を正しく評価するのに対し、渦拡散モデルに基づく  $k-\epsilon$  モデルでは乱流熱フラックスの評価には速度勾配による生産が組み込まれていない。この差に起因した乱流熱フラックスの差が顕著であり、ASM は乱流熱フラックスの非等方性を  $k-\epsilon$  モデルより妥当に評価出来る乱流モデルであることを示した。

第六章では ASM を3次元等温流れ場に適用し、実験結果および  $k-\epsilon$  モデルの結果との比較検討を行なう。この章では、3次元閉鎖空間内の比較的複雑な流れ場の非等方性に特に着目し、ASM と  $k-\epsilon$  モデルを比較し、それぞれのモデルの構造などについて検

討した。ここで対象とした流れ場については平均流における両乱流モデルの差は少なく、両者とも実験結果と良く対応したが、乱流エネルギーについてはASMの方が実験値に近づく傾向があることを示した。特に噴流が壁に衝突する領域や吸込口近傍での乱流エネルギーはASMの方が妥当な値であった。またASMではレイノルズストレスの非等方性を正しく評価し、かつ $k-\varepsilon$ モデルで見られたノルマルストレスの負値が現れないことを示した。

第七章では3次元非等温流れ場についてASMを用いて数値解析を行ない、実験結果および $k-\varepsilon$ モデルの結果との比較からその有効性を検討している。ASMではレイノルズストレス ( $-\overline{u_i u_j}$ ) および乱流熱フラックス ( $\overline{u_i \theta}$ ) の輸送方程式を代数化して解き、 $\overline{u_i u_j}$  および $\overline{u_i \theta}$ の生産項を正しく評価するため、 $k-\varepsilon$ モデルに比べ、噴流中の平均風速、温度分布、乱流エネルギー、およびレイノルズストレスの各成分について実験との対応が良いことを示した。

第八章では、全体のまとめを行っており、本研究の成果と今後の課題が総括されている。

THE STATE OF TEXAS,  
COUNTY OF [ ]

I, [ ]

Witness my hand and seal this [ ] day of [ ] 19[ ]



## SUMMARY

*Room Airflow Analysis by Means of Algebraic Stress Model*

by YASUSHI KONDO

The flowfield in a room with supply and exhaust openings is typically an elliptic one in which there exist such various secondary flows as recirculation. It is so complex that sometimes the direction of the main flow cannot be found easily. There are many difficulties in analyzing such flowfields by the numerical method.

Furthermore, the predominant terms of the mean strain-rate tensor ( $\partial U_i / \partial x_j$ ) and scalar gradient ( $\partial \theta / \partial x_i$ ) vary locally and thereby the effect of the streamline curvature usually cannot be neglected.

The  $k-\varepsilon$  two equation turbulence model (hereafter abbreviated as the  $k-\varepsilon$  model) based on the concept of the eddy viscosity / diffusivity model is widely used for room airflow analysis. Although the concept of a locally determined, isotropic eddy viscosity and diffusivity is of course very useful, this model is not so efficient in flow fields where the Reynolds stresses ( $\overline{u_i u_j}$ ) and the turbulent heat fluxes ( $\overline{u_i \theta}$ ) are significantly anisotropic, such as the fields near air inlets or near outlets, and the fields under the effect of buoyancy. On the other hand, a model which does not use the concept of eddy viscosity / diffusivity, such as the differential stress model and the algebraic stress model (hereafter abbreviated as ASM), does not suffer many problems which is originated by the eddy viscosity model.

In this paper, the numerical method in ASM, a simplified form of differential stress models, is shown and 4 types of room airflow are analyzed by utilizing ASM. Through the comparison of these results with those obtained from the  $k-\varepsilon$  model and experimental ones, we then evaluated the validity of the model.

In the case of two-dimensional isothermal flowfield, the effect of the

streamline curvature is clear. ASM can capture the effect of the streamline curvature better than the  $k-\varepsilon$  model does. Furthermore, ASM evaluates the production term ( $P_k$ ) of  $k$  more accurately than the  $k-\varepsilon$  model does. Therefore, the results of the distribution of streamline,  $k$  and  $\varepsilon$  in ASM are physically more reasonable than those in the  $k-\varepsilon$  model. The structural differences between the two turbulence models are then examined.

In the case of two - dimensional non - isothermal flow field, the results of the distribution of the Reynolds stresses ( $\overline{u_i u_j}$ ) and the turbulent heat fluxes ( $\overline{u_i \theta}$ ) in ASM are physically more reasonable than those given by the  $k-\varepsilon$  model. These terms are calculated using the exact form in the case of ASM whereas they are calculated on the basis of the eddy viscosity model in the case of the  $k-\varepsilon$  model. The differences of the distributions of velocity and scalar (temperature) between ASM and  $k-\varepsilon$  are attributed to the differences of the evaluation  $\overline{u_i u_j}$  and  $\overline{u_i \theta}$ .

In the case of three - dimensional isothermal room airflow, the numerical results of ASM and the  $k-\varepsilon$  model are compared with the experimental results. In ASM, the Reynolds stresses ( $\overline{u_i u_j}$ ) is evaluated by the algebraic expression representation of transport equation for  $\overline{u_i u_j}$ . Therefore ASM can reproduce the characteristics of such highly anisotropic flowfields better than the  $k-\varepsilon$  model does. Some shortcomings of the  $k-\varepsilon$  model which is based on the eddy viscosity modelling are clarified.

In the case of three - dimensional non - isothermal flowfield, the numerical results in ASM and the  $k-\varepsilon$  model are compared with the experimental ones. The predicted distributions of velocity, temperature and turbulent energy by ASM generally denote less steep gradients and agree with the experiment better than does the  $k-\varepsilon$  model. This advantage of ASM over the  $k-\varepsilon$  model is attributed mainly to the difference of the evaluation of the Reynolds stresses ( $\overline{u_i u_j}$ ) and the turbulent heat fluxes ( $\overline{u_i \theta}$ ). The anisotropic property of the Reynolds stresses in the

jet region is well reproduced by ASM but the  $k-\varepsilon$  model fails to reproduce this characteristic. This difference is attributed to the difference in the method of evaluating the generation term  $P_{ij}$ . Furthermore the difference of the turbulent heat fluxes predicted by ASM and the  $k-\varepsilon$  model. The result given by ASM is more adequate.

The shortcomings of the  $k-\varepsilon$  model are thus clarified. Although the concept of a locally determined, isotropic, effective turbulent viscosity / diffusivity is of course very useful, it may be concluded that such values as the Reynolds stresses ( $\overline{u_i u_j}$ ) and the turbulent heat fluxes ( $\overline{u_i \theta}$ ) in an anisotropic non-isothermal flowfield cannot be predicted adequately by means of simple eddy viscosity modelling.

Second-moment closure modelling, even if only a simple version such as ASM, reveals itself to be very effective for the analysis of room airflow where the anisotropy of the Reynolds stresses ( $\overline{u_i u_j}$ ) and the turbulent heat fluxes ( $\overline{u_i \theta}$ ) is significant and eddy viscosity / diffusivity model can hardly be used.

The first part of the report deals with the general situation of the country and the progress of the work during the year. It is followed by a detailed account of the various expeditions and the results obtained. The report concludes with a summary of the work done and the prospects for the future.

The second part of the report deals with the detailed results of the various expeditions. It is divided into several sections, each dealing with a different aspect of the work. The first section deals with the general results of the work, and the following sections deal with the results of the various expeditions.

The third part of the report deals with the detailed results of the various expeditions. It is divided into several sections, each dealing with a different aspect of the work. The first section deals with the general results of the work, and the following sections deal with the results of the various expeditions.

Zusammenfassung

*Zimmer- Luftströmungsanalyse  
mit Hilfe eines Algebraisches Spannungs- Modell*

von YASUSHI KONDO

Das Strömungsfeld in einem Zimmer mit Ein- und Ausströmöffnungen ist typischerweise elliptisch und zeichnet sich durch verschiedene Sekundärströmungen aus. Die Strömungsverhältnisse sind oft so komplex, daß die Hauptströmungsrichtung nur schwer festgestellt werden kann. Bei der Analyse solcher Strömungsfelder mit numerischen Methoden stößt man auf viele Schwierigkeiten.

Da die wichtigsten Ausdrücke der Mittelbelastung - Nenntensor ( $\partial U_i / \partial x_j$ ) und Skalargradient ( $\partial \theta / \partial x_i$ ) - örtlich schwanken, kann der Effekt der Strömungskurvatur normalerweise nicht vernachlässigt werden.

Das  $k - \epsilon$  Turbulenzmodell mit zwei Gleichungen (abgekürzt  $k - \epsilon$  Modell), das auf dem Konzept des Modells von Wirbelgeschwindigkeit und - diffusität basiert, wird oft für Zimmer- Luftströmungsanalysen benutzt. Wenngleich das Konzept mit der örtlich bestimmten, isotropischen Wirbelgeschwindigkeit und Diffusität selbstverständlich sehr nützlich ist, bieten dieses Modell jedoch bei Strömungsfeldern mit relativ anisotropischen Reynolds Spannungen ( $\overline{u_i u_j}$ ) und Wärmestromdichten ( $\overline{u_i \theta}$ ), wie etwa nahe bei Luftein- und - ausgängen und bei Feldern mit einem Auftriebseffekt, kaum einen effizienten Lösungsansatz. Modelle die nicht auf dem Konzept der Wirbelgeschwindigkeit und Wirbeldiffusität beruhen, wie etwa das Differential Spannungs- Modell und das Algebraisches Spannungs- Modell (abgekürzt ASM), haben viele Probleme, die beim Wirbelgeschwindigkeitsmodell auftreten, nicht.

In dieser Arbeit wird die numerische Methode des ASM (eine vereinfachte Form des Differential Spannungs - Modells) erklärt, und vier verschiedene Luftströmungstypen werden mit dem ASM analysiert. Anhand des Vergleichs mit den Ergebnissen eines  $k - \epsilon$  Modells und mit Versuchsergebnissen wird dann die Gültigkeit der Modelle bewertet.

Im Falle eines zweidimensionalen, isothermischen Strömungsfeldes ist der Effekt der Stromlinienkrümmung klar. Mit dem ASM kann der Effekt der Stromlinienkrümmung besser erfaßt werden als mit dem  $k - \epsilon$  Modell. Weiters bestimmt das ASM den Förderwert ( $P_k$ ) von  $k$  besser als das  $k - \epsilon$  Modell. Deshalb sind die Ergebnisse für die Verteilung der Strömungslinien  $k$  und im ASM physikalisch besser begründet als die Ergebnisse des  $k - \epsilon$  Modells. Anschließend werden die strukturellen Unterschiede zwischen den zwei Turbulenzmodellen untersucht.

Für den Fall eines zweidimensionalen, nicht - isothermischen Strömungsfeldes sind die Ergebnisse der Verteilung der Reynolds Spannungen ( $\overline{u_i u_j}$ ) und der Wärmestromdichten ( $\overline{u_i \theta}$ ) im ASM physikalisch besser begründet als die Ergebnisse des  $k - \epsilon$  Modells. Diese Ausdrücke werden beim ASM in der exakten Form berechnet. Beim  $k - \epsilon$  Modell basiert die Berechnung auf dem Modell der Wirbelgeschwindigkeit. Die Unterschiede bei der Verteilung von Geschwindigkeit und Skalar (Temperatur) zwischen ASM und  $k - \epsilon$  werden der unterschiedlichen Bewertung von  $\overline{u_i u_j}$  und  $\overline{u_i \theta}$  zugeschrieben.

Für den Falle einer dreidimensionalen, isothermischen Luftströmung im Zimmer werden die numerischen Ergebnisse von ASM und  $k - \epsilon$  Modell mit den Versuchsergebnissen verglichen. Beim ASM werden die Reynolds Spannungen ( $\overline{u_i u_j}$ ) mit dem algebraischen Ausdruck der Transportgleichung für  $\overline{u_i u_j}$  bewertet. Aus diesem Grund kann ASM die Merkmale stark anisotropischer Strömungsfelder besser wiedergeben als das  $k - \epsilon$  Modell. Einige Schwachstellen des auf der

Wirbelgeschwindigkeit beruhenden  $k-\varepsilon$  Modells werden aufgezeigt.

Für den Fall eines dreidimensionalen, nichtisothermischen Strömungsfeldes werden die numerischen Ergebnisse von ASM und  $k-\varepsilon$  Modell mit den Versuchsergebnissen verglichen. Die vom ASM vorausgesagte Verteilung von Geschwindigkeit, Temperatur und Turbulenzenergie ergibt allgemein weniger steile Gradienten und stimmen mit den Versuchsergebnissen besser überein als die Werte des  $k-\varepsilon$  Modells. Dieser Vorteil des ASM über das  $k-\varepsilon$  Modell wird hauptsächlich der unterschiedlichen Bewertung der Reynolds Spannungen ( $\overline{u_i u_j}$ ) und der turbulenten Wärmestromdichten ( $\overline{u_i \theta}$ ) zugeschrieben. Die anisotropische Eigenschaft der Reynolds Spannungen im Düsenbereich wird vom ASM gut wiedergegeben. Das  $k-\varepsilon$  Modell andererseits versagt bei der Abbildung dieser Eigenschaft. Dieser Unterschied wird der unterschiedlichen Berechnungsmethode für den Entwicklungswert  $P_k$  und den Unterschieden bei den vom ASM und vom  $k-\varepsilon$  Modell vorausgesagten turbulenten Wärmestromdichten zugeschrieben. Die Ergebnisse des ASM sind zutreffender.

Die Schwachstellen des  $k-\varepsilon$  Modells werden erläutert. Wenngleich das Konzept der örtlich bestimmten, isotropischen, effektiven turbulenten Geschwindigkeit und Diffusität natürlich sehr nützlich ist, kann geschlossen werden, daß Werte, wie die Reynolds Spannungen ( $\overline{u_i u_j}$ ) und die turbulenten Wärmestromdichten ( $\overline{u_i \theta}$ ), in einen anisotropischen, nichtisothermischen Strömungsfeld mit einfachen Wirbelgeschwindigkeits - modellen nicht zutreffend vorausgesagt werden können.

Zweimoment - Verschlußmodelle, selbst so einfache Versionen wie das ASM, erweisen sich in den Fällen als sehr effektiv für die Analyse von Luftströmungen in Zimmern, bei denen die Anisotropie der Reynolds Spannungen ( $\overline{u_i u_j}$ ) und der turbulenten Wärmestromdichten ( $\overline{u_i \theta}$ ) signifikant ist und das Modell der Wirbelgeschwindigkeit und -diffusität kaum verwendet werden kann.

THE HISTORY OF THE UNITED STATES

The first part of the book is devoted to the early history of the United States, from the time of the first European settlement to the end of the Revolutionary War. It covers the discovery of the continent, the establishment of the first colonies, and the struggle for independence. The second part of the book is devoted to the history of the United States from the end of the Revolutionary War to the present. It covers the period of the early republic, the expansion of the United States, the Civil War, and the Reconstruction period. The third part of the book is devoted to the history of the United States from the end of the Reconstruction period to the present. It covers the period of the Gilded Age, the Progressive Era, and the New Deal. The fourth part of the book is devoted to the history of the United States from the end of the New Deal to the present. It covers the period of the Cold War, the Vietnam War, and the Watergate scandal.

THE HISTORY OF THE UNITED STATES

The first part of the book is devoted to the early history of the United States, from the time of the first European settlement to the end of the Revolutionary War. It covers the discovery of the continent, the establishment of the first colonies, and the struggle for independence. The second part of the book is devoted to the history of the United States from the end of the Revolutionary War to the present. It covers the period of the early republic, the expansion of the United States, the Civil War, and the Reconstruction period. The third part of the book is devoted to the history of the United States from the end of the Reconstruction period to the present. It covers the period of the Gilded Age, the Progressive Era, and the New Deal. The fourth part of the book is devoted to the history of the United States from the end of the New Deal to the present. It covers the period of the Cold War, the Vietnam War, and the Watergate scandal.

The first part of the book is devoted to the early history of the United States, from the time of the first European settlement to the end of the Revolutionary War. It covers the discovery of the continent, the establishment of the first colonies, and the struggle for independence. The second part of the book is devoted to the history of the United States from the end of the Revolutionary War to the present. It covers the period of the early republic, the expansion of the United States, the Civil War, and the Reconstruction period. The third part of the book is devoted to the history of the United States from the end of the Reconstruction period to the present. It covers the period of the Gilded Age, the Progressive Era, and the New Deal. The fourth part of the book is devoted to the history of the United States from the end of the New Deal to the present. It covers the period of the Cold War, the Vietnam War, and the Watergate scandal.

発表論文・報文リスト

- (1) 1982.06 近藤・松本：線形熱水分移動特性を表わす多層壁遷移行列の解式日本建築学会近畿支部研究報告集
- (2) 1982.10 近藤・松本：線形熱水分移動特性を表わす多層壁遷移行列の解式とその特性（その1）多層壁遷移行列の解式、日本建築学会大会学術講演梗概集
- (3) 1982.10 松本・近藤・飯塚：線形熱水分移動特性を表わす多層壁遷移行列の解式とその特性（その2）アドミッタンス行列の解式、日本建築学会大会学術講演梗概集
- (4) 1982.10 松本・岡・近藤・松本・芝池：エキスパンデット形鋼骨組の断熱壁体の熱的性状、日本建築学会大会学術講演梗概集
- (5) 1983.06 井谷・松本・近藤・芝池：吸放湿性を有する多層壁体および室の周期適定常解とその性状、日本建築学会近畿支部研究報告集
- (6) 1983.09 井谷・松本・近藤・芝池：吸放湿性を有する多層壁体および室の周期適定常解とその性状、日本建築学会大会学術講演梗概集
- (7) 1983.06 近藤・松本・鎌井：外気温・湿度の統計確立的性状の解析とそれをを用いた自然室温・湿度の統計確率的性状の推定、日本建築学会近畿支部研究報告集
- (8) 1983.09 近藤・松本・鎌井：外気温・湿度の統計確立的性状の解析とそれによる自然室温・湿度の推定、日本建築学会大会学術講演梗概集
- (9) 1985.01 松本・近藤：線形熱・水分同時移動系としての多層壁体の周期的定常解、日本建築学会計画系論文報告集No.347
- (10) 1985.06 近藤・加藤・栗山：地下収蔵庫の温・湿度変動の実測および解析日本建築学会近畿支部研究報告集
- (11) 1986.10 栗山・加藤・近藤：地下収蔵庫の温・湿度変動の実測および解析（その1）地下収蔵庫の温・湿度の実測、日本建築学会大会学術講演梗概集
- (12) 1986.10 近藤・加藤・栗山：地下収蔵庫の温・湿度変動の実測および解析（その2）地下収蔵庫の温・湿度の解析、日本建築学会大会学術講演梗概集
- (13) 1986.09 牧村・近藤：高層ビルにおける光庭の建築環境効果、空気調和・衛生工学、Vol.60-9
- (14) 1987.12 牧村・近藤：新潟県庁舎の空気調和設備、空気調和・衛生工学、Vol.61-2
- (15) 1985.09 近藤・牧村：高層ビルの建家形態別自然換気効果の検討、空調衛生工学会学術講演論文集
- (16) 1986.10 近藤・牧村・明野・藤村：高層ビルにおける光庭の温熱環境の実測および解析、空調衛生工学会学術講演論文集
- (17) 1987.10 藤村・明野・牧村・近藤：高層建築における光庭空間内の温度分布と自然換気の実測、日本建築学会大会学術講演梗概集（D、環境）
- (18) 1986.10 明野・藤村・安藤・牧村・近藤：大型光庭における煙流動 その1、空調衛生工学会学術講演論文集
- (19) 1987.10 近藤・牧村：高層建築における大型光庭の自然排煙について（その1）換気回路網計算による検討、日本建築学会大会学術講演梗概集（A、防火）
- (20) 1987.10 明野・藤村・牧村・近藤・安藤：高層建築における大型光庭の自然排煙について（そ

- の2) 実験調査による検討、日本建築学会大会学術講演梗概集 (A、防火)
- (21) 1987.10 安藤・明野・藤村・牧村・近藤：大型光庭における煙流動 その2、空調衛生工学会学術講演論文集
- (22) 1987.10 藤村・明野・牧村・近藤：大型光庭を有する高層建築における自然換気の実測空調衛生工学会学術講演論文集
- (23) 1986.10 藤村・明野・牧村・近藤：三種の空調方式の室内温熱環境の実測および解析、空調衛生工学会学術講演論文集
- (24) 1987.10 近藤・牧村・松川：HASP/ACSS による省エネルギー庁舎ビルの消費エネルギーの分析、空調衛生工学会学術講演論文集
- (25) 1988.06 村上・加藤・近藤：レイノルズストレス輸送方程式に基づく数値解析のためのモデル化の方法、生産研究第40巻第6号
- (26) 1988.10 村上・加藤・近藤：応力方程式モデルによる室内気流解析(その1) 代数応力方程式モデルと  $k-\epsilon$  型2方程式モデルの比較、日本建築学会大会学術講演梗概集 (D、環境)
- (27) 1988.10 近藤・村上・加藤：応力方程式モデルによる室内気流解析(その2) 代数応力方程式モデルの数値計算手法と各項の検討、日本建築学会大会学術講演梗概集 (D、環境)
- (28) 1988.09 村上・加藤・近藤：応力方程式モデルによる室内気流解析(その3) 代数応力モデルと  $k-\epsilon$  モデルの流れ場・拡散場の比較、空調衛生工学会学術講演論文集
- (29) 1988.09 近藤・村上・加藤：応力方程式モデルによる室内気流解析(その4) スカラーの乱流フラックス、変動強度及びその散逸率の検討、空調衛生工学会学術講演論文集
- (30) 1988.12 村上・加藤・近藤：代数応力モデルによる室内等温・非等温流れ場の解析、第2回数値流体力学シンポジウム講演論文集
- (31) 1988.12 近藤・村上・加藤：平均運動エネルギーの輸送に対する流線の曲率の影響等に関する考察-ASMに基づく-、第2回数値流体力学シンポジウム講演論文集
- (32) 1989.01 村上・加藤・近藤：代数応力モデルによる室内等温・非等温流れ場の解析、生産研究第41巻第1号
- (33) 1989.02 村上・加藤・近藤：代数応力モデルによる室内等温・非等温流れ場の解析、NSTシンポジウム
- (34) 1989.02 近藤：光庭(アトリウム)の建築環境効果-新潟県庁舎の例光庭(アトリウム)の建築環境効果-新潟県庁舎の例-第21回建築設備技術会議
- (35) 1989.10 近藤・村上・加藤：代数応力モデルによる室内気流解析(その5) 代数応力モデルによる2次元室内非等温流れ場の解析、日本建築学会大会学術講演梗概集 (D、環境)
- (36) 1989.10 田中・村上・加藤・近藤：応力方程式モデルによる建物周辺気流の数値解析(その1) 2次元角柱における代数応力モデルと  $k-\epsilon$  モデルの比較、日本建築学会大会学術講演梗概集 (D、環境)
- (37) 1989.10 村上・加藤・近藤・田中：応力方程式モデルによる建物周辺気流の数値解析(その2) ASMに基づくレイノルズストレスの構造と後流に対する流線の曲率の影響の考察、日本建築学会大会学術講演梗概集 (D、環境)
- (38) 1989.10 村上・加藤・近藤：代数応力モデルによる室内気流解析(その6) 代数応力モデルによる3次元室内等温流れ場の解析、空気調和衛生工学会学術講演論文集

- (39) 1989.10 近藤・村上・加藤：代数応力モデルによる室内気流解析（その7）代数応力モデルによる3次元室内非等温流れ場の解析、空気調和衛生工学会学術講演論文集
- (40) 1989.10 佐藤・村上・加藤・近藤・中谷・高橋：ふく射パネル併用冷房の室内環境に関する研究（その1）、日本建築学会大会学術講演梗概集（D, 環境）
- (41) 1989.10 佐藤・村上・加藤・中谷・近藤・高橋：ふく射パネル併用冷房の室内環境に関する研究（その4）、空気調和衛生工学会学術講演論文集
- (42) 1989.10 村上・加藤・佐藤・中谷・近藤・高橋：ふく射パネル併用冷房の室内環境に関する研究（その5）、空気調和衛生工学会学術講演論文集
- (43) 1989.11 近藤・村上・持田・田中：代数応力モデルと $k-\epsilon$ モデルによる2次元角柱まわりの流れ場の数値解析、日本風工学会年次大会
- (44) 1989.11 村上・近藤・持田・田中：2次元角柱まわりの乱流エネルギー・レイノルズ応力生産の構造に関する考察、日本風工学会年次大会
- (45) 1989.12 村上・加藤・近藤：吹出し・吸い込みを持つ閉鎖空間内の等温・非等温流れ場の解析、 $k-\epsilon$ モデルと代数応力モデルによる、第3回数値流体力学シンポジウム
- (46) 1989.12 加藤・村上・永野・近藤：熱フラックスに局所平衡型のWETモデルを用いた $k-\epsilon$ モデルによる非等温室内気流の数値解析、第3回数値流体力学シンポジウム
- (47) 1989.12 加藤・村上・近藤：代数応力方程式モデルによる室内気流解析、3次元等温流れ場に関するシミュレーションと実験の比較、第39回応用力学連合講演会
- (48) 1989.12 S.MURAKAMI, S.KATO and Y.KONDO: SIMULATION OF AIR FLOW WITH AND WITHOUT BUOYANCY BY MEANS OF THE ALGEBRAIC STRESS MODEL - EVALUATION OF TWO-DIMENSIONAL ISOTHERMAL AND NONISOTHERMAL FIELDS, IIS ANNUAL REPORT OF GROUP RESEARCH ACTIVITY NUMERICAL SIMULATION OF TURBULENT FLOWS
- (49) 1990.01 村上・加藤・近藤：代数応力モデルによる3次元室内等温流れ場の解析、生産研究、第42巻第1号
- (50) 1990.01 村上・加藤・近藤：代数応力モデルによる3次元室内非等温流れ場の解析、生産研究、第42巻第1号
- (51) 1990.01 村上・近藤・持田・田中：代数応力モデルによる2次元角柱周辺気流の数値解析、生産研究、第42巻第1号
- (52) 1990.02 村上・持田・近藤・田中：代数応力モデルによる2次元角柱周辺の乱流場の数値解析、第5回生研NSTシンポジウム講演論文集
- (53) 1990.03 中谷・村上・加藤・佐藤・近藤：病院におけるパネルエアシステムの適用について、病院設備、VOL.32.NO.2.
- (54) 1990.07 村上・加藤・近藤・近本：大空間の温熱空気環境に関する数値シミュレーション、関西新空港ターミナルロビーの解析、生産研究、第42巻第7号
- (55) 1990.09 S.MURAKAMI, S.KATO and Y.KONDO: Examining  $k-\epsilon$  EVM by means of ASM or a 3-D horizontal buoyant jet in enclosed space, Engineering Turbulence Modelling and Experiments
- (56) 1990.09 村上・加藤・近藤：代数応力方程式モデルによる室内気流解析（第一報）2次元等温流れ場における代数応力モデルと $k-\epsilon$ モデルの比較、日本建築学会計画系論文報告

- 集、第415号
- (57) 1990.11 持田・村上・近藤・林：代数応力モデルによる2次元角柱周辺の乱流場の数値解析、  
風工学シンポジウム
- (58) 1990.10 村上・加藤・近藤・近本：乱流数値解析による室内対流熱伝達に関する研究（その  
1）対数則型壁関数と $\alpha c$ 型壁関数の比較、日本建築学会大会学術講演梗概集（D, 環  
境）
- (59) 1990.10 近藤・村上・加藤・近本：乱流数値解析による室内対流熱伝達に関する研究（その  
2）対流熱伝達率の設定値及び参照温度の与え方の影響について、日本建築学会大会  
学術講演梗概集（D, 環境）
- (60) 1990.10 田中・村上・加藤・近藤：乱流数値解析による室内対流熱伝達に関する研究（その  
3）低レイノルズ数型 $k-\epsilon$ モデルを用いた自然体流解析、日本建築学会大会学術講  
演梗概集（D, 環境）
- (61) 1990.10 持田・村上・加藤・近藤・近本：数値解析による第空間の温熱空気環境の検討（そ  
の1）空港ターミナルロビーの等温時・暖房時の結果、日本建築学会大会学術講演梗  
概集（D, 環境）
- (62) 1990.10 近本・村上・加藤・持田・近藤：数値解析による第空間の温熱空気環境の検討（そ  
の2）空港ターミナルロビーの冷房時の結果、日本建築学会大会学術講演梗概集（D,  
環境）
- (63) 1990.10 田中・村上・持田・近藤：代数応力方程式モデルによる建物周辺気流の数値解析（そ  
の3）2次元角柱周辺の乱流場に関する数値解析と風洞実験、日本建築学会大会学術  
講演梗概集（D, 環境）
- (64) 1990.10 村上・持田・近藤・渋谷・田中：代数応力方程式モデルによる建物周辺気流の数値  
解析（その4）2次元角柱周辺のレイノルズ応力生産の構造、日本建築学会大会学術  
講演梗概集（D, 環境）
- (65) 1990.10 林・村上・持田・近藤・田中：立方体周辺の乱流場に関するLESとASM、 $k-\epsilon$ モ  
デルの比較（その1）、日本建築学会大会学術講演梗概集（D, 環境）
- (66) 1990.10 高橋・村上・加藤・近藤・近本：ふく射パネル併用冷房の室内環境に関する研究（そ  
の6）、日本建築学会大会学術講演梗概集（D, 環境）
- (67) 1990.10 北澤・村上・加藤・近藤・高橋：ふく射パネル併用冷房の室内環境に関する研究（そ  
の7）、日本建築学会大会学術講演梗概集（D, 環境）
- (68) 1990.10 近本・村上・加藤・近藤・高橋：ふく射パネル併用冷房の室内環境に関する研究（そ  
の8）、空気調和衛生工学会学術講演論文集
- (69) 1990.10 村上・加藤・近藤・近本：乱流数値解析における室内対流熱伝達に関する研究（その  
4）対数則型壁関数と $\alpha c$ 型壁関数、及び $k-\epsilon$ とASMの比較、空気調和衛生工学  
学会学術講演論文集
- (70) 1990.10 近藤・村上・加藤・近本：乱流数値解析における室内対流熱伝達に関する研究（その  
5）対流熱伝達率の設定値及び参照温度の与え方の影響について、空気調和衛生工学  
学会学術講演論文集
- (71) 1990.12 村上・加藤・近藤・近本・高橋：閉鎖空間内の対流場と放射場の連成シミュレーシ  
ョン（その1）、空調される居室の温熱環境解析、第4回数値流体力学シンポジウム

- (72) 1990.12 村上・加藤・近藤・近本：閉鎖空間内の対流場と放射場の連成シミュレーション（その2）、壁関数型の壁面熱伝達境界条件の検討、第4回数値流体力学シンポジウム
- (73) 1990.12 村上・加藤・近藤・田中：閉鎖空間内の対流場と放射場の連成シミュレーション（その3）、低レイノルズ数型  $k-\epsilon$  モデルによる自然対流解析の試み、第4回数値流体力学シンポジウム
- (74) 1991.01 村上・加藤・近藤・近本・高橋：対流場、放射場の連成シミュレーションによる室内温熱環境解析、生産研究、第43巻第1号
- (75) 1991.01 村上・加藤・近藤：代数応力モデルによる室内拡散場の解析、一スカラの乱流フラックス、変動強度とその散逸率の検討一、生産研究、第43巻第1号
- (76) 1991.01 村上・加藤・近藤・田中：閉鎖空間内の対流熱伝達シミュレーション、一低レイノルズ数型  $k-\epsilon$  モデルによる自然対流解析の試み一、生産研究、第43巻第1号
- (77) 1991.01 村上・持田・近藤：代数応力方程式モデルによる2次元角柱周辺の乱流場の数値解析、日本建築学会計画系論文報告集、第419号
- (78) 1991.03 加藤・村上・近藤：代数応力方程式モデルによる室内気流解析（第二報）2次元の等温拡散場、非等温場の解析、日本建築学会計画系論文報告集、第421号
- (79) 1991.04 近藤・三輪・飯塚：アトリウムの温熱・空気環境の数値解析事例、建築設備士、第423巻、第4号
- (80) 1991.07 KONDO Y., MURAKAMI S. and KATO S.: NUMERICAL SIMULATION ON FLOW AND TEMPERATURE FIELDS OF LARGE-SCALE INDOOR SPACE, THE FOURTH INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTING IN CIVIL AND BUILDING ENGINEERING, pp.207
- (81) 1991.09 砂田・近藤：大空間における自然採光による省エネルギー効果、日本太陽エネルギー学会・日本風力エネルギー協会合同研究発表会講演論文集、pp.257-260
- (82) 1991.09 加藤・北村・近藤・丹羽：数値解析による大空間の空調方式の検討—大空間の局所空調方式の有効性について—、日本建築学会大会学術講演梗概集（D、環境）pp.515
- (83) 1991.09 飯塚・三輪・近藤：大空間の温熱空気環境の数値解析による検討—熱気溜りの有効性、オープン型アトリウムの検討—、日本建築学会大会学術講演梗概集（D、環境）pp.517
- (84) 1991.09 近藤・丹羽：マクロモデルと3次元乱流計算の両者による大空間温熱空気環境の解析、日本建築学会大会学術講演梗概集（D、環境）pp.519
- (85) 1991.10 平田・近藤：アトリウム内の光及び温熱環境の数値解析による評価の試み、空気調和衛生工学会学術講演論文集、pp.525
- (86) 1991.10 近藤・丹羽：マクロモデルと3次元乱流計算の両者によるアトリウム内温熱空気環境の解析、空気調和衛生工学会学術講演論文集、pp.533
- (87) 1991.10 丹羽・近藤：大型 光庭をもつ庁舎ビルにおける自然換気による省エネルギー効果の検討、空気調和衛生工学会学術講演論文集、pp.1101
- (88) 1991.11 近藤・加藤：数値解析による大空間の空調方式の検討（大空間の局所空調方式の有効性について）、日本機械学会第4回計算力学講演会講演論文集、pp.273
- (89) 1991.11 丹羽・近藤：マクロモデルと3次元乱流計算の両者による大空間温熱空気環境の解析、日本機械学会第4回計算力学講演会講演論文集、pp.273

- (90) 1991.11 近藤・村上・加藤：代数応力方程式モデルによる室内気流解析（第三報）3次元等温流れ場の解析、日本建築学会計画系論文報告集、第429号
- (91) 1992.01 MURAKAMI S., KATO S. and KONDO Y.: Numerical Prediction of Horizontal Nonisothermal 3-D Jet in Room Based on Algebraic Second - Moment Closure Model, ASHRAE Transaction (掲載予定)
- (92) 1992.01 牧村・奥田・神部・近藤：大規模市場における自然換気、建築設備と配管工事（掲載予定）
- (93) 1992.01 砂田・近藤：大空間における自然採光による省エネルギー効果、日本建築学会関東支部研究発表会論文集、掲載予定
- (94) 1992.01 村上・加藤・出口・高橋・富永・神部・近藤：自然換気を行う大規模卸売市場における夏期環境実測（その1）温度分布ならびに風圧係数、日本建築学会関東支部研究発表会論文集、掲載予定
- (95) 1992.01 村上・加藤・出口・高橋・富永・神部・近藤：自然換気を行う大規模卸売市場における夏期環境実測（その2）換気量ならびに流れの可視化、日本建築学会関東支部研究発表会論文集、掲載予定
- (96) 1992.01 大岡・村上・加藤・近藤：DSMによる室内気流解析（その1）3次元等温流れ場におけるASMとの比較、日本建築学会関東支部研究発表会論文集、掲載予定



inches  
1 2 3 4 5 6 7 8  
cm  
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19

# Kodak Color Control Patches

© Kodak, 2007 TM, Kodak



# Kodak Gray Scale



© Kodak, 2007 TM, Kodak

**A** 1 2 3 4 5 6 **M** 8 9 10 11 12 13 14 15 **B** 17 18 19

