

第4章

ロボットの力学解析

4.1 はじめに

第2章で述べた運動学解析が、各リンクに固定されたリンク座標系間の相対位置・姿勢関係を表す基本機構モデルだけで十分なのに対し、力学解析を行なうためには、ロボットを構成している構造要素の形状や大きさを扱わなければならない。こうした構造要素は、アームや関節といった基本機構を実現している要素と、各関節を駆動するためのモータおよびモータ～関節間の伝達を行なうチェーン、歯車といった伝達機構の2種類に分類できる。本研究では、前者を基本機構要素、後者を駆動系要素と呼び、これらをまとめて単に要素と呼ぶことにする。

ロボットの力学解析は、大きく2つに分類することができる。ひとつはロボットを剛体としてモデル化した場合で、ロボット各部にかかる力を計算して強度設計を行なったり、ロボットを動かすのに必要な駆動トルクの計算やそれに基づくモータ等の選定に利用される。もうひとつはロボットを弾性体としてモデル化した場合で、ロボットのたわみや振動を解析する。

以下では、まずロボットの剛体モデルと逆動力学について説明し、次に弾性体モデルとたわみ、固有振動解析について述べる。最後に、剛体モデルおよび弾性体モデルを構成している各種要素のモデルについて説明する。

4. 2 関節変位とモータ回転角の関係

関節 J_k ($k=1, \dots, n$ 、 n は自由度) を駆動するモータ、減速機、および伝達機構をまとめて、 J_k の駆動系と呼ぶことにする。駆動系の例を図 4-1 に示す。

J_k を駆動するモータの回転角を ϕ_{Mk} とすると、ダイレクトドライブの場合 ϕ_{Mk} は関節変位 ϕ_k と一致するが、モータと関節の間に減速機が入ったり、図 4-1 のように他の関節を通り抜けて伝達が行なわれる場合は、両者は一致しない。そこで本項では、 ϕ_k と ϕ_{Mk} の関係式を導く。

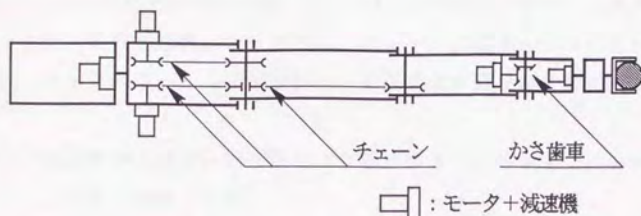
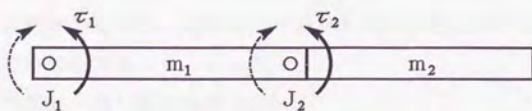
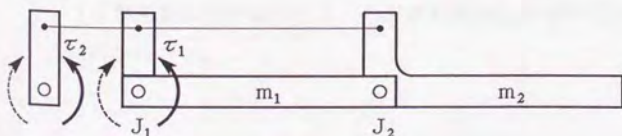


図 4-1 駆動系の例



(a) J_2 の駆動系が J_1 を通り抜けない場合



(b) J_2 の駆動系が J_1 を通り抜ける場合

図 4-2 駆動系が関節を通り抜ける場合の効果

はじめに、駆動系に関していくつかの条件を設定する。図4-2(a)のように J_2 の駆動系が J_1 を通り抜けない場合、 J_1 の駆動トルク τ_1 はリンク B_1 、 B_2 の質量 m_1 、 m_2 だけでなく、 J_2 の駆動トルク τ_2 の反力も支えなければならない。これに対して、同図(b)のように J_2 の駆動系が J_1 を通り抜ける場合には、 τ_1 は τ_2 の反力を支える必要がない。従って、 J_k のモータをベースに近いリンクに置けば、 J_k の駆動系が通り抜けた関節の駆動トルクは、 J_k の駆動トルク τ_k の反力ぶんだけ小さくてすむ。さらに、 J_k のモータの質量を支える必要もない¹⁾。反対に、 J_k のモータを先端に近いリンクに置くことは、力学的に損することになる。そこで、

条件1. J_k を駆動するモータは、 J_k とベースの間のリンク上に置かれる。
現在用いられている伝達機構のほとんどは、チェーン、歯車のように回転により伝達を行っており、ボールネジ等は回転—並進変位の変換のために利用される。
そこで、

条件2. 直動関節の場合、関節変位（並進）はボールネジ等で回転角に変換した後、伝達される。

条件3. 減速機と関節（直動関節の場合は条件2. の変換を行なった後の回転角）の間は、回転により伝達される。

条件3. を用いると、直動関節の中を他の関節の駆動系が通り抜けるためには、回転角を一端並進変位に変換し、関節を通り抜けた後再び回転角に変換しなければならず、非常に複雑な構造になる。そこで、

条件4. 直動関節の通り抜けは考えない。

さらに、

条件5. 減速はモータに直結された減速機で行なうこととし、減速機と関節（直動関節の場合は条件2. の変換を行なった後の回転角）の間では行なわない。

とする。

条件2. より、 J_k が直動関節の場合、 ϕ_k （並進）はボールネジ等で回転角 ϕ_{Jk} に変換される。

$$\phi_{Jk} = f_k \phi_k \quad (4-1)$$

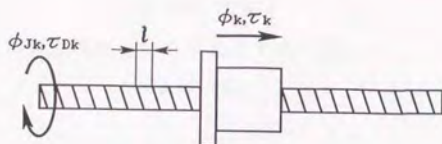


図 4-3 ボールネジによる回転-並進変換

ここで、 f_k は並進変位を回転角に変換する係数で、例えばボールネジの場合

$$f_k = \frac{2\pi}{l} \quad (4-2)$$

となる(図 4-3)。ただし、 l はボールネジのリードである。 J_k が回転関節の場合 $f_k=1$ とすれば、 J_k の種類に関係なく式(4-1)を考えることができる。式(4-1)を全関節についてまとめて表すと、

$$\Phi_J = F\Phi \quad (4-3)$$

ここで、

$$\Phi_J = [\phi_{J1}, \dots, \phi_{Jn}]^T \quad (4-4)$$

$$F = \text{diag}[f_1, \dots, f_n] \quad (4-5)$$

条件 3. 4. 5. より、伝達中に式(4-1)の ϕ_{Jk} が変化するの、 J_k の駆動系が回転関節を通り抜けるときだけである。回転関節 J_i を回転角が通り抜けるとし、 J_i に対して先端に近い方の回転角を θ_a 、ベースに近い方の回転角を θ_b とすれば次の関係が成り立つ。

$$\theta_b = \theta_a + \phi_J \quad (4-6)$$

上式を用いると、式(4-4)の Φ_J と、 J_k の駆動系の減速機出力軸の回転角 ϕ_{Rk} を並べたベクトル

$$\Phi_R = [\phi_{R1}, \dots, \phi_{Rn}]^T \quad (4-7)$$

の関係を与えるマトリックス D

$$\Phi_R = D\Phi_J \quad (4-8)$$

が得られる。ここで、条件 1. より D は上三角行列となる。

J_k の駆動系の減速比を R_k とすると、

$$\phi_{Mk} = R_k \phi_{Rk} \quad (4-9)$$

となる。これを全駆動系についてまとめて表すと、

$$\Phi_M = R \Phi_R \quad (4-10)$$

ここで、

$$\Phi_M = [\phi_{M1}, \dots, \phi_{Mn}]^T \quad (4-11)$$

$$R = \text{diag}[R_1, \dots, R_n] \quad (4-12)$$

Φ_M をモータ回転角ベクトルと呼ぶことにする。

式(4-3)、(4-8)、(4-10)より、 Φ と Φ_M の関係を表す式が得られる。

$$\Phi_M = R D F \Phi = H \Phi \quad (4-13)$$

ここで、 $H = R D F$ は定数マトリックスとなる。式(4-13)を時間微分すると

$$\dot{\Phi}_M = H \dot{\Phi} \quad (4-14)$$

$$\ddot{\Phi}_M = H \ddot{\Phi} \quad (4-15)$$

が成り立つ。

4.3 ロボットの剛体モデルと逆動力学

4.3.1 剛体モデル

図4-4のように、要素はどれかひとつのリンク座標系 Σ_k ($k=0, \dots, n$ 、 n は自由度)に対して固定された位置・姿勢関係を持つ。従って、要素自身に固定された要素座標系 Σ_e から、その要素が属する Σ_k への座標変換マトリックスを A_e (その中の姿勢の回転行列を C_e)とすると、 A_e は定数マトリックスとなる。要素の剛体モデルでは、要素の質量 m_e 、 Σ_e から見た重心位置 $l_{Ge}^{(e)}$ 、 Σ_e 表示の重心回りの慣性テンソル $I_e^{(e)}$ が与えられる。

図4-5のように、リンク B_k とは Σ_k に固定された全ての要素をまとめてひとつの剛体とみなしたものである。従って、 B_k の質量 m_k 、 Σ_k から見た重心位置 $l_{Gk}^{(k)}$ 、 Σ_k 表示の重心回りの慣性テンソル $I_k^{(k)}$ は、 Σ_k に属する要素の質量 m_e 、 Σ_k から見た重心位置 $l_{Ge}^{(k)}$ 、 Σ_k 表示の重心回りの慣性テンソル $I_e^{(k)}$ から計算できる。ここで、

$$l_{Ge}^{(k)} = A_e l_{Ge}^{(e)} \quad (4-16)$$

$$I_e^{(k)} = C_e I_e^{(e)} C_e^T \quad (4-17)$$

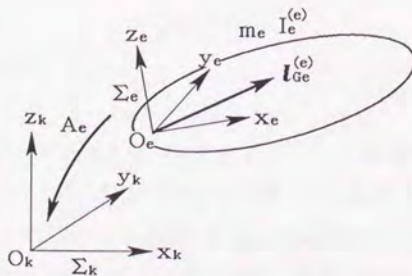


図4-4 要素の剛体モデル

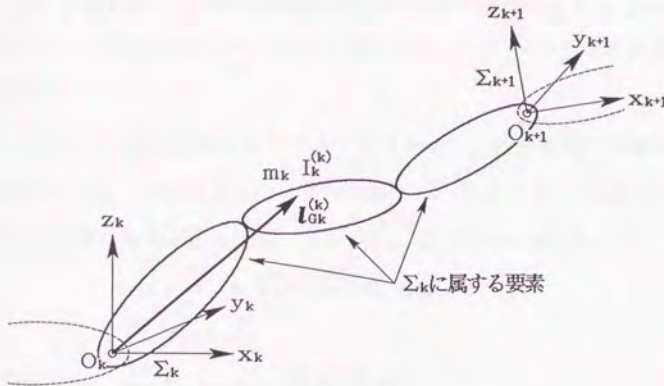


図 4-5 リンクの剛体モデル

さらに、関節 J_k ($k=1, \dots, n$) を駆動するモータのロータ慣性を J_{Mk} 、 J_k の駆動系中の伝達機構の慣性モーメントを J_{Dk} とする。 J_{Dk} はモータ、減速機を除く駆動系要素の慣性モーメント J_e の和で与えられる。

4.3.2 逆動力学

J_k の駆動力を τ_k 、 J_k を駆動するモータのトルクを τ_{Mk} とし、

$$\tau = [\tau_1, \dots, \tau_n]^T \quad (4-18)$$

を関節駆動力ベクトル

$$\tau_M = [\tau_{M1}, \dots, \tau_{Mn}]^T \quad (4-19)$$

をモータ駆動トルクベクトルと呼ぶことにする。 J_k が直動関節ならば τ_k は力、回転関節ならばトルクとなる。ロボットの運動、すなわち各関節変位 Φ および $\dot{\Phi}$ 、 $\ddot{\Phi}$ を与えて τ または τ_M を求めるのが、逆動力学である。

Luh ら²²⁾は、Newton-Euler の定式化に基づく逆動力学の効率良い計算法を提案しており、3.7 ではその前半部分の Σ_k 原点の加速度、角速度、角加速度を求め

る手順を示した。以下では、後半部分の τ または τ_M を求める方法を説明する。ただし、Luh の方法はモータが直接配置のロボットの τ を求めるものなので、本研究ではこれを、間接配置のロボットにも適用でき、 τ と τ_M の両方を計算するように拡張した。

はじめに、 B_k の運動方程式をたてる (図 4-6)。重力加速度を含めた Σ_k 原点の加速度を $a_k^{(k)}$ 、角速度を $\omega_k^{(k)}$ 、角加速度を $\alpha_k^{(k)}$ とすると、 B_k 重心の加速度 $a_{Gk}^{(k)}$ 、重心に働く力 $f_{Gk}^{(k)}$ およびモーメント $n_{Gk}^{(k)}$ は、次式で与えられる。

$$a_{Gk}^{(k)} = a_k^{(k)} + \alpha_k^{(k)} \times l_{Gk}^{(k)} + \omega_k^{(k)} \times (\omega_k^{(k)} \times l_{Gk}^{(k)}) \quad (4-20)$$

$$f_{Gk}^{(k)} = m_k a_{Gk}^{(k)} \quad (4-21)$$

$$n_{Gk}^{(k)} = I_k \alpha_k^{(k)} + \omega_k^{(k)} \times (I_k \omega_k^{(k)}) \quad (4-22)$$

J_1 の駆動系の伝達機構が伝えるトルクを τ_{D1} とすると、 J_k を通り抜けて伝達される τ_{D1} によるモーメント $\tau_{ki}^{(k)}$ は、

$$\tau_{ki}^{(k)} = e_{zk} d_{ik} \tau_{D1} \quad (4-23)$$

で与えられる。ここで、 e_{zk} は Σ_k の z 軸方向単位ベクトルで、 d_{ik} は式 (4-8) のマトリックス D の (i, k) 成分である。従って、 J_{k+1} を通り抜けて伝達される τ_{D1} によるモーメント $\tau_{(k+1)i}^{(k)}$ は

$$\tau_{(k+1)i}^{(k)} = e_{z(k+1)} d_{i(k+1)} \tau_{D1} \quad (4-24)$$

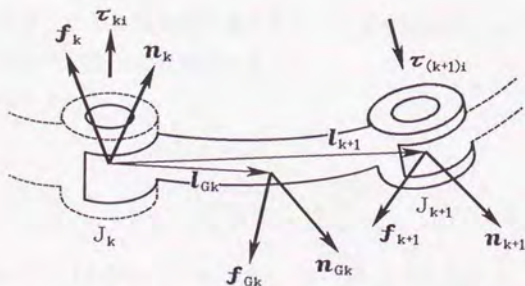


図 4-6 リンクの運動方程式

B_{k-1} から B_k に加えられる力を $f_k^{(k)}$ 、モーメントを $n_k^{(k)}$ とすると、 B_k の運動方程式は次の 2 式となる。

$$f_k^{(k)} = C_{k+1} f_{k+1}^{(k+1)} + f_{Gk}^{(k)} \quad (4-25)$$

$$n_k^{(k)} = C_{k+1} n_{k+1}^{(k+1)} + n_{Gk}^{(k)} + l_{Gk}^{(k)} \times f_{Gk}^{(k)} + l_{k+1}^{(k)} \times C_{k+1} f_{k+1}^{(k+1)} + \sum_{i=k+2}^n \tau_{(k+1)i}^{(k)} - \sum_{i=k+1}^n \tau_{ki}^{(k)} \quad (4-26)$$

となる。ここで、 C_{k+1} 、 $l_{k+1}^{(k)}$ は 3. 2 で定義した通りである。 τ_k は、 J_k が回転関節の場合

$$\tau_k = e_{xk}^{(k)T} \cdot n_k^{(k)} \quad (4-27)$$

直動関節の場合

$$\tau_k = e_{xk}^{(k)T} \cdot f_k^{(k)} \quad (4-28)$$

で与えられる。ただし、 e_{xk} は Σ_k の x 軸方向単位ベクトルを表す。さらに、

$$\tau_{Dk} = \frac{\tau_k}{f_k} \quad (4-29)$$

$$\tau_{Mk} = \left(J_{Mk} + \frac{J_{Dk}^2}{R_k} \right) \ddot{\phi}_{Mk} + \frac{\tau_{Dk}}{R_k} \quad (4-30)$$

となる。 f_k 、 R_k 、 $\ddot{\phi}_{Mk}$ は 4. 2 で定義した通りである。

逆動力学の計算手順は以下ようになる。

- 1) $a_k^{(k)}$ 、 $\omega_k^{(k)}$ 、 $\alpha_k^{(k)}$ ($k=0, 1, \dots, n, n+1$) を、

$$a_0^{(0)} = C_0^T \bar{g} \quad (4-31)$$

として 3. 7 の漸化式を計算することにより求める。ここで、 \bar{g} は全体座標系 Σ 表示の重力加速度である。

- 2) $k=n+1$ とし、

$$\begin{cases} l_{Gk}^{(k)} = r_{GW}^{(n+1)}, & l_{k+1}^{(k)} = r_{eXW}^{(n+1)} \\ m_k = m_W, & I_k^{(k)} = I_W^{(n+1)} \\ C_{k+1} f_{k+1}^{(k+1)} = -f_{eXW}^{(n+1)}, & C_{k+1} n_{k+1}^{(k+1)} = -n_{eXW}^{(n+1)} \end{cases} \quad (4-32)$$

とおいて式 (4-20)、(4-21)、(4-22)、(4-25)、(4-26) を計算す

る。ここで、 m_W 、 $r_{GW}^{(n+1)}$ 、 $I_W^{(n+1)}$ はそれぞれワーク (エンドエフェクタを

含む)の質量、重心位置、重心回りの慣性テンソルである。また、 $f_{exW}^{(n+1)}$ 、 $r_{exW}^{(n+1)}$ 、 $n_{exW}^{(n+1)}$ は、ワークに働く外力とその作用点、および外モーメントである。

3) $k=n, \dots, 1$ の順に式(4-20)～(4-30)を計算すれば、 τ と τ_M が求まる。

この方法の利点は、 τ と τ_M だけでなく、リンク間に働く内力 $f_k^{(k)}$ 、 $n_k^{(k)}$ も同時に得られることである。この内力は、リンクを構成している要素の強度設計に利用できる。

4. 4 ロボットの弾性体モデルとたわみ、固有振動解析[1,2,4,5]

4. 4. 1 モデル化における問題点

ロボットを弾性体としてモデル化し、そのたわみや振動を解析する研究が数多く行なわれている⁹⁾⁻¹⁴⁾。これらの研究は、その目的により2つに分けられる。

ひとつは、フレキシブルアームの振動制御に関する研究である¹²⁾⁻¹⁴⁾。宇宙用ロボットや建設用ロボットは、普通の産業用ロボットに比べてアームが長い、アームの弾性に起因する振動が問題となる。また、産業用ロボットでも、アームの軽量化に伴ってアームの弾性が無視できなくなっている。こうした柔軟なアームを持つロボットの振動を制御によって抑制しようとするのが、これらの研究の目的である。従って、ここで用いられるモデルは、ロボットの振動特性を精密にシミュレートするためではなく、振動を抑制する制御則を導くことを目的としているため、対象とするアームの形状を限定したり、モデルを単純化したりする必要がある。また、主としてアームの弾性のみを考えており、関節部分の軸受や減速機、伝達機構といった駆動系の剛性は扱っていない。

もうひとつの研究は、ロボットのたわみや振動をシミュレートして、ロボットの設計等に役立てようとするものである⁹⁾⁻¹¹⁾。ロボットに高速運動を行なわせるためには、アームを軽量化してアクチュエータにかかる負荷を小さくする必要がある。しかしながら、アームの軽量化は剛性の低下を招きやすく、たわみや振動によって精度を悪化させる。従って、ロボットの設計に際しては、そのたわみや振動特性を予測することが非常に重要となる。三好⁹⁾や遠山⁷⁾は、有限要素法を用いて、アームだけでなく関節部の軸受や減速機の剛性も考慮したモデル化を行なっている。

ロボットを弾性体としてモデル化する場合に問題となるのは、普通のロボットではアームの剛性に比べて関節部の軸受剛性や減速機、伝達機構といった駆動系の剛性ははるかに小さいことである¹⁾。また、図4-7のように駆動系が関節を通り抜けている場合には閉ループ系を構成することになり、ロボットが開ループリンク機構であることを利用した方法^{9), 10)}は適用できない。

そこで本研究では、三好のモデル⁹⁾をさらに発展させた新しいモデルを提案する。このモデルの特徴は、次の2点である。

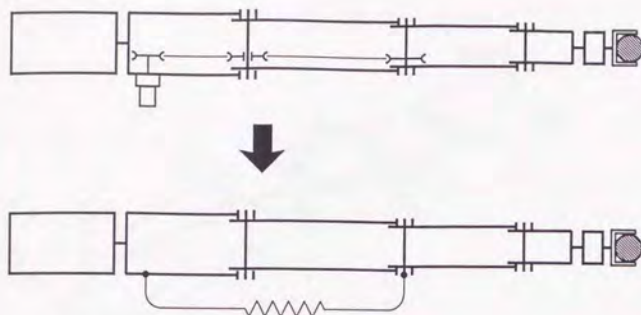


図4-7 駆動系が関節を通り抜けている場合のモデル化

- ①アームの剛性だけでなく、関節部の軸受剛性や減速機、伝達機構といった駆動系の剛性も考慮する。
- ②駆動系が関節を通り抜けている場合にも適用できる。

4.4.2 有限要素法^{15)~17)}

本研究で開発したモデルは、有限要素法を用いている。そこで、有限要素法によるモデル化の手順を簡単に説明する。

有限要素法では、構造物（一般に系と呼ぶ）を有限要素と呼ばれる単純な構造要素の集合体に理想化し、各要素は、それらが互いに共有する節点でのみ連結されていると仮定する。図4-8の例では、系を3個の要素に分割しており、節点数は4である。

節点*i*における変位は、*x*軸方向の並進変位 u_{xi} 、*y*軸方向の並進変位 u_{yi} 、*z*軸方向の並進変位 u_{zi} 、*x*軸回りの回転変位 θ_{xi} 、*y*軸回りの回転変位 θ_{yi} 、*z*軸回りの回転変位 θ_{zi} の6成分を持つ。これらを並べた

$$u_i = [u_{xi}, u_{yi}, u_{zi}, \theta_{xi}, \theta_{yi}, \theta_{zi}]^T \quad (4-33)$$

を、節点*i*の節点変位ベクトルという。同様に、節点*i*に働く力は、*x*軸方向の力 F_{xi} 、*y*軸方向の力 F_{yi} 、*z*軸方向の力 F_{zi} 、*x*軸回りのモーメント M_{xi} 、*y*

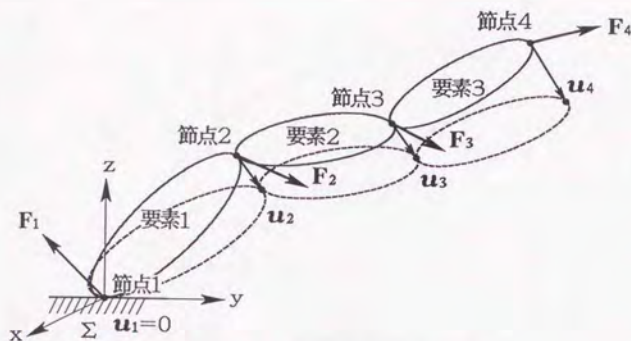


図 4-8 有限要素法による系のモデル化

軸回りのモーメント M_{yi} 、 z 軸回りのモーメント M_{zi} の 6 成分を持つ。これらを並べた

$$F_i = [F_{xi}, F_{yi}, F_{zi}, M_{xi}, M_{yi}, M_{zi}]^T \quad (4-34)$$

を、節点 i の節点力ベクトルと呼ぶ。要素 e に属する節点の節点変位ベクトルを並べた u_e を、要素の節点変位ベクトルという。例えば図 4-9 のような i 、 j 2 つの節点を持つ要素の場合は、

$$u_e = [u_i^T, u_j^T]^T \quad (4-35)$$

となる。同様に、要素 e に属する節点の節点力ベクトルを並べたものが要素の節点力ベクトル F_e である。例えば i 、 j 2 つの節点を持つ要素の場合は、

$$F_e = [F_i^T, F_j^T]^T \quad (4-36)$$

となる。さらに、系の全節点の節点変位ベクトルを並べた u を系の節点変位ベクトル、系の全節点の節点力ベクトルを並べた F を系の節点力ベクトルという。

$$u = [u_1^T, \dots, u_N^T]^T \quad (\in R^{6N}) \quad (4-37)$$

$$F = [F_1^T, \dots, F_N^T]^T \quad (\in R^{6N}) \quad (4-38)$$

ここで、 N は節点の総数である。例えば図 4-8 の場合、

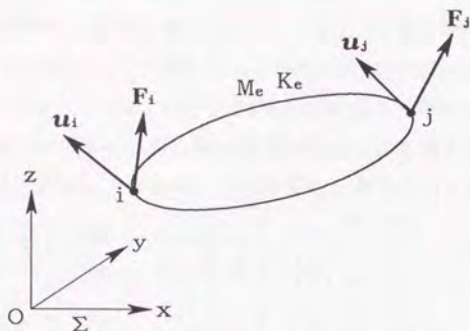


図 4-9 有限要素

$$u = [u_1^T, u_2^T, u_3^T, u_4^T]^T \quad (4-39)$$

$$F = [F_1^T, F_2^T, F_3^T, F_4^T]^T \quad (4-40)$$

となる。

有限要素法では、要素内部の任意の部分の変形が、その要素に属する節点の節点変位の関数（これを要素変位関数という）で近似できるとする。その結果、連続体である要素の変形の自由度は、要素に属する節点の自由度数となり、要素の変形に関する運動方程式が次式のように得られる（図 4-9）。

$$M_e \ddot{u}_e + K_e u_e = F_e = F_{ve} + F_{se} + F_{ne} \quad (4-41)$$

ここで、 M_e は要素質量マトリックス、 K_e は要素剛性マトリックス、 F_{ve} は要素の運動による慣性力や重力によって要素に働く物体力に等価な要素節点力ベクトル、 F_{se} は要素表面に働く表面力（外力）に等価な要素節点力ベクトル、 F_{ne} は、要素が節点を共有している他の要素から受ける節点力ベクトルである。 M_e 、 K_e 、 F_{ve} 、 F_{se} は適当な要素変位関数を決めれば求められる。また、これらは他の要素に関係なく要素ごとに求められるので、要素特性と呼ばれる。様々な要素変位関数とそれに対応する要素特性の定式化が行なわれている。

F_{ne} は内力なので、全ての要素についてたてた式（4-41）を重ね合わせると、 F_{ne} は互いに打ち消しあい、系の変形に関する運動方程式が得られる。

$$M\ddot{u} + Ku = F = F_v + F_{ex} \quad (4-42)$$

ここで、 $M (\in R^{6N \times 6N})$ は系の質量マトリックス、 $K (\in R^{6N \times 6N})$ は系の剛性マトリックス、 $F_v (\in R^{6N})$ は系の運動による慣性力や重力によって系に働く物体力に等価な節点力ベクトル、 $F_{ex} (\in R^{6N})$ は系に働く外力に等価な節点力ベクトルである。式(4-42)のように、系全体の変形の自由度は全節点の変形の自由度に等しくなる。例えば図4-8の場合、3つの要素の式(4-41)を

$$\begin{bmatrix} M_{111} & M_{112} \\ M_{121} & M_{122} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{111} & K_{112} \\ K_{121} & K_{122} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{v11} \\ F_{v12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{s11} \\ F_{s12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{n11} \\ F_{n12} \end{bmatrix} \quad (4-43)$$

$$\begin{bmatrix} M_{211} & M_{212} \\ M_{221} & M_{222} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{211} & K_{212} \\ K_{221} & K_{222} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{v21} \\ F_{v22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{s21} \\ F_{s22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{n21} \\ F_{n22} \end{bmatrix} \quad (4-44)$$

$$\begin{bmatrix} M_{311} & M_{312} \\ M_{321} & M_{322} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_3 \\ \ddot{u}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{311} & K_{312} \\ K_{321} & K_{322} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{v31} \\ F_{v32} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{s31} \\ F_{s32} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{n31} \\ F_{n32} \end{bmatrix} \quad (4-45)$$

とすると、式(4-42)のマトリックスとベクトルは次式となる。

$$M = \begin{bmatrix} M_{111} & M_{112} & 0 & 0 \\ M_{121} & M_{122} + M_{211} & M_{212} & 0 \\ 0 & M_{221} & M_{222} + M_{311} & M_{312} \\ 0 & 0 & M_{321} & M_{322} \end{bmatrix} \quad F_v = \begin{bmatrix} F_{v11} \\ F_{v12} + F_{v21} \\ F_{v22} + F_{v31} \\ F_{v32} \end{bmatrix} \quad (4-46)$$

$$K = \begin{bmatrix} K_{111} & K_{112} & 0 & 0 \\ K_{121} & K_{122} + K_{211} & K_{212} & 0 \\ 0 & K_{221} & K_{222} + K_{311} & K_{312} \\ 0 & 0 & K_{321} & K_{322} \end{bmatrix} \quad F_{ex} = \begin{bmatrix} F_{s11} \\ F_{s12} + F_{s21} \\ F_{s22} + F_{s31} \\ F_{s32} \end{bmatrix}$$

式(4-42)を幾何学的境界条件を考慮にいれて解けば、系のたわみや振動の時間応答、固有振動数の解析ができる。幾何学的境界条件とは、拘束されている節点変位のことである。例えば図4-8の場合、節点1は固定されているので $u_1=0$ 、 F_1 が未知反力となる。

以上まとめると、有限要素法により系の弾性体モデルを求める手順は、以下の2段階からなる。

- 1) 各要素の要素特性 M_e 、 K_e 、 F_{ve} 、 F_{se} を計算する。

2) 全ての要素の要素特性を重ね合わせて系の M 、 K 、 F_v 、 F_{ex} を作成する。

いままでの説明では、暗黙のうちに全てのベクトル、マトリックスは全体座標系 Σ 表示であるとした。しかしながら、要素特性の作成は要素局所座標系 Σ_e で行なうことが多い。この場合、要素特性は Σ_e から Σ に変換した後、重ね合わせなければならない。この変換は次式で行なわれる。

$$\begin{cases} M_e = T_e M_e^{(e)} T_e^T \\ K_e = T_e K_e^{(e)} T_e^T \\ F_{ve} = T_e F_{ve}^{(e)} \\ F_{se} = T_e F_{se}^{(e)} \end{cases} \quad (4-47)$$

ここで、右肩の (e) は Σ_e 表示を意味する。 T_e は、 Σ から見た Σ_e の姿勢の回転行列 R_e を要素の節点数の 2 倍だけ対角線上に並べたマトリックスで、例えば 2 節点要素の場合は、

$$T_e = \begin{bmatrix} R_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_e \end{bmatrix} \quad (4-48)$$

となる。

4. 4. 3 弾性体モデル

4. 1 で述べたように、ロボットを構成している構造要素は、基本機構要素と駆動系要素とに分類できる。

① ロボット基本機構、すなわちリンクと対偶を実現している構造要素が基本機構要素で、大きく分けてアームと関節の 2 種類の要素がある。基本機構要素は、いわばロボットの骨格を構成する要素といえる。

② 各関節を駆動するためのモータや減速機、およびモータ～関節間の伝達を行なうチェーン、歯車といった伝達機構が駆動系要素である。駆動系要素が力を伝達している方向を駆動方向と呼ぶことにする。駆動方向だけを考えれば、駆動系要素はモータ～関節間をつなぐ直列バネとみなすことができ (図 4-7 参照)、関節の駆動力は全てこのバネに働く。一般にこのバ

ネの剛性はアームの剛性に比べてはるかに小さいので、駆動系要素の駆動方向の剛性 k_e はロボット全体に対して大きく影響を及ぼすことになる。駆動方向以外の方向に関しては、基本機構要素に取り付けられた質量と考えることができる。特にモータの質量は、その影響が大である。

以上のことから、本研究では、基本機構要素を組み合わせた弾性体モデルに、駆動系要素の質量および駆動方向の剛性を付加することにより、ロボットの弾性体モデルを求めることにした。以下、モデル化の手順を示す。

- 1) 基本機構要素の M_e 、 K_e 、 F_{ve} を求める。ロボットはワーク（エンドエフェクタ）以外の部分で外力を受けることはないので、 $F_{se}=0$ である。基本機構要素のモデルについては、4. 5で述べる。

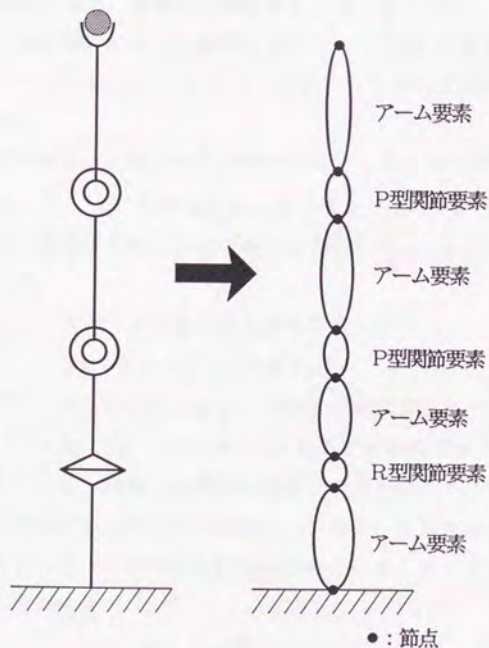


図4-10 基本機構要素を組み合わせた弾性体モデル

2) 図4-10のように、基本機構要素を組み合わせた弾性体モデルを作る。

$$\widetilde{M}\ddot{u} + \widetilde{K}u = \widetilde{F}_v \quad (4-49)$$

ここで、 $\widetilde{M} (\in R^{6N \times 6N})$ 、 $\widetilde{K} (\in R^{6N \times 6N})$ 、 $\widetilde{F}_v (\in R^{6N})$ はそれぞれ駆動系を除いたロボットの質量マトリックス、剛性マトリックス、物体力に等価な節点力ベクトルで、 $u (\in R^{6N})$ はロボットの節点変位ベクトルである。

また、 N は節点の総数を表す。

3) 駆動系要素を基本機構要素に付加される集中質量体とみなし、駆動系要素の M_e 、 F_{ve} を求める。求めた M_e 、 F_{ve} を式 (4-49) の \widetilde{M} 、 \widetilde{F}_v にそれぞれ重ね合わせる。駆動系要素のモデルについては、4. 6 で述べる。

4) 駆動方向だけを考えれば、駆動系要素はモータ～関節間をつなぐ直列バネとみなすことができるので、駆動系要素の駆動方向の剛性 k_e から駆動系全体の等価剛性を求め、駆動系の剛性マトリックスを得る。この剛性マトリックスは、駆動系をひとつの要素と見たときの K_e に相当する。

図4-11のようにして、 K_e をモータのついている節点と関節の節点に重ね合わせる。

5) ワークを先端の節点に付加される集中質量体とみなしてワークの M_e 、

F_{ve} を求め、 \widetilde{M} 、 \widetilde{F}_v に重ね合わせる (図4-12)。

6) ワークに働く外力を先端の節点に働く外力として、 F_{ex} を求める

(図4-12)。

以上のようにして、ロボットの弾性体モデルが得られる。

$$M\ddot{u} + Ku = F = F_v + F_{ex} \quad (4-50)$$

ここで、 $u (\in R^{6N})$ は式 (4-49) と同じロボットの節点変位ベクトルで、

$M (\in R^{6N \times 6N})$ 、 $K (\in R^{6N \times 6N})$ 、 $F_v (\in R^{6N})$ はそれぞれロボットの質量マトリックス、剛性マトリックス、物体力に等価な節点力ベクトル、 $F_{ex} (\in R^{6N})$ はワークに働く外力に等価な節点力ベクトルである。ここで、 N は節点の総数を表す。

幾何学的境界条件はロボットがベースに固定されていること、すなわちベースに固定された節点の節点変位

$$u_i = 0 \quad (4-51)$$

である。

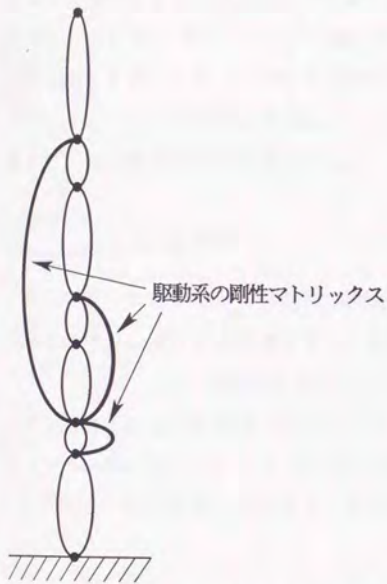


図4-11 駆動系の剛性マトリックス
の重ね合わせ

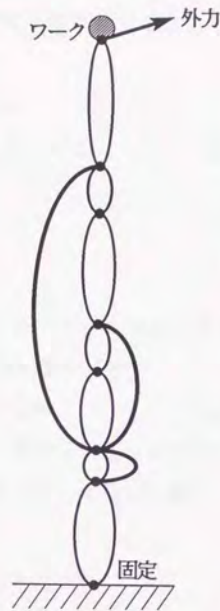


図4-12 ワークの質量と外力
の重ね合わせ

4. 4. 2で述べたように、基本機構要素や駆動系要素の要素特性の作成は要素の局所座標系 Σ_i で行なわれる。従って、求めた要素特性を式(4-47)、(4-48)を用いて全体座標系 Σ に変換するには、 Σ から見た Σ_i の姿勢の回転行列 R_i が必要となる。4. 3で述べたように、要素はどれかひとつのリンク座標系 Σ_k ($k=0, 1, \dots, n$, n は自由度)に固定されており、 Σ_k から見た Σ_i の姿勢の回転行列 C_i は定数マトリックスとなる。従って、 R_i は次式で与えられる。

$$R_i = C_0 C_1(\phi_1) \cdots C_k(\phi_k) C_e \quad (4-52)$$

ここで、 C_i ($i=0, 1, \dots, k$)は3. 2で定義したリンク座標系間の姿勢の回転行列で、関節変位 ϕ_i ($i=1, \dots, k$)の関数となっている。

式(4-52)からわかるように、 R_i は関節変位によって変化するので、要素特性

も関節変位によって変化する。従って、式(4-50)の M 、 K 、 F_v は関節変位ベクトル Φ の関数となる。さらに、 F_v はロボットの運動による慣性力や重力なので、 Φ だけでなく $\dot{\Phi}$ 、 $\ddot{\Phi}$ によっても変化する。

以上のことから、式(4-50)は次式のように表せる。

$$M(\Phi)\ddot{u} + K(\Phi)u = F = F_v(\Phi, \dot{\Phi}, \ddot{\Phi}, g) + F_{ex} \quad (4-53)$$

ここで、 g は重力加速度を意味する。

4.4.4 たわみ解析

前項で導いたロボットの弾性体モデルの式(4-53)のうち、たわみ(節点変位)による慣性力の項 $M\ddot{u}$ を無視すると、次の剛性方程式が得られる。

$$K(\Phi)u = F = F_v(\Phi, \dot{\Phi}, \ddot{\Phi}, g) + F_{ex} \quad (4-54)$$

上式を幾何学的境界条件式(4-51)のもとで解けば、ロボットのとわみベクトル u が得られる。剛性マトリックスは正定置対称行列なので、本研究では式(4-54)を解くのに修正コレスキー分解¹⁰⁾を用いた。

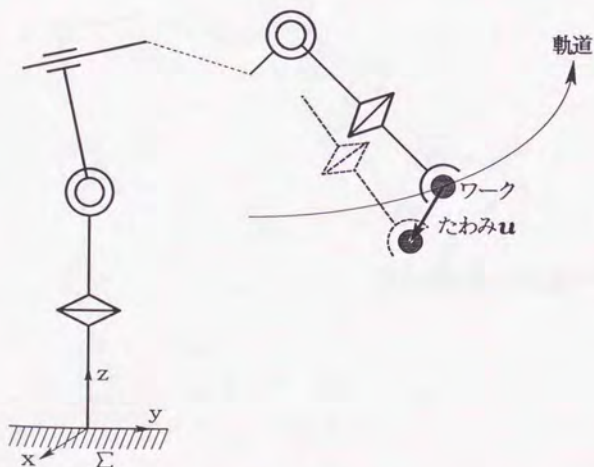


図4-13 たわみ解析

ロボット先端でのたわみ δ は、先端の節点の x 、 y 、 z 軸方向並進変位 u_{xN} 、 u_{yN} 、 u_{zN} から次式で求められる。

$$\delta = \sqrt{u_{xN}^2 + u_{yN}^2 + u_{zN}^2} \quad (4-55)$$

4. 4. 5 固有振動解析

ロボットの自由振動の固有振動数および固有モードは、式(4-53)から導かれる一般固有値問題

$$\omega_j^2 M(\Phi) \phi_j = K(\Phi) \phi_j, \quad f_j = \frac{\omega_j}{2\pi} \quad (4-56)$$

を解けば求められる。ここで、 ω_j 、 f_j 、 ϕ_j はそれぞれ j 次の固有角振動数、固有振動数、固有モードである。

構造解析では式(4-56)の固有値全てを求める必要はなく、低次の固有値だけ求められれば十分である。そこで本研究では、サブスペース法¹⁹⁾を用いて式(4-56)を解いている。

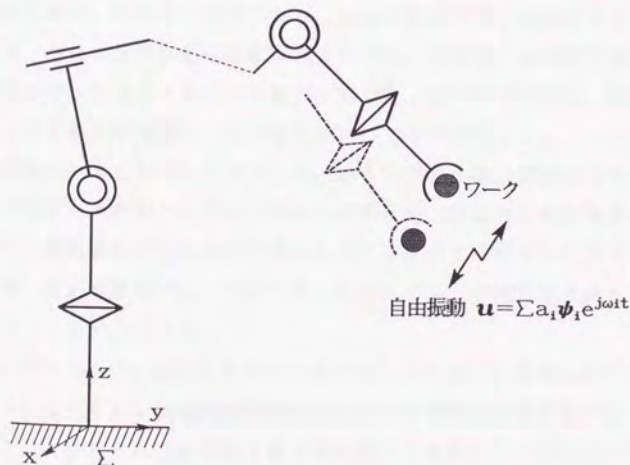


図4-14 固有振動解析

4.5 基本機構要素

4.5.1 基本機構要素の種類

ロボットの基本機構を構成するアーム、関節を基本機構要素と呼ぶ。本研究で扱う基本機構要素は図4-15に示す5種類、すなわち

- ①円形断面アーム要素
- ②長方形断面アーム要素
- ③P型関節要素
- ④R型関節要素
- ⑤S型関節要素

である。

アームは関節と関節とを結ぶ構造要素で、一様断面の真直はりとした。本研究では、その断面形状により円形断面を持つアーム要素と長方形断面を持つアーム要素の2種類を用意した。

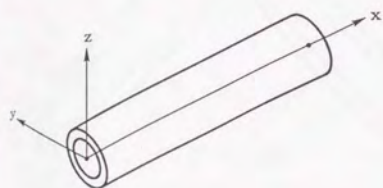
関節は基本機構における関節（対偶）を実現している構造要素で、回転関節と直動関節に大別できる。

回転関節要素は、回転軸とハウジング、および両者の間の軸受から成り、回転軸とハウジングとは相対変位（回転軸回りの回転）できる。本研究では、回転関節要素を構造面から見てさらに2種類に分類した。回転関節要素は、軸受のラジアル、スラスト剛性を考慮した集中質量体としてモデル化した。

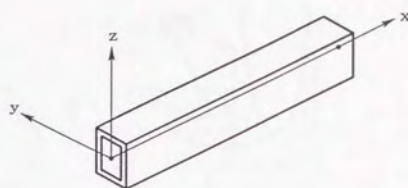
直動関節要素は、直動軸とハウジング、および両者の間の直動案内から成り、回転関節と同様に直動軸とハウジングとは相対変位（直動軸方向の並進）できる。本研究では、直動案内としてリニアボールベアリングと2本のシャフトをもつ要素を考えた。直動関節要素は、リニアボールベアリングの剛性を考慮し、シャフトをはりとしてモデル化した。

図4-16のように、屈曲したアームはいくつかのアーム要素に分けて考え、オフセットについても、回転関節要素と短いアーム要素の組み合わせでモデル化できるので、上記の基本機構要素で様々なロボットを扱うことが可能である。

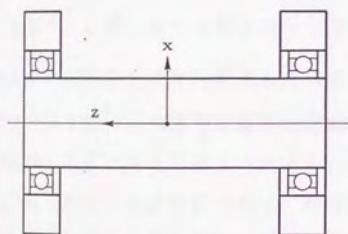
4.3から、ロボットの剛体モデルを作成するためには、要素の質量 m_e 、重心



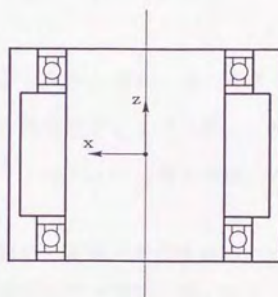
(a) 円形断面アーム要素



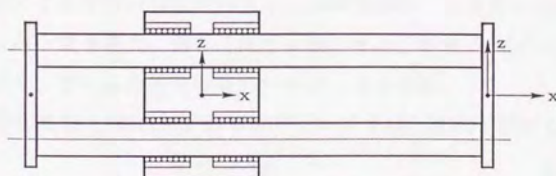
(b) 長方形断面アーム要素



(c) P 型関節要素



(d) R 型関節要素



(e) S 型関節要素

図 4 - 1 5 基本機構要素

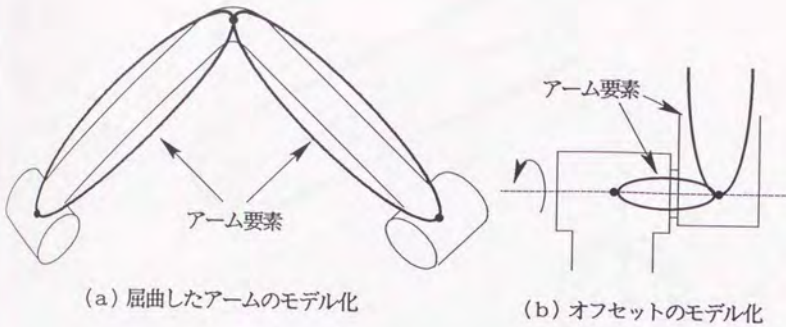


図 4-16 屈曲したアームおよびオフセットのモデル化

位置 $l_{ge}^{(e)}$ 、重心回りの慣性テンソル $I_e^{(e)}$ が必要となる。また、4.4 からロボットの弾性体モデルを作成するためには、要素の質量マトリックス $M_e^{(e)}$ 、剛性マトリックス $K_e^{(e)}$ 、体積力に等価な要素節点力ベクトル $F_{ve}^{(e)}$ が必要となる。ただし、これらの量は要素座標系で求められれば良い。

以下では、各要素について、要素座標系の設定と要素の形状を表すパラメータを示し、モデル化に必要な上記の量を求める方法について述べる。ただし、要素を表す添え字 e および要素座標系表示を表す添え字 (e) は省略した。

4.5.2 円形断面アーム要素

図 4-17 のような中空円筒のアームを、円形断面アーム要素と呼ぶ。要素座標系は、アームの一端を原点、長さ方向を x 軸とする。形状パラメータは長さ l 、外径 d 、厚さ t で、アームの材質も設計パラメータとなる。

質量 m 、重心位置 l_g 、重心回りの慣性テンソル I は、次式で求められる。

$$m = \rho A l \quad (4-57)$$

$$l_g = \left[\frac{l}{2}, 0, 0 \right]^T \quad (4-58)$$

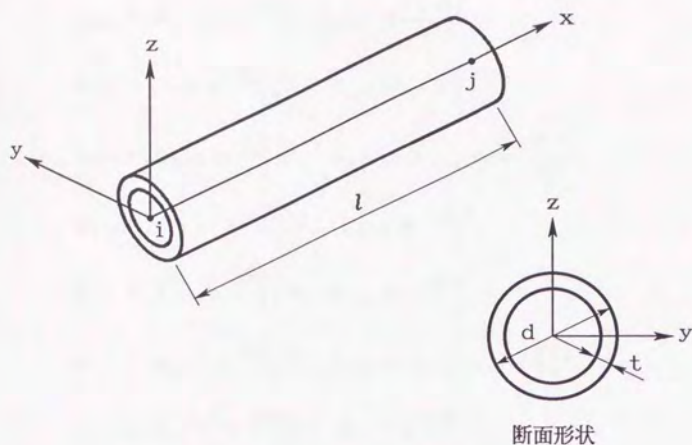


図4-17 円形断面アーム要素

$$I = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}, \quad (4-59)$$

$$I_x = \frac{(d^2 + d_1^2)}{8} m, \quad I_y = I_z = \left(\frac{d^2 + d_1^2}{16} + \frac{l^2}{12} \right) m$$

ここで、 d_1 は内径、 A は断面積で、次式で与えられる。

$$d_1 = d - 2t \quad (4-60)$$

$$A = \frac{\pi}{4} (d^2 - d_1^2) \quad (4-61)$$

また、 ρ は材料の密度である。

円形断面アーム要素は、両端に節点 i 、 j を有する3次元はり要素^{15)・16)}としてモデル化する。従って、要素の剛性マトリックス K および質量マトリックス M は、それぞれ次式となる。

$$K = (k_{ij}) \quad (\in R^{12 \times 12}) \quad (4-62)$$

$$k_{1,1} = k_{7,7} = \frac{EA}{l}, \quad k_{1,7} = -\frac{EA}{l}$$

$$k_{4,4} = k_{10,10} = \frac{GJ}{l}, \quad k_{4,10} = -\frac{GJ}{l}$$

$$k_{2,2} = k_{8,8} = \frac{12EI_z}{l^3}, \quad k_{2,8} = -\frac{12EI_z}{l^3}$$

$$k_{2,6} = k_{2,12} = \frac{6EI_z}{l^2}, \quad k_{6,8} = k_{8,12} = -\frac{6EI_z}{l^2}$$

$$k_{6,6} = k_{12,12} = \frac{4EI_z}{l}, \quad k_{6,12} = \frac{2EI_z}{l}$$

$$k_{3,3} = k_{9,9} = \frac{12EI_y}{l^3}, \quad k_{3,9} = -\frac{12EI_y}{l^3}$$

$$k_{3,5} = k_{9,11} = \frac{6EI_y}{l^2}, \quad k_{3,5} = k_{3,11} = -\frac{6EI_y}{l^2}$$

$$k_{5,5} = k_{11,11} = \frac{4EI_y}{l}, \quad k_{5,11} = \frac{2EI_y}{l}$$

$$M = (m_{ij}) \quad (\in R^{12 \times 12}) \quad (4-63)$$

$$m_{1,1} = m_{7,7} = \frac{\rho A l}{3}, \quad m_{1,7} = \frac{\rho A l}{6}$$

$$m_{4,4} = m_{10,10} = \frac{\rho I_x l}{3}, \quad m_{4,10} = \frac{\rho I_x l}{6}$$

$$m_{2,2} = m_{8,8} = \frac{13\rho A l}{35} + \frac{6\rho I_z}{5l}, \quad m_{2,8} = \frac{9\rho A l}{70} - \frac{6\rho I_z}{5l}$$

$$m_{2,6} = \frac{11\rho A l^2}{210} + \frac{\rho I_z}{10}, \quad m_{8,12} = -\frac{11\rho A l^2}{210} - \frac{\rho I_z}{10}$$

$$m_{6,8} = \frac{13\rho A l^2}{420} - \frac{\rho I_z}{10}, \quad m_{8,12} = -\frac{13\rho A l^2}{420} + \frac{\rho I_z}{10}$$

$$m_{6,6} = m_{12,12} = \frac{\rho A l^3}{105} + \frac{2\rho I_x l}{15}, \quad m_{8,12} = -\frac{\rho A l^3}{140} - \frac{\rho I_x l}{30}$$

$$m_{3,3} = m_{9,9} = \frac{13\rho A l}{35} + \frac{6\rho I_y}{5l}, \quad m_{3,9} = \frac{9\rho A l}{70} - \frac{6\rho I_y}{5l}$$

$$m_{3,5} = -\frac{11\rho A l^2}{210} - \frac{\rho I_y}{10}, \quad m_{9,11} = \frac{11\rho A l^2}{210} + \frac{\rho I_y}{10}$$

$$m_{5,9} = -\frac{13\rho A l^2}{420} + \frac{\rho I_y}{10}, \quad m_{3,11} = \frac{13\rho A l^2}{420} - \frac{\rho I_y}{10}$$

$$m_{5,5} = m_{11,11} = \frac{\rho A l^3}{105} + \frac{2\rho I_y l}{15}, \quad m_{5,11} = -\frac{\rho A l^3}{140} - \frac{\rho I_y l}{30}$$

ただし、 K 、 M は対称行列なので、上三角成分のみを記した。 I_y 、 I_x 、 I_z は断面2次モーメント（断面慣性モーメント）、 J は断面2次極モーメントで、それぞれ次式で与えられる。

$$I_y = I_x = \frac{\pi}{64}(d^4 - d_1^4) \quad (4-64)$$

$$I_x = J = \frac{\pi}{32}(d^4 - d_1^4) \quad (4-65)$$

E 、 G はそれぞれ材料の縦弾性係数、横弾性係数である。要素の等価節点力ベクトル F_v は、以下のようにして求められる。まず、要素の属するリンク座標系を Σ_k とすると、 Σ_k 原点の加速度 $a_k^{(k)}$ （重力加速度を含む）、角速度 $\omega_k^{(k)}$ 、角加速度 $\alpha_k^{(k)}$ は、3、7の速度加速度解析で求められる。 Σ_k から見た要素座標系原点（節点 i ）の位置を $l_e^{(k)}$ 、姿勢の回転行列を C_e とすると、要素座標系原点の加速度 $a_e^{(e)}$ 、角速度 $\omega_e^{(e)}$ 、角加速度 $\alpha_e^{(e)}$ は、次式で与えられる。

$$\begin{cases} a_e^{(e)} = [a_1, a_2, a_3]^T = C_e^T \{ a_k^{(k)} + \alpha_k^{(k)} \times l_e^{(k)} + \omega_k^{(k)} \times (\omega_k^{(k)} \times l_e^{(k)}) \} \\ \omega_e^{(e)} = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T = C_e^T \omega_k^{(k)} \\ \alpha_e^{(e)} = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3]^T = C_e^T \alpha_k^{(k)} \end{cases} \quad (4-66)$$

このとき、

$$\tilde{a} = [a_1, a_2, a_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \omega_1^2, \omega_2^2, \omega_3^2, \omega_2 \omega_3, \omega_3 \omega_1, \omega_1 \omega_2]^T \quad (4-67)$$

とすると、 F_v は次式で求められる。

$$F_v = -F \tilde{a} \quad (4-68)$$

ここで、

$$F = (f_{ij}) \quad (i \in R^{12 \times 12}) \quad (4-69)$$

$$f_{1,1} = f_{2,2} = f_{3,3} = f_{7,1} = f_{8,2} = f_{9,3} = \frac{\rho A l}{2}$$

$$f_{1,8} = f_{1,9} = -\frac{\rho A l^2}{6}, \quad f_{7,8} = f_{7,9} = -\frac{\rho A l^2}{3}$$

$$f_{4,4} = f_{10,4} = \frac{\rho I_x l}{2}, \quad f_{4,10} = f_{10,10} = -\frac{\rho (I_y - I_x) l}{2}$$

$$\begin{aligned}
f_{2,6} &= \frac{3\rho A l^2}{20} - \rho I_x, & f_{2,12} &= \frac{3\rho A l^2}{20} + \rho(I_x - I_y) \\
f_{3,5} &= -\frac{3\rho A l^2}{20} + \rho I_y, & f_{3,11} &= \frac{3\rho A l^2}{20} - \rho(I_x - I_x) \\
f_{6,2} &= f_{11,3} = \frac{\rho A l^2}{12}, & f_{12,2} &= f_{5,3} = -\frac{\rho A l^2}{12} \\
f_{5,5} &= f_{6,6} = f_{6,12} = \frac{\rho A l^3}{30}, & f_{5,11} &= -\frac{\rho A l^3}{30} \\
f_{8,6} &= \frac{7\rho A l^2}{20} + \rho I_x, & f_{8,12} &= \frac{7\rho A l^2}{20} - \rho(I_x - I_y) \\
f_{9,5} &= -\frac{7\rho A l^2}{20} - \rho I_y, & f_{9,11} &= \frac{7\rho A l^2}{20} + \rho(I_x - I_x) \\
f_{11,5} &= f_{12,6} = f_{12,12} = -\frac{\rho A l^3}{20}, & f_{11,11} &= \frac{\rho A l^3}{20}
\end{aligned}$$

4.5.3 長方形断面アーム要素

断面が図4-18のような長方形のアームが、長方形断面アーム要素である。要素座標系は、円形断面アーム要素と同じようにアームの一端を原点、長さ方向をx軸にとる。形状パラメータは長さ l 、長方形の2辺の長さ a 、 b 、および厚さ t で、アームの材質も設計パラメータとなる。

重心位置 l_0 は円形断面アーム要素と同じ式(4-58)で与えられ、質量 m 、重心回りの慣性テンソル I は次式で求められる。

$$m = m_1 - m_2 \quad (4-70)$$

$$\begin{aligned}
I &= \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}, & I_x &= \frac{(a^2 + b^2)m_1 - (a_1^2 + b_1^2)m_2}{12} \\
& & I_y &= \frac{(b^2 + l^2)m_1 - (b_1^2 + l^2)m_2}{12} \\
& & I_z &= \frac{(a^2 + l^2)m_1 - (a_1^2 + l^2)m_2}{12}
\end{aligned} \quad (4-71)$$

ここで、2辺の内側の長さ a_1 、 b_1 および m_1 、 m_2 は次式で与えられる。

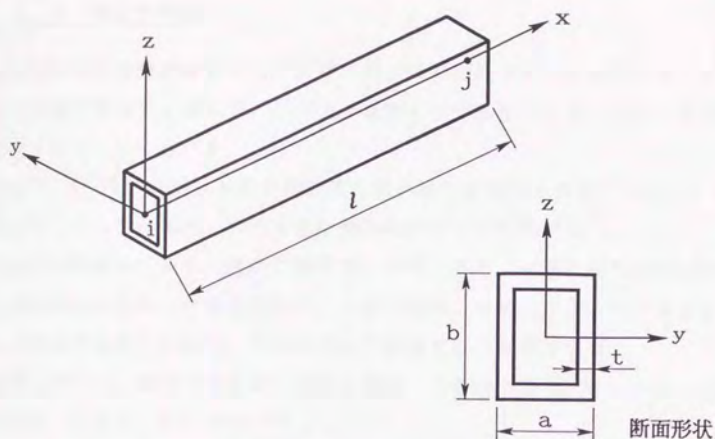


図 4-18 長方形断面アーム要素

$$a_1 = a - 2t, \quad b_1 = b - 2t \quad (4-72)$$

$$m_1 = \rho a b l, \quad m_2 = \rho a_1 b_1 l \quad (4-73)$$

ρ は材料の密度である。

長方形断面アーム要素も両端に節点 i 、 j を有する 3 次元はり要素としてモデル化するので、要素の質量マトリックス M 、剛性マトリックス K 、等価節点力ベクトル F_v は円形断面アーム要素と同じ式で与えられる。ただし、断面積 A 、断面 2 次モーメント（断面慣性モーメント） I_y 、 I_z 、 I_x 、ねじり定数 J は

$$A = a b - a_1 b_1 \quad (4-74)$$

$$I_y = \frac{a b^3 - a_1 b_1^3}{12} \quad (4-75)$$

$$I_z = \frac{a^3 b - a_1^3 b_1}{12} \quad (4-76)$$

$$I_x = I_y + I_z \quad (4-77)$$

$$J = \frac{2}{3} (a + b - 2t) t^3 \quad (4-78)$$

で与えられる。

4.5.4 軸受の剛性

回転関節には軸受が使用されており、軸受の剛性はアームの剛性に比べて小さいので無視できない。そこで、回転関節要素のモデル化を行なう前に、軸受剛性の評価方法について述べる。

上都^{20), 21)}は、ロボットの回転関節に用いられる軸受を表4-1のように分類している。ここではまず、深みぞ玉軸受の剛性について述べる。

深みぞ玉軸受は、最も一般的な軸受で入手性も良く、1個の軸受でラジアル荷重と両方向のスラスト荷重を支えることができる。また、ロストモーションをなくして剛性を高めるために、予圧をかけて使用することができる。

軸受工学では、深みぞ玉軸受の剛性を剛球と内外輪のみぞとの Hertz の弾性接触に基づいて評価している²²⁾⁻²⁴⁾。

$$P = K\delta^{\frac{3}{2}} \quad (4-79)$$

ここで、 P は剛球と内外輪のみぞとの間の垂直荷重、 δ は荷重方向の弾性接近量、 K は剛球と内外輪のみぞの形状によって決まる定数である。図4-19のように、外輪を固定した軸受の内輪中心に作用するラジアル荷重を F_r 、スラスト荷重を F_a 、ラジアル変位を δ_r 、スラスト変位を δ_a とすると、 F_r 、 F_a と δ_r 、 δ_a の関係は、式(4-79)に基づく非線形な式で表せる。表4-2は、この荷重-変位関

表4-1 回転関節用軸受の動作要素による分類²¹⁾

動作要素	軸受形式
旋回座用	クロスローラスラストベアリング 超薄肉ボールベアリング 深みぞ玉軸受 モーメント軸受 TTB
肩、肘、手首用	薄肉クロスローラスラストベアリング 超薄肉ボールベアリング 深みぞ玉軸受(小径、68、69シリーズ) ニードルローラベアリング

表 4-2 軸受の弾性変位量²⁹⁾

軸受の形式	半径方向変位 δ_r (mm)	軸方向変位 δ_a (mm)
深みぞ玉軸受	$\delta_r = 0.002 \left(\frac{Q_{\max}^2}{D_k} \right)^{1/3}$	$\delta_a = \frac{0.002}{\sin \alpha} \left(\frac{Q^2}{D_k} \right)^{1/3}$
アングラ玉軸受	$\delta_r = \frac{0.002}{\cos \alpha_0} \left(\frac{Q_{\max}^2}{D_k} \right)^{1/3}$	$\delta_a = \frac{0.002}{\sin \alpha} \left(\frac{Q^2}{D_k} \right)^{1/3}$
自動調心玉軸受	$\delta_r = \frac{0.0032}{\cos \alpha_0} \left(\frac{Q_{\max}^2}{D_k} \right)^{1/3}$	$\delta_a = \frac{0.0032}{\sin \alpha_0} \left(\frac{Q^2}{D_k} \right)^{1/3}$
スラスト玉軸受	—	$\delta_a = \frac{0.0024}{\sin \alpha_0} \left(\frac{Q^2}{D_k} \right)^{1/3}$
円筒ころ軸受	$\delta_r = 0.0006 \frac{Q_{\max}^{0.9}}{l_{eff}^{0.8}}$	—
円すいころ軸受	$\delta_r = \frac{0.0006}{\cos \alpha_0} \frac{Q_{\max}^{0.9}}{l_{eff}^{0.8}}$	$\delta_a = \frac{0.0006}{\sin \alpha_0} \frac{Q_{\max}^{0.9}}{l_{eff}^{0.8}}$
自動調心ころ軸受	$\delta_r = \frac{0.0012}{\cos \alpha_0} \left(\frac{Q_{\max}^3}{l_{eff}} \right)^{1/4}$	$\delta_a = \frac{0.0012}{\sin \alpha_0} \left(\frac{Q^3}{l_{eff}} \right)^{1/4}$
最大転動体荷重	ラジアル荷重 F_r (kgf) 玉軸受 $Q_{\max} = \frac{5F_r}{Z \cos \alpha_0}$ ころ軸受 $Q_{\max} = \frac{4.6F_r}{Z \cos \alpha_0}$	スラスト荷重 F_a (kgf) $Q = \frac{F_a}{Z \sin \alpha}$

(注) D_k : 玉の直径 (mm), l_{eff} : ころの有効長さ (mm), Z : 転動体の数, α_0 : 無負荷時の接触角, α : 負荷時の接触角.

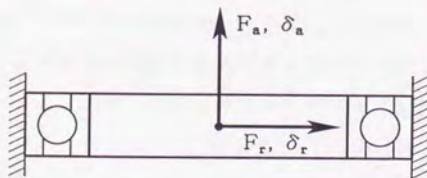


図 4-19 軸受の剛性の定義

係式をまとめたものである。

ロボットに軸受を用いる場合は、ロストモーションをなくし剛性を高めるために、予圧を与える。予圧の適正量は、一般の深みぞ玉軸受の場合、 $4 \sim 8 \times d$ (N) である。ここで、 d (mm) は軸受の内系寸法である²¹⁾。本研究では、 F_r 、 F_a と

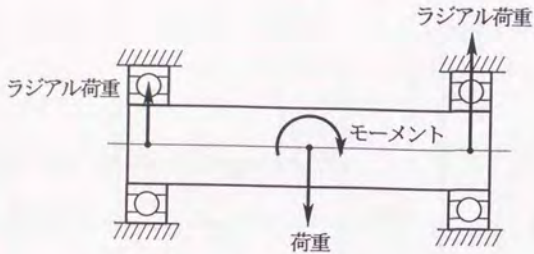


図4-20 2個の軸受を対に用いる場合

δ_r 、 δ_a の間の非線形な関係式を予圧をかけた状態で線形化し、次式のラジアル剛性 k_r およびスラスト剛性 k_a を導いた。

$$F_r = k_r \delta_r, \quad F_a = k_a \delta_a \quad (4-80)$$

なお、図4-20のように2個の軸受を対にして用いる場合には、モーメントは2つの軸受のラジアル剛性で支えるので、1個の軸受のモーメント剛性は考えなくても良い²²⁾。

ロボットに軸受を用いる場合、軸受に許容される空間は小さい。そのため、薄肉、超薄肉の軸受が使用されることもあるが、図4-20のように軸受を2個対にして用いていれば、 k_r 、 k_a の値が異なるだけで式(4-80)による剛性の評価は変わらない。また、ロボット用軸受としては、1個でラジアル、スラスト荷重だけでなくモーメント荷重も支えられるクロスローラベアリングのような軸受もあるが、この場合も式(4-80)にモーメントに関する式が加わるだけで、本質的な違いはない。

4.5.5 P型関節要素

図4-21のように、回転軸とその両端にある軸受、および軸受をいれる2つのハウジングからなる回転関節が、P型関節要素である。形状パラメータは図4-21に示すとおりで、この他に使用する軸受の呼び番号および回転軸、ハウジングの材質も設計パラメータとなる。

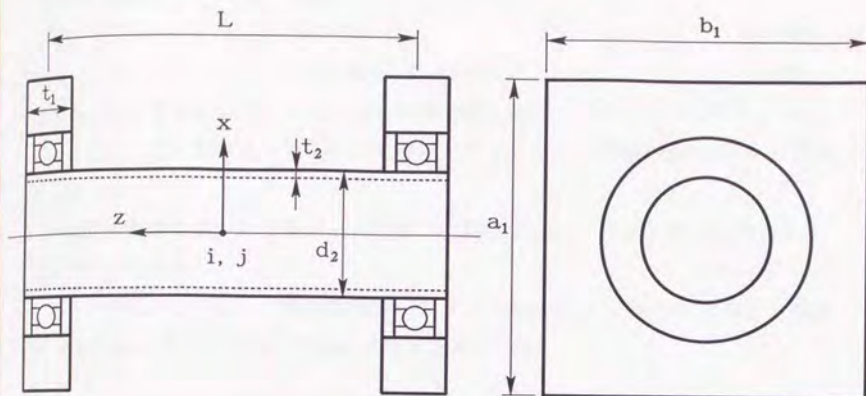


図 4-21 P型関節要素

P型関節要素に限らず、全ての関節要素は基本機構における関節（対偶）を実現する要素で、回転軸とハウジング（S型関節要素では直動軸とハウジング）の間の相対変位が関節変位に相当する。従って、回転軸とハウジングは異なるリンク座標系に属するので、要素座標系も回転軸とハウジングそれぞれに設定しなければならない。図4-21のように、P型関節要素の回転軸とハウジングの要素座標系は、ともに関節中心を原点、回転軸を z 軸に設定する。従って、両者の原点および z 軸は常に一致しており、 z 軸回りの回転角の差が関節変位に他ならない。

回転軸とハウジングは異なるリンク座標系に属するので、質量、重心位置、重心回りの慣性テンソルは、それぞれ別個に求めなければならない。ハウジングの質量を m_i 、重心位置を l_{oi} 、重心回りの慣性テンソルを I_i とすると、

$$l_{oi} = 0 \quad (4-81)$$

$$I_i = \text{diag}[I_{xi}, I_{yi}, I_{zi}] \quad (4-82)$$

となる。ここで I_{xi} 、 I_{yi} 、 I_{zi} はハウジングの重心回りの慣性モーメントで、 m_i 、 I_{xi} 、 I_{yi} 、 I_{zi} は図4-21に示す形状パラメータとハウジングの密度 ρ_i から求められる。回転軸についても同様に、質量を m_j 、重心位置を l_{oj} 、重

心回りの慣性テンソルを I_j とすると、

$$I_{Gj} = 0 \quad (4-83)$$

$$I_j = \text{diag}[I_{xj}, I_{yj}, I_{zj}] \quad (4-84)$$

となる。ここで I_{xj} 、 I_{yj} 、 I_{zj} は回転軸の重心回りの慣性モーメントで、 m_j 、 I_{xj} 、 I_{yj} 、 I_{zj} は図 4-21 に示す形状パラメータと回転軸の密度 ρ_j から求められる。

P 型関節要素は 2 つの節点 i 、 j を持ち、節点 i はハウジング中心、節点 j は回転軸中心とする。

図 4-22 のように、P 型関節要素のスラスト剛性 K_a は、軸受のスラスト剛性 k_a と回転軸の引き張り剛性の直列つなぎとなるので、

$$K_a = \left(\frac{1}{k_a} + \frac{l}{E_j A_j} \right)^{-1} \quad (4-85)$$

で与えられる。同様にラジアル剛性 K_r は、軸受のラジアル剛性 k_r と回転軸の曲げおよびせん断剛性の直列つなぎ

$$K_r = \left(\frac{1}{k_r} + \frac{l^3}{3E_j I_j} + \frac{l}{G_j A_{sj}} \right)^{-1} \quad (4-86)$$

で与えられる。ここで、 A_j 、 I_j 、 A_{sj} は回転軸の断面積、断面 2 次モーメント、せん断有効面積で、図 4-21 に示す形状パラメータから求められる。 E_j 、 G_j は回転軸の縦弾性係数と横弾性係数で、 $l = L/2$ である。このとき、剛性マトリックス K は

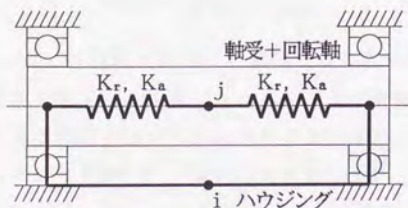


図 4-22 P 型関節要素の剛性

$$K = \begin{bmatrix} 2K_r & & & & -2K_r & & & & \\ & 2K_r & & & -2K_r & & & & \\ & & 2K_a & & & -2K_a & & & \\ & & & 2K_r l^2 & & & -2K_r l^2 & & \\ & & & & 2K_r l^2 & & & -2K_r l^2 & \\ & & & & & 0 & & & 0 \\ & & & & & & 2K_r & & \\ & & & & & & & 2K_r & \\ & & \text{sym.} & & & & & & 2K_a \\ & & & & & & & & & 2K_r l^2 \\ & & & & & & & & & & 2K_r l^2 \\ & & & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (4-87)$$

となる。

ここで、一つの節点に付加されている剛体の質量マトリックス $M (\in R^{6 \times 6})$ および等価節点力ベクトル $F_v (\in R^6)$ を求める式を示しておく。剛体の質量を m 、節点から見た剛体の重心位置を $l_G = [l_1, l_2, l_3]^T$ 、重心回りの慣性テンソルを $I = (I_{ij})$ 、重心の加速度（重力加速度を含む）を a_G 、角速度を ω 、角加速度を α とすると、

$$M = \begin{bmatrix} m & & & & & \\ 0 & m & & & & \\ 0 & 0 & m & & & \\ 0 & -m l_3 & m l_2 & I_{11} & & \\ m l_3 & 0 & -m l_1 & I_{21} & I_{22} & \\ -m l_2 & m l_1 & 0 & I_{31} & I_{32} & I_{33} \end{bmatrix} \quad (4-88)$$

$$F_v = - \begin{bmatrix} m a_G \\ l_G \times m a_G + I \alpha + \omega \times I \omega \end{bmatrix} \quad (4-89)$$

で与えられる。 a_G 、 ω 、 α は式 (4-66) と同様にして求められる。

P型関節要素の質量マトリックス M は、ハウジングと回転軸を剛体とみなし、前者が節点 i に、後者が節点 j につくとしてモデル化する。従って、ハウジングの質量マトリックスを $M_i (\in R^{6 \times 6})$ 、回転軸の質量マトリックスを $M_j (\in R^{6 \times 6})$ とすると、式 (4-81)、(4-83)、(4-88) から、

$$M_i = \text{diag}[m_i, m_i, m_i, I_{x i}, I_{y i}, I_{z i}] \quad (4-90)$$

R型関節要素は、ハウジングの形状が異なる以外は、P型関節要素と全く同じである。

4. 5. 7 リニアボールベアリングの剛性

回転関節用軸受と同様に、上都²¹⁾はロボットの直動関節に用いられる直動案内の方法についても表4-3のように分類しているが、現在ロボットの直動関節に使用されている直動案内は、リニアガイド²⁵⁾とリニアボールベアリングがほとんどである²⁶⁾。次項に示すS型関節要素はリニアボールベアリングを用いた直動関節なので、ここではリニアボールベアリングの剛性について述べる。

表4-3 直動関節用軸受の動作要素による分類²¹⁾

軌道形式	軸受形式
丸軸レール	ボールスライド* ボールスプライン
平板レール	カムフォロア ローラフォロア ローラスライド
異形レール	レール付リニアボールベアリング**

* リニアボールベアリングに当たる

** リニアガイドに当たる

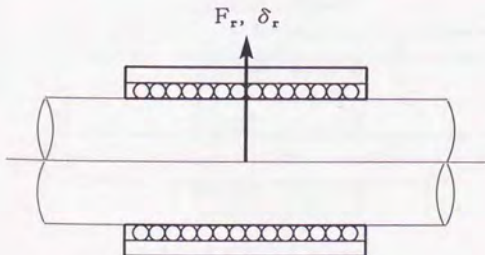


図4-24 リニアボールベアリングとその剛性

リニアボールベアリング（図4-24）は、丸棒レールとベアリングの外筒とが転動する剛球を介して接触することにより、ベアリングと軸とが滑らかに直動変位する。従って、リニアボールベアリングの剛性は、剛球と軸、外筒との Herztz の弾性接触に基づいて評価されるので、リニアボールベアリングにかかるラジアル荷重 F_r とラジアル変位 δ_r の関係は非線形となる。リニアボールベアリングでも、高い位置精度を必要とする場合には軸とベアリングとのすきまをマイナスにして予圧をかけることができる。そこで、軸受の場合と同様に予圧をかけた状態の回りで荷重-変位関係式を線形化した式

$$F_r = k_r \delta_r \quad (4-94)$$

により、リニアボールベアリングの剛性を評価する。

リニアボールベアリングはその構造上レール回りの回転を許してしまうので、2軸を平行にして使うのが普通である。また、ベアリングの寿命、精度の点からレール1本に対して2個のベアリングを使うのが望ましい。従って、リニアボールベアリングは、図4-25のように2本のレールと4個のベアリングを用いるのが一般的である^{26), 27)}。

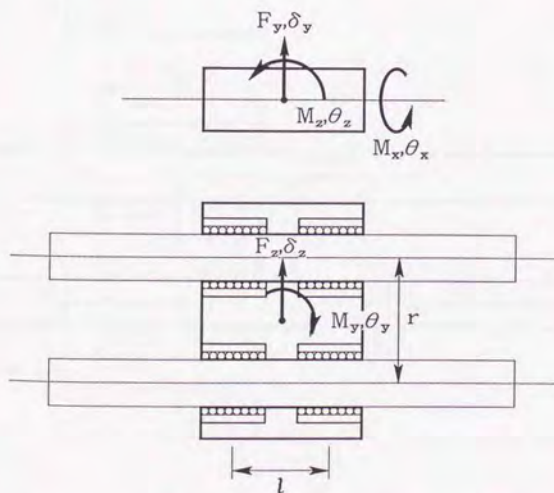


図4-25 リニアボールベアリングの使用方法

図4-25のような4個のリニアボールベアリングのハウジングの中心に荷重 F_y 、 F_x 、 M_x 、 M_y が作用したときの中心の変位を δ_y 、 δ_x 、 θ_x 、 θ_y 、 θ_z とすると、両者の関係は、式(4-94)より、次式で与えられる。

$$\begin{cases} F_y = 4k_r \delta_y \\ F_x = 4k_r \delta_x \\ M_x = k_r r^2 \theta_x \\ M_y = k_r l^2 \theta_y \\ M_z = k_r l^2 \theta_z \end{cases} \quad (4-95)$$

ここで、 r はレール間距離、 l は同じレール上にあるリニアボールベアリング間の距離である。

4. 5. 8 S型関節要素

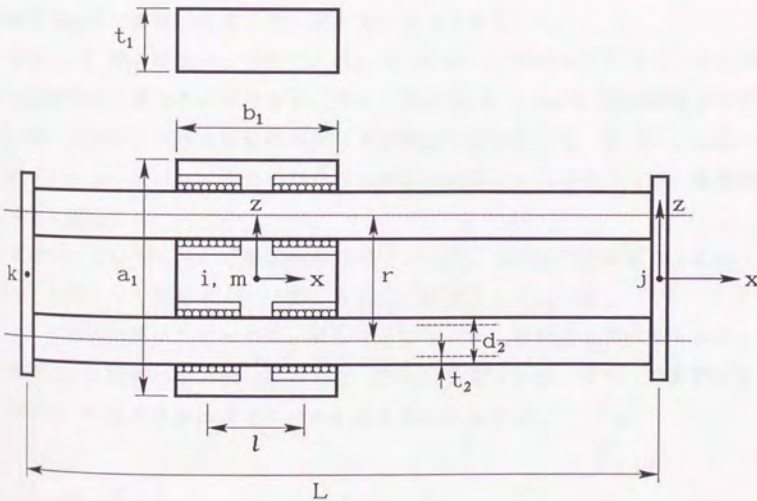


図4-26 S型関節要素

図4-26のように、2本のレールからなる直動軸と図4-25のような4個のリニアボールベアリング、およびそのハウジングで構成される直動関節が、S型関節要素である。形状パラメータは図4-26に示すとおりで、この他に使用するリニアボールベアリングの型番およびレール、ハウジングの材質も設計パラメータとなる。

ハウジングの要素座標系は、ハウジング中心を原点、直動方向を x 軸に設定し、直動軸の要素座標系は、直動軸の一端中心を原点、直動方向を x 軸に設定する。従って、両座標系の x 軸は同一線上にあり、原点間の距離が関節変位によって変化する。

ハウジングの質量、重心位置、重心回りの慣性テンソルは、図4-26に示す形状パラメータとハウジングの密度から求められる。直動軸の質量、重心位置、重心回りの慣性テンソルも、図4-26に示す形状パラメータとレールの密度から求められる。

S型関節要素は4つの節点 i 、 j 、 k 、 m を持つ。節点 i はハウジング中心、節点 j は直動軸の要素座標系原点、節点 k は j と反対側の直動軸の端、節点 m は直動軸上において変形前は i と一致している点である。

節点 $i-m$ 間の剛性マトリックスは、式(4-95)の4個のリニアボールベアリングの剛性から導くことができる。また、節点 $k-m$ 、 $m-j$ 間の剛性マトリックスは、2本のレールのはり要素としての剛性から導かれる。ただし、これらの剛性マトリックスはレール上のハウジングの位置によって異なるため、関節変位によって変化する。

質量マトリックスおよび等価節点力ベクトルは、ハウジングを節点 i につく剛体、2本のレールを節点 $k-j$ 間にあるはり要素として求める。

はり要素の剛性マトリックス、質量マトリックス、等価節点力ベクトルは、円形断面アーム要素の項で示したものを、剛体の質量マトリックス、等価節点力ベクトルはP型関節要素の項で示したものをを用いればよい。

4.5.9 ワーク

逆動力学におけるワークの扱いについては、4.3に示した。

4. 4で述べたように、ロボットの弾性体モデルを求めるには、ワークの質量マトリックス M 、等価節点力ベクトル F_v 、および外力ベクトル F_{ex} が必要となる。

ワークの要素座標系は、フランジ座標系 Σ_F とし、節点 i は Σ_F 原点にとる。

ワークを節点 i に付加される剛体とみなすと、 M 、 F_v は、ワークの質量 m_w 、重心位置 r_{GW} 、重心回りの慣性テンソル I_w から、式(4-88)、(4-89)で求められる。また、 F_{ex} は次式で与えられる。

$$F_{ex} = \begin{bmatrix} f_{exw} \\ n_{exw} + r_{exw} \times f_{exw} \end{bmatrix} \quad (4-96)$$

ここで、 f_{exw} 、 r_{exw} 、 n_{exw} は、ワークに働く外力とその作用点、および外モーメントである。

4. 6 駆動系要素

4. 6. 1 駆動系要素の種類

各関節を駆動するためのモータや減速機、およびモータ～関節間の伝達を行なうチェーン、歯車といった伝達機構が駆動系要素である。本研究で扱う駆動系要素は図4-27に示す5種類、すなわち

- ①モータ・減速機要素
- ②軸要素
- ③チェーン・スプロケット要素
- ④かさ歯車要素
- ⑤ボールネジ・ナット要素

である。

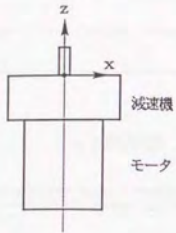
4. 2の駆動系に関する条件5. で述べたように、本研究では、減速はモータに直結された減速機で行ない、途中の伝達機構では行なわないものとする。従って、減速機は常にモータと対にして考える。本研究では、減速機としてハーモニックドライブを想定している。

また、条件3. では、減速機と関節の間は回転により伝達されたとした。軸要素、チェーン・スプロケット要素、かさ歯車要素は、図4-28のように回転による伝達の方式を伝達機構の入出力軸の相対位置・姿勢関係から分類したものと考えることができる。

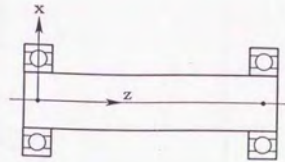
チェーン・スプロケット要素の伝達方式は、タイミングベルト・プーリやワイヤ・プーリによる伝達にも当てはまり、それらは、質量や剛性が異なる以外は全く同じに扱える。従って、ここでのチェーン・スプロケット要素とは、タイミングベルト・プーリやワイヤ・プーリも含めた伝達方式のモデルである。

かさ歯車要素は伝達の変換するもので、本研究では、方向を直角に変換し、かつ減速しないマイタ歯車とした。図4-29のようなかさ歯車を用いた関節通り抜け機構は、2組のかさ歯車要素としてモデル化できる。ただし、重なっているかさ歯車のうち一方の質量はゼロとする。

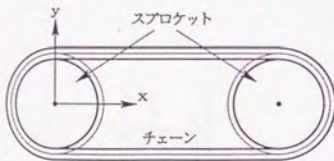
さらに条件2. では、直動関節の場合、関節変位（並進）は回転角に変換した後伝達されたとした。この直進と回転を変換する機構として、本研究では最も一



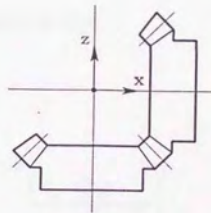
(a) モータ・減速機要素



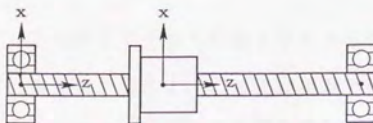
(b) 軸要素



(c) チェーン・スプロケット要素



(d) かさ歯車要素



(e) ボールネジ・ナット要素

図 4-27 駆動系要素

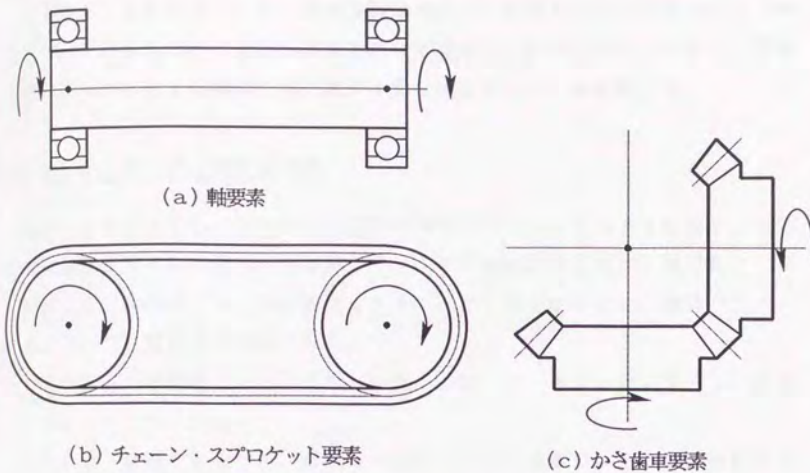


図 4-28 伝達機構とその回転方向

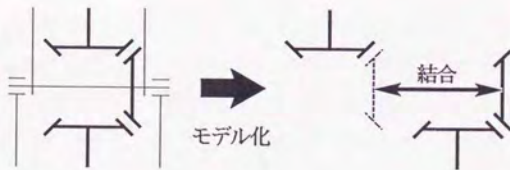


図 4-29 関節の通り抜けに用いられるかさ歯車のモデル化

般的なボールネジによる変換を考えた。

4. 3 から、ロボットの剛体モデルを作成するためには、要素の質量 m_e 、重心位置 $l_{ge}^{(e)}$ 、重心回りの慣性テンソル $I_e^{(e)}$ 、および駆動方向の慣性モーメント J_e が必要となる。また、4. 4 から、ロボットの弾性体モデルを作成するためには、要素の質量マトリックス $M_e^{(e)}$ 、体積力に等価な要素節点力ベクトル $F_{ve}^{(e)}$ 、および駆動方向の剛性 k_e が必要となる。これらは要素座標系で求められれば良い。

以下では、各要素について、要素座標系の設定と要素の形状を表すパラメータを示し、モデル化に必要な上記の量を求める方法について述べる。ただし、要素を表す添え字 e および要素座標系表示を表す添え字 (e) は省略した。

4. 6. 2 モータ・減速機要素

図4-30のように、モータと減速機を直列に結合したものをまとめて、モータ・減速機要素として扱う。要素座標系は、減速機出力軸を原点、出力軸を x 軸に設定する。本研究では、機械要素をカタログから選定するので、設計パラメータは、モータと減速機の型番となる。

ロボット用の減速機としてよく用いられるのが、ハーモニックドライブである。ハーモニックドライブは、

- ①小型、軽量であるため、ロボットのアームの中あるいは手首の関節に組み込んで回転駆動、曲げ駆動を直接行なわせることが可能となり、ロボットをコンパクト化することができる。
- ②1段で高い減速比 ($1/50 \sim 1/320$) が得られる。

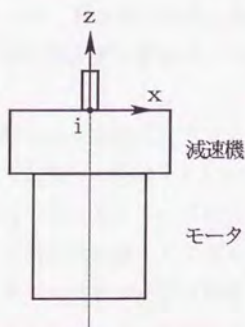


図4-30 モータ・減速機要素

③小型ながら大きなトルク容量をもっているため、可搬重量を大きくすることができたり、慣性力が大きくかかる旋回駆動部分に使用することができる。

④伝達効率が高いので、駆動モータの容量が小さくてすむ。従って、モータのサイズも小さくなるので、関節部分などの狭いスペースに組み込むことができる。

⑤ロストモーション（バックラッシュ）がきわめて小さい。また、同時かみあい歯数が多く、 180° 対称の2カ所でかみ合っているため、歯のピッチ誤差や累積ピッチ誤差の回転精度への影響が平均化され、高精度位置決めあるいは回転精度を必要とするロボット駆動装置に適している。

⑥入出力が同軸上にあるので、コンパクトな設計ができる。

といった特徴を持ち、ロボット用減速機として適している。その反面、

⑦剛性が低い。

という欠点がある。最近では、ロボット用としてさらに高トルク／重量比、高剛性、高回転精度のものが製品化されている²⁸⁾。本研究では、減速機としてハーモニックドライブを想定している。

モータおよび減速機の型番が決まれば、それらの重量はカタログから与えられる。普通、製品の重心位置、重心回りの慣性テンソルはカタログに記載されていないが、重量および大きさがカタログよりわかるので、重心位置、重心回りの慣性テンソルも計算できる。モータ、減速機の質量、重心位置、重心回りの慣性テンソルがわかれば、モータ・減速機要素の質量 m 、重心位置 l_G 、重心回りの慣性テンソル I も求められる。

4. 3 で述べたように、駆動方向の慣性モーメント J は、モータ、減速機の場合ゼロとなる。一方、4. 3 で定義した関節 J_k ($k=1, \dots, n$ 、 n は自由度) のロータ慣性 J_{Mk} は、カタログから与えられるモータのロータ慣性とハーモニックドライブのウェーブジェネレータの慣性の和として求められる。

駆動方向の剛性 k は、ハーモニックドライブの剛性となる。ハーモニックドライブの荷重-変位関係は図4-31のように非線形となっているが、本研究では平均の剛性を用いることにした。森重ら³⁰⁾は、ハーモニックドライブの剛性のカタログ値を用いてロボットの振動解析を行ない、実験と比較して良好な結果が得

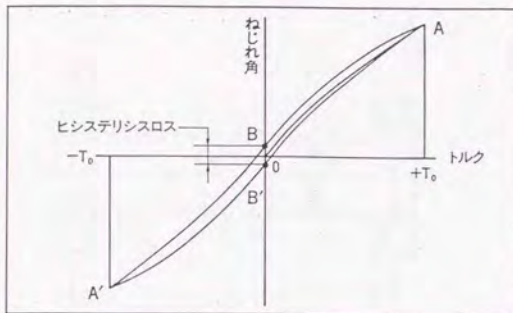


図4-31 ハーモニックドライブの剛性²⁹⁾

られたことを報告している。

モータ・減速機要素の節点 i は、減速機出力軸（要素座標系原点）にとる。質量マトリックス M および等価節点力ベクトル F_v は、モータと減速機を剛体とみなすことにより、剛体の質量マトリックス、等価節点力ベクトルの式 (4-88)、(4-89) から求められる。

4.6.3 軸要素

図4-32のように、軸要素は中空円筒の軸と両端の軸受からなる。要素座標系は、軸の一端を原点、軸方向を z 軸に設定する。形状パラメータは図4-32に示すとおりで、この他に使用する軸受の呼び番号および回転軸の材質も設計パラメータとなる。

回転軸の質量、重心位置、重心回りの慣性テンソルは、基本機構要素のひとつである円形断面アーム要素と同じになる。一方、軸受の質量、重心位置、重心回りの慣性テンソルは、重量と大きさのカタログ値から計算できる。従って、要素の質量 m 、重心位置 l_o 、重心回りの慣性テンソル I は、これら回転軸と軸受の質量、重心位置、重心回りの慣性テンソルから求められる。

駆動方向の慣性モーメント J と剛性 k は、それぞれ回転軸の z 軸回りの慣性モーメント、断面2次極モーメントとなる。

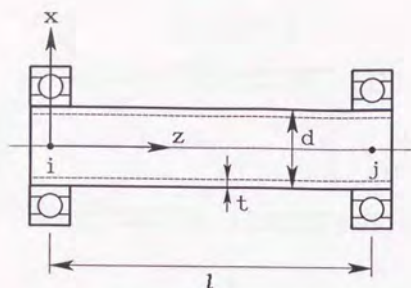


図 4-3 2 軸要素

$$\begin{cases} d_1 = d - 2t \\ J = \rho \pi \frac{d^4 - d_1^4}{32} l \\ k = \frac{G \pi (d^4 - d_1^4)}{l \cdot 32} \end{cases} \quad (4-97)$$

軸要素の節点 i 、 j は、回転軸の両端にとる。質量マトリックス M および等価節点力ベクトル F_v は、回転軸と軸受を剛体とみなして剛体の質量マトリックス、等価節点力ベクトルを求め、両節点に分配する。

4. 6. 4 チェーン・スプロケット要素

チェーン・スプロケット要素は、チェーンと2つのスプロケットからなる。要素座標系は、一方のスプロケットの中心を原点、回転軸を z 軸、2つのスプロケットの中心を結ぶ方向を x 軸に設定する。設計パラメータは、チェーンの呼び番号とスプロケットの型番、および2つのスプロケット間距離 l である。

スプロケットの質量、重心位置、重心回りの慣性テンソルは、重量と大きさのカタログ値から計算できる。チェーンの質量、重心位置、重心回りの慣性テンソルは、チェーンの線密度 ρ とスプロケットのピッチ円直径 D_p がカタログ値として与えられるので、これと l とから計算できる。要素の質量 m 、重心位置 l_o 、重心回りの慣性テンソル I は、スプロケットとチェーンの質量、重心位置、重心

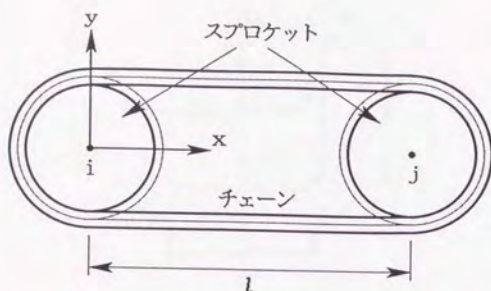


図 4-33 チェーン・スプロケット要素

回りの慣性テンソルから求められる。

駆動方向の慣性モーメント J は、2つのスプロケットの回転軸回りの慣性モーメント J_s とチェーンの回転軸回りの等価慣性モーメントの和として与えられる。

$$J = 2J_s + J_c \quad (4-98)$$

ただし、

$$J_c = \rho_c (2l + \pi D_p) \left(\frac{D_p}{2} \right)^2 \quad (4-99)$$

駆動方向の剛性 k は、チェーンの剛性を回転軸回りのモーメントに対する剛性に換算したものとする。従って、チェーンの単位長さ当たりのバネ係数を k_c とすると、 k は次式で与えられる。

$$k = \frac{k_c}{l} \left(\frac{D_p}{2} \right)^2 \quad (4-100)$$

チェーン・スプロケット要素の節点 i 、 j は、2つのスプロケットの中心にとる。質量マトリックス M および等価節点力ベクトル F_v は、スプロケットとチェーンを剛体とみなして剛体の質量マトリックス、等価節点力ベクトルを求め、両節点に分配する。

4.6.5 かさ歯車要素

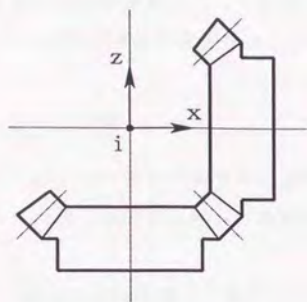


図 4-34 かさ歯車要素

かさ歯車要素は、2つのマイタ歯車からなる。要素座標系は、図 4-34 のように変換の中心を原点、2つのマイタ歯車の回転軸を z 軸、 x 軸に設定する。設計パラメータは、マイタ歯車の型番となる。

マイタ歯車の質量、重心位置、重心回りの慣性テンソルは、重量と大きさのカタログ値から計算できる。従って、要素の質量 m 、重心位置 l_g 、重心回りの慣性テンソル I は、2つのマイタ歯車の質量、重心位置、重心回りの慣性テンソルから求められる。

駆動方向の慣性モーメント J は、2つのマイタ歯車の回転軸回りの慣性モーメントの和として与えられる。

駆動方向の剛性 k は、マイタ歯車の歯の剛性に基づいて評価する。まず、1枚の歯の剛性を、インボリュート平歯車の歯のたわみに関する石川の式³¹⁾を用いて求めた。歯と歯の接触点はかみ合い位置によって変化するし、2組の歯がかみ合うこともあるので、かみ合う2つの歯車の剛性は回転にともなって変化するが³²⁾、ここでは2枚の歯がピッチ円上でかみ合っているときの剛性で歯の剛性を代表させ、定数とした。この剛性を回転軸回りのモーメントに対する剛性に換算したものを k_e とすると、かみ合う2枚の歯は直列のバネとなるから、 k は次式で与えられる。

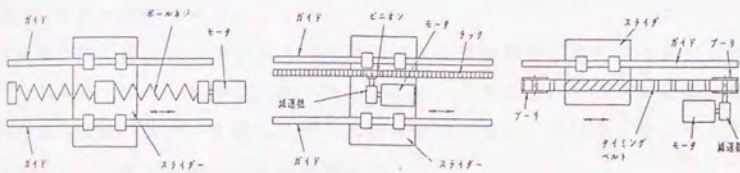
$$k = \frac{k_e}{2} \quad (4-101)$$

かさ歯車要素の節点 i は要素座標系原点にとり、質量マトリックス M および等価節点力ベクトル F_v は、2つのマイタ歯車を剛体とみなして求める。

4. 6. 6 ボールネジ・ナット要素

直動関節を駆動するためには、モータの回転角を並進変位に変換する機構が必要となる。ロボットに用いられる代表的な回転—直進変換機構を図4-35に示す^{26), 33)}。

(a)のボールネジは最も一般的な変換機構で、ネジの原理によりボールネジの回



ボールねじ駆動機構

ラックピニオン機構

ベルト機構

図4-35 直動関節に用いられる回転—直進変換機構³³⁾

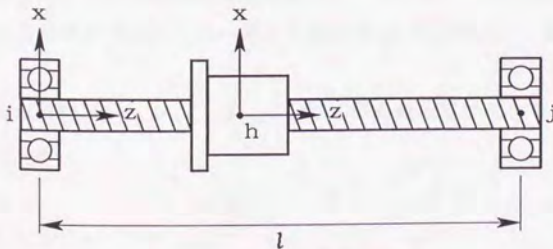


図4-36 ボールネジ・ナット要素

転をナットの直進に変換する。ネジとナットの間は剛球を介して接触するので高い伝達効率(90~98%)が得られる。ナットは、ダブルナットにするなどして予圧をかけることにより、バックラッシュを無くして剛性をあげることができ、高精度位置決めが実現できる。

(b)はタイミングベルトによる駆動で、2個のプーリにタイミングベルトをかけてプーリを駆動し、その際のベルトの直進運動を利用する。この方式は、ボールネジに比べて剛性および位置決め精度とも劣るが、低価格であり、軽量で構造も簡単となるので、軽負荷の場合には利用できる。

(c)のラック・ピニオンは精度の面で問題があり、ロボットにそのまま使用することは難しい。バックラッシュ等の少ない位置決め精度のよい系は、ボールネジほど簡単に設計・製作できない。

本研究ではこのうち、ボールネジを回転→直進変換機構に用いることにした。

ボールネジ・ナット要素は、ボールネジとナットおよびボールネジ両端の軸受からなる。設計パラメータは、ナットの型番とボールネジの長さ l で、ナットが決まればボールネジと軸受の型番も決まる。

ボールネジ・ナット要素では、ナットとボールネジ(軸受を含む)は異なる要素座標系でモデル化する。図4-36のように、ナットの要素座標系は、中心を原点、軸方向を z 軸に設定する。一方、ボールネジの要素座標系は、一端を原点、軸方向を z 軸に設定する。

要素の質量 m 、重心位置 l_G 、重心回りの慣性テンソル I は、ナットとボールネジで別々に求める。まず、ナットの質量、重心位置、重心回りの慣性テンソルは、重量と大きさのカタログ値から計算できる。一方、ボールネジの質量、重心位置、重心回りの慣性テンソルは、太さがネジ軸外径 d_N で中実とした軸要素と同じである。

駆動方向の慣性モーメント J は、ボールネジの軸回りの慣性モーメントで、次式で与えられる。

$$J = \rho \frac{\pi d_N^4}{32} l \quad (4-102)$$

ここで、 ρ はボールネジの密度である。

駆動方向の剛性 k は、駆動系がつながっている方の端とナットの間のボールネ

ジのねじり剛性となるが、ここではナットが中央にある場合のねじり剛性で代表させた。すなわち、

$$k = \frac{2G}{l} \frac{\pi d_r^4}{32} \quad (4-103)$$

ここで、 d_r 、 G はそれぞれボールネジの谷径、横弾性係数である。

ボールネジ・ナット要素では、軸方向の剛性 k_T も必要となる。軸方向は、軸受、ボールネジ、ナットが直列につながっているので、

$$k_T = \left(\frac{1}{k_a} + \frac{1}{k_s} + \frac{1}{k_N} \right)^{-1} \quad (4-104)$$

となる。ここで、 k_a は軸受のスラスト剛性で、式(4-80)で与えられる。 k_s は駆動系がつながっている方の端とナットの間のボールネジの引き張り剛性で、ナットが中央にある場合の剛性

$$k_s = \frac{2E}{l} \frac{\pi d_r^2}{4} \quad (4-105)$$

で代表させた。ここで、 E はボールネジの縦弾性係数である。 k_N は、ナットの剛性を表す。ボールネジとナットは剛球を介して接触しているので、ナットの荷重-変位関係は、軸受やリニアボールベアリングと同様に Hertz の弾性接触に基づいて評価される非線形な式となる。ボールネジは、軸方向のすきまをゼロとし、さらに軸方向剛性を高めるため、ダブルナットにして予圧を与えるのが一般的である^{34), 35)}。そこで、荷重-変位関係式を予圧をかけた状態の回りで線形化し、 k_N を求める。予圧荷重を F_{a0} としたときの k_N は、

$$k_N = 0.8 \times k_{N0} \left(\frac{F_{a0}}{0.1C_a} \right)^{1/3} \quad (4-106)$$

で与えられる。ここで、 k_{N0} はカタログから与えられる剛性値、 C_a は基本動定格荷重である²⁷⁾。

質量マトリックス M および等価節点力ベクトル F_v も、ナットとボールネジで別々となる。ナットは中心に節点 h をもち、ナットを剛体とみなして質量マトリックス、等価節点力ベクトルを求める。一方、ボールネジは両端に節点 i 、 j をもち、質量マトリックス、等価節点力ベクトルは、太さがネジ軸外径 d_N で中実とした軸要素と同じである。

4.7 まとめ

本章では、ロボットのメカニズムの設計に必要な力学解析について述べた。

まず、駆動系が他の関節を通り抜ける場合や、駆動系に減速機がある場合を含めた関節変位とモータ回転角の関係式を導いた。

次に、ロボットの剛体モデルと逆動力学について説明した。Luh らによる Newton-Euler の漸化式はモータが直接配置のロボットの関節駆動力を求めるもので、本研究ではこれを、間接配置のロボットにも適用でき、関節駆動力とモータ駆動トルクの両方を計算するように拡張した。

ロボットのたわみ、固有振動解析についても、有限要素法を用いたロボットの弾性体モデルを新たに提案した。このモデルでは、アームの剛性だけでなく、関節部の軸受剛性や減速機、伝達機構といった駆動系の剛性も含めたロボットのたわみ、固有振動解析が可能である。

最後に、ロボットを構成している各基本機構要素と駆動系要素のモデル化について説明した。

第 5 章

ロボットの基本機構設計

5.1 はじめに

第2章では、ロボットの設計パラメータと設計のための目的関数、拘束条件を明らかにし、それに基づいて、ロボット総合CADシステム「TOCARD」のコンセプトおよびロボットの総合的な設計手順を示した。

「TOCARD」では、ロボットの設計を

- 1) 基本機構設計
- 2) 内部機構設計
- 3) 詳細設計

の3段階に分けて行なう。そこで、本章および第6章、第7章では、これら3つの設計段階について述べる。なお、「TOCARD」は対話型のCADシステムであることから、以下の章では、設計者が「TOCARD」に対して何らかの操作を行なったり、「TOCARD」から結果の表示や設計のための指示を受ける場合には、特にオペレータと呼ぶこととする。

基本機構設計では、運動学的評価を行ないながらロボット基本機構を設計することを目的とする。基本機構設計における設計手順を図5-1に示す。図のように、基本機構設計は次の2段階に分かれている。

- 1) はじめに、ファジィ推論を用いた大まかな評価に基づいて作業に適した関節構成を選定する。ここでは運動学的評価だけでなく、力学的評価も含めた形で選定を行なう。
- 2) 関節構成が選定されたら、運動学的評価を行ないながら対話的に基本機構を修正する。このとき、解析に用いる関節変位軌道も生成される。

本章ではまず、基本機構設計における設計パラメータと設計のための目的関数、拘束条件を明らかにする。特に、2.4に挙げた運動学的評価のうち、どれが目的関数でどれが拘束条件となるかを分類し、それぞれの評価基準をまとめる。

次に、基本機構設計における問題点について検討し、基本機構設計の手順として図5-1を提案する。

最後に、各段階における設計方法について説明する。特に1)の関節構成の選定に関しては、現在までのところ確立した手法は示されていない。本研究では、フ

ファジィ推論を用いて作業に適した関節構成を選定する方法を新たに提案する。

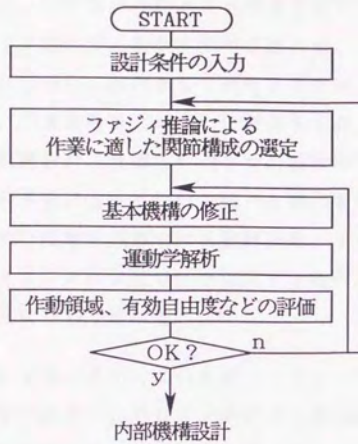


図 5-1 基本機構設計における設計手順

5.2 作業に典型的なワークおよび軌道のデータの入力

5.2.1 設計条件の入力

「TOCARD」では、設計者が目的とする作業を想定し、その作業に適したロボットの設計を行なう。従って、設計を始める際には、まず設計のための拘束条件を入力しなければならない。条件として何を入力するかは、2.4に示した設計のための目的関数、拘束条件をどのように評価するかによって決まる。そこで、基本機構設計、内部機構設計、詳細設計の3つの設計段階で必要となる設計条件は、各設計段階における設計方法について述べる際にあわせて示すこととし、ここではまず、全ての設計段階で共通となる設計条件、すなわち、ロボット先端に取り付けられるエンドエフェクタとワークに関する条件、および軌道に関する条件をどのように扱うかについて述べる。

現在の産業用ロボットは、具体的にいえばコンピュータ制御の下で作動する機械的ハンドリング装置である¹⁾。従って、ロボットに行なわせたい作業の基本は、“何をどのように動かすか”である。すなわち、

- ①ロボット先端に取り付けられるエンドエフェクタとそれに把持されるワークのデータ
- ②軌道のデータ

の2つは、ロボットの設計のための条件として与えなければならない。

ロボットは、それ自体のハードウェアは変更せずに比較的安い費用で動作の手順を再プログラムしたり、作業に応じてエンドエフェクタを交換したりするだけで、様々な作業に適用できる^{2),3)}。こうした汎用性は、固定した動作や作業しかできなかった従来の機械に対して、ロボットの機能の特徴づけるものである。従って、ロボットの設計に際しては、想定し得るあらゆる作業のワークおよび軌道のデータを条件として考えなければならない。しかしながら、設計の際に多数のワーク・軌道データに対して解析を行なうことは、計算時間の面からみて不可能である。

そこで本研究では、作業に典型的なワークおよび軌道のデータを条件として与え、ロボットを設計する。そして、他のワーク・軌道に対してはロボット・シミ

ュレータを用いて解析を行ない、設計したロボットがその作業に適用できるかをチェックすることとする。以下では、ワークおよび軌道のデータとして何を与えるかを示す。

5. 2. 2 ワークのデータ

エンドエフェクタを含めたワークのデータとしては、第3章および第4章の解析に用いた

①位置 $r_w^{(F)}$

②姿勢 $E_w^{(F)}$

③質量 m_w

④重心位置 $r_{GW}^{(F)}$

⑤重心回りの慣性テンソル $I_w^{(F)}$

を与えればよい。ここで、右肩の (F) はロボット先端を表すフランジ座標系 Σ_F 表示を意味している。 Σ_F は、普通エンドエフェクタのロボットへの取付位置に一致する。

5. 2. 3 軌道のデータ

軌道のデータは、3. 6で述べた

①台形速度曲線軌道

②3次スプライン補間軌道

③直線補間軌道

④円弧補間軌道

の組み合わせで与えることとする。オペレータは、表5-1に示す専用のコマンドを用いて軌道を記述する。これらのコマンドは、大きく2種類に分けられる。ひとつは、始点や終点を含めた軌道の通過点を指定するコマンドで、もうひとつは、通過点の間の軌道の種類を指定するコマンドである。記述した軌道例を図5-2に示す。この例は、point コマンドで指定した隣合う点の間を直線補間軌道で結ぶ軌道を表している。

設計条件として軌道を与える場合には、ロボット基本機構が決まっていらないので joint コマンドは使えない。joint コマンドは、ロボット・シミュレータのなかで、関節変位で通過点を指定する場合に用いられる。

本研究では、設計条件として軌道を与えることにした。これはすなわち、ロボットの動作時間を拘束条件とみなしたことになる。これに対して、経路を与えて動作時間を最小にするという考え方もある。この場合、動作時間は目的関数となる。

表 5-1 軌道を記述するコマンド

コマンドの分類	コマンド名	機能
通過点の指定	point joint	通過点をワークの位置・姿勢で与える。 通過点を関節変位で与える。
軌道の種類の指定	start end trapezoid spline line arc	軌道の始点を設定する。 軌道の終点を設定する。 台形速度曲線軌道を指定する。 3 次スプライン補間軌道を指定する。 直線補間軌道を指定する。 円弧補間軌道を指定する。

```

start();
  point(800.0, -300.0, 600.0, 0.0, 90.0, 0.0, 0.0);
  line(0.15, 0.2, 0.15, 20);
  point(800.0, -300.0, 900.0, 0.0, 90.0, 0.0, 0.5);
  line(0.25, 0.5, 0.25, 40);
  point(800.0, 300.0, 900.0, 0.0, 90.0, 0.0, 1.0);
  line(0.15, 0.2, 0.15, 20);
  point(800.0, 300.0, 600.0, 0.0, 90.0, 0.0, 0.5);
end();

```

図 5-2 軌道の記述の例

5.3 設計パラメータと目的関数・拘束条件

5.3.1 設計パラメータ

5.1で述べたように、基本機構設計における設計パラメータはロボット基本機構で、具体的には3.2に示した

- ①自由度 n
- ②関節 J_k ($k=1, \dots, n$) の種類 (回転関節か直動関節か)
- ③関節変位 $\phi_k=0$ におけるリンク座標系 $\Sigma_{k-1} \sim \Sigma_k$ 間の座標変換マトリックス

$A_{s,k}$ ($k=1, \dots, n$) と $\Sigma_n \sim \Sigma_F$ 間の座標変換マトリックス A_{n+1} である (図5-3)。

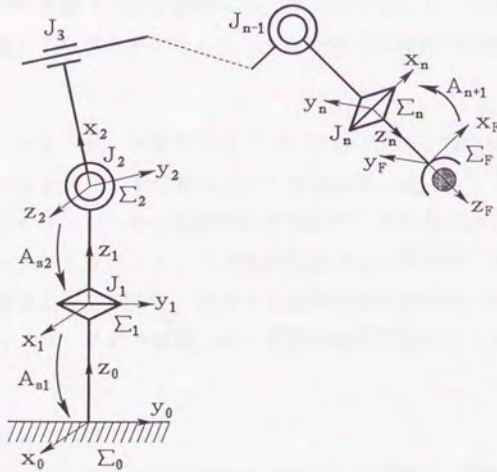


図5-3 ロボット基本機構

5. 3. 2 運動学的評価

基本機構設計における目的関数、拘束条件は、2. 4 に示した

- ①有効自由度
- ②作動領域
- ③関節変位限界
- ④関節の最大速度・加速度
- ⑤ワークの最大速度・加速度

の5つの運動学的評価である。このうち、どれかが目的関数となり、他は拘束条件となる。そこで、各評価について検討してみる。

1) 有効自由度

有効自由度は基本機構設計において重要な作業に対する基本機構の適性評価の指標として新たに提案したもので、2. 5 では有効自由度を導入した背景や意義について述べ、3. 8 では有効自由度の定義を示した。有効自由度はロボットが目標経路に沿って運動する際に同時に動かす自由度数を表すもので、これが小さいほど経路に適しているといえる。従って、有効自由度は目的関数となる。

2) 作動領域

2. 5 で述べたように、本研究ではベースに近い3自由度による作動領域を考える。ロボットが目的とする作業を実行できるためには、図5-4のように、作業させたい領域や経路が作動領域の中に含まれていなければならない。従って、作動領域は拘束条件となる。5. 7 で述べるように、本研究では、作業に必要な領域を直方体領域として入力し、ロボットの実際の作動領域と必要な領域とをオペレータがディスプレイ上で確認して、必要な領域を覆っているかをチェックすることにした。

3) 関節変位限界

直動関節の関節変位限界は直動軸の長さによって決まり、回転関節の場合は、図5-5(a)、(b)のように4. 5 で分類したR型関節要素ならば一回転できるが、同図(c)のようにP型関節要素では構造上制限される。このように、関節変位限界は基本機構を決めるとほぼ決まってしまう。関節可動範囲は広い方がよさそうに

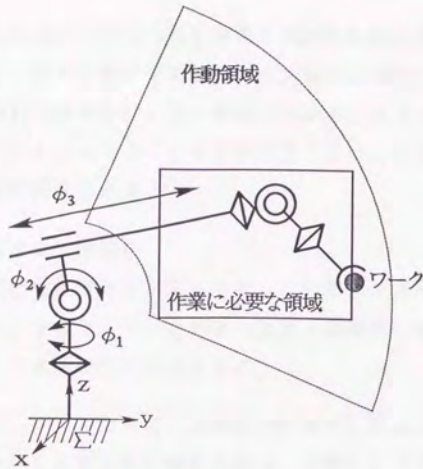


図 5-4 作動領域に対する拘束条件

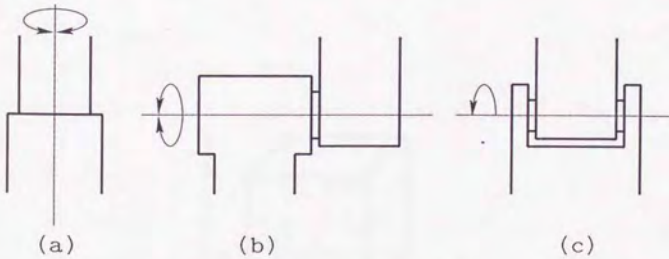


図 5-5 回転関節の関節変位限界

思えるが、必要以上に長い直動軸は重量が増すだけで意味がないし、オフセットを付けると軸が片持ちとなって好ましくない場合もある。そこで、関節変位限界は、与えられた軌道を運動させたときに、関節変位が関節変位限界を侵すことが無ければ十分であるとする拘束条件として扱う。

4) 関節の最大速度・加速度

2. 6で述べたように、与えられた軌道を運動する際に関節の最大速度や加速度が大きすぎると、関節を駆動するモータに大きな負荷がかかり、力学的評価に基づく内部機構設計や詳細設計に悪い影響を及ぼす。そこで、基本機構設計の段階で、それらをできるだけ小さくしなければならない。すなわち、関節の最大速度・加速度は、目的関数である。

5) ワークの最大速度・加速度

本研究では作業の軌道が与えられるので、この軌道が指定された時間で実現できれば十分である。そこで、ワークの最大速度・加速度に対する拘束条件は、軌道を与えることにより間接的に設定される。

以上のことから、5. 2で入力した作業の典型的な軌道およびワークのデータ以外に基本機構設計で必要となる設計条件は、作業に必要な領域だけである。作業に必要な領域は、図5-6のような空間上の直方体領域として入力する。

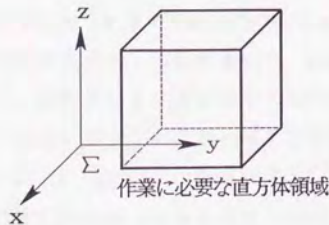


図5-6 作業に必要な領域

5.4 基本機構設計における問題点

基本機構の設計は

- 1) 自由度および関節構成の選定
- 2) アーム長の決定

の2段階に分けて考えることができる。ここで、リンク B_k ($k=0, \dots, n$ 、 n は自由度) のアーム長 l_k とは、図 5-7 に示すように、関節変位 $\phi_{k+1}=0$ におけるリンク座標系 Σ_k と Σ_{k+1} の間の距離のことで、 Σ_k と Σ_{k+1} の間の姿勢関係 $C_{\Sigma_{k+1}}$ や Σ_k から見た Σ_{k+1} の方向 $e_{\Sigma_{k+1}}^{(k)}$ (単位ベクトル) は含まない。アーム長を除いた基本機構をまとめて自由度・関節構成と呼ぶ。なお、図 5-8 に示す Denavit-Hartenberg の記法による4つのリンクパラメータのうちの共通垂線の長さ a_i と共通垂線の間の距離 d_i を指して、アーム長(リンク長)と呼ぶこともある⁴⁾。

アーム長の決定に関しては、適当な評価を決めて最適化しようとする試みがいくつか行なわれている⁶⁾⁻¹¹⁾。Hong ら⁶⁾は、アクチュエータの能力内で、与えられた PTP 経路に対して動作時間が最も短くなるようなアーム長とロボットの設置位置の決定を試みた。Yang と Lee⁷⁾は、アーム長の総和の3乗に対する作動領域の体積の比 VI(volume index)を定義し、これを最大にするアーム長の比を求める方法を提案した。Lin と Freudenstein^{8), 9)}は、3つの回転関節からなるロボットに対して、作動領域と void (作動領域の中に埋め込まれた到達不可能な領域)の比を考慮しながら最適なアーム長を求めた。Gosselin と Guillot¹¹⁾は、平面ロボットについて、条件として与えた領域と実際の作動領域とができるだけ一致するようなアーム長とロボットの設置位置を決める方法を示した。また、Vijaykumar ら¹²⁾は、dexterity¹³⁾ (作動領域内で任意の姿勢がとれること) という観点から、6つの回転関節からなるロボットの機構を検討している。

Paden¹⁴⁾も、アーム長だけでなくリンク座標系間の姿勢関係も含めたかたちで、6つの回転関節からなるロボットの運動学的な設計の基本定理を示した。

これに対して、自由度・関節構成の設計に関する研究は少ない。玉木ら¹⁵⁾は、目的とする作業の特質に応じた作動領域を持つ関節構成を選定するためのデータベースを得ることを目的として、作動領域の幾何学的特徴を考慮した関節構成の

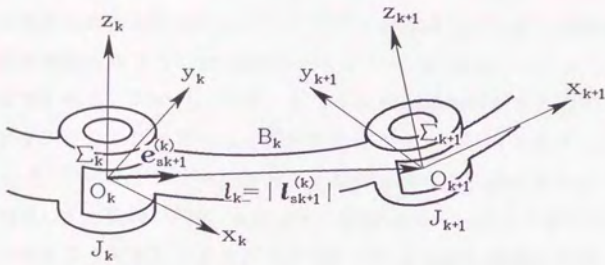
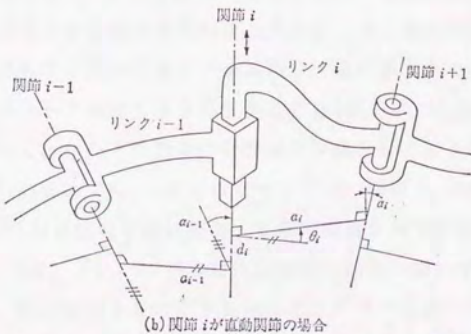
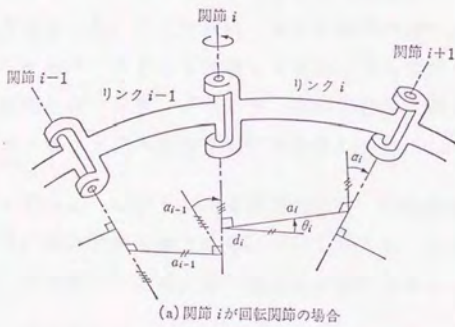


図 5-7 アーム長の定義

図 5-8 D-H 記法とリンクパラメータ⁵⁾

分類を行なった。Erdman ら¹⁶⁾は、機構のトポロジーに関する知識と機構の機能に関する知識を用いて、与えられた機能を実現するロボットやグリッパの機構のトポロジーを求めるエキスパートシステムのプロトタイプを開発した。ただし、ロボットに適用した例は示していない。ロボットではなく、リンク機構に代表される一般的な機構の総合 (type synthesis または type selection と呼ばれる) に関する研究もある。Soni ら¹⁷⁾は、与えられた運動を実現する機構の選定を行なうプロダクション・システムと、選定された機構の寸法を決定する方法を開発した。Yang ら¹⁸⁾は、グラフ理論を用いた機構の総合のためのエキスパート・システムを開発した。Kota¹⁹⁾は、4 節リンク機構の様々なリンク長の比に対応する軌跡のマップを予め用意しておき、その中から与えられた軌跡に最も一致する 4 節リンク機構を選び出す方法を示した。Horie ら²⁰⁾は、目的とする運動を実現できるだけでなく、振動や騒音といった性能も考慮した上で、最も適した機構を選定する方法を提案した。この方法は、様々な機構の持つ機能・性能に関する経験的な知識をデータベースとして用意しておき、これと設計者が入力した作業に必要な機能・性能とのマッチングをとり、両者が最も一致した機構を選び出すもので、マッチングはファジィ集合を用いて行なわれる。

以上述べたように、ロボット基本機構の設計、特に自由度・関節構成の選定に関しては、その設計方法は確立していないといえる。このように基本機構設計を難しくしている原因としては、以下のことがあげられる。

1) 自由度・関節構成は、ロボットの設計において最初に決定すべき設計パラメータであり、どのような関節構成にするかによって、他の設計パラメータの決定が大きく影響される。例えば図 5-9 の場合、仮に原点を中心とする円形の作動領域を持つロボットを設計しようとする、(c) のロボットでは 2 つのアーム長 l_1 、 l_2 が等しく、かつその和が作動領域の半径となるようにアーム長を決定しなければならないのに対し、(b) のロボットでは、関節 J_2 の直動方向が原点を通り、かつ J_2 が作動領域の半径に相当する可動範囲を持てばよいことになる。また (a) のロボットでは、 J_1 、 J_2 が共に作動領域の直径に相当する可動範囲を持てばよい。従って、関節構成をどれにするかによってアーム長のもつ意味が異なり、その決定が大きく影響される。また内部機構についても、直動関節と回転関節で

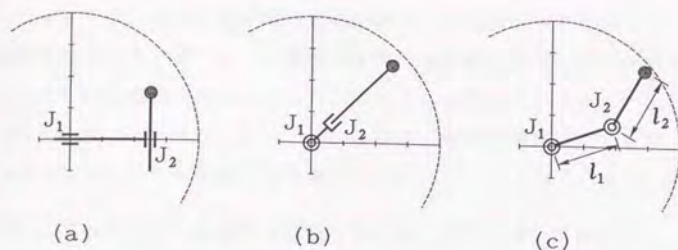


図 5-9 平面 2 自由度ロボット

は駆動方式が異なるし、4. 2 で述べたように直動関節の駆動系の通り抜けが難しいとなれば、直動関節を用いるかどうかによって、他の関節の駆動方式にまで影響を与えてしまう。

2) 自由度・関節構成は、ロボットの性能をある程度決定してしまう。例えば、直角座標ロボットは精度がよく可搬重量も大きいのが、ロボットの設置面積に対して作動領域を広くとることができず、高速動作も実現しにくい。反対に多関節ロボットは、精度、可搬重量に問題があるが、作動領域が広く、回り込みなどの巧みな作業を実行し得るといった特徴を持つ。こうした性能の特徴は関節構成を決めた段階である程度決まってしまう、以後アーム長や内部機構をいくら修正しても、目標とする性能を実現できない可能性がある。

3) 自由度・関節構成だけでは、設計のための評価が定量的に行えない。

2. 4 に示した各評価量を求めるには、第 3 章、第 4 章で述べた解析を行わなければならないが、運動学的評価を計算するだけでもアーム長が決定されていなければならないし、力学的評価を行なうためにはさらに内部機構も決定されていなければならない。

4) リンク機構をはじめとする一般の機構の総合では、自由度が少ないために、与えられた軌跡をできるだけ正確に実現する機構を求めることが第 1 となる。ところがロボットの場合、自由度が多いので、幾何学的に軌跡を実現できるという意味では、自由度が同じならば関節構成によらず同等である。例えば図 5-9 の

3つのロボットは、その作動領域内にある限り、どのロボットを用いても平面上の軌跡が実現できる。従って、関節構成を決定する際に評価しなければならないのは、与えられた軌跡を実現できるか否かよりも、如何に”うまく”実現できるかである。ここで”うまく”といっているのは、例えば精度がよいとか、容易に動かせるといったことが指標となるであろう。

5) アーム長の決定は作動領域を評価とする研究が多いが、それ以外にも5. 3で述べたような運動学的評価を行なう必要がある。

問題点の1)や2)は、自由度・関節構成がロボットの設計において最初に決定すべき設計パラメータであり、その決定が以後の設計に大きく影響を与えることを示唆している。しかも、自由度・関節構成の決定を誤ると目標とする性能を持ったロボットを設計できない可能性があり、ロボットの詳細な寸法まで検討したがうまく行かず、設計をはじめからやり直さなければならないなど、設計効率を低下させる。また、問題点の2)や4)は、関節構成を選定するには、作業を実現する際の性能を吟味しなければならないことを言っている。一方、問題点の3)は、設計のための評価を定量的に行なおうとすると、自由度・関節構成だけでなくロボットの全ての設計パラメータを同時に扱わなければならないことを意味している。この場合、設計パラメータの数が膨大となり、設計が非常に複雑になってしまう。

以上のことから、「TOCARD」では

- 1) はじめに、作業に適した関節構成を選定する。ここでは運動学的評価だけでなく、力学的評価も含めた形で選定を行なう。ただし、厳密な定量的評価は行わず、ファジィ推論を用いた大まかな評価に基づいて選定する。
 - 2) 関節構成が選定されたら、5. 3の運動学的評価を行ないながら対話的に基本機構を修正する。このとき、解析に用いる関節変位軌道も生成される。
- という2段階を経て、ロボット基本機構を設計する方法を提案する。そして、厳密な力学的評価に基づく設計は、以後の内部機構設計、詳細設計で行なうものとする。

5.5 自由度と手首の設計に関する考察

5.5.1 自由度の設計

前節で述べたように、基本機構設計では、まずはじめに作業に適した関節構成を選定するが、その方法について述べる前に、自由度および手首部分の設計に関してさらに考察する。

図5-10のように、平面上の複数の穴に部品を垂直に挿入する作業を例として考えてみよう。ただし、この作業では、部品の z 軸回りの回転は任意とする。

この作業では、軌道を与えるために z 軸回りの回転以外の5自由度全てを指定しなければならない。ところが、図5-10に示す3つのロボットはどれもこの作業を実現することができ、しかも(a)、(b)のロボットは3自由度、(c)のロボットでも4自由度で足りている。従って、軌道を与える際に指定する自由度数 n_c 、実際にロボットに必要な自由度数 n は必ずしも一致せず、ロボットの自由度 n は、軌道と関節構成・アーム長に影響される。反対に、 $n_c=5$ であることから、5自由度以上のロボットがあれば、その関節構成によらずこの軌道を実現できるであろう。

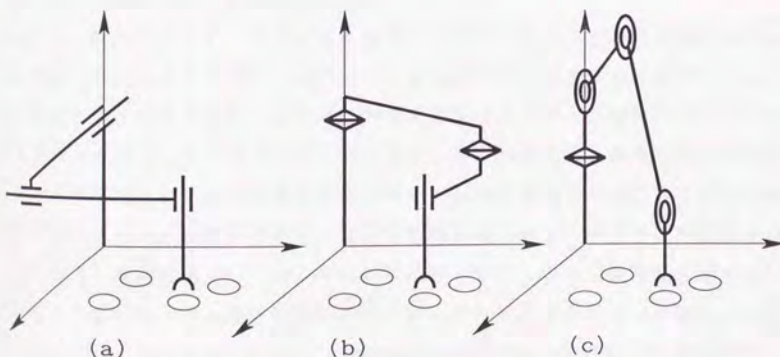


図5-10 同一の作業を実現する異なった関節構成のロボット

以上のことから、 n_c は n を決定するものではなく、

$$n \geq n_c \quad (5-1)$$

は、軌道を実現できるための十分条件にすぎない。

では、どのようにして n を決めればよいのであろうか。前述のように、 n は軌道と関節構成・アーム長に影響されるので、関節構成やアーム長が決定されるまでは、 n も決められないことになる。

そこで、

1) $n=6$ として関節構成を選定し、アーム長も決定する。

2) 与えられた軌道に対する関節変位軌道

$$\Phi = \Phi(t), \quad \dot{\Phi} = \dot{\Phi}(t), \quad \ddot{\Phi} = \ddot{\Phi}(t) \quad (0 \leq t \leq t_f) \quad (5-2)$$

を生成する。

3) このとき、全く動かさない関節があれば、不要な関節としてオペレータの判断によりこれを削除する。

という方法をとる。例えば、前述の作業に対して図 5-11 のような 6 自由度ロボットを仮定したとすると、関節 J_4 と J_5 は動かさないので不要な関節として削除し、図 5-10 (c) のロボットとなる。

はじめに $n=6$ としたのは、 n_c に関係なく任意の軌道を実現するためには、少なくとも 6 自由度必要となるからである。

5. 2 で述べたように、ロボットの大きな特徴のひとつはその汎用性にあるので、与えられた軌道を実現するだけなら不要な関節も、他の作業もさせようとする必要となることがある。そこで、関節を削除するかどうかはオペレータの判断に任せることにした。オペレータは、想定し得る軌道全てを調べて不要な関節を見つけたすのもひとつの方法である。ロボットは自由度が増えるとそのための関節構造が必要となるだけでなく、関節を駆動するためのモータや伝達機構が必要となって、重量は増加し、コストも確実に高くなる。また、制御性や剛性といった面から見ても、自由度は少ない方がよい。従って、ロボットに必要な以上の自由度をもたせるのは望ましくなく、不要な関節はできるだけ削除するのが賢明である。

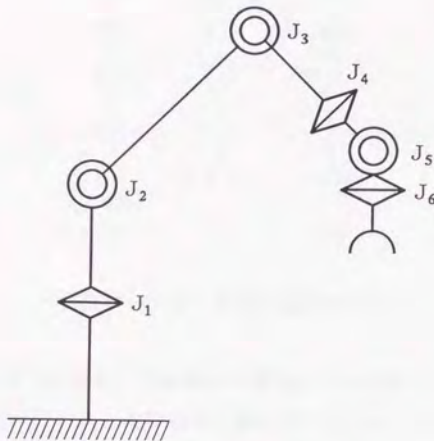


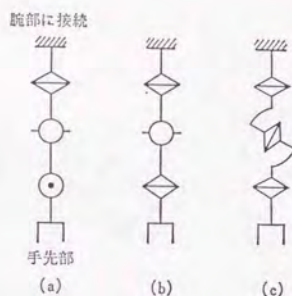
図 5-11 不要な関節の削除

5.5.2 手首の設計

5.5.1より、関節構成の選定は自由度6として行なうが、ここではこれを腕の3自由度と手首の3自由度に分けて考えてみる。

ロボット基本機構は、腕と手首に分けて考えられる場合が多い⁵⁾。腕はベースに近い3自由度で回転または直動関節からなり、主としてワークを望みの位置に動かすのに用いられる。一方、手首は腕の先についている自由度で回転関節のみからなり、主としてワークを望みの姿勢に動かす働きをする。もちろん腕の運動と手首の運動は必ずしも独立ではなく、腕の運動はワークの姿勢を変化させるし、手首の運動はワークの位置は変えてしまう。しかしながら、手首の部分のアーム長が短ければ、ワークの位置の変化に対する手首の運動の影響は少ない。

このように腕と手首を分けて考えることにすると、手首の関節は全て回転関節となり、その関節構成は限られる。代表的な手首の機構例を図5-12に示す。

図 5-1-2 手首の機構例⁵⁾

鳥居²¹⁾は、様々な 2 軸、3 軸手首の機構とその特長について考察している。また、Gupta と Roth²²⁾は、手首部分の長さが dexterous workspace に及ぼす影響について述べている。Song ら²³⁾は、エンドエフェクタのロボット先端への取付角度(end-effector angle)と dexterous workspace との関係を検討している。

ワークを望みの姿勢に動かすという手首の機能から考えると、長さがゼロの球面関節があれば良いことになる。また、腕の運動のワークの姿勢への影響を考えて、手首はできるだけ多くの姿勢をとれることが望ましい。しかしながら、このような可動範囲の広い球面関節は構造上実現することが困難である。

従って、手首を設計する際には、

- ①機構、製作上可能な限り長さを短くすること
- ②できるだけ多くの姿勢がとれるようにすること

が要求される。図 5-1-2 (b)のように、3つの回転関節の回転軸が 1 点で交わっている手首は、真ん中の関節を中心とし、真ん中の関節からワークまでの距離を手首部分の長さとする球面関節に等しい。また、図 5-1-2 (c)のスリーローリストは、図 5-1-3 のようにかさ歯車を用いて最大動作範囲が広くなるように工夫した手首である。

手首の関節構成や長さの設計指針は上記の 2 点であり、しかもこのような手首の設計は、腕の設計と切り放して考えることができる。

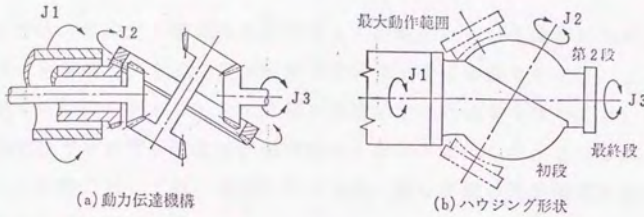


図 5-13 スリーロールリスト²⁾

これに対して、腕は回転関節、直動関節からなり、その関節構成によって作動領域の形や大きさだけでなく、精度や速度、可搬重量といった性能も影響を受ける。従って、ロボットの設計においては、目的とする作業に適した腕の関節構成を選定しなければならない。そこで、次節では腕の関節構成の決定方法を考えることにする。

5. 6 ファジィ推論による作業に適した関節構成の選定[6]

5. 6. 1 代表的な腕の関節構成とその特徴

5. 4では、自由度・関節構成がロボットの設計において最初に決定すべき設計パラメータであり、その決定が以後の設計に大きく影響を与えること、関節構成を選定するには、主としてその性能を吟味しなければならないこと、自由度・関節構成だけでは厳密な定量的評価が行なえないこと示した。また5. 5では、ロボットの設計においては、目的とする作業に適した腕の関節構成を選定しなければならないことを述べた。

そこで本節では、腕の関節構成の決定方法について考える。

5. 4で述べたように、作動領域の形や大きさ、精度、速度、可搬重量といったロボットの性能の特徴は、関節構成によって異なる。従って、ロボットの設計においては、作業に適した性能を持つ関節構成を選定しなければならない。そこでまず、代表的な関節構成の性能の特徴について述べる。

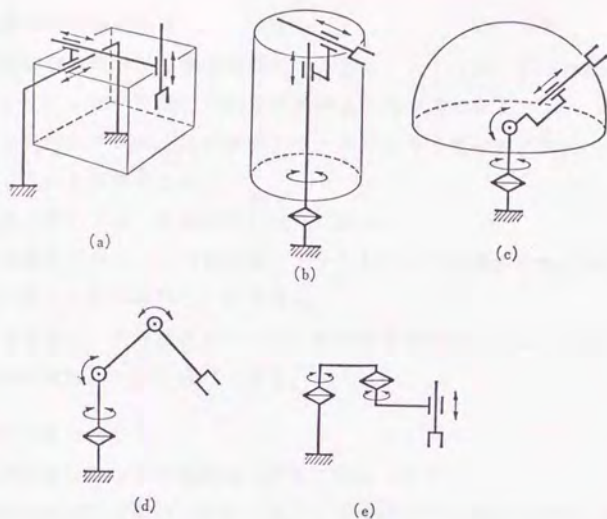
腕の代表的な機構例を図5-14に示す。これらは、

- (a) 直角座標ロボット
- (b) 円筒座標ロボット
- (c) 極座標ロボット
- (d) 垂直多関節ロボット
- (e) 水平多関節ロボット

と呼ばれる。(d)と(e)をまとめて多関節ロボットと呼ぶこともある²⁴⁾。以下、これら5種類のロボット(関節構成)のもつ性能の特徴をまとめる^{1), 5), 25), 26)}。

1) 直角座標ロボット

- ・設置面積に比べて作動領域が狭い。
- ・ベースから見えない点に手首が届かないなど、柔軟性にかける。
- ・動作速度が回転ベースを持つロボットより遅くなるため、高速動作が実現しにくい。
- ・機構が単純で大きな剛性をもたせることができるため、位置決め精度が高い。また、腕の位置が変化しても分解能が変わらない。

図 5-14 腕の機構例⁵⁾

- ・可搬重量は大きい。
- ・直角座標系の各方向の運動が独立しているので、座標計算、制御とも極めて簡単である。

2) 円筒座標ロボット

- ・作動領域は、直角座標ロボットより広いが、極座標ロボットには劣る。第1関節の回転運動によって大きな作動領域が得られる。
- ・回り込み等の複雑な運動は困難である。
- ・第1関節の回転運動のために、直角座標ロボットに比べて速度が速い。
- ・直角座標ロボットに比べて位置決め精度は劣るものの、比較的精度を確保しやすい。また、分解能は作動領域内で一定でない。
- ・位置決め精度、可搬重量とも総合的に安定した特徴を持つ。
- ・座標変換は比較的簡単で、制御もしやすい。

- ・複数台放射状レイアウトにおけるハンドリングに最適である。

3) 極座標ロボット

- ・設置面積に比べて作動領域が広い。特に、上下方向に広い作動領域がとれる。また、低い位置での作業が腕の上下旋回でできる。
- ・直角座標ロボット、円筒座標ロボットに比べて柔軟性に富み、ある程度の回り込みも可能である。
- ・円筒座標ロボットと同様に、速度が速い。
- ・直角座標ロボット、円筒座標ロボットに比べて位置決め精度は劣る。また、分解能は作動領域内で一定でない。
- ・可搬重量は、直角座標ロボット、円筒座標ロボットに比べて劣る。
- ・座標変換は、比較的簡単である。

4) 垂直多関節ロボット

- ・設置面積に対して作動領域を非常に広くとれる。
- ・物体の裏側に手を回し込むことができるほどに柔軟性に富み、器用な運動をさせることが可能で、様々な作業に対する適応性に優れている。
- ・回転関節のみからなるので、高速動作が可能である。
- ・各関節の誤差が加算されるので高精度を確保することが難しく、分解能は腕の位置によって変化する。
- ・他のロボットに比べて、可搬重量が小さい。
- ・座標計算、制御が複雑となる。特に2点間の直線移動の制御には座標変換の難しさがある。

5) 水平多関節ロボット

- ・垂直方向の剛性を高く、水平面内の剛性を低くできることが大きな特徴である。
- ・実際にはこのような特徴あるコンプライアンスの性質よりも、2次元平面上の動作が簡単に実現できることから、高速・高精度を必要とする組立作業などに広く用いられている。

5. 6. 2 ロボットの設計熟練者による関節構成の選定例

ロボットの設計熟練者はどのようにして作業に適した関節構成を選定しているのだろうか。そのいくつかの例をあげてみる。

1) スプレー塗装作業^{1), 26), 27)}

塗装作業に求められる性能は、以下の通りである。

- ① 塗装場は広さに制限があるので、設置面積に対して作動領域が広いことが要求される。
- ② 塗装作業の例として自動車の車体塗装を考えると、車体やトランクの内側のような接近性の悪い場所にもロボットは接近しなければならず、腕の高度な器用さが必要となる。
- ③ 塗装時の速度は、0.4~1.0m/s 位でよく、1.0m/s を越えると塗着効率も悪くなり、塗装品質を落とすことになる。ただし、作業効率をあげるためには、塗装作業間の移動速度は速い方がよい。
- ④ 塗装ロボットは、スプレー・ガンの塗料吹き出し口より塗布面に向かって広がりのある吹き付けを行なうため、位置決め精度や位置繰り返し精度は悪くても良く、軌道繰り返し精度で±1mm程度で十分である。
- ⑤ スプレー・ガンは軽量（例えば 1kg）であるため、可搬重量は小さくて良い。また、スプレー・ガンは対称形ツールであるから、手首のねじり動作は不要である。
- ⑥ 塗装品質を確保するためには、なめらかなCP制御が必要となる。
- ⑦ ②と関連して、手首がコンパクトであることや、アームがスリムであることが要求される。
- ⑧ 塗装作業では引火性のある溶剤を使用するので、本質安全防爆構造であることが要求される。

このうち、おもに①と②の理由から、塗装ロボットは垂直多関節ロボットが一般的となっている。一方、⑦や⑧は、腕の関節構成には直接関係しない要求である。

2) スポット溶接作業^{1), 26), 28)}

- ① 自動車の車体のスポット溶接点数は約4,000点あり、これを短時間で溶接す

るには、できるだけ多くのロボットをラインの左右に配置する必要がある。従って、ロボットの設置面積は小さい方がよい。これに対して、作動領域は車体の大きさをカバーするのに十分な広さが要求される。

- ②塗装作業と同様に、自動車の車体のスポット溶接では、車体やトランクの内側のような接近性の悪い場所にもロボットは接近しなければならず、腕の高度な器用さが必要となる。
- ③作業の効率をあげるために、溶接点間の比較的短い距離（50mm程度）を高速で移動できることが要求される。
- ④スポット溶接ロボットの制御はPTP方式で、要求される位置決め精度は通常は高くなく、位置繰り返し精度 $\pm 1\text{mm}$ 程度で十分である。
- ⑤スポット溶接ガンは比較的重い（数10～100kg）ため、可搬重量が要求される。

表5-2 スポット溶接ロボットの要求仕様の1例²⁸⁾

項 目	要 求 内 容 と 特 徴	背 景 、 理 由 等
スペース効率	<ul style="list-style-type: none"> ・設置面積小。 ・後方、側方の干渉領域小。 ・設置形態の多様化（棚置など） 	ライン長さ、ライン幅を最小にする。ロボット間の干渉を防止する。
動作範囲	<ul style="list-style-type: none"> ・自動車ボディの大きさをカバーするのに十分なこと（左右、上下、前後） ・手首姿勢角度が大であること。 	ガンの姿勢取り、ボディへの突っ込み、逃げ余裕が必要。
可搬能力	<ul style="list-style-type: none"> ・100～120kgfの可搬重量と、相当する手首負荷能力。 ・150kgfが要求されることもある。 	トランス内蔵ガンが主流。
位置決め精度	<ul style="list-style-type: none"> ・リピータビリティ $\pm 0.5\text{mm}$。 ・ティーチ点再確精度およびNC精度の向上。 	ワークの溶接代が小さい。（軽量化のため）オフラインティーチの普及。
動作速度	<ul style="list-style-type: none"> ・50mm～100mmの移動時間を短く。 ・数回／タクトある大移動で遅れない。 ・上記2種の移動形態からなる動作パターンで最小のサイクルタイムの実現。 	短ピッチの連続打点がほとんどである。作業原点位置復帰が必要。
ティーチング機能	<ul style="list-style-type: none"> ・簡易であること。教示点の追加・修正が容易。 	大量の教示点がある。ワークの追加・修正が多い。
インターフェース（I/F）機能	<ul style="list-style-type: none"> ・溶接機とのI/Fが容易。 	設備スペースがない。設備準備工数が不足している
メンテナンス性	<ul style="list-style-type: none"> ・極めて簡易であること。（グリースアップのみ程度が望ましい）。 	大量のロボット台数。ガン、ケーブルの保守に手一杯となる。
耐環境性	<ul style="list-style-type: none"> ・防塵、防水 	溶接スパッタ、冷却水を浴びやすい。

このうち、おもに①、②、③の理由から、スポット溶接ロボットには垂直多関節ロボットや極座標ロボットがよく用いられている。従来のスポット溶接ロボットは、負荷能力が大きいこと、動作速度が速いことなどから油圧駆動がほとんどであったが、1980年代にはいと、制御用大出力モータの商品化やマイコンの急速な普及に伴い、スポット溶接ガンのような重量の大きい負荷（例えば100kg）でも高速に操作し得る大型電動ロボットも販売されるようになってきている。

表5-2に、スポット溶接ロボットの要求仕様の1例を示す。

3) 組立作業（挿入）^{1), 26), 29)}

①組立作業のほとんどは垂直方向の動作だけを要求する。従って、作動領域はそれほど広くなくてもよい。

②①と同様に、塗装作業やスポット溶接作業のような腕の高度な器用さはいらない。

③組立作業では、比較的短い距離を短時間で移動することが要求される。

④価格や処理時間等の問題から、組立ロボットは、センサを利用せずにロボット自身の精度によって組立作業を達成するのが一般的である。従って、組立ロボットでは、精度が高いことが必須となる。どの程度の精度が必要かは、組立部品の精度によって決まる。

⑤可搬重量は、ワークとハンドの重量を合わせても、数kgで十分である。

おもに③と④の理由から、組立ロボットは水平多関節ロボット、円筒座標ロボットが多く、直角座標ロボットや垂直多関節ロボットも用いられることがある。

5. 6. 3 ロボットの設計熟練者による関節構成の選定方法

5. 6. 1からわかるように、ロボットの設計熟練者は各関節構成がどのような性能の特徴を持っているかを経験的に知っており、これと5. 6. 2にあげたような作業に要求される性能とを比較することにより、各関節構成が作業に適しているかを評価して、最も適していると思われる関節構成を選定する。すなわち、設計熟練者は、図5-15のように作業と関節構成を同じ性能という場で比較、検討することにより、作業に適した性能を持つ関節構成を選定していると考えられる。

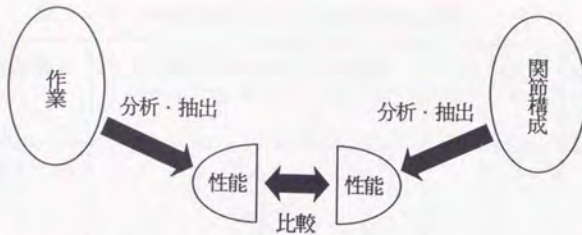


図5-15 性能を仲立ちとする作業に適した関節構成の選定

以下では、このロボットの設計熟練者が行なう関節構成の選定方法についてまとめる。

まず、5. 6. 1、5. 6. 2から、選定の際に評価する性能として次の5つを考えることにする。

- ①作動領域の広さ：設置面積に対する作動領域の広さ
- ②器用さ：回り込み動作などができる器用さ、あるいは動作の柔軟性
- ③速度：速度あるいは2点間動作時間
- ④精度
- ⑤可搬重量

実際の設計では、性能のほかにコストも重要な評価となるが、ここでは性能のみに着目することとし、コストは考えていない。

設計熟練者による関節構成の選定手順を示す。

- 1) 5. 6. 1に示したように、設計熟練者は、上記の5つの性能に関して、各関節構成がどのような特徴を持っているかを経験的に知っている。
- 2) ロボット化する作業が決まると、設計者はその作業を分析して、ロボットに行なわせたい動作パターンと作業に要求される性能を求める。このとき、作業に要求される性能の抽出は、1)の関節構成の性能との比較を行なうために、上記の5つの性能の項目に関して行なう。分析の例は、5. 6. 2に示した。
- 3) 1)と2)の結果を比較して、性能ごとに各関節構成が作業に適しているかを

表 5-3 塗装作業に適した関節構成の選定

性能 \ 関節構成	直角座標 ロボット	円筒座標 ロボット	極座標 ロボット	垂直多関節 ロボット	水平多関節 ロボット
作動領域の広さ	×	△	○	◎	×
器用さ	×	×	○	◎	×
速度	×	○	○	◎	◎
精度	◎	○	○	○	○
可搬重量	◎	○	○	○	○
総合評価	×	△	○	◎	×

◎：非常に適している ○：適している △：あまり適さない ×：適さない

評価する。例えば 5. 6. 2 に示した塗装作業の場合、表 5-3 のようになる。

4) ところで、これら 5 つの性能のうち、作業によっては選定の際に重要な性能もあれば、あまり考慮する必要のない性能もある。例えば塗装作業の場合、作動領域の広さと器用さは非常に重要であるが、精度や可搬重量はそれほど重要ではない。そこで、3) の結果に性能の重要度を考慮して総合評価を行ない、各関節構成が作業に適しているかを評価する。塗装作業の場合の総合評価の結果を表 5-3 に示す。

5) 最も適した関節構成を選定する。

この手順は基本的に、ロボットを工場に導入する際に行なう作業に適した市販のロボットの選定方法と同じである^{1), 30)}。

5. 6. 4 ファジィ推論による作業に適した関節構成選定方法の概要

以上述べたように、ロボットの設計熟練者が関節構成を選定する場合には、厳密な定量的評価は行わず、設計熟練者の持つ知識に基づいて、感覚的に処理されていると考えられる。そこで本研究では、この設計熟練者の行なう作業に適した関節構成の選定手順を、ファジィ推論を用いて行なう方法を提案する。

本手法は、次の4つのステップからなる。

- 1) 設計熟練者が持つ各関節構成の5つの性能の特徴に関する知識を、ファジィの事実として、システムのデータベースに用意しておく。
- 2) オペレータは、目的とする作業を分析して作業に要求される性能を求める。作業に要求される性能は、前件部を性能、後件部を作業に適している度合いとするファジィの規則として表現され、システムに入力される。この作業に適している度合いを、作業への適合度と呼ぶことにする。また、性能の重要度も入力する。
- 3) ある関節構成について、1)の事実と2)の規則とから、ファジィ推論により性能ごとの作業への適合度を求める。これは、表5-3の総合評価以外の評価に相当する。さらに、性能の重要度を加味して性能ごとの適合度の和を取り、総合的な作業への適合度を求める。これは、表5-3の総合評価に相当する。
- 4) 全ての関節構成について3)の作業への適合度を求めたら、最も適している関節構成を選定する。

以下では、この4つのステップについて順に説明する。

5.6.5 性能および適合度を表すファジィ集合

この方法では、5.6.3に示した関節構成選定の際に評価する5つの性能と5.6.4で定義した作業への適合度は、ファジィ集合^{31), 32)}で表現される。そこでまず、これらファジィ集合と、事実、規則に用いるメンバーシップ関数について説明する。

台集合 X におけるファジィ集合 A とは、

$$\mu_A : X \rightarrow [0,1] \quad (5-3)$$

なるメンバーシップ関数 μ_A によって特性づけられた集合である。ここで、 $x \in X$ に対する μ_A の値 $\mu_A(x)$ をグレードと呼び、 x が A に属する度合いを表している。

そこで、作業への適合度の台集合を $[0,1]$ とし、0を“適さない”、1を“適している”という意味に対応させると、図5-16(a)は“作業にあまり適さない”、

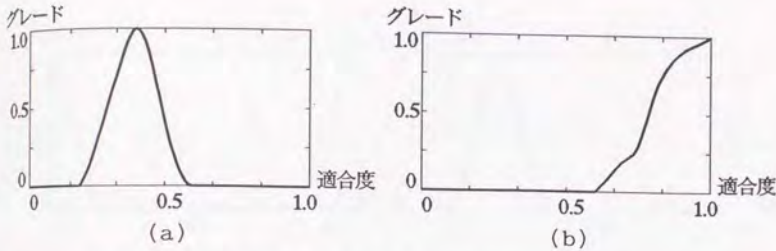


図 5-16 作業への適合度を表すファジィ集合の例

(b)は”作業に非常に適している”ということを表すファジィ集合となる。

作業への適合度は、作業に要求される性能を表す規則の後件部に現れる。この後件部に用いる7つのファジィ集合を図5-17に示す。ここで、PB、PM、PS、ZO、NS、NM、NBはファジィ集合につけられた名前で、ファジィラベルと呼ばれる。これら7つのファジィ集合は、プロセス制御でよく使われる。

作業への適合度と同様に、関節構成選定の際に評価する5つの性能に関しても図5-18のように台集合をとる。また、性能は、関節構成の性能に関する事実、および作業に要求される性能を表す規則の前件部に現れるが、そこで用いられるファジィ集合も、作業への適合度とおなじ7つのファジィ集合とする。

5. 6. 6 関節構成の性能に関する知識

設計熟練者が持つ関節構成の性能に関する知識は、

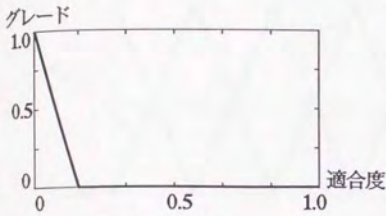
$$x \text{ is } A \quad (5-4)$$

というファジィの事実の形で表せる。ここで、 x は性能、 A は性能の特徴を表すファジィ集合である。例えば、

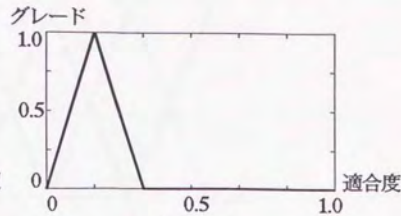
”垂直多関節ロボットは、作動領域が非常に広い”

という知識では、 x は作動領域の広さ、 A は”非常に広い”を表すファジィ集合PBとなる。

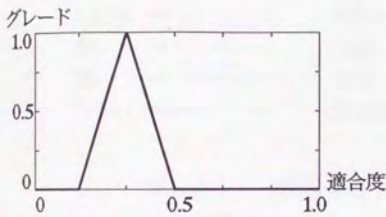
こうした経験的な知識は予めわかっているもので、データベースとしてシステムに蓄えておく。5. 6. 1に示した全ての関節構成の5つの性能に関する知識を



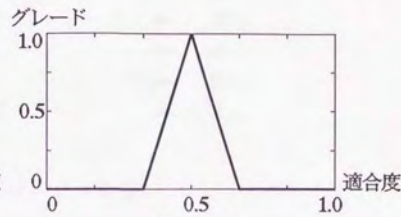
(a) NB



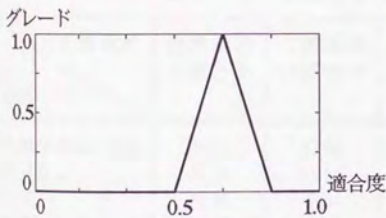
(b) NM



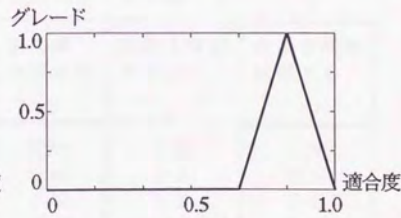
(c) NS



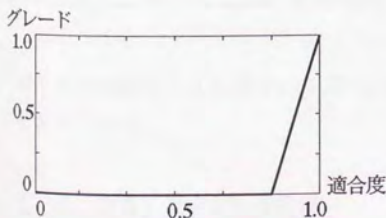
(d) ZO



(e) PS



(f) PM



(g) PB

図 5-17 規則に用いられるファジィラベル



図 5-18 性能を表すファジィ集合

表 5-4 関節構成の性能に関する知識

関節構成 性能	直角座標 ロボット	円筒座標 ロボット	極座標 ロボット	垂直多関節 ロボット	水平多関節 ロボット
作動領域の広さ	NB	NS	PM	PB	NM
器用さ	NB	NM	PM	PB	NM
速度	NM	PM	PM	PB	PB
精度	PB	PM	NS	NM	PM
可搬重量	PM	PS	NS	NM	PS

まとめたものを表 5-4 に示す。ここで、表のファジィラベルは、図 5-18 に示すとおりである。

5.6.7 作業に要求される性能

オペレータは、目的とする作業を分析して作業に要求される性能を求め、システムに入力する。

例えば、

”作動領域は広くなければならない”

という要求は、

“作動領域が非常に広ければ、作業に非常に適している”

” 作動領域が広ければ、 作業に適している”

• • • • •

” 作動領域が狭ければ、作業に全く適さない”

”作動領域が非常に狭ければ、作業に全く適さない”

という規則の集合と解釈することができる。そこで、作業に要求される性能は、前件部を性能、後件部を作業への適合度とするファジィの規則

$$\text{if } x \text{ is } A \text{ then } y \text{ is } B \quad (5-5)$$

で表される。

オペレータは、5つの性能それぞれに対して、作業分析の結果決まった規則の式(5-6)の $B_1 \sim B_7$ のファジイラベルと性能の重要度 $w \in [0,1]$ を入力する。例えば、5.6.2に示した塗装作業に要求される性能および性能の重要度は、表5-5のようになる。

5.6.8 関節構成の作業への適合度の推論

ある関節構成の作業への適合度は、以下のようにして求める。

まず、5.6.6に示した関節構成の性能 x に関する知識、式(5-4)と、5.6.7で入力した x に対する要求を表す規則の集合、式(5-6)とから、多重ファジイ推論により、 x に関する作業への適合度

$$y \text{ is } B \quad (5-7)$$

が得られる。ここで、推論には Mamdani の方法を用いた。5つの性能それぞれについて推論を行なえば、性能ごとの作業への適合度が求まる。例として、垂直多関節ロボットの性能ごとの塗装作業への適合度の推論結果を図5-19に示す。

以下では、5つの性能を区別するために、性能 x_i ($i=1, \dots, 5$)に関する作業への適合度を表すファジイ集合を B_i 、 B_i のメンバーシップ関数を μ_{B_i} 、

5.6.7で入力した x_i の重要度を w_i と表すことにする。

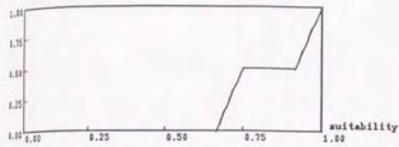
性能ごとの作業への適合度が求まったら、性能の重要度を加味して性能ごとの適合度の和を取り、総合的な作業への適合度を求める。すなわち、総合的な作業への適合度を表すファジイ集合を \bar{B} 、そのメンバーシップ関数を $\mu_{\bar{B}}$ とすると、

$$\mu_{\bar{B}}(y) = \frac{1}{\mu_{\max}} \sum_{i=1}^5 \{w_i \mu_{B_i}(y)\} \quad (0 \leq y \leq 1) \quad (5-8)$$

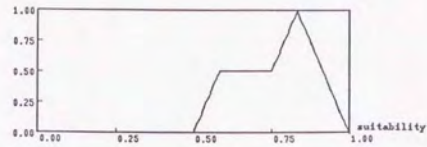
で与えられる。ここで、

$$\mu_{\max} = \max_y \left[\sum_{i=1}^5 \{w_i \mu_{B_i}(y)\} \right] \quad (5-9)$$

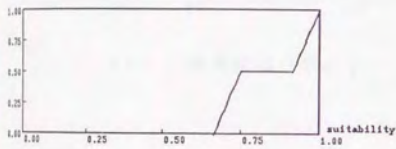
である。



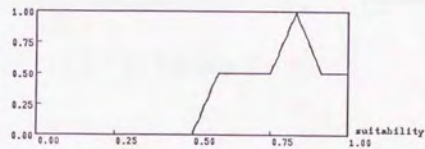
(a) 作動領域の広さ



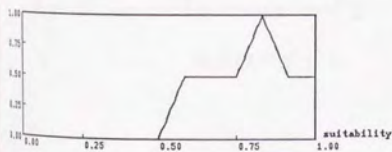
(b) 器用さ



(c) 速度



(d) 精度



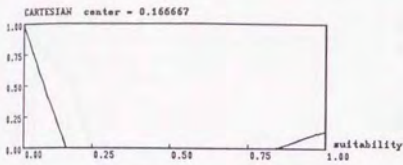
(e) 可搬重量

図5-19 垂直多関節ロボットの性能ごとの塗装作業への適合度

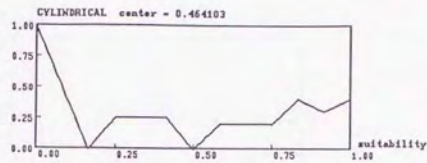
5.6.9 作業に適した関節構成の選定

全ての関節構成について5.6.8により作業への適合度（ファジィ集合で与

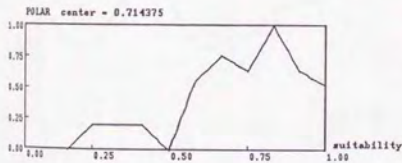
えられる)を求めたら、最も適している関節構成を選定する。例として、各関節構成の塗装作業への適合度の推論結果を図5-20に示す。



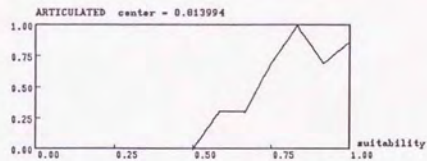
(a) 直角座標ロボット



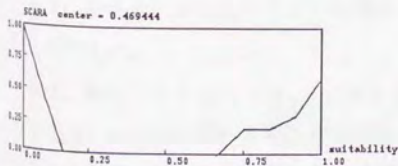
(b) 円筒座標ロボット



(c) 極座標ロボット



(d) 垂直多関節ロボット



(e) 水平多関節ロボット

図5-20 各関節構成の塗装作業への適合度

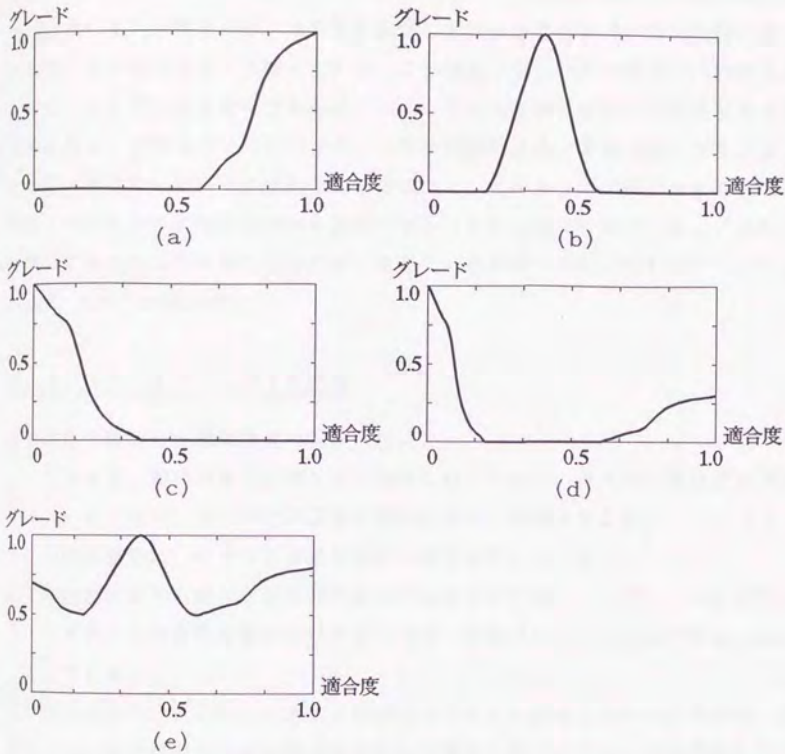


図 5-21 作業への適合度を表すファジィ集合 \bar{B} の評価

以下、最終的に得られた作業への適合度を表すファジィ集合 \bar{B} の評価方法について説明する。

まず、図 5-21 (a)、(b)、(c) のように \bar{B} が比較的集中して分布している場合は、全ての性能に関して同程度に適していることを意味している。従って、(a) は全ての性能に関して適しているので作業に適しているし、反対に (c) は全ての性能に関して適していないので作業に適さないと判断できる。

一方、図5-21(d)のように \bar{B} が分離していたり、(e)のように $[0,1]$ 間に均等に分布している場合には、ある性能に関しては適しているが、別の性能に関しては適していないことを意味している。この場合、少しぐらい適さない面があってもよしとしてしまう考え方もあるし、少しでも適さない面があれば否とする考え方もあり、どちらとするかはオペレータの判断による。本手法は、作業に適している／適さないという2値的な結果ではなく、このように評価が分かれる場合でも、オペレータに判断の材料を提供できることに大きな特徴がある。どの性能に関して適さないかを知りたいければ、性能ごとの作業への適合度を表すファジィ集合 B_i を調べればよい。

5.6.10 本手法に関する考察

1) ここで提案した関節構成の選定方法は、

- ①自由度・関節構成はロボットの設計において最初に決定すべき設計パラメータであり、その決定が以後の設計に大きく影響を与える。
- ②関節構成は、ロボットの性能をある程度決定してしまう。
- ③設計のために厳密な定量的評価を行なおうとすると、ロボットの全設計パラメータを同時に扱わなければならない、設計パラメータの数が膨大となってしまう。

ということから、はじめにロボットの性能を大まかに評価しながら関節構成を選定し、その後で厳密な定量的評価を行なって残りの設計パラメータを決定していくことにより、効率よく設計を行なおうとするものである。すなわち、こうして選定した関節構成をもとに残りの設計パラメータを決定して行けば、おそらく設計解にたどり着けるであろうという予測をたてていることになる。

こうした予測は、ロボットに限らずあらゆる機械の設計において、その機構を決定する際に行なっているものであり、設計者の経験や知識、勘を必要とする部分だといえる。本手法は、このような設計者の経験や知識を関節構成の選定に反映させたものである。

このような方法で得られた機構は予測の結果にすぎないので、設計を進めていく途中で不都合が生じる可能性もある。その場合、設計者は別の機構に変更しな

ければならない。従って、予測に基づいて機構を決定する場合には、最適解だけでなく、いくつかの候補解を求めることが重要となる。ここで提案した方法は、各関節構成の作業への適合度を求めるものなので、最も適している関節構成だけでなく、適しているものから順に関節構成の候補解をオペレータに示していることになる。従って、以後設計を進めていって問題が生じたときは、オペレータは次に適している関節構成に変更する。

2) 目的とする作業に最適なロボットを設計、選定するためには、ロボット r の作業への適合度 y

$$y = h(r) \quad (5-10)$$

を評価できる必要がある。設計者が求めるのは作業を実現できる性能を持ったロボットなので、上式は次のように分解して考えることができる。

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (5-11)$$

$$x_i = g_i(r) \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (5-12)$$

ここで、 x_i はロボットの性能、 N は設計の際に評価する性能の数である。

どのような性能を持ったロボットが目的作業に適しているかを、式 (5-11) のように厳密に定式化するのには難しい。反対に、各性能に関する評価の重み付き線形和のような適当な関数を仮定しても、それが設計者の意図する評価を表しているかは定かでない。これは、式 (5-11) が複数の性能に関する総合的評価であり、設計者の意図する評価にはあいまいさが含まれているためと考えられる。そこで、設計者の意図する評価をファジィの規則を用いて直接的に表現したのが、

5. 6. 7 に示した作業に要求される性能の記述方法である。この方法では、性能を表すファジィ集合 A_i ($i=1, \dots, N$) から、作業への適合度を表すファジィ集合 \bar{B} を求めることができる。従って、式 (5-11) を次式のようにファジィ化したことに相当する。

$$\bar{B} = \mathcal{F}(A_1, A_2, \dots, A_N) \quad (5-13)$$

本来、式 (5-11) は目的作業の作業分析の結果決定されるものである。そこで、どのようにして、与えられた作業から式 (5-11) あるいは式 (5-13) を導くかが今後の課題となるであろう。

一方、あらゆるロボットについて作業への適合度を求め、最も適したロボット

を選ぶことは、ロボットの設計パラメータが無数にあり、しかも連続変数が含まれていることから不可能である。そこで、同じような性能を持ったロボットをひとまとめにして扱うことを考える。ひとまとめにしたロボットのグループを R と表すと、 R の性能は確定した値ではなくある範囲を持つことになるので、ファジィ集合で表現できる。

$$A_i = \widetilde{g_i}(R) \quad (i=1,2,\dots,N) \quad (5-14)$$

上式は、式(5-12)をファジィ化したことに他ならない。5. 6. 6に示した関節構成の性能に関する知識は、ロボットを関節構成に基づいて分類し、各グループの式(5-14)を設計熟練者の経験的知識から求めていることになる。

ここで提案した方法によって正しい解が得られるかどうかは、過去の設計例に基づく経験的知識が正しいかどうかによって決まる。従って、今後のロボットの設計結果によっては、こうした知識を修正する必要があるかも知れない。例えば本システムを用いて様々なロボットを設計し、その性能を解析することにより、こうした知識を収集するののも一つの方法である。

本研究で提案した方法は、ロボットを関節構成に基づいて分類し、式(5-11)、(5-12)をファジィ化した式(5-13)、(5-14)を用いて各関節構成が作業に適しているかを求め、最適な関節構成を選定するものである。

3) 本研究では、関節構成に基づいてロボットを5つに分類したが、この方法では、同じような性能を持ったロボットをひとまとめにすることが要求される。従って、同じ関節構成でアーム長の比が異なるロボットを違うグループに分類することも可能である。反対に、効率よく設計を行なうためには、どのように分類したらよいか今後の課題となる。

また、選定の際に評価する性能としては、5. 6. 1、5. 6. 2に示した設計熟練者による選定例から5つの性能を考えたが、将来ロボットに要求される機能が多様化すると、評価すべき性能も増えると考えられる。本手法では評価する性能の数 N に制限はないので、こうした場合にも適用することができる。

5. 7 対話的な基本機構の設計[8]

5. 7. 1 基本機構の修正

5. 6の結果、腕の3自由度については作業に適した関節構成が選定される。また、手首の3自由度については図5-12のうちの適当な手首を仮定する。ここでは、産業用ロボットでよく用いられている(b)の手首²¹⁾を仮定した。

以上のようにして6自由度ロボットの関節構成が決定されたら、後は運動学的評価を行ないながら、対話的にロボット基本機構を修正していく。

ここで行なう修正は、以下の2点である。

1) アーム長の変更

図5-22のようにして対話的にアーム長を変更したり、必要に応じてオフセットをつけたりする。ここではアーム長だけでなく、より広く隣合うリンク座標系間の相対位置・姿勢関係を表す座標変換マトリックスも修正できる。従って、関節軸同士を平行や直交でなくすることも可能である。例えば、図5-12(b)の手首の中央の関節の回転軸を傾ければ、(c)のスリーロールリストとなる。

2) 不要な関節の削除

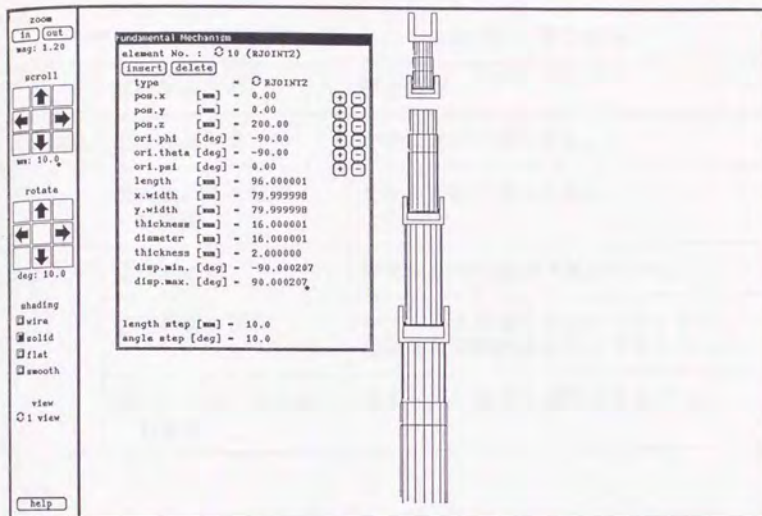
5. 5で述べたように、基本機構の設計は6自由度を仮定して始める。そして、アーム長の変更等を行なって設計した6自由度基本機構に対して関節変位軌道を生成し、全く動かさない関節があれば、不要な関節としてオペレータの判断によりこれを削除する。

5. 7. 2 関節変位軌道の生成と運動学的評価

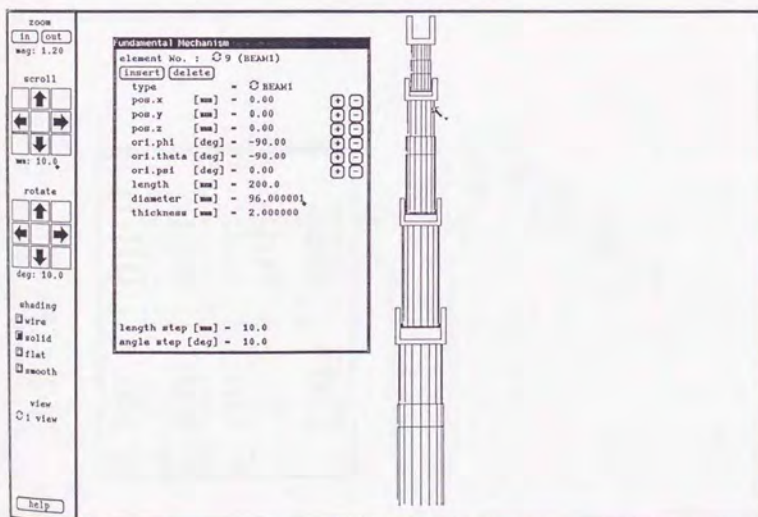
基本機構設計で行なう運動学的評価は5. 3に示した5つで、それらの評価基準を表5-6にまとめる。運動学的評価に付随して、ここで行なう操作は以下の7つとなる。

1) 順運動学・逆運動学によるロボットの動作チェック

人間が直接操作するマニピュレータをマニュアル・マニピュレータという²⁴⁾。ここでは、設計されたロボット基本機構をマニュアル・マニピュレータのように



(a) 関節を移動する



(b) アーム長をのばす

図 5-22 アーム長変更の操作例

表 5-6 基本機構設計における目的関数と拘束条件

	運動学的評価	評価基準
目的関数	①有効自由度	できるだけ小さくする。
	④関節の最大速度・加速度	できるだけ小さくする。
拘束条件	②作動領域	作業に必要な領域を覆っている。
	③関節変位限界	与えられた軌道を運動させたときに、関節変位が関節変位限界を侵さない。
	⑤ワークの最大速度・加速度	与えられた軌道を運動できればよい。

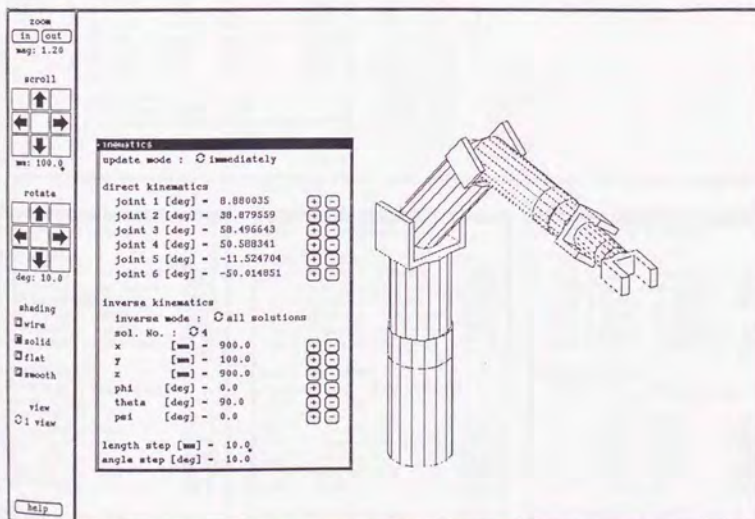


図 5-23 ロボットの動作チェックの操作例

コンピュータ上で動かし、その動作をオペレータがチェックする。ロボットの操作方法には、関節変位を入力する方法とワークの位置・姿勢を入力する方法がある。関節変位入力では、図5-23のように入力された関節変位におけるロボッ

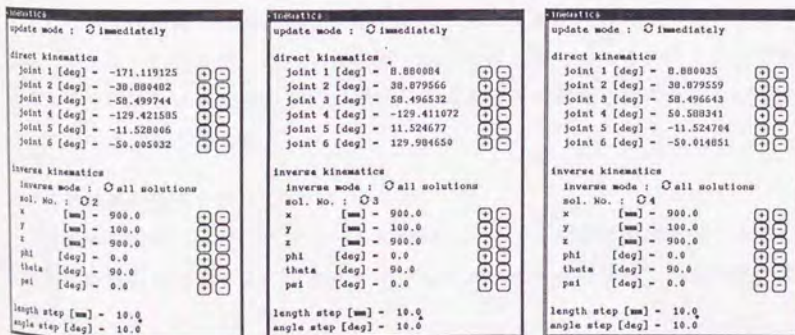
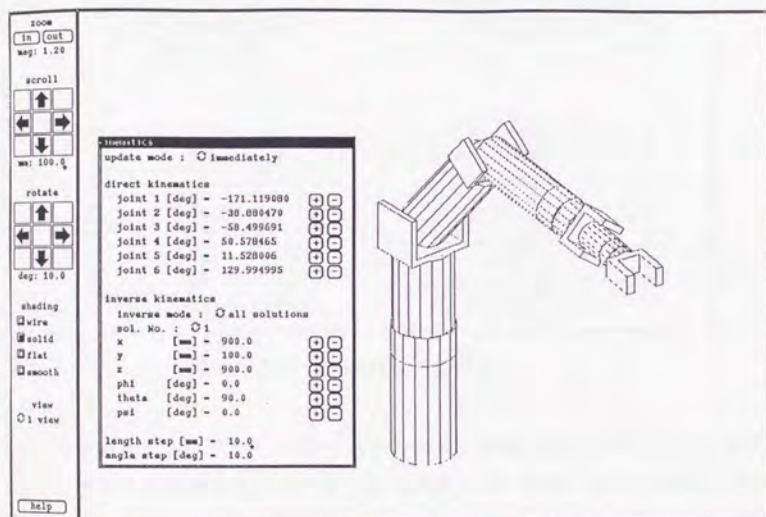


図5-24 逆運動学で得られた複数の解の例

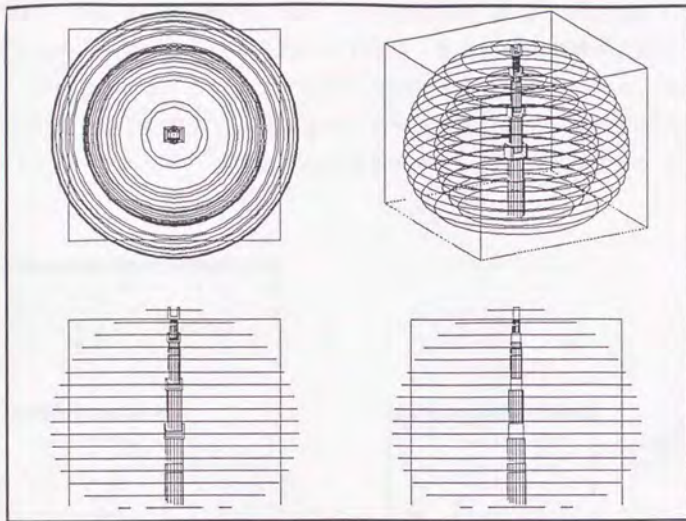


図 5-25 作動領域の表示例

と、順運動学によって得られたワークの位置・姿勢の値が表示される。また、ワークの位置・姿勢の入力では、逆運動学問題を解いて得られた関節変位の値とそれに対応するロボットが表示される。3. 4で述べたように、「TOCARD」で用いている逆運動学問題の解法では、最大8組の解を同時に得ることができる。図5-24は、同時に得られた4組の解の値を表示した例である。ここでの操作は運動学的評価とは直接関係なく、設計した基本機構の動作をオペレータがチェックするためのものである。

2) 作動領域の計算と表示

作動領域を計算してディスプレイ上に表示し、5. 3で設計条件として入力した作業に必要な領域を覆えているかをオペレータがチェックする。作動領域の表示例を図5-25に示す。

3) 関節変位軌道の生成

表5-6の中の作動領域以外の運動学的評価は、5.2で入力した作業に典型的な軌道に対して行なわれる。そこで、典型的軌道に対する関節変位軌道を生成しなければならない。5.2で述べたように、軌道は、その種類を指定するコマンドと通過点を指定するコマンドを用いて記述されている。一般に、通過点のワークの位置・姿勢に対応する関節変位の解は複数存在する。従ってオペレータは、通過点のワークの位置・姿勢に対応する関節変位の複数解の中から、1)と同様

```

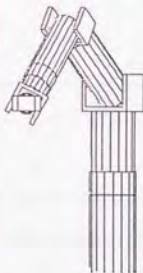
trajectory
start();
point(800.0, -300.0, 600.0, 0.0, 90.0, 0.0, 0.5);
line(0.15, 0.2, 0.15, 20);
point(800.0, -300.0, 900.0, 0.0, 90.0, 0.0, 0.5);
line(0.25, 0.5, 0.25, 40);
point(800.0, -300.0, 900.0, 0.0, 90.0, 0.0, 1.0);
line(0.15, 0.2, 0.15, 20);
point(800.0, 300.0, 600.0, 0.0, 90.0, 0.0, 0.5);

```

```

kinematics
sol. No. : 02
x [mm] = 800.000012
y [mm] = -300.000012
z [mm] = 600.000024
phi [deg] = 0.000000
theta [deg] = 89.999996
psi [deg] = 0.000000
joint 1 [deg] = -29.050997
joint 2 [deg] = 54.400520
joint 3 [deg] = 78.613350
joint 4 [deg] = -39.155205
joint 5 [deg] = -50.268425
joint 6 [deg] = 27.496107

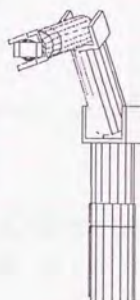
```



```

kinematics
sol. No. : 02
x [mm] = 800.000012
y [mm] = -300.000012
z [mm] = 899.999976
phi [deg] = 0.000000
theta [deg] = 89.999996
psi [deg] = 0.000000
joint 1 [deg] = -29.054457
joint 2 [deg] = 34.001650
joint 3 [deg] = 66.199730
joint 4 [deg] = -72.203850
joint 5 [deg] = -30.667368
joint 6 [deg] = 69.535225

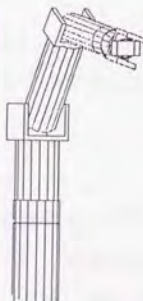
```



```

kinematics
sol. No. : 04
x [mm] = 800.000012
y [mm] = 300.000012
z [mm] = 899.999976
phi [deg] = 0.000000
theta [deg] = 89.999996
psi [deg] = 0.000000
joint 1 [deg] = 29.052062
joint 2 [deg] = 34.000597
joint 3 [deg] = 66.196167
joint 4 [deg] = 72.195510
joint 5 [deg] = -30.666357
joint 6 [deg] = -69.526146

```



```

kinematics
sol. No. : 04
x [mm] = 800.000012
y [mm] = 300.000012
z [mm] = 600.000024
phi [deg] = 0.000000
theta [deg] = 89.999996
psi [deg] = 0.000000
joint 1 [deg] = -29.050832
joint 2 [deg] = 54.396058
joint 3 [deg] = 78.609734
joint 4 [deg] = -39.162636
joint 5 [deg] = -50.263912
joint 6 [deg] = -27.504524

```

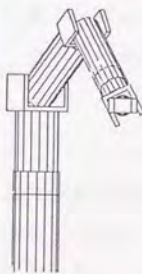


図5-26 図5-2の軌道の4つの通過点に対する関節変位の決定

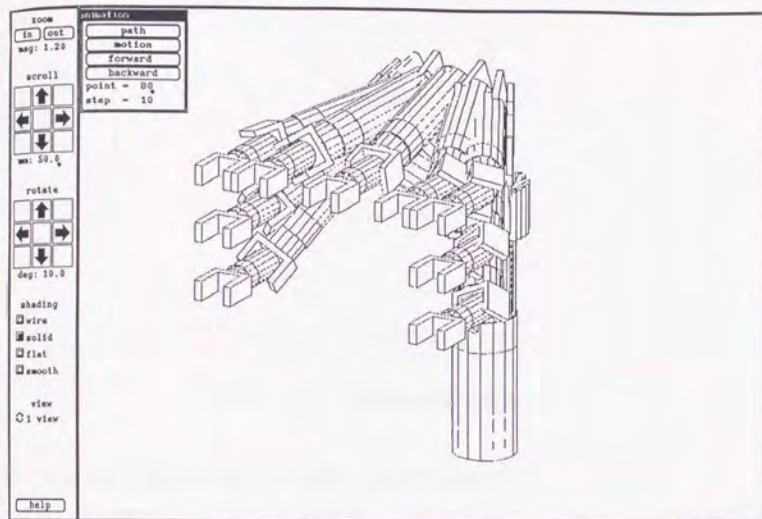


図 5-27 ロボットの軌跡の表示例

の操作により適当な解を選んで指定する必要がある。通過点での関節変位が決まれば、3.6に従って関節変位軌道が生成される。図5-2の軌道に対する関節変位軌道生成の操作例を、図5-26に示す。

4) 軌道のアニメーション

関節変位軌道が生成されたら、軌道に沿ってロボットが運動する様子をアニメーションまたは図5-27のようなロボットの軌跡として表示し、オペレータがこれをチェックする。

5) 関節変位軌道の表示

生成した関節変位の時間変化のグラフにより、関節変位が関節変位限界を侵していないかを調べる。また、関節速度、加速度の時間変化のグラフおよびそれらの最大値の表示により、速度、加速度が極端に大きくなっていないかもチェックする。

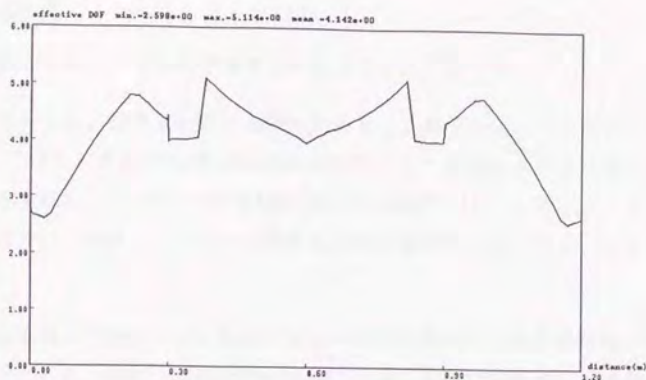


図 5-28 有効自由度の表示例

6) 速度加速度解析とワークの速度、加速度の表示

速度加速度解析によりワークの速度、加速度を計算し、それらの時間変化のグラフと最大値を表示する。

7) 有効自由度の計算と表示

有効自由度を計算し、図 5-28 のように経路に沿った有効自由度の変化を表すグラフと平均有効自由度を表示する。

運動学的評価を行なった結果、設計変更の必要があると判断した場合は、

- ① アーム長を修正し、再び運動学的評価を行なう。
- ② 5.6 では、作業に最も適した関節構成だけでなく、各関節構成の作業への適合度が求められている。そこで、次に適している関節構成に変更し、再びアーム長の修正と運動学的評価を行なう。

の2つの中からオペレータが選択し、設計を続ける。設計変更を繰り返して満足いく結果が得られた場合は、次の内部機構設計に移る。

5. 8 まとめ

本章では、ロボットの基本機構設計の方法について述べた。

まず、ワークおよび軌道に関する設計条件をどう扱うかについて説明した。すなわち、「TOCARD」では作業に典型的なワーク・軌道のデータを条件としてロボットを設計し、他のワーク・軌道に対してはロボット・シミュレータを用いて解析を行ない、設計したロボットがその作業に適用できるかをチェックすることにした。

次に、基本機構設計における設計パラメータと設計のための目的関数、拘束条件を明らかにした。特に、運動学的評価のうちどれが目的関数でどれが拘束条件となるかを分類し、それぞれの評価基準をまとめた。

続いて、基本機構設計における問題点について検討し、その結果として、次の2段階からなる基本機構の設計手順を提案した。

- 1) はじめに、ファジィ推論を用いた大まかな評価に基づいて作業に適した関節構成を選定する。ここでは運動学的評価だけでなく、力学的評価も含めた形で選定を行なう。
- 2) 関節構成が選定されたら、運動学的評価を行ないながら対話的に基本機構を修正する。このとき、解析に用いる関節変位軌道も生成される。

最後に、これら2つの段階における設計方法について説明した。1)の関節構成の選定に関しては、現在までのところ確立した手法は示されていない。本研究では、ロボットの設計熟練者による関節構成の選定手順をもとに、ファジィ推論による作業に適した関節構成の選定方法を新たに提案した。2)に関しても、設計者による設計変更と運動学的評価を支援するシステムを開発した。

第 6 章 ロボットの内部機構設計

6. 1 はじめに

基本機構設計の結果、ロボット基本機構および関節変位軌道は決定されたので、続いて、力学的評価を行ないながらロボット内部機構を設計する。ロボット内部機構は、内部機構設計および詳細設計の2つの段階に分けて設計される。

内部機構設計の目的は、力学的評価のもとに

- ①各関節を駆動するモータの配置とモータ～関節間の伝達方式を決定する
- ②ロボットを構成する基本機構要素および駆動系要素の形状パラメータの見積りと機械要素の仮選定を行なう

ことにある。内部機構設計における設計手順を図6-1に示す。図のように、内部機構設計は次の3段階に分かれている。

- 1)はじめに、各関節を駆動するモータの配置とモータ～関節間の伝達機構の種類をオペレータが入力する。ただし、ここで入力するのは配置と種類だけで、次の2)に挙げる要素の形状パラメータや使用する機械要素の型番を指定する必要はない。
- 2)アームの許容たわみや機械要素の安全率といった要素ごとの拘束条件を設定したのち、強度やたわみの評価に基づいて、アーム太さ・厚さといった要素の形状パラメータの見積りと使用する機械要素の仮選定を行なう。モータは、必要なトルク、パワーに基づいて仮選定される。この見積り・仮選定は、システムが自動で行なう。
- 3)ロボット全重量や必要なモータパワーの総和、モータ駆動トルク、およびロボット全体のたわみを計算し、オペレータがその結果を評価する。

先に述べたように、ロボット内部機構は、内部機構設計および詳細設計の2つの段階に分けて設計される。そこで本章では、内部機構を設計する際の目的関数、拘束条件とその評価基準を明らかにし、その結果として、2つの設計段階を通じてどのように内部機構を設計していくかを述べる。

次に、内部機構設計の手順として図6-1を提案する。

最後に、上の1)～3)の各段階について説明する。2)の見積り計算をシステムが自動で行なうことにより、オペレータは1)でモータ配置・伝達機構の種類を入力

するだけですみ、オペレータの手間は大幅に軽減される。

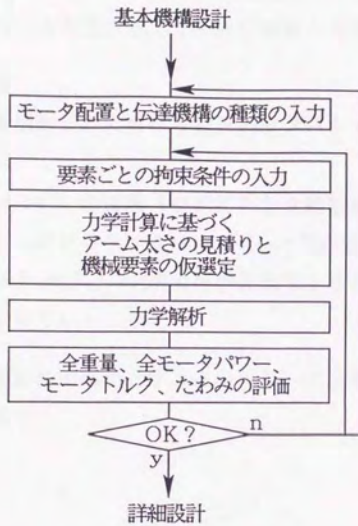


図 6-1 内部機構設計における設計手順

6. 2 設計パラメータと目的関数・拘束条件

6. 2. 1 基本機構設計の出力

まずはじめに、基本機構によって決定された設計パラメータを示しておこう。
これらは内部機構設計への入力、言いかえれば設計の拘束条件となる。

1) ロボット基本機構

5. 3 に示した基本機構設計における設計パラメータであるロボット基本機構

- ① 自由度 n
- ② 関節 J_k ($k=1, \dots, n$) の種類 (回転関節か直動関節か)
- ③ 関節変位 $\phi_k=0$ におけるリンク座標系 $\Sigma_{k-1} \sim \Sigma_k$ 間の座標変換マトリックス $A_{s,k}$ ($k=1, \dots, n$) と $\Sigma_n \sim \Sigma_F$ 間の座標変換マトリックス A_{n+1}

は、当然ながら決定されている。

2) 基本機構要素の要素座標系からリンク座標系への座標変換マトリックスおよびアーム要素の長さ

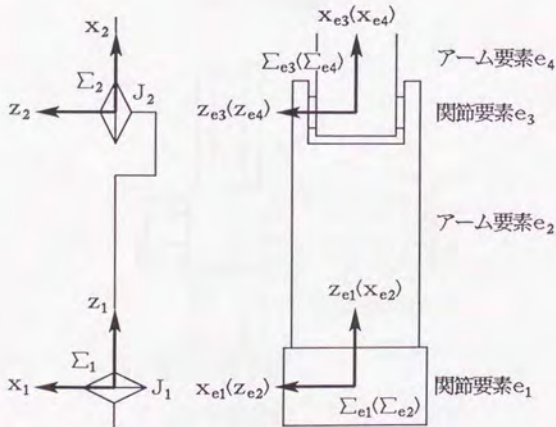
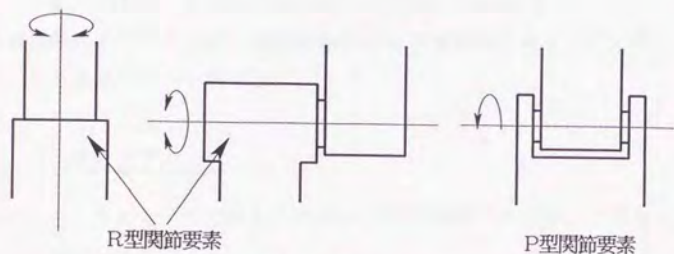
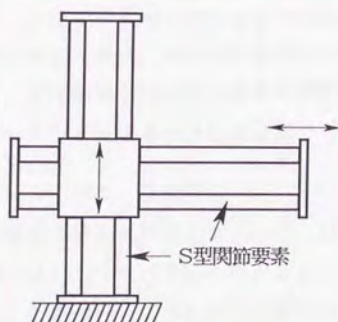


図 6-2 基本機構要素の要素座標系の設定

基本機構はリンク座標系間の相対位置・姿勢関係を表すものであり、実際にリンクと関節（対偶）を実現している構造要素が基本機構要素である。基本機構要素は各要素に固定された要素座標系 Σ 。上でモデル化されているので、 Σ 。からその要素が属するリンク座標系 Σ_k への座標変換マトリックス A_k が必要となる。 Σ 。は、図6-2のように、関節要素の場合はリンク座標系に一致し、アーム要素の場合はリンク座標系間を結ぶように設定すればよいので、ロボット基本機構が決まれば、 Σ 。、 A_k も決定される。また、アーム要素の形状パラメータである長さ l も、基本機構が決まればリンク長として決定されたことになる。



(a) 回転関節



(b) 直動関節

図6-3 関節要素の種類の決定

3) 関節要素の種類

回転関節には P 型関節要素と R 型関節要素の 2 種類があるが、図 6-3 (a) に示すように、ロボット基本機構が決まると、どちらの関節要素を使うかは決まってしまう。直動関節についても、同図 (b) のように、S 型関節要素の直動軸とハウジングのどちらをベース側にするかで 2 通りの方法があるが、どちらにするかは関節の可動範囲やオフセットの付け方で決まってしまう。

4) ワークのデータと関節変位軌道

設計パラメータではないが、5. 2 で入力した作業に典型的なワークのデータは、条件として与えられる。また、典型的軌道に対する関節変位軌道

$$\Phi = \Phi(t), \quad \dot{\Phi} = \dot{\Phi}(t), \quad \ddot{\Phi} = \ddot{\Phi}(t) \quad (0 \leq t \leq t_f) \quad (6-1)$$

も基本機構設計で生成される。設計の際に行なう見積り計算や逆動力学、たわみ解析は、この軌道を用いて行なう。

6. 2. 2 設計パラメータ

設計パラメータは 2. 3 に示したロボット内部機構であるが、これらは大きく次の 2 つに分けられる。

1) モータ配置と伝達機構の種類

各関節の駆動系は、モータから関節にいたるまでの駆動系要素を順に並べたもので表せる。例えば図 6-4 の場合、駆動系を構成する駆動系要素は表 6-1 のようになる。このとき、各駆動系要素の取付位置も同時に決める。これは、駆動系要素の要素座標系からリンク座標系への座標変換マトリックスに相当する。

2) 要素の形状パラメータ、材質、機械要素

基本機構要素および駆動系要素の形状パラメータ、材質、および使用する機械要素の型番で、各要素にどのようなパラメータがあるかは、4. 5. 4. 6 に示した。ただし、6. 2. 1 で述べたようにアーム要素の長さは既に決定している。アーム要素を円形断面にするか長方形断面にするかもパラメータとなる。また、駆動系要素の形状パラメータのうち、要素の取付位置によって決まるパラメータ

①軸要素の長さ

②チェーン・スプロケット要素のスプロケット間距離

③ボールネジ・ナット要素のボールネジの長さ

は、1)のパラメータを決めた段階で決まってしまう。

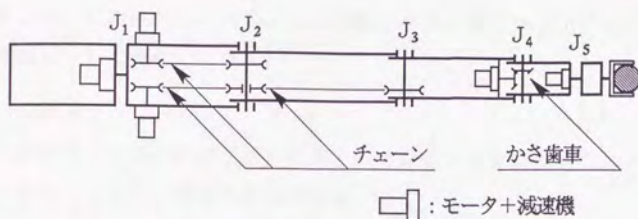


図6-4 駆動系の例

表6-1 図6-4の駆動系を構成する駆動系要素

関節	駆動系要素の並び
J_1	モータ・減速機要素 ⇒ 関節
J_2	モータ・減速機要素 ⇒ チェーン・スプロケット要素 ⇒ 関節
J_3	モータ・減速機要素 ⇒ チェーン・スプロケット要素 ⇒ チェーン・スプロケット要素 ⇒ 関節
J_4	モータ・減速機要素 ⇒ かさ歯車要素 ⇒ 関節
J_5	モータ・減速機要素 ⇒ 関節

6. 2. 3 力学的評価

力学的評価には、2. 4 に示した

- ①全モータパワー
- ②全重量
- ③可搬重量
- ④たわみ
- ⑤固有振動数

の5つがある。このうち、どれかが目的関数となり、他は拘束条件となる。そこで、各評価について検討してみる。

1) 全モータパワー

全モータパワーが小さいほど低エネルギーでロボットを動かせることになる。従って、全モータパワーは目的関数である。

2) 全重量

ロボットに限らず、あらゆる機械はできるだけ軽く作る方がよいというのは、当然の要求である。従って、全重量は目的関数である。

3) 可搬重量

5. 2 で述べたように、本研究ではエンドエフェクタを含めたワークの重量を作業のデータとして与えており、ロボットは、このワークを把持できるだけの可搬重量があれば十分である。従って、可搬重量に対する拘束条件は、ワーク重量として与えられる。

4) たわみ

従来の産業用ロボットは、“人間がロボットを動かすことによって、順序・条件・位置およびその他の情報を教示し、その情報に従って作業を行なえる”プレイバックロボット¹⁾が主であった。プレイバックロボットでは実際にロボットを動かして位置を教示するので、絶対的な位置決め精度ではなく位置繰返し精度¹⁾が問題となる。ところが、ロボットに行なわせる作業が複雑になるにつれて、教示にかかる時間や労力も増大してきたため、ロボット言語によるプログラミング

や実機を用いないオフラインティーチングが一般化してきている。このような場合は、絶対的な位置決め精度（実際の位置と指令した位置との一致性）¹⁾が要求されるので、ロボットの持つ誤差が問題となる²⁾。ロボットの精度に影響を与える要因としては、加工・組立誤差やセンサの分解能、機械要素の精度、摩擦、制御系に起因する誤差（サーボ剛性）のほかに、ロボットの機構の剛性が挙げられる。一般に、機構の剛性をあげると重量も増加するため、モータにかかる負荷が大きくなって高速動作ができなくなる³⁾。従って、ロボットの高速・高精度化を実現するためには、ロボット各部の剛性を必要量から落とさずにできるだけ軽量化を図ることが重要である。以上のことから、たわみを与えられた許容値内におさえるという拘束条件のもとに、ロボットを軽量化することが重要となる。

5) 固有振動数

ロボットの高速位置決めで問題となるのは加速の大きさと振動であり、その固有振動数が高いほど位置決めも速い。ロボットの剛性が低いと振動を生じやすくなり、C P運動においては軌道誤差となり、P T P運動では位置決め後に振動が残り、振動振幅だけの位置の不確実さを覚悟するか振動がとまるまで待たなければならない⁴⁾。そのため、ロボットの剛性を上げ固有振動数を高くする必要がある。ロボットの剛性には機構の剛性とサーボ剛性（フィードバックゲイン）があるが、機構の固有振動数を高くできれば、サーボ系のゲインも高く設定できる⁵⁾。従って、たわみと同様に固有振動数についても与えられた許容値以上にするという拘束条件のもとに、ロボットを軽量化しなければならない。

6. 3 内部機構設計における問題点

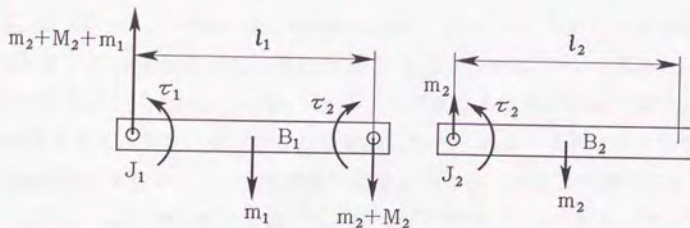
ロボット基本機構の設計が、自由度および関節構成の選定とアーム長の決定の2段階に分けて行なわれたように、内部機構も

1) モータ配置と伝達機構の種類の決定

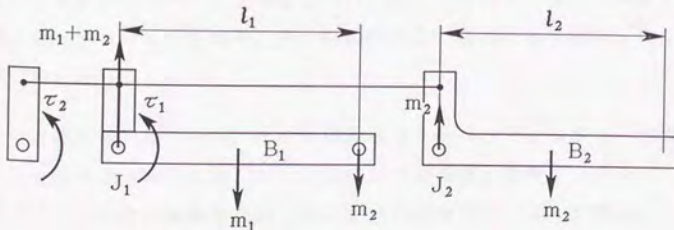
2) 要素の形状パラメータの決定と機械要素の選定

の2段階を経て設計される。以下、内部機構の設計において留意すべき点について考える。

1) 4. 2 では、駆動系が関節を通り抜けている場合の効果について概説したが、ここではその利点、欠点について述べる。図6-5の2リンク機構において、リ



(a) J_2 の駆動系が J_1 を通り抜けない場合



(b) J_2 の駆動系が J_1 を通り抜ける場合

図6-5 駆動系が関節を通り抜ける場合の効果

リンク B_1 の長さを l_1 、質量を m_1 、リンク B_2 の長さを l_2 、質量を m_2 、関節 J_1 の駆動トルクを τ_1 、その駆動モータ D_1 の質量を M_1 、関節 J_2 の駆動トルクを τ_2 、その駆動モータ D_2 の質量を M_2 とする。ただし、各リンクの重心はリンクの中央にあり、下向きを重力の方向とする。まず、 τ_2 は次式で与えられる。

$$\tau_2 = m_2 \cdot \frac{l_2}{2} \quad (6-2)$$

図 6-5 (a) のように J_2 の駆動系が J_1 を通り抜けない場合、 τ_1 は、 B_1 と D_2 の質量、 B_1 が B_2 から受ける力 m_2 、および τ_2 の反力を支えなければならないので、

$$\tau_1 = m_1 \cdot \frac{l_1}{2} + M_2 \cdot l_1 + m_2 \cdot l_1 + \tau_2 = m_1 \cdot \frac{l_1}{2} + M_2 \cdot l_1 + m_2 \cdot \left(l_1 + \frac{l_2}{2} \right) \quad (6-3)$$

となる。これに対して、同図 (b) のように J_2 の駆動系が J_1 を通り抜ける場合には、 B_1 の質量と B_1 が B_2 から受ける力 m_2 を支えればよいので、

$$\tau_1 = m_1 \cdot \frac{l_1}{2} + m_2 \cdot l_1 \quad (6-4)$$

となる。式 (6-3)、(6-4) からわかるように、 J_2 のモータをベースに近いリンクに置けば、 J_2 の駆動系が通り抜けた J_1 の駆動トルクは、 J_2 の駆動トルクの反力ぶんだけ小さくてすむ。さらに、 J_2 のモータ質量を支える必要もない。従って、 J_1 を駆動するモータは、通り抜けない場合に比べて小さくてすむことになる。また、間接配置にすると、モータを運動の邪魔にならないところに置くこともできる。その反面、伝達機構をいれたために剛性が下がってしまうという欠点がある。また、通り抜ける関節が多くなると余分な機構が必要となり、かえって重量を増すことにもなりかねない。以上のことから、モータ配置は、モータ駆動トルクあるいはパワーとロボット全重量、および剛性あるいはたわみを評価しながら決めなければならない。

2) このとき問題となるのは、モータ駆動トルクやパワー、ロボット全重量およびたわみを計算するためには、モータ配置と伝達機構の種類だけでなく、要素の形状パラメータや機械要素も決定していなければならないことである。

3) ロボットに限らず、機械を構成している構造要素は、力が加わっても壊れないだけの強度をもっていなければならない。従って、ロボットの設計においても、

ロボット全体の重量やたわみ等を評価するだけでなく、個々の要素の強度計算も行なわなければならない。また、モータに関してはロボットを動かすのに十分なトルク・パワーを有するモータを選定しなければならない。

4) 6. 2. 3で述べたように、ロボットの高速・高精度化のためには、必要十分な剛性と固有振動数を保ちつつ、ロボットの軽量化を図らなければならない。ロボットは、図6-6のように基本機構要素が直列につながった構造物と見ることができる。ロボット全体の剛性を上げるには、各要素の剛性をあげればよいという訳には行かない。なぜなら、ある要素の剛性を上げれば当然その要素は重くなり、他の要素への負荷が大きくなってしまうからである。図6-6のような要素が直列につながった構造物では、先端に近い要素はベースに近い要素への負荷質量として働き、ベースに近い要素は先端に近い要素の質量を支える働きをする。従って、先端に近い要素は軽く、ベースに近い要素は硬く作ればよいことになるが、中央付近の要素に関しては、質量として働いているのか、剛性として働いて

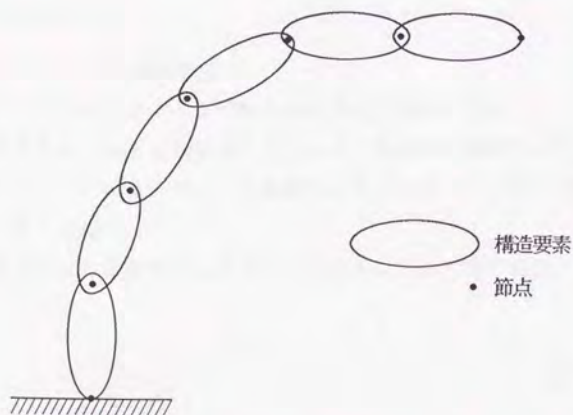


図6-6 構造要素が直列につながった構造物

いるのが判然としない。また、ベースに近い要素を極端に硬くすると要素質量が増えて全重量が増すことになるし、反対に先端に近い要素を極端に軽くすると、要素自身の剛性が下がるので、結果としてロボット全体の剛性を下げてしまう可能性もある。このように、軽量高剛性化は、個々の要素だけを見るのではなく、ロボット全体の特性を見ながら行なわなければならない。

以上のことから、「TOCARD」ではロボット内部機構の設計を、次の2段階に分けて行なうこととした。

- 1) 内部機構設計では、オペレータがモータの配置と伝達機構の種類を入力した後、システムがたわみ、強度計算に基づいて要素の形状パラメータの見積りと機械要素の仮選定を行ない、最後に全重量や全モータパワー、モータ駆動トルク、たわみを計算してオペレータがこれを評価する。モータ配置と伝達機構の種類をいろいろ変えることにより、たわみを許容範囲に近づけるとともに、全重量や全モータパワーの軽減を図る。
- 2) 詳細設計では、全重量、たわみ、固有振動数を評価しながら軽量高剛性化を図る。ここでは、モータ配置と伝達機構の種類は決定したものとし、1)で見積もった要素の形状パラメータと機械要素の仮選定の結果に対して修正を加える。

上述のように、内部機構設計は

- 1) オペレータによるモータ配置と伝達機構の種類の入力
- 2) システムによる要素の形状パラメータの見積りと機械要素の仮選定
- 3) オペレータによるロボット全重量や全モータパワー、モータ駆動トルク、たわみの評価

の3段階に分けて行なわれる。以下ではこれらについて順に説明する。

6. 4 モータ配置と伝達機構の種類の入力

6. 3 で述べたように、内部機構設計ではオペレータが

①各関節の駆動系を構成する駆動系要素の種類

②各駆動系要素の取付位置

を入力する。このとき、6. 2. 2 に示した要素の取付位置によって決まる形状パラメータ（軸要素の長さ、チェーン・スプロケット要素のスプロケット間距離、ボールネジ・ナット要素のボールネジの長さ）も決定される。オペレータによる入力の例を図 6-7、図 6-8 に示す。

6. 3 で述べたことから、モータ配置と伝達機構の種類を入力する際の指針は次の 4 点である。

- ①駆動系が関節を通り抜けると、通り抜けられた関節の駆動力が小さくなり、モータを小型化できる。
- ②間接配置にすることで、モータを運動の邪魔にならない場所に置ける。
- ③伝達機構をいれると、剛性が下がる。
- ④通り抜けを多くすると機構が複雑になり、かえって重量の増加を招くこともある。

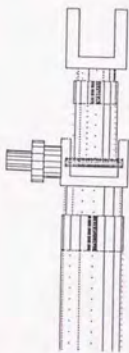


図 6-7 モータ・減速機要素の入力例

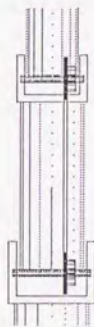


図 6-8 チェーン・スプロケット要素の入力例

6. 5 要素の見積り計算のアルゴリズム

オペレータがモータ配置と伝達機構の種類を入力したら、システムが要素の形状パラメータの見積りと機械要素の仮選定を行なう。見積り・仮選定は、要素にかかる力、モーメントをもとにした強度、たわみ計算により行なわれる。モータは、必要なトルク、パワーから選定される。

要素の形状パラメータの見積り方法は、要素の種類によって異なる。また、見積りのためには、アームの許容たわみや機械要素の安全率といった要素ごとの拘束条件も設定しなければならない。そこで本節では、要素の見積り計算のアルゴリズムを示し、各要素の見積り方法と見積りに必要な要素ごとの拘束条件は、つづく6. 6、6. 7で述べることにする。

はじめに、駆動系をのぞいた基本機構要素のみの場合を考える。

4. 4で示したように、駆動系を除いたロボットは、基本機構要素を節点で直列に連結したものとしてモデル化できる。そこで、図6-9のように、ベースに近い方から数えて i ($i=1, \dots, n_e$ 、 n_e は基本機構要素の個数) 番目の基本機構要素を e_i と表すことにする。

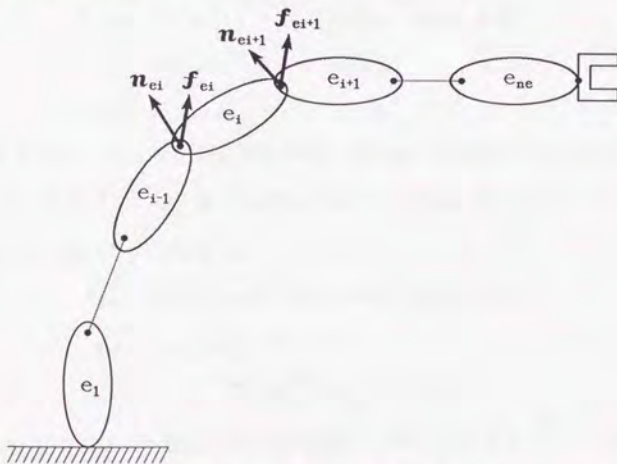


図6-9 基本機構要素の見積り計算

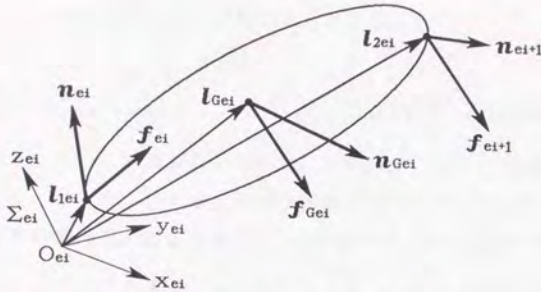


図 6-10 基本機構要素の運動方程式

まず、 e_i の運動方程式を示す (図 6-10)。これは基本的に 4.3 に示したリンクの運動方程式と同じである。 e_i の属するリンク座標系を Σ_k とすると、 Σ_k 原点の加速度 $a_k^{(k)}$ (重力加速度を含む)、角速度 $\omega_k^{(k)}$ 、角加速度 $\alpha_k^{(k)}$ は、3.7 の速度加速度解析で求められる。 Σ_k から見た e_i の要素座標系 Σ_{ei} 原点の位置を $l_{ei}^{(k)}$ 、姿勢の回転行列を C_{ei} とすると、 Σ_{ei} 原点の加速度 $a_{ei}^{(ei)}$ 、角速度 $\omega_{ei}^{(ei)}$ 、角加速度 $\alpha_{ei}^{(ei)}$ は、次式で与えられる。

$$a_{ei}^{(ei)} = C_{ei}^T \{ a_k^{(k)} + \alpha_k^{(k)} \times l_{ei}^{(k)} + \omega_k^{(k)} \times (\omega_k^{(k)} \times l_{ei}^{(k)}) \} \quad (6-5)$$

$$\omega_{ei}^{(ei)} = C_{ei}^T \omega_k^{(k)} \quad (6-6)$$

$$\alpha_{ei}^{(ei)} = C_{ei}^T \alpha_k^{(k)} \quad (6-7)$$

e_i の質量を m_{ei} 、 Σ_{ei} から見た重心位置、重心回りの慣性テンソルをそれぞれ $l_{gei}^{(ei)}$ 、 $I_{gei}^{(ei)}$ とすると、 e_i 重心の加速度 $a_{gei}^{(ei)}$ 、重心に働く力 $f_{gei}^{(ei)}$ およびモーメント $n_{gei}^{(ei)}$ は、次式で与えられる。

$$a_{gei}^{(ei)} = a_{ei}^{(ei)} + \alpha_{ei}^{(ei)} \times l_{gei}^{(ei)} + \omega_{ei}^{(ei)} \times (\omega_{ei}^{(ei)} \times l_{gei}^{(ei)}) \quad (6-8)$$

$$f_{gei}^{(ei)} = m_{ei} a_{gei}^{(ei)} \quad (6-9)$$

$$n_{gei}^{(ei)} = I_{gei}^{(ei)} \alpha_{ei}^{(ei)} + \omega_{ei}^{(ei)} \times (I_{gei}^{(ei)} \omega_{ei}^{(ei)}) \quad (6-10)$$

従って、 e_{i-1} から e_i に加えられる力を $f_{ei}^{(ei)}$ 、モーメントを $n_{ei}^{(ei)}$ 、パース側の要素と結合される節点の位置を $l_{lei}^{(ei)}$ 、先端側の要素と結合される節点の位置を

$l_{2ei}^{(ei)}$ とすると、 e_i の運動方程式は次の 2 式となる。

$$\dot{f}_{ei}^{(ei)} = \dot{f}_{ei+1}^{(ei)} + \dot{f}_{Gei}^{(ei)} \quad (6-11)$$

$$n_{ei}^{(ei)} = n_{ei+1}^{(ei)} + n_{Gei}^{(ei)} + (l_{Gei}^{(ei)} - l_{1ei}^{(ei)}) \times \dot{f}_{Gei}^{(ei)} + (l_{2ei}^{(ei)} - l_{1ei}^{(ei)}) \times \dot{f}_{ei+1}^{(ei)} \quad (6-12)$$

さて、 $\dot{f}_{ei+1}^{(ei)}$ 、 $n_{ei+1}^{(ei)}$ が既知だとすると、 $-\dot{f}_{ei+1}^{(ei)}$ 、 $-n_{ei+1}^{(ei)}$ は e_i に働く力、モーメントである。従って、これらから強度計算によって e_i の形状パラメータの見積りや機械要素の仮選定が行なえる。 e_i の形状パラメータおよび機械要素が決定されると、4. 5 で述べたようにして m_{ei} 、 $l_{Gei}^{(ei)}$ 、 $l_{1ei}^{(ei)}$ が計算できる。その結果、式 (6-5) ~ (6-12) により、 $\dot{f}_{ei}^{(ei)}$ 、 $n_{ei}^{(ei)}$ が求まる。

4. 3 の逆動力学と同様にして、以上の手続きを先端に近い基本機構要素からベースに向かって順に繰返せば、基本機構要素の形状パラメータの見積りおよび機械要素の仮選定が行なえる。

次に、駆動系がついた場合を考える。

e_i をロボット基本機構における関節 J_k に相当する関節要素とすると、

図 6-11 のように $\dot{f}_{ei+1}^{(ei)}$ 、 $n_{ei+1}^{(ei)}$ が、4. 3 に示したリンク B_{k-1} から B_k に加えられる力 $\dot{f}_k^{(k)}$ 、モーメント $n_k^{(k)}$ となる。6. 2 で述べたように、関節要素の Σ_{ei} と Σ_k は一致するので、右肩の (ei) と (k) は同じ座標系表示を意味することになる。

4. 3 で述べたように、 J_k を通り抜けて伝達されている関節 J_j の駆動系の伝達トルクを τ_{Dj} 、 τ_{Dj} を J_k の回転軸回りのモーメントで表したものを $\tau_{kj}^{(k)}$ とする。 $\tau_{kj}^{(k)}$ は式 (4-23) で与えられる。関節要素の場合、 $n_{ei+1}^{(ei)}$ に対して J_k を通り抜ける他の駆動系の伝達トルク τ_{Dj} の影響を補正しなければならない。この補正量 $\Delta n_{ei+1}^{(ei)}$ は、式 (4-26) と同様に、

$$\Delta n_{ei+1}^{(ei)} = \sum_{j=k+2}^n \tau_{(k+1)j}^{(k)} - \sum_{j=k+1}^n \tau_{kj}^{(k)} \quad (6-13)$$

で与えられる。ここで、 n は自由度を表す。 $n_{ei+1}^{(ei)}$ に $\Delta n_{ei+1}^{(ei)}$ を加えたものが、真の $n_{ei+1}^{(ei)}$ となる。

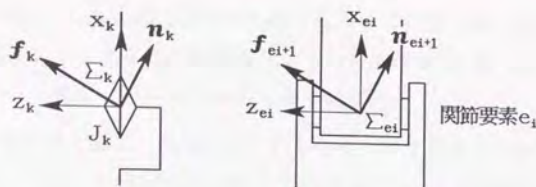


図 6-11 関節要素に働く力、モーメントの定義

$\begin{smallmatrix} (k) \\ n_k \end{smallmatrix} = \begin{smallmatrix} (ei) \\ n_{ei+1} \end{smallmatrix}$ 、 $\begin{smallmatrix} (k) \\ f_k \end{smallmatrix} = \begin{smallmatrix} (ei) \\ f_{ei+1} \end{smallmatrix}$ より、式 (4-27) ~ (4-29) で J_k の関節駆動力 τ_k および駆動系の伝達トルク τ_{Dk} が求められる。 $-\tau_{Dk}$ が J_k の駆動系を構成する駆動系要素にかかるトルクなので、これから強度計算によって各駆動系要素の形状パラメータの見積りや機械要素の仮選定が行なえる。各駆動系要素の形状パラメータや機械要素が決定されると、4. 6 で述べたようにして、その質量、重心位置、重心回りの慣性テンソルが計算できる。

4. 2 の駆動系に関する条件で述べたように、 J_k を駆動するモータは、 J_k とベースの間のリンクに置かれる。従って、ここで決定された J_k の駆動系を構成する各駆動系要素の質量その他は、 e_i より先端にある基本機構要素の見積り計算に影響しない。反対に、式 (6-8) ~ (6-10) を計算するときには、 e_i に取り付けられている全ての駆動系要素が既に決定されているので、それらの質量、重心位置、重心回りの慣性テンソルと e_i の質量、重心位置、重心回りの慣性テンソルを合成したものを、 m_{ei} 、 $l_{Gei}^{(ei)}$ 、 $I_{ei}^{(ei)}$ に用いる。

駆動系を含めた要素の見積り計算の手順は、以下のようになる。

1) $i = n_e + 1$ とし、

$$\begin{cases} l_{Gei}^{(ei)} = r_{GW}^{(F)}, & l_{2ei}^{(ei)} = r_{exW}^{(F)}, & l_{1ei}^{(ei)} = 0 \\ m_{ei} = m_W, & I_{ei}^{(ei)} = I_W^{(F)} \\ f_{ei+1}^{(ei)} = -f_{exW}^{(F)}, & n_{ei+1}^{(ei)} = -n_{exW}^{(F)} \end{cases} \quad (6-14)$$

とにおいて式 (6-5) ~ (6-12) を計算する。ここで、 m_W 、 $r_{GW}^{(F)}$ 、 $I_W^{(F)}$ はそれぞれワークの質量、重心位置、重心回りの慣性テンソルである。また、

$f_{exW}^{(P)}$ 、 $r_{exW}^{(P)}$ 、 $n_{exW}^{(P)}$ は、ワークに働く外力とその作用点、および外モーメントである。ワークの要素座標系はフランジ座標系 Σ_F に一致する。

2) $i = n_e, \dots, 1$ の順に、以下の3)~6)を繰り返す。

3) e_i が関節要素の場合、式(6-13)により $n_{ei+1}^{(ei)}$ を補正してから、式(4-27)~(4-29)で τ_{Dk} を求め、これをもとに J_k の全駆動系要素の形状パラメータの見積りと機械要素の仮選定を、関節に近い要素から順に行なう。決定された各駆動系要素の質量、重心位置、重心回りの慣性テンソルを、4. 6により求める。

4) $f_{ei+1}^{(ei)}$ 、 $n_{ei+1}^{(ei)}$ をもとに、 e_i の形状パラメータの見積りと機械要素の仮選定を行なった後、4. 5により e_i の質量、重心位置、重心回りの慣性テンソルを求める。

5) e_i とこれにつく全駆動系要素の質量、重心位置、重心回りの慣性テンソルを合成したものとして、 m_{ei} 、 $l_{gei}^{(ei)}$ 、 $I_{ei}^{(ei)}$ を計算する。

6) 式(6-5)~(6-12)を計算する。

6. 6では基本機構要素の見積り方法を、6. 7では駆動系要素の見積り方法を説明する。見積り計算は全て要素座標系上で行なわれるので、要素座標系表示を表す右肩の (ei) および要素を表す添え字 ei は省略する。

要素の見積り計算は、要素にかかる力やトルク $-f_{ei+1}^{(ei)}$ 、 $-n_{ei+1}^{(ei)}$ 、 $-\tau_{Dk}$ を条件として行なわれる。表記上の簡潔さのために、6. 6では $-f_{ei+1}^{(ei)}$ 、 $-n_{ei+1}^{(ei)}$ をそれぞれ f 、 n と表し、各成分は

$$f = [F_x, F_y, F_z]^T, \quad n = [M_x, M_y, M_z]^T \quad (6-15)$$

で表すことにする。また、6. 7では $-\tau_{Dk}$ を単に τ_D と表すことにする。

6. 2で述べたように、要素の見積り計算は作業に典型的な軌道を用いて行なわれる。従って、 f 、 n 、 τ_D も軌道に対応する時間的変化

$$f = f(t), \quad n = n(t) \quad (0 \leq t \leq t_f) \quad (6-16)$$

$$\tau_D = \tau_D(t) \quad (0 \leq t \leq t_f) \quad (6-17)$$

として与えられる。