

円正規分布関数を用いた
入・反射波共存場における方向スペクトルの推定法

横 木 裕 宗

円正規分布関数を用いた
入・反射波共存場における方向スペクトルの推定法

横木 裕宗

目 次

記号一覧	iv
図 一 覧	xiii
表 一 覧	xiv
1 序 論	1
1.1 研究の目的	1
1.2 研究の概要	2
2 方向スペクトルの推定理論	3
2.1 方向スペクトルに関する諸量の定義	3
2.1.1 方向スペクトル	3
2.1.2 代表波向と方向分散指数	5
2.1.3 方向関数の標準形	6
2.1.4 方向スペクトルとクロスパワースペクトル	8
2.2 既往の方向スペクトル推定法	12
2.2.1 直接フーリエ変換法	12
2.2.2 パラメーター法	13
2.2.3 MNM 法	16
2.2.4 最 尤 法	18
2.2.5 最大エントロピー原理法	18
2.2.6 ベイズ型モデルを用いる方法	20
2.3 円正規分布型方向関数を用いた方向スペクトルの推定法	21
2.3.1 推定法の概説	21
2.3.2 円正規分布型方向関数を用いた推定法における定式化	21
2.3.3 方向スペクトルパラメーターの推定法	24
3 数値シミュレーションデータによる検討	27
3.1 数値シミュレーションデータ	27
3.1.1 水面変動の時系列データ	27
3.1.2 クロスパワースペクトルの計算結果	31

3.2 方向スペクトルパラメータの推定結果	42
3.2.1 主波向が180°の波浪場に対する推定結果	42
3.2.2 主波向が135°の波浪場に対する推定結果	52
3.2.3 主波向が95°の波浪場に対する推定結果	60
3.3 推定結果のまとめ	69
3.3.1 推定誤差の評価法	69
3.3.2 波高計アレイの形状の影響	69
3.3.3 波高計間隔および波高計アレイの設置位置の影響	72
4 実測データへの適用	74
4.1 水槽実験データへの適用	74
4.1.1 水槽実験の概要	74
4.1.2 方向スペクトルパラメータの推定結果	76
4.2 現地観測データへの適用	92
4.2.1 現地観測の概要	92
4.2.2 方向スペクトルパラメータの推定結果	94
4.3 反射率の決定法	99
5 結 論	101
参考文献	103
A クロスパワースペクトルの表示式	107
A.1 式(2.91)の導出	107
A.2 クロスパワースペクトルの微分係数	109
A.2.1 方向集中度係数 a による微分	109
B 尤度の導出	111
C 方向スペクトルパラメータの推定結果図	113
C.1 主波向が180°の波浪場に対する推定結果	113
C.1.1 反射面に垂直な波高計アレイを用いた推定結果	113
C.1.2 反射面に平行な波高計アレイを用いた推定結果	122
C.1.3 三角形の波高計アレイを用いた推定結果	131
C.2 主波向が135°の波浪場に対する推定結果	143
C.2.1 反射面に垂直な波高計アレイを用いた推定結果	143
C.2.2 反射面に平行な波高計アレイを用いた推定結果	148
C.2.3 三角形の波高計アレイを用いた推定結果	153
C.3 主波向が95°の波浪場に対する推定結果	163
C.3.1 反射面に垂直な波高計アレイを用いた推定結果	163
C.3.2 反射面に平行な波高計アレイを用いた推定結果	168

C.3.3 三角形形状の波高計アレイを用いた推定結果	173
D パラメターの推定誤差の評価	183
D.1 主波向が 180° の波浪場での推定誤差	183
D.2 主波向が 135° の波浪場での推定誤差	185
D.3 主波向が 95° の波浪場での推定誤差	187
あとがき	189

記号一覧

$A(d\mathbf{k}, d\sigma)$ $\mathbf{k} \sim \mathbf{k} + d\mathbf{k}$, $\sigma \sim \sigma + d\sigma$ の領域を代表する複素振幅

a (円正規分布型方向関数における) 方向集中度係数

a_n 成分波の振幅

a_n フーリエ係数

B_m 核ベクトル (kernel vector)

b_n フーリエ係数

C_{pq} 観測地点 p, q 間の水面変動のコスペクトル

c_n 複素フーリエ係数

F_i 連立方程式 (2.99) の左辺

f, f_i 周波数

f_{nasti} MNM 法における nastiness function

f_p 周波数スペクトルがピーク値を持つときの周波数 (ピーク周波数)

Δf_n 第 n 成分波が代表する周波数幅

G 方向関数

\hat{G} 方向関数の推定値

G_c 円正規分布型方向関数

G_m 光易型方向関数

G_s 双曲線関数型方向関数

g 重力加速度

g_s 双曲線関数型方向関数を正規化する変数

H 複素伝達関数

H_e エントロピー

$H_{1/3}$ 有義波高

h (平均) 水深

I_n n 次の変形された第 1 種 Bessel 関数

I'_n $(n-1)\Delta\theta \leq \theta < n\Delta\theta$ のときのみ 1 の値をもつ関数

i 虚数単位 ($=\sqrt{-1}$)

J_n n 次の第 1 種 Bessel 関数

k, k_n 波数

\mathbf{k}, \mathbf{k}_n 波数ベクトル

\mathbf{k}_r 反射波の波数ベクトル

k_σ 角周波数 σ に対応する波数

L 波長

M 観測地点の数

m_{pq} 方向スペクトルの原点回りのモーメント

N_f 周波数成分の数

N_p 方向スペクトルパラメーターの総数

n_e N を越えない最大の偶数

n_o N を越えない最大の奇数

$P(f)$ パワースペクトル, 周波数スペクトル

Q_{pq} 観測地点 p, q 間の水面変動のクオドラチャスペクトル

R_{pq} 観測地点 p, q 間の距離

r, r_n 反射率

S 方向スペクトル

$\hat{S}(f, \theta)$ 方向スペクトルの推定値

s, s_{\max} (光易型方向関数における) 方向集中度パラメーター

T 周期

t 時刻

u 水粒子速度 (x 方向)

V_{mn} 誤差 (共分散) マトリクス

v 水粒子速度 (y 方向)

$W(\theta, \theta')$ ウィンドー関数

w 水粒子速度 (z 方向)

w_α, w_β 式 (2.64) の各項の重み係数

\mathbf{X}, \mathbf{X}_n 波高計間の距離ベクトル

- \mathbf{X}_{pq} 観測地点 p, q の間を結ぶ距離ベクトル ($= \mathbf{x}_q - \mathbf{x}_p$)
 x 水平座標
 \mathbf{x}_p 観測地点 p の座標 (位置ベクトル) ($= (x_p, y_p)$)
 y 水平座標
 $Z_p(d\sigma)$ 観測地点 p において, 角周波数 $\sigma \sim \sigma + d\sigma$ を代表する複素振幅
 z 鉛直上向きを正とする座標
 α (双曲線関数型方向関数における) 方向集中度を表すパラメーター
 $\beta = \theta_0 - \Theta + \pi$
 Γ Gamma 関数
 γ long crestedness パラメーター
 ϵ_n 成分波毎の位相差
 ϵ_p 地点 p の波高計で観測されたパワースペクトルに含まれるノイズの割合
 ζ 水圧変動
 η (平均水面からの) 水面変動
 η_{tt} 水面変動加速度
 η_x 水面勾配 (x 方向)
 η_{xx} 水面曲率 (x - x 方向)
 η_{xy} 水面曲率 (x - y 方向)
 η_y 水面勾配 (y 方向)
 η_{yy} 水面曲率 (y - y 方向)
 Λ 尤度
 λ_i, λ 方向スペクトルパラメーター
 θ, θ_n 波向
 θ_m 平均波向
 θ_p 主波向
 θ_κ 平均分散角
 θ_0 方向関数の値が最大になる波向 (ピーク波向)
 ξ 水面変動と線形の関係にある波動量を一般的に表す
 π 円周率
 ρ (海) 水の密度
 σ, σ_n 角周波数

- σ_e Yull-Walker 方程式 (2.79) におけるパラメター
- Φ_{pq} 観測地点 p, q の水面変動の間のクロスパワースペクトル
- $\Phi(X, \sigma)$ 波高計間の距離ベクトル X に対応するクロスパワースペクトル
- $\Delta\Phi_m$ クロスパワースペクトルの推定値 $\hat{\Phi}_m$ に含まれる観測誤差
- φ_n Yull-Walker 方程式 (2.79) におけるパラメター
- φ 円正規分布型方向関数を用いて定式化されたクロスパワースペクトルの中で用いる補助的な関数
- $|\Phi|$ クロスパワースペクトル行列の行列式
- $\hat{\Phi}_{pq}$ 観測地点 p, q で観測された水面変動の間のクロスパワースペクトル

図 一 覧

2.1 方向関数の標準形の比較	7
2.2 座標系の定義図	10
3.1 Bretschneider-光易型周波数スペクトル ($H_{1/3}=0.1\text{m}$, $T_{1/3}=1.0\text{s}$)	28
3.2 波高計の配置	29
3.3 コヒーレンス, フェイズ ($\theta_p=180^\circ$, $s_{\max}=10$, $r=0.1$)	33
3.4 コヒーレンス, フェイズ ($\theta_p=180^\circ$, $s_{\max}=10$, $r=0.9$)	34
3.5 コヒーレンス, フェイズ ($\theta_p=180^\circ$, $s_{\max}=75$, $r=0.1$)	35
3.6 コヒーレンス, フェイズ ($\theta_p=180^\circ$, $s_{\max}=75$, $r=0.9$)	36
3.7 コヒーレンス, フェイズ ($\theta_p=180^\circ$, $s_{\max}=10$, $r=0.1$)	38
3.8 コヒーレンス, フェイズ ($\theta_p=180^\circ$, $s_{\max}=10$, $r=0.9$)	39
3.9 コヒーレンス, フェイズ ($\theta_p=180^\circ$, $s_{\max}=75$, $r=0.1$)	40
3.10 コヒーレンス, フェイズ ($\theta_p=180^\circ$, $s_{\max}=75$, $r=0.9$)	41
3.11 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.1$, 波高計アレイ: A-B-C)	43
3.12 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: A-B-C)	43
3.13 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.9$, 波高計アレイ: A-B-C)	44
3.14 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: A-B-D)	45
3.15 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: C-D-E)	45
3.16 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10$, $r=0.5$, 波高計アレイ: A-G-N)	46
3.17 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: A-G-N)	47
3.18 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75$, $r=0.5$, 波高計アレイ: A-G-N)	47
3.19 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: A-G-U)	48
3.20 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: C-I-Q)	49
3.21 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: G-A-B)	50
3.22 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: G-A-C)	51
3.23 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: N-A-B)	51
3.24 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: I-C-D)	52
3.25 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.1$, 波高計アレイ: A-B-C)	53
3.26 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: A-B-C)	54
3.27 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.9$, 波高計アレイ: A-B-C)	54
3.28 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: C-D-E)	55
3.29 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10$, $r=0.5$, 波高計アレイ: A-G-N)	56

3.30 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : A-G-N)	56
3.31 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.5$, 波高計アレイ : A-G-N)	57
3.32 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : C-I-Q)	57
3.33 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : G-A-B)	58
3.34 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : G-A-C)	59
3.35 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : N-A-B)	59
3.36 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : I-C-D)	60
3.37 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.1$, 波高計アレイ : A-B-C)	61
3.38 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : A-B-C)	62
3.39 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.9$, 波高計アレイ : A-B-C)	62
3.40 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : C-D-E)	63
3.41 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.5$, 波高計アレイ : A-G-N)	64
3.42 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : A-G-N)	64
3.43 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.5$, 波高計アレイ : A-G-N)	65
3.44 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : C-I-Q)	65
3.45 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : G-A-B)	66
3.46 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : G-A-C)	67
3.47 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : N-A-B)	67
3.48 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : I-C-D)	68
3.49 θ_0 の推定誤差 (主波向 135°)	70
3.50 r の推定誤差 (主波向 135°)	70
3.51 r の推定誤差 (垂直アレイ)	72
3.52 θ_0 の推定誤差 (平行アレイ)	72
3.53 θ_0 の推定誤差 (三角形アレイ)	73
3.54 r の推定誤差 (三角形アレイ)	73
4.1 水槽実験における波高計の配置図	75
4.2 コヒーレンス, フェイズ (Case 4151, 波高計アレイ : A-B-C)	78
4.3 パラメターの推定結果 (Case 4151, 波高計アレイ : A-B-C)	78
4.4 コヒーレンス, フェイズ (Case 4151, 波高計アレイ : A-B-D)	79
4.5 パラメターの推定結果 (Case 4151, 波高計アレイ : A-B-D)	79
4.6 コヒーレンス, フェイズ (Case 4151, 波高計アレイ : D-E-F)	80
4.7 パラメターの推定結果 (Case 4151, 波高計アレイ : D-E-F)	80
4.8 コヒーレンス, フェイズ (Case 4191, 波高計アレイ : A-B-C)	81
4.9 パラメターの推定結果 (Case 4191, 波高計アレイ : A-B-C)	81
4.10 コヒーレンス, フェイズ (Case 4191, 波高計アレイ : A-B-D)	82
4.11 パラメターの推定結果 (Case 4191, 波高計アレイ : A-B-D)	82
4.12 コヒーレンス, フェイズ (Case 4191, 波高計アレイ : D-E-F)	83
4.13 パラメターの推定結果 (Case 4191, 波高計アレイ : D-E-F)	83
4.14 コヒーレンス, フェイズ (Case 4152, 波高計アレイ : F-G-I)	85

4.15 パラメターの推定結果 (Case 4152, 波高計アレイ : F-G-I)	85
4.16 コヒーレンス, フェイズ (Case 4152, 波高計アレイ : F-G-J)	86
4.17 パラメターの推定結果 (Case 4152, 波高計アレイ : F-G-J)	86
4.18 コヒーレンス, フェイズ (Case 4152, 波高計アレイ : F-H-K)	87
4.19 パラメターの推定結果 (Case 4152, 波高計アレイ : F-H-K)	87
4.20 コヒーレンス, フェイズ (Case 4192, 波高計アレイ : F-G-I)	88
4.21 パラメターの推定結果 (Case 4192, 波高計アレイ : F-G-I)	88
4.22 コヒーレンス, フェイズ (Case 4192, 波高計アレイ : F-G-J)	89
4.23 パラメターの推定結果 (Case 4192, 波高計アレイ : F-G-J)	89
4.24 コヒーレンス, フェイズ (Case 4192, 波高計アレイ : F-H-K)	90
4.25 パラメターの推定結果 (Case 4192, 波高計アレイ : F-H-K)	90
4.26 現地観測における波高計の設置位置	92
4.27 コヒーレンス, フェイズ (Case 1)	95
4.28 パラメターの推定結果 (Case 1)	95
4.29 コヒーレンス, フェイズ (Case 2)	96
4.30 パラメターの推定結果 (Case 2)	96
4.31 コヒーレンス, フェイズ (Case 3)	97
4.32 パラメターの推定結果 (Case 3)	97
4.33 コヒーレンス, フェイズ (Case 4)	98
4.34 パラメターの推定結果 (Case 4)	98
C.1 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.1$, 波高計アレイ : A-B-C)	114
C.2 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.5$, 波高計アレイ : A-B-C)	114
C.3 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.9$, 波高計アレイ : A-B-C)	115
C.4 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.1$, 波高計アレイ : A-B-C)	115
C.5 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : A-B-C)	116
C.6 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.9$, 波高計アレイ : A-B-C)	116
C.7 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.1$, 波高計アレイ : A-B-C)	117
C.8 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.5$, 波高計アレイ : A-B-C)	117
C.9 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.9$, 波高計アレイ : A-B-C)	118
C.10 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.1$, 波高計アレイ : A-B-D)	118
C.11 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : A-B-D)	119
C.12 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.9$, 波高計アレイ : A-B-D)	120
C.13 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.1$, 波高計アレイ : C-D-E)	120
C.14 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : C-D-E)	121
C.15 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.9$, 波高計アレイ : C-D-E)	121
C.16 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.1$, 波高計アレイ : A-G-N)	123
C.17 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.5$, 波高計アレイ : A-G-N)	123
C.18 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.9$, 波高計アレイ : A-G-N)	124
C.19 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.1$, 波高計アレイ : A-G-N)	124

C.20 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : A-G-N)	125
C.21 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.9$, 波高計アレイ : A-G-N)	125
C.22 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.1$, 波高計アレイ : A-G-N)	126
C.23 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.5$, 波高計アレイ : A-G-N)	126
C.24 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.9$, 波高計アレイ : A-G-N)	127
C.25 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.5$, 波高計アレイ : A-G-U)	127
C.26 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : A-G-U)	128
C.27 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.5$, 波高計アレイ : A-G-U)	129
C.28 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.5$, 波高計アレイ : C-I-Q)	129
C.29 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : C-I-Q)	130
C.30 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : C-I-Q)	130
C.31 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.1$, 波高計アレイ : G-A-B)	132
C.32 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.5$, 波高計アレイ : G-A-B)	132
C.33 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.9$, 波高計アレイ : G-A-B)	133
C.34 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.1$, 波高計アレイ : G-A-B)	133
C.35 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : G-A-B)	134
C.36 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.9$, 波高計アレイ : G-A-B)	134
C.37 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.1$, 波高計アレイ : G-A-B)	135
C.38 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.5$, 波高計アレイ : G-A-B)	135
C.39 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.9$, 波高計アレイ : G-A-B)	136
C.40 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.5$, 波高計アレイ : G-A-C)	136
C.41 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : G-A-C)	137
C.42 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.5$, 波高計アレイ : G-A-C)	138
C.43 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.1$, 波高計アレイ : N-A-B)	138
C.44 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : N-A-B)	139
C.45 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.9$, 波高計アレイ : N-A-B)	139
C.46 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.5$, 波高計アレイ : I-C-D)	140
C.47 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : I-C-D)	140
C.48 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.5$, 波高計アレイ : I-C-D)	141
C.49 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.1$, 波高計アレイ : I-C-D)	141
C.50 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.9$, 波高計アレイ : I-C-D)	142
C.51 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.1$, 波高計アレイ : A-B-C)	143
C.52 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : A-B-C)	144
C.53 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.9$, 波高計アレイ : A-B-C)	144
C.54 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.5$, 波高計アレイ : A-B-C)	145
C.55 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.5$, 波高計アレイ : A-B-C)	145
C.56 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.1$, 波高計アレイ : C-D-E)	146
C.57 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : C-D-E)	146
C.58 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.9$, 波高計アレイ : C-D-E)	147
C.59 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.1$, 波高計アレイ : A-G-N)	148

C.60 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : A-G-N)	149
C.61 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.9$, 波高計アレイ : A-G-N)	149
C.62 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.5$, 波高計アレイ : A-G-N)	150
C.63 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.5$, 波高計アレイ : A-G-N)	150
C.64 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.5$, 波高計アレイ : C-I-Q)	151
C.65 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : C-I-Q)	151
C.66 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.5$, 波高計アレイ : C-I-Q)	152
C.67 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.1$, 波高計アレイ : G-A-B)	154
C.68 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : G-A-B)	154
C.69 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.9$, 波高計アレイ : G-A-B)	155
C.70 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.5$, 波高計アレイ : G-A-B)	155
C.71 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.5$, 波高計アレイ : G-A-B)	156
C.72 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.5$, 波高計アレイ : G-A-C)	156
C.73 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : G-A-C)	157
C.74 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.5$, 波高計アレイ : G-A-C)	158
C.75 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.1$, 波高計アレイ : N-A-B)	158
C.76 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : N-A-B)	159
C.77 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.9$, 波高計アレイ : N-A-B)	159
C.78 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.1$, 波高計アレイ : I-C-D)	160
C.79 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : I-C-D)	160
C.80 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.9$, 波高計アレイ : I-C-D)	161
C.81 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.5$, 波高計アレイ : I-C-D)	161
C.82 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.5$, 波高計アレイ : I-C-D)	162
C.83 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.1$, 波高計アレイ : A-B-C)	163
C.84 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : A-B-C)	164
C.85 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.9$, 波高計アレイ : A-B-C)	164
C.86 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.5$, 波高計アレイ : A-B-C)	165
C.87 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.5$, 波高計アレイ : A-B-C)	165
C.88 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.1$, 波高計アレイ : C-D-E)	166
C.89 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : C-D-E)	166
C.90 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.9$, 波高計アレイ : C-D-E)	167
C.91 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.1$, 波高計アレイ : A-G-N)	168
C.92 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : A-G-N)	169
C.93 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.9$, 波高計アレイ : A-G-N)	169
C.94 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.5$, 波高計アレイ : A-G-N)	170
C.95 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.5$, 波高計アレイ : A-G-N)	170
C.96 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.5$, 波高計アレイ : C-I-Q)	171
C.97 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : C-I-Q)	171
C.98 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.5$, 波高計アレイ : C-I-Q)	172
C.99 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.1$, 波高計アレイ : G-A-B)	174

C.100 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : G-A-B)	174
C.101 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.9$, 波高計アレイ : G-A-B)	175
C.102 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.5$, 波高計アレイ : G-A-B)	175
C.103 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.5$, 波高計アレイ : G-A-B)	176
C.104 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.5$, 波高計アレイ : G-A-C)	176
C.105 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : G-A-C)	177
C.106 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.5$, 波高計アレイ : G-A-C)	178
C.107 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.1$, 波高計アレイ : N-A-B)	178
C.108 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : N-A-B)	179
C.109 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.9$, 波高計アレイ : N-A-B)	179
C.110 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.1$, 波高計アレイ : I-C-D)	180
C.111 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.5$, 波高計アレイ : I-C-D)	180
C.112 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40, r=0.9$, 波高計アレイ : I-C-D)	181
C.113 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=10, r=0.5$, 波高計アレイ : I-C-D)	181
C.114 パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75, r=0.5$, 波高計アレイ : I-C-D)	182
D.1 θ_0 の推定誤差 (垂直アレイ)	183
D.2 r の推定誤差 (垂直アレイ)	183
D.3 θ_0 の推定誤差 (平行アレイ)	184
D.4 r の推定誤差 (平行アレイ)	184
D.5 θ_0 の推定誤差 (三角形アレイ)	184
D.6 r の推定誤差 (三角形アレイ)	184
D.7 θ_0 の推定誤差 (垂直アレイ)	185
D.8 r の推定誤差 (垂直アレイ)	185
D.9 θ_0 の推定誤差 (平行アレイ)	185
D.10 r の推定誤差 (平行アレイ)	185
D.11 θ_0 の推定誤差 (三角形アレイ)	186
D.12 r の推定誤差 (三角形アレイ)	186
D.13 θ_0 の推定誤差 (垂直アレイ)	187
D.14 r の推定誤差 (垂直アレイ)	187
D.15 θ_0 の推定誤差 (平行アレイ)	187
D.16 r の推定誤差 (平行アレイ)	187
D.17 θ_0 の推定誤差 (三角形アレイ)	188
D.18 r の推定誤差 (三角形アレイ)	188

表 一 覧

2.1 主な波動量の水面変動に対する伝達関数	11
2.2 方向スペクトルパラメター一覧	23
3.1 波浪場のパラメターの一覧	30
3.2 コヒーレンス, フェイズを計算した波浪場条件, 観測地点一覧	32
3.3 周波数幅の定義一覧	69
4.1 実験ケースの一覧	75
4.2 現地観測データの波浪場諸元一覧	93
4.3 反射率の概略値 (合田 (1990))	100
C.1 波浪場条件, 波高計アレイ一覧 ($\theta_p=180^\circ$, 反射面に垂直)	113
C.2 波浪場条件, 波高計アレイ一覧 ($\theta_p=180^\circ$, 反射面に平行)	122
C.3 波浪場条件, 波高計アレイ一覧 ($\theta_p=180^\circ$, 三角形アレイ)	131
C.4 波浪場条件, 波高計アレイ一覧 ($\theta_p=135^\circ$, 反射面に垂直)	143
C.5 波浪場条件, 波高計アレイ一覧 ($\theta_p=135^\circ$, 反射面に平行)	148
C.6 波浪場条件, 波高計アレイ一覧 ($\theta_p=135^\circ$, 三角形アレイ)	153
C.7 波浪場条件, 波高計アレイ一覧 ($\theta_p=95^\circ$, 反射面に垂直)	163
C.8 波浪場条件, 波高計アレイ一覧 ($\theta_p=95^\circ$, 反射面に平行)	168
C.9 波浪場条件, 波高計アレイ一覧 ($\theta_p=95^\circ$, 三角形アレイ)	173

第 1 章

序 論

1.1 研究の目的

海の波は不規則であり、無数の周波数と波向を持った成分波が含まれている。したがって、海の波を記述するためには、周波数と波向に関するエネルギー分布を考慮する必要があり、そのような分布を表すのが方向スペクトルである。これに対して、波向に関する分布は無視して周波数のみに関するエネルギー分布を表すのが周波数スペクトルである。周波数スペクトルは 1 点における水面変動データから求められる。このため現地観測が比較的容易で、これまでに多くのデータが集積されていくつかのスペクトルの標準形が提案されている。しかし、方向スペクトルに関しては、平面上の無数の地点における水面変動データが必要であるが、これを得るのは実際には不可能である。そこで、簡単に精度良く方向スペクトルを推定する方法が是非必要になる。

また、近年では海岸・海洋構造物の設計などにおいても、入力波浪として多方向不規則波浪を考慮することが一般的になってきており、方向スペクトルを用いることの重要性が高まってきている。さらに、多方向不規則波浪場において構造物前面での反射率を求める際には、入射波と反射波が共存しているような波浪場における方向スペクトルを推定することが必要となる。このような波浪場に対する方向スペクトルの推定法は、従来からいくつか提案されているが(磯部・近藤, 1983, 橋本・小舟, 1987, 橋本ら, 1993b など), 少ない波動量から実務に耐える精度で方向スペクトルを推定する方法は未だ確立されていない状況である。

本研究では、入射波と反射波が共存している多方向不規則波浪場において方向スペクトルを推定する方法を提案し、その有効性を数値シミュレーションを用いて検討する。さらに、室内実験、現地観測データに対しても適用してその適用性を議論している。また、構造物前面での反射率の合理的な推定法についても検討を行う。

本研究で提案する推定法は、波のエネルギーの方向分布を表す方向関数をいくつかのパラメータを用いて定式化し、そのパラメータを最尤法を用いて推定するという、簡単な原理に基づくものである。そのため本推定法が実務に応用されやすいものであると期待される。

1.2 研究の概要

第2章では、本研究で提案する円正規分布関数を用いた方向スペクトル推定法の推定理論、それに基づく定式化、さらに数値計算方法を詳しく説明する。また、それに先立って方向スペクトルに関する諸量の定義の説明を行い、従来から提案されている方向スペクトルの推定法を紹介する。

第3章では、本研究で提案した方向スペクトルの推定法の有効性・適用性を検討するために、数値シミュレーションによって得られた時系列データに対して適用する。その推定結果より、本研究の推定法の有効性・適用性について明らかにする。また、波高計アレイの形状・位置と方向スペクトルパラメータの推定値との関係も議論する。

第4章では、実測されたデータに対して本研究による推定法を適用してその結果を検討する。第1節では、室内実験によって得られたデータに対して適用してその結果を検討する。第2節では、福島県小名浜港内で行われた現地観測データによって得られたデータに対して適用して検討した結果を示す。

構造物前面の波浪場で方向スペクトルを推定することにより、構造物による波の反射率を求めることができる。しかし、本研究の推定法では反射率を周波数毎に定義しているので、その推定値をどのようにいわず固有の値としての構造物の反射率と関係づけるのかについて第3節で議論する。

最後に第5章では、本研究によって得られた結果を総括する。

第 2 章

方向スペクトルの推定理論

2.1 方向スペクトルに関する諸量の定義

2.1.1 方向スペクトル

水面変動が微小であるという仮定の下に、不規則な波は無数の周波数と波向を組み合わせた成分波の重ね合わせとして表現することができる。Koopmans (1974) によれば平面上の地点 \mathbf{x}_p ，時刻 t における水面変動 $\eta(\mathbf{x}_p, t)$ は次式のように表される。(堀川編, 1985)

$$\eta(\mathbf{x}_p, t) = \int_{\sigma} \int_{\mathbf{k}} \exp\{i(\mathbf{k}\mathbf{x}_p - \sigma t)\} A(d\mathbf{k}, d\sigma) \quad (2.1)$$

ここで、 σ は角周波数、 \mathbf{k} は波数ベクトルを表している。また、 $A(d\mathbf{k}, d\sigma)$ は $\mathbf{k} \sim \mathbf{k} + d\mathbf{k}$ ， $\sigma \sim \sigma + d\sigma$ の領域を代表する複素振幅であり、絶対値が成分波の振幅を、偏角が位相差を表している。式 (2.1) は不規則な水面変動が成分波の積分で表されることを示している。

さて $|A(d\mathbf{k}, d\sigma)|^2$ は対応する領域のエネルギーを代表するものである。ここで、波数ベクトルと角周波数に関するエネルギー密度を表すものとして方向スペクトル $S(\mathbf{k}, \sigma)$ を考えると、 $\mathbf{k} \sim \mathbf{k} + d\mathbf{k}$ ， $\sigma \sim \sigma + d\sigma$ の領域における波のエネルギーは $S(\mathbf{k}, \sigma) d\mathbf{k} d\sigma$ と表せるので、

$$S(\mathbf{k}, \sigma) d\mathbf{k} d\sigma = \langle A^*(d\mathbf{k}, d\sigma) A(d\mathbf{k}, d\sigma) \rangle \quad (2.2)$$

と書ける。ここに、 A^* は A の共役複素数を表し、 $\langle \rangle$ は確率変数の期待値を表すものとする。式 (2.2) は波数周波数スペクトルの定義である。

多方向不規則波浪場での水面変動を、周波数・波向成分の無数の重ね合わせによって表すには、式 (2.1) の他に次式のような書き方もできる。(例えば、合田, 1990, 光易, 1995)

$$\begin{aligned} \eta(\mathbf{x}_p, t) &= \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(\mathbf{k}_n \mathbf{x}_p - \sigma_n t + \epsilon_n) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos\{k_n(\cos \theta_n x_p + \sin \theta_n y_p) - \sigma_n t + \epsilon_n\} \end{aligned} \quad (2.3)$$

ここで、

$$\mathbf{k}_n = (k_n \cos \theta_n, k_n \sin \theta_n) \quad (2.4)$$

を用いている。また、 $a_n, k_n, \theta_n, \sigma_n, \epsilon_n$ はそれぞれ第 n 番目の成分波の振幅、波数、波向、角周波数、位相差を表している。水面変動 $\eta(x_p, t)$ は確率変数であるので、これらの変数に対して以下のような性質を仮定している。(i) k_n , あるいは σ_n は $0 \sim \infty$ の間に十分密に分布しており、微小区間 dk , あるいは $d\sigma$ をどこにとってもその中に無限に多くの k_n , あるいは σ_n の成分波が含まれている。(ii) θ_n は $0 \sim 2\pi$ に十分密に分布しており、微小区間 $d\theta$ をどこにとってもその中に無限に多くの θ_n の成分波が含まれている。(iii) ϵ_n は $0 \sim 2\pi$ に一様な確率で全くランダムに分布している。(iv) a_n は確率変数で、普通の意味では確定しない。しかしながら、波数 k が $k \sim k + dk$, 波向 θ が $\theta \sim \theta + d\theta$ の中に含まれるすべての成分波について各振幅の2乗 a_n^2 の和を計算すれば有限の確定した値を取り、その値を $S(k, \theta)$ とすると、

$$\sum_k \sum_{\theta} \frac{1}{2} a_n^2 = S(k, \theta) dk d\theta \quad (2.5)$$

と表される。

さて、式(2.2)では波のエネルギーが波数ベクトルと角周波数の関数として表現されているが、水面波では分散関係式(2.6)により波数と角周波数は1対1に対応している。

$$\sigma^2 = gk \tanh kh \quad (2.6)$$

つまり、分散関係式を満足しない波数に対してはエネルギー密度が0となり、分散関係式を満足する波数 k_σ に対してデルタ関数的な値となる。したがって、方向スペクトルはデルタ関数に波向 θ と角周波数 σ の関数を乗じたものとして表現できることになる。このように表現された方向スペクトルを、式(2.2)の独立変数だけを変えて $S(\sigma, \theta)$ と表示することにする。すなわち、 $d\mathbf{k} = k dk d\theta$ より、

$$S(\mathbf{k}, \sigma) = \delta(k - k_\sigma) S(\sigma, \theta) / k \quad (2.7)$$

である。したがって、式(2.2)により、

$$S(\sigma, \theta) = \langle A^*(d\sigma, d\theta) A(d\sigma, d\theta) \rangle \quad (2.8)$$

なお、分散関係式により σ と k は1対1に対応するので、方向スペクトルを表す独立変数として σ の代わりに k を用いて $S(k, \theta)$ (式(2.5))、さらに $S(\mathbf{k})$ と書くこともできる。海岸工学の分野では一般に角周波数 σ の代わりに周波数 f を用いて、

$$S(f, \theta) = \langle A^*(df, d\theta) A(df, d\theta) \rangle \quad (2.9)$$

によって方向スペクトルを定義している。

ここで、以上で挙げた方向スペクトルの表示式の関係をまとめておくと、

$$S(\mathbf{k}) d\mathbf{k} = S(\mathbf{k}, \sigma) dk d\sigma = S(k, \theta) dk d\theta = S(\sigma, \theta) d\sigma d\theta = S(f, \theta) df d\theta \quad (2.10)$$

より、

$$S(\mathbf{k}) = S(\mathbf{k}, \sigma) = \frac{S(k, \theta)}{k} = \delta(k - k_\sigma) \frac{S(\sigma, \theta)}{k} = \delta(k - k_\sigma) \frac{S(f, \theta)}{2\pi k} \quad (2.11)$$

となる。

また、方向スペクトル $S(f, \theta)$ を周波数スペクトル $P(f)$ と方向関数 $G(\theta|f)$ の積として、

$$S(f, \theta) = P(f)G(\theta|f) \quad (2.12)$$

と表すこともできる。方向関数は0以上の値を取り、かつ、

$$\int_0^{2\pi} G(\theta|f) d\theta = 1 \quad (2.13)$$

あるいは、

$$\int_0^{2\pi} S(f, \theta) d\theta = P(f) \quad (2.14)$$

の関係がある。

2.1.2 代表波向と方向分散指数

方向スペクトルは波向に関するエネルギーの密度をも示している。そこで、方向スペクトルの関数形から代表的な波向を定義すれば、多方向不規則波浪としての波向を知ることができるので便利である。さらに、波向に関するエネルギーの分散の程度を表す指数を定義すれば、代表波向とあわせて、方向特性の概略を表すことができる。

Longuet-Higgins (1957) は次式で示される方向スペクトルの原点回りのモーメントを用いて、

$$m_{pq} = \int_{\mathbf{k}} S(\mathbf{k}) (k \cos \theta)^p (k \sin \theta)^q d\mathbf{k} \quad (2.15)$$

代表波向として平均波向 θ_m および主波向 θ_p 、方向分散指数として long crestedness パラメータ γ を式 (2.16) ~ 式 (2.18) のように定義した。

$$\theta_m = \tan^{-1} \left(\frac{m_{01}}{m_{10}} \right) \quad (2.16)$$

$$\theta_p = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2m_{11}}{m_{20} - m_{02}} \right) \quad (2.17)$$

$$\gamma = \left\{ \frac{(m_{20} + m_{02}) - \sqrt{(m_{20} - m_{02})^2 + 4m_{11}^2}}{(m_{20} + m_{02}) + \sqrt{(m_{20} - m_{02})^2 + 4m_{11}^2}} \right\}^{1/2} \quad (2.18)$$

ここで、逆正接 \tan^{-1} は分子、分母の符号がそれぞれ \cos , \sin の符号に一致するように $(0, 2\pi)$ から決める。平均波向は波浪の平均的な波向を表す。主波向は、座標軸を回転させたときに、座標軸上の2乗平均波数が最大、すなわち波の峰が最も密に並んでいる方向である。long crestedness パラメータは、波数の rms 値 (2乗平均の平方根) について、主波向と直角の方向と主波向の方向との比をとったものである。1方向波浪系においては、方向集中度が高いほど γ が0に近づき、方向分散性が高まるほど1に近づく。

これらの代表値は1方向波浪系に対しては有効なものであるが、2方向波浪系に用いるには注意を要する。2方向波浪のそれぞれの振幅が等しい場合、平均波向は2つの波向の2等分線となるのに対して、主波向はそれらの外角の2等分線となる。これに対応して、主

波向から定義される long crestedness パラメターの値は、交差角が 90° のとき最大値 1 をとり、それ以上では減少してしまう。これは交差角が大きいほど方向分散性が大きいとみなすという考え方に反する。この問題を解決するため、合田 (1981) は新たな方向分散指数として、平均分散角 θ_κ を次式によって定義した。

$$\theta_\kappa = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{m_{00}(m_{01}^2 m_{20} - 2m_{10}m_{01}m_{11} + m_{10}^2 m_{02})}}{m_{10}^2 + m_{02}^2} \right) \quad (2.19)$$

この平均分散角 θ_κ は、平均波向からの波のエネルギーの平均的分散角を表しており、1 方向波浪場では $\theta_\kappa=0$ であり、無指向性波浪では $\theta_\kappa=90^\circ$ となる。

2.1.3 方向関数の標準形

方向スペクトルに関する理論的な考察を進めたり、現地観測によって得られた結果を規格化するために、方向関数の標準形が用いられる。本節では、現在までに提案されている、光易型、円正規分布型および双曲線関数型 ($\text{sech}^2 \alpha \theta$ 型) の方向関数を紹介し、それらを比較する。これらの標準形はいずれもピークを与える波向に対して対称な形となっており、平均波向 θ_m と主波向 θ_p は等しい。そこで以下の説明では一般性を失うことなく、 $\theta_m = \theta_p = 0^\circ$ とする。

図-2.1は以下に説明する方向関数を様々な方向集中度に対して示したものである。図より、方向集中度を表すパラメターを適切に決定することによりほぼ同じ方向分布形を表現できることがわかる。

光易型方向関数

Mitsuyasu ら (1975) はクローバーブイを開発し、日本周辺の広範な海域において海洋波の方向スペクトルの測定を行った。その測定結果を基にして次式によって表される方向関数を提案した。これが光易型方向関数と呼ばれるものである。

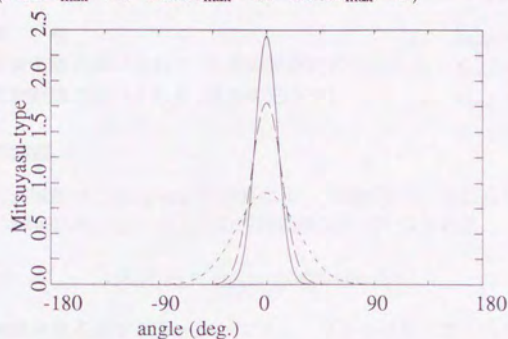
$$G_m(\theta|f) = \frac{2^{2s-1}}{\pi} \frac{\Gamma^2(s+1)}{\Gamma(2s+1)} \left(\cos \frac{\theta}{2} \right)^{2s} \quad (2.20)$$

ここで、 s は方向関数の尖鋭度すなわち波浪の方向集中度を表すパラメターであり、 s の値が大きいほど方向集中度が高い。以下本研究ではこの s を「方向集中度パラメター」と呼ぶ。また、 $\Gamma(x)$ は Gamma 関数を表している。

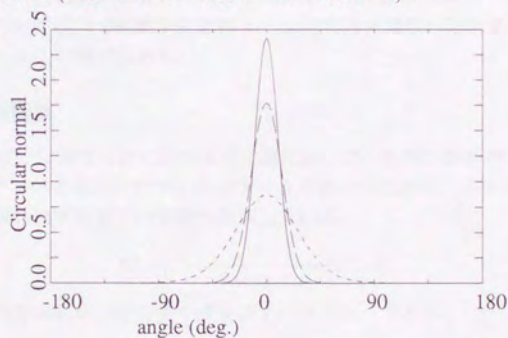
Mitsuyasu ら (1975) では、方向集中度パラメター s を海上の風速に関係付けて表現しているが、これでは工学的に使いにくいので、合田・鈴木 (1975) は次式のように書き換えた。

$$s = \begin{cases} s_{\max} \left(\frac{f}{f_p} \right)^5 & : f \leq f_p \\ s_{\max} \left(\frac{f}{f_p} \right)^{-2.5} & : f \geq f_p \end{cases} \quad (2.21)$$

光易型方向関数 (実線: $s_{\max}=75$, 破線: $s_{\max}=40$, 点線: $s_{\max}=10$)



円正規分布型方向関数 (実線: $a=37.5$, 破線: $a=20$, 点線: $a=5$)



双曲線関数型方向関数 (実線: $\alpha=5.0$, 破線: $\alpha=3.5$, 点線: $\alpha=1.8$)

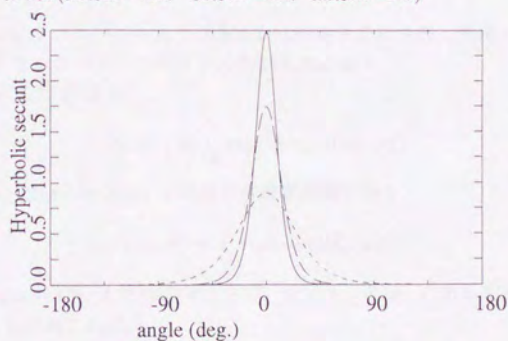


図-2.1: 方向関数の標準形の比較

ここで, s_{\max} は s の最大値であり, 波浪場の状態に応じて次式のような値を提案している.

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{風 波} & : s_{\max} = 10 \\ \text{減衰距離の短いねり (波形勾配が比較的大)} & : s_{\max} = 25 \\ \text{減衰距離の長いねり (波形勾配が小)} & : s_{\max} = 75 \end{array} \right. \quad (2.22)$$

円正規分布型方向関数

円正規分布型方向関数は, Borgman (1969) によって提案され, 山口ら (1977) などによって現地観測結果の解析に用いられた. この方向関数は次式で表される.

$$G_c(\theta|f) = \frac{1}{2\pi I_0(a)} \exp(a \cos \theta) \quad (2.23)$$

ここで, a は方向集中度を表すパラメータであり, 以下本研究では「方向集中度係数」と呼ぶ. また, $I_n(x)$ は n 次の変形された第1種 Bessel 関数を表している.

$a \gg 1$ において, 円正規分布型方向関数と光易型方向関数はほぼ同じ形となり, このとき円正規分布型方向関数の方向集中度係数 a と光易型方向関数の方向集中度パラメータ s との間には, $a = s/2$ の関係にある.

双曲線関数型方向関数

Donelan ら (1985) は湖ならびに大型風洞水槽において, 波高計群を用いて高い分解能で風波の方向スペクトルを精密に計測しそのデータを解析した結果, 方向関数として次式に示されるような双曲線関数型方向関数を提案している.

$$G_s(\theta|f) = \frac{\alpha}{2 \tanh \pi \alpha} \operatorname{sech}^2(\alpha \theta) \quad (2.24)$$

ここで, α はこの方向関数の方向集中度を表すパラメータである.

2.1.4 方向スペクトルとクロスパワースペクトル

方向スペクトルをクロスパワースペクトルから推定する式を導く準備として, ここでは, 方向スペクトルとクロスパワースペクトルの関係式を導く.

水面変動の表示式 (2.1) より,

$$Z_p(d\sigma) = \int_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{x}_p) A(d\mathbf{k}, d\sigma) \quad (2.25)$$

とおけば, $Z_p(d\sigma)$ は $\sigma \sim \sigma + d\sigma$ を代表する複素振幅であり,

$$\eta(\mathbf{x}_p, t) = \int_{\sigma} \exp(-i\sigma t) Z_p(d\sigma) \quad (2.26)$$

となる. Koopmans (1974) と同様の考え方で, 地点 \mathbf{x}_p と \mathbf{x}_q の水面変動の間のクロススペクトル $\Phi_{pq}(\sigma)$ を定義すれば,

$$\Phi_{pq}(\sigma) d\sigma = \langle Z_p^*(d\sigma) Z_q(d\sigma) \rangle \quad (2.27)$$

である。 $p = q$ の場合、 $\Phi_{pp}(\sigma)$ はパワースペクトルを表すことになる。そこで、 $\Phi_{pq}(\sigma)$ のことをクロスパワースペクトルと呼ぶことにする。式(2.27)に式(2.25)を代入すると、

$$\Phi_{pq}(\sigma)d\sigma = \left\langle \int_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{x}_p) A(d\mathbf{k}, d\sigma) \int_{\mathbf{k}'} \exp(-i\mathbf{k}'\mathbf{x}_q) A^*(d\mathbf{k}', d\sigma) \right\rangle \quad (2.28)$$

となるが、確率変数である複素振幅 $A(d\mathbf{k}, d\sigma)$ と $A^*(d\mathbf{k}', d\sigma)$ とは $\mathbf{k} \neq \mathbf{k}'$ のとき互いに独立であることと、方向スペクトルの定義式(2.2)より、

$$\langle A(d\mathbf{k}, d\sigma) A^*(d\mathbf{k}', d\sigma) \rangle = \begin{cases} 0 & (\mathbf{k} \neq \mathbf{k}') \\ S(\mathbf{k}, \sigma) d\mathbf{k} d\sigma & (\mathbf{k} = \mathbf{k}') \end{cases} \quad (2.29)$$

であるから、式(2.28)は、

$$\Phi_{pq}(\sigma) = \int_{\mathbf{k}} \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{X}_{pq}) S(\mathbf{k}, \sigma) d\mathbf{k} \quad (2.30)$$

または、

$$\Phi_{pq}(f) = \int_0^{2\pi} \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{X}_{pq}) S(f, \theta) d\theta \quad (2.31)$$

と書き表される。ここで、 \mathbf{X}_{pq} は観測地点間を結ぶ距離ベクトルで、次式で示される。

$$\mathbf{X}_{pq} = \mathbf{x}_q - \mathbf{x}_p \quad (2.32)$$

式(2.30)または式(2.31)が方向スペクトルとクロスパワースペクトルの関係式であり、方向スペクトルの推定法では、この式を用いてクロスパワースペクトルから方向スペクトルを推定している。

入・反射波共存場における方向スペクトルとクロスパワースペクトルの関係

式(2.30)または式(2.31)で示される方向スペクトルとクロスパワースペクトルの関係式は、無数の周波数成分と波向成分がランダムに重ね合わさった波浪場において成立する式である。しかし、波浪場が入射波と反射波で構成されているような場合には、入射波成分と反射波成分の位相差がランダムではないために、式(2.29)はそのままの形で成立しない(合田, 1980)。

そこで、磯部・近藤(1983)は入・反射波共存場での水面変動を次式のように表し、クロスパワースペクトルの表示式を導いた。

$$\eta(\mathbf{x}_p, t) = \int_{\sigma} \int_{\mathbf{k}} \left[\exp\{i(\mathbf{k}\mathbf{x}_p - \sigma t + \epsilon)\} + r \exp\{i(\mathbf{k}_r\mathbf{x}_p - \sigma t + \epsilon)\} \right] A(d\mathbf{k}, d\sigma) \quad (2.33)$$

ここで、 \mathbf{k}_r は入射波の波数ベクトル \mathbf{k} に対する反射波の波数ベクトルを表している。本研究では、入・反射波共存場の座標系を図-2.2に示すように、 y 軸を反射面として $x > 0$ の領域に波浪場が存在するように定義している。また、 ϵ は個々の成分波の位相差を表しており、 r は反射面における反射率を表している。式(2.33)では、反射率 r は周波数と波

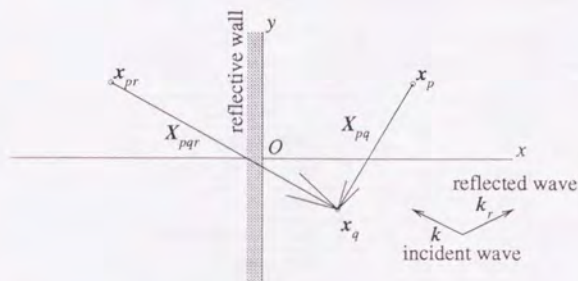


図-2.2: 座標系の定義図

向の関数として表されている。次に、式(2.25)と同様に $\sigma \sim \sigma + d\sigma$ を代表する複素振幅を次式のように定義する。

$$Z_p(d\sigma) = \int_{\mathbf{k}} \{ \exp\{-i(\mathbf{k}\mathbf{x}_p + \varepsilon)\} + r \exp\{-i(\mathbf{k}_r\mathbf{x}_p + \varepsilon)\} \} A(d\mathbf{k}, d\sigma) \quad (2.34)$$

さらに式(2.28)と同様の考え方で式変形を行うと、入・反射波共存場のクロスパワースペクトルの表示式として次式が得られる。

$$\Phi_{pq}(\sigma) = \int_{\mathbf{k}} S(\mathbf{k}, \sigma) \{ \exp(i\mathbf{k}\mathbf{x}_p) + r \exp(i\mathbf{k}\mathbf{x}_{pr}) \} \{ \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{x}_q) + r \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{x}_{qr}) \} d\mathbf{k} \quad (2.35)$$

または、

$$\Phi_{pq}(f) = \int_0^{2\pi} S(f, \theta) \{ \exp(i\mathbf{k}\mathbf{x}_p) + r \exp(i\mathbf{k}\mathbf{x}_{pr}) \} \{ \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{x}_q) + r \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{x}_{qr}) \} d\theta \quad (2.36)$$

ここで、 \mathbf{x}_{pr} , \mathbf{x}_{qr} はそれぞれ \mathbf{x}_p , \mathbf{x}_q の反射面に対して対称な点の位置ベクトルを表しており、 $S(\mathbf{k}, \sigma)$, $S(f, \theta)$ は入射波の方向スペクトルを表している。

入・反射波共存場における方向スペクトルの推定理論では式(2.30)または式(2.31)の代わりに式(2.35)または式(2.36)を用いる。

水面変動以外の波動量によるクロスパワースペクトルの表示式

以上の議論では、波浪場で得られる波動量として水面変動のみを対象にしたが、実際の現地観測などでは異なった地点の水面変動を同時観測するより同一地点の水圧・水粒子速度を測定の方が容易な場合もある。さらに、クローバーブイなどを用いると水面変動加速度・水面勾配・水面曲率が得られる。ここでは、そのような水面変動以外の波動量を用いたクロスパワースペクトルの表示式を導いておく。

表-2.1: 主な波動量の水面変動に対する伝達関数

対 象	記 号	伝達関数
水面変動	η	1
水压変動	ζ	$\rho g \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}$
水面変動加速度	η_{tt}	$-\sigma^2$
水面勾配 (x 方向)	η_x	$ik \cos \theta$
(y 方向)	η_y	$ik \sin \theta$
水面曲率 (x - x 方向)	η_{xx}	$-k^2 \cos^2 \theta$
(x - y 方向)	η_{xy}	$-k^2 \cos \theta \sin \theta$
(y - y 方向)	η_{yy}	$-k^2 \sin^2 \theta$
水粒子速度 (x 方向)	u	$\sigma \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \cos \theta$
(y 方向)	v	$\sigma \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \sin \theta$
(z 方向)	w	$-i\sigma \frac{\sinh k(h+z)}{\sinh kh}$

水面変動 $\eta(\mathbf{x}, t)$ を入力信号とした場合、これと線形な関係にある任意の出力信号を $\xi(\mathbf{x}, t)$ とし、複素伝達関数 (周波数応答関数) を $H(\mathbf{k}, \sigma)$ とする。 $\eta(\mathbf{x}, t)$ が式 (2.1) のように表されるので、 $\xi(\mathbf{x}, t)$ は、

$$\xi(\mathbf{x}, t) = \int_{\sigma} \int_{\mathbf{k}} H(\mathbf{k}, \sigma) \exp\{i(\mathbf{k}\mathbf{x} - \sigma t)\} A(d\mathbf{k}, d\sigma) \quad (2.37)$$

と表される。ここで、複素伝達関数 $H(\mathbf{k}, \sigma)$ の絶対値および偏角は、入力信号に対する出力信号の振幅の倍率および位相の遅れを表す。表-2.1は、主な波動量に対する複素伝達関数の一覧を磯部ら (1984) に基づいて示したものである。

水面変動相互の場合と同様な議論により、一般的な場合の波数周波数スペクトルとクロスパワースペクトルとの関係を求めると、

$$\Phi_{pq}(\sigma) = \int_{\mathbf{k}} H_p(\mathbf{k}, \sigma) H_q^*(\mathbf{k}, \sigma) \exp(-i\mathbf{k} \mathbf{X}_{pq}) S(\mathbf{k}, \sigma) d\mathbf{k} \quad (2.38)$$

または、

$$\Phi_{pq}(f) = \int_0^{2\pi} H_p(f, \theta) H_q^*(f, \theta) \exp(-i\mathbf{k} \mathbf{X}_{pq}) S(f, \theta) d\theta \quad (2.39)$$

となる。これらの式において、 $H_p(\mathbf{k}, \sigma) = H_q(\mathbf{k}, \sigma) = 1$ とおけば、水面変動間のクロスパワースペクトルとなり、式 (2.30) または式 (2.31) と一致する。方向スペクトルの推定式はすべてこの関係に基づいている。

2.2 既往の方向スペクトル推定法

波高計アレイによって得られた水面変動データを基にして方向スペクトルを推定する方法は、これまでに数多く提案されてきた。本節では、代表的な既往の推定法を、直接フーリエ変換法、パラメータ法、MNM法、最尤法、最大エントロピー原理法、ベイズ型モデルを用いる方法に分けて、それぞれの推定法を簡単に説明する。

2.2.1 直接フーリエ変換法

Barber (1963) は波高計アレイで得られる水面変動のデータを用いて、方向スペクトルを推定する方法を提案した。この方法は方向スペクトルとクロスパワースペクトルの関係式(式(2.30))をそのまま用いて方向スペクトルを推定する方法である。

波高計間の距離ベクトルを X 、それに対応するクロスパワースペクトルを $\Phi(X, \sigma)$ と表すと、方向スペクトル $S(k, \sigma)$ とクロスパワースペクトルの関係式は式(2.30)の記号を変えることにより式(2.40)のように表される。

$$\Phi(X, \sigma) = \int_k \exp(-ikX) S(k, \sigma) dk \quad (2.40)$$

この式のフーリエ逆変換をとることにより、方向スペクトルの表示式が式(2.41)のように求められる。

$$S(k, \sigma) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int X \exp(ikX) \Phi(X, \sigma) dX \quad (2.41)$$

いま、 N 組の波高計の組み合わせで X_n と $\Phi_n(\sigma) (= \Phi(X_n, \sigma))$ が得られているとすると、式(2.41)を離散的に表現した式を用いて、方向スペクトルの推定値 $\hat{S}(k, \sigma)$ を式(2.42)のように表すことができる。

$$\hat{S}(k, \sigma) \approx \kappa_0 \sum_{n=1}^N \exp(ikX_n) \Phi(X_n, \sigma) \quad (2.42)$$

ここで、 κ_0 は観測地点でのパワースペクトルの合計を合わせるための比例定数である。式(2.42)によれば、観測されていない X に対応する $\Phi(X, \sigma)$ は 0 であるとして、方向スペクトルを推定している。これが Barber (1963) が提案した直接フーリエ変換法 (Direct Fourier Transform; DFT) である。

式(2.42)より、波高計間の距離ベクトル X が広い範囲で高密度に分布しているとする、方向スペクトルの推定値 $\hat{S}(k, \sigma)$ の精度が良くなる。しかし、現実には高々有限個の波高計による波高計アレイを用いて推定することになるので、推定される方向スペクトルに負の値が出現したり、分解能が低くなったりすることは避けられない。

この理由により直接フーリエ変換法を用いて方向スペクトルを推定する際には、波高計間の距離ベクトルが重ならず、様々な距離と角度を持った距離ベクトルが存在するような波高計アレイを用いる必要がある。このような波高計アレイの配置について合田 (1990) が検討している。

2.2.2 パラメーター法

パラメーター法とは、方向スペクトルまたは方向関数をパラメーターで定式化し、そのパラメーターを推定することにより方向スペクトルを推定する方法である。後に述べる推定法の中には、方向スペクトルを便宜的にパラメーターで表現しているものもあるが、ここで説明するパラメーター法は、パラメーターが観測で得られたクロスパワースペクトルから直接計算されるという点で区別される。

以下では、パラメーター法としてピッチロールブイで観測されたデータを用いて方向スペクトルを推定する Longuet-Higgins ら (1963) の方法と、波高計アレイによって観測されたデータを用いる Borgman (1969) の方法を説明する。

Longuet-Higgins らの方法

Longuet-Higgins ら (1963) はピッチロールブイを用いて得られる鉛直加速度および水平2方向の水面勾配のデータから方向スペクトルを推定する方法を提案した。この場合、方向スペクトルをフーリエ展開したものの第2成分までの係数が厳密に求められる。

方向スペクトルを次式のようにフーリエ展開した式で表されると仮定する。

$$\hat{S}(f, \theta) = a_0 + \sum_{n=1}^N (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \quad (2.43)$$

ここで、 a_n, b_n はフーリエ係数である。(水面での) 鉛直加速度、 x, y 方向の水面勾配に対して、それぞれ 1, 2 および 3 と番号を付ける。表-2.1と式 (2.37) より、それぞれの波動量の水面変動への伝達関数が、

$$\left. \begin{aligned} H_1(f, \theta) &= -\sigma^2 \\ H_2(f, \theta) &= ik \cos \theta \\ H_3(f, \theta) &= ik \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (2.44)$$

と、表されることにより、式 (2.38) を用いてこれらのクロスパワースペクトルを求めると、次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{11}(f) &= 2\pi\sigma^2 a_0 \\ \Phi_{22}(f) &= \pi k^2 \left(a_0 + \frac{1}{2} a_2 \right) \\ \Phi_{33}(f) &= \pi k^2 \left(a_0 - \frac{1}{2} a_2 \right) \\ \Phi_{12}(f) &= i\pi\sigma^2 k a_1 \\ \Phi_{13}(f) &= i\pi\sigma^2 k b_1 \\ \Phi_{23}(f) &= \frac{\pi}{2} k^2 b_2 \end{aligned} \right\} \quad (2.45)$$

よって、フーリエ係数の第2成分までは以下のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{C_{11}(f)}{2\pi\sigma^2} \\ a_1 &= -\frac{Q_{12}(f)}{\bar{Q}_{13}(f)} \\ b_1 &= \frac{\pi\sigma^2 k}{\bar{Q}_{13}(f)} \\ a_2 &= \frac{C_{22}(f) - C_{33}(f)}{2C_{23}(f)} \\ b_2 &= \frac{2C_{23}(f)}{\pi k^2} \end{aligned} \right\} \quad (2.46)$$

ここで、 C_{pq} 、 Q_{pq} はクロスパワースペクトル Φ_{pq} のコスpectrum, クォドラチャスペクトル (quadrature-spectrum) をそれぞれ表しており、これらの間の関係は次式で表される。

$$\Phi_{pq}(f) = C_{pq}(f) - iQ_{pq}(f) \quad (2.47)$$

結局、式(2.46)より、方向スペクトルの推定値は次式のように表される。

$$\hat{S}_1(f, \theta) = a_0 + (a_1 \cos \theta + b_1 \sin \theta) + (a_2 \cos 2\theta + b_2 \sin 2\theta) \quad (2.48)$$

ここで、方向スペクトルの推定値 $\hat{S}_1(f, \theta)$ が真の方向スペクトル $S(f, \theta)$ にウィンドー関数 $W(\theta, \theta')$ をかけたものとして求められているとすると、 $\hat{S}_1(f, \theta)$ は次式のように表される。

$$\hat{S}_1(f, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} S(f, \theta') W(\theta, \theta') d\theta' \quad (2.49)$$

このとき、ウィンドー関数 $W_1(\theta, \theta')$ は次式のように表される。

$$W_1(\theta, \theta') = 1 + 2 \cos(\theta - \theta') + 2 \cos 2(\theta - \theta') \quad (2.50)$$

しかし、式(2.50)で表されるウィンドー関数では $W_1 < 0$ (すなわち $\hat{S}_1 < 0$) となる場合があることから、Longuet-Higgins ら (1963) ではウィンドー関数 W_2 を常に $W_2 > 0$ となるように

$$W_2(\theta, \theta') = \frac{8}{3} \left(\cos \frac{(\theta - \theta')}{2} \right)^4 \quad (2.51)$$

とにおいて、方向スペクトルの推定値を求めることを提案している。このウィンドー関数をかけて求められる方向スペクトルの推定式は式(2.48)のフーリエ係数に重みを付けることによって、次式のように表される。

$$\hat{S}_2(f, \theta) = \frac{1}{2} a_0 + \frac{2}{3} (a_1 \cos \theta + b_1 \sin \theta) + \frac{1}{6} (a_2 \cos 2\theta + b_2 \sin 2\theta) \quad (2.52)$$

この推定法は、鉛直加速度の代わりに水面変動、または鉛直方向の水粒子速度を用いた場合でも上と同様に適用することができる。また、光易ら (1973) が開発したクローバー型波浪計を用いると、鉛直加速度と水面勾配だけでなく、3種類の水面曲率まで求められることから、式(2.43)において、4次のフーリエ係数まで求められることになる。

Borgman 法

Borgman (1969) は、方向スペクトルが式 (2.43) のようにフーリエ展開されるとして、有限個の地点で測定された水面変動データに対して方向スペクトルを推定する方法を提案している。

いま、 M 組の波高計の組み合わせで水面変動データが得られているとし、それらの波高計間の距離ベクトル、クロスパワースペクトルをそれぞれ $X_m, \Phi_m(f)$ (ただし、 $m=-M \sim M$) と表すと、クロスパワースペクトルは次式のように表される。

$$\Phi_m(f) = 2\pi a_0 J_0(kR_m) + 2\pi \sum_{n=1}^N \{(-i)^n J_n(kR_m)(a_n \cos n\Theta_m + b_n \sin n\Theta_m)\} \quad (2.53)$$

ただし、 $X_m = (R_m \cos \Theta_m, R_m \sin \Theta_m)$ としており、さらに Bessel 関数 $J_n(x)$ に関する公式 (式 (2.54)) を用いている。

$$J_n(x) = \frac{1}{\pi i^n} \int_0^\pi \exp(ix \cos \theta) \cos n\theta d\theta \quad (2.54)$$

式 (2.53) を実数部 (コスペクトル) と虚数部 (クオドラチャスペクトル) に分けて書くと次式のようになる。

$$\begin{aligned} C_m(f) = & 2\pi a_0 J_0(kR_m) \\ & - 2\pi J_2(kR_m)(a_2 \cos 2\Theta_m + b_2 \sin 2\Theta_m) \\ & + 2\pi J_4(kR_m)(a_4 \cos 4\Theta_m + b_4 \sin 4\Theta_m) \\ & - 2\pi J_6(kR_m)(a_6 \cos 6\Theta_m + b_6 \sin 6\Theta_m) \\ & \vdots \\ & + (-1)^{n_e/2} 2\pi J_{n_e}(kR_m)(a_{n_e} \cos n_e \Theta_m + b_{n_e} \sin n_e \Theta_m) \end{aligned} \quad (2.55)$$

$$\begin{aligned} Q_m(f) = & 2\pi J_1(kR_m)(a_1 \cos \Theta_m + b_1 \sin \Theta_m) \\ & - 2\pi J_3(kR_m)(a_3 \cos 3\Theta_m + b_3 \sin 3\Theta_m) \\ & + 2\pi J_5(kR_m)(a_5 \cos 5\Theta_m + b_5 \sin 5\Theta_m) \\ & \vdots \\ & + (-1)^{(n_o-1)/2} 2\pi J_{n_o}(kR_m)(a_{n_o} \cos n_o \Theta_m + b_{n_o} \sin n_o \Theta_m) \end{aligned} \quad (2.56)$$

ここで、 n_e, n_o はそれぞれ N を超えない最大の偶数、奇数を表している。式 (2.55)、式 (2.56) において、独立の式は全部で $2M+1$ 個あることになる。また未知数であるフーリエ係数の個数は $2N+1$ であることから、 $N \leq M$ ならば、フーリエ係数の値を決定することができる。最小2乗法を用いることにより、添字が偶数のフーリエ係数は式 (2.55) から、添字が奇数のフーリエ係数は式 (2.56) から求められる。

このようにして求められた方向スペクトルでは、負の値を生じることがあるので、Panicker・Borgman (1974) では、得られた方向スペクトルに次式で表されるウィンドー関数 $W(\theta, \theta')$

をかけることを提案している.

$$W(\theta, \theta') = \frac{2\pi(2N)!}{2^{2N}(N!)^2} \left(\cos \frac{\theta - \theta'}{2} \right)^{2N} \quad (2.57)$$

このウィンドー関数を用いた方向スペクトルの推定式は次式のように表される.

$$\hat{S}(f, \theta) = a_0 + \sum_{n=1}^N \frac{(N!)^2}{(N+n)!(N-n)!} (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \quad (2.58)$$

ただし, フーリエ係数の最大次数 N は方向スペクトルの推定値が安定である範囲で設定する必要がある, その設定方法などを山口ら (1977), 山口・土屋 (1980) などが検討している.

2.2.3 MNM 法

Long・Hasselmann (1979) によって提案された方法で, Hasselmann ら (1980) では “maximum likelihood technique” (ML 法) と呼ばれており, Lawson・Long (1983) では “minimum-nastiness method” (MNM) と呼ばれているので, ここでは次節で説明するいわゆる最尤法と区別するために, MNM 法と呼ぶことにする.

この推定法では, 観測されたクロスパワースペクトルが持つ統計的誤差や, 方向スペクトルが真の方向スペクトルとして予想される “モデル” 方向スペクトルとの一致度などを考慮して, “nastiness function” (不快感合いを表す関数, Long・Hasselmann, 1979) が提示されているのが特徴である. この関数がある拘束条件の下で最小化することにより, 方向スペクトルを推定する方法が MNM 法である.

M 組の観測された波動量の組み合わせによって得られるクロスパワースペクトル ϕ_m は次式のように表される.

$$\phi_m = \int_0^{2\pi} S(f, \theta) B_m d\theta \quad (2.59)$$

ここで, B_m は核ベクトル (kernel vector) と呼ばれており (Long・Hasselmann, 1979), 例えば水面変動データを対象としている時は次式のように表される.

$$B_m = \exp\{-ikR_m \cos(\theta - \Theta_m)\} \quad (2.60)$$

実際に観測されたクロスパワースペクトル $\hat{\phi}_m$ には真の値 (式 (2.59)) に観測誤差 $\Delta\phi_m$ が含まれており, $\Delta\phi_m$ は次式のように表される.

$$\Delta\phi_m = \hat{\phi}_m - \int_0^{2\pi} S(f, \theta) B_m d\theta \quad (2.61)$$

ここで, 方向スペクトルの推定値 \hat{S} が必ず $\hat{S} \geq 0$ となる条件,

$$\int_0^{2\pi} (\hat{S} - |\hat{S}|)^2 d\theta = 0 \quad (2.62)$$

および, 真の値として望ましいモデル方向スペクトル \hat{S}' に対する一致度,

$$\int_0^{2\pi} (\hat{S} - \hat{S}')^2 d\theta = 0 \quad (2.63)$$

を考慮して, nastiness function f_{nasti} を次式のように表す.

$$f_{\text{nasti}} = w_{\alpha} \sum_{m,n}^M \Delta\Phi_m V_{mn}^{-1} \Delta\Phi_n + w_{\beta} \int_0^{2\pi} (\hat{S} - |\hat{S}|)^2 d\theta + \int_0^{2\pi} (\hat{S} - \hat{S}')^2 d\theta \quad (2.64)$$

ここで, V_{mn} は誤差 (共分散) マトリクスであり次式のように表される (例えば, Jenckins・Watts, 1968).

$$V_{mn} = \langle \Delta\Phi_m \Delta\Phi_n \rangle \quad (2.65)$$

また, w_{α} , w_{β} はそれぞれ式 (2.64) の第3項に対する第1項, 第2項の重みを表している.

ここで, 変分法を利用することにより, f_{nasti} を最小にする方向スペクトルの推定値を求める. 式 (2.59) の変分をとると次式のようになる.

$$\delta(\Delta\Phi_m) = - \int_0^{2\pi} B_m \delta\hat{S} d\theta \quad (2.66)$$

この式を用いて, 式 (2.64) の変分を求めると次式のようになる.

$$\delta(f_{\text{nasti}}) = \int_0^{2\pi} \left\{ 2(\hat{S} - \hat{S}') + 4w_{\beta}(\hat{S} - |\hat{S}|) - 2w_{\alpha} \sum_{m,n}^M \Delta\Phi_m V_{mn}^{-1} B_n \right\} \delta\hat{S} d\theta = 0 \quad (2.67)$$

nastiness function が最小となるためには, その変分が0にならなければならない. よって, 方向スペクトルの推定値は

$$\hat{S} = \begin{cases} \hat{S}' + w_{\alpha} \sum_{m,n}^M \Delta\Phi_m V_{mn}^{-1} B_n & (\hat{S} > 0) \\ (1 - 4w_{\beta})^{-1} (\hat{S}' + w_{\alpha} \sum_{m,n}^M \Delta\Phi_m V_{mn}^{-1} B_n) & (\hat{S} \leq 0) \end{cases} \quad (2.68)$$

と表される. ここで, 方向スペクトルの推定値が常に非負の値を取ることを強い拘束条件にするために, nastiness function において重み係数 w_{β} を無限大にする. こうして得られた方向スペクトルの推定値は次式のように表される.

$$\hat{S} = \begin{cases} \hat{S}' + w_{\alpha} \sum_{m,n}^M \Delta\Phi_m V_{mn}^{-1} B_n & (\hat{S} > 0) \\ 0 & (\hat{S} \leq 0) \end{cases} \quad (2.69)$$

MNM法では, 式 (2.69) の w_{α} , V_{mn} をパラメーターとして繰り返し計算によって方向スペクトルを推定する. Hasselmann ら (1980) や Lawson・Long (1983) では, 現地で観測されたデータに対して, それらのパラメーターの値を計算している.

また, Herbers・Guza (1990) は上述の nastiness function にさらに

$$\int_0^{2\pi} \left(\frac{d^2 \hat{S}}{d\theta^2} \right)^2 d\theta = 0 \quad (2.70)$$

という拘束条件を加えることによって, より方向分布が滑らかな方向スペクトルを推定する方法を提案している.

2.2.4 最尤法

最尤法 (Maximum Likelihood Method; MLM) は Capon (1969) により地震波の方向スペクトルを求める際の分解能を向上させる目的で提案された。その後、Oakeley・Lozow (1977)、合田 (1980) などによって海の波の方向スペクトルの観測に応用されてきた。海の波の方向スペクトルを最尤法で推定すると分解能が高くなりすぎることから、Davis・Regier (1977) は分解能をある程度抑える推定法として、DASE 法 (Data Adaptive Spectral Estimator) を導いた。山口・土屋 (1980) は数値シミュレーションを用いて最尤法、DASE 法の推定精度を検討している。

最尤法では、波浪場を各周波数成分毎に1つの成分波とノイズが混在していると仮定し、ある波向成分の波のみを通過させてそれ以外の波を減衰させるという数値フィルターの設計理論に基づいて、方向スペクトルを次式のように推定している。

$$\hat{S}(f, \theta) = \kappa_0 \left\{ \sum_{p,q}^M \phi_{pq}^{-1}(f) H_p^*(f, \theta) H_q(f, \theta) \exp(ik \mathbf{X}_{pq}) \right\}^{-1} \quad (2.71)$$

ここで、 κ_0 は観測地点でのパワースペクトルの合計を合わせるための比例定数である。なお、式 (2.71) は Capon (1969) が提案した推定法を磯部ら (1984) が水面変動以外のデータに対しても適用できるように拡張した拡張最尤法 (Extended Maximum Likelihood Method; EMLM) による推定式を示している。この式からもわかるように、最尤法による方向スペクトルの推定は、数値計算におけるアルゴリズムが簡明で計算時間が短いことが特徴である。

Pawka (1983) や Oltman-Shay・Guza (1984) は最尤法を用いて推定された方向スペクトルを用いてもう一度計算したクロスパワースペクトルの組み合わせが、観測によって求められるものと大きく異なっていることから、それらを繰り返し計算によって一致させるようなアルゴリズムを提案している (Iterative MLM; IMLM)。また、Marsden・Juszko (1987) はクロスパワースペクトルの組み合わせ (行列) が、その固有値、固有ベクトルを用いることにより、波のエネルギーを表している部分とノイズを表している部分に分けられていると仮定し、最尤法を用いてノイズを表している部分を最小に抑えることによって、方向スペクトルを推定する方法を提案している (Eigenvector MLM; EVMLM)。

合田 (1980) は最尤法を入・反射波共存場に対して適用したが、入射波と反射波の位相差がランダムではないために、これらをうまく分離することができなかった。そこで磯部・近藤 (1983) は入射波と反射波の位相干渉を考慮して、最尤法を修正した修正最尤法 (Modified Maximum Likelihood Method; MMLM) を提案した。

2.2.5 最大エントロピー原理法

橋本・小舟 (1985) は方向関数 $G(\theta|f)$ が常に正の値をとり次式を満たしていることから、

$$\int_0^{2\pi} G(\theta|f) d\theta = 1 \quad (2.72)$$

$0 \leq \theta < 2\pi$ で定義される確率密度関数であると考えられることができるとし、方向関数の推定に、確率密度関数の推定法としての最大エントロピー原理を適用した。この場合、エント

ロピー H_e は次式のように表される.

$$H_e = - \int_0^{2\pi} G(\theta|f) \log G(\theta|f) d\theta \quad (2.73)$$

このエントロピーが最大となるような方向関数を, 方向関数(方向スペクトル)とクロスパワースペクトルの関係を拘束条件として, 求めることになる. 橋本・小舟(1985)はこの推定法を MEP (Maximum Entropy Principle) と呼んでいる. 式(2.73)のエントロピーを最大にする方向関数を, ラグランジュの未定係数法を用いて求めると, 次式のように表される.

$$\hat{G}(\theta|f) = \exp \left\{ a_0 + \sum_{n=1}^2 (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \right\} \quad (2.74)$$

また, 橋本ら(1993a)は方向関数をはじめから式(2.74)を拡張した式(2.75)で定式化して, 方向スペクトルを推定する方法を提案し, EMEP と呼んでいる.

$$\hat{G}(\theta|f) = \exp \left\{ a_0 + \sum_{n=1}^N (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \right\} \quad (2.75)$$

これは, 式(2.75)で定式化されたクロスパワースペクトルと観測されたクロスパワースペクトルとの差の2乗和が最小になるように, 最小2乗法を用いて a_n, b_n を推定することにより, 方向スペクトルを推定する方法である. この推定法は方向関数を式(2.75)のように表すことによって, 負の値をとらない任意の方向分布形を表現することができるという点で優れている. しかし, 式(2.75)において N の値を大きくすると方向関数の関数形の自由度が増していく反面, 数値計算もより不安定になっていくことから, 橋本ら(1993b)では, 観測波動量毎に最適の N を求めるために赤池の情報量規準(AIC)を用いている.

また, 橋本ら(1993b)はこの EMEP を入・反射波共存場において方向スペクトルを推定できるように拡張した(MEMEP). この推定法の $N=1$ の場合は, 後に述べる円正規分布関数を用いた方向スペクトルの推定法と, 方向関数の関数形は同じであるが, パラメータを推定する方法として, MEMEP では, クロスパワースペクトルが互いに独立に正規分布していると仮定して最小2乗法を用いているのに対して, 円正規分布関数を用いる方法では, 時系列データのフーリエ級数が正規分布していると仮定して最尤法を用いている点が異なる. 後者の方法では, クロスパワースペクトル相互の相関が考慮されるなどの合理性がある(磯部, 1989).

Lygre・Krogstad(1986)は, 式(2.73)で表されるエントロピーを最大にする原理を用いながらも, 橋本・小舟(1985)とは異なる方法を提案している.

まず, 方向関数を次式のようにフーリエ展開できるものとする.

$$G(\theta|f) = \sum_{n=-N}^N c_n \exp(in\theta) \quad (2.76)$$

ここで, $c_0 = 1, c_{-n} = c_n^*$ である. ここで, これらのフーリエ係数のうちの最初の何項かは, 観測されたクロスパワースペクトルから求められることを利用して, 次式を拘束条件として式(2.73)を最大にする方向関数を求める方法を提案した.

$$\int_0^{2\pi} G(\theta|f) \exp(-in\theta) d\theta = c_n \quad n \leq N \quad (2.77)$$

方向関数の推定式は次式のように表される。

$$\hat{G}(\theta|f) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_e^2}{|1 - \phi_1 \exp(-i\theta) - \dots - \phi_N \exp(-iN\theta)|^2} \quad (2.78)$$

ここで、パラメータの ϕ_n, σ_e はユール・ウォーカー (Yull-Walker) 方程式である式 (2.79)、式 (2.80) を解くことによって求められる (例えば、川嶋・酒井, 1989)。

$$\begin{bmatrix} 1 & c_1^* & \cdots & c_{N-1}^* \\ c_1 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & c_1^* \\ c_{N-1} & \cdots & c_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \phi_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ c_N \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

$$\sigma_e^2 = 1 - \phi_1 c_1^* - \dots - \phi_N c_N^* \quad (2.80)$$

この推定法では、波動量の時系列が、白色雑音が付加されている自己回帰過程 (AR 過程) にしたがっているという仮定に基づいているが、エントロピーを最大にするような方向関数を求めるという点では、最大エントロピー原理法の一つであるといえる。

2.2.6 ベイズ型モデルを用いる方法

橋本 (1987) は、ベイズ型モデルを用いて方向スペクトルを推定する方法を提案した。これは、方向関数を次式のように離散的に表現して、それらが局所的に滑らかに変化していると仮定して推定しているのが特徴である。

$$\hat{G}(\theta|f) \approx \sum_{n=1}^N \exp\{x_n(f)\} I'_n(\theta|f) \quad (2.81)$$

ここで、

$$I'_n(\theta|f) = \begin{cases} 1 & : (n-1)\Delta\theta \leq \theta < n\Delta\theta \\ 0 & : \theta < (n-1)\Delta\theta, \theta \geq n\Delta\theta \end{cases} \quad (2.82)$$

である。この推定法では、一般に波のエネルギーの方向分布は滑らかであるとして、次式のような拘束条件を用いて、 $x_n(f)$ を求めている。

$$\sum_{n=1}^N \{x_n(f) - 2x_{n-1}(f) + x_{n-2}(f)\}^2 \rightarrow \min. \quad (2.83)$$

また、橋本・小舟 (1987) は上の推定法を入・反射波共存場に適用できるように拡張している。

このベイズ型モデルを用いる推定法は、任意の方向分布を表すことができ、さらに観測されたクロスパワースペクトルの推定誤差も考慮していることから、他の推定法と比較すると方向スペクトルの推定精度は高い。しかしながら、推定には多くの波動量を必要とし、数値計算の方法も比較的複雑で計算時間も長くなっている。

2.3 円正規分布型方向関数を用いた方向スペクトルの推定法

2.3.1 推定法の概説

磯部 (1989) は、周波数スペクトルと同様に方向スペクトルに関しても多くの現地観測データから現地波浪の方向スペクトルの標準形を定め、それを設計等に用いるようにすることは非常に有効であるとした。そして、方向関数に光易型の方向関数 (Mitsuyasu ら, 1975) を仮定して、方向スペクトルを数個のパラメータで定式化し、これらのパラメータを最尤推定法を用いて推定することによって、方向スペクトルを推定する方法を提案した。著者ら (1991) はこの推定法を入・反射波共存場において適用できるように拡張した。また、藤原ら (1994) は双峰型の方向スペクトルを持つ波浪場に対して、光易型の方向関数を重ね合わせるにより適用できるように拡張した。

しかし、磯部 (1989) や藤原ら (1994) ではそれほど問題にはならなかったのだが、著者ら (1991) では、クロスパワースペクトルの定式化において、入射波と反射波の干渉項が生じるため、数値計算にかかる時間が大変長くなり、かつパラメータの収束計算も不安定となって、提案された推定法は実用的なものとは言い難いものであった。

横木ら (1994) はこのような問題に対処するために、方向関数に着目した。方向関数として具備することが好ましい条件として、

- 1つのピークを持ち、なめらかに変化していること、
- 鋭く尖った関数形も平坦な関数形も表現できること、

などが考えられる。そこで、これらの条件を満たす関数形として円正規分布関数を選び、方向関数として用いることにした。その結果、比較的短い計算時間で精度の良い推定値が得られるようになった。さらに、横木ら (1995) では、方向スペクトルパラメータの推定アルゴリズムについても検討を加えて、より実用的な推定法をめざしている。

以下では、入・反射波共存場における円正規分布関数を用いた方向スペクトルの推定法の定式化、さらに方向スペクトルパラメータの推定法 (数値計算法) について詳しく説明する。

2.3.2 円正規分布型方向関数を用いた推定法における定式化

クロスパワースペクトルの定式化

入・反射波共存場において、地点 p, q で観測された水面変動の間のクロスパワースペクトルは式 (2.36) を変形することによって、次式のように表される。

$$\begin{aligned} \Phi_{pq}(f) = & \int_0^{2\pi} S(f, \theta) [\exp\{-ik(x_q - x_p)\} + r \exp\{-ik(x_q - x_{pr})\} \\ & + r \exp\{-ik(x_{qr} - x_p)\} + r^2 \exp\{-ik(x_{qr} - x_{pr})\}] d\mathbf{k} \quad (2.84) \end{aligned}$$

ここで、 \mathbf{k} は入射波の波数ベクトル、 r は反射率、 x_p, x_q, x_{pr}, x_{qr} は図-2.2に示されるとおりである。さらに、式 (2.85)、式 (2.86) の関係式を用いてクロスパワースペクトルを式

(2.87) のように表示する.

$$\mathbf{k} = (k \cos \theta, k \sin \theta) \quad (2.85)$$

$$\left. \begin{aligned} x_q - x_p &= R_{pq}(\cos \Theta_{pq}, \sin \Theta_{pq}) \\ x_q - x_{pr} &= R_{pqr}(\cos(\pi - \Theta_{pqr}), \sin(\pi - \Theta_{pqr})) \\ x_{qr} - x_p &= R_{pqr}(\cos \Theta_{pqr}, \sin \Theta_{pqr}) \\ x_{qr} - x_{pr} &= R_{pq}(\cos(\pi - \Theta_{pq}), \sin(\pi - \Theta_{pq})) \end{aligned} \right\} \quad (2.86)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{pq}(f) &= \int_0^{2\pi} S(f, \theta) [\exp\{-ikR_{pq} \cos(\theta - \Theta_{pq})\} + r \exp\{-ikR_{pqr} \cos(\theta - \pi + \Theta_{pqr})\} \\ &\quad + r \exp\{-ikR_{pqr} \cos(\theta - \Theta_{pqr})\} + r^2 \exp\{-ikR_{pq} \cos(\theta - \pi + \Theta_{pq})\}] d\theta \end{aligned} \quad (2.87)$$

一方, 方向スペクトル $S(f, \theta)$ を次式のように円正規分布関数を用いて定式化する.

$$S(f, \theta) = P(f) \frac{1}{2\pi I_0(a)} \exp\{a \cos(\theta - \theta_0)\} \quad (2.88)$$

ここで, $P(f)$ は周波数スペクトル, $I_0(a)$ は0次の変形された Bessel 関数を表している. また, a は波浪のエネルギーの方向分布の集中度を表す係数で, 本研究では方向集中度係数と呼ぶ. θ_0 は波向分布のピークとなる波向を表しており, 以下ピーク波向と呼ぶ.

方向関数としては, 円正規分布関数を用いるもの以外にも, 光型型方向関数, 双曲線関数型方向関数などが提案されているが (§2.1.3), 前節で述べた理由に加えて, 円正規分布関数を用いると式 (2.87) の積分を収束性の良い級数式に展開できることから, 本研究では方向関数として円正規分布関数を採用した.

式 (2.87) に式 (2.88) を代入して整理すると次式を得る.

$$\Phi_{pq}(f) = \left\{ \begin{aligned} &\varphi(a, \theta_0, R_{pq}, \Theta_{pq}|f) \\ &+ r^2 \varphi(a, \theta_0, R_{pq}, \pi - \Theta_{pq}|f) \\ &+ r \varphi(a, \theta_0, R_{pqr}, \Theta_{pqr}|f) \\ &+ r \varphi(a, \theta_0, R_{pqr}, \pi - \Theta_{pqr}|f) \end{aligned} \right\} (1 + \delta_{pq} \varepsilon_p) P(f) \quad (2.89)$$

ここで,

$$\varphi(a, \theta_0, R, \Theta|f) = \frac{1}{2\pi I_0(a)} \int_0^{2\pi} \exp\{-ikR \cos(\theta - \Theta)\} \exp\{a \cos(\theta - \theta_0)\} d\theta \quad (2.90)$$

であり, ε_p は地点 p のパワースペクトルに含まれるノイズのパワースペクトルに対する割合を表している.

式 (2.89), 式 (2.90) のようにクロスパワースペクトル Φ_{pq} を, 表-2.2に示すパラメータによって表示し, そのクロスパワースペクトル Φ_{pq} の組み合わせが, 観測されたクロスパワースペクトルの組み合わせ $\hat{\Phi}_{pq}$ に等しくなるようなパラメータを求めるのが本研究における方向スペクトル推定法である. 本研究では, 表-2.2に示されるパラメータを「方向スペクトルパラメータ」と呼ぶ.

表-2.2: 方向スペクトルパラメター一覧

記号	パラメターの意味
a	方向集中度係数
θ_0	ピーク波向 (rad)
$P(f)$	入射波のパワースペクトル (m^2s)
r	反射率
ε_p	地点 p のパワースペクトルに含まれるノイズの割合

式 (2.90) を Bessel 関数および変形された Bessel 関数を用いて級数展開すると次式のよう
に書ける (付録 A.1).

$$\begin{aligned} \varphi(a, \theta_0, R, \Theta | f) = & J_0(kR) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \cos(2m\beta) J_{2m}(kR) \frac{I_{2m}(a)}{I_0(a)} \\ & + 2i \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \cos\{(2m+1)\beta\} J_{2m+1}(kR) \frac{I_{2m+1}(a)}{I_0(a)} \quad (2.91) \end{aligned}$$

ただし, $\beta = \theta_0 - \Theta + \pi$ である. 数値計算において, この級数展開式 (2.91) は著者ら (1991) が用いた光易型方向関数を Bessel 関数で展開したものより, 少ない項数で精度の良い収束値が得られる. 後に述べる方向スペクトルパラメターを推定する数値計算において, クロスパワースペクトル ϕ_{pq} を計算する際には式 (2.89), 式 (2.91) を用いている.

尤度の定式化

観測されたクロスパワースペクトルの組み合わせ $\hat{\phi}_{pq}$ と計算されたクロスパワースペクトルの組み合わせ ϕ_{pq} の一致度を表すものとして, 磯部 (1989) は次式のような尤度 A を提案した.

$$A = \frac{1}{(2\pi\Delta f)^M |\Phi|} \exp \left(- \sum_{p=1}^M \sum_{q=1}^M \phi_{pq}^{-1} \hat{\phi}_{qp} \right) \quad (2.92)$$

ここで, Δf は ϕ_{pq} が代表する周波数間隔, M は観測地点数, $|\Phi|$ は行列 Φ_{pq} の行列式をそれぞれ表している.

式 (2.92) は, 時系列データのフーリエ係数が互いに相関を持って平均値が 0 の正規分布することを仮定して導かれた, フーリエ係数の同時確率密度関数である (付録 B).

次節では, 式 (2.92) の尤度を最大にするような方向スペクトルパラメター (表-2.2) を数値計算によって求める方法を説明する.

2.3.3 方向スペクトルパラメーターの推定法

解くべき方程式

本節では、式(2.92)で表される尤度を最大にする方向スペクトルパラメーターを求めるための非線形連立方程式を導く。

まず、尤度を方向スペクトルパラメーター λ_i で微分すると次式のように表される。

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \lambda_i} = \sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^M \frac{\partial \Lambda}{\partial \Phi_{jl}} \frac{\partial \Phi_{jl}}{\partial \lambda_i} \quad (2.93)$$

式(2.93)に式(2.92)に代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Lambda}{\partial \Phi_{jl}} &= \frac{\partial}{\partial \Phi_{jl}} \left[\frac{1}{(2\pi \Delta f)^M |\Phi|} \exp \left(- \sum_{p=1}^M \sum_{q=1}^M \Phi_{pq}^{-1} \hat{\Phi}_{qp} \right) \right] \\ &= - \frac{1}{(2\pi \Delta f)^M |\Phi|^2} \exp \left(- \sum_{p=1}^M \sum_{q=1}^M \Phi_{pq}^{-1} \hat{\Phi}_{qp} \right) \frac{\partial |\Phi|}{\partial \Phi_{jl}} \\ &\quad + \frac{1}{(2\pi \Delta f)^M |\Phi|} \exp \left(- \sum_{p=1}^M \sum_{q=1}^M \Phi_{pq}^{-1} \hat{\Phi}_{qp} \right) \times \left(- \sum_{p=1}^M \sum_{q=1}^M \frac{\partial \Phi_{pq}^{-1}}{\partial \Phi_{jl}} \hat{\Phi}_{qp} \right) \\ &= -\Lambda \times \left(\frac{1}{|\Phi|} \frac{\partial |\Phi|}{\partial \Phi_{jl}} \right) + \Lambda \times \left(- \sum_{p=1}^M \sum_{q=1}^M \frac{\partial \Phi_{pq}^{-1}}{\partial \Phi_{jl}} \hat{\Phi}_{qp} \right) \end{aligned} \quad (2.94)$$

と書ける。行列に関する定理より、

$$\frac{\partial |\Phi|}{\partial \Phi_{jl}} = |\Phi| \Phi_{lj}^{-1} \quad (2.95)$$

$$\frac{\partial \Phi_{pq}^{-1}}{\partial \Phi_{jl}} = -\Phi_{lq} \Phi_{pj}^{-1} \quad (2.96)$$

となるので式(2.94)は、

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \Phi_{jl}} = \Lambda \times \left\{ -\Phi_{lj}^{-1} + \sum_{p=1}^M \sum_{q=1}^M \Phi_{lq}^{-1} \hat{\Phi}_{qp} \Phi_{pj}^{-1} \right\} \quad (2.97)$$

と表される。したがって結局式(2.93)は次式のように表される。

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \lambda_i} = \sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^M \Lambda \left\{ -\Phi_{lj}^{-1} + \sum_{p=1}^M \sum_{q=1}^M \Phi_{lq}^{-1} \hat{\Phi}_{qp} \Phi_{pj}^{-1} \right\} \frac{\partial \Phi_{jl}}{\partial \lambda_i} \quad (2.98)$$

式(2.92)で表される尤度が常に正の値をとることから、尤度を最大にする方向スペクトルパラメーターが満たすべき方程式は次式ようになる。

$$\sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^M \left\{ -\Phi_{lj}^{-1} + \sum_{p=1}^M \sum_{q=1}^M \Phi_{lq}^{-1} \hat{\Phi}_{qp} \Phi_{pj}^{-1} \right\} \frac{\partial \Phi_{jl}}{\partial \lambda_i} = 0 \quad (2.99)$$

尤度 Λ を最大にする方向スペクトルパラメーター λ_i を求めるには、観測されたクロスパワースペクトルの組み合わせ $\hat{\Phi}_{pq}$ に対して、方向スペクトルパラメーターの数 ($i=1 \sim N_p$) だけの連立方程式となっている式 (2.99) を解けばよいことになる。

式 (2.99) の左辺を F_i とおいて書き直すと、

$$F_i(\lambda) = \sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^M \left\{ -\Phi_{lj}^{-1} + \sum_{p=1}^M \sum_{q=1}^M \Phi_{lq}^{-1} \hat{\Phi}_{qp} \Phi_{pj}^{-1} \right\} \frac{\partial \Phi_{jl}}{\partial \lambda_i} \quad (2.100)$$

となる。ここで、 λ は方向スペクトルパラメーターを成分とする列ベクトルである。

$$\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_{N_p}]^T \quad (2.101)$$

次節で述べる数値計算法の準備のために、 $F_i(\lambda)$ を $\lambda_{i'}$ で微分した式を以下に示す。

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_i}{\partial \lambda_{i'}} &= \sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^M \left\{ -\Phi_{lj}^{-1} + \sum_{p=1}^M \sum_{q=1}^M \Phi_{lq}^{-1} \hat{\Phi}_{qp} \Phi_{pj}^{-1} \right\} \frac{\partial^2 \Phi_{jl}}{\partial \lambda_{i'} \partial \lambda_i} \\ &\quad - \sum_{j'=1}^M \sum_{l'=1}^M \sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^M \frac{\partial \Phi_{j'l'}}{\partial \lambda_{i'}} \frac{\partial \Phi_{jl}}{\partial \lambda_i} \left[-\Phi_{l'j}^{-1} \Phi_{lj'}^{-1} + \left\{ \begin{array}{l} \Phi_{lj'}^{-1} \sum_{p=1}^M \sum_{q=1}^M \Phi_{l'q}^{-1} \hat{\Phi}_{qp} \Phi_{pj}^{-1} \\ + \Phi_{l'j}^{-1} \sum_{p=1}^M \sum_{q=1}^M \Phi_{lq}^{-1} \hat{\Phi}_{qp} \Phi_{pj'}^{-1} \end{array} \right\} \right] \end{aligned} \quad (2.102)$$

Gauss-Newton 法

Gauss-Newton 法では、 $j+1$ 回目の繰り返し計算によって求められる方向スペクトルパラメーター $\lambda_i^{(j+1)}$ は、次式のように表される。

$$\lambda^{(j+1)} = \lambda^{(j)} - \mu' \left[\frac{\partial \mathbf{F}^{(j)}}{\partial \lambda^{(j)}} \right]^{-1} \mathbf{F}^{(j)} \quad (2.103)$$

ここで、

$$\frac{\partial \mathbf{F}^{(j)}}{\partial \lambda^{(j)}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1^{(j)}}{\partial \lambda_1^{(j)}} & \dots & \frac{\partial F_1^{(j)}}{\partial \lambda_{N_p}^{(j)}} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial F_{N_p}^{(j)}}{\partial \lambda_1^{(j)}} & \dots & \frac{\partial F_{N_p}^{(j)}}{\partial \lambda_{N_p}^{(j)}} \end{bmatrix} \quad (2.104)$$

$$\mathbf{F}^{(j)} = [F_1^{(j)}, \dots, F_{N_p}^{(j)}]^T \quad (2.105)$$

であり、また μ' は縮小因子 ($0 < \mu' \leq 1$) と呼ばれているものであり計算の安定化を図るためのものである。

Gauss-Newton 法を用いると、ベクトル λ の初期値として真値の良い近似値を与えた場合は収束が速いが、その反面真値の回りの収束領域が非常に狭い場合が多い (中川・小柳, 1982)。これは Gauss-Newton 法のアルゴリズムが、非線形の連立方程式 (式 (2.99)) を線形的に解いていることに起因する。また、式 (2.99) が単に尤度 Λ が極値となる条件式になって

いることから、しばしば尤度 Λ を極小値とするような方向スペクトルパラメータの値に収束する傾向が見られた。そこで著者ら (1994) は、毎回の繰り返し計算の後で $(\partial \Lambda / \partial \lambda_i) \Delta \lambda_i$ の符号が負になっていれば、 $\Delta \lambda_i (= \lambda_i^{(j+1)} - \lambda_i^{(j)})$ の符号を逆にして計算を続けるという方法を取り入れて収束計算の安定性を向上させた。

修正 Marquardt 法

修正 Marquardt 法では、 $j+1$ 回目の繰り返し計算によって求められる方向スペクトルパラメータを次式のように表す (例えば、中川・小柳, 1982, Press ら, 1992)。

$$\lambda^{(j+1)} = \lambda^{(j)} - \left[\frac{\partial \mathbf{F}^{(j)}}{\partial \lambda^{(j)}} + \mu^{(j)} \left\{ \mathbf{E} + \text{diag} \left(\frac{\partial \mathbf{F}^{(j)}}{\partial \lambda^{(j)}} \right) \right\} \right]^{-1} \mathbf{F}^{(j)} \quad (2.106)$$

ここで、 $\text{diag} \left(\frac{\partial \mathbf{F}^{(j)}}{\partial \lambda^{(j)}} \right)$ は行列 $\frac{\partial \mathbf{F}^{(j)}}{\partial \lambda^{(j)}}$ の対角成分からなる対角行列を、 \mathbf{E} は単位行列を表す。

この方法の特徴は、連立方程式の非線形性の強弱によって式 (2.106) におけるパラメータ μ の値を変化させることにより、収束計算のアルゴリズムを繰り返し計算の各回で変化させることができることにある。

連立方程式 (2.99) の非線形性が強いときには μ を大きくすればよく、このときには、式 (2.106) は近似的に次式のように表され、これは一般に最急降下法と呼ばれる計算法と同じになる。

$$\lambda_i^{(j+1)} \approx \lambda_i^{(j)} - \frac{1}{\mu^{(j)}} \left(1 + \frac{\partial F_i^{(j)}}{\partial \lambda_i^{(j)}} \right)^{-1} F_i^{(j)} \quad (2.107)$$

一方、 μ を小さくすれば式 (2.106) は Gauss-Newton 法と同じ計算法となる。修正 Marquardt 法では毎回の繰り返し計算の中で μ の大きさを調節することにより解ベクトルが真の値に近づいていくようになっている。

本研究では、このパラメータ μ の初期値を 0.001 として、式 (2.106) による毎回の繰り返し計算の中で、尤度 Λ が増加する $\lambda^{(j)}$ が見つかるまで μ を 10 倍する。そして、より大きな Λ が見つかったら、 μ を 0.1 倍し、そのとき求められている $\lambda^{(j+1)}$ を次の繰り返し計算の初期値としている。また、何通りかの方向スペクトルパラメータの組み合わせに対してあらかじめ尤度 Λ を計算しておき、最も尤度の大きい方向スペクトルパラメータの組み合わせを初期値として採用している。

第 3 章

数値シミュレーションデータによる検討

3.1 数値シミュレーションデータ

本研究で提案した方向スペクトル推定法の有効性を検証するために、数値シミュレーションによって作成した水面変動の時系列データに対して方向スペクトルを推定した。以下に、入・反射波共存場における水面変動の時系列データをシミュレートした方法を説明する。

3.1.1 水面変動の時系列データ

多方向不規則波浪場での水面変動の時系列データは、周波数・波向の異なる多数の成分波の重ね合わせとして式 (3.1) のように表せる。(例えば、合田, 1990)

$$\eta(\mathbf{x}_p, t) = \sum_{n=1}^{N_f} a_n \{ \cos(k_n x_p \cos \theta_n + k_n y_p \sin \theta_n + \epsilon_n - 2\pi f_n t) + r \cos(-k_n x_p \cos \theta_n + k_n y_p \sin \theta_n + \epsilon_n - 2\pi f_n t) \} \quad (3.1)$$

ここで、 $\eta_p(\mathbf{x}_p, t)$ は地点 (位置ベクトル) $\mathbf{x}_p (= (x_p, y_p))$ における時刻 t での水面変動を表しており、 $a_n, f_n, k_n, \theta_n, r, \epsilon_n$ はそれぞれ第 n 成分波の振幅、周波数、波数、波向、反射率、位相差を表している。また、 N_f は成分波数の合計を表している。この式に示されるように、本研究の数値シミュレーションでは、1つの周波数成分波に対して1つの波向に対応させるシングルサメーション法 (平口ら, 1990) と呼ばれる方法と同じである。

以下では、各周波数成分波毎の周波数 f_n 、振幅 a_n 、波向 θ_n を決定した方法を述べる。

周波数 水面変動の時系列データのシミュレーションを行う際に用いた周波数スペクトルは、式 (3.2) で表される Bretschneider-光易型の周波数スペクトルである (例えば、合田, 1977)。

$$P(f) = 0.257 H_{1/3}^2 T_{1/3} (T_{1/3} f)^{-5} \exp \left[-1.03 (T_{1/3} f)^{-4} \right] \quad (3.2)$$

ここで、 $P(f)$ は周波数スペクトルを、 $H_{1/3}, T_{1/3}$ はそれぞれ有義波高、有義波周期を表している。本シミュレーションでは、 $H_{1/3}=0.1\text{m}, T_{1/3}=1.0\text{s}$ としている。このときの式 (3.2)

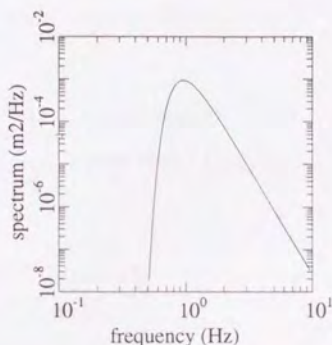


図-3.1: Bretschneider-光易型周波数スペクトル ($H_{1/3}=0.1\text{m}$, $T_{1/3}=1.0\text{s}$)

の周波数スペクトルを図-3.1に示す。この周波数スペクトルのピーク周波数 f_p の0.6倍から3倍までの範囲を、各周波数成分波のエネルギーが等しくなるように1000分割して ($N_f=1000$)、周波数成分波が代表する周波数帯を求めた。このように分割された周波数帯の重心の位置にあたる周波数をその成分波の周波数 f_n とした。

なお、式(3.2)のBretschneider-光易型の周波数スペクトルにおいてはピーク周波数 f_p と有義波周期 $T_{1/3}$ の間には次式のような関係がある。

$$f_p = \frac{1}{1.05 T_{1/3}} \quad (3.3)$$

振 幅 周波数 f_n に対応する周波数スペクトル $P(f_n)\Delta f_n$ は成分波の振幅の2乗のアンサンブル平均として定義されていることから、各成分波の振幅 a_n を次式によって計算した。

$$a_n^2 = P(f_n)\chi_2^2\Delta f_n \quad (3.4)$$

ここで、 χ_2^2 は自由度2の χ (カイ)2乗分布にしたがう乱数であり、 Δf_n は第 n 成分波が代表する周波数幅である。

波 向 各成分波の波向 θ_n は、その成分波の周波数 f_n に対応する方向関数 $G(\theta|f_n)$ を確率密度関数とする乱数として決定した。

方向関数は光易型方向関数 (Mitsuyasu ら, 1975) を用いている。

$$G_m(\theta|f) = \frac{1}{G_0} \cos^{2s} \left(\frac{\theta - \theta_p}{2} \right) \quad (3.5)$$

ただし、

$$G_0 = \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \left(\cos \frac{\theta - \theta_p}{2} \right)^{2s} d\theta \quad (3.6)$$

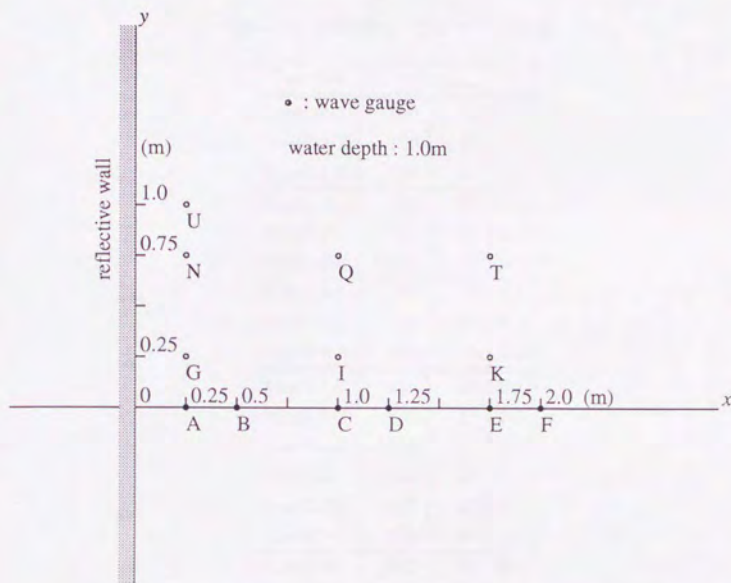


図-3.2: 波高計の配置

$$\begin{cases} \theta_{\max} = \min\left(\theta_p + \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right) \\ \theta_{\min} = \max\left(\theta_p - \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \quad (3.7)$$

ここで, s は方向集中度パラメータであり, 合田・鈴木(1975)にならって, s と周波数 f の関係式を以下のように定めた.

$$s = \begin{cases} s_{\max} \cdot \left(\frac{f}{f_p}\right)^5 & : f \leq f_p \\ s_{\max} \cdot \left(\frac{f}{f_p}\right)^{-2.5} & : f \geq f_p \end{cases} \quad (3.8)$$

次に, 水面変動の時系列データを計算した観測地点(波高計の配置)を図-3.2に示す. 図中の A から T で表された地点が水面変動の観測地点であり, これらの地点における水面変動の同時時系列データを計算した. 図-3.2では, y 軸が反射面を表しており, $x > 0$ の領域が波浪場である.

また, 本シミュレーションでは主波向 θ_p , 方向集中度 s_{\max} , 反射面における反射率 r を変化させることにより, 入射波の方向スペクトルを変化させて水面変動を計算した. これ

表-3.1: 波浪場のパラメターの一覧

Case No.	θ_p ($^\circ$)	s_{\max}	r
bme5-1-1	180	10	0.1
bme5-1-2	180	10	0.5
bme5-1-3	180	10	0.9
bme5-2-1	180	40	0.1
bme5-2-2	180	40	0.5
bme5-2-3	180	40	0.9
bme5-3-1	180	75	0.1
bme5-3-2	180	75	0.5
bme5-3-3	180	75	0.9
bme3-1-1	135	10	0.1
bme3-1-2	135	10	0.5
bme3-1-3	135	10	0.9
bme3-2-1	135	40	0.1
bme3-2-2	135	40	0.5
bme3-2-3	135	40	0.9
bme3-3-1	135	75	0.1
bme3-3-2	135	75	0.5
bme3-3-3	135	75	0.9
bme1-1-1	95	10	0.1
bme1-1-2	95	10	0.5
bme1-1-3	95	10	0.9
bme1-2-1	95	40	0.1
bme1-2-2	95	40	0.5
bme1-2-3	95	40	0.9
bme1-3-1	95	75	0.1
bme1-3-2	95	75	0.5
bme1-3-3	95	75	0.9

らのパラメターの一覧を表-3.1に示す。ここで、主波向 θ_p は x 軸から反時計回りに測った値であり、 $\theta_p=95^\circ$ とは主波向が反射面に対してほぼ平行に入射していることを表しており、 $\theta_p=180^\circ$ とは反射面に対して垂直に入射していることを表している。また反射率はすべての周波数・波向成分に対して一定値を用いた。

なお、時系列データは計算間隔すなわちサンプリング周期を 0.1s として、8192 個計算した。この時系列データを FFT 法によりスペクトル解析を行った際の周波数間隔は 0.0012Hz となり、解析できる最大の周波数である Nyquist 周波数は 5Hz となる。

3.1.2 クロスパワースペクトルの計算結果

3.1.1で述べた方法によって計算された水面変動の同時時系列データをスペクトル解析して得られたパワースペクトル、コヒーレンス、フェイズの例を示す。スペクトル解析にはFFT法を用いた。FFT法によって得られたペリオドグラムに周波数幅0.24Hzの放物線形のフィルター(スペクトルウィンドー)をかけて平滑化した。

以下では、主波向が180°の波浪場においてパワースペクトル、コヒーレンス、フェイズを図示して、それぞれの特徴を示す。

波高計間を結ぶベクトルが反射面に垂直な場合 図-3.3から図-3.6に、波高計間ベクトルが反射面に垂直となる波高計間で計算されたパワースペクトル、コヒーレンス、フェイズを示した。これらの図で示されたコヒーレンスなどの計算の前提条件となる波浪場のパラメータや波高計の組み合わせなどを表-3.1にまとめておく。

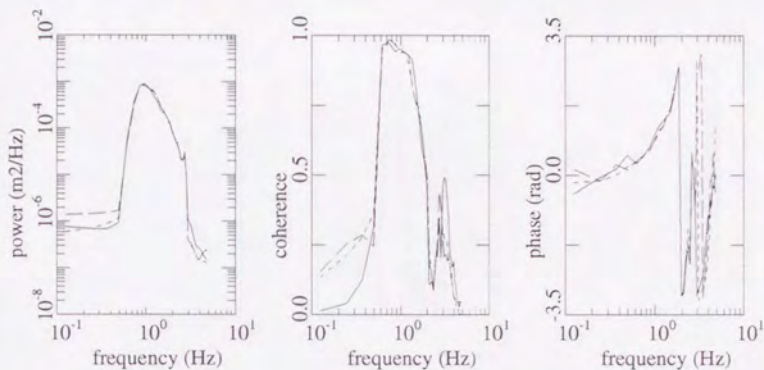
図-3.3、図-3.5より、反射率が0.1のときには、波高計間隔が同じであればどの波高計の組み合わせでもコヒーレンスが大きくなっており、フェイズの値もほぼ等しくなっている。これは波浪場がほぼ進行波のみの波浪場となっていることを示している。しかし、波高計間隔が大きくなると、コヒーレンスが減少するが、その減少する度合いは方向集中度の小さい波浪場ほど大きい。これは、波浪場の方向分散性が影響しているからである。

図-3.4、図-3.6より、反射率が0.9のときは、波浪場がほぼ完全重複波浪場となっており、フェイズの値が、0または $\pm 2\pi$ に近くなっている。また、パワースペクトルの値には、重複波の節の影響によるものと思われる、値が小さくなっている周波数帯が見られる。また、コヒーレンスの値も減少している。

表-3.2: コヒーレンス, フェイズを計算した波浪場条件, 観測地点一覧

図の番号	波浪場の パラメーター		波高計の組み合わせ			備 考
	s_{\max}	r	実線	破線	点線	
図-3.3上半分	10	0.1	A-B	C-D	E-F	反射面に垂直. 波高計間の距離が一定.
図-3.3下半分	10	0.1	A-C	C-E	A-E	反射面に垂直.
図-3.4上半分	10	0.9	A-B	C-D	E-F	反射面に垂直. 波高計間の距離が一定.
図-3.4下半分	10	0.9	A-C	C-E	A-E	反射面に垂直.
図-3.5上半分	75	0.1	A-B	C-D	E-F	反射面に垂直. 波高計間の距離が一定.
図-3.5下半分	75	0.1	A-C	C-E	A-E	反射面に垂直.
図-3.6上半分	75	0.9	A-B	C-D	E-F	反射面に垂直. 波高計間の距離が一定.
図-3.6下半分	75	0.9	A-C	C-E	A-E	反射面に垂直.
図-3.7上半分	10	0.1	A-G	C-I	E-K	反射面に平行. 波高計間の距離が一定.
図-3.7下半分	10	0.1	A-N	C-Q	E-T	反射面に平行.
図-3.8上半分	10	0.9	A-G	C-I	E-K	反射面に平行. 波高計間の距離が一定.
図-3.8下半分	10	0.9	A-N	C-Q	E-T	反射面に平行.
図-3.9上半分	75	0.1	A-G	C-I	E-K	反射面に平行. 波高計間の距離が一定.
図-3.9下半分	75	0.1	A-N	C-Q	E-T	反射面に平行.
図-3.10上半分	75	0.9	A-G	C-I	E-K	反射面に平行. 波高計間の距離が一定.
図-3.10下半分	75	0.9	A-N	C-Q	E-T	反射面に平行.

波高計の組み合わせ: A-B(実線), C-D(破線), E-F(点線)
(パワースペクトルは, A(実線), C(破線), E(点線))



波高計の組み合わせ: A-C(実線), C-E(破線), A-E(点線)
(パワースペクトルは, A(実線), C(破線))

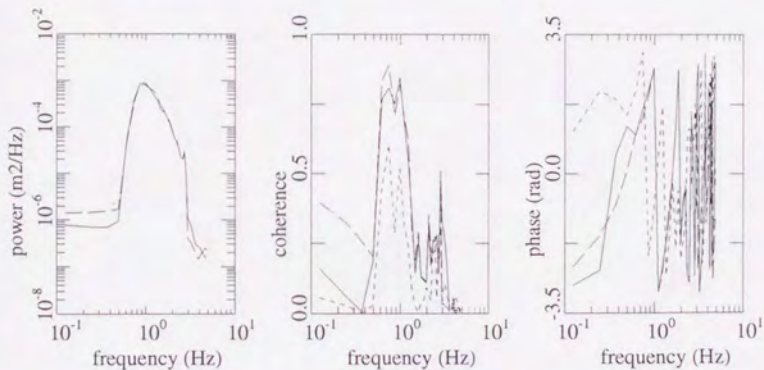
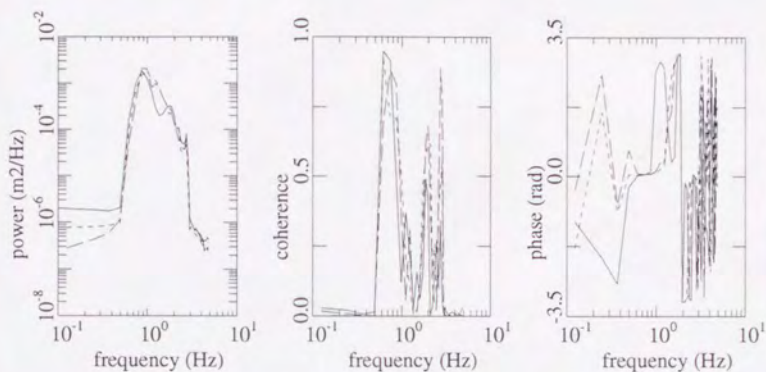


図-3.3: コヒーレンス, フェイズ ($\theta_p=180^\circ$, $s_{\max}=10$, $r=0.1$)

波高計の組み合わせ：A-B(実線), C-D(破線), E-F(点線)
 (パワースペクトルは, A(実線), C(破線), E(点線))



波高計の組み合わせ：A-C(実線), C-E(破線), A-E(点線)
 (パワースペクトルは, A(実線), C(破線))

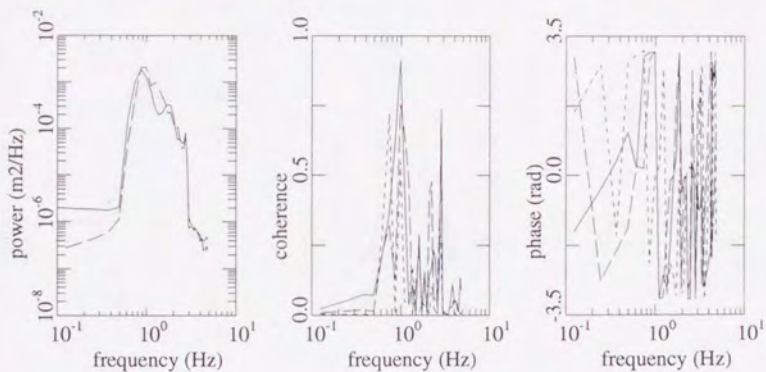
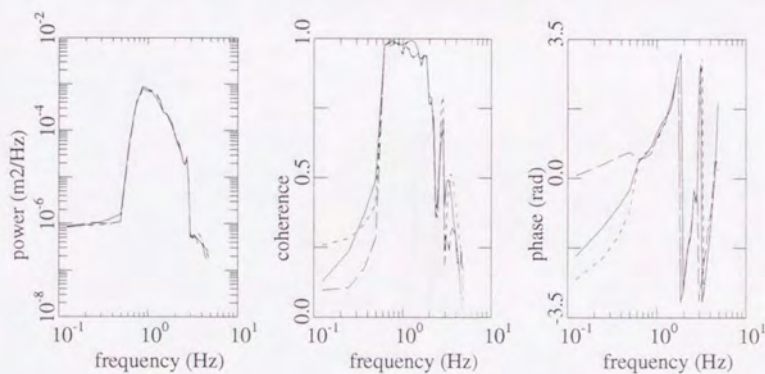


図-3.4: コヒーレンス, フェイズ ($\theta_p=180^\circ$, $s_{\max}=10$, $r=0.9$)

波高計の組み合わせ：A-B(実線), C-D(破線), E-F(点線)
 (パワースペクトルは, A(実線), C(破線), E(点線))



波高計の組み合わせ：A-C(実線), C-E(破線), A-E(点線)
 (パワースペクトルは, A(実線), C(破線))

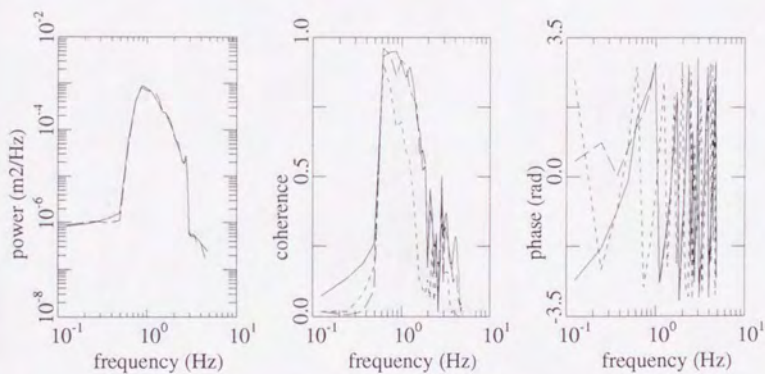
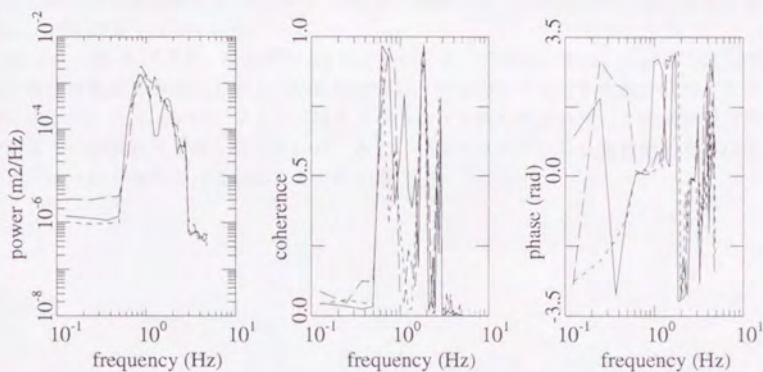


図-3.5: コヒーレンス, フェイズ ($\theta_p=180^\circ$, $s_{\max}=75$, $r=0.1$)

波高計の組み合わせ: A-B(実線), C-D(破線), E-F(点線)
 (パワースペクトルは, A(実線), C(破線), E(点線))



波高計の組み合わせ: A-C(実線), C-E(破線), A-E(点線)
 (パワースペクトルは, A(実線), C(破線))

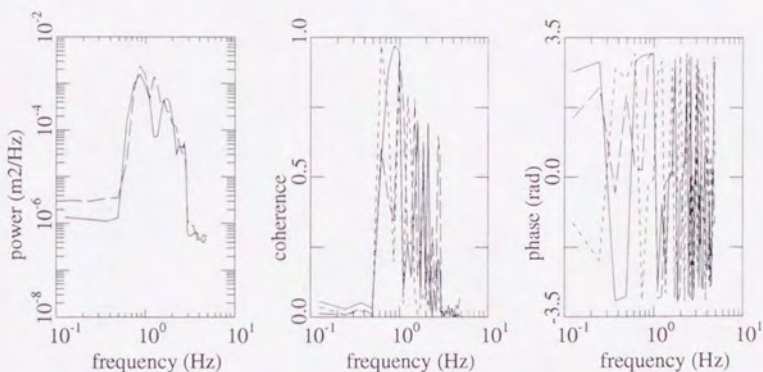


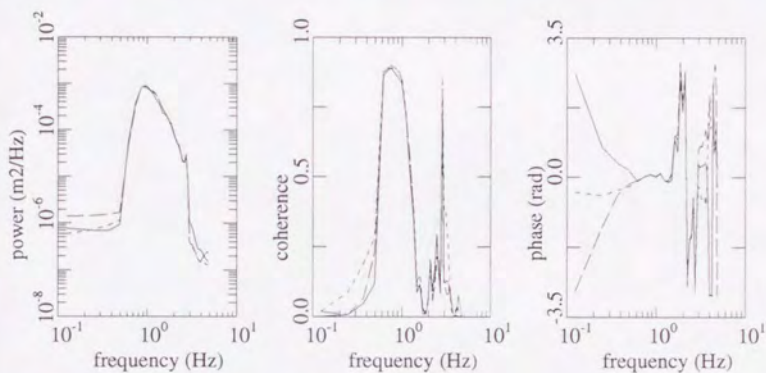
図-3.6: コヒーレンス, フェイズ ($\theta_p=180^\circ$, $s_{\max}=75$, $r=0.9$)

波高計間を結ぶベクトルが反射面に平行な場合 図-3.7から図-3.10に、波高計間ベクトルが反射面に平行となる波高計間で計算されたパワースペクトル、コヒーレンス、フェイズを示す。波浪場のパラメータ、波高計の組み合わせについては表-3.1にまとめている。

図-3.7、図-3.9より、反射率が0.1のときは、波高計間隔が同じであればコヒーレンス、フェイズともにほぼ同じ値を示している。波高計の位置による影響はあまり受けない。しかし、特に方向集中度が10のときは、波高計間隔が大きくなるとコヒーレンスが大きく減少し、相関が弱くなっている。

図-3.8、図-3.10より、反射率が0.9のときは、各周波数成分波毎に反射面の前面でほぼ完全重複波浪場を形成しているために反射面に平行な方向では水面変動が同時に起きるので、コヒーレンスは1に、フェイズは0となることが確かめられた。この傾向は方向集中度が大きい波浪場ほど強くなっている。また、パワースペクトルも重複波の節となるところでパワーが小さくなっていることがわかる。

波高計の組み合わせ：A-G(実線), C-I(破線), E-K(点線)
 (パワースペクトルは, A(実線), C(破線), E(点線))



波高計の組み合わせ：A-N(実線), C-Q(破線), E-T(点線)
 (パワースペクトルは, A(実線), C(破線), E(点線))

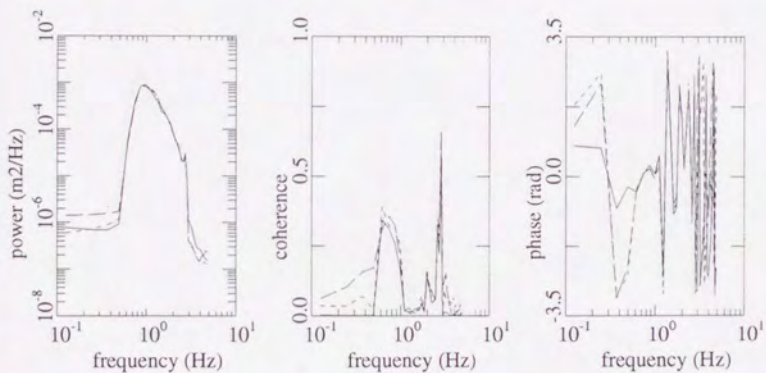
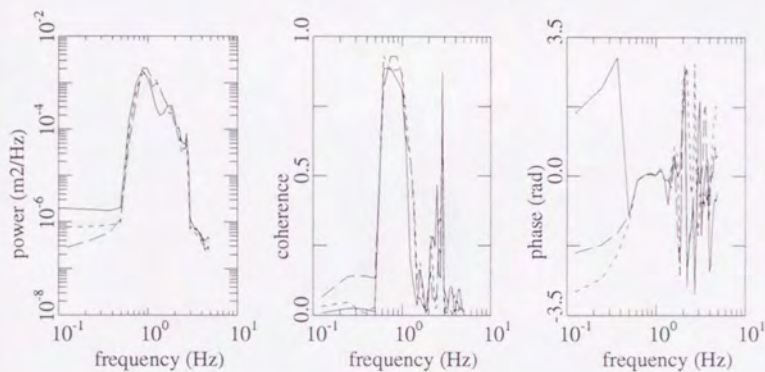


図-3.7: コヒーレンス, フェイズ ($\theta_p=180^\circ$, $s_{\max}=10$, $r=0.1$)

波高計の組み合わせ: A-G(実線), C-I(破線), E-K(点線)
 (パワースペクトルは, A(実線), C(破線), E(点線))



波高計の組み合わせ: A-N(実線), C-Q(破線), E-T(点線)
 (パワースペクトルは, A(実線), C(破線), E(点線))

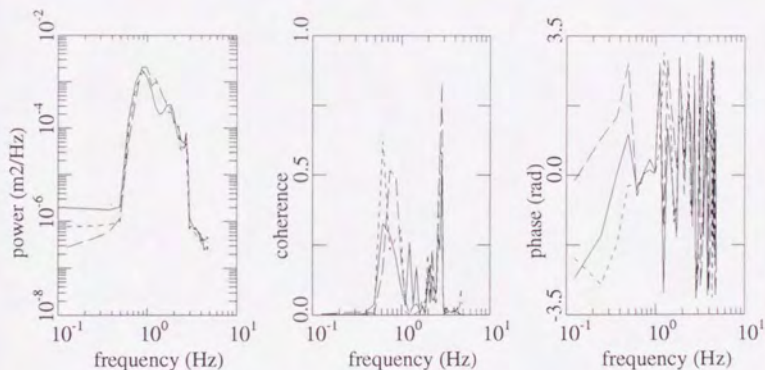
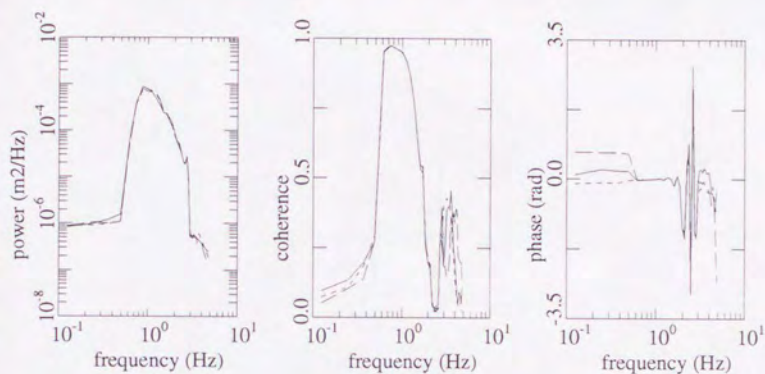


図-3.8: コヒーレンス, フェイズ ($\theta_p=180^\circ$, $s_{\max}=10$, $r=0.9$)

波高計の組み合わせ: A-G(実線), C-I(破線), E-K(点線)
 (パワースペクトルは, A(実線), C(破線), E(点線))



波高計の組み合わせ: A-N(実線), C-Q(破線), E-T(点線)
 (パワースペクトルは, A(実線), C(破線), E(点線))

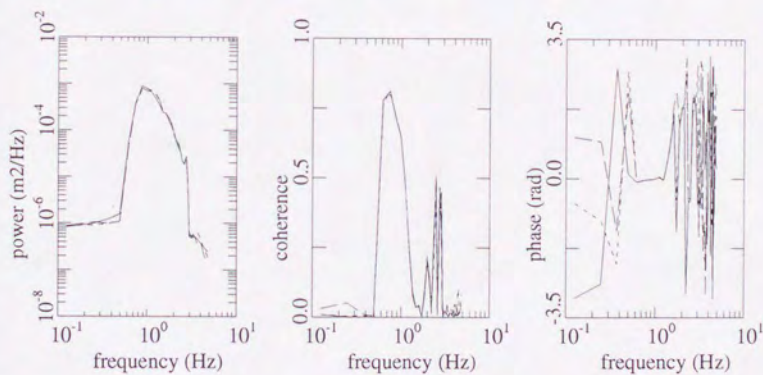
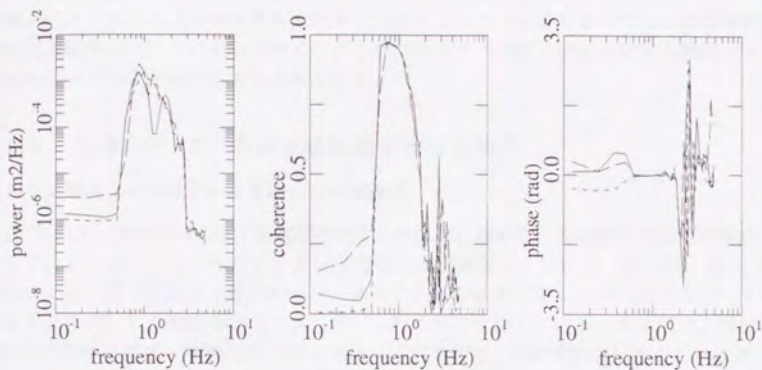


図-3.9: コヒーレンス, フェイズ ($\theta_p=180^\circ$, $s_{\max}=75$, $r=0.1$)

波高計の組み合わせ: A-G(実線), C-I(破線), E-K(点線)
 (パワースペクトルは, A(実線), C(破線), E(点線))



波高計の組み合わせ: A-N(実線), C-Q(破線), E-T(点線)
 (パワースペクトルは, A(実線), C(破線), E(点線))

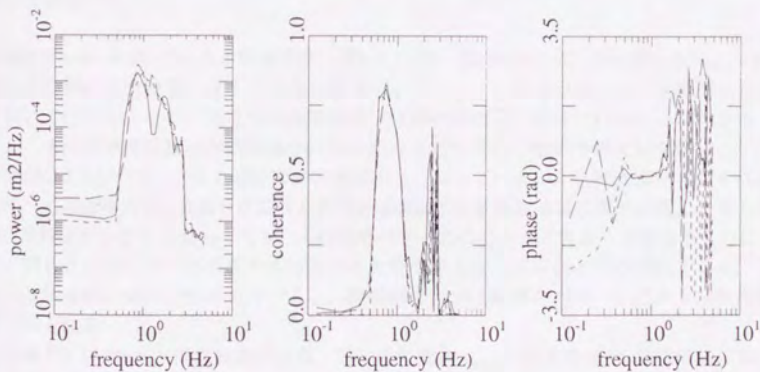


図-3.10: コヒーレンス, フェイズ ($\theta_p=180^\circ$, $s_{\max}=75$, $r=0.9$)

3.2 方向スペクトルパラメータの推定結果

本節では、数値シミュレーションによって求められた波動場に対して、本研究で提案した方向スペクトルの推定法を適用して方向スペクトルパラメータを推定した結果を示す。

なお、本節で示す方向スペクトルパラメータの推定結果の図では、周波数範囲としてスペクトル解析を行った全範囲についてパラメータの推定結果を示しているが、このうち周波数スペクトルが有意な値を取る範囲が $0.6\text{Hz} < f < 2.0\text{Hz}$ であるので、この周波数帯を有効周波数帯と呼び、以下の方向スペクトルパラメータの推定精度に関する議論では、この周波数帯で推定された結果を対象とする。

3.2.1 主波向が 180° の波浪場に対する推定結果

反射面に垂直な波高計アレイを用いた推定結果

図-3.11から図-3.15には、反射率が異なる波浪場に対して、反射面に垂直な波高計アレイを用いて方向スペクトルパラメータを推定した結果を示している。例えば、図-3.11において、左上図の実線は入射波のパワースペクトルの推定値を、点線は時系列データを計算するのに用いた入射波のパワースペクトルをそれぞれ表している。左下図は、各周波数毎の方向集中度係数 a の推定値を表している。右上図は、各周波数成分毎のピーク波向 θ_0 を表しており、右下図は、各周波数成分毎の反射率 r の推定値を表している。

反射面に垂直な波高計アレイを用いると反射率は概ね精度よく推定されたが、方向集中度係数の推定精度は低いという結果が得られた。以下では、波高計アレイ A-B-C の他に波高計アレイ A-B-D、C-D-E を用いた推定結果について方向スペクトルパラメータの推定精度などを述べる。

波高計アレイ A-B-C による推定結果 図-3.11から図-3.13には、方向集中度 $s_{\max}=40$ で反射率の異なる波浪場に対する推定結果を示している。これらの図から、有効周波数領域においてはピーク波向、反射率の推定値はほぼ真の値に近くなっていることがわかる。しかし、方向集中度係数はどれも過小評価となっており正しく推定されていない。

図-3.13において、 $f \approx 1.8\text{Hz}$ で推定値が小さくなっている。これは波高計アレイ A-B-C のすべての観測地点（波高計が設置されている地点）が重複波浪場の腹の位置に一致しており、反射率を小さく見積もっても、入射波のパワースペクトルを大きく見積もることによって、同じクロスパワースペクトルの組み合わせを得ることが可能となるためである。このような波高計の組み合わせを用いると、反射率および入射波のパワースペクトルの推定精度が低くなる。

付録 C.1.1 に載せた推定結果図より、方向集中度が $s_{\max}=10$ または 75 の波浪場においても同様の傾向が見られることがわかる。

波高計アレイ A-B-D による推定結果 図-3.14は、方向集中度 $s_{\max}=40$ 、反射率 $r=0.5$ の波浪場に対して波高計アレイ A-B-D を用いて方向スペクトルパラメータを推定した結果を示している。この波高計アレイは、波高計アレイ A-B-C に比べて一部の波高計間隔が長

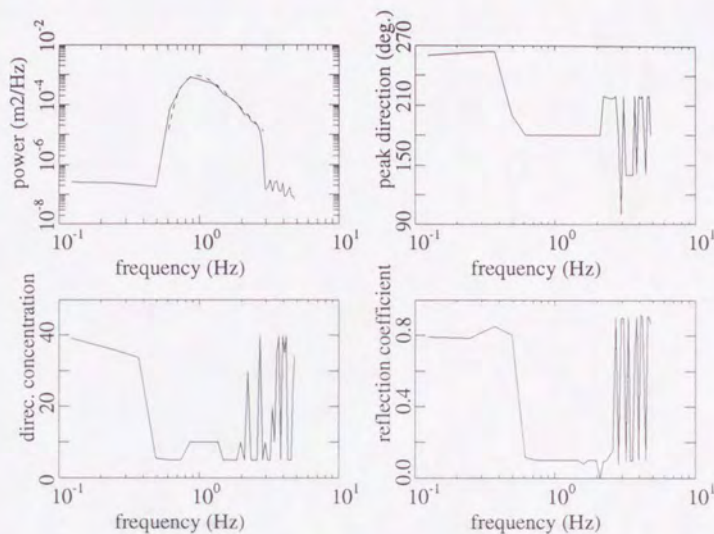


図-3.11: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.1$, 波高計アレイ: A-B-C)

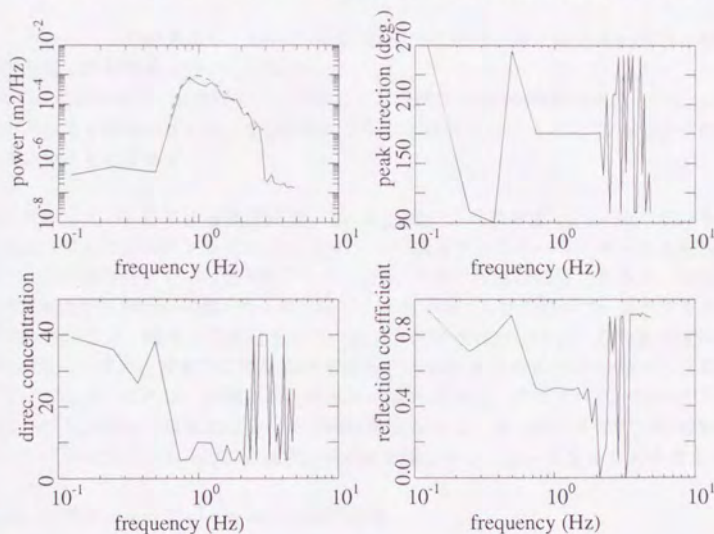


図-3.12: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: A-B-C)

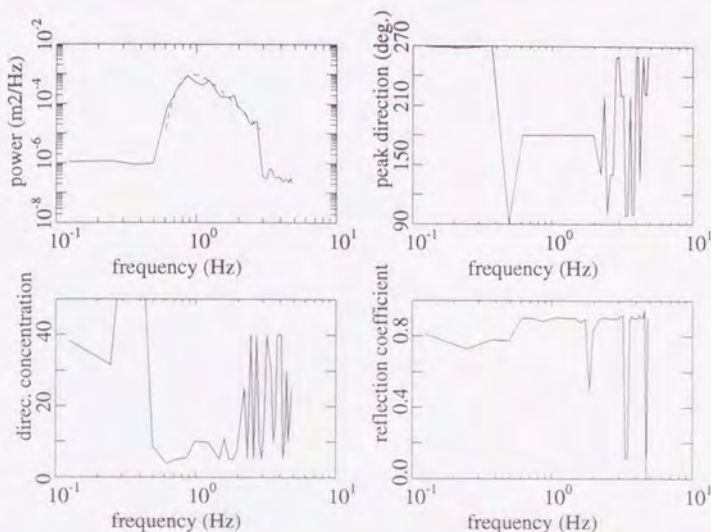


図-3.13: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.9$, 波高計アレイ: A-B-C)

くなっている。この結果より、ピーク波向、反射率はほぼ正確に推定されているが、方向集中度係数の推定精度は低いことがわかる。

反射率の推定精度は、波高計アレイ A-B-C による精度とほぼ同程度である。ただ、 $f=1.8\text{Hz}$ で反射率の推定値が小さくなっているが、これは波高計アレイ A-B-C の項で述べたのと同じ理由によるものである。

波高計アレイ C-D-E による推定結果 図-3.15は、方向集中度 $s_{\max}=40$ 、反射率 $r=0.5$ の波浪場に対して波高計アレイ C-D-E を用いて方向スペクトルパラメータを推定した結果である。この波高計アレイは波高計アレイ A-B-C と同じ波高計間隔であるが、波高計アレイの設置場所が反射面から遠くなっている。この図から、入射波のパワースペクトル、ピーク波向については、精度よく推定されていることがわかる。しかし、方向集中度係数の推定精度は低く、また、反射率の推定精度も波高計アレイ A-B-C の推定結果に比べると少し低くなっている。これは、波高計が反射面から離れるほど、クロスパワースペクトルの推定値における入射波と反射波成分の干渉項の割合が小さくなっていくので、反射率の精度がクロスパワースペクトルの推定精度に及ぼす影響が小さくなっていくためと考えられる。

反射面に平行な波高計アレイを用いた推定結果

図-3.16から図-3.20に、方向集中度が異なる波浪場に対して、反射面に平行な波高計アレイを用いて方向スペクトルパラメータを推定した結果を示した。

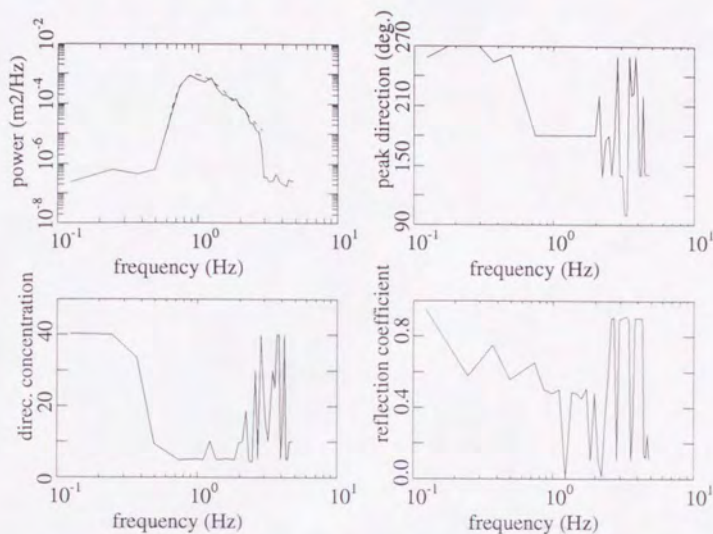


図-3.14: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: A-B-D)

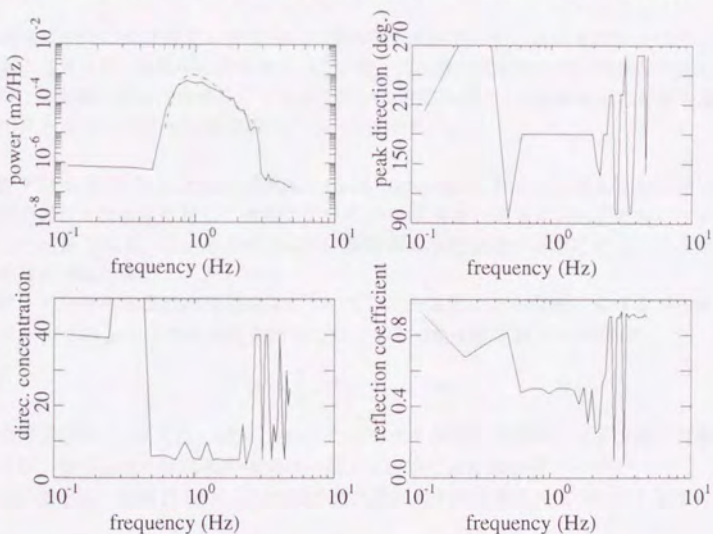


図-3.15: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: C-D-E)

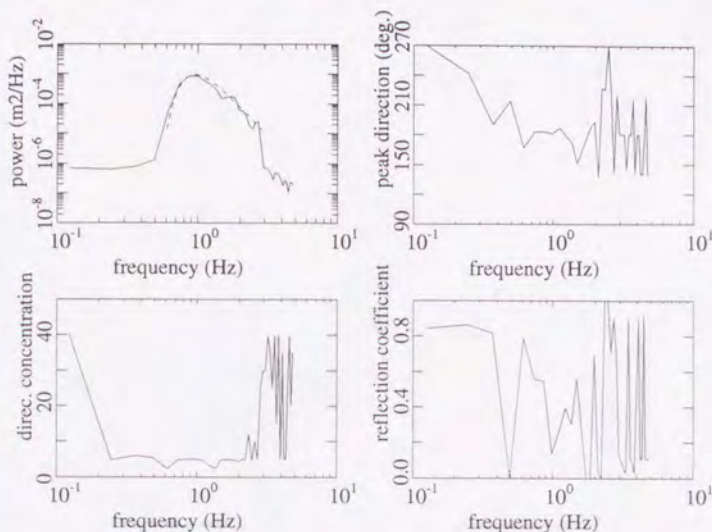


図-3.16: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=10$, $r=0.5$, 波高計アレイ: A-G-N)

反射面に平行な波高計アレイを用いて波浪場を推定すると、反射面に垂直なアレイによる結果とは異なり、反射率の推定精度は悪いが、方向集中度係数の推定精度は向上した。以下では、反射面に平行な各波高計アレイを用いて方向スペクトルを推定した結果を基に、方向スペクトルパラメータの推定精度について述べる。

波高計アレイ A-G-N による推定結果 図-3.16から図-3.18には、反射率が一定で、方向集中度の異なる波浪場に対して波高計アレイ A-G-N を用いて方向スペクトルパラメータを推定した結果である。これらの結果より、反射率の推定値は不安定になっているがピーク波向の推定精度は高いことがわかる。

また、方向集中度係数の推定結果については、光易型方向関数における方向集中度パラメータ s と円正規分布型方向関数における方向集中度係数 a の間には、

$$a \approx \frac{s}{2} \quad (s \gg 1) \quad (3.9)$$

という関係がある (例えば、堀川, 1985) ことを考えると、定量的には多少過小評価となっているが、推定結果と真の値の傾向は一致していることがわかる。

以上のことは、付録 C.1.2 に示した他の波浪場に対する推定結果についても同様に当てはまる。

波高計アレイ A-G-U による推定結果 図-3.19は、方向集中度 $s_{\max}=40$ 、反射率 $r=0.5$

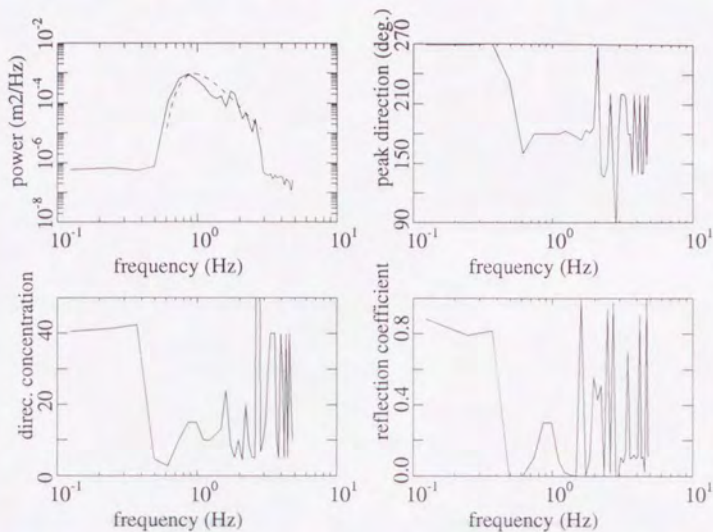


図-3.17: パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: A-G-N)

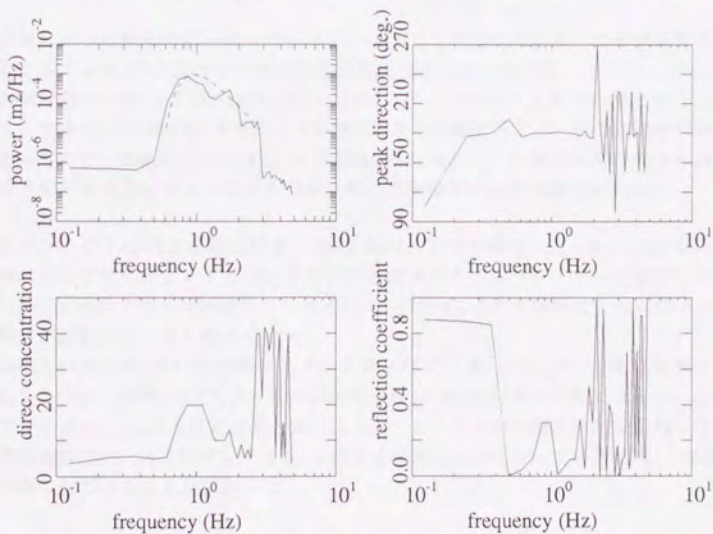


図-3.18: パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75$, $r=0.5$, 波高計アレイ: A-G-N)

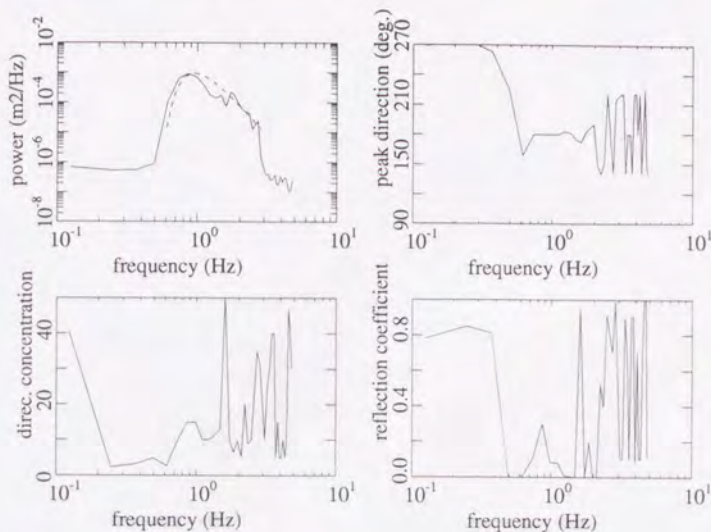


図-3.19: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: A-G-U)

の波浪場に対して波高計アレイ A-G-U を用いて推定した結果である。この波高計アレイは波高計アレイ A-G-N と比べて一部の波高計間隔が長くなっている。

この推定結果と図-3.17を比較すると、方向スペクトルパラメータの推定値はほぼ同じである。付録 C.1.3の他の波浪場に対する推定結果を比較すると、一部の波高計間隔が長くなっているため、波高計アレイ A-G-N で正確に推定されていた周波数範囲のうち高周波数側の推定値が不安定になることがあるが、概ね推定精度には変化がなかった。

波高計アレイ C-I-Q による推定結果 図-3.20は、方向集中度 $s_{\max}=40$ 、反射率 $r=0.5$ の波浪場に対して波高計アレイ C-I-Q を用いて方向スペクトルパラメータを推定した結果である。この波高計アレイは波高計アレイ A-G-N と比べて波高計間隔は変わらないが、その設置位置が反射面からより離れている。

この推定結果と図-3.17と比較すると、方向スペクトルパラメータの推定精度はほとんど変わらないが、付録 C.1.2で示す他の波浪場条件での推定結果の比較によると、上述の波高計アレイ A-G-U による推定結果と同じように、ピーク波向の推定値が安定的に得られている周波数範囲が、波高計アレイ A-G-N による結果より狭くなっている他は、ほぼ同様の結果が得られていることがわかった。

三角形の波高計アレイを用いた推定結果

図-3.21から図-3.24に、3本の波高計が一直線上に乗っていない、三角形の波高計ア

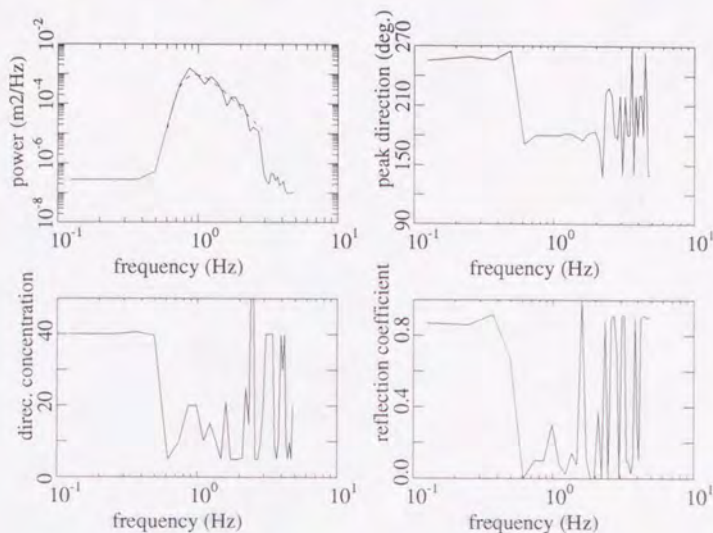


図-3.20: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: C-I-Q)

レイを用いて、方向集中度、反射率がそれぞれ異なる波浪場に対して方向スペクトルパラメータを推定した結果を示す。

これら波高計アレイを用いて推定した結果より、入射波のパワースペクトル、ピーク波向、方向集中度係数、反射率のすべてにおいて、一直線状の波高計アレイによる推定結果と比較すると高精度で推定されている。これは、三角形形状の波高計アレイは反射面に垂直な波高計間ベクトルと反射面に平行な波高計間ベクトルの両方を持っているためであると考えられる。

波高計アレイ G-A-B による推定結果 図-3.21は、方向集中度 $s_{\max}=40$ 、反射率 $r=0.5$ の波浪場に対して波高計アレイ G-A-B を用いて推定した結果を示している。

この結果および付録 C.1.3 に示した結果より、一直線状の波高計アレイでは反射率もしくはピーク波向と方向集中度係数のどちらかしか精度よく推定できなかったのに対して、三角形形状の波高計アレイを用いるとそれらの方向スペクトルパラメータのすべてを精度よく推定できることが示された。しかしながら、個々のパラメータの推定精度を比較すると、三角形形状の波高計アレイによる推定結果より一直線状の波高計アレイを用いた推定結果の方が良好である。

波高計アレイ G-A-C による推定結果 図-3.22は、波高計アレイ G-A-C を用いて上と同様の波浪場を推定した結果である。この結果と図-3.21を比較すると、反射率の推定値が

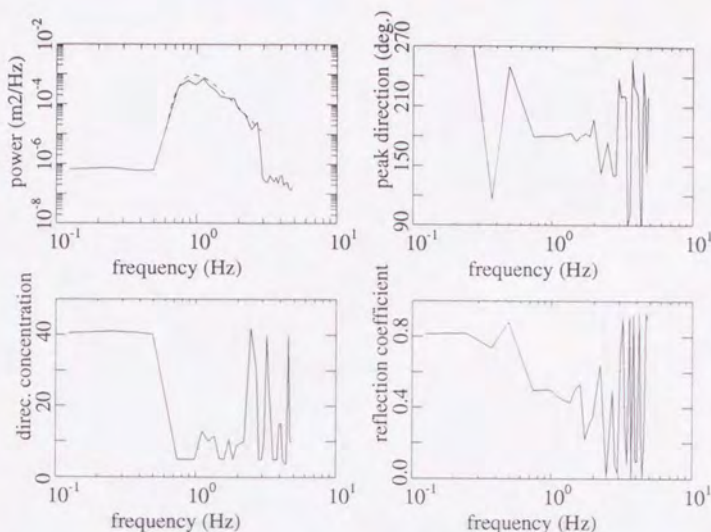


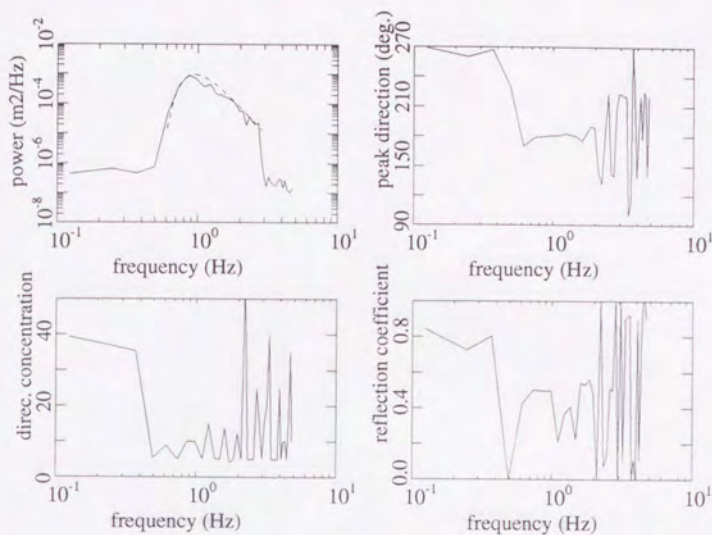
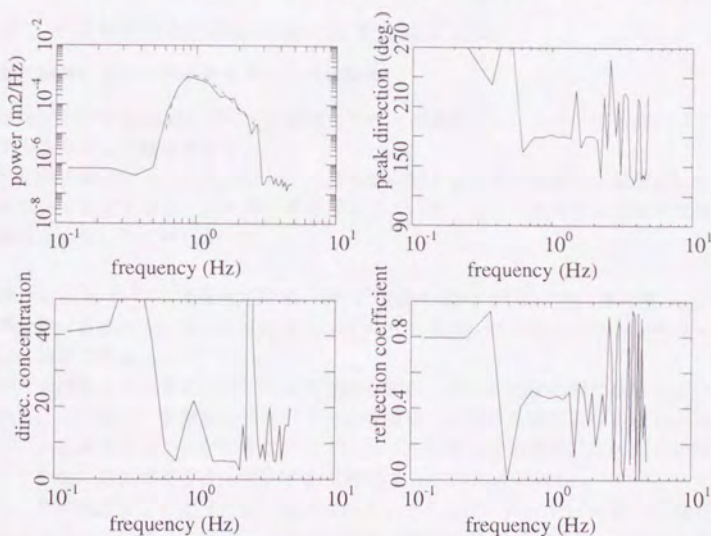
図-3.21: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: G-A-B)

波高計アレイ G-A-B による推定値に比べて不安定になっていることがわかる。これは、反射面に垂直な方向の波高計間距離が長くなったことによって、反射率の推定精度が影響を受けていると考えられる。

波高計アレイ N-A-B による推定結果 図-3.23は、波高計アレイ N-A-B を用いて上と同様の波浪場を推定した結果である。この図と図-3.21を比較すると、反射率の推定精度には変化がないが、方向集中度係数の推定精度は向上していることがわかる。

波高計アレイ I-C-D による推定結果 図-3.24に、波高計アレイ I-C-D によって方向スペクトルパラメータを推定した結果を示す。この波高計アレイは波高計アレイ G-A-B と同じ形をしており、反射面からより離れた位置に設置されている。

この結果と図-3.21を比較すると、波高計アレイ I-C-D による推定値は、ピーク波向を除いて推定精度が下がり、推定値も不安定になっている。また、付録 C.1.3 に示した結果と比較しても同様の傾向が見られる。

図-3.22: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: G-A-C)図-3.23: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: N-A-B)

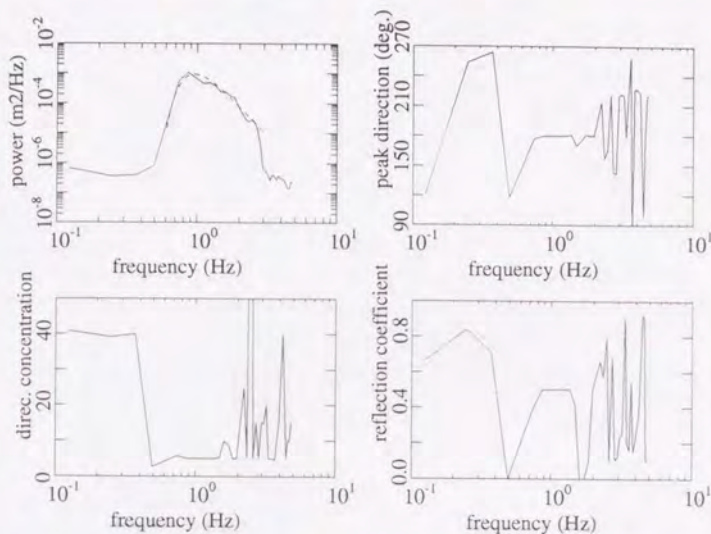


図-3.24: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: I-C-D)

3.2.2 主波向が 135° の波浪場に対する推定結果

反射面に垂直な波高計アレイを用いた推定結果

主波向が 135° の波浪場に対して反射面に垂直な波高計アレイを用いて方向スペクトルパラメータを推定した結果を示す。

以下に示す結果より、主波向が 180° の波浪場に対する結果と同様に、反射面に垂直なアレイを用いて推定すると、反射率の推定精度はよいが、ピーク波向や方向集中度係数の推定精度はよくないことがわかった。

波高計アレイ A-B-C による推定結果 図-3.25から図-3.27は、方向集中度 $s_{\max}=40$ で、反射率の異なる波浪場に対して波高計アレイ A-B-C を用いて方向スペクトルパラメータを推定した結果である。

これらの結果より、まず、ピーク波向の推定値が、 135° と 225° の間で振動していることがわかる。これは、一直線状の波高計アレイの場合、波高計を結ぶ直線のどちら側から波が来るのかを識別することができない、すなわち、波向 135° の波と、反射面の法線方向に関してその波に対称である波向 225° の波を判別できないためである。

また、反射率は安定して真の値が推定されている。ただ、 $f=1.7\text{Hz}$ 付近で反射率の推定値が小さくなっている。これは、この周波数成分波の波長は $L=0.52\text{m}$ となり、入射波の波向が 135° であることを考慮すれば、反射面の法線方向の重複波浪場の腹と節の間隔が約

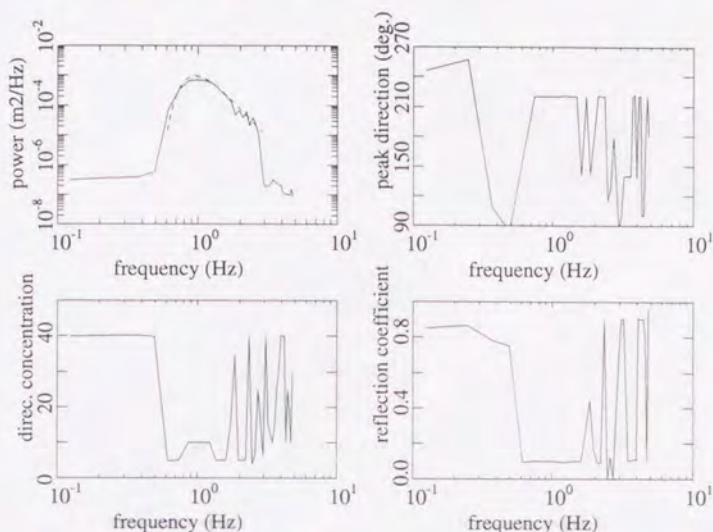


図-3.25: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.1$, 波高計アレイ: A-B-C)

0.19m となり、波高計 C の地点が斜め重複波浪場の節にあたる。よって波高計 C で得られるパワースペクトルおよび波高計 C と他の波高計とのクロススペクトルの計算精度が低くなっているため、それが反射率の推定精度に影響しているためと考えられる。

波高計アレイ C-D-E による推定結果 図-3.28 は、波高計アレイ C-D-E を用いて方向集中度が $s_{\max}=40$ で、反射率が $r=0.5$ の波浪場に対して方向スペクトルパラメータを推定した結果を示している。

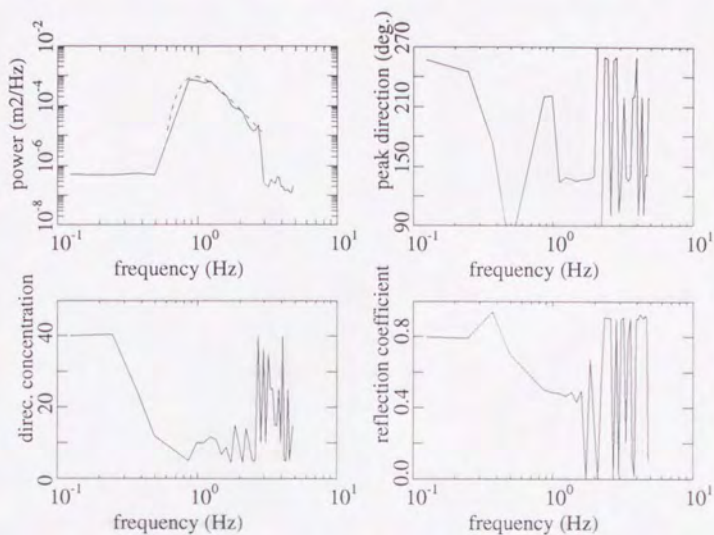
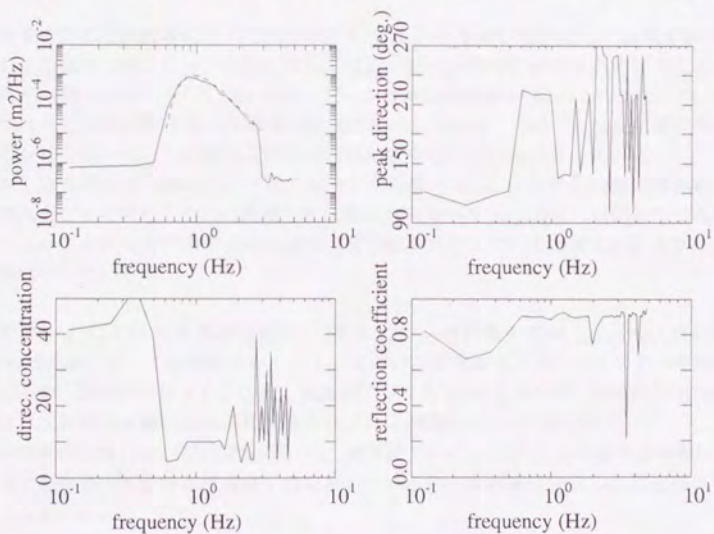
ピーク波向が 135° と 225° の間で振動することと、方向集中度係数の推定精度が低いことは、波高計アレイ A-B-C による推定結果と同じである。しかし、反射率の推定値が不安定になっており、推定精度が低くなっている。これは、波高計アレイ C-D-E が波高計アレイ A-B-C に比べて反射面より離れて設置されていることの影響と考えられる。

反射面に平行な波高計アレイを用いた推定結果

反射面に平行な波高計アレイを用いて方向スペクトルパラメータを推定した結果を図-3.29 から図-3.32 に示す。

これらの結果より、反射面に平行な波高計アレイを用いて推定すると、ピーク波向や方向集中度は正しく推定されるが、反射率の推定精度は低いことがわかった。

波高計アレイ A-G-N による推定結果 図-3.29 から図-3.31 は、反射率が $r=0.5$ で、方

図-3.26: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: A-B-C)図-3.27: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.9$, 波高計アレイ: A-B-C)

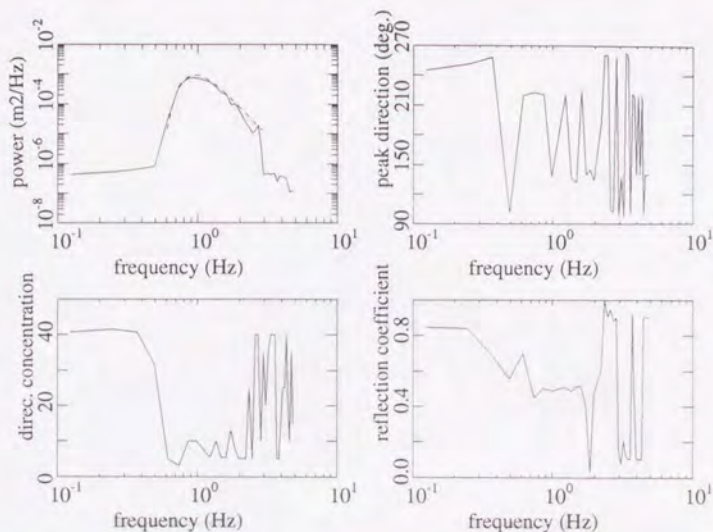


図-3.28: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: C-D-E)

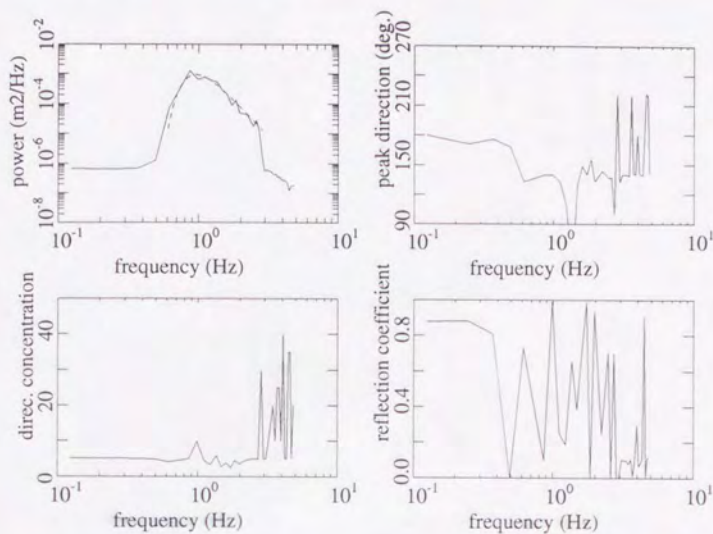
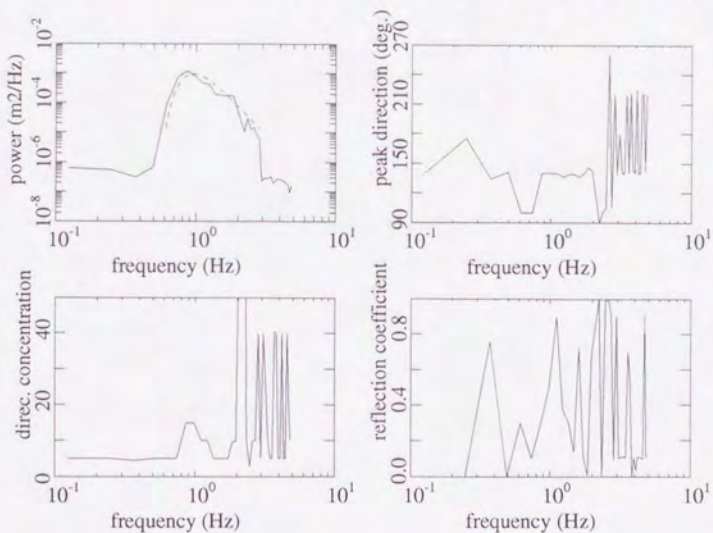
向集中度の異なる波浪場に対して波高計アレイ A-G-N を用いて推定した結果を示す。

これらの結果より、ピーク波向に関しては真の値が安定的に推定されていることがわかる。ただ、図-3.29の $f \approx 1.5$ Hz では、ピーク波向の推定値が $\theta_0 \approx 45^\circ$ となっている。この角度は入射波向 135° の波の反射波の波向に対応している。このことは反射面に平行な波高計アレイを用いると入射波と反射波の区別ができないことを示唆している。

また、方向集中度係数については、ピーク周波数 $f=0.95$ 付近で方向集中度係数の推定値も最大となっており、その最大値も波浪場の方向集中度 s_{\max} の値に対応した値となっている。このことから方向集中度係数はほぼ真の値を推定していると考えられるが、やや過小評価になっている。

波高計アレイ C-I-Q による推定結果 図-3.32に、方向集中度が $s_{\max}=40$ 、反射率が $r=0.5$ の波浪場に対して波高計アレイ C-I-Q を用いて方向スペクトルパラメータを推定した結果を示す。波高計アレイ C-I-Q は、波高計アレイ A-G-N と比べて、波高計間隔は等しいが、より反射面から離れた場所に設置されている波高計アレイである。

この結果や付録 C.2.2 で示した結果より、波高計アレイ A-G-N による結果と同様に、ピーク波向、方向集中度係数は精度良く推定されているが、反射率は安定した推定値は得られないことがわかった。

図-3.29: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=10$, $r=0.5$, 波高計アレイ: A-G-N)図-3.30: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: A-G-N)

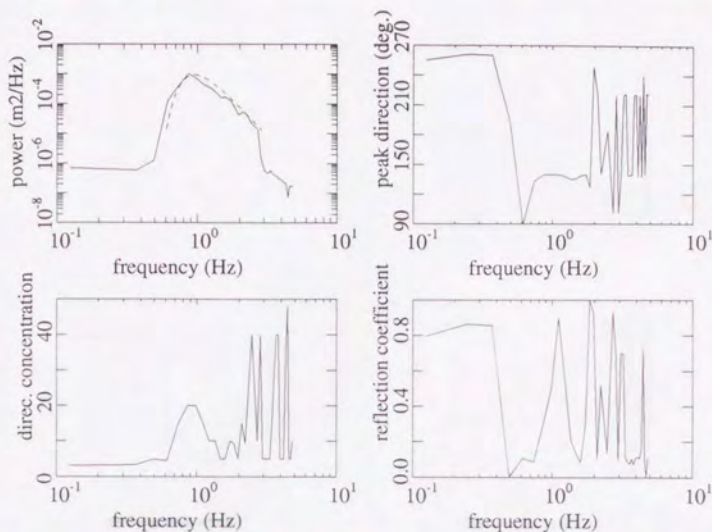


図-3.31: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=75$, $r=0.5$, 波高計アレイ: A-G-N)

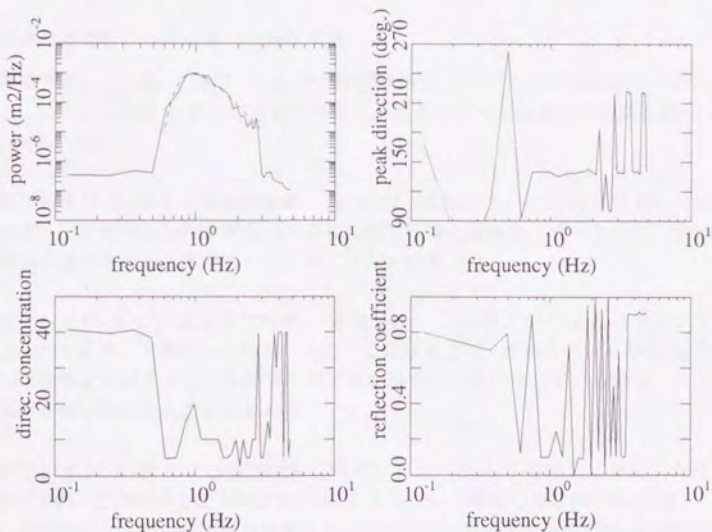


図-3.32: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: C-I-Q)

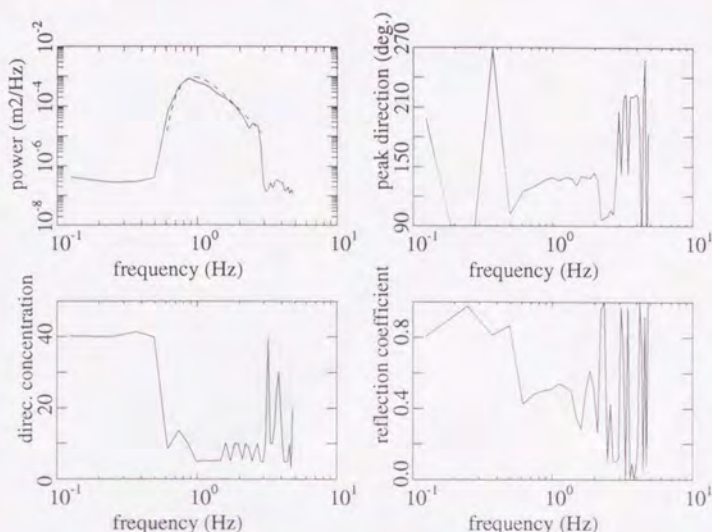


図-3.33: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: G-A-B)

三角形の波高計アレイを用いた推定結果

方向集中度 $s_{\max}=40$ 、反射率 $r=0.5$ の波浪場に対して、三角形の波高計アレイ G-A-B, G-A-C, N-A-B, I-C-D を用いて方向スペクトルパラメータを推定した結果を図-3.33から図-3.36に示した。

波高計アレイ G-A-B による推定結果 図-3.33は波高計アレイ G-A-B を用いて推定した結果である。主波向が 180° の波浪場に対する推定結果と同様に、ピーク波向、方向集中度、反射率共にほぼ真の値が推定されていることがわかる。

波高計アレイ G-A-C による推定結果 図-3.34は、波高計アレイ G-A-C を用いて方向スペクトルパラメータを推定した結果である。この結果より、波高計アレイ G-A-B を用いて推定した結果と比較すると、反射率の推定値がやや不安定になっている他は、ほぼ同様の推定結果が得られていることがわかる。

波高計アレイ N-A-B による推定結果 波高計アレイ N-A-B を用いて推定した結果を図-3.35に示す。この結果と波高計アレイ G-A-B を用いて推定した結果(図-3.33)と比較すると、方向集中度係数の推定精度は高くなっているが、反射率の推定精度は下がっており、ピーク波向の推定値は不安定になっていることがわかる。

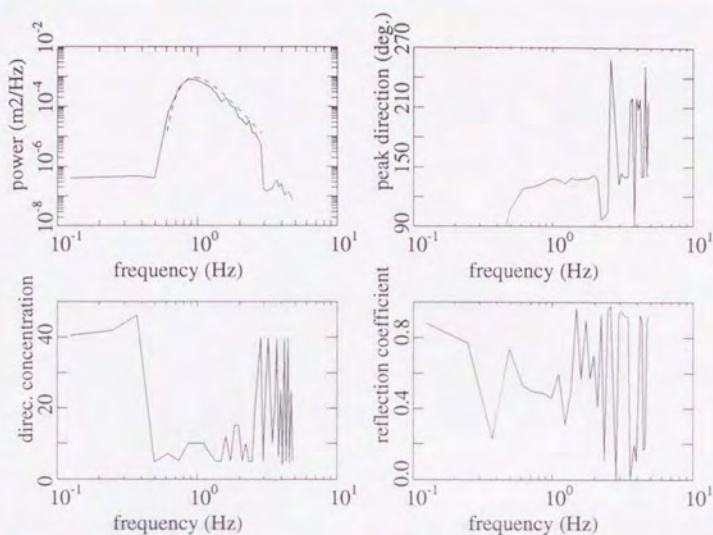


図-3.34: パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: G-A-C)

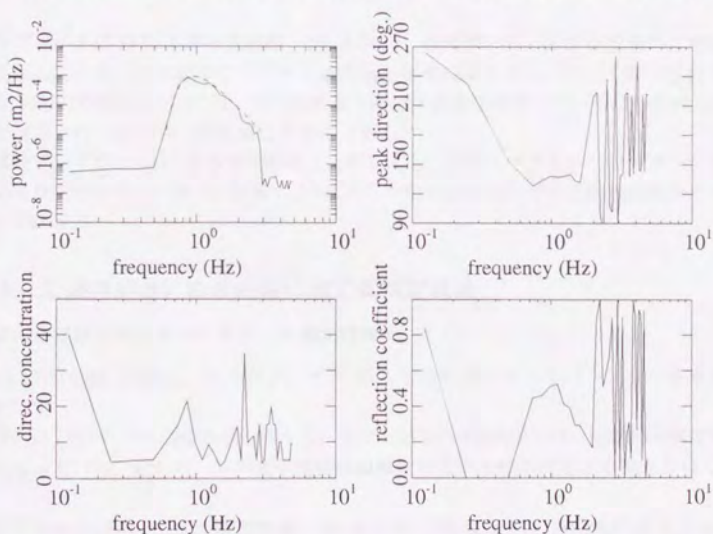


図-3.35: パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: N-A-B)

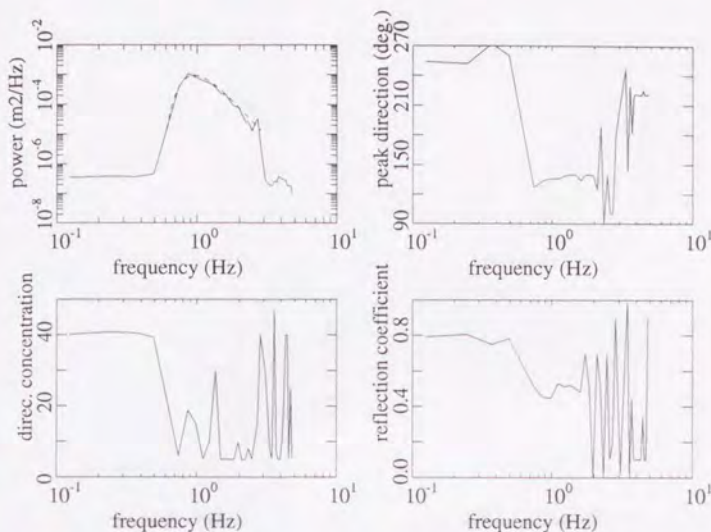


図-3.36: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: I-C-D)

波高計アレイ I-C-D による推定結果 図-3.36は、波高計アレイ I-C-D を用いて推定した結果を示している。この図から、ピーク波向と反射率に関しては、正しく推定されているが、方向集中度係数については、同じ方向集中度の波浪場を推定しているにも関わらず、同じ値が推定されておらず、推定値は不安定である。

波高計アレイ G-A-B による推定結果と比較しても、方向スペクトルパラメータの推定精度にあまり変化はない。また、付録 C.2.3 に示した他の波浪場に対する推定結果からも同様のことがいえる。

3.2.3 主波向が 95° の波浪場に対する推定結果

反射面に垂直な波高計アレイを用いた推定結果

図-3.37から図-3.44に、波高計アレイ A-B-C で方向スペクトルパラメータを推定した結果を示す。

主波向が 180° や 135° の波浪場と異なり、主波向が 95° の波浪場では、反射率の推定値が不安定になっている。むしろ、方向集中度係数の推定精度が比較的精度よく推定されている。

波高計アレイ A-B-C による推定結果 図-3.37から図-3.39に、方向集中度 $s_{\max}=40$ で、反射率の異なる波浪場に対して波高計アレイ A-B-C で推定した結果を示す。

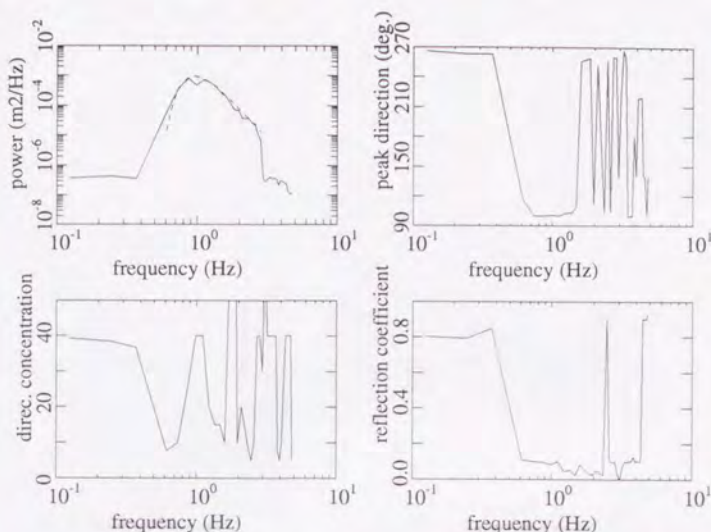


図-3.37: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.1$, 波高計アレイ: A-B-C)

これらの結果から、反射率については、ほぼ真の値を推定していることがわかる。また、ピーク波向については、真の値は 95° であるにもかかわらず推定値は 95° と約 265° の間で振動していることがわかる。これは、直線状の波高計アレイでは、波が波高計アレイのどちら側からやってくるのかを見分けることができないからである。

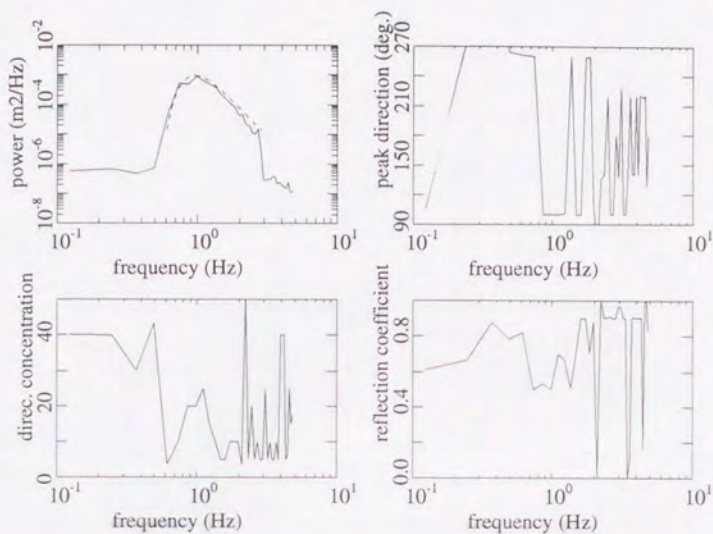
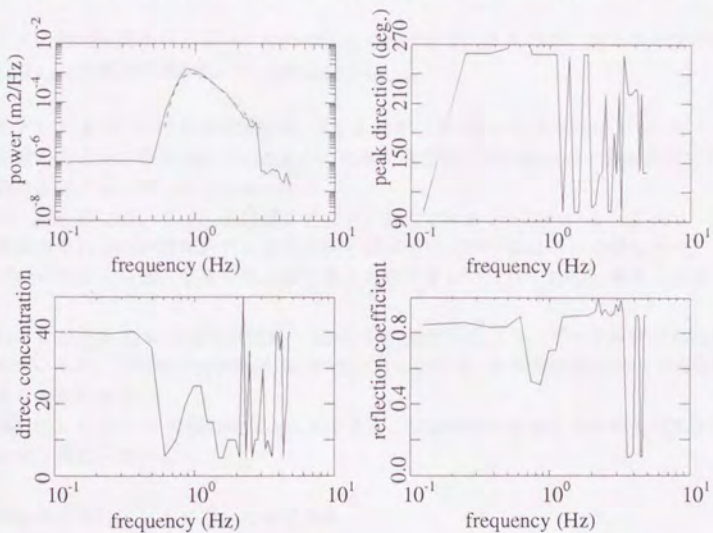
方向集中度係数の推定値については、図-3.37の結果は過大評価となっているものの、そのほかの場合は反射面に垂直な波高計アレイを用いて推定しているにもかかわらず、良好な推定精度を示していることがわかる。

波高計アレイ C-D-E による推定結果 図-3.40は、方向集中度 $s_{\max}=40$ 、反射率 $r=0.5$ の波浪場に対して波高計アレイ C-D-E を用いて推定した結果である。

波高計アレイ A-B-C の結果と比較すると、方向集中度係数と反射率の推定値が過大評価となっており、推定精度が低下しているのがわかる。付録 C.3.1 の結果より、同じ波高計アレイで推定しても、反射率が 0.1 と 0.9 の波浪場においては反射率を精度良く推定しているが、このケースのみ推定精度が低くなっている。

反射面に平行な波高計アレイを用いた推定結果

図-3.41から図-3.44は、反射率 $r=0.5$ で方向集中度の異なる波浪場に対して反射面に平行な波高計アレイを用いて方向スペクトルパラメータを推定した結果である。

図-3.38: パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: A-B-C)図-3.39: パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.9$, 波高計アレイ: A-B-C)

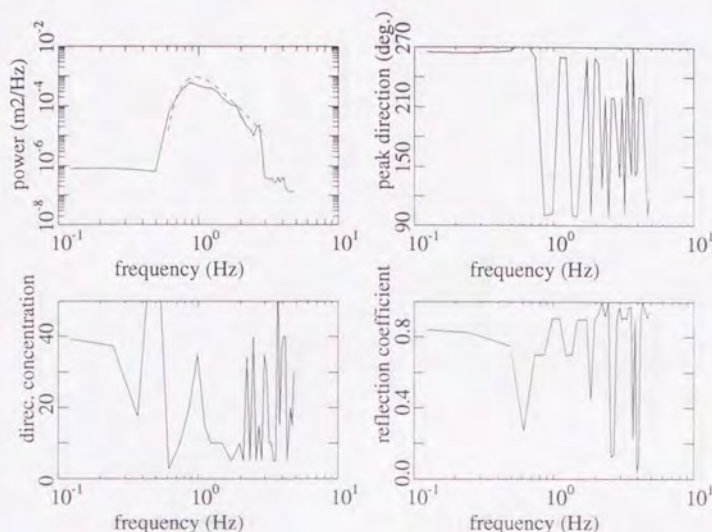


図-3.40: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: C-D-E)

これらの推定結果から、ピーク波向は正しく推定しているものの、方向集中度係数、反射率については推定精度が低いことがわかる。

波高計アレイ A-G-N による推定結果 図-3.41から図-3.43の推定結果より、ピーク波向は真の値が安定的に推定されているが、方向集中度係数の推定値は過小評価となっており、推定精度が低くなっていることがわかる。

また、反射率については、推定値が常に 0.1 付近であることがわかる。これは、入射波も反射波もその波向が波高計アレイの方向とほぼ平行でかつほぼ同じ方向なので、この波高計アレイでは入射波と反射波を分離することができないためであると考えられる。

波高計アレイ C-I-Q による推定結果 図-3.44の推定結果より、ピーク波向は真の値が推定されているが、方向集中度係数は過小評価となっている。反射率の推定値も不安定になっていることがわかる。

波高計アレイ A-G-N の推定結果と比較すると、反射率の推定値が真の値を過大評価している点で、異なっている。

三角形の波高計アレイを用いた推定結果

図-3.45から図-3.48は、方向集中度 $s_{\max}=40$ 、反射率 $r=0.5$ の波浪場に対して三角形の波高計アレイを用いて方向スペクトルパラメータを推定した結果を示したものである。

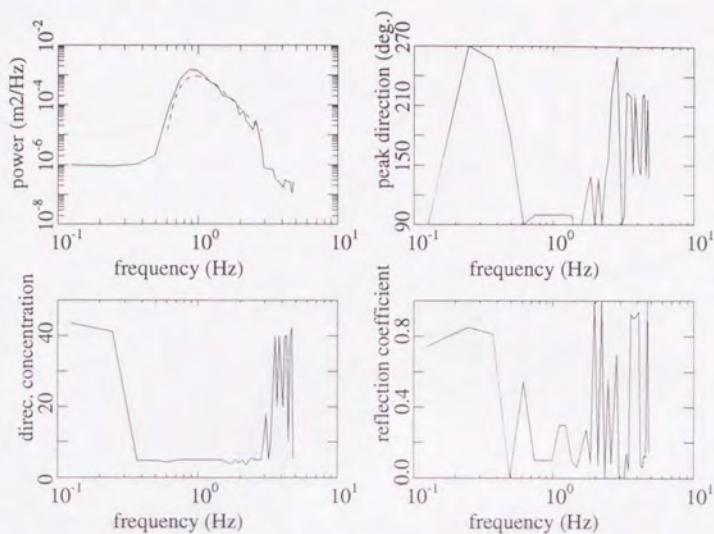


図-3.41: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=10$, $r=0.5$, 波高計アレイ: A-G-N)

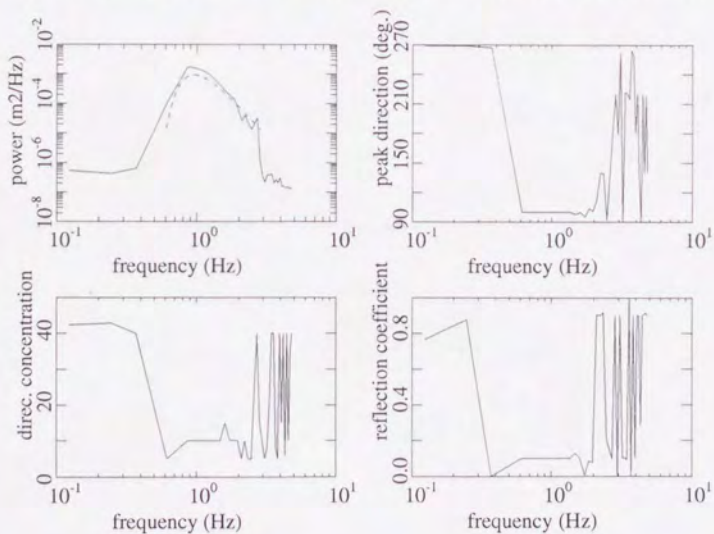
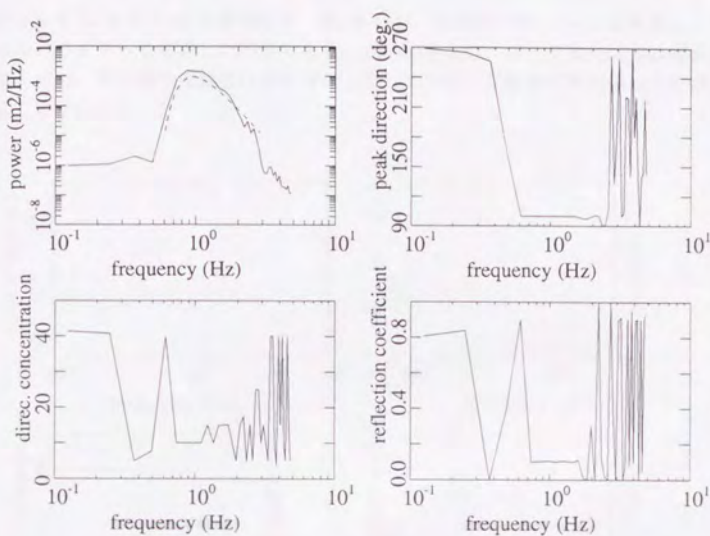
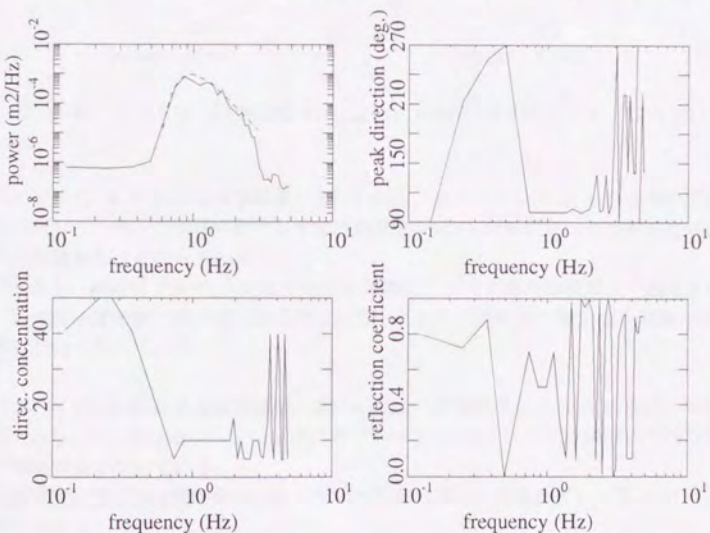


図-3.42: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: A-G-N)

図-3.43: パラメターの推定結果 ($s_{\max}=75$, $r=0.5$, 波高計アレイ: A-G-N)図-3.44: パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: C-I-Q)

波高計アレイ G-A-B による推定結果 図-3.45は、波高計アレイ G-A-B を用いて方向スペクトルパラメータを推定した結果である。この結果より、ピーク波向は真の値を推定しているものの、方向集中度係数は過大評価となっており、反射率の推定値は不安定となっていることがわかる。

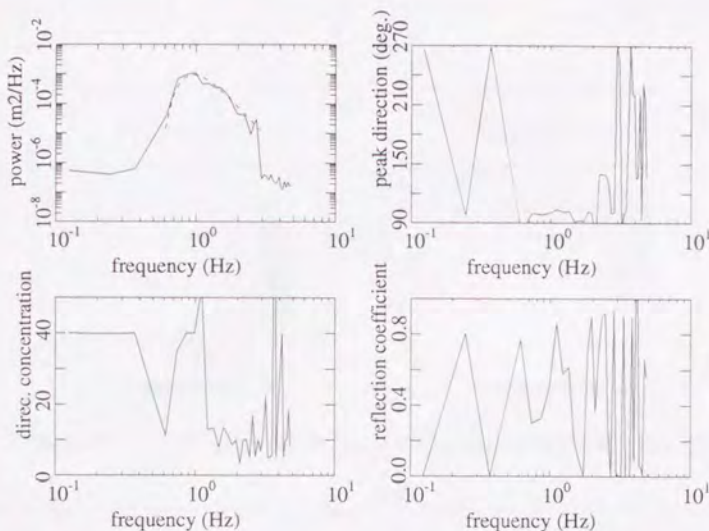


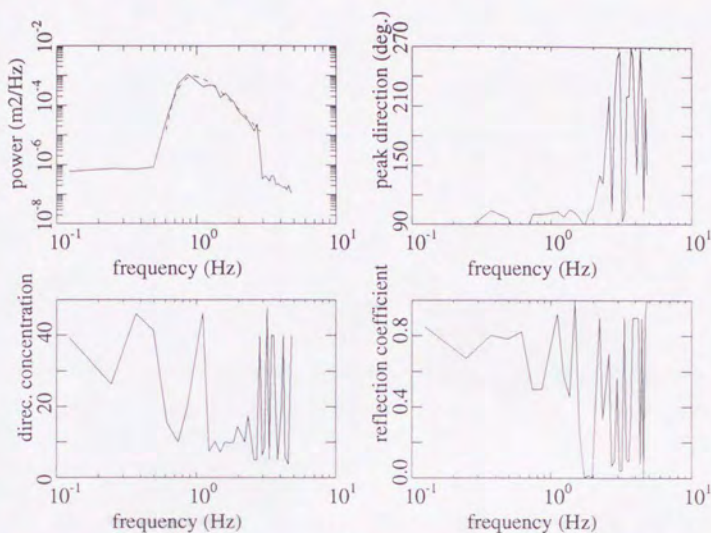
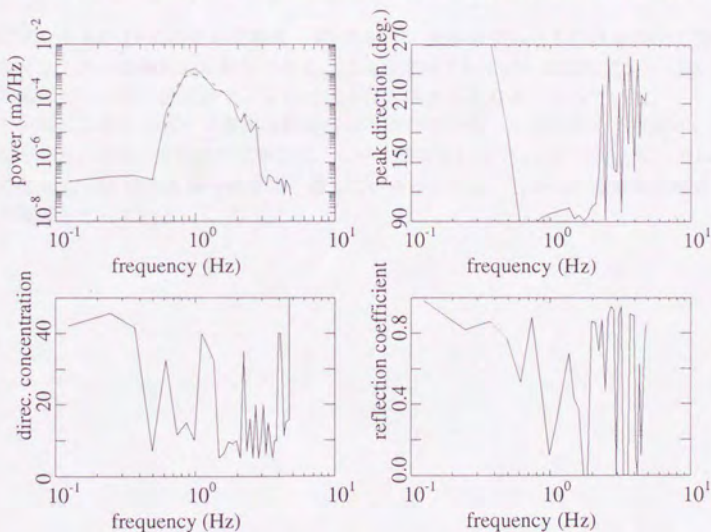
図-3.45: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: G-A-B)

波高計アレイ G-A-C による推定結果 図-3.46は、波高計アレイ G-A-C を用いて推定した結果を示している。この波高計アレイは波高計アレイ G-A-B に比べて反射面に垂直な方向の波高計間隔が長くなっている。

この結果も、波高計アレイ G-A-B の結果と同様に、ピーク波向は精度よく推定されているが、方向集中度係数の推定値は過大評価となっており、反射率の推定値も変動が激しく、推定精度が低くなっている。

波高計アレイ N-A-B による推定結果 図-3.47は、波高計アレイ N-A-B を用いて推定した結果である。この波高計アレイは、波高計アレイ G-A-B と比べて反射面に平行な方向の波高計間隔が長くなっている。

方向集中度係数の推定値がやや小さくなったことの他は、波高計アレイ G-A-B による結果と同様である。

図-3.46: パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: G-A-C)図-3.47: パラメターの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: N-A-B)

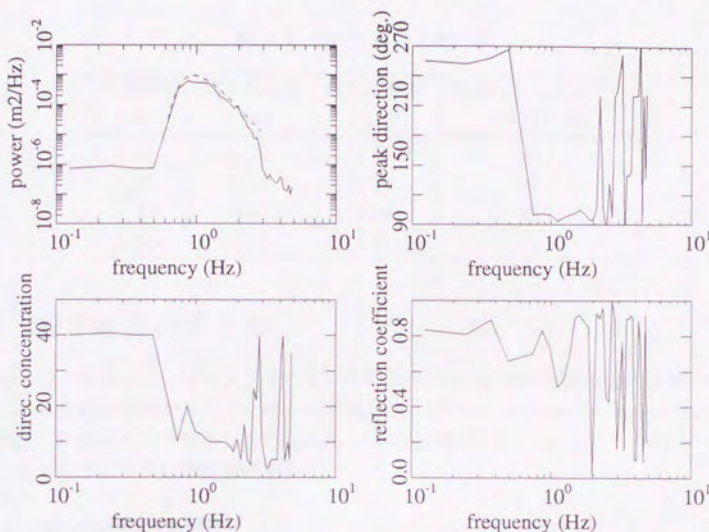


図-3.48: パラメータの推定結果 ($s_{\max}=40$, $r=0.5$, 波高計アレイ: I-C-D)

波高計アレイ I-C-D による推定結果 図-3.48は、波高計アレイ I-C-D を用いて方向スペクトルパラメータを推定した結果である。この波高計アレイは、波高計アレイ G-A-B と波高計間隔は等しいが、波高計アレイの位置が反射面からより遠くなっている。

この結果によると、ピーク波向の推定値は 100° 付近となっており正しく推定されていることがわかる。また、方向集中度係数は、ピーク周波数付近で $a=20$ 程度となっており、方向集中度 $s_{\max}=40$ の波浪場を精度よく表しているといえる。しかし、反射率の推定値はやや過大評価となっている。

表-3.3: 周波数幅の定義一覧

周波数幅 (Hz)	最小周波数 (Hz)	最大周波数 (Hz)	含まれるエネルギー の割合 (%)
0.55	0.76	1.31	65.8
1.24	0.66	1.90	92.0
2.46	0.60	3.06	98.7
4.31	0.55	4.86	99.8

3.3 推定結果のまとめ

本節では、数値シミュレーションによって作成された入・反射波共存場の方向スペクトルを、形を変えた波高計アレイを用いて推定した結果から、方向スペクトルパラメータの推定誤差の評価する方法を示し、それに基づいて各波高計アレイにおける方向スペクトルパラメータの推定精度を比較検討する。

3.3.1 推定誤差の評価法

本研究では、方向スペクトルパラメータの推定誤差の評価式として次式に示す、ある周波数帯でのパラメータの推定誤差の正規化された標準偏差を用いる。

$$\text{Err}(\lambda_i) = \frac{1}{\bar{\lambda}_i} \sqrt{\frac{1}{N_{\text{total}}} \sum (\lambda_i - \bar{\lambda}_i)^2} \quad (3.10)$$

ここで、 λ_i は方向スペクトルパラメータの推定値を、 $\bar{\lambda}_i$ はその方向スペクトルパラメータの真の値を、 $\bar{\lambda}_i$ は正規化するための量で本研究では、 $\bar{\theta}_0 = 180$ 、 $\bar{r} = 1.0$ とした。

式(3.10)の $\text{Err}(\lambda_i)$ は、方向集中度が $s_{\text{max}}=40$ で反射率が $r=0.1, 0.5, 0.9$ の波浪場、また反射率が $r=0.5$ で方向集中度が $s_{\text{max}}=10, 40, 75$ の合計5通りの波浪場のすべてについて、ある周波数幅の中での推定誤差の2乗平均をとったものである。したがって N_{total} はそれらすべての波浪場における周波数帯に含まれる合計数を表している。

この周波数幅は、Bretschneider-光易型の周波数スペクトル(式(3.2)、図-3.1)において、等しいスペクトル密度を持つ2つの周波数を選び、それらの周波数の差と定義した。したがって、周波数幅が大きくなっても推定誤差が小さいということは、ピーク周波数を中心とした広い周波数範囲で安定的に真の値が推定されているといえる。表-3.3には本研究で用いた周波数幅とその周波数範囲に含まれるエネルギーを示した。

以下本研究においては、式(3.10)の $\text{Err}(\lambda_i)$ を単に方向スペクトルパラメータ λ_i の推定誤差と呼ぶ。

3.3.2 波高計アレイの形状の影響

図-3.49と図-3.50には、主波向が 135° の波浪場に対して、反射面に垂直な波高計アレイ

波高計アレイ：実線：A-B-C，破線：A-G-N，点線：G-A-B

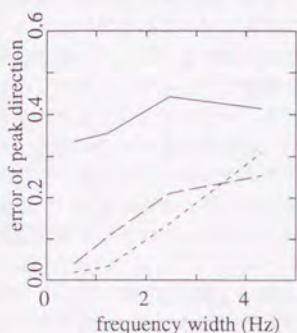


図-3.49: θ_0 の推定誤差 (主波向 135°)

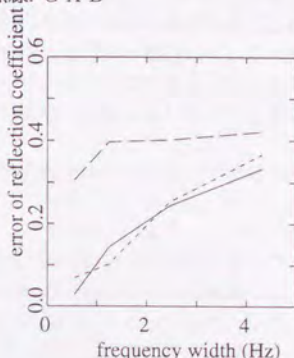


図-3.50: r の推定誤差 (主波向 135°)

(A-B-C)，平行な波高計アレイ (A-G-N)，三角形の波高計アレイ (G-A-B) を用いて推定した方向スペクトルパラメータの内の，ピーク波向と反射率の推定誤差を示した。また，主波向が 180° ， 95° の波浪場に対する推定誤差や，他の波高計アレイを用いた場合の推定誤差は，付録 D に示した。

これらの結果や §3.2 で述べた推定結果より，反射面に垂直な直線状の波高計アレイは反射率を正確に推定し，反射面に平行な直線状の波高計アレイは，ピーク波向，方向集中度係数を正確に推定していることがわかる。

これは以下の理由によるものと考えられる。

本研究で提案した方向スペクトルの推定法は，各波高計で観測された水面変動データのクロスパワースペクトルの組み合わせと，式 (2.89) で計算されるクロスパワースペクトルの組み合わせが等しくなるような方向スペクトルパラメータを求めるものである。ここで，観測されたクロススペクトルは波高計で得られた時系列データの相互相関 (コヒーレンス) と位相遅れ (フェイズ) の情報を持っており，結局これらの情報から波浪場の方向スペクトルを推定していることになる。

コヒーレンスとは各波高計で得られた水面変動データの周波数成分毎の線形性の程度を表すものである (例えば，日野，1977)。簡単のために波浪場の方向集中度が非常に大きい場合を考えると，入射波のみが存在する波浪場では，水面変動の振幅が場所によらず一定になるのでコヒーレンスは 1 に近くなるが，入射波と反射波が共存している波浪場では反射面の前面に部分重複波浪場が形成されるために，波高計の設置する位置によって水面変動の振幅が異なることになる。すなわち，水面変動の振幅の場所による変化は波の波長と反射面における反射率と入射波のピーク波向に規定されることになる。ここで周波数と波長は分散関係式 (2.6) によって 1 対 1 に対応づけられているので，結局，波浪場における反射率とピーク波向がコヒーレンスの情報に基づいて求められることになる。

一方フェイズは波高計間の水面変動データの位相差を表している。簡単のために波浪場

の方向集中度が非常に大きいとして考えると、ある周波数成分について、分散関係式より波長と波速が決定されるので、フェイズの情報から波向の情報を得られることになる。しかし、いま2台の波高計を結ぶ直線に関して対称となる方向へ進行している波長の等しい2種類の波を考え、この2種類の波のフェイズをそれぞれ測定するとどちらも等しくなってしまう。つまり、フェイズの情報では、波高計を結ぶ直線に関してどちら側から来る波なのかを判別することはできないのである。

また、波浪場の方向集中度とは、ほぼ同一の周波数を持つ波がピーク波向の方向を中心にどのくらい集中しているのかを表すパラメータであり、逆に言うと、ピーク波向の方向から逸れている波がどのくらい存在するのかを示しているといえる。上で述べた波高計間での水面変動データのフェイズは、同一の周波数で波向の異なる多数の波のフェイズを平均したようなものになっているので、ある2台の波高計で得られる水面変動のデータのフェイズだけでは方向集中度に関する情報を得ることはできない。したがって、このパラメータを決定する情報は、水面変動データ間のフェイズとそれらを得た波高計間ベクトルとの組み合わせによって得られることになる。

以上に述べた理由により、反射面前面の重複波浪場において各波高計が節・腹など異なる場所に設置されている反射面に垂直な波高計アレイは、反射率を精度よく推定することができると考えられる。また、反射面に平行な波高計アレイを用いることによって、反射面に向かって斜めに入射する波の波向を正確に推定することができ、さらに、波高計間隔を考慮することによって方向集中度係数を精度よく推定できると考えられる。そしてこれらのことは、数値シミュレーションデータに対する推定結果によって裏付けられている。

これまでの議論から、反射面に垂直な波高計間ベクトルのみ、または反射面に平行な波高計間ベクトルのみ持っている波高計アレイでは、反射率、またはピーク波向、方向集中度係数のどちらかしか精度よく推定できないことが明らかになった。そこで、1組の波高計アレイの中に、反射面に垂直な波高計間ベクトルと反射面に平行なものが存在する、三角形形状の波高計アレイを用いることを考える。

この波高計アレイによって観測されるクロスパワースペクトルには、上で述べた反射率を決定するための情報とピーク波向を決定する情報の両方が含まれているので、反射率もピーク波向、方向集中度係数も精度よく推定することが期待される。そして実際、§3.2で述べたように、三角形形状の波高計アレイを用いると、反射面に垂直な波高計アレイを用いた場合よりもピーク波向、方向集中度係数が精度よく推定され、反射面に平行な波高計アレイを用いた場合よりも反射率が精度良く推定されることが明らかとなった。

しかし、三角形形状の波高計アレイで推定した反射率の推定精度は、反射面に垂直な波高計アレイで推定した場合ほど高くなく、また、方向集中度係数の推定精度は、反射面に平行な波高計アレイで推定した場合ほど高くはなかった。このことは、直線状の波高計アレイでは、反射面に垂直または平行な波高計間ベクトルが3種類存在するのに対して、三角形形状の波高計アレイではそれぞれ1種類ずつしかないために、それらの波高計で得られたデータのクロスパワースペクトルの情報量が少なくなってしまうためと考えることができる。

波高計アレイ (左図): 実線: A-B-C, 破線: A-B-D, 点線: C-D-E

波高計アレイ (右図): 実線: A-G-N, 破線: A-G-U, 点線: C-I-Q

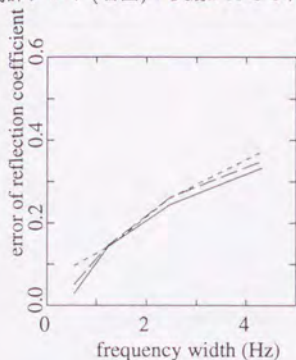


図-3.51: r の推定誤差 (垂直アレイ)

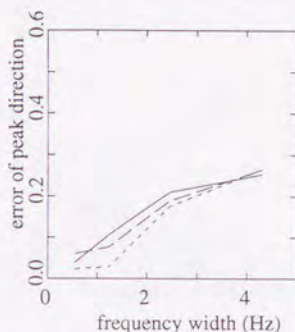


図-3.52: θ_0 の推定誤差 (平行アレイ)

3.3.3 波高計間隔および波高計アレイの設置位置の影響

図-3.51は、主波向が 135° の波浪場に対して、3種類の反射面に垂直な直線状波高計アレイで反射率を推定した際の推定誤差を示している。図-3.52は、同じ波浪場に対して3種類の反射面に平行な直線状波高計アレイを用いてピーク波向を推定した際の推定誤差を示している。また、図-3.53、図-3.54には、それぞれ主波向が $\theta_p = 135^\circ$ の波浪場に対して4種類の三角形の波高計アレイを用いてピーク波向、反射率を推定した際の推定誤差を示している。これらの推定誤差の図より、波高計間隔が広い波高計アレイによる推定誤差の方が、設置位置が反射面から離れている波高計アレイによる推定誤差よりも大きいことがわかる。以下にこれらの推定誤差の原因について考察する。

波高計間隔の影響

波高計間隔が広がると、それらの波高計で得られたデータのコヒーレンスが減少し、フェイズの誤差が大きくなる。このことは、方向スペクトルを推定する拠りどころとなるクロスパワースペクトルに誤差が多く含まれるということであり、方向スペクトルパラメータの推定精度を低下させるものと考えられる。

しかし、主波向が 135° の波浪場において波高計アレイ N-A-B を用いて推定された方向集中度係数の精度が、波高計アレイ G-A-B を用いて推定されたものより高くなっており、波高計間隔の広い波高計アレイで推定する方が精度の高い推定値が得られているという結果が得られた。これは、波高計 B-G 間のベクトルが入射波の主波向に一致しているのに対して、波高計アレイ N-A-B ではどの波高計間ベクトルも入・反射波の方向に一致しないので、入射波の波向の分散をより正しく認識できたためと思われる。

波高計アレイ：実線：G-A-B，破線：G-A-C，点線：N-A-B，一点鎖線：I-C-D

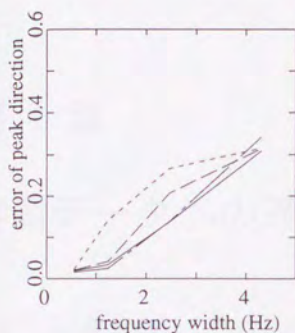


図-3.53: θ_0 の推定誤差 (三角形アレイ)

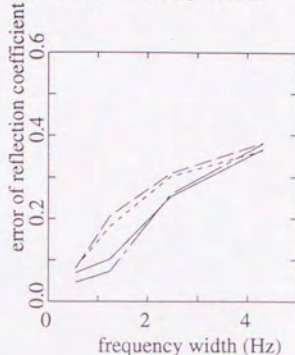


図-3.54: r の推定誤差 (三角形アレイ)

波高計アレイの設置位置の影響

波高計アレイが反射面から離れた場所に設置されていると、式(2.89)の中の R_{pqr} の値が大きくなり、 $\varphi(a, \theta_0, R_{pqr}, \Theta_{pqr}|f)$ や $\varphi(a, \theta_0, R_{pqr}, \pi - \Theta_{pqr}|f)$ などの値が相対的に減少する。このことは、入射波と反射波の干渉項が小さくなることを意味しており、反射波が存在するという情報が少ないことになる。したがって反射面から離れた場所に設置された波高計アレイを用いると反射率の推定精度が低下すると考えられる。

しかし、図-3.54や§3.2によると、反射面から離れた場所に設置されている波高計アレイを用いて方向スペクトルパラメータを推定しても、反射率の推定精度としてはそれほど変化しないことがわかった。

第 4 章

実測データへの適用

4.1 水槽実験データへの適用

本節では、§2.3で提案した方向スペクトルの推定法を、水槽実験において得られた水面変動の時系列データに適用した結果を説明する。

4.1.1 水槽実験の概要

実験に使用した水槽は、長さ 35m 幅 45m 深さ 40cm の平面水槽で、水槽内に幅 40cm の造波板 48 枚 (計 19.2m) からなる多方向不規則波造波装置が設置されている。この水槽内に、長さ 15.4m の直立壁を造波機から 8.5m 離れた位置に造波機と平行に設置した (平口ら, 1991)。

図-4.1に反射面前面付近の波高計の配置状況を表す模式図を示す。図の y 軸が反射面を表しており、反射面に向かって $x > 0$ から多方向不規則波が入射する。したがって、 $x > 0$ が入射波と反射波が共存している領域である。丸印が波高計の位置を表しており、図に示すように反射面に垂直な方向に波高計 A~F、反射面から 2m 離れたところに反射面に平行に波高計 F~K が設置されている。なお、水深は 50cm で場所によらず一定である。

実験は、表-4.1に示す 4 ケースを行った。入射波は、Bretschneider-光易型の周波数スペクトルを用いて、有義波高 ($H_{1/3}$)、有義波周期 ($T_{1/3}$)、光易型方向関数における方向集中度 (s_{\max}) の組み合わせで、($H_{1/3}, T_{1/3}, s_{\max}$) = (0.04m, 1.25s, 75) と、($H_{1/3}, T_{1/3}, s_{\max}$) = (0.05m, 1.0s, 10) の 2 種類を造波した。前者はうねり性波浪を後者は風波性波浪を対象として造波している。いずれの場合も主波向は反射面に直角である、 $\theta_p = 180^\circ$ とした。

水面変動の時系列データは、0.2 秒毎に 2048 個計測した。波高計群 A~F と F~K はそれぞれ同期されており、同時刻の水面変動を記録している。各波高計群の中から、同一の波高計間ベクトルが存在しないように 3 台の波高計を選び、それらの波高計で得られた時系列データを用いてクロスパワースペクトルの組み合わせを求めた。そのクロスパワースペクトルを用いて方向スペクトルを推定した。水面変動の時系列データからクロスパワースペクトルを求める際には、FFT 法を用いて得られたスペクトルに幅約 0.24Hz の放物型のスペクトルウィンドウをかけて平滑化している。

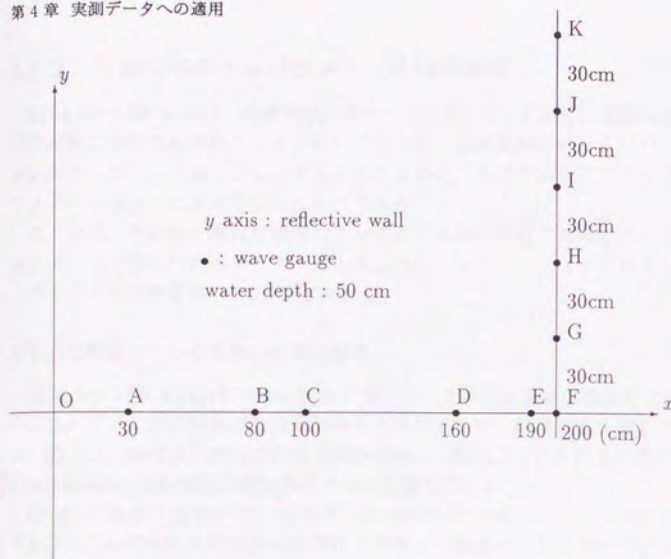


図-4.1: 水槽実験における波高計の配置図

表-4.1: 実験ケースの一覧

Case No.	h (m)	$H_{1/3}$ (m)	$T_{1/3}$ (s)	θ_p ($^\circ$)	s_{\max}	波高計アレイ
4151	0.5	0.04	1.25	180	75	垂直アレイ
4191	0.5	0.05	1.0	180	10	垂直アレイ
4152	0.5	0.04	1.25	180	75	平行アレイ
4192	0.5	0.05	1.0	180	10	平行アレイ

以下では、波高計群 A～F の中から選んだ 3 台の波高計の組み合わせを反射面に垂直な波高計アレイ (垂直アレイ)、波高計群 F～K の中から選んだ 3 台の波高計の組み合わせを反射面に平行な波高計アレイ (平行アレイ) と呼ぶ。

4.1.2 方向スペクトルパラメータの推定結果

図-4.2から図-4.25は、水槽実験の各ケースにおいて、反射面に垂直な波高計アレイおよび反射面に平行な波高計アレイを用いたときの、各波高計におけるパワースペクトル、波高計間のコヒーレンス、フェイズを示したものと、その波高計アレイで方向スペクトルパラメータを推定した結果を示したものである。

以下では、反射面に垂直な波高計アレイと反射面に平行な波高計アレイに分けて、各波高計アレイで得られたパワースペクトル、コヒーレンス、フェイズおよび、方向スペクトルパラメータの推定値について述べる。

反射面に垂直なアレイを用いた推定結果

図-4.2から図-4.7には、Case 4151において、反射面に垂直な波高計アレイでの、コヒーレンス、フェイズの計算値と方向スペクトルパラメータの推定値を示したものである。なお、図-4.3、図-4.5、図-4.7の右上図の点線は、表-4.1で示されたパラメータに対応する、Bretschneider-光易型の周波数スペクトルを表している。

図-4.2の波高計Aのパワースペクトルの計算値(実線)は、 $f=1.2\text{Hz}$ 付近で小さくなっており、この周波数を持つ波が波高計Aの地点で重複波の節となっているのがわかる。このような重複波の節、腹は反射面に近いほど顕著に現れるので、他の波高計B、Cにおけるパワースペクトルの計算値においても同様にスペクトルが小さくなっている周波数帯があるが、それほど顕著にスペクトルの値が小さくなっていない。このようなパワースペクトルの値の変動のために、コヒーレンスの値の変動も激しくなっている。一方、フェイズの値は、ほぼ、 0rad 、または $\pm\pi\text{rad}$ 、となっており、この波浪場が重複波浪場であることを示唆している。

これらのことは、図-4.4についても同様である。しかし、図-4.6では、波高計アレイが反射面から比較的遠くなっているので、パワースペクトルの値が重複波浪場の節の影響を受けていない。したがって、コヒーレンスの値の変動も小さい。

方向スペクトルパラメータの推定値については、図-4.3において、方向集中度係数がピーク周波数付近で $a=20$ 、ピーク波向および反射率が有効周波数帯でそれぞれ $\theta_0=180^\circ$ 、 $r=0.9$ となっている。ここで、有効周波数帯とは、パワースペクトルにおいてスペクトルの値がピーク周波数におけるそれに対して1%以上となっている周波数帯と定義して、本節では $0.45\text{Hz} < f < 2\text{Hz}$ としている。

これらの方向スペクトルパラメータの推定値は、実験条件と比較すると、ピーク波向、反射率についてはほぼ正確に推定しているが、方向集中度係数については過小評価になっている。また、入射波のパワースペクトルはピーク周波数付近では過小評価となっているが、そのほかの周波数帯では、ほぼ正確に推定している。

波高計アレイA-B-D(図-4.5)でも、波高計アレイD-E-F(図-4.7)でもピーク波向、反射率については同様の推定値が得られている。しかし、方向集中度係数の推定値は、図-4.5においては、図-4.3よりも大きくなっているが、変動が激しくなっており、図-4.7においては小さくなっており、どの波高計アレイも方向集中度係数を正確に推定していない。

図-4.8から図-4.13には、Case 4191において、反射面に垂直な波高計アレイでの、コヒーレンス、フェイズの計算値と方向スペクトルパラメーターの推定値を示したものである。なお、図-4.9、図-4.11、図-4.13の右上図の点線は、表-4.1で示されたパラメーターに対応する、Bretschneider-光易型の周波数スペクトルを表している。

図-4.8、図-4.10、図-4.12におけるパワースペクトルの計算値では、波高計 A におけるパワースペクトルが明瞭に双峰型になっており、重複波浪場の節の影響を受けていることがわかる。また、コヒーレンスの変動が大きく、フェイズの値がほぼ 0rad 、または $\pm\pi\text{rad}$ となっており、Case 4151 におけるコヒーレンス、フェイズの計算値と同じ傾向を示している。

図-4.9、図-4.11、図-4.13には、方向スペクトルパラメーターの推定結果を示している。入射波のパワースペクトルはどの波高計アレイを用いても、ほぼ正確に推定している。この実験ケースにおいては方向集中度係数の真の値はピーク周波数付近で、 $a=5$ 程度となるはずであるが、推定結果は変動が激しく、正しく推定しているとは言い難い。ピーク波向も $\theta_0=180^\circ$ 付近で変動しており、波浪場の方向集中度が小さくなっている影響を受けているものと思われる。反射率については、多少変動をしているものの有効周波数領域においてほぼ $r=0.9$ となっており、正確に推定しているといえる。

波高計の組み合わせ：A-B(実線), B-C(破線), C-A(点線)
 (パワースペクトルは, A(実線), B(破線), C(点線))

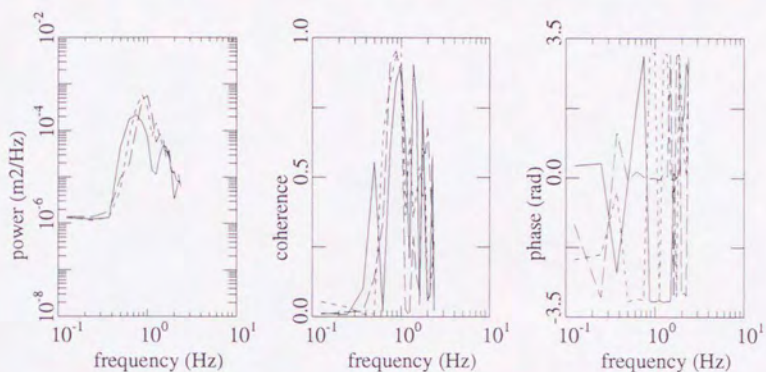


図-4.2: コヒーレンス, フェーズ (Case 4151, 波高計アレイ: A-B-C)

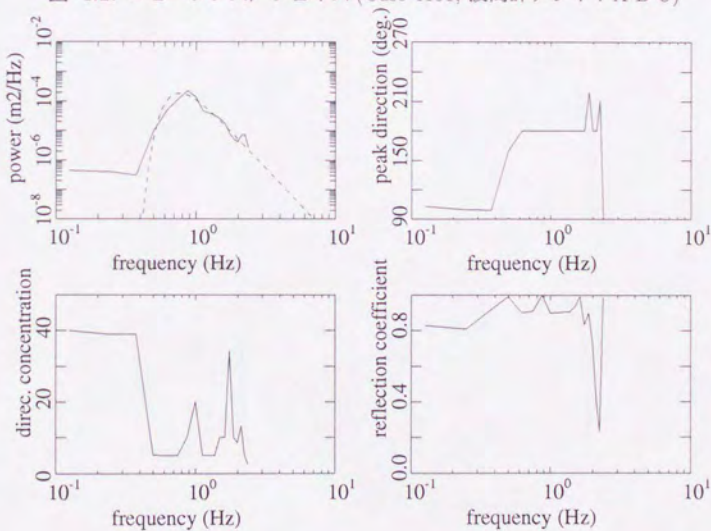


図-4.3: パラメータの推定結果 (Case 4151, 波高計アレイ: A-B-C)

波高計の組み合わせ：A-B(実線), B-D(破線), D-A(点線)
 (パワースペクトルは、A(実線), B(破線), D(点線))

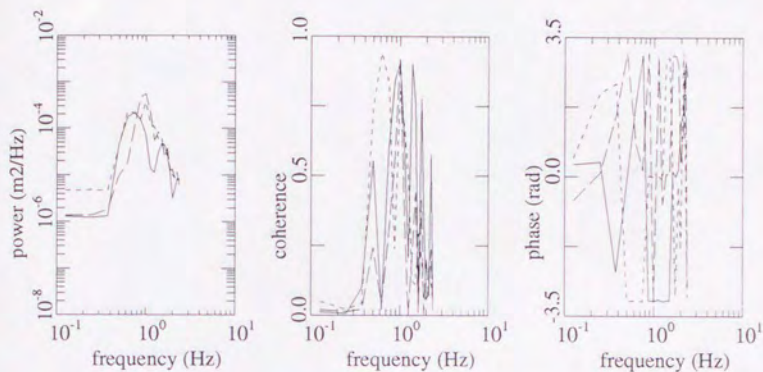


図-4.4: コヒーレンス、フェイズ (Case 4151, 波高計アレイ : A-B-D)

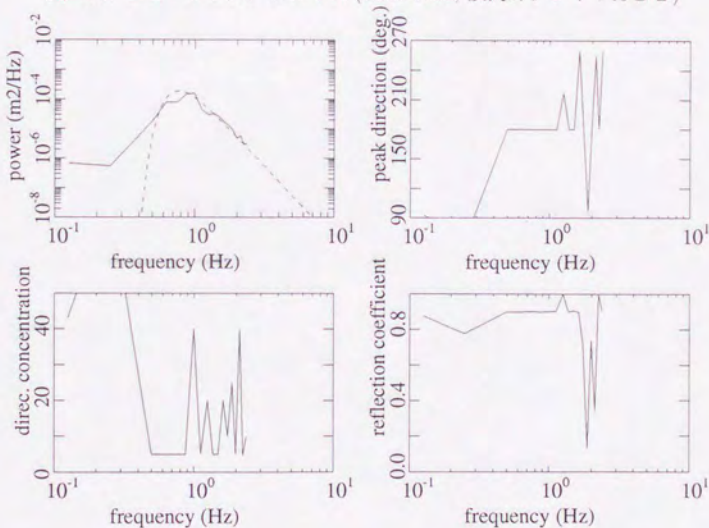


図-4.5: パラメターの推定結果 (Case 4151, 波高計アレイ : A-B-D)

波高計の組み合わせ：D-E(実線), E-F(破線), F-D(点線)
 パワースペクトルは、D(実線), E(破線), F(点線))

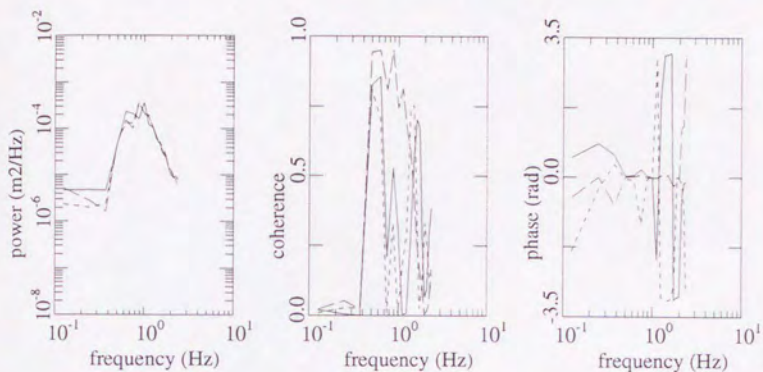


図-4.6: コヒーレンス, フェイズ (Case 4151, 波高計アレイ: D-E-F)

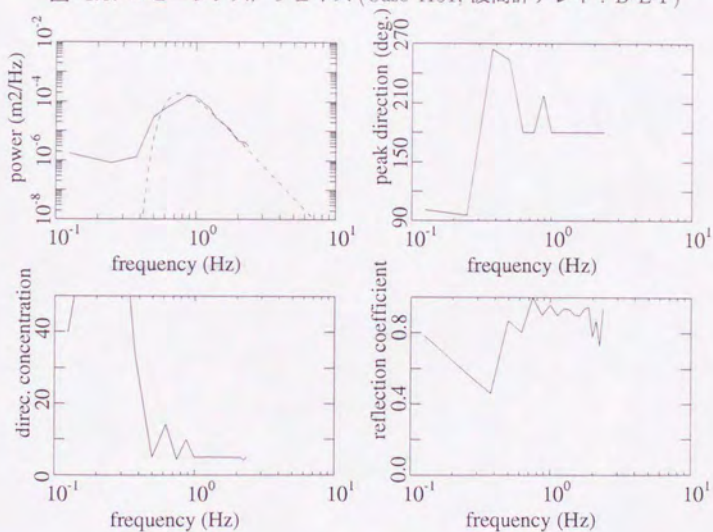


図-4.7: パラメータの推定結果 (Case 4151, 波高計アレイ: D-E-F)

波高計の組み合わせ：A-B(実線), B-C(破線), C-A(点線)
 パワースペクトルは、A(実線), B(破線), C(点線)

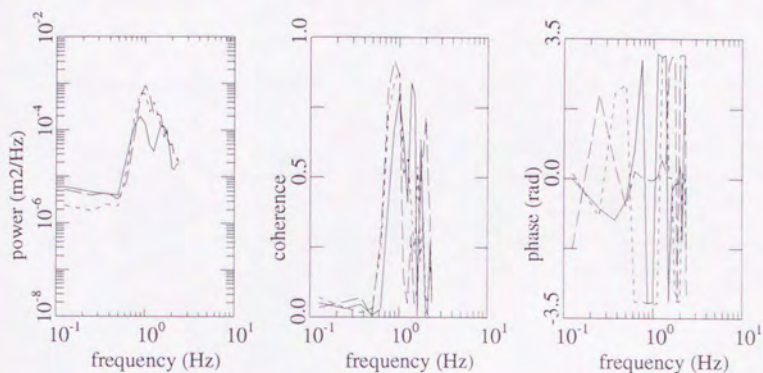


図-4.8: コヒーレンス, フェーズ (Case 4191, 波高計アレイ: A-B-C)

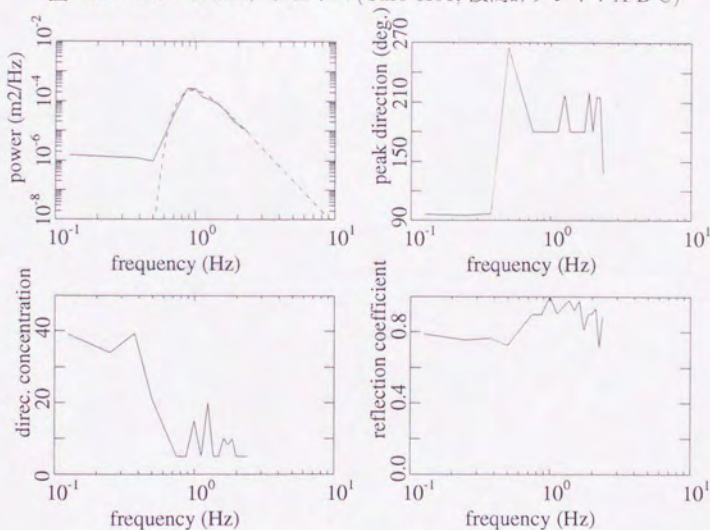


図-4.9: パラメターの推定結果 (Case 4191, 波高計アレイ: A-B-C)

波高計の組み合わせ：A-B(実線), B-D(破線), D-A(点線)
 (パワースペクトルは、A(実線), B(破線), D(点線))

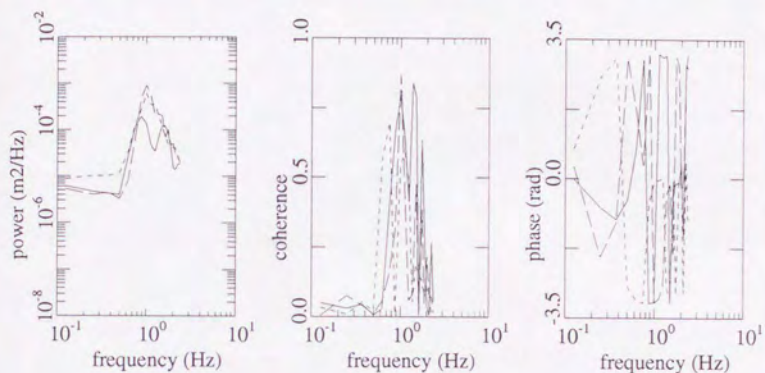


図-4.10: コヒーレンス, フェーズ (Case 4191, 波高計アレイ: A-B-D)

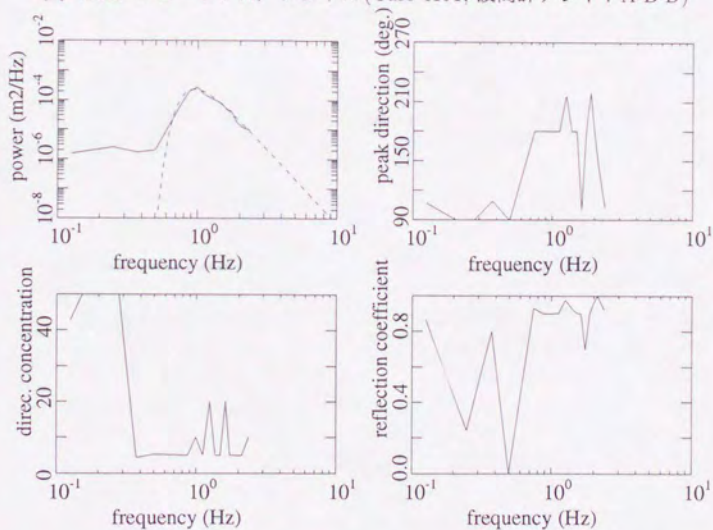


図-4.11: パラメータの推定結果 (Case 4191, 波高計アレイ: A-B-D)

波高計の組み合わせ: D-E(実線), E-F(破線), F-D(点線)
 (パワースペクトルは, D(実線), E(破線), F(点線))

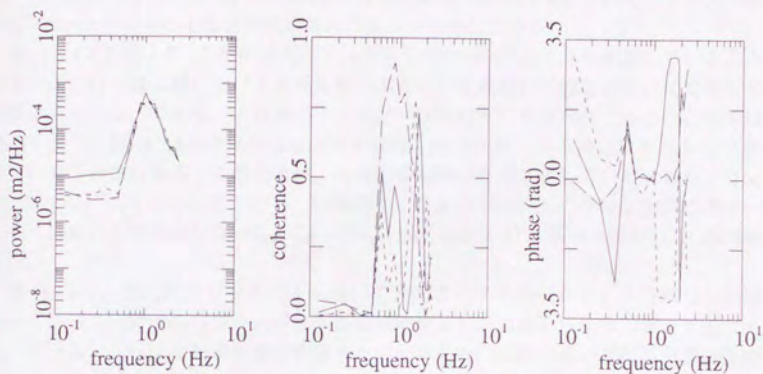


図-4.12: コヒーレンス, フェーズ (Case 4191, 波高計アレイ: D-E-F)

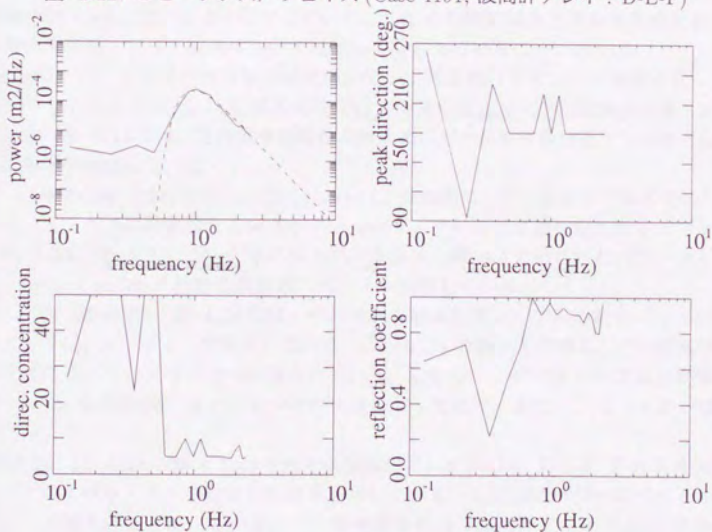


図-4.13: パラメターの推定結果 (Case 4191, 波高計アレイ: D-E-F)

反射面に平行なアレイを用いた推定結果

図-4.14から図-4.19は、Case 4152において、反射面に平行な波高計アレイでの、コヒーレンス、フェイズの計算値と方向スペクトルパラメータの推定値を示したものである。なお、図-4.15、図-4.17、図-4.19の右上図の点線は、表-4.1で示されたパラメータに対応する、Bretschneider-光易型の周波数スペクトルを表している。

図-4.14の左図より、3台の波高計でほぼ同じパワースペクトルを観測していることがわかる。これは、波浪場における水面変動の大きさが反射面に平行な方向には変化しないことを示している。つまり、入射波の主たる波向が反射面に垂直方向であることを示している。しかし、図-4.14の中央図より、波高計間の距離が長くなるほどコヒーレンスが減少していることがわかる。このことは、入射波の方向分散性を示している。また、フェイズがほぼ0rad.になっていることも、波浪場の水面変動が反射面に平行な方向にほぼ一様になっていることを示唆している。これらのことは、図-4.17、図-4.19についても同様にいえる。

図-4.15は、波高計アレイ F-G-I を用いて方向スペクトルパラメータを推定した結果を示している。入射波のパワースペクトルの推定値は有効周波数帯全体に渡って過大評価となっている。これは反射率が過小評価されていることに起因する。方向集中度係数の推定値はピーク周波数付近で $a=30$ 程度となっている。ピーク波向の推定値はほぼ $\theta_0=180^\circ$ となっている。また、反射率の推定値は、 $f=1.0\text{Hz}$ 付近で $r=0.1$ 程度となっており、その両側では $r=0.7$ ないし 0.8 となっている。これらの推定結果と実験条件を比較すると、方向集中度係数、ピーク波向については正しく推定していることがわかる。

図-4.17では、方向集中度係数の推定値がピーク周波数付近で $a=35$ 程度となっており、波高計アレイ F-G-I、F-G-J、F-H-K の中では方向集中度 $s_{\max}=75$ の波浪場を最も正確に表している。図-4.19では、方向集中度係数の推定値はピーク周波数付近で $a=20$ となっており、最も過小評価している。

図-4.20から図-4.25は、Case 4192において、反射面に平行な波高計アレイでの、コヒーレンス、フェイズの計算値と方向スペクトルパラメータの推定値を示したものである。なお、図-4.21、図-4.23、図-4.25の右上図の点線は、表-4.1で示されたパラメータに対応する、Bretschneider-光易型の周波数スペクトルを表している。

図-4.20、図-4.22、図-4.24には、それぞれ各波高計アレイで得られたパワースペクトル、コヒーレンス、フェイズを示している。Case 4152の場合と同様に、どの波高計においてもほぼ同じパワースペクトルが得られている。しかし、この実験ケースは方向集中度が小さいので、波高計間のコヒーレンスが小さくなっており、また、フェイズが一様になっていない。

図-4.21、図-4.23、図-4.25はそれぞれ波高計アレイ F-G-I、F-G-J、F-H-K を用いて方向スペクトルパラメータを推定した結果を示している。入射波のパワースペクトルは若干ではあるが過大評価となっている。方向集中度係数は、波高計アレイ F-H-K を除いてはピーク周波数付近で $a=10$ 程度となっており、方向集中度 $s_{\max}=10$ の波浪場に対する推定値としては過大評価となっている。ピーク波向は有効周波数帯でほぼ $\theta_0=180^\circ$ と推定されており、実験条件に合致している。反射率は、Case 4152における推定結果と同様に $r=0.1$

波高計の組み合わせ：F-G(実線)，G-I(破線)，I-F(点線)
 (パワースペクトルは、F(実線)，G(破線)，I(点線))

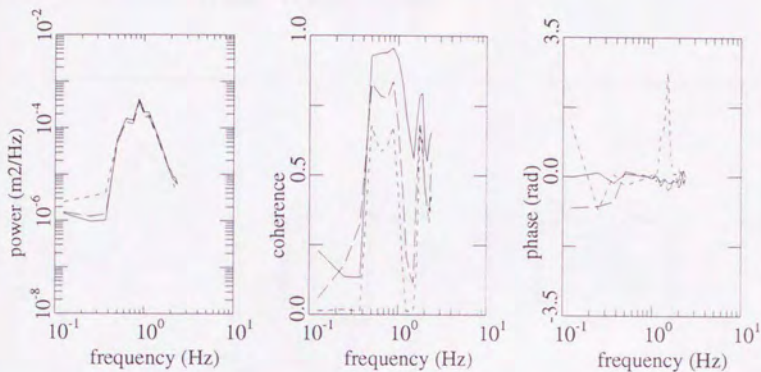


図-4.14: コヒーレンス，フェイズ (Case 4152, 波高計アレイ：F-G-I)

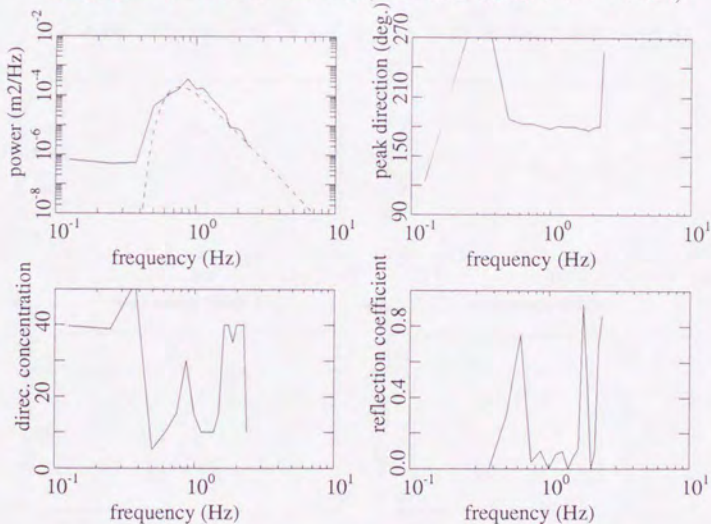


図-4.15: パラメータの推定結果 (Case 4152, 波高計アレイ：F-G-I)

程度と推定されており，推定精度は良くない。

波高計の組み合わせ: F-G(実線), G-J(破線), J-F(点線)
 (パワースペクトルは, F(実線), G(破線), J(点線))

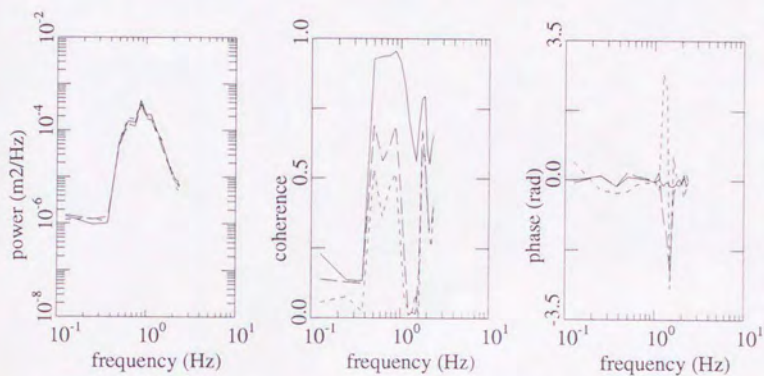


図-4.16: コヒーレンス, フェーズ (Case 4152, 波高計アレイ: F-G-J)

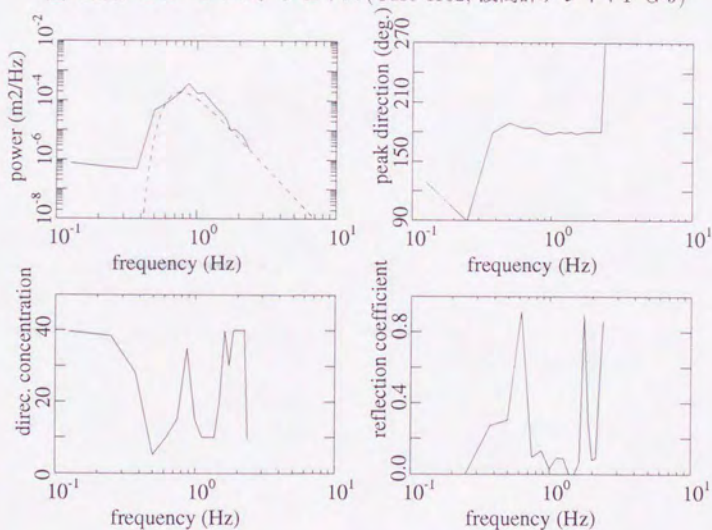


図-4.17: パラメターの推定結果 (Case 4152, 波高計アレイ: F-G-J)

波高計の組み合わせ：F-H(実線), H-K(破線), K-F(点線)
 (パワースペクトルは、F(実線), H(破線), K(点線))

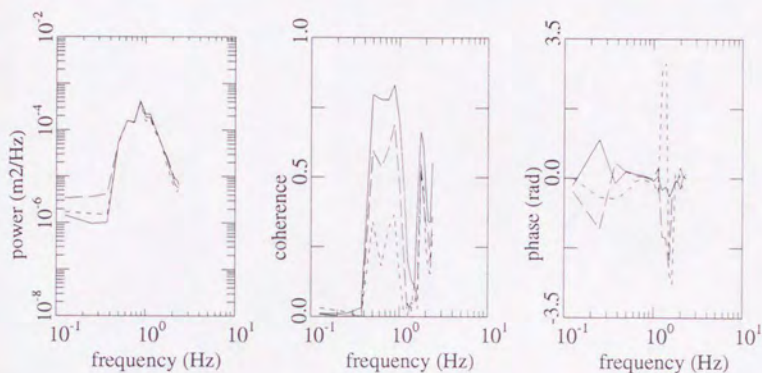


図-4.18: コヒーレンス, フェーズ (Case 4152, 波高計アレイ: F-H-K)

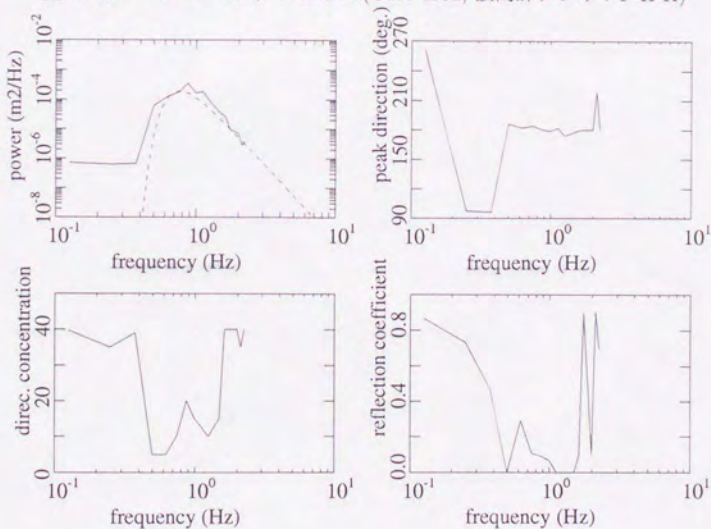


図-4.19: パラメータの推定結果 (Case 4152, 波高計アレイ: F-H-K)

波高計の組み合わせ：F-G(実線), G-I(破線), I-F(点線)
 (パワースペクトルは、F(実線), G(破線), I(点線))

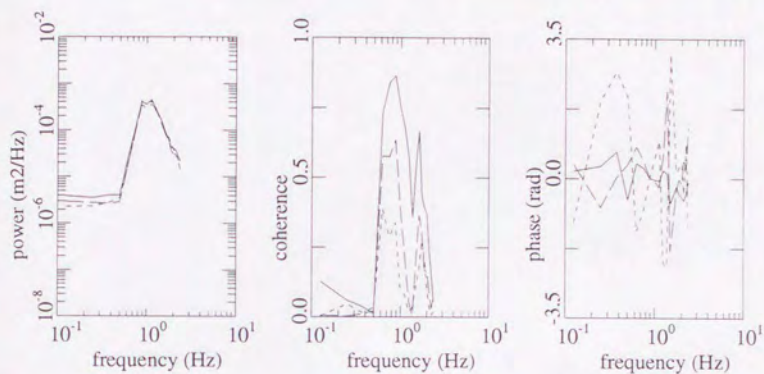


図-4.20: コヒーレンス, フェイズ (Case 4192, 波高計アレイ: F-G-I)

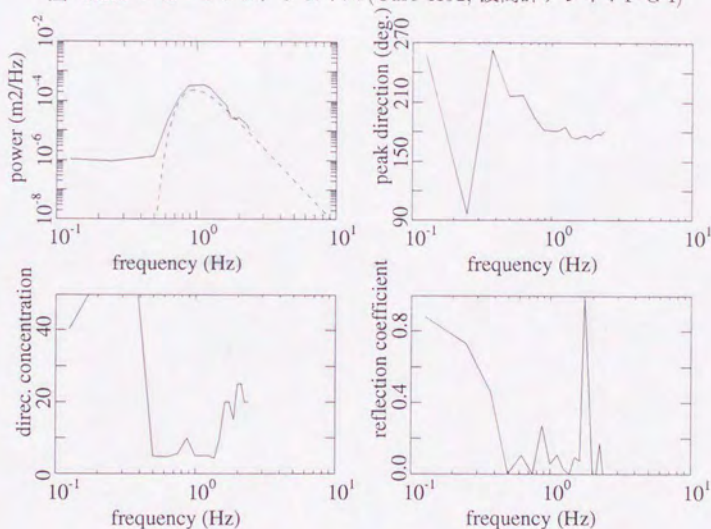


図-4.21: パラメターの推定結果 (Case 4192, 波高計アレイ: F-G-I)

波高計の組み合わせ : F-G(実線), G-J(破線), J-F(点線)
 (パワースペクトルは, F(実線), G(破線), J(点線))

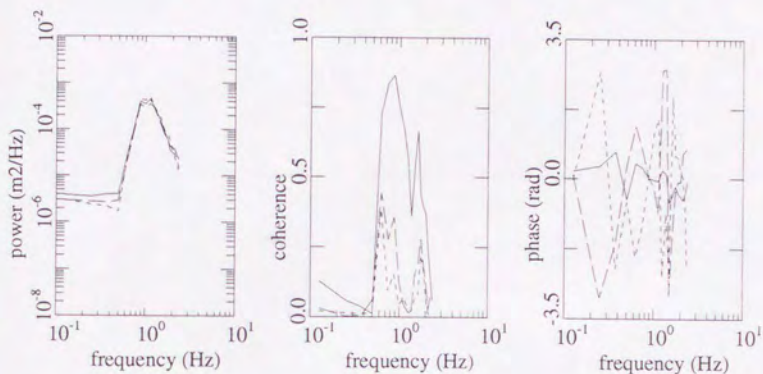


図-4.22: コヒーレンス, フェイズ (Case 4192, 波高計アレイ : F-G-J)

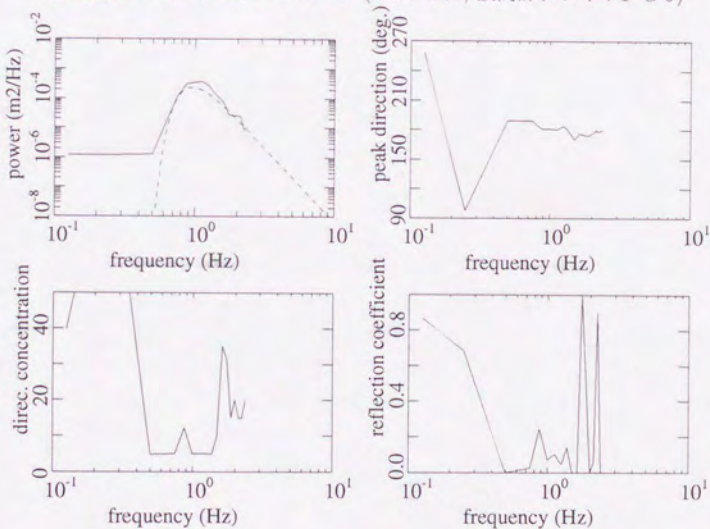


図-4.23: パラメータの推定結果 (Case 4192, 波高計アレイ : F-G-J)

波高計の組み合わせ: F-H(実線), H-K(破線), K-F(点線)
 (パワースペクトルは, F(実線), H(破線), K(点線))

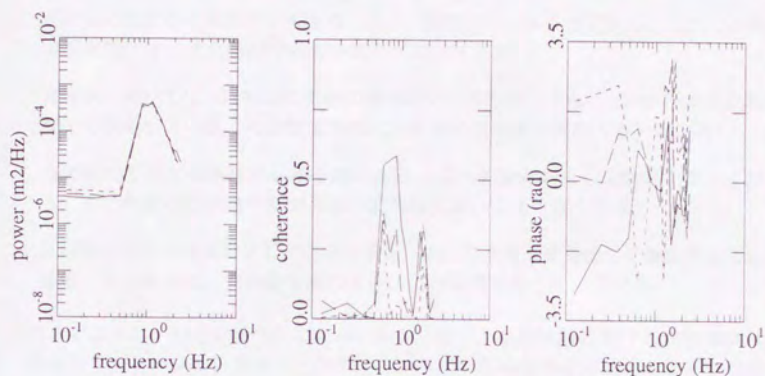


図-4.24: コヒーレンス, フェーズ (Case 4192, 波高計アレイ: F-H-K)

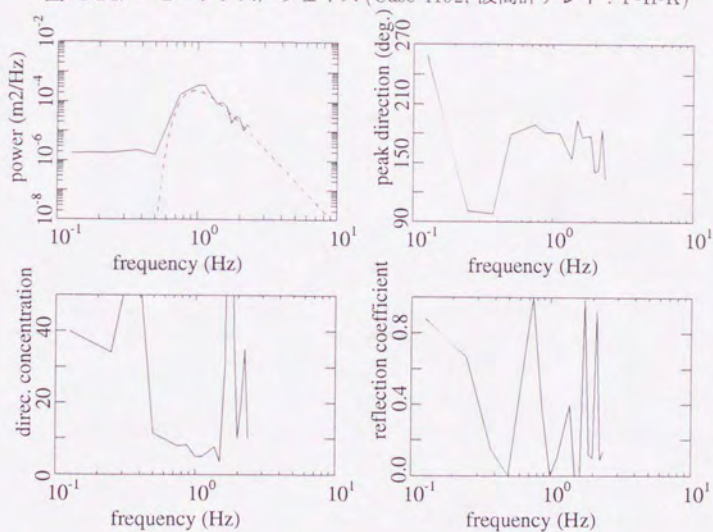


図-4.25: パラメータの推定結果 (Case 4192, 波高計アレイ: F-H-K)

水槽実験データへの適用結果のまとめ

ここで、水槽実験で得られたデータに対して本研究で提案した方向スペクトルの推定法を適用した結果をまとめる。

1. 反射面に垂直な波高計アレイを用いると、反射率を正しく推定することができる。その推定精度は、波浪場の方向集中度が大きいほど高い。
2. 本実験においては、反射面に垂直な波高計アレイを用いても、ピーク波向を比較的精度よく推定している。その推定精度は波浪場の方向集中度が大きいほど高い。
3. 反射面に平行な波高計アレイを用いると、ピーク波向を正しく推定することができる。その精度は方向集中度が大きい波浪場においてより高くなる。
4. 反射面に平行な波高計アレイを用いると、方向集中度係数を正しく推定することができる。その精度は、方向集中度の大きい波浪場ほど良くなっている。

これらのことは、§3.3で述べたことと一致しており、水槽実験における波浪場に対して、数値シミュレーションデータへの推定法の適用結果に対する議論がそのまま適用できることが確認された。