

7. 多層構造の弾性球の放射振動と理論地震記象

— P 波波形への地盤の影響 —

地震研究所 小 高 俊 一

(昭和 52 年 12 月 27 日受理)

§1. は じ め に

地球の内部、或いは表面を伝播する弾性波動を、その自由振動—正規モード解—の重ね合わせで表現しようとする方法は、表面波に対しては、実際の解析への応用[例えば, KANAMORI (1970)] からも明らかなように、非常に有効である。しかし実体波に対しては、広い帯域の周波数範囲を網羅する為には、膨大な数のモードの計算が必要となり、現実には問題が多い。実際、波線理論等、他の方法に依る結果と比較し得る程の精度を持った波形計算は行われておらず、多くのモードの重ね合わせによって、どの程度の誤差の累積が生ずるのかも判然としていない。しかし正規モード解に依る方法は、媒質を現実的な球として扱った解であり、反射波、屈折波、回折波等あらゆる波を含み、また表現が簡単など幾つかの利点もあり、その応用は将来の課題である。

一方、実体波と緊密な関係にある、高次の高調波に関する研究が、近年続けて発表されており、特に Solotone effect と呼ばれる、固有振動数の特徴的な分布に関心が集中している [ANDERSSSEN and CLEARY (1974), ANDERSSSEN *et al.* (1975), LAPWOOD (1975), McNABB *et al.* (1976), 小高 (1977), SATO and LAPWOOD (1977)]. これは、均質球の場合には無く、媒質に不連続が存在すると現われる現象であり、其処での実体波の多重反射と密接な関係がある [WANG *et al.* (1977), ODAKA (1978)]. しかし、此等の議論は殆ど周波数領域に限られ、また短周期近似の仮定の下に展開されており、実際に波形計算を行ない、反射波、透過波を求めた例は無い。

此の様な状況の下では、単純な振動の場合ではあっても、非常に高精度の計算を行い、実体波の理論地震記象を求めることは有意義なことである。此の見地から、ここでは以下の様な簡単な問題を設定する。即ち、半径方向に不均質な(多層構造より成る)弾性球の中心に爆発型点震源を置き、それによる放射振動の励起の問題を解く。次に、表面に於ける実体波の理論地震記象を数値計算で求める。更に比較の為に、波線理論に基づいた地震記象を合成する。

上の問題は、実際の地球振動への応用という立場からは、余り現実的な意味を持たない。しかし、放射振動の性質より、媒質中の境界に鉛直に伝播し、多重反射する P 波を表現することは可能である。これを利用し此処では、均質なマントルの上に現実的な地殻モデルを仮定し、 P 波が鉛直下方より入射した際の、地殻内での多重反射を simulate する。そして、地表で観測される P 波の波形への、地下構造の違いによる影響を調べることに

する。

地表に極く近い所の、いわゆる地盤の構造が、地表に於ける実体波の振幅、卓越周期に大いに影響することは、嶋 (1969)、佐藤・他 (1972) による地盤のレスポンスの計算からも明らかである。此の事は、建造物の地震動被害とも密接に関係し、地震工学上重要な事柄である。

一方、地震学の分野では、観測波形と比較する目的で、実体波の記象を理論的に合成することが盛んであるが、その際地盤の影響まで考慮に入れられることは余り無い。此の事は、地震計の設置個所の地盤の良否、対象とする波の種類や周期の性質を考えれば、通常正当化される事であるが、笹谷・鈴木 (1975) によって考察されているように、観測場所によっては問題となろう。また微小振幅の、或いは短周期の波形をも議論の対象にしようとする場合には、当然地下の微細構造を問題にしなければならない。

この種の問題では、水平構造の媒質に平面波が入射する場合を想定するのが普通であり、数多くの研究がある [SEZAWA (1930), NISHIMURA and TAKAYAMA (1939), PHINNEY (1964), HANNON (1964), LEBLANC (1967)]. しかし、此処での計算方法は先に述べた通り、放射振動の重ね合わせとして実体波を表現するものであり、球面波が同じ曲率を有する球面境界に入射する場合に対応している。しかし、問題にする波の波長が、震源より境界までの距離に比べ十分短かければ、両者の結果は同等のものとなる筈である。また、正規モード解による表現は、極に於ける留数の和の形を取ることで、水平構造の問題に於ける積分の評価の必要は無い。

地下構造モデルは、東京地方のそれを用いる。それは、爆破地震実験により基盤に到るまでの地下構造が詳細に決められており、地震工学的にも重要な地域であるなどによる。更に、上記軟弱地盤地方と比較対照するために、松代地方を取り上げる。入射波のパルス幅は、地震学上関心のある範囲で仮定する。

§2. 不均質弾性球の放射振動

Fig. 1 に示されたような多層構造より成る弾性球を仮定し、その中心に位置する爆発型点震源 (P 波のみを発生) により励起される自由振動を考える。震源の性質から、放射振動

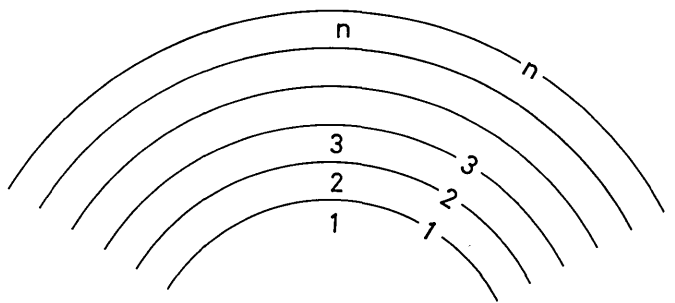


Fig. 1. Multi-layered elastic sphere. Numbering of layers and discontinuous surfaces is given in the figure.

(半径 r のみの関数で表現される膨脹・収縮運動) のみが励起される。此の振動はスフェロイド振動の特別の場合であり、その表現式も簡単で、竹内、斎藤 (1966) に指摘されているような困難性もなく、HASKELL (1953) の方法が適用できる。

震源関数を次式のような変位ポテンシャルで与える。

$$\phi_0 = (A_0/r) \exp(-ih_1 r) \quad (1)$$

A_0 は定数、 r は半径距離、 h_1 は最下層内の P 波の波数であり、時間項 $\exp(i\omega t)$ は省略されている。一般の時間関数に対しては Fourier 逆変換を用いることにする。爆発型震源を single force の組合せとして与えることにすれば、

$$A_0 = -M_0/(4\pi\rho_1\alpha_1^2) \quad (2)$$

となる。ここで、 M_0 は偶力を持たない一組の double force の強さ、 ρ, α は密度、 P 波速度を表わし、添字は対応する層を示す。

(1) 式による変位 (r 成分のみ存在)、 \widehat{rr} 応力成分はそれぞれ次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} U_0 &= -ih_1 A_0 \dot{h}_0^{(2)}(h_1 r) \\ \sigma_0 &= -i\mu_1 h_1 A_0 g(h_0^{(2)}, h_1 r) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$h_0^{(2)}(h_1 r)$ は第二種球 Hankel 関数、その上の点は d/dr を意味する。以下で、 λ, μ はラメの定数を表わし、また $\mu \neq 0$ を仮定する。ここで、

$$g(z_0, hr) = 2\ddot{z}_0(hr) - (\lambda h^2/\mu) z_0(hr) \quad (4)$$

である。

一方、放射振動の方程式は次式で与えられる [BULLEN (1963), p. 254].

$$\ddot{U}_j + (2/r)\dot{U}_j - (2/r^2)U_j + h_j^2 U_j = 0 \quad (1 \leq j \leq n) \quad (5)$$

ここで、 U_j, h_j は夫々、 j 層内の変位、 P 波の波数である。(5) 式の一般解は

$$U_j = h_j \{A_j \dot{j}_0(h_j r) + B_j \dot{n}_0(h_j r)\} \quad (1 \leq j \leq n) \quad (6)$$

で与えられる。 $j_0(hr), n_0(hr)$ は夫々、零次の第一種、第二種球 Bessel 関数である。 A_j, B_j は境界条件より決められるべき定数である。但し、 $r=0$ に於いて変位が有限であるために、 $B_1=0$ でなくてはならない。(1) 式で与えられる一次波が、境界に到達し発生する二次的な波(反射波・透過波等)は、全て (6) 式に含まれる。(6) 式の変位に対応して、応力の \widehat{rr} 成分は次式の様に書ける。

$$\sigma_j = \mu_j h_j \{A_j g(j_0, h_j r) + B_j g(n_0, h_j r)\} \quad (1 \leq j \leq n) \quad (7)$$

(3), (6), (7) 式で与えられる変位、応力が、各境界で境界条件を満たさねばならぬことから次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} [iE_0(r_1) + E_1(r_1)]a_1 &= E_2(r_1)a_2 \\ E_j(r_j)a_j &= E_{j+1}(r_j)a_{j+1} \quad (2 \leq j \leq n-1) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\begin{pmatrix} a^2 U_n(a) \\ 0 \end{pmatrix} = E_n(r_n) a_n \quad (n \geq 2) \quad (9)$$

ここで, $E_j(r)$ は行列, a_j はベクトルを表わし, 次式で定義される.

$$a_1 = \begin{pmatrix} A_1 \\ -A_0 \end{pmatrix}, \quad a_j = \begin{pmatrix} A_j \\ B_j \end{pmatrix} \quad (2 \leq j \leq n) \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} E_0(r) &= h_1 a \begin{pmatrix} 0 & a \dot{j}_0(h_1 r) \\ 0 & a^2 g(j_0, h_1 r) \end{pmatrix} \\ E_j(r) &= h_j a \begin{pmatrix} a \dot{j}_0(h_j r) & a \dot{n}_0(h_j r) \\ (\mu_j/\mu_1) a^2 g(j_0, h_j r) & (\mu_j/\mu_1) a^2 g(n_0, h_j r) \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$(1 \leq j \leq n)$$

$a (= r_n)$ は球の半径を表わす. (8), (9), (10) 式より,

$$\begin{pmatrix} a^2 U_n(a) \\ 0 \end{pmatrix} = G \cdot (i E_0(r_1) + E_1(r_1)) \cdot \begin{pmatrix} A_1 \\ -A_0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

を得る. 但し,

$$G = E_n(r_n) E_n^{-1}(r_{n-1}) E_{n-1}(r_{n-1}) E_{n-1}^{-1}(r_{n-2}) \cdots E_2^{-1}(r_1) \quad (13)$$

$E_j^{-1}(r)$ は行列 $E_j(r)$ の逆行列である. 行列 G の行列式 $|G|$ は簡単な式に変形できる.

$$|G| = \frac{|E_n(r_n)| \cdot |E_{n-1}(r_{n-1})| \cdots |E_2(r_2)|}{|E_n(r_{n-1})| \cdot |E_{n-1}(r_{n-2})| \cdots |E_2(r_1)|} \quad (14)$$

ここで, $|E_j(r)|$ は $E_j(r)$ の行列式で, 次式で与えられる.

$$|E_j(r)| = (\mu_j/\mu_1) (h_j a) (k_j a)^2 (a/r)^2 \quad (15)$$

多少の代数計算の後に, 表面での変位は次式のように求まる.

$$U_n(a) = (A_0/a^2) \eta_1 \prod_{j=2}^n (\bar{\alpha}_j/\bar{\beta}_j) / [F_n(\xi) \cdot \prod_{j=1}^{n-1} \bar{r}_j^2] \quad (16)$$

ここで,

$$F_n(\xi) = [J_{21} \cdot a \dot{j}_0(h_1 r_1) + J_{22} \cdot a^2 g(j_0, h_1 r_1)] / \prod_{j=1}^n \eta_j \quad (17)$$

$$J = D_n \cdot D_{n-1} \cdots D_2 \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} (D_j)_{11} &= a \dot{j}_0(h_j r_j) \cdot a^2 g(n_0, h_j r_{j-1}) - a \dot{n}_0(h_j r_j) \cdot a^2 g(j_0, h_j r_{j-1}) \\ \bar{\mu}_j (D_j)_{12} &= -a \dot{j}_0(h_j r_j) \cdot a \dot{n}_0(h_j r_{j-1}) + a \dot{n}_0(h_j r_j) \cdot a \dot{j}_0(h_j r_{j-1}) \\ (D_j)_{21} / \bar{\mu}_j &= a^2 g(j_0, h_j r_j) \cdot a^2 g(n_0, h_j r_{j-1}) - a^2 g(n_0, h_j r_j) \cdot a^2 g(j_0, h_j r_{j-1}) \\ (D_j)_{22} &= -a^2 g(j_0, h_j r_j) \cdot a \dot{n}_0(h_j r_{j-1}) + a^2 g(n_0, h_j r_j) \cdot a \dot{j}_0(h_j r_{j-1}) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} \eta_j &= k_j a = (\alpha_j/\beta_j) h_j a, \quad \xi = h_1 a = \omega a/\alpha_1 \\ \bar{\alpha}_j &= \alpha_j/\alpha_1, \quad \bar{\beta}_j = \beta_j/\alpha_1, \quad \bar{r}_j = r_j/a, \quad \bar{\mu}_j = \mu_j/\mu_1 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

J_{21} , J_{22} は行列 J の $\widehat{21}$, $\widehat{22}$ 成分, $(D_j)_{lm}$ は行列 D_j の \widehat{lm} 成分である. β_j は j 層内の S 波速度を表わす.

$$F_n(\xi) = 0 \quad (21)$$

は特性方程式であり, その根が固有振動数を与える. 関数 $F_n(\xi)$ は $\omega=0$ を 1 位の零点として持つが, (16) 式の分子の η_1 と相殺され, 結局 $U_n(a)$ は $\omega=0$ で有限の定数値を取る. また, 此の関数の値は $\omega \rightarrow \infty$ に於いて, 0 を挟んで常に一定の幅の間を振動し, 根の計算が容易である.

任意の震源時間関数に対する解は, (16) 式を Fourier 逆変換することにより得られる. ここでは, 実際の数値計算に於ける解の収束性を考慮し, 全体に亘って滑らかに変化する cosine ramp function [USAMI *et al.* (1970)] を, 変位ポテンシャル (または力) に対して用いる. これは

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \{1 - \cos(\pi t/t_0)\}/2 & 0 \leq t \leq t_0 \\ 1 & t > t_0 \end{cases} \quad (22)$$

で定義され, その Fourier 変換は

$$f^*(\xi) = i \cdot \cos(\pi \xi t_0) \exp(-i\pi \xi t_0) / [\xi(4\xi^2 t_0^2 - 1)] \quad (23)$$

で与えられる. ここで, t_0 は $2\pi a/\alpha_1$ を単位とする無次元量の rise time である. 同様に, t , ξ も無次元量の時間, 振動数である.

無限媒質中の十分遠方に於ける変位波形は, (22) 式の一回微分で表わせる. 即ち,

$$u_0(\bar{r}, t) = \begin{cases} -(A_0/a^2)(1/4\bar{r}t_0) \sin(\pi t/t_0) & (\bar{r}/2\pi \leq t \leq t_0 + \bar{r}/2\pi) \\ 0 & (t < \bar{r}/2\pi, t > t_0 + \bar{r}/2\pi) \end{cases} \quad (24)$$

ここでは, 第一層と同じ媒質が仮定されている. 時刻は前と同じ単位を用いて無次元化されており, また, $\bar{r} = r/a$ である.

一方, 球表面に於ける変位は

$$u(a, t) = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} U_n(a) f^*(\xi) e^{i2\pi \xi t} d\xi \quad (25)$$

によって求められる. 此の積分を評価する際に, $t \rightarrow -\infty$ で $u(a, t) = 0$ の条件を満たすように, 複素平面の ξ 面上で, 実軸に沿う積分路を僅かに負の虚軸側に移す. また, $|\xi| \gg 1$ に於ける上半円に沿う積分路を Ω_1 , 下半円のそれを Ω_2 と名付け, $|\xi| \rightarrow \infty$ に於ける $F_n(\xi)$ の挙動を調べると, $t < t_a$ (t_a は球中心より表面までの P 波の直接波の走時) では Ω_2 に沿う積分が零, $t \geq t_a$ では Ω_1 に沿う積分が零に収束することが判る. 更に, $F_n(\xi)$ が ξ に関して奇関数であることに注意すると, 最終的に次の様な変位の表現式が得られる.

$$u(a, t) = \begin{cases} 0 & (t < t_a) \\ 2K \sum_{i=1}^{\infty} [\cos(\pi \xi_i t_0) \cos\{\pi \xi_i (2t - t_0)\} / \{(4\xi_i^2 t_0^2 - 1) [\partial F_n / \partial \xi]_{\xi=\xi_i}\}] & (t \geq t_a) \\ -K / \lim_{\xi \rightarrow \infty} \{F_n(\xi) / \xi\} & (t \geq t_a) \end{cases} \quad (26)$$

ここで,

$$K = -(A_0/a^2) \prod_{j=2}^n \bar{\alpha}_j / \prod_{j=1}^n (\bar{\beta}_j \bar{r}_j^2) \quad (27)$$

ξ_i は (21) 式の根, 即ち, 固有振動数である. (26) 式の極限値の項は永久変位を与える. 後の数値計算には此の項も含まれているが, 実際には無視し得る程に小さい値を示すように, 半径 a が十分大きく取られている.

§ 3. 地下構造の波形への影響

P 波が, マントルよりモホ不連続面に垂直入射し, 地殻内で多重反射する場合を simulate するために, Fig. 1 に於ける 第一不連続面をモホ面に取り, (26) 式による波形計算を行う.

東京直下の地下構造は, 基盤に到るまでの表層の深さや速度が, 嶋・他 (1976) により詳細に決められている. 一方, MIKUMO (1966) による地殻モデルの一つで, 石橋・津村 (1971), 津村 (1973) 等によって, 関東地方の震源決定に使用されている構造がある. 両者を組合せることによって, 表層よりモホ面に至る東京の地下構造モデルが得られる. Fig. 2 の Model 2 がそれである. Model 1 は MIKUMO (1966) によるものである. 但し, 5.6 km/sec の値は, 嶋・他 (1976) により得られた速度を使用している (元の値は 5.5 km/sec). Fig. 1 の球モデルに対応させれば, Model 1, 2 は夫々, $n=4, 6$ の構造より成り, 最下層 (中心を含む部分) は共に 8.0 km/sec の速度を持つ. なお, 上の構造は P 波速度に対

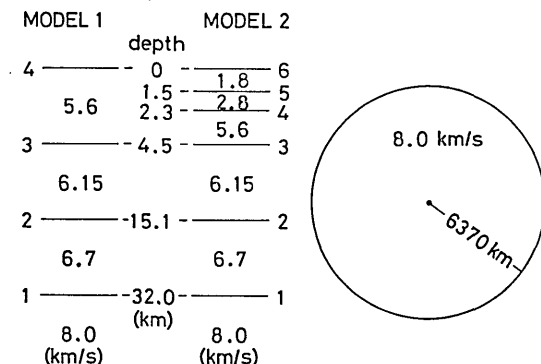


Fig. 2. Two underground structures for P waves. Model 1—crustal structure in Kanto district. Model 2—consisting of two superficial low-velocity layers (as observed in Tokyo) and Model 1.

するものであり、媒質の変数をこれ一つに限定するために、各層内で $\lambda=\mu$ 、また密度は全ての層を通じ一定、と仮定する。

球中心より地表までの距離 a の値は、かなり任意に決めることが可能であるが、小さすぎると球の曲率や永久変位項の影響等が問題になり、大きい場合には固有振動数の計算が大変になるなど、或る程度の制限は受ける。実際の計算は全て $a=6370$ km によって行われている。

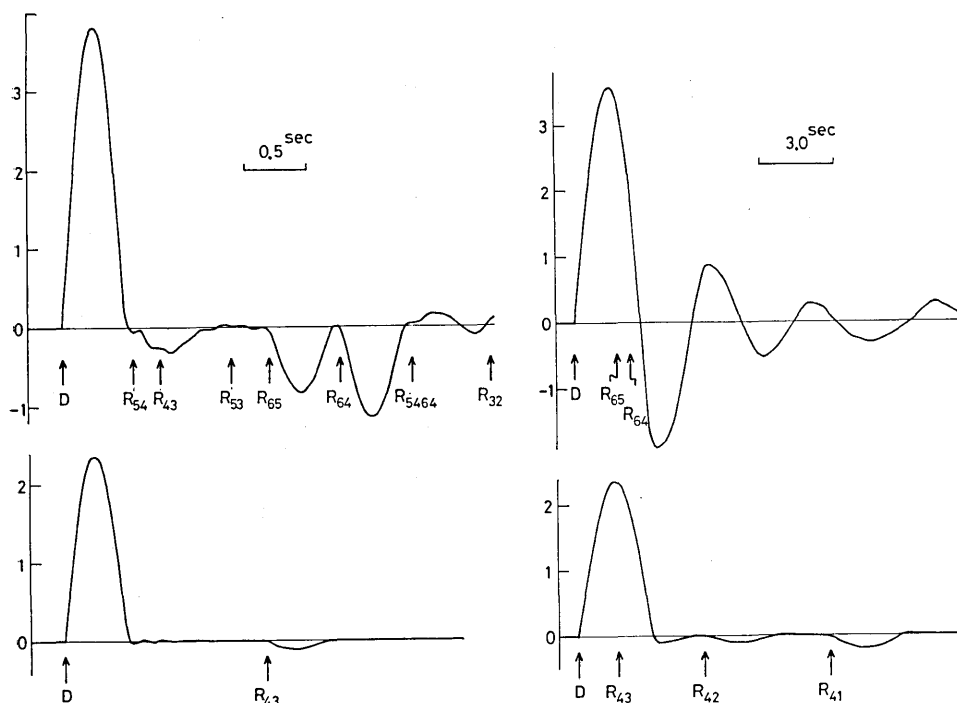


Fig. 3. Theoretical seismograms computed for two underground structures, Model 1 (lower figures) and Model 2 (upper figures), and for two incident pulses with time durations of 0.5 sec (left) and 3.0 sec (right). Amplitude of the P pulse incident on the Moho discontinuity is taken as a unit of the ordinate. The time scale is shown in the figure. D and R indicate arrival times of direct and reflected phases, and the suffixes denote the boundary surfaces of the two models in Fig. 2 where waves are subject to reflection.

上の二つの地下構造に対する出力波形を比較することにより、表層の波形への影響を調べることが出来る。Fig. 3 は計算結果の一例である。上は Model 2, 下は Model 1 に対するもので、左、右は異なった rise time (0.5 秒と 3.0 秒) に対するものである。rise time に対応する時間間隔は数値の下に 図示されており、それは同時に時間軸の尺度を兼ねている。またそれは、(24) 式から分かる通り、地殻への入射波のパルス幅でもある。縦軸はその入射波の振幅 ((24) 式で $\bar{r}=\bar{r}_1$ に於ける最大振幅) を単位にとって目盛っている。 D, R は波線理論によって期待される直接波、反射波の到着時を示している。添字は、Fig.

2 の境界面の番号に対応して、波の反射面を表わす。例えば R_{65} は、直接波が地表で反射し、更に 1.8/2.8 の境界面で反射し、地表に戻った波を表わす。計算には、 $\xi \leq 30.000$ (周期 $T \geq 0.167$ 秒) の全てのモード (約 9.600 個) を使用している。

図から、低速度の表層の存在が、 P 波の記象に重大な影響を及ぼすことは一目瞭然である。全体として振幅が増幅されること、低速度層の境界からの反射波の振幅が大きいことが特徴である。また、impulsive な入力波にも拘らず、減衰振動的様相を呈するのにも興味深い。

直接波や大、小振幅の反射波の波形、到着時の一致等から判断し、数値計算の精度は十分であると思われる。これはまた、以下に述べる専ら波線理論に依って合成された波形の一致からも立証される。但し、Fig. 3 の左図に於いて、直接波の直後に認められる微小な短周期の変動は、数値計算をスペクトルの振幅が零となる附近で切らなかった為に生じた [LANDISMAN *et al.* (1966)] と考えられ、以後の計算ではこの事を考慮し、(26) 式による和の計算を、振幅スペクトル零の所で切っている。

正規モード理論による波形計算の結果を、波線理論によるものと比較することは、計算精度の検定、反射波の phase の同定、重複した波の分離等のために有用である。SEZAWA (1930), SEZAWA and KANAI (1935) は、平面波が下から表層に垂直入射した場合の、表面に於ける変位の表現式を、直接波、反射波という ray の和の形に展開している。多層構造に対する解も同様の形に展開出来る筈であり、その際、個々の波の振幅は、各層間の透過係数、反射係数の適当な積の形で表現される筈である。

領域 1 より領域 2 へ、単位の変位振幅を持った波が入射した場合、透過係数、反射係数 (入射波と同じ向きの変位振幅で定義) は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} T &= 2\rho_1\alpha_1 / (\rho_1\alpha_1 + \rho_2\alpha_2) \\ R &= (\rho_1\alpha_1 - \rho_2\alpha_2) / (\rho_1\alpha_1 + \rho_2\alpha_2) \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

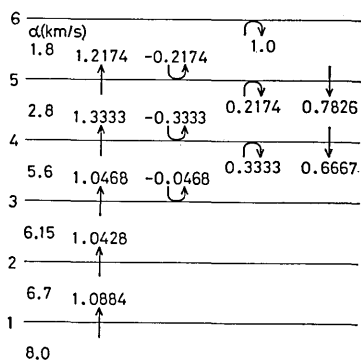


Fig. 4. Transmission and reflection coefficients for vertically traveling P waves at each interface of Model 2.

Fig. 4 に、Model 2 に於ける各層間の係数の数値例を示す。これらの係数と、自由表面の効果 (振幅を 2 倍とする) を考慮することによって、単位振幅の波が地殻に入射した際の、地表に於ける直接波、反射波の振幅を決定できる。その振幅に従い、更に走時差を考慮に入れて、(24) 式で与えられる波形を重ね合わせることによって、波線理論による地震記象を得ることが出来る。Fig. 5 以下の図に於いて、丸印で記された記象は、その様にして得られたものである。計算には、直接波を含め、初動に近く、しかも比較的振幅の大きい 11 の phase が含まれている。Fig. 5, 6 は夫々、Model 1, 2 に対する記象である。実線は正規モード理論による。これらの図より、二つの波形が全く独立の方法によって得られているにも拘らず、小振

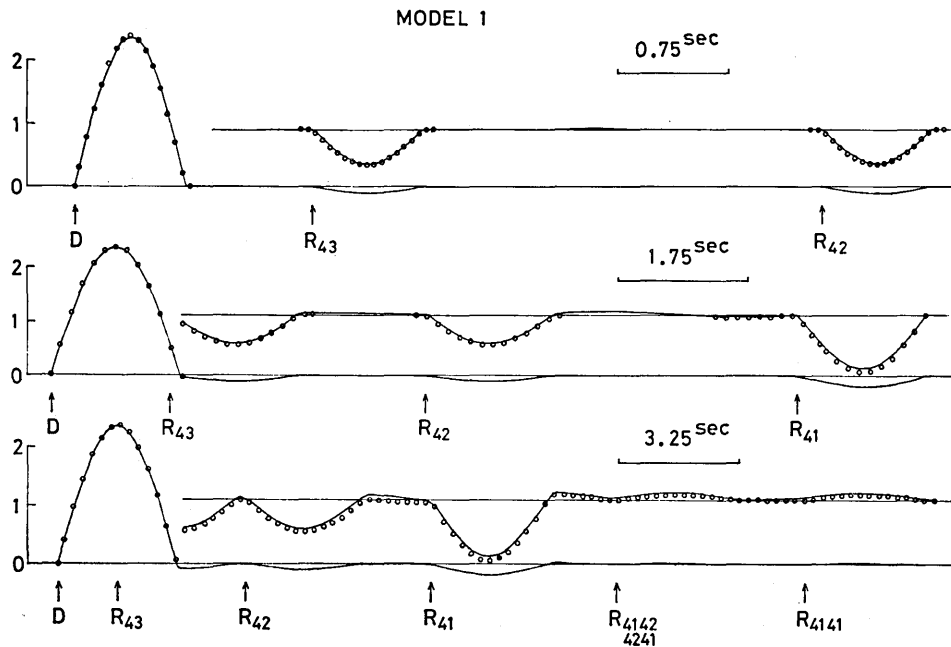


Fig. 5. Theoretical seismograms computed for Model 1 on the basis of normal mode theory (solid curve) and ray theory (open circles). Time duration of an incident pulse and its time scale are shown upon each curve. Ordinate unit is the same as in Fig. 3. Amplitude of later phases is shown to be five times as large as that of primary waves.

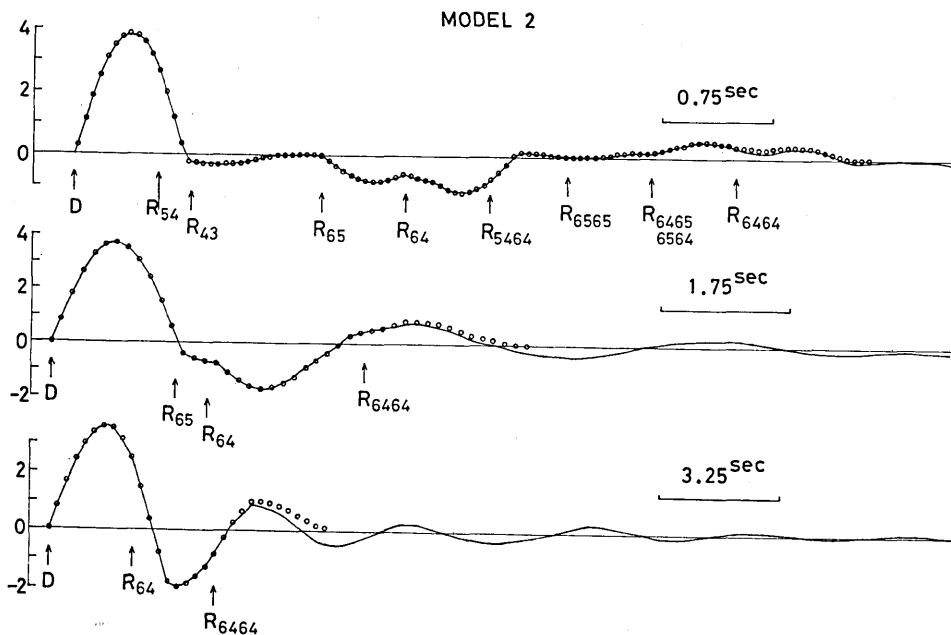


Fig. 6. Theoretical seismograms computed for Model 2.

幅の反射波に於いてすらも、その一致は非常に良く、二つの結果が共に十分の精度を有していることが判る。Fig. 5 で、反射波の記象の部分は、振幅を五倍に拡大して描かれている。其処での実線と丸印の僅かなずれは、主に、実線の計算に含まれている永久変位成分に起因する。低速度の地盤を持たないモデル (Fig. 5) では、直接波のみが卓越し、その振幅は半無限媒質の場合に期待される値の 2 に近い。

低速度の地盤を持つモデル (Fig. 6) では、直接波の振幅が著しく増幅されると共に、そこからの反射波が非常に大きく現われる。入射波のパルス幅が短い場合には、種々の phase の同定が可能であるが、長くなると反射波が互いに重複し、媒質が全体として減衰振動をしているように見える。地震記象の後の方で、丸印が実線から外れるのは、十分な数の later phase が計算に含まれていない為である (R_{6464} が最も遅い phase)。

Fig. 7 は入射波のパルス幅が更に長い場合の、Model 1 に対する合成記象である。実線は正規モード理論による。破線は波線理論による各々の phase (一部) の波形を示しており、其の総和として、丸印の記象が得られている。

Fig. 8 は Model 2 に対する結果である。反射波が互いに重なり合って第二、第三の山を形成している様子が良く説明されている。此処で非常に興味深いことは、入射波のパル

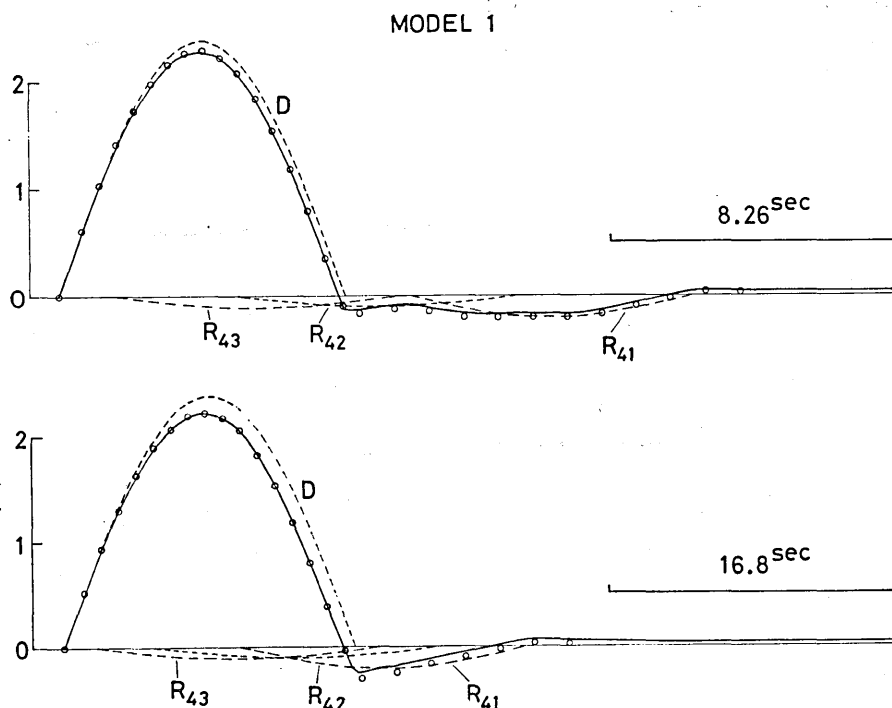


Fig. 7. Theoretical seismograms computed for Model 1 on the basis of normal mode theory (solid curves) and ray theory (open circles). Latter curves comprise various phases such as D , R_{43} , R_{42} , some of which are drawn by dashed curves. Time duration of an incident pulse and its scale are shown upon each curve.

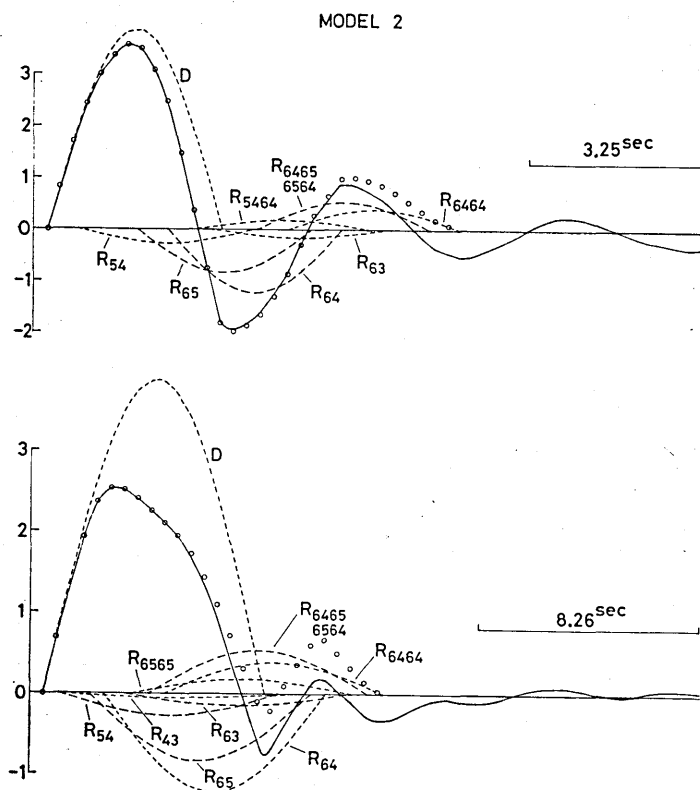


Fig. 8. Theoretical seismograms computed for Model 2. These illustrate that the large amplitude of the direct wave is reduced considerably in consequence of interference with reflected phases.

ス幅が長くなる (8.26 秒の例) と、直接波と反射波が干渉し合い、低速度の地盤によって増幅された直接波の振幅が、大幅に減ぜられることである。その結果、長周期の波は薄い表面の低速度層の影響を受けずに地表に達する (Fig. 9 参照)。実線と丸印の波形が一致すること (後方での不一致は Fig. 6 の場合同様、計算に含まれる phase 数が少ない為) は、此処で取り扱ったような周期 (近似的に入射波のパルス幅の 2 倍程度と考える) の波では、球面波も平面波と同じ反射係数、透過係数を有していることを意味する。

低速度の地盤を考慮に入れた場合と、それを無視した場合の波形の比較が、Fig. 9 にまとめられている。入射波のパルス幅が 10 秒以下のような場合に両者の違いは顕著である。即ち、観測波形と理論波形を比較するという立場からは、東京直下の地盤は、それを無視した場合と比べ、パルス幅 10 秒程度以下の入射波に対する P 波の波形・振幅、振動継続時間に影響を及ぼすと言える。15 秒程度以上のパルス幅の入射波に対しては、その影響はほぼ消える。

上の例は、通常の観測所に於けるより、寧ろ、野外の臨時観測で得られた記象の解析の

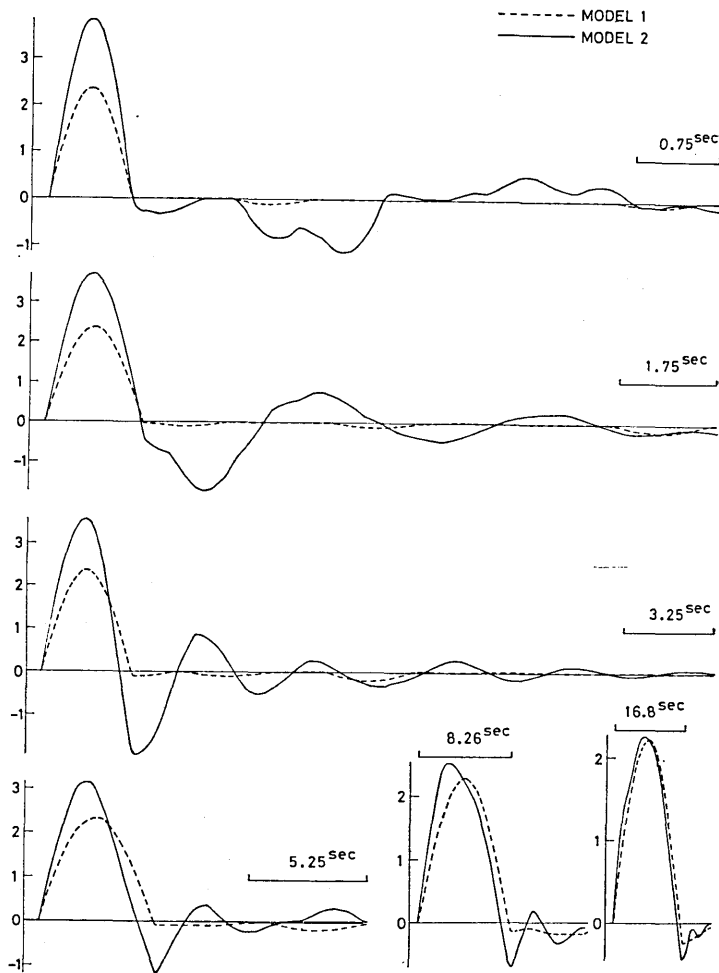


Fig. 9. Comparison of two theoretical seismograms computed for Model 1 (dashed curves) and Model 2 (solid curves). Time duration of an incident pulse varies from 0.75 sec to 16.8 sec.

際問題となる事であろう。一般に、観測所の置かれている場所の地盤は、先の Model 2 とは比較にならぬ程良く、地下構造モデルの違いにより、さほどの波形の違いは生じないと思われる。例として、世界標準地震計の設置されている、長野県松代地方の場合を調べてみる。

此の地方の地下構造モデルとして、三雲・他 (1961) による平均的構造を与えるモデルと、松代周辺の詳細な構造を与えるモデル [ASANO *et al.* (1969)] がある。何れを用いるにせよ、気象庁松代地震観測所直下の構造を正確に与えることは難かしいが、最もその場所に近いと思われるものを選ぶと、Fig. 10 に図示された二つになる。前者によるモデルが右に、後者によるものが左に示されている。実線、破線は夫々、左、右のモデルに対し

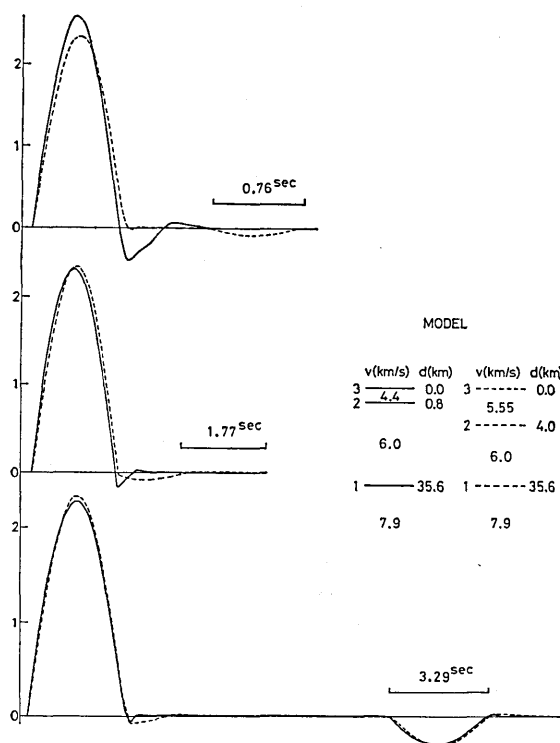


Fig. 10. Comparison of two theoretical seismograms computed for two plausible crustal models expected under the site of Matsushiro seismological observatory of JMA.

て計算された理論地震記象を表わす。二つのモデルがかなり類似した構造を有しているため当然予想される事であるが、入射波のパルス幅がかなり短い(1.5秒程度)ところから、既に両者の波形に差異は余りない。しかし、詳細な地下探査は、非常に薄いながら若干速度の遅い層(4.4 km/sec)を見い出しており、これがパルス幅一秒以下の入射波に対しては、或る程度の波形の違いを生み出している。

ASANO *et al.* (1969) による地下構造を見ると、同じ松代地方でも表層の構造は場所によりかなり異なっている。このことは当然場所による波形の違いを生じ、地震工学的には勿論であるが、地震学上も、臨時観測によるデータを用いた波形解析には重要な事柄となろう。

§4. お わ り に

多層構造より成る弾性球の放射振動を、 P 波がマントルから地殻へ垂直入射した際の、地表に於ける変位波形の計算に応用した。結果は、純粹に波線理論に基づいて得られた記象と非常に良い一致を示した。

表面の低速度層は、地表での波形に大きく影響する。それは、直接波、その他の波が増

幅されることと共に、その層の境界からの大きな反射波が生ずることに原因する。しかし長いパルス幅の入射波に対しては、直接波と反射波が干渉し合い、その影響は消滅する。波線理論はその影響の簡単な評価方法として有力である。

1秒以下という短周期の P 波を対象とする波形の解析は、微細な地下構造の影響を無視しては不可能である。逆に、その様な短周期 P 波は、地下の局地的構造を推定するのに有効に使用し得る可能性がある。

此处での議論は、モホ不連続面への P 波の入射角が 0 の場合であるが、入射角が数度以内の場合には、表層への入射角はほぼ 0 になり、同様の結果が得られるであろう。一般の入射角に対しては、屈折 S 波、反射 S 波が生じ、最初に述べた通り現在のところ、正規モード理論の応用には適さない。 S 波の垂直入射の場合には、小高 (1977) の指摘しているように、 P 波、 S 波に対する正規モードの Decoupling が可能であるので、同様の方法の適用は可能である。しかし、より多数の根を必要とするなど、実際の数値計算上の困難性が増す。

謝 辞

東京大学地震研究所宇佐美龍夫教授には、原稿を読んでいただき、不備な点の御指摘を願った。厚く御礼申し上げます。また、地震研究所山口林造博士には、有益な御教示をいただいた。併せて、感謝の意を表します。

なお、数値計算は東京大学大型計算機センター HITAC 8800/8700 (課題番号 1136013001) によった。

文 献

- ANDERSSON, R. S. and J. R. CLEARY, 1974, "Asymptotic Structure in Torsional Free Oscillations of the Earth—I. Overtone Structure," *Geophys. J.*, **39**, 241-268.
- ANDERSSON, R. S., J. R. CLEARY and A. M. DZIEWONSKI, 1975, "Asymptotic Structure in Eigenfrequencies of Spheroidal Normal Modes of the Earth," *Geophys. J.*, **43**, 1001-1005.
- ASANO, S., S. KUBOTA, H. OKADA, M. NOGOSHI, H. SUZUKI, K. ICHIKAWA and H. WATANABE, 1969, "Explosion Seismic Studies of the Underground Structure in the Matsushiro Earthquake Swarm Area," *J. Phys. Earth*, **17**, 77-90.
- BULLEN, K. E., "An Introduction to the Theory of Seismology," (Cambridge, 1963), pp. 381.
- HANNON, W. J., 1964, "An Application of the Haskell-Thomson Matrix Method to the Synthesis of the Surface Motion due to Dilatational Waves," *Bull. Seism. Soc. Amer.*, **54**, 2067-2079.
- HASKELL, N. A., 1953, "The Dispersion of Surface Waves on Multilayered Medium," *Bull. Seism. Soc. Amer.*, **43**, 17-34.
- 石橋克彦・津村建四郎, 1971, 「関東地方南部における微小地震臨時観測」 地震研究所彙報 **49**, 97-113.
- KANAMORI, H., 1970, "Synthesis of Long-Period Surface Waves and Its Application to Earthquake Source Studies—Kurile Islands Earthquake of October 13, 1963," *J. Geophys. Res.*, **75**, 5011-5027.
- LANDISMAN, M., Y. SATO and T. USAMI, 1966, "Propagation of Disturbances in a Gutenberg-Bullen A' Spherical Earth Model: Travel Times and Amplitudes of S Waves," *Amer.*

- Geophys. Union Monograph 10, The Earth beneath the Continents*, 482-494.
- LAPWOOD, E. R., 1975, "The Effect of Discontinuities in Density and Rigidity on Torsional Eigenfrequencies of the Earth," *Geophys. J.*, **40**, 453-464.
- LEBLANC, G., 1967, "Truncated Crustal Transfer Functions and Fine Crustal Structure Determination," *Bull. Seism. Soc. Amer.*, **57**, 719-733.
- McNABB, A., R. S. ANDERSEN and E. R. LAPWOOD, 1976, "Asymptotic Behavior of the Eigenvalues of a Sturm-Liouville System with Discontinuous Coefficients," *J. Math. Anal. Appl.*, **54**, 741-751.
- MIKUMO, T., 1966, "A Study on Crustal Structure in Japan by the Use of Seismic and Gravity Data," *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **44**, 965-1007.
- 三雲 健・大塚道男・宇津徳治・寺島 敦・岡田 惇, 1961, 「爆破地震動観測による日本中部の地殻構造, 第2部地殻構造について」地震 [ii] **14**, 168-188.
- NISHIMURA, G. and T. TAKAYAMA, 1939, "Vibrations due to Obliquely Incident Longitudinal Waves of Shock Type of a Surface-Layer of an Elastic Earth's Crust (1)," *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **17**, 308-318.
- 小高俊一, 1977, 「均質弾性球に於ける高次モードの振動の特性」地震 [ii] **30**, 118-122.
- ODAKA, T., 1978, "Derivation of Asymptotic Frequency Equation in Terms of Ray and Normal Mode Theory and Some Related Problems—Radial and Spheroidal Oscillations of an Elastic Sphere", *J. Phys. Earth*, **26** (in press).
- PHINNEY, R. A., 1964, "Structure of the Earth's Crust from Spectral Behavior of Long-Period Body Waves," *J. Geophys. Res.*, **69**, 2997-3017.
- 笹谷 努・鈴木貞臣, 1975, 「広尾沖地震 (1962) の震源過程と長周期地震動」第4回日本地震工学シンポジウム講演集, 9-14.
- SATO, R. and E. R. LAPWOOD, 1977, "The Asymptotic Distribution of Torsional Eigenfrequencies of a Spherical Shell—I," *J. Phys. Earth*, **25**, 257-282.
- 佐藤泰夫・嶋 悦三・小竹美子, 1972, 「地表の軟弱地盤を取り除くことが地盤の振動レスポンスに与える影響について」土木学会論文報告集 **198**, 37-45.
- SEZAWA, K., 1930, "Possibility of the Free-Oscillations of the Surface-Layer Excited by the Seismic-Waves," *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **8**, 1-11.
- SEZAWA, K. and K. KANAI, 1935, "Decay Constants of Seismic Vibrations of a Surface Layer," *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **13**, 251-265.
- 嶋 悦三, 1969, 「東京下町における地盤の振動性状」地震研究所彙報 **47**, 145-163.
- 嶋 悦三・柳沢馬住・工藤一嘉・瀬尾和大・山崎謙介, 1976, 「東京の基盤構造 その2. 第3回夢の島, 吉川町爆破実験による地下深部探査」地震研究所彙報 **51**, 45-61.
- 竹内 均・斎藤正徳, 1966, 「Haskell 法の球座標系への拡張」地震 [ii] **19**, 255-260.
- 津村建四郎, 1973, 「関東地方の微小地震活動」関東大地震50周年論文集, 67-87.
- USAMI, T., T. ODAKA and Y. SATO, 1970, "Theoretical Seismograms and Earthquake Mechanism. Part I. Basic Principle, Part II. Effect of Time Function on Surface Waves," *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **48**, 533-579.
- WANG, C., J. F. GETTRUST and J. R. CLEARY, 1977, "Asymptotic Overtone Structure in Eigenfrequencies of Torsional Normal Modes of the Earth: A Model Study," *Geophys. J.*, **50**, 289-302.

*7. Radial Oscillations of a Multi-Layered Elastic Sphere
and Theoretical Seismograms*

—Effects of Surface Layers on Waveform of P Waves—

By Toshikazu ODAKA,

Eathquake Research Institute.

A formulation is given for the excitation of radial oscillations of a multi-layered elastic sphere due to an explosive source located at the center of the sphere. The Thomson-Haskell matrix method is used successfully for this spherical problem.

The result is applied to simulating vertical propagation of P waves in the crust with and without low-velocity surface layers, and their effects on the waveform of P waves observed at the ground surface are investigated. An incident pulse upon the crust from below is assumed to have a sinusoidal shape with a time duration of half a period and its duration is varied from 0.5 sec to 17 sec.

Seismograms are synthesized by ray theory as well as by normal mode theory. Comparison of these two seismograms, calculated independently in terms of the two theories, is useful for checking the precision of numerical computations and identifying various reflected phases. The agreement of two curves is shown to be excellent.

It is found that underground low-velocity layers amplify all phases of P waves and also give rise to relatively large reflected phases associated with those layers. As a result, for incident waves of short time duration, seismograms computed for two underground structures, one with low-velocity surface layers and the other without, are considerably different in their oscillatory features. However, when the time duration increases, the large differences disappear, due to the interference of direct and reflected phases.
