

30. 軟弱地盤に於ける地震動*

地震研究所 高橋龍太郎
平能金太郎

(昭和16年6月19日發表——昭和16年6月20日受理)

緒言 東京市内及び横濱市内の十數箇所に設置した加速度計の観測によつて、石本教授¹⁾は各地に於て大なる加速度を與へる地震動の周期は其の土地に固有な値を持つてゐる事を發見され、此れを其の土地の卓越振動周期と呼んだ。そして此の卓越振動周期は土地の表面層の固有振動周期と一致し、地震動に依つて表面層が共鳴の現象を起し、大なる振幅の加速度を與へるものと想像された。又妹澤教授^{2), 3)}は數學的方
法によつて、土地が表面層を有する場合に、其のが地震動によつて如何に振動するか
を考究されてゐる。

筆者等は最近、地震研究所地下室、下谷區七軒町忍岡國民學校の地階、並に上野公園内科學博物館の地階に筆者等の考案に成る地震計⁴⁾を設置して、各所の地震動の比較研究を行つてゐる。其の結果によると、或る地震の場合⁵⁾には科學博物館と地震研究所とは殆んど相似の記録を與へるにもかゝらず、其の中間に位する忍岡國民學校に於ては初期微動及び主要動の初期に於いては全然上記兩所とは違ふ振動を爲すが、主要動の末期に於て地震動の周期が長くなると共に次第に他の二箇所の記録と似通つて來る事を認め、其の原因が忍岡國民學校の地盤にある事を實證し、更に軟弱地盤の地表に於ける地震動から、表面層の影響を取除く方法を考へた。

位置、地面、地形 科學博物館の在る上野臺地及び地震研究所の在る本郷臺地は表面に關東壠母、其の下に成田層、東京層等の洪積層を有する比較的堅剛なる地盤なのに對し、忍岡國民學校は上記兩臺地の間に狹まれる不忍池の谷の中に在り、此處では表面は有樂町層なる沖積層から成り、其の下は直ちに東京層である。復興局の試錐結

* 恩師故石本巳四雄先生に捧ぐ

1) *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 10 (1932), 171.

2) *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 13 (1935), 592; 12 (1934), 234.

3) *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 8 (1930), 1.

4) *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 10 (1932), 273.

5) *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 8 (1930), 321.

6) *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 19 (1941), 527.

7) 時には科學博物館と震研との記象が餘り波毎に相對出來ない場合も起る。震央の位置に關係あるものと思はれる。*Bull. Earthq. Res. Inst.*, 19 (1914), 527.

果⁸⁾に據れば七軒町に於ける沖積層の厚さは約10米である。地震計を設置した上記三箇所の相對的位置は第1圖に示すが如くで、三箇所は略一直線上にあり、其の方向は北75°度東である。因に地震計は何れも北30°度東の方向に据えてある。圖版第2圖には、昭和16年3月8日20時頃房總半島沖合に起つた地震の各所に於ける記録の主要部分を示してある。

軟弱地盤に於ける地震動 今座標の原點を地表に、 x 軸を下方に取り、表面層の厚さを H 、表面層に於ける地震波（縦波或は横波）の速度及び土の密度を夫々 V_1, ρ_1 、表面層下の地震波の速度及び土の密度を夫々 V_0, ρ_0 とする。而して地震波は平面波で垂直に傳播するものと考へる。然る時は各層に於ける波動の運動方程式は

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = V^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1)$$

であり、 u は

$$u = u(t \pm \frac{x}{V}) \quad (2)$$

なる形で與へられる。 u なる函数は二度微分出来るものなら如何なるものでもよい。 $+$ は上方に傳播する波を、 $-$ は下方に傳播する波を表す。今表面層及び基盤内を上方及び下方に傳播する波を第3圖に示す如く夫々 Ψ, χ, f, ϕ で表す。此等は夫々（2）の形を持つ函数である。

境界の條件として、下記（3）、（4）、（5）の條件がある。

$$x=0 \text{ の時}, \frac{\partial}{\partial x}(\Psi+\chi)=0 \quad (3)$$

$$x=H \text{ の時}, f+\phi=\Psi+\chi \quad (4)$$

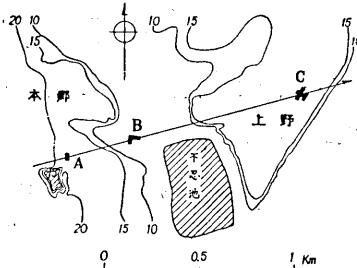
$$V_0^2 \rho_0 \frac{\partial}{\partial x}(f+\phi) = V_1^2 \rho_1 \frac{\partial}{\partial x}(\Psi+\chi). \quad (5)$$

従つて（2）の形を考慮して

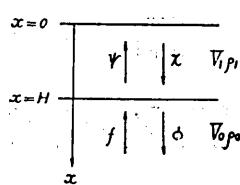
$$\Psi'-\chi'=0 \quad (3')$$

$$V_0 \rho_0 \left[f' \left(t + \frac{H}{V_0} \right) - \phi' \left(t - \frac{H}{V_0} \right) \right] = V_1 \rho_1 \left[\Psi' \left(t + \frac{H}{V_1} \right) - \chi' \left(t - \frac{H}{V_1} \right) \right] \quad (5')$$

8) 復興局建築部、東京及横濱地質調査報告、(昭和4年)。



第1圖 A 地震研究所
B 忍岡國民學校
C 科學博物館
数字は標高（米）



第3圖

を得る。又(4)を t について微分して

$$f'\left(t+\frac{H}{V_0}\right)+\phi'\left(t-\frac{H}{V_0}\right)=\psi'\left(t+\frac{H}{V_1}\right)+\chi'\left(t-\frac{H}{V_1}\right) \quad (4')$$

を得る。 $'$ は引数についての微分を表す。従つて(3'), (4'), (5')から χ' 及び ϕ' を消去する時は

$$f'\left(t+\frac{H}{V_0}\right)=\frac{\alpha+1}{2}\psi'\left(t+\frac{H}{V_1}\right)-\frac{\alpha-1}{2}\psi'\left(t-\frac{H}{V_1}\right) \quad (6)$$

$$\text{但し } \alpha = \frac{V_1 \rho_1}{V_0 \rho_0} \quad (7)$$

が得られる。 α は振動に対するインピーダンスの比とも稱すべきものである。若し

(6)式に於て t の代りに夫々 $t-\frac{2H}{V_1}, t-\frac{4H}{V_1}, \dots$, と書き、其の各式に夫々 $\frac{\alpha-1}{\alpha+1}, (\frac{\alpha-1}{\alpha+1})^2, \dots$, を乘せれば

$$(\frac{\alpha-1}{\alpha+1})f'\left(t+\frac{H}{V_0}-\frac{2H}{V_1}\right)=\frac{\alpha-1}{2}\psi'\left(t-\frac{H}{V_1}\right)-\frac{\alpha-1}{2}(\frac{\alpha-1}{\alpha+1})\psi'\left(t-\frac{3H}{V_1}\right) \quad (6')$$

$$(\frac{\alpha-1}{\alpha+1})^2 f'\left(t+\frac{H}{V_0}-\frac{4H}{V_1}\right)=\frac{\alpha-1}{2}(\frac{\alpha-1}{\alpha+1})\psi'\left(t-\frac{3H}{V_1}\right)-\frac{\alpha-1}{2}(\frac{\alpha-1}{\alpha+1})^2 \psi'\left(t-\frac{5H}{V_1}\right) \quad (6'')$$

$$(\frac{\alpha-1}{\alpha+1})^n f'\left(t+\frac{H}{V_0}-\frac{2nH}{V_1}\right)=\frac{\alpha-1}{2}(\frac{\alpha-1}{\alpha+1})^{n-1} \psi'\left(t-\frac{2n-1}{V_1}H\right) - \frac{\alpha-1}{2}(\frac{\alpha-1}{\alpha+1})^n \psi'\left(t-\frac{2n+1}{V_1}H\right) \quad (6''')$$

を得る。然るに $\alpha \geq 0$ で、若し $\alpha > 0$ ならば

$$\left| \frac{\alpha-1}{\alpha+1} \right| < 1$$

であるから、(6''')の最後の項は次第に0に近づく。従つて(6), (6'), (6''), (6''')を相加する事により

$$\sum_{n=0}^{\infty} (\frac{\alpha-1}{\alpha+1})^n f'\left(t+\frac{H}{V_0}-\frac{2nH}{V_1}\right)=\frac{\alpha+1}{2}\psi'\left(t+\frac{H}{V_1}\right) \quad (7)$$

即ち

$$\psi'(t)=\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{\alpha+1} (\frac{\alpha-1}{\alpha+1})^n f'\left(t+\frac{H}{V_0}-\frac{2n+1}{V_1}H\right) \quad (7')$$

を得る。 $\alpha=0$ の場合は表面層のない場合であるから問題にならない。 ϕ' も、従つて ϕ も同様にして求められるが、後の議論に不要であるから略す。今軟弱地盤の表面に於ける振動を $U_w(t)$ とし、 ψ, f 等は何れも t に関する積分恒数を含まぬと考ふべきであるから、(3') を考慮し (7') を t につき積分すれば

$$U_w(t) = \chi(t) + \psi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4}{\alpha+1} \left(\frac{\alpha-1}{\alpha+1}\right)^n f\left(t + \frac{H}{V_0} - \frac{2n+1}{V_1} H\right) \quad (8)$$

となる。⁹⁾ 此式は U_w が、最初の波の、地表及び境界面での無限回反射の結果である事を示してゐる。

若し $V_1 = V_0$, $\rho_1 = \rho_0$, 即ち基盤が露出してゐる場合には $\alpha = 1$ となる。左様な堅剛な地盤の表面に於ける振動 $U_s(t)$ は (8) に於て $\alpha = 1$ と置く事により

$$U_s(t) = 2f(t) \quad (9)$$

となる。

(8), (9) 式より吾々は直ちに次の重要な関係を求められる。¹⁰⁾

$$\frac{\alpha+1}{2} U_w\left(t + \frac{H}{V_1}\right) - \frac{\alpha-1}{2} U_w\left(t - \frac{H}{V_1}\right) = U_s\left(t + \frac{H}{V_0}\right) \quad (10)$$

即ち U_w に、其れより $\frac{2H}{V_1}$ だけ前の U_w に $\frac{1-\alpha}{1+\alpha}$ を乗じたものを加へれば $t + \frac{H}{V_0} - \frac{H}{V_1}$ なる時刻に於ける V_s の $2/(1+\alpha)$ 倍を得る。即ち軟弱地盤に於ける地震記象に或る係数を掛け、少しくずらして原記象に加算すれば堅剛地盤に於ける地震記象と相似のものが得られる筈である。

問題は α 及び H/V_1 の値を推定する事にあるが其れは次の考察によつて求められる。今 f が調和的振動で $f = e^{ip(t + \frac{x}{V_0})}$ であるとすると

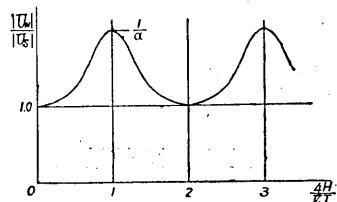
$$\begin{aligned} U_w &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4}{\alpha+1} \left(\frac{\alpha-1}{\alpha+1}\right)^n e^{-C(2n+1)\frac{4pH}{V_1}} \cdot e^{ip(t + \frac{H}{V_0})} \\ &= \frac{2}{\cos p\frac{H}{V_1} + i\alpha \sin p\frac{H}{V_1}} e^{ip(t + \frac{H}{V_0})} \end{aligned} \quad (11)$$

従つて U_w の振幅、即ち絶対値 $|U_w|$ は次の様になる。

9) 任意の x に対する f, ϕ, χ, ψ は t の代りに $t \pm \frac{x}{V_0, 1}$ とすればよい。

10) (10)式は常識により(3'), (9)及び(8)の前半を知つてあれば(6)式から直接求められる。

$$\frac{|U_w|}{2} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 p \frac{H}{V_1} + \alpha^2 \sin^2 p \frac{H}{V_1}}} \quad (12)$$



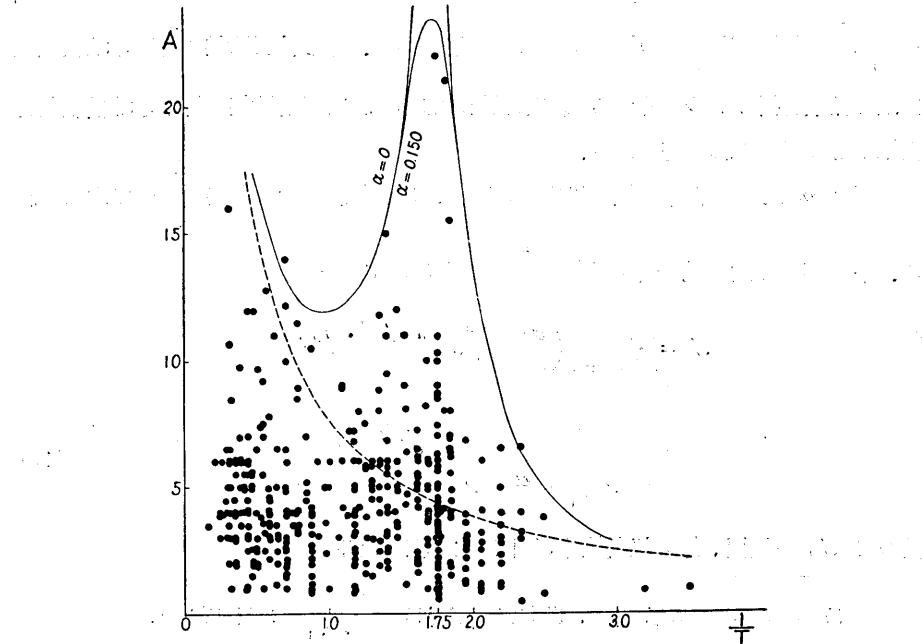
第4圖

此の値は第4圖に示す如き變化をする。圖に於て山の高さは $1/\alpha$ になり、山は $4H/VT=1, 3, 5$ の處に生ずる。従つて若し實際の地震記象について周期一振幅の圖を作る、即ち周期分析をするならば其の山の高さから α が、又山を生ずる波の周期から H/V が判明するであらう。

然し此れは f の振幅が p に係らず、1の場合で、若し左様でない場合には $U_s=2f$ である事に注意すれば上記の $\frac{|U_w|}{2}$ は $|U_w|/|U_s|$ とすべき事は明かである。

忍ヶ岡國民學校の地震動 以上の方法を忍ヶ岡國民學校での地震記象に應用して見よう。其の結果は堅剛なる地盤にある地震研究所並に科學博物館に於ける地震動と同じものになる筈で、此れは又、忍ヶ岡國民學校のある沖積層の下に來り、沖積層を動かす振動である。

地震は前掲の昭和16年3月8日房總沖のものを用ゐる。忍ヶ岡國民學校での記象について波の周期と振幅とを畫くと第5圖に示した様になる。此の分析に於ては初期微



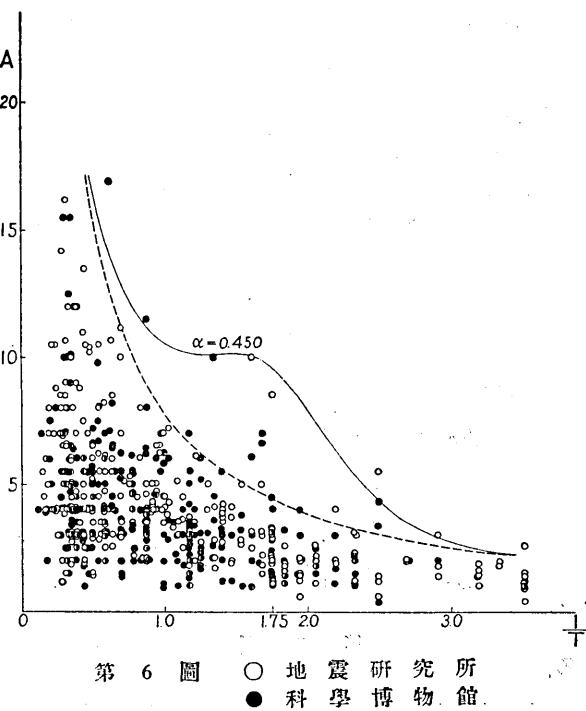
第5圖 忍ヶ岡國民學校

動以後の部分を用ひた。即ち $1/T = 1.75$ の所に山を生ずるが、其の形は第4圖の如くにはならない。此れは f が一様の振幅を持つてゐない事を示すものと思はれる。實際後に述べる地震研究所及び上野科學博物館の記象を周期分析した結果たる第6圖によつて明かである様に f の振幅(の上限)は周期に比例して増大する。此の事は地震波の勢力に等分割の法則が成立つてゐる事を示すものと考へられる。従つて逆に地震研究所及び科學博物館の記象の周期分析圖の點の大部分を限る雙曲線を書き、此れと同じ双曲線を第5圖にも書いて、此れに第4圖の變化を乗じたものを書くと第5圖の實線の如くになる。此れから $\alpha < 0.150$, $H/V_1 = 0.142 \text{ sec}$ を求め得た。

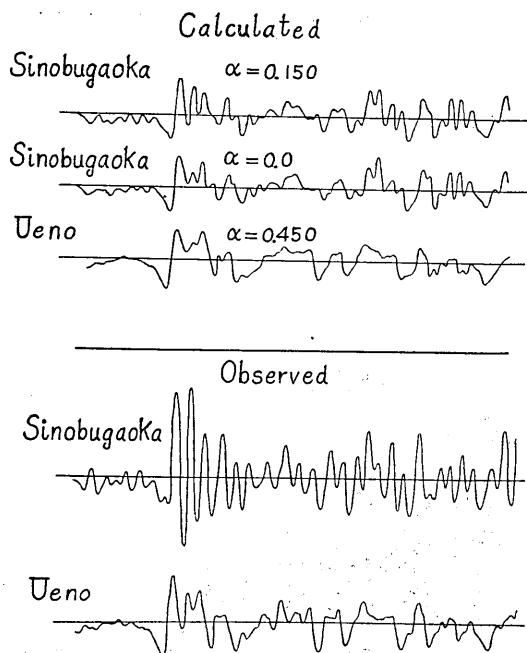
今試に $\alpha = 0.150$ 及び $\alpha = 0.0$ として U_s を求めた結果は第7圖に示せる如くで、科學博物館に於ける記象と酷似してゐる。同圖に於ては参考比較の爲め、忍岡國民學校及び科學博物館に於て得られた記象をも並記した。

然し乍ら第6圖に示した地震研究所及び上野科學博物館での記象の周期分析の結果からも判る通り、上野臺及び本郷臺も完全に此處に言ふ堅剛な地盤なのではなく、矢張り小さい乍ら $1/T = 1.75$ の邊に山を有するものと思はれる。前述の如く本郷臺、上野臺は忍岡國民學校の基盤である東京層の上に、成田層並に關東壌母が堆積して出來てゐる臺地であるから、此の二層が一つの表面層を形成してゐるものと見做されるのである。従つて比較の爲には科學博物館の記象に對しても上記の手段を應用して U_s を求め、其の結果を忍岡國民學校の記録から出したものと較べる可きである。

科學博物館の記象に對しては第6圖から判る通り $\alpha = 0.45$ が適當である。此の値を用ひて出した U_s は第7圖第3列に示した如くなる。即ち第7圖の第1列又は第2列と其の形のみならず、振幅に於ても驚く可き相似を示してゐる。



第6圖 ○ 地震研究所
● 科學博物館



第 7 圖

る。

第4圖に示した山の位置は表面層の厚さが波長の $1/4$, $3/4$ 等に當る所で; 卽ち下面固定; 上面自由の場合の表面層の固有振動周期と一致する。即ち此處に於ける振幅の増大は波動インピーダンスの少さいために振動勢力が蓄積されて起るものであつて、共鳴の現象に外ならない。共鳴の場合に振幅が無限大になると考へるのは數學的に單純化された模型に限るのであつて、凡ての物理的な共鳴の現象に於ては、何等かの連絡が勢力供給源との間にあるから、勢力の蓄積と共に勢力の逸散も大となつて、振幅は有限の大きさに止る事は妹澤教授¹¹⁾によつて既に屢々示された所である。

尤も上記計算に於ては地層は水平方向には一様の構造を有し、無限に擴がつてゐる事を假定し、地震波も直垂方向に傳播する平面波である事を假定してゐるが、表面層が横の境を有し、且つ地震波傳播の方向も、地表附近に於いては垂直に近づくとは言へ猶水平の成分をも有する現實に於ては、現象は上記の様に簡単では無いかも知れぬ。然し乍ら上記の手段を忍岡國民學校の記象に應用し得た事は、表面層が或る程度の擴がりを有する場合には、其の表面層の或る一地點にのみ着目する限りに於て上記の假定は幾分の妥當性を有する事を示すものと考へられる。

尙ほ忍岡國民學校に於ける前記卓越振動周期 0.6 秒から、 $H=10$ 米として有樂町

11) 例へば Bull. Earthq. Res. Inst. 14 (1936), 164, 189; 15 (1937), 385.

結言 以上の結果から結論すれば、忍岡國民學校に於ける地震動の特異性は全く同様の存在する不忍池の谷を埋めてゐる沖積層の影響であつて、少なくとも沖積層の基盤たる東京層には、本郷、上野と同じ振動が到來してゐるものと考へられる。只し、基盤の振動其物も本郷、上野と同じであると言ふのではない。其れは東京層とその上層との境界に於ける反射波の振幅が兩所に於て異なるからである。

層中に於ける横波の速度を概算すると約 70 米 / 秒となる。不忍池の谷に於ける様な含水量の非常に多い土に於ては縦波の速度は可なり大きいが、横波の速度が非常に少い事は既によく知られた事實である。石本教授、飯田波事理學士¹²⁾の種々の土の彈性の實驗値から見ても、上記の値は尤も普通のものである。

猶上記の様な現象は只に表面層に於て起るのみでなく、其の下にも存在する種々の不連續面、例へば松澤教授、今村教授¹³⁾によつて求められてゐる不連續面、或はモホロビツク層と表面との間等にて於も起る筈であり、更に此等の不連續面の任意の二つを反射面としても起り得る筈である。又垂直方向の不連續面に考を限る理由はなく、水平方向の不連續面をも考へねばならない。地震動の總振動時間が震央距離と共に増大する事の一因は震央距離と共に不連續面の數が増加する事にあるとも考へられる。石本教授は夙に地震動と水槽内の水の振動との相似¹⁴⁾について述べられ、又殘響現象或は擴散現象¹⁵⁾との相似に氣附かれてゐたのである。

實際前述の昭和 16 年 3 月 8 日房總沖の地震の上野科學博物館に於ける記象¹⁶⁾を詳細に點検する時は、主要動の最初に於ける特種な形を持つた振動が、其の後の地震動中に少なくとも三度は出現してゐることを認め得るのである。只だ後のものになる程、段々と形も崩れ、振幅も少さくなつてゐる。此れは波動の分散減衰に因るものと思はれる。同じ形が數度、然も同じ向きに現れる事は、波動が傳播中の層よりも小さい振動インピーダンスを持つ層との境界面で反射されてゐる事を示すもので、反射波の大きさから見て其の境界面は地表ではないかと思はれる。

終りに臨み、本研究が文部省科學研究費によつて爲されたものである事を記し深謝の意を表する次第である。

12) *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 7 (1936), 534; 632.

13) T. MATUSAWA, K. YAMADA and T. SUZUKI, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 7 (1929), 241.
A. IMAMURA, F. KISHINOUYE and K. KODAIRA, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 7 (1929), 471.

14) *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 12 (1934), 706.

15) *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 13 (1935), 130.

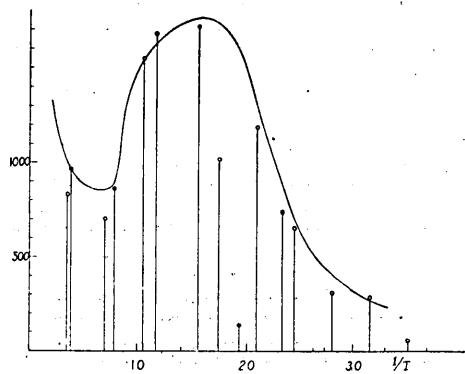
16) R. TAKAHASI and K. HIRANO, *loc. cit.*, cf. Plate.

附録 地震動の記象に於て變位の一つの極大(小)値を A_N , 其の時刻を t_N , 其れに續く變位の極小(大)値を A_{N+1} , 其の時刻を t_{N+1} , とする時に, 周期を $T=2(t_{N+1}-t_N)$, 振幅を $A=\frac{1}{2}(A_N+A_{N+1})$ として第5, 6圖の點を畫いたのであるが, 斯様にして得られた點の分布の上限が, 地震記象 $y(t)$ を調和解析した時の周期振幅スペクトルの上限即ち

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} y(t) e^{-it\omega} dt$$

の絶対値を表すかどうかは一つの問題である。差當つては此の證明を爲し得ないが,

忍岡國民學校の記象により第2圖に示した範囲内の曲線につき 8~9 の周期について上記積分を行つた結果は第8圖に示す如く, 第5圖の結果と相似してゐる。

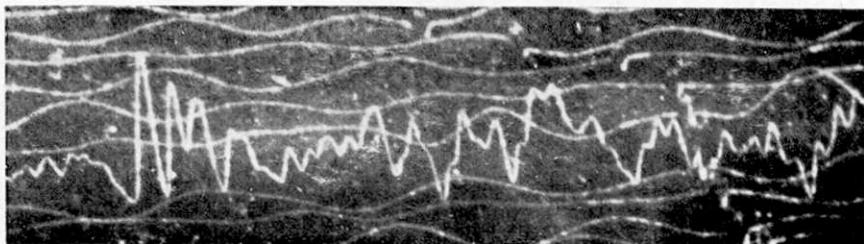


第8圖

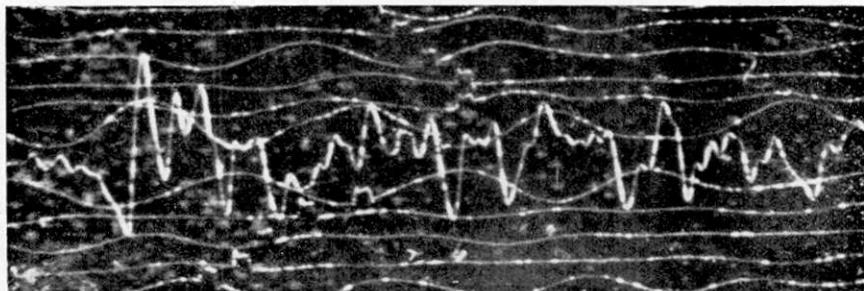
忍岡國民學校の建物の振動については, 平常時の微動を用ひて調査してある。此處にはたゞ建物が略々全體として剪断振動を爲すが, 一塊としてロッキングを爲すのではない事のみを記

し, 詳細は別の機會に記す事にしたい。

[R. TAKAHASI and K. HIRANO.] [Bull. Earthq. Res. Inst., Vol. XIX, Pl. LXII.]

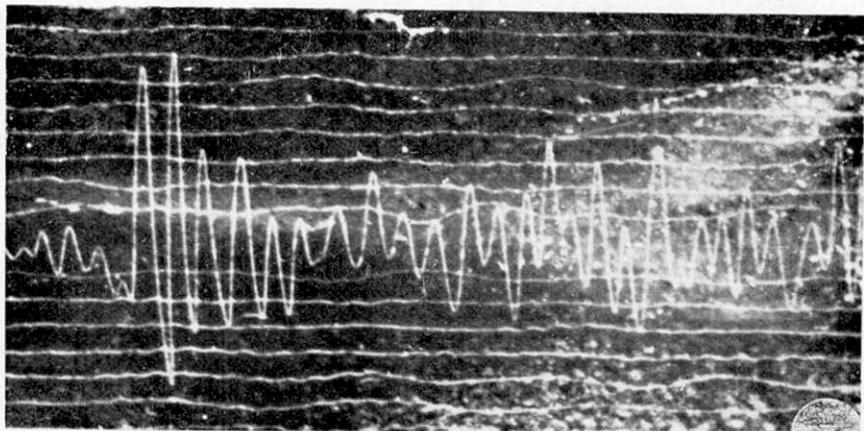


本郷，地震研究所. The Earthquake Research Institute, Hongo.



上野，科學博物館. The Science Museum, Ueno.

(震研報
第十九號
圖版
高橋・平能)



下谷區七軒町，忍岡國民學校. The Sinobugaoka Primary School, Sitaya.

第 2 圖 昭和 16 年 3 月 8 日房總沖の地震

30. Seismic Vibrations of Soft Ground.

By Ryûtarô TAKAHASI and Kintarô HIRANO,

Earthquake Research Institute.

Denoting by $U_w(t)$ the seismic vibrations of a ground with weak surface layer, and by $U_s(t)$ the seismic vibrations due to the same earthquake in ground without any surface layer, the writers obtained the formula

$$\frac{\alpha+1}{2} U_w\left(t+\frac{H}{V_1}\right) - \frac{\alpha-1}{2} U_w\left(t-\frac{H}{V_1}\right) = U_s\left(t+\frac{H}{V_0}\right),$$

where H is the thickness of the surface layer, V_1 , V_0 the velocities of propagation of seismic waves respectively in the surface layer and in its base beds. α is the ratio of $V_1 \rho_1$ to $V_0 \rho_0$, where ρ_0 and ρ_1 denote the densities of the respective layers. α is, therefore, the impedance ratio for wave propagation. This formula enables us to deduce from seismograms obtained of shocks through soft ground, the seismogram that would have been obtained at a ground that has no surface layer. α and H/V_1 may be obtained from the amplitude period diagram of $U_w(t)$.

The foregoing method was used in connexion with seismograms obtained on March 8, 1941, at the Sinobugaoka Primary School and at the Science Museum, Ueno Park. The earthquake had its origin off the coast of the Boso Peninsula. The Sinobugaoka Primary School is situated at Sitikentyo, Sitayaku, between Ueno Park and Hongo, Tokyo. Sitayaku (a part of lower Tokyo) has a surface alluvial layer called the Yûrakutô Beds, 10 m thick, under which lie the basement diluvial beds called the Tokyo Beds, whereas both Ueno Park, and Hongo, are parts of upper Tokyo, the surface layer, overlying the Tokyo Beds, consisting of loam, 10 m thick, and the diluvial Narita Beds, 10~15 m thick. The under-ground water level at Sitikentyo is 0.5~1 meter beneath the surface of the ground, so that the alluvial deposit there is very soft.

As will be seen from Fig. 2 (Plate), the seismograms obtained at the Science Museum and the Earthquake Research Institute, Hongo, closely resemble each other, whereas that obtained at the Sinobugaoka Primary School differs entirely from the other two.

The results after using the method mentioned above are shown in Fig. 7. The similarity in shape of the two curves obtained are surprising.

This shows that although the original seismic waves that pass through the Tokyo Beds at both Ueno and Sitikentyo are of the same shape, at the latter locality the seismic vibrations at the surface of the ground are modified by resonance oscillations of the surface layer.

The paper concludes with further discussions on the nature of seismic waves in general.