

論文の内容の要旨

論文題目 On the Runge theorem for instantons
(インスタントンに対する Runge の近似定理について)

氏名 松尾 信一郎

一変数函数論での Runge の近似定理は、「複素平面の領域上の任意の有理型函数には、広義一様収束位相において、有理関数による近似列が存在する」と主張する。有理関数とは Riemann 球面上の有理型函数のことであり、有理型関数とは Riemann 球面への正則写像のことである。また、正則写像とは Cauchy-Riemann 方程式の解のことだった。従つて、Runge の近似定理は、「Riemann 球面の領域上の Cauchy-Riemann 方程式の任意の解には、広義一様収束位相において、大域解による近似列が存在する」と言い換えられる。

さて、Riemann 面上の Cauchy-Riemann 方程式と四次元有向 Riemann 多様体上の反自己双対方程式には深い類似がある。本論文はその類似を追求し、主定理として「四次元有向閉 Riemann 多様体の領域上の反自己双対方程式の任意の解には、広義一様収束位相において、大域解による近似列が存在する」を得た。それがインスタントンに対する Runge の近似定理である。

主定理 (The Runge theorem for instantons)

(X, g) を四次元有向閉 Riemann 多様体とする。 U を X の開部分集合として、 P_U を U 上の $SU(2)$ -主束とする。また、 A_U を P_U 上の反自己双対接続とする。すなわち、 A_U は、 P_U 上の接続であって、反自己双対方程式 $F_{A_U} + *F_{A_U} = 0$ を充たす。ただし、 $*$ は計量 g と X の向き付けが定める Hodge 作用素であり、 F_{A_U} は A_U の曲率である。

このとき、 U の任意のコンパクト部分集合 K に対して、 X 上の $SU(2)$ -主束 P_n とその上の反自己双対接続 A_n と束写像 $\rho_n: P_U \rightarrow P_n|_U$ からなる三組の列 $\{P_n, A_n, \rho_n\}_{n=1}^\infty$ が存在して、 $n \rightarrow \infty$ のとき、 $\rho_n^*(A_n)$ は K の近傍上で A_U に C^∞ 収束する。