

論文審査の結果の要旨

氏名 藤内 翔太

藤内翔太の博士論文は、半順序集合の組合せ構造とその順序複体の幾何構造の関係を扱っており、組み合わせ論、代数的位相幾何学および幾何群論などの分野に関わる。博士論文は2つの部分からなり、前半では、加法的モノイドの Frobenius 複体のホモトピー型を決定する手法を確立した。これは、従来、離散モース理論などを用いて部分的な結果が得られていた Frobenius 複体のホモトピー型について、帰納的な新しい手法を与える決定的な結果である。博士論文の後半では、ある種の半順序集合に対応した順序複体が CAT(0) 性をもつための必要十分条件を与えた。これは cubical complex に関する Gromov の定理の一般化である。

CAT(0) 性は断面曲率が非正であるという条件を一般の測地距離空間に拡張した概念である。Gromov は立方体的複体が CAT(0) 空間であるための組合せ論的な必要十分条件を与えた。また、Brady と McCammond は、Artin 群などの CAT(0) 性の研究の過程で、階層的半順序集合 P の順序複体の幾何学的実現 $|P|$ をオーソスキームとよばれる単体で実現し、距離空間の構造を導入した。これを P のオーソスキーム複体とよぶ。藤内翔太は、博士論文において順序束 S のオーソスキーム複体 $|S|$ の CAT(0) について研究した。とくに、 S が semi-distributive 束であるとき、 S のオーソスキーム複体 $|S|$ が CAT(0) 空間となるための必要十分条件を S の組み合わせ的な条件によって完全に記述した。この結果は、Boolean 束の場合には Gromov の定理に対応しており、Gromov の結果の一般化を与えている。

藤内翔太の結果は、幾何群論、情報理論における最適化問題などさまざまな分野への応用が期待されている。例えば、離散群 G の $K(G, 1)$ 空間について、それが CAT(0) 空間になるような計量が入るかというのは、幾何群論における重要な問題であるが、right angled Artin 群などを含む広いクラスの群について、藤内翔太の手法を適用することができる。

本論文は、順序複体のホモトピー型および CAT(0) 性について新しい知見を与えるものであり、位相幾何学の分野に大きく貢献する。よって、論文提出者 藤内翔太は、博士(数理学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。