

論文の内容の要旨

論文題目 伸張せん断エラスティカの研究
 氏名 滝 敏美

1. 研究の目的

本研究の主目的は、伸び変形とせん断変形を考慮した直線梁の圧縮座屈後の変形（図1参照）を解析する理論（以下「伸張せん断エラスティカの理論」という）を構築することである。曲げ変形だけを考慮した理論がエラスティカの理論で、変形の厳密解が得られている。梁の軸線の伸び（縮み）を考慮した理論（伸張エラスティカの理論）を近藤 2006 が導き、蔵本と近藤 2006 が座屈後変形を解析した。本研究は近藤と蔵本の研究をさらに進め、エラスティカにおいて伸び変形に加え、せん断変形も考慮するものである。適用する仮定を明確にし、変分原理を用いて理論を構築する。変分原理に基づいて、座屈荷重の式を得るとともに、座屈後変形を計算する2種類の解析方法（有限要素法とエネルギー法による直接解法）を導く。伸張せん断エラスティカの理論を使うと、せん断剛性の低い梁の圧縮座屈荷重の厳密な式を統一的に導出することができ、伸び変形とせん断変形が座屈荷重に与える影響を検討することができる。

第2の目的は、せん断変形を考慮した梁の座屈理論について考察することである。せん断変形をする梁の圧縮座屈の式は、梁の断面力のとり方によって3種類の理論（Engesser の理論, Timoshenko の理論, Haringx の理論）があり（図2参照）、どれが正しいかという論争が続いている。次の3つの方法を使ってせん断変形をする梁の圧縮座屈を検討し、この論争に決着をつける。

- ① 三次元弾性論による円形断面梁の圧縮座屈荷重の厳密解
- ② 軸力部材で構成される組立梁（Laced Column）の大変形解析
- ③ 伸張せん断エラスティカの理論による座屈荷重の式

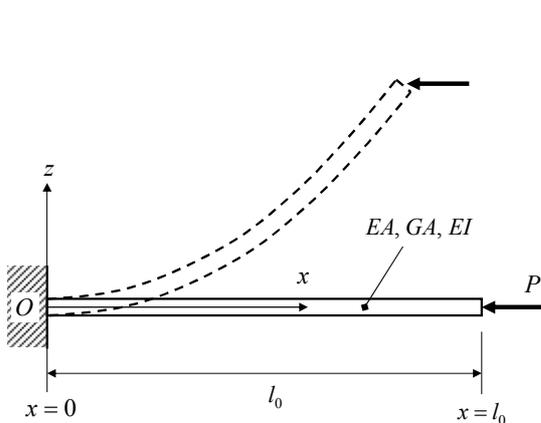


図1 伸張せん断エラスティカ

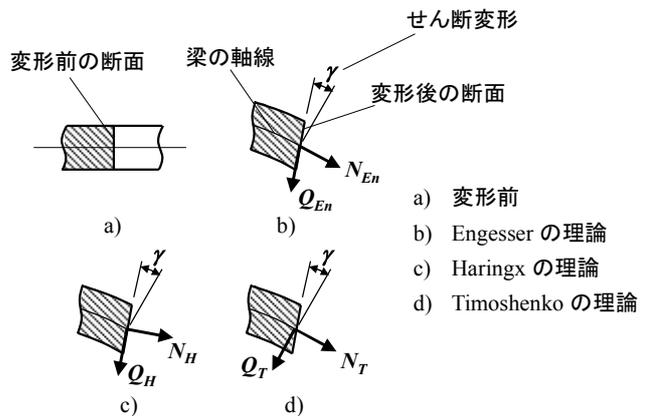


図2 断面力の定義

2. 論文の構成

第1章は序論で、せん断変形をする梁の圧縮座屈荷重の理論とエラスティカの理論の現状について説明し、研究課題を明らかにする。

第2章の「伸張せん断エラスティカの変分原理」では、近藤 2006 の伸張エラスティカの変分原理を拡張して、伸張せん断エラスティカの厳密な変分原理を導く。断面力のとり方は、Engesser の理論、Timoshenko の理論、Haringx の理論の3種類を使う。3種類の理論に関して統一的な定式化を行う。構成方程式として、断面力とそれと共役な一般化歪の間にフックの法則を仮定する。導出した変分原理に基づいて3種類の理論について厳密な座屈荷重計算式を導く。これらの座屈荷重計算式と他の研究者が導いた座屈荷重計算式を比較する。

第3章の「伸張せん断エラスティカの有限要素法」では、伸張せん断エラスティカの変形を解析する方法のひとつである有限要素法の定式化を行う。合わせて、有限要素法を使った座屈解析のための定式化も行う。これらの定式化は Engesser, Timoshenko, Haringx の3つの理論に対して行う。定式化に基づいて、変形解析の有限要素法プログラムを作成する。

第4章の「エネルギー法による伸張せん断エラスティカの直接解法」では、伸張せん断エラスティカの変形を解析するもうひとつの方法であるエネルギー法による直接解法について説明する。この方法は筆者が開発した方法で、汎用の表計算ソフト MS-Excel を使って解くことができるのが特長である。エネルギー法による直接解法では、Engesser, Timoshenko, Haringx の理論の他に、キルヒホッフの応力とグリーンの歪の間にフックの法則が成り立つ場合も解析できる。

第5章の「端末圧縮荷重を受ける一定断面の片持ち梁の数値解析」では、有限要素法とエネルギー法による直接解法を使って端末圧縮荷重を受ける一定断面の片持ち梁の変形解析を行い、座屈荷重と座屈後変形に対するせん断剛性と軸剛性の影響を明らかにする。Engesser, Timoshenko, Haringx の理論、キルヒホッフの応力とグリーンの歪の間にフックの法則が成り立つ場合の4つの場合について解析を行って、それらの間の違いを把握する。軸剛性が低い場合に飛び移り現象があることを示す。Haringx の理論では引張荷重で座屈が発生し、安定な座屈後の変形状態が存在することを示す。

第6章の「三次元弾性論による梁の座屈解析」では、圧縮荷重を受ける円形断面の片持ち梁の座屈荷重を三次元弾性論で厳密に解析する。これは、Kardomateas 1995 の近似解を拡張した厳密解である。構成方程式として、キルヒホッフの応力とグリーンの歪の間にフックの法則を仮定する。Chattopadhyay and Gu 1996 の二次元弾性論による圧縮座屈荷重の厳密解と比較して、本論文の厳密解が妥当であることを確認する。この厳密解を、Karomateas の近似解、第2章で導いた伸張せん断エラスティカ理論による座屈荷重計算式と比較して、Engesser, Timoshenko, Haringx の理論のうちどれが妥当かを検討する。

第7章の「Laced Column の座屈解析」では、せん断剛性が低い梁の代表として Laced Column を検討対象として選び、いろいろなせん断剛性と軸剛性の組み合わせに対して幾何学非線形解析を行って、座屈荷重を求める。これを伸張せん断エラスティカ理論による座屈荷重計算式と比較して、Engesser, Timoshenko, Haringx の理論のうちどれが妥当かを検討する。キルヒホッフの応力とグリーンの歪の間にフックの法則が成り立つ場合についても検討する。

第8章には本研究の結論を示す。

論文の構成を図3に示す。

3. 結論

(1) 伸張せん断エラスティカの理論

- Engesser の理論, Timoshenko の理論, Haringx の理論に基づく伸張せん断エラスティカの変分原理を導いた.
- 伸張せん断エラスティカの変分原理から, 軸剛性とせん断剛性を考慮した梁の圧縮座屈荷重計算式を導いた.
- 伸張せん断エラスティカの変形の数値計算法として, 有限要素法とエネルギー法による解析方法を開発した.
- 変形計算を行い, 以下の現象を明らかにした.
 - 軸剛性が低い (P_E/EA が大きい) 場合に飛び移り現象が存在することを見出した.
 - Haringx の理論によると, 引張荷重による座屈が存在し, 座屈後に安定な変形状態が存在する.

(2) 三次元弾性論による梁の座屈解析

三次元弾性論を使って, 片持ちの円形断面梁の圧縮座屈荷重の厳密解を導いた. Kardomateas 1995 の解は近似解であることを示した.

(3) Engesser/Haringx 論争

軸圧縮を受ける Laced Column の幾何学的非線形解析, 三次元弾性論による円形断面梁の座屈荷重厳密解, 伸張せん断エラスティカの圧縮座屈荷重計算式を比較することにより, 梁の圧縮座屈には Engesser の理論を適用するのが妥当であることを示し, その物理的意味を説明した.

