

論文審査の結果の要旨

氏名 宮崎 慈生

本論文は7つの章及び4つのAppendixからなる。まず第1章では、本学位論文の主題である正値写像と完全正値写像の概念が導入され、その上でこの2つの写像の差異を詳しく吟味することの意義が述べられている。さらに超写像や古典確率論における確率分布、写像などの数学的道具が導入され、本文での議論の準備がなされる。次の第2章では正値写像と完全正値写像についての詳しい説明が超写像の場合を含めて与えられ、正値写像の表現と非完全正値写像の近似方法が議論される。特に正値写像でありながら完全正値写像ではない代表的な例として、反ユニタリー写像や転置写像、複素共役写像が提示され、それらが量子もつれの量的評価において有用な概念になっていることが述べられる。

本学位研究は、正値写像と完全正値写像の差異を、両者が区別される量子論と区別されない古典確率論との間に中間的な理論を想定し、これを両側から内挿する形で構成するアプローチによって調べるものである。その1つは、量子論の線形性を緩めた理論を構築し、そこでの2つの写像の差異を探るものであり、第3章と第4章がこれに充てられる。もう1つは、古典確率論の側から量子状態に対応する概念を含む理論を構築し、そこでの2つの写像の差異を探ることであり、続く第5章と第6章がこれに充てられている。

この方針の下、第3章では量子論の側で、本来、線形性によって禁止される量子状態の複製可能性を許容した場合が考察される。具体的には転置写像に注目し、任意の成功確率 $\epsilon > 0$ で状態転置を実装するには無限個の複製が必要であることを示している。この結果は、従来の成功確率1での結果よりもはるかに強い。続く第4章では、状態変換に対する写像である超写像の例としてチャンネル転置が導入され、第3章での結果と同様に、任意の成功確率 $\epsilon > 0$ でチャンネル転置を実装するには無限個の複製が必要であることが示され、加えて複素共役化の実装に対する制限も与えられている。これらの結果は、コンカレンス等の量子もつれの指標の評価に有用になる。

次の第5章では、古典確率論側からの内挿の具体化としてトポス量子論が導入される。トポス量子論は通常の古典確率論が言語とする集合論の代わりに構成的数学のトポス言語を用いるものであり、量子状態の対応物(確率付値)を含むように構成することができる。但し、合成系に対する理論構成の任意性が存在し、自然な形で合成系を定義すると自動的

に正值写像と完全正值写像の差異が無くなることが示される。さらに第6章では確率付値間の写像によって生成される確率付値としてマルコフ連鎖が考察され、トポス量子論におけるマルコフ連鎖は積状態となり、異なる系間の写像によって相関を作れないことが明らかにされる。これはマルコフ連鎖が完全正值に含まれる写像であることを示すものであり、ここで用いられた合成系の定義が、2つの写像の差異を探る目的には不適當なものであることを示唆する。

最後の第7章では、本論文のまとめと今後の研究の展望が述べられ、前半の量子論からの内挿で得られた2つの写像の差異の物理的な意味が議論されるとともに、後半の古典確率論からの内挿で用いたトポス量子論の構成法の改善方法が述べられている。また4つのAppendixでは、量子力学の数学的基礎、第4章で用いられた等式の技術的な補足、第5章以降で用いた圏論の基礎や定理の証明が与えられている。

本論文の目的は、上述のように正值写像と完全正值写像の差異を、量子論や量子情報理論の観点から考究することにあつた。この両者の写像の差異については、従来より様々な視点から検討されているが、その知見は未だ十分とは言えない。本学位論文では、量子論に古典確率論を対置させ、状態複製やマルコフ連鎖といった情報論的、物理的過程を通してこの差異の問題に取り組むという斬新な手法を採用して、従来の結果よりも強い結果を得ることに成功した。加えて、近年、注目を集めている圏論的な手法に基づくトポス量子論の構成の問題点の在処を明確にするなど、今後のこの問題の研究に関して、本研究が着実な貢献を与えているものと評価できる。

以上をまとめると、本論文の研究は、確率論的な観点での量子力学の特異性と、その量子情報的な意味について従来よりも精密かつ興味深い結果を提示したものと評価でき、量子基礎論及び量子情報理論の研究として十分に高いレベルにあり、学位論文に値する優れた内容を持っているものと判断できる。

なお、本論文の第4章の内容は、村尾美緒、添田彬仁の各氏との共同研究であるが、根幹部分は論文提出者が主体となって確立したものであり、全体として論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって、論文提出者に博士（理学）の学位を授与できると認める。