

博士論文(要約)

Essays on Statistical Inference for Itô-Semimartingales
under High-Frequency Observations

(高頻度観測の状況での伊藤セミマルチンゲール
に対する統計的推測に関する研究)

栗栖 大輔

本論文は伊藤セミマルチンゲールと呼ばれる確率過程を高頻度に離散観測する状況において、その確率過程の特徴量を統計的に推測する問題に対し、著者が博士課程において研究を行った成果をまとめたものである。確率過程を高頻度に離散観測するという状況での統計分析は近年の情報技術の進歩により利用可能になった高頻度金融データを用いて、特に計量ファイナンスの分野で盛んに研究がおこなわれている。また高頻度金融データに対しては、元々の金融資産価格などの真の値にマーケットマイクロストラクチャーノイズと呼ばれるノイズを伴って観測されることが知られている。最近の研究ではこのようなノイズの存在を考慮して integrated volatility などのリスク指標の推定や金融資産価格が急激な変化 (ジャンプ) をもつか否かの統計的検定を行う研究が盛んになされている。

本論文の第2章では1次元の伊藤セミマルチンゲールに従う対数資産価格がノイズを伴って高頻度に離散観測する状況において、観測期間中に資産価格がジャンプをもつか否かを統計的に検定する問題を考えた。観測ノイズがなく確率過程が直接離散観測される状況においては Aït-Sahalia and Jacod(2009) においてジャンプの有無の検定統計量が提案されており、Aït-Sahalia, Jacod and Li(2012) でデータがノイズを含む場合に対してその検定方法が拡張されている。第2章ではまずマーケットマイクロストラクチャーノイズがデータの観測頻度が増加するにしたがってその大きさが小さくなる、即ち small noise であるという仮定のもとで、Aït-Sahalia and Jacod(2009) で提案された検定統計量の漸近的分布を導出した。その結果、彼らが提案した2つの検定方法 ((1) 帰無仮説がジャンプ無し (2) 帰無仮説がジャンプ有り) のうち、(1) の検定はノイズに対して非常に敏感であり、ノイズが存在すると検定統計量が漸近的にバイアスをもち検定がうまく実行できないことが示された。また (2) の検定方法は漸近的なバイアスが出ないが、ノイズがない場合に比べて漸近分散が大きくなることが示された。

第3章では第2章で得られた結果をもとに Aït-Sahalia and Jacod(2009) の (2) の検定方法を small noise が存在する場合においても適用できるように検定統計量の漸近分散の一致推定量を与えた。さらに、ノイズがない状況における integrated volatility の一致推定量として知られている realized volatility や bi-power, multi-power variation に対して、small noise が存在する場合における漸近的挙動を調べた。具体的には、データの数 n に依存する small noise の (分散の) 大きさによってどのような場合に上記の推定量の一致性が失われるのかを調べた。さらに、第2章の議論の拡張として、2次元の伊藤セミマルチンゲールがノイズを伴って高頻度に離散観測される状況において、元々の確率過程が同時点でのジャンプ (co-jump) をもつか否かを検定する問題を扱った。Jacod and Todorov(2009) でノイズがない状況における co-jump の検定統計量が提案されているが、第3章ではその検定統計量の small noise が存在する状況での漸近的性質を調べた。具体的には統計量の帰無仮説 (co-jump 有り) と対立仮説 (それぞれの系列はジャンプするが co-jump は存在しない) ものとの分布を導出し、その帰無仮説のもとでの漸近分散の一致推定量を与えることで彼らの結果を拡張し、数値実験により本研究の提案手法が有効であることを確認した。

第4章は第2, 3章とは異なる問題を扱った。これまでの章では主にノイズを伴って観測される確率過程がジャンプをもつか否かを検定する問題を扱った。この章では、検定によりジャンプをもつと判断された確率過程に対し、ジャンプの頻度やジャンプの大きさといったより進んだ情報をデータから引き出すことに注目した。具体的には1次元のレヴィ過程と呼ばれる伊藤セミマルチンゲール

ルのサブクラスを、高頻度に観測するが、観測ノイズの存在が無視できる程度の頻度で観測する状況を考え、この場合においてレヴィ過程のジャンプの頻度と大きさの分布を決めるレヴィ密度と呼ばれる量の信頼バンドの構成を扱った。本研究は既存の研究と比較していくつかの新しい点が挙げられる。まずレヴィ密度に対する統計的推測を扱っている点が挙げられる。レヴィ密度の推定に関する研究は数多く存在するが、信頼バンドの構成を扱った研究は Figueroa-López(2011) や Konakov and Panov(2016) が挙げられる程度であり、ほとんど知られていないというのが現状である。次にブートストラップ法を用いて信頼バンドを構成していることである。この方法により Gumbel 近似を用いて信頼バンドを構成する先行研究の方法比べ、有限標本でのパフォーマンスの向上が期待できる。次に Bissantz et al.(2007) のアイデアをもとに推定量のバンド幅の実用的な選択法を提案したことである。さらに提案手法が漸近的に妥当な結果を与えるための理論的な条件を与え、この条件で実際にカバーできる例を調べる際に便利な十分条件を与えた。これらに加え、最後の節ではさらに2つの問題を扱った。まず重み付き sup-norm に関するレヴィ密度の global な (実数全体での) 一致推定のための理論的な条件を与えた。次に推定量のバンド幅の選択に関して、Bissantz et al (2007) とは別の Lepski のアプローチを利用する方法を提案した。これによりレヴィ密度の滑らかさに関して事前に知識がなくとも、レヴィ密度の推定の最適なバンド幅と漸近的に同じオーダーのバンド幅が選択できることを示し、adaptive な信頼バンドが構成できることを示した。この結果は Giné and Nickl(2010) の結果の非線形な推定量に対する拡張になっている。