

学位論文

量子ホール系における熱電効果

Thermoelectric Effects in Quantum Hall Systems

平成 24 年 12 月 博士（理学）申請

東京大学大学院理学系研究科

物理学専攻

藤田 和博

概要

本研究は、低温磁場中での2次元電子系（量子ホール系）における熱輸送現象である「電子拡散の熱電効果への寄与」を実験的に調べたものである。

初めに、電子拡散のネルンスト効果への寄与が直接観測できたことを報告する。量子ホール系における熱電効果（ゼーベック効果、ネルンスト効果）には、電子自体の拡散、フォノンドラッグ、の2種類の異なる機構の寄与がある。2次元電子系に流した電流によるジュール熱を利用することにより格子系を加熱せずに電子系にのみ温度勾配を導入し、温度勾配と磁場方向に対して垂直方向に生じるネルンスト電圧を測定した。測定の結果、フォノンドラッグの寄与を生じさせずに、電子拡散の寄与のみを直接観測できることを明らかにした。

次に、磁場中での拡散機構に因る熱電係数を電気抵抗率と関連づける一般化したモットの関係式に関して議論する。本来の電気抵抗率のエネルギー微分を用いた場合と、散乱時間のエネルギー依存性が小さいと仮定して磁場微分で代用した場合に電気抵抗率から導出されるネルンスト係数を比較した。比較の結果、両者は良い一致を示した。

最後に、実際に直接測定したネルンスト電圧と一般化したモットの関係式から求めたネルンスト係数を比較した。加熱された電子のエネルギーの一部が、格子系へ逃げることを考慮に入れると、両者は定量的に一致した。

Abstract

In this thesis, we investigated the diffusion thermoelectric power in a two-dimensional electron gas subjected to a perpendicular magnetic field (the quantum Hall system) at a low temperature.

Firstly, we report the observation of the diffusion thermoelectric power. The thermoelectric power of the quantum Hall systems (Seebeck effect and Nernst effect) generally contains contributions from two separate mechanisms: diffusion and phonon drag. We observed the Nernst voltage by using current heating technique, in which the temperature gradient is introduced by directly passing a current through one end of the Hall bar. The technique allows us to heat the electron system, leaving the lattice temperature intact. As a result, we succeeded in observing the diffusion thermopower exclusively by eliminating the phonon drag effect.

Secondly, we examine the generalized Mott formula which describes the relation between the thermoelectric coefficients and the energy derivative of the resistivities in the magnetic field. We report that the diffusion thermoelectric coefficients evaluated by the generalized Mott formula can be approximated well by those calculated by the formulae employing the magnetic-field derivative instead of the energy derivative. This shows that the thermoelectric properties of the system are mainly determined by the location of the Fermi energy with respect to the Landau levels.

Finally, we made detailed comparison of the measured diffusion thermoelectric power and that calculated using the generalized Mott formula from the resistivities and their derivatives. The good quantitative agreement between the two traces confirms that the measured thermopower is actually derived from the diffusion contribution by assuming that the heated electrons transfer the power to the cold areas through diffusion and to the phonons via electron-phonon coupling due to piezoelectric potential scattering.

目次

| | | |
|-------|-------------------------|----|
| 第 1 章 | 序論 | 1 |
| 1.1 | 本研究の目的 | 1 |
| 1.2 | 半導体 2 次元電子系 | 2 |
| 1.2.1 | GaAs/AlGaAs のヘテロ構造 | 2 |
| 1.2.2 | 磁場中における電子の半古典モデル | 2 |
| 1.3 | 量子ホール系における 2 次元電子系の電気伝導 | 4 |
| 1.3.1 | ランダウ量子化 | 4 |
| 1.3.2 | 整数量子ホール効果 | 6 |
| 1.4 | 量子ホール系における熱輸送現象 | 7 |
| 1.4.1 | 輸送方程式 | 7 |
| 1.4.2 | 熱電効果 | 8 |
| 1.4.3 | 一般化したモットの関係式 | 10 |
| 1.4.4 | 電子拡散によって低温領域に向かって流れる熱流 | 12 |
| 1.4.5 | ゼロ磁場での電子系から格子系に逃げる熱 | 13 |
| 1.5 | 本論文の構成 | 15 |
| 第 2 章 | 実験方法 | 16 |
| 2.1 | 試料の作製 | 16 |
| 2.1.1 | GaAs/AlGaAs 2 次元電子ガス | 16 |
| 2.1.2 | 作製工程 | 16 |
| 2.2 | 実験手法 | 19 |
| 2.2.1 | 測定装置 | 19 |
| 2.2.2 | 測定系 | 19 |
| 第 3 章 | 低温磁場中でのネルンスト効果の観測 | 20 |
| 3.1 | ネルンスト電圧の観測 | 20 |
| 3.1.1 | 試料 1 の形状と測定方法 | 20 |
| 3.1.2 | 電流加熱時の電子温度評価 | 20 |
| 3.1.3 | 熱に由来する電圧の観測 | 23 |
| 3.2 | 一般化したモットの関係式 | 28 |
| 3.2.1 | 試料 2 の形状と測定方法 | 28 |
| 3.2.2 | エネルギー微分形式 | 29 |
| 3.2.3 | 磁場微分形式 | 30 |
| 3.2.4 | 実験的検証 | 32 |
| 3.3 | 本章のまとめ | 33 |
| 3.3.1 | 実験結果のまとめ | 33 |
| 第 4 章 | 低温磁場中での電子拡散のネルンスト効果への寄与 | 34 |
| 4.1 | 電子拡散のネルンスト効果への寄与 | 34 |
| 4.1.1 | 検証方法 | 34 |
| 4.1.2 | 格子系への熱の逃げを考慮しない場合 | 35 |

| | | |
|-------|---------------------------------------|----|
| 4.1.3 | 格子系への熱の逃げを考慮に入れた場合 | 36 |
| 4.2 | 本章のまとめ | 42 |
| 4.2.1 | 実験結果のまとめ | 42 |
| 4.2.2 | 今後の課題 | 42 |
| 第 5 章 | 総括 | 43 |
| 5.1 | 低温磁場中でのネルンスト効果の観測 | 43 |
| 5.2 | 低温磁場中での電子拡散のネルンスト効果への寄与 | 43 |
| 5.3 | 今後の課題 | 43 |
| 付 録 A | 磁場中での電子拡散によって流れる熱流の 2 次元モデル | 45 |
| A.1 | 電子拡散によって流れる熱流の 2 次元モデル | 45 |
| A.2 | 熱流を 2 次元モデルに拡張した実験結果 | 47 |

第1章 序論

本章では、本研究に関連した理論と実験の背景について述べる。初めに、研究の目的について述べる。次に、研究の背景として量子ホール系における熱電効果について説明する。最後に、本論文の構成について述べる。

1.1 本研究の目的

分子線エビタキシー法の開発によって不純物の極めて少ない半導体 2 次元電子系が作製されるようになった。2 次元電子系は、平均自由行程が数ミクロンに及ぶクリーンな系であるため、既存の物理理論の検証や新しい量子現象が多く研究されてきた。低温強磁場下の 2 次元電子系（量子ホール系）の輸送現象において、整数および分数量子ホール効果をはじめとする多彩な電子状態が観測されることは良く知られている [1] [2] [3] [4]。量子ホール系における電気伝導現象の解明は進んでいるのに対して、熱輸送現象の解明は十分ではない。そこで本研究では、量子ホール系における熱輸送現象として、電子拡散の熱電効果への寄与について実験的に調べることを目的とした。

熱電効果とは、試料に温度勾配をつけることにより、その間に電圧が生じる現象である [5] [6] [7]。この効果には、(1) 電子自体が拡散して熱流を運び電圧を生じる拡散機構、(2) フォノンが熱流を運び電子-フォノン散乱により電圧を生じるフォノンドラッグ機構、の 2 種類の異なる機構からの寄与がある。

熱電効果については、外部ヒーターを用いて温度勾配を導入する実験が数多く行われてきた。この加熱法では電子系と格子系をともに加熱するため、電子拡散とフォノンドラッグの両方からの寄与が観測される [7]。半導体 2 次元電子系試料では、2 次元電子の厚みが基板全体に比べて非常に薄く、フォノンの担う熱流が電子の担うものより圧倒的に大きいことを反映し、観測される熱起電力に占めるフォノンドラッグの寄与は電子拡散の寄与より 2 桁ほど大きい。そのため、この加熱方法では純粋な電子拡散の寄与のみに関する知見を得ることは困難である。

そこで本研究では、電子拡散の寄与に注目して実験をした。純粋な電子拡散の寄与を観測するためには、格子系を加熱せずに電子系のみを加熱する必要がある。そのための実験手法として、2 次元電子系に直接電流を流し、そのジュール熱による加熱で温度勾配を導入する加熱方法 [8] [9] [10] を採用した。また、一般化したモットの関係式を用いると、電子系の熱電係数は電気伝導度および電気伝導度のフェルミエネルギーでの微分を用いて記述できる [11]。直接測定した熱起電力と一般化したモットの関係式から求めた熱電係数を比較して、低温磁場中での電子拡散の熱電効果への寄与が測定されていることを定量的に調べた。

| | | |
|-----------|----------|-------|
| Cap layer | n-GaAs | 5nm |
| Si-doped | n-AlGaAs | 40nm |
| Spacer | AlGaAs | 15nm |
| 2DEG | | |
| | GaAs | 800nm |
| Substrate | GaAs | |

図 1.1: GaAs/AlGaAs のヘテロ構造。

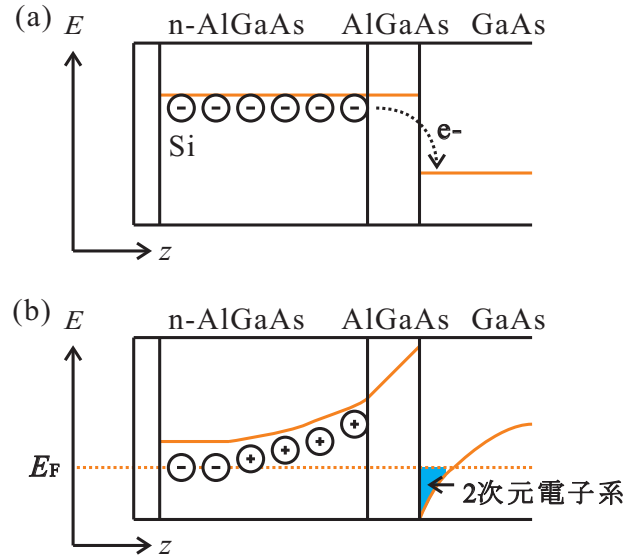


図 1.2: エネルギーバンドの模式図。(a)GaAs と Al-GaAs のバンドギャップ。(b) 三角ポテンシャルと 2次元電子系の形成。

1.2 半導体 2次元電子系

1.2.1 GaAs/AlGaAs のヘテロ構造

本研究で使用した半導体 2次元電子系について述べる。半導体 2次元電子系は分子線エピタキシーと呼ばれる結晶成長技術によって実現される。この結晶成長技術によって、GaAs/AlGaAs という格子定数が近い異種半導体のヘテロ接合を単原子層程度の厚さの精度で作製できる (図 1.1)。この構造の界面では、GaAs と AlGaAs のバンドギャップの違いからエネルギーバンドが不連続になっている (図 1.2(a))。AlGaAs 層にドナー不純物となる Si を変調ドーピングすることにより、Si から放出された電子がスペーサー層を超えて GaAs 層へ移動する。電子の移動に伴って AlGaAs は正に、GaAs は負にそれぞれ帯電して、電場が発生する。この電場により AlGaAs と GaAs のバンドが曲げられ、GaAs/AlGaAs 界面の三角ポテンシャルに放出された電子が閉じ込められる (図 1.2(b))。このため、電子は z 軸方向に閉じ込められ界面に沿って 2次元電子系が形成される。2次元電子系の主な散乱体はイオン化した Si であるが、スペーサー層を挟むことで 2次元界面から適度な距離に保っているため、不純物散乱の影響が極めて少ない。そのため、高移動度で理想的な 2次元電子系が実現できる。

1.2.2 磁場中における電子の半古典モデル

図 1.3 に、磁場中の電気抵抗の測定に通常用いられるホールバーの試料を示す。試料幅を W 、電圧端子間の距離を L 、試料に流す電流を I とすると、対角抵抗率 ρ_{xx} とホール抵抗率 ρ_{xy} は、

$$\rho_{xx} = \frac{V_{xx}}{I} \frac{W}{L}, \quad \rho_{xy} = \frac{V_{xy}}{I} \quad (1.1)$$

である。

弱い磁場を印加した場合でのホールバーの電気抵抗率を示す。試料の不純物の効果を、半古典的に扱った Drude モデルによると、運動方程式は

$$m^* \left(\frac{d}{dt} + \frac{1}{\tau} \right) \mathbf{v}_d = -e (\mathbf{E} + \mathbf{v}_d \times \mathbf{B}) \quad (1.2)$$

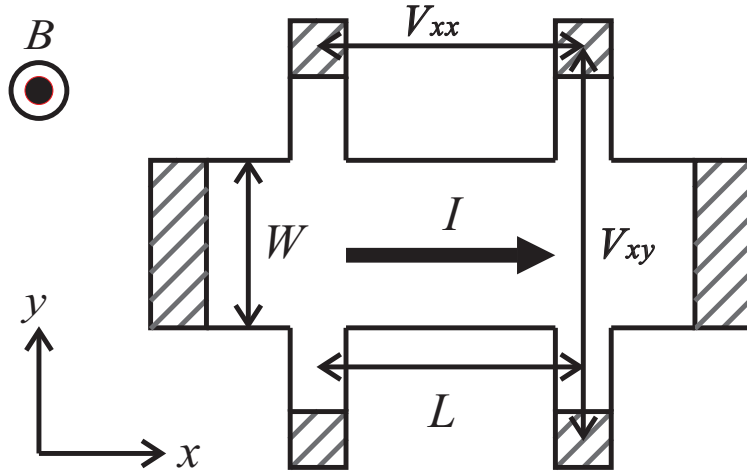


図 1.3: 磁場中の電気抵抗を測定するための、ホールバーの概念図

である。ただし、 m^* は電子の有効質量 (GaAs 中で $m^* = 0.067m_e$)、 e は素電荷量、 τ は散乱時間、 v_d はドリフト速度、 E は電場、 B は磁場である。式 (1.2) を解いた結果から、電気抵抗率は

$$\rho_{xx} = \frac{1}{n_e e \mu} \quad (1.3)$$

$$\rho_{xy} = \frac{B}{n_e e} \quad (1.4)$$

と得られる。ここで、 n_e は電子密度、 μ は移動度 ($\mu = e\tau/m^*$) である。電気抵抗率の測定から 2 次元電子系の特性を示す物理量である、電子密度 n_e と移動度 μ を求めることが出来る。

電子密度および移動度から他の重要な物理量を導く方法を以下に挙げる。

- フェルミエネルギー

$$E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m^*} ; k_F = \sqrt{2\pi n_e} \quad (1.5)$$

- 散乱時間 τ

$$\tau = \frac{m^*}{e} \mu \quad (1.6)$$

- 平均自由行程 ℓ

$$\ell = v_F \tau = \frac{\hbar \sqrt{2\pi n_e}}{e} \mu \quad (1.7)$$

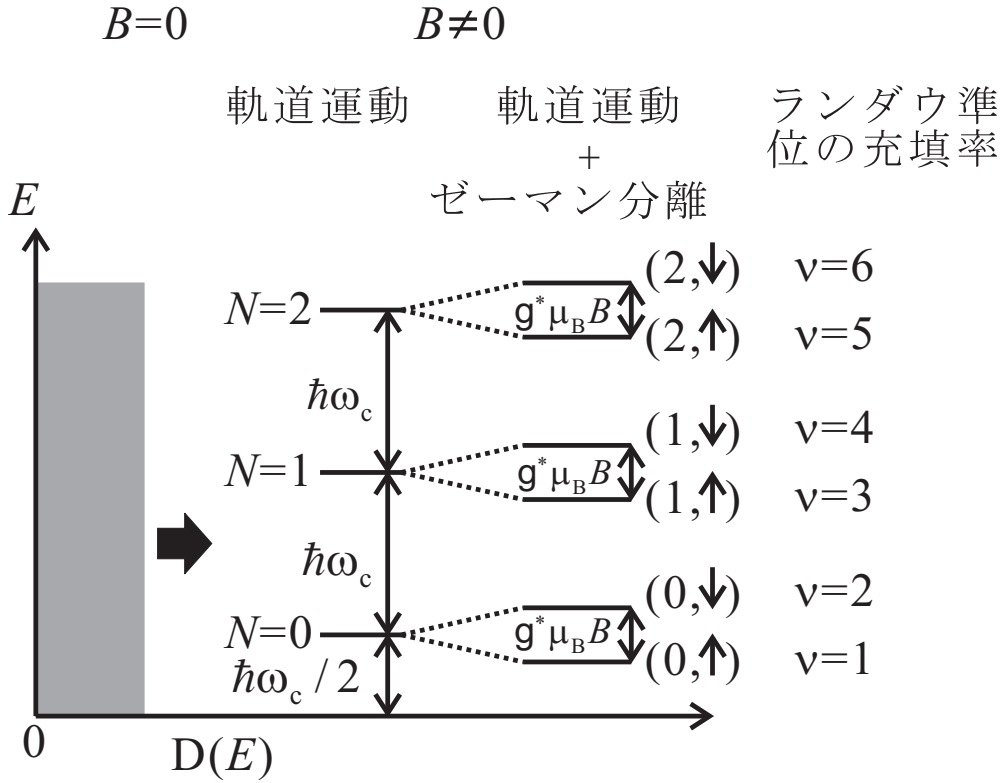


図 1.4: 磁場中での 2 次元電子系のエネルギー準位の概念図。

1.3 量子ホール系における 2 次元電子系の電気伝導

1.3.1 ランダウ量子化

量子力学的に磁場中の電子の運動を考える [12]。磁場中における 2 次元電子のハミルトニアンは

$$H = \frac{1}{2m^*} (\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 \quad (1.8)$$

である。ここで、 \mathbf{p} は運動量演算子、 \mathbf{A} はベクトルポテンシャルである。このハミルトニアンの固有エネルギー E は

$$E = \hbar\omega_c \left(N + \frac{1}{2} \right) \quad (N = 0, 1, 2, \dots) \quad (1.9)$$

という離散準位 (ランダウ準位) に量子化される。ここで、 $\omega_c = eB/m^*$ はサイクロトロン角振動数、 N はランダウ指数、 $\hbar = h/2\pi$ 、 h はプランク定数である。ランダウ指数 N の運動は、古典でいう半径 $\sqrt{2N+1}l_B$ のサイクロトロン円運動に対応する。 $l_B = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}}$ は磁気長である。ランダウ準位には単位面積当たり eB/h の縮重度があるので、ランダウ準位の占有率は $\nu = n_e h / eB$ と表される。

図 1.4 に、磁場中での 2 次元電子系のエネルギー準位の概念図を示す ($D(E)$ は状態密度である)。磁場を印加した場合、軌道運動のエネルギーは離散的なランダウ準位に縮退するが、電子スピンの向きによるゼーマンエネルギーも考慮すると、式 (1.9) は

$$E = \hbar\omega_c \left(N + \frac{1}{2} \right) \pm \frac{1}{2} g^* \mu_B B \quad (1.10)$$

となり、さらに分裂する。ここで、 g^* は g 因子 (GaAs 中では $g^* = -0.44$)、 μ_B はボーア磁子である。

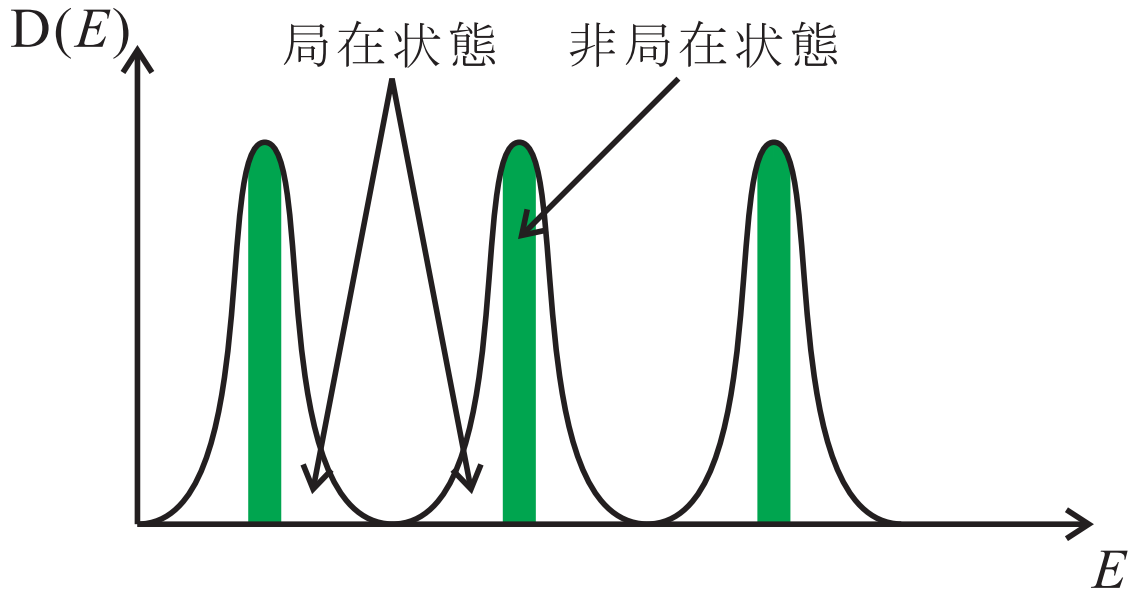


図 1.5: 不純物により縮退がとけて広がったランダウ準位と局在・非局在領域。

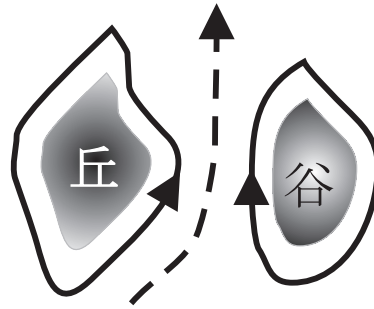


図 1.6: 強磁場中における電子状態。実線は局在状態を示し、点線は非局在状態を示す。

不純物による局在

試料に不純物がない理想形の場合は、ランダウ準位の状態密度はデルタ関数型になる。現実の系には不純物があるため、各ランダウ準位の状態密度が有限の幅を持つことになる。この有限の幅は、不純物によって、サイクロトロン軌道の中心座標に関する縮退が解けたことを反映している。図 1.5 に、試料に不純物がある場合のランダウ準位の状態密度を示す。

強磁場中における電子の局在について述べる。磁場が強くなると、サイクロトロン運動による波動関数の広がりスケール l_B ($\propto B^{-1/2}$) は小さくなるので、磁場が十分強ければ不純物による空間変化の特徴的な長さより小さくなる。 l_B のスケールでみると不純物ポテンシャルは一樣な電場とみなせるので、電子はポテンシャルの等高線に沿った運動をされると考えられる。すると、図 1.6 の様に、不純物のつくるポテンシャルの丘や谷では等高線は閉曲線となり、電子の波動関数はこの閉曲線に沿った局在状態 (実線) を形成する。また、ポテンシャルの丘と谷の間では等ポテンシャル線が閉曲線とならない状態が存在し、非局在状態 (点線) となる。有限幅のランダウ準位のうち、高エネルギー側の裾はポテンシャルの丘の部分にある軌道であり、低エネルギー側の裾は谷の部分にある軌道である。これらの軌道はいずれも、丘 (谷) を囲む閉曲線となるから、局在状態である。各ランダウ準位のほぼ全ての状態は局在状態となり、試料の端から端までつながるような非局在状態は有限幅のランダウ準位の中央に 1 つ存在するのみとなる。以上の議論から、状態密度は図 1.5 の様に、ランダウ準位の中心付近の非常に狭い範囲で非局在状態となり、その他の大部分では局在状態が実現すると考えられる。

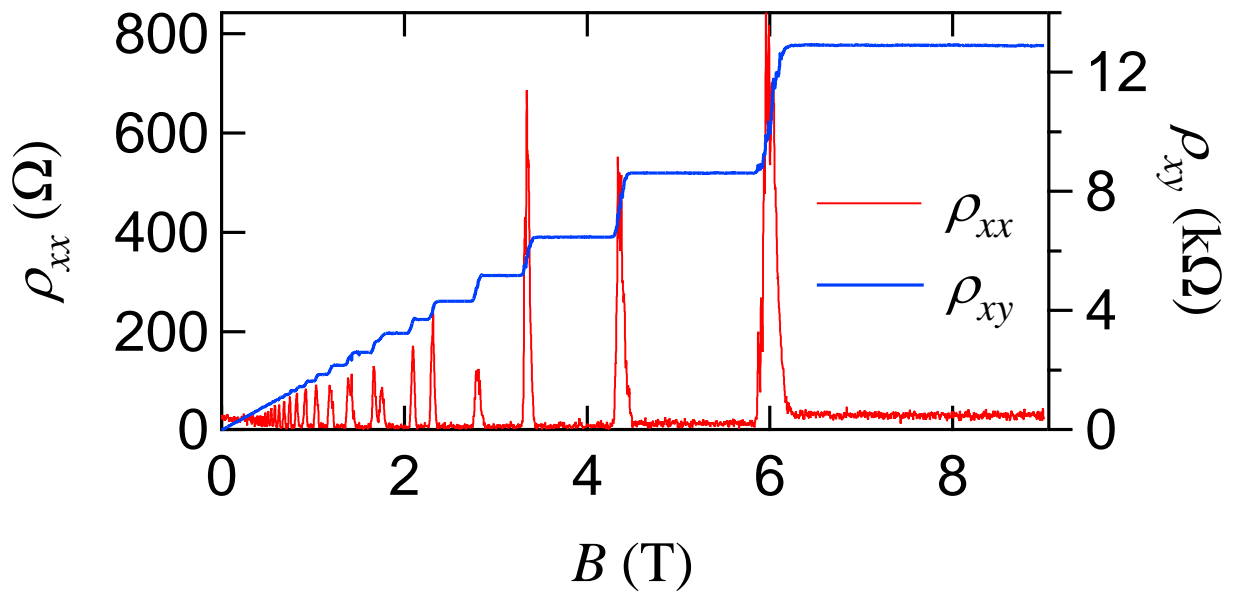


図 1.7: 整数量子ホール効果

1.3.2 整数量子ホール効果

強磁場中の2次元電子系の振る舞いとして整数量子ホール効果がある。整数量子ホール効果は Ando らによって理論的に予測され [1]、Kawaji らは消失した対角伝導率を観測した [2]。Klitzing らは Si-MOSFET のホールバーを用い、量子化されたホール抵抗を測定し [3]、量子化ホール抵抗の測定は微細構造定数を決定する新しい方法になると提案した。 $R_K = 25812.807 \Omega$ は、von Klitzing 定数と呼ばれ、1990 年から国際電気抵抗標準値として採用されている。

図 1.7 に、整数量子ホール効果を測定したものを示す。この現象は次のような性質をもつ。

1. 磁場の変化に対して、ホール抵抗の値が変わらない領域 (プラトー領域) が存在し、その領域では対角抵抗は消失する。
2. プラトー領域のホール抵抗は、正確に h/e^2 の整数分の 1 に量子化される。

整数量子ホール効果は以下のように解釈されている。実験で用いられる試料に磁場を印加すると、状態密度は図 1.5 の様に、ランダウ準位の中心付近の非常に狭い範囲で非局在状態となり、その他の大部分では局在状態が実現する。各ランダウ準位の中心には広がった状態が含まれており、試料全体にわたって伝搬する。ランダウ準位の裾部分に含まれる状態は局在して、電気伝導に寄与しなくなる。したがって、ランダウ準位中心近傍の非局在状態のみが電気伝導に寄与すると考えられている [12] [13]。フェルミ面が図 1.5 の局在領域にある場合、電気伝導に寄与する非局在状態は散逸を受けることがなく、対角抵抗率が消失する状態が実現する。よって、フェルミエネルギーが局在領域にある限り、対角抵抗率はゼロを示し、ホール抵抗率は $\rho_{xy} = (1/i) (h/e^2)$ のプラトーを形成する。

1.4 量子ホール系における熱輸送現象

1.4.1 輸送方程式

非平衡統計力学の理論を用いて、輸送方程式を求める [14] [15]。エントロピーの時間微分は

$$\begin{aligned}\dot{s} &= \nabla \frac{1}{T} \cdot \mathbf{j}_Q - \frac{1}{T} \nabla \mu \cdot \mathbf{j}_N \\ &= \left(\nabla_x \frac{1}{T} \right) j_{Qx} + \left(\nabla_y \frac{1}{T} \right) j_{Qy} + \left(\nabla_z \frac{1}{T} \right) j_{Qz} - \left(\frac{1}{T} \nabla_x \mu \right) j_{Nx} - \left(\frac{1}{T} \nabla_y \mu \right) j_{Ny} - \left(\frac{1}{T} \nabla_z \mu \right) j_{Nz}\end{aligned}\quad (1.11)$$

と表される。ここで、 ∇_x は偏微分 $\partial/\partial x$ 、 \mathbf{j}_N は電子流密度、 \mathbf{j}_Q は熱流密度、 μ は電子の電気化学ポテンシャル、 T は電子温度を表す。 $j_{Qx}, j_{Qy}, j_{Qz}, -j_{Nx}, -j_{Ny}, -j_{Nz}$ を流束に選ぶと、それぞれに対応する親和力は $\nabla_x (1/T), \nabla_y (1/T), \nabla_z (1/T), (1/T) \nabla_x \mu, (1/T) \nabla_y \mu, (1/T) \nabla_z \mu$ となる。ゼロ磁場における 1 次元の線形輸送方程式は

$$-j_{Nx} = L'_{11} \frac{1}{T} \nabla_x \mu + L'_{12} \nabla_x \frac{1}{T} \quad (1.12)$$

$$j_{Qx} = L'_{21} \frac{1}{T} \nabla_x \mu + L'_{22} \nabla_x \frac{1}{T} \quad (1.13)$$

となる。 L_{ij} は輸送係数を表す。オンサーガーの関係式は

$$L_{ij}(\mathbf{B}) = L_{ji}(-\mathbf{B}) \quad (1.14)$$

である。オンサーガーの関係式より、 $L'_{12}(\mathbf{B}) = L'_{21}(-\mathbf{B})$ が成り立つ。磁場中における 2 次元の線形輸送方程式は、

$$-j_{Nx} = L_{11} \frac{1}{T} \nabla_x \mu + L_{12} \frac{1}{T} \nabla_y \mu + L_{13} \nabla_x \frac{1}{T} + L_{14} \nabla_y \frac{1}{T} \quad (1.15)$$

$$-j_{Ny} = L_{21} \frac{1}{T} \nabla_x \mu + L_{22} \frac{1}{T} \nabla_y \mu + L_{23} \nabla_x \frac{1}{T} + L_{24} \nabla_y \frac{1}{T} \quad (1.16)$$

$$j_{Qx} = L_{31} \frac{1}{T} \nabla_x \mu + L_{32} \frac{1}{T} \nabla_y \mu + L_{33} \nabla_x \frac{1}{T} + L_{34} \nabla_y \frac{1}{T} \quad (1.17)$$

$$j_{Qy} = L_{41} \frac{1}{T} \nabla_x \mu + L_{42} \frac{1}{T} \nabla_y \mu + L_{43} \nabla_x \frac{1}{T} + L_{44} \nabla_y \frac{1}{T} \quad (1.18)$$

となる。オンサーガーの関係式より、 $L_{31} = L_{13}, L_{41} = L_{14}$ が成り立つ。 xy 平面内で等方的である仮定すると、 x 軸と y 軸は同等となるので、 $L_{11} = L_{22}, L_{21} = -L_{12}, L_{13} = L_{24}, L_{23} = -L_{14}, L_{31} = L_{42}, L_{41} = -L_{32}, L_{33} = L_{44}, L_{43} = -L_{34}$ が成立する。以上の関係式から、磁場中における 2 次元の線形輸送方程式における独立な輸送係数は 6 個になる。

量子ホール系における輸送現象をまとめる。 L_{11} は対角伝導率、 L_{12} はホール伝導率にそれぞれ対応している。輸送現象としては、量子ホール効果が報告されている。 L_{13} に対応する輸送現象はゼーベック効果、ペルチェ効果、トムソン効果である。量子ホール系において温度勾配と平行方向に電圧が生じるゼーベック効果が報告されている [5] [10]。温度勾配を導入する際に、電子系と格子系を加熱してしまうため、格子系の影響を排除することは難しいが、電子系だけのゼーベック効果を観測したとする報告もある [10]。 L_{14} に対応する輸送現象はネルンスト効果、エッチングハウゼン効果である。量子ホール系において温度勾配と垂直方向に電圧が生じるネルンスト効果が報告されている [5] [10]。ゼーベック効果と同様に、電子系だけのネルンスト効果を観測したとする報告もあるが [10]、ネルンスト効果を直接観測し理論値と定量的に一致したとする報告はない。量子ホール系において電流と垂直方向に電子温度差が生じるエッチングハウゼン効果の観測が報告されている [16] [17]。 L_{33} は熱伝導率に対応するが、その測定は困難である。これは、電子系と格子系の間で相互作用があるため電子系の熱伝導と格子系の熱伝導の区別することができないためである [5]。 L_{34} に対応する輸送現象は熱流と垂直方向に電子温度差が生じるリーギルデュック効果である。熱伝導率と同様の理由によってその観測は難しい。量子ホール系における電子の輸送現象の解明は進んでいるが、熱輸送現象の解明は十分ではない。

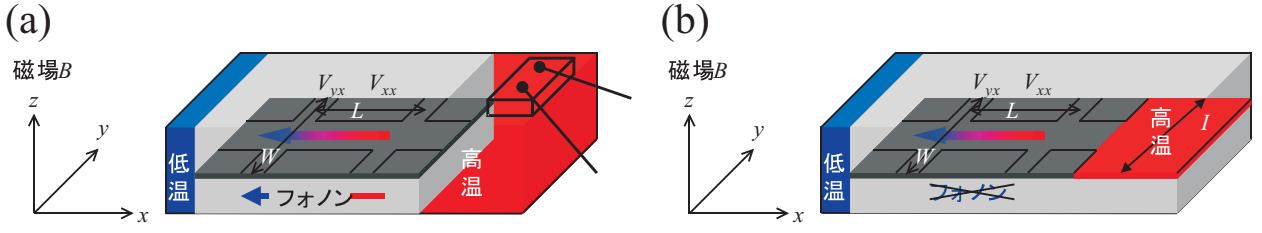


図 1.8: 熱電効果測定の様式図。\$V_{xx}\$ はゼーベック効果、\$V_{yx}\$ はネルンスト効果により生じる電圧差である。(a) 外部ヒーター加熱法を用いた場合、電子系と格子系が加熱されるため、電子拡散の寄与とフォノンドラッグの寄与の両方が観測される。(b) 電流加熱法を用いた場合、格子系は加熱されずに電子系だけが加熱される状況が実現し、フォノンドラッグの寄与は無視できるようになり、電子拡散の寄与の測定が可能となる。

1.4.2 熱電効果

熱電効果とは、試料に温度勾配をつけることにより、その間に電圧が生じる現象である。図 1.8 に、2 次元電子系での熱電効果測定の様式図を示す。温度勾配のある 2 次元面 (\$x-y\$ 面) に対して鉛直方向 (\$z\$ 方向) に磁場を印加することにより、電圧は温度勾配に対して平行方向 (\$x\$ 方向)(ゼーベック効果: \$S_{xx}\$)、および垂直方向 (\$y\$ 方向)(ネルンスト効果: \$S_{yx}\$)、に生じる [5] [6] [7]。

熱電係数であるゼーベック係数 \$S_{xx}\$ とネルンスト係数 \$S_{yx}\$ について述べる。磁場 \$\mathbf{B}\$ が \$z\$ 方向に平行、電場 \$\mathbf{E}\$ と温度勾配 \$\nabla T\$ がある場合、電流密度 \$\mathbf{j}\$ と熱流密度 \$\mathbf{j}_Q\$ は

$$\mathbf{j} = \hat{\sigma} \mathbf{E} - \hat{\varepsilon} \nabla T \quad (1.19)$$

$$\mathbf{j}_Q = \hat{\pi} \mathbf{E} - \hat{\lambda} \nabla T \quad (1.20)$$

と表せる。電気伝導率テンソル \$\hat{\sigma}\$、熱電伝導率テンソル \$\hat{\varepsilon}\$、ペルチェテンソル \$\hat{\pi}\$、熱伝導率テンソル \$\hat{\lambda}\$ は

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} = \frac{e^2}{T} \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix} \quad (1.21)$$

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} \end{pmatrix} = \frac{e}{T^2} \begin{pmatrix} L_{13} & L_{14} \\ L_{23} & L_{24} \end{pmatrix} \quad (1.22)$$

$$\hat{\pi} = \begin{pmatrix} \pi_{xx} & \pi_{xy} \\ \pi_{yx} & \pi_{yy} \end{pmatrix} = \frac{e}{T} \begin{pmatrix} L_{31} & L_{32} \\ L_{41} & L_{42} \end{pmatrix} \quad (1.23)$$

$$\hat{\lambda} = \begin{pmatrix} \lambda_{xx} & \lambda_{xy} \\ \lambda_{yx} & \lambda_{yy} \end{pmatrix} = \frac{1}{T^2} \begin{pmatrix} L_{33} & L_{34} \\ L_{43} & L_{44} \end{pmatrix} \quad (1.24)$$

である。式 (1.19), 式 (1.20) を電場と熱流密度の形に書き直すと

$$\mathbf{E} = \hat{\rho} \mathbf{j} + \hat{S} \nabla T \quad (1.25)$$

$$\mathbf{j}_Q = \hat{\Pi} \mathbf{j} - \hat{\kappa} \nabla T \quad (1.26)$$

と記述できる。\$\hat{\rho}\$ は電気抵抗率テンソル、\$\hat{S}\$ は熱電テンソルである。式 (1.19), 式 (1.20) に式 (1.25) を代入すると

$$\mathbf{j} = \hat{\sigma} (\hat{\rho} \mathbf{j} + \hat{S} \nabla T) - \hat{\varepsilon} \nabla T = \hat{\sigma} \hat{\rho} \mathbf{j} + (\hat{\sigma} \hat{S} - \hat{\varepsilon}) \nabla T \quad (1.27)$$

$$\mathbf{j}_Q = \hat{\pi} (\hat{\rho} \mathbf{j} + \hat{S} \nabla T) - \hat{\lambda} \nabla T = \hat{\pi} \hat{\rho} \mathbf{j} - (\hat{\lambda} - \hat{\pi} \hat{S}) \nabla T \quad (1.28)$$

となる。式 (1.25), 式 (1.26), 式 (1.27), 式 (1.28) から

$$\hat{\rho} = \hat{\sigma}^{-1} \quad (1.29)$$

$$\hat{S} = \hat{\sigma}^{-1} \hat{\varepsilon} = \hat{\rho} \hat{\varepsilon} \quad (1.30)$$

$$\hat{\Pi} = \hat{\pi} \hat{\rho} \quad (1.31)$$

$$\hat{\kappa} = \hat{\lambda} - \hat{\pi} \hat{S} = \hat{\lambda} - \hat{\pi} \hat{\rho} \hat{\varepsilon} \quad (1.32)$$

が得られる。熱電テンソル \hat{S} は電気伝導率テンソル $\hat{\sigma}$ と熱電伝導率テンソル $\hat{\varepsilon}$ で表される。 $\hat{\sigma}$ は電気の伝導のしやすさ (電子の拡散のしやすさ)、 $\hat{\varepsilon}$ は温度勾配 ∇T から電子の流れが生成される効果の大きさ、をそれぞれ表す。

試料が xy 平面内で等方的である場合、 $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$, $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$, $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy}$, $\varepsilon_{xy} = -\varepsilon_{yx}$, $\lambda_{xx} = \lambda_{yy}$, $\lambda_{xy} = -\lambda_{yx}$ である。ここでは $\nabla T_y = 0$ とする。電流密度がゼロの条件において、式 (1.25), 式 (1.30) から熱電係数は

$$\mathbf{E} = \hat{S} \nabla T \quad (1.33)$$

$$\hat{S} = \hat{\rho} \hat{\varepsilon} \quad (1.34)$$

$$S_{xx} = \frac{E_x}{\nabla T_x} = \frac{V_{xx}/L}{\nabla T_x} \quad (1.35)$$

$$= \rho_{xx} \varepsilon_{xx} - \rho_{xy} \varepsilon_{xy}$$

$$S_{yx} = \frac{E_y}{\nabla T_x} = \frac{V_{yx}/W}{\nabla T_x} \quad (1.36)$$

$$= -\rho_{xy} \varepsilon_{xx} - \rho_{xx} \varepsilon_{xy}$$

となる。

熱電効果には 2 種類の異なる機構からの寄与がある。1 つ目は、電子自体が拡散して熱流を運び電圧を生じる拡散機構である。2 つ目は、格子の温度勾配により、フォノンが熱流を運び、そのフォノンと電子が散乱することにより電圧を生じるフォノンドラッグ機構である。熱電伝導率テンソル $\hat{\varepsilon}$ には、電子拡散の寄与 $\hat{\varepsilon}^d$ とフォノンドラッグの寄与 $\hat{\varepsilon}^g$ がある。そのため、熱電係数 \hat{S} にも電子拡散の寄与 \hat{S}^d とフォノンドラッグの寄与 \hat{S}^g がある。

本研究では、電子拡散の熱電効果への寄与 \hat{S}^d について調べた。 \hat{S}^d は温度勾配から電子の拡散により電圧が生じる効果の大きさを表す係数である。電子の拡散は、温度差によって生じた電子のエネルギーの差から電子の拡散のしやすさにも差が生まれる事が原因である。一般に、高温でエネルギーの高い電子ほど拡散しやすいので、高温領域から低温領域に電子が流れることになる。そのため、電子が低温領域に偏り電位差が発生する。

外部ヒーター加熱法と電流加熱法

熱電効果の実験は、GaAs/AlGaAs の 2 次元電子系 [5] [7]、ビスマス [18] [19] [20]、グラフェン [21] [22]、カーボンナノチューブ [23] とさまざまな物質で行われている。多くの実験の場合は、高温領域を導入する方法として外部からヒーターで加熱している。図 1.8(a) に、外部ヒーター加熱法を用いて温度勾配を導入した場合の熱電効果測定の様式図を示す。外部ヒーター加熱法では、電子系と格子系が加熱されるため、電子拡散の寄与 \hat{S}^d とフォノンドラッグの寄与 \hat{S}^g の両方が観測される。半導体 2 次元電子系試料では、2 次元電子の厚みが基板全体に比べて非常に薄く、フォノンの担う熱流が電子の担うものより圧倒的に大きいことを反映し、観測される熱起電力に占めるフォノンドラッグの寄与は電子拡散の寄与より 2 桁ほど大きい [5] [7]。そのため、2 次元電子系に外部ヒーター加熱法を適用した実験では電子拡散の寄与のみを観測することはできないという問題点がある。

高温領域を導入する別の方法として、電流加熱法がある [8] [9]。電流加熱法とは、2 次元電子系に直接電流を流し、そのジュール熱による加熱で温度勾配を導入する加熱法である。図 1.8(b) に、電流加熱法を用いて温度勾配を導入した場合の熱電効果測定の模式図を示す。電流加熱方法を適切な電流量で用いる場合、電子間散乱により、電流が流れている領域の電子系は平衡状態になる。しかし、電子-格子相互作用が弱い場合電子と格子は低温では平衡状態にならない。そのため、格子系は加熱されずに電子系だけが加熱される状況が実現し、フォノンドラッグの寄与は無視 [24] [25] [26] できるようになり、電子拡散の寄与の測定が可能となる。電子温度はジュール熱に起因するので、電子温度差は加熱電流の二乗に対応する。そこで、加熱用に流している交流電流の 2 倍の周波数をロックインアンプで測定することによって、電子の拡散によって生じる熱起電力を観測できる。この電流加熱法を用いて、ゼロ磁場での電子拡散の寄与の観測が報告されている [27] [28]。ただし、有限磁場で、電子拡散の寄与を直接測定し、理論値と定量的に一致したとする報告はない。

Maximov らの実験 [10]

Maximov らの実験では、マイクロホールバー ($4\ \mu\text{m} \times 8\ \mu\text{m}$) に電流加熱法を用いて有限磁場での電子拡散の寄与の測定を試みている。電流を流している高温領域の温度は 3.5 K、低温領域の温度は 1.6 K である。測定した電圧には振動成分とバックグラウンドである振動していない成分がある。バックグラウンドである振動していない成分は、電子の平均自由行程 ($8.7\ \mu\text{m}$) よりもマイクロホールバーが短いため、バリスティック電子が直接端子に流れ込むことが原因である [29]。そのため、Maximov らの実験では、測定した電圧からバックグラウンドを引くことによって振動成分を求めている。その振動成分は、定性的にネルンスト電圧と一致している。

本研究では、電子の平均自由行程 ($8.4\ \mu\text{m}$) よりも十分に長いホールバー ($50\ \mu\text{m} \times 284\ \mu\text{m}$) に電流加熱法を適用し、バリスティック電子に由来するバックグラウンドを生じさせずに電子拡散の寄与を直接測定した。

1.4.3 一般化したモットの関係式

初めに、磁場がある場合の電子拡散の寄与を表す一般化したモットの関係式について述べる。次に、フェルミエネルギーでの微分で表される一般化したモットの関係式を磁場微分の形式に変形する。

エネルギー微分形式

モットの関係式はゼロ磁場における電子拡散の熱電効果への寄与を表す式である。モットの関係式は

$$S_{xx}^d = -\frac{\pi^2 k_B^2 T}{3e} \left(\frac{d}{dE} \ln \sigma_{xx} \right) \quad (1.37)$$

である [30]。ここで、 k_B はボルツマン定数、 π は円周率である。このモットの関係式を磁場がある場合に拡張したのが一般化したモットの関係式である。

一般化したモットの関係式を示す。熱電係数の定義式 (1.35)、式 (1.36) から電子拡散の寄与 S_{xx}^d , S_{yx}^d は

$$S_{xx}^d = \rho_{xx} \varepsilon_{xx}^d - \rho_{xy} \varepsilon_{xy}^d \quad (1.38)$$

$$S_{yx}^d = -\rho_{xy} \varepsilon_{xx}^d - \rho_{xx} \varepsilon_{xy}^d \quad (1.39)$$

である。Jonson らの計算によると、磁場がある場合の熱電伝導率テンソル $\hat{\varepsilon}^d$ は、十分低温 ($K_B T \ll E_F$) では、

$$\begin{aligned} \hat{\varepsilon}^d &= -\frac{\pi^2 k_B^2 T}{3e} \left(\frac{\partial \hat{\sigma}_0}{\partial E} \right)_{E_F} \\ &= -L_0 e T \left(\frac{\partial \hat{\sigma}_0}{\partial E} \right)_{E_F} \end{aligned} \quad (1.40)$$

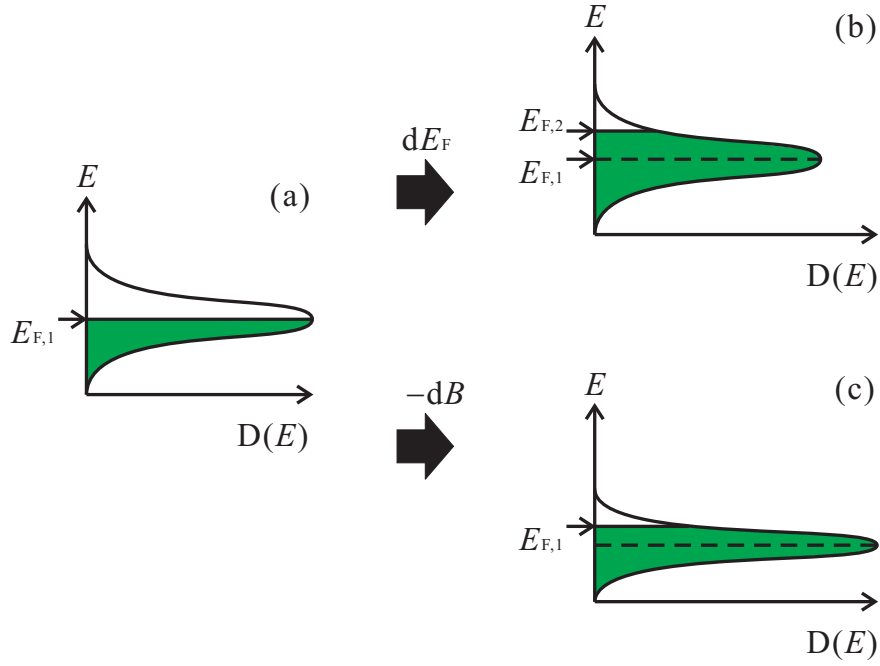


図 1.9: ランダウ量子化された状態密度とフェルミエネルギーの相対的位置関係の模式図。(b) は基準である (a) からフェルミエネルギー dE_F ずらした模式図である。(c) は基準である (a) から磁場 $-dB$ ずらした模式図である。

と書ける [11]。ここで E_F はフェルミエネルギー、 $L_0 = \frac{\pi^2 k_B^2}{3e^2}$ は Lorenz number、 $\hat{\sigma}_0$ は絶対零度での電気伝導率テンソルである。式 (1.38), 式 (1.39), 式 (1.40) から S_{xx}^d, S_{yx}^d は

$$\begin{aligned} S_{xx}^d &= \frac{-L_0 e T}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \left(\sigma_{xx} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial E} + \sigma_{xy} \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial E} \right) = -L_0 e T \frac{d}{dE} \ln \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \\ &= \frac{L_0 e T}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2} \left(\rho_{xx} \frac{\partial \rho_{xx}}{\partial E} + \rho_{xy} \frac{\partial \rho_{xy}}{\partial E} \right) = L_0 e T \frac{d}{dE} \ln \sqrt{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2} \end{aligned} \quad (1.41)$$

$$\begin{aligned} S_{yx}^d &= \frac{-L_0 e T}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \left(\sigma_{xy} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial E} - \sigma_{xx} \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial E} \right) = L_0 e T \frac{d}{dE} \arctan \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}} \\ &= \frac{L_0 e T}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2} \left(\rho_{xy} \frac{\partial \rho_{xx}}{\partial E} - \rho_{xx} \frac{\partial \rho_{xy}}{\partial E} \right) = -L_0 e T \frac{d}{dE} \arctan \frac{\rho_{xy}}{\rho_{xx}} \end{aligned} \quad (1.42)$$

と書ける。1 行目から 2 行目の変換は、電気伝導率テンソルと電気抵抗率テンソルが逆テンソルである事を用いている。

磁場微分形式

次に、フェルミエネルギーでの微分で表わされる一般化したモットの関係式を磁場微分の形式に書きかえる。磁場を固定してフェルミエネルギーを変えるのと、フェルミエネルギーを固定して磁場を変えることを同等とみなすことで、一般化したモットの関係式を変形する。図 1.9 に、ランダウ量子化された状態密度とフェルミエネルギーの相対的位置関係の模式図を示す。図 1.9(b) は基準である図 1.9(a) からフェルミエネルギー dE_F ずらした図である。図 1.9(c) は基準である図 1.9(a) から磁場 $-dB$ ずらした図である。図 1.9 に示すように、どちらもランダウ量子化された状態密度とフェルミエネルギーの相対的位置関係を変えることを意味する。ラ

ランダウ準位の充填率は、

$$\nu = \frac{n_e h}{eB} \quad (1.43)$$

$$\nu = \frac{2E_F}{\hbar\omega_c} \quad (1.44)$$

と表される。前述の解釈を用いると、エネルギー微分と磁場微分の関係は

$$\frac{d}{dE} = -\frac{B}{E_F} \cdot \frac{d}{dB} \quad (1.45)$$

と記述できる。式 (1.40) に対して 式 (1.45) を用いると、 ε^d は

$$\hat{\varepsilon}^d = \frac{L_0 e T B}{E_F} \left(\frac{\partial \hat{\sigma}_0}{\partial B} \right)_{E_F} \quad (1.46)$$

と書きかえることができる。式 (1.41), 式 (1.42) に対して式 (1.46) を用いると、 S_{xx}^d, S_{yx}^d は

$$\begin{aligned} S_{xx}^d &= \frac{L_0 e T B}{E_F (\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2)} \left(\sigma_{xx} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial B} + \sigma_{xy} \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial B} \right) = \frac{L_0 e T B}{E_F} \cdot \frac{d}{dB} \ln \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \\ &= -\frac{L_0 e T B}{E_F (\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2)} \left(\rho_{xx} \frac{\partial \rho_{xx}}{\partial B} + \rho_{xy} \frac{\partial \rho_{xy}}{\partial B} \right) = -\frac{L_0 e T B}{E_F} \cdot \frac{d}{dB} \ln \sqrt{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2}, \end{aligned} \quad (1.47)$$

$$\begin{aligned} S_{yx}^d &= \frac{L_0 e T B}{E_F (\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2)} \left(\sigma_{xy} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial B} - \sigma_{xx} \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial B} \right) = \frac{-L_0 e T B}{E_F} \cdot \frac{d}{dB} \arctan \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}} \\ &= \frac{-L_0 e T B}{E_F (\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2)} \left(\rho_{xy} \frac{\partial \rho_{xx}}{\partial B} - \rho_{xx} \frac{\partial \rho_{xy}}{\partial B} \right) = \frac{L_0 e T B}{E_F} \cdot \frac{d}{dB} \arctan \frac{\rho_{xy}}{\rho_{xx}} \end{aligned} \quad (1.48)$$

と書き直すことができる。

電子密度を変えられない試料に対して、磁場微分に変形した一般化したモットの関係式は有用である。しかし、この磁場微分への変形は散乱時間にエネルギー依存性がない場合では成り立つが、エネルギー依存性がある場合では厳密には成り立たない。図 1.9(b) ではフェルミエネルギーは $E_{F,2}$ であるが、図 1.9(c) ではフェルミエネルギーは $E_{F,1}$ であるため、磁場を固定してフェルミエネルギーを変える場合とフェルミエネルギーを固定して磁場を変える場合とで散乱時間に違いが生じる。その散乱時間の違いにより、 $\hat{\sigma}$, $\hat{\varepsilon}$ にも違いが生じるからである。そのため、一般化したモットの関係式は正確には電気伝導率のフェルミエネルギーでの微分を行う必要がある。ただし本研究では、散乱時間のエネルギー依存性は小さいと仮定し、磁場微分を用いて導出した場合にも、熱電係数は良い近似で得られると考える。このことは、3 章で、同一試料を用い、エネルギー微分を用いた場合と磁場微分を用いた場合に導出された S_{yx}^d を比較することにより検証する。

1.4.4 電子拡散によって低温領域に向かって流れる熱流

電子系にエネルギーを加えることにより電子温度が格子温度よりも高くなっている場合、加熱された電子は 2 つの異なる機構によってエネルギーを失う。1 つ目は、電子拡散によって低温領域に向かって流れる熱流 $P_{\text{diff}}(T_e, T_L)$ である。 T_e は電子温度、 T_L は格子温度である。 $P_{\text{diff}}(T_e, T_L)$ は電子温度の 2 乗の温度依存性がある [31] [32]。2 つ目は、電子-フォノン散乱によって格子系への熱の逃げ $P_{\text{e-ph}}(T_e, T_L)$ である。電子と音響フォノンとの deformation potential 結合により逃げる熱は電子温度の 7 乗の温度依存性があり、piezoelectric 結合により逃げる熱は電子温度の 5 乗の温度依存性がある [33]。ゼロ磁場で電子温度が低い場合には、格子系への熱の逃げは無視される ($P_{\text{diff}}(T_e, T_L) \gg P_{\text{e-ph}}(T_e, T_L)$)。

電子拡散によって低温領域に向かって流れる熱流 $P_{\text{diff}}(T_e, T_L)$ について述べる [31] [32]。ゼロ磁場での P_{diff} は

$$\begin{aligned} P_{\text{diff}} &= - \iint_{\text{sample}} \nabla \cdot \mathbf{j}_Q dx dy \\ &= W j_Q \\ &= W \kappa_{xx} \nabla T \\ &= W L_0 \sigma_{xx} T \nabla T \end{aligned} \quad (1.49)$$

とかける。3 行目から 4 行目の変換は、ゼロ磁場での Wiedemann-Franz 則 $\kappa_{xx} = L_0 \sigma_{xx} T$ を用いている。 \mathbf{j}_Q は熱流密度、 W は試料の幅、 $L_0 = \frac{\pi^2 k_B^2}{3e^2}$ は Lorenz number である。式 (1.49) を変形すると

$$\int_0^L P_{\text{diff}} dl = W \int_{T_L}^{T_e} L_0 \sigma_{xx} T dT \quad (1.50)$$

と書ける。ここで L は加熱領域から低温領域までの距離である。式 (1.50) において σ_{xx} に温度依存性がないとすると、 P_{diff} は

$$P_{\text{diff}}(T_e, T_L) = \frac{W}{L} \frac{L_0 \sigma_{xx}}{2} (T_e^2 - T_L^2) \quad (1.51)$$

となる。 $P_{\text{diff}}(T_e, T_L)$ は T^2 の温度依存性がある。単位面積あたりの $\tilde{P}_{\text{diff}}(T_e, T_L)$ は

$$\tilde{P}_{\text{diff}} = \frac{1}{WL} \frac{W}{L} \frac{L_0 \sigma_{xx}}{2} (T_e^2 - T_L^2) \quad (1.52)$$

とかける。

電子拡散によって低温領域に向かって流れる熱流は、式 (1.51) で示すように電気伝導率に依存するため、磁場中では小さくなると予想される。そのため、格子系に逃げる熱が相対的に大きくなり、格子系に逃げる熱が無視できなくなると考えられる。本研究では、磁場中において電子系から格子系に逃げる熱も考慮し、測定したネルンスト電圧と一般化したモットの関係式から求めたネルンスト係数を比較した。

1.4.5 ゼロ磁場での電子系から格子系に逃げる熱

電子-フォノン散乱によって格子系に逃げる熱 $P_{\text{e-ph}}(T_e, T_L)$ について述べる。ゼロ磁場での場合についてのみであるが、Price らはゼロ磁場での電子の波動関数を用いて $P_{\text{e-ph}}(T_e, T_L)$ を理論的に計算している [33]。 $P_{\text{e-ph}}(T_e, T_L)$ は電子と音響フォノンとの deformation potential 結合により逃げる熱 $P_1^{\text{def}}(T_e, T_L)$ および piezo-electric 結合により逃げる熱 $P_1^{\text{pz}}(T_e, T_L)$, $P_t^{\text{pz}}(T_e, T_L)$ がある。添え字の l は longitudinal モード、t は transverse モードを意味する。 $P^{\text{def}}(T_e, T_L)$ は T^7 の温度依存性があり、 $P^{\text{pz}}(T_e, T_L)$ は T^5 の温度依存性がある。

GaAs を用いた Endo らの計算によると、ゼロ磁場での電子 1 個あたりの $\bar{P}_{\text{e-ph}}(T_e, T_L)$ は、

$$\begin{aligned} \bar{P}_{\text{e-ph}}(T_e, T_L) &= \bar{P}_1^{\text{def}}(T_e, T_L) + \bar{P}_1^{\text{pz}}(T_e, T_L) + 2\bar{P}_t^{\text{pz}}(T_e, T_L) \\ &= \bar{\Pi}_1^{\text{def}}(T_e) - \bar{\Pi}_1^{\text{def}}(T_L) + \bar{\Pi}_1^{\text{pz}}(T_e) - \bar{\Pi}_1^{\text{pz}}(T_L) + 2\{\bar{\Pi}_t^{\text{pz}}(T_e) - \bar{\Pi}_t^{\text{pz}}(T_L)\} \end{aligned} \quad (1.53)$$

$$\bar{\Pi}_1^{\text{def}}(T) = \frac{1}{E_F} \frac{D^2 m^* v_l}{4\pi\rho} \int dq_z |F(q_z)|^2 \frac{1}{\pi k_F} \int_0^{2k_F} \frac{dq_{\parallel}}{\sqrt{1 - (q_{\parallel}/2k_F)^2}} \frac{q^3}{\epsilon(q_{\parallel})^2} N_{q_l}(T) \quad (1.54)$$

$$\bar{\Pi}_1^{\text{pz}}(T) = \frac{1}{E_F} \frac{(eh_{14})^2 m^* v_l}{4\pi\rho} \int dq_z |F(q_z)|^2 \frac{1}{\pi k_F} \int_0^{2k_F} \frac{dq_{\parallel}}{\sqrt{1 - (q_{\parallel}/2k_F)^2}} \frac{9q_{\parallel}^4 q_z^2}{2\epsilon(q_{\parallel})^2 q^5} N_{q_l}(T) \quad (1.55)$$

$$\bar{\Pi}_t^{\text{pz}}(T) = \frac{1}{E_F} \frac{(eh_{14})^2 m^* v_t}{4\pi\rho} \int dq_z |F(q_z)|^2 \frac{1}{\pi k_F} \int_0^{2k_F} \frac{dq_{\parallel}}{\sqrt{1 - (q_{\parallel}/2k_F)^2}} \frac{8q_{\parallel}^2 q_z^4 + q_{\parallel}^6}{4\epsilon(q_{\parallel})^2 q^5} N_{q_t}(T) \quad (1.56)$$

$$\Psi(x, y, z) = \Psi_{\parallel}(x, y) \Phi(z) : \text{Wavefunction} \quad (1.57)$$

$$F(q_z) = \int dz |\Phi(z)|^2 e^{iq_z z} \quad (1.58)$$

$$\epsilon(q_{\parallel}) = 1 + \frac{2}{a_B q_{\parallel}} H(q_{\parallel}) \quad (1.59)$$

$$H(q_{\parallel}) = \iint dz_1 dz_2 |\Phi(z_1)|^2 |\Phi(z_2)|^2 e^{-q_{\parallel}|z_1 - z_2|} \quad (1.60)$$

$$N_{\mathbf{q}}(\hbar\omega_{\mathbf{q}}, T) = \frac{1}{e^{\hbar\omega_{\mathbf{q}}/k_B T} - 1} = \frac{1}{e^{q/q_T} - 1} \quad (1.61)$$

とかける [34]。 q_z は 2 次元面 (x - y) に対して垂直方向のフォノンの波数、 q_{\parallel} は平行方向のフォノンの波数である。 マテリアルパラメータは、 deformation potential: D , piezoelectric constant: h_{14} , mass density: ρ , effective Bohr radius: a_B , longitudinal sound velocity: v_l , transverse sound velocity: v_t である。 理想的な 2 次元電子系である $\Phi^2(z) = \delta(z)$ では、

$$|F(q_z)| = H(q_{\parallel}) = 1 \quad (1.62)$$

となる。 $\delta(z)$ はデルタ関数である。 電子温度領域 $T_L < T_e \leq 5\text{K}$ においてフォノンの波数 $q_T \equiv k_B T / \hbar v$ が本実験で使用する 2 次元電子系の実効的な厚み 5 nm の逆数よりも小さいので、式 (1.62) が近似として使用できる。 フェルミ波数 (k_F) がフォノンの波数 (q_T) よりもはるかに大きい極限 ($q_T \ll k_F$) では、

$$\epsilon(q_{\parallel}) \approx \frac{2}{a_B q_{\parallel}} H(q_{\parallel}) \quad (1.63)$$

$$N_{\mathbf{q}}(\hbar\omega_{\mathbf{q}}, T) = \frac{1}{e^{q/q_T} - 1} = \frac{1}{e^{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2}} - 1} \approx e^{-\sqrt{\xi^2 + \zeta^2}} \quad (1.64)$$

$$\bar{\Pi}_1^{\text{def}}(T) \approx \frac{1}{E_F k_F} \frac{D^2 m^* v_l a_B^2}{16\pi\rho} \left(\frac{k_B T}{\hbar v_l} \right)^7 G_1^{\text{def}}(K_F) \quad (1.65)$$

$$G_1^{\text{def}}(K_F) \equiv \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\zeta |F(q_T \zeta)|^2 \int_0^{K_F} \frac{d\xi}{\sqrt{1 - (\xi/K_F)^2}} \frac{\xi^2 (\xi^2 + \zeta^2)^{3/2}}{H(q_T \xi)^2} \frac{1}{e^{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2}} - 1} \quad (1.66)$$

$$\bar{\Pi}_1^{\text{pz}}(T) \approx \frac{1}{E_F k_F} \frac{(eh_{14})^2 m^* v_l a_B^2}{16\pi\rho} \left(\frac{k_B T}{\hbar v_l} \right)^5 G_1^{\text{pz}}(K_F) \quad (1.67)$$

$$G_1^{\text{pz}} \equiv \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\zeta |F(q_T \zeta)|^2 \int_0^{K_F} \frac{d\xi}{\sqrt{1 - (\xi/K_F)^2}} \frac{9\xi^6 \zeta^2}{2(\xi^2 + \zeta^2)^{5/2} H(q_T \xi)^2} \frac{1}{e^{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2}} - 1} \quad (1.68)$$

$$\bar{\Pi}_t^{\text{pz}}(T) \approx \frac{1}{E_F k_F} \frac{(eh_{14})^2 m^* v_l a_B^2}{16\pi\rho} \left(\frac{k_B T}{\hbar v_l} \right)^5 G_t^{\text{pz}}(K_F) \quad (1.69)$$

$$G_t^{\text{pz}} \equiv \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\zeta |F(q_T \zeta)|^2 \int_0^{K_F} \frac{d\xi}{\sqrt{1 - (\xi/K_F)^2}} \frac{8\xi^4 \zeta^4 + \xi^8}{4(\xi^2 + \zeta^2)^{5/2} H(q_T \xi)^2} \frac{1}{e^{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2}} - 1} \quad (1.70)$$

となる。 $q_{\parallel} \equiv q_T \xi$, $q_z \equiv q_T \zeta$, $2k_F \equiv q_T K_F$ としている。 単位面積あたりの $\tilde{P}_{\text{e-ph}}(T_e, T_L)$ は

$$\tilde{P}_{\text{e-ph}}(T_e, T_L) = n_e \cdot \bar{P}_{\text{e-ph}}(T_e, T_L) \quad (1.71)$$

である。

図 1.10 に、格子温度が 40 mK における電子温度を関数とした電子が失うエネルギーを示す。 横軸は電子温度、縦軸は単位面積当たりのエネルギーである。 格子温度 40 mK、電子密度 $4.2 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$ 、 $\sigma_{xx} = 0.05 \text{ 1}/\Omega$ 、 $L = 284 \text{ }\mu\text{m}$, $W = 50 \text{ }\mu\text{m}$ として、式 (1.52), 式 (1.71) を用いてゼロ磁場での \tilde{P}_{diff} および $\tilde{P}_{\text{e-ph}}$ を計算している。 点線は \tilde{P}_{diff} 、破線は $\tilde{P}_{\text{e-ph}}$ 、実線は \tilde{P}_{diff} と $\tilde{P}_{\text{e-ph}}$ の合計のエネルギーをそれぞれ示す。 電子温度が高い場合には主に電子-フォノン散乱によって格子系に熱が逃げ、低い場合には主に電子拡散によって低温領域に熱が運ばれる。

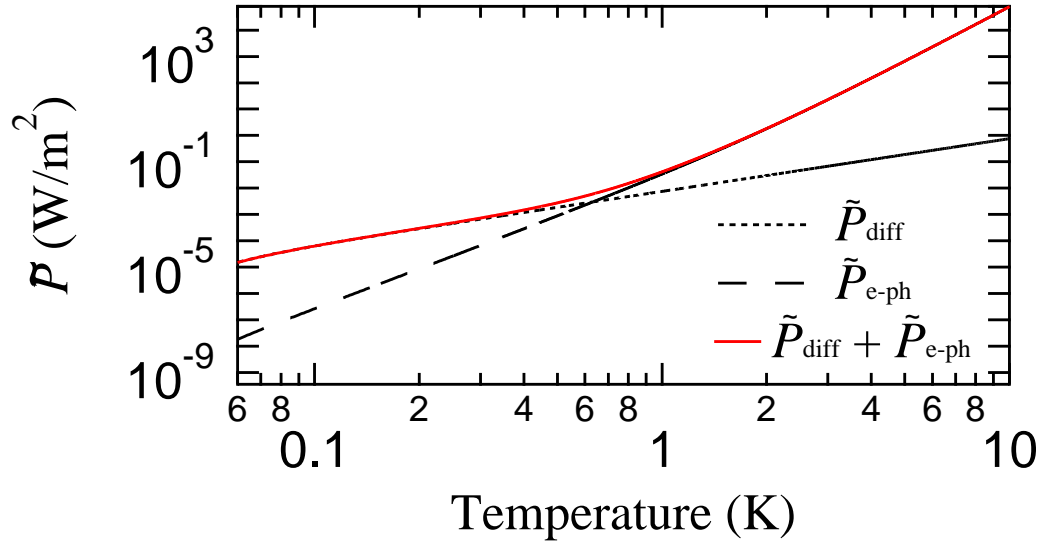


図 1.10: 格子温度が 40 mK における電子温度を関数とした電子が失うエネルギー。横軸は電子温度、縦軸は単位面積当たりのエネルギーである。点線は \tilde{P}_{diff} 、破線は $\tilde{P}_{\text{e-ph}}$ 、実線は \tilde{P}_{diff} と $\tilde{P}_{\text{e-ph}}$ の合計のエネルギーをそれぞれ示す。

1.5 本論文の構成

前節までに述べた背景を踏まえ、ここでは 1.1 節で述べた研究目的に対して行った研究を、どのように説明していくかについて述べる。

第 2 章 実験手法

第 2 章では試料作製について説明する。

第 3 章 低温磁場中でのネルンスト効果の観測

第 3 章では低温磁場中でのネルンスト効果の観測実験について述べる。ここでは、試料 1 と試料 2 を用いて実験をした。試料 1 は、加熱用・測定用の分枝を持つ熱起電力測定用のホールバーである。ホールバーに電流加熱法を適用することで、バリスティック電子に由来するバックグラウンドなしにネルンスト電圧が直接観測できたことを報告する。

試料 2 は、試料 1 と同等のホールバーで、測定領域にゲート電極を取り付けた試料である。ゲート電極により電子密度を変化させた測定で、電気抵抗率とそのエネルギー微分の測定ができる。エネルギー微分形式と磁場微分形式の一般化したモットの関係式に対して同等の結果が得られたことを報告する。

第 4 章 低温磁場中での電子拡散のネルンスト効果への寄与

第 4 章では低温磁場中での電子拡散のネルンスト効果への寄与について述べる。ここでは、試料 1 を用いて実験をした。実際に直接測定したネルンスト電圧と一般化したモットの関係式から求めたネルンスト係数を比較した。加熱された電子のエネルギーの一部が、格子系へ逃げることを考慮に入れると、両者は定量的に一致したことを報告する。

第2章 実験方法

2.1 試料の作製

2.1.1 GaAs/AlGaAs 2次元電子ガス

試料は GaAs/AlGaAs ヘテロ接合基板 (住友電気工業株式会社) に微細加工を施して作製した。基板の垂直積層構造を表 2.1 に示す。GaAs 基板の上に、GaAs 層、アンドープの AlGaAs 層、Si をドーブした AlGaAs 層、Si をドーブした GaAs 層を、順番に分子線エピタキシー成長させることで作製されている。基板表面から約 60 nm の深さに 2 次元電子ガスが形成されている。

| 構造 | 設計値 |
|---|--------------------------------------|
| キャップ層 n-GaAs 膜厚 (Å) ドーピング濃度 (cm^{-3}) | 50 2.0×10^{18} |
| ドーブ層 n-AlGaAs 膜厚 (Å) ドーピング濃度 (cm^{-3}) Al 混晶比 | 400 2.0×10^{18} 0.265 |
| スペーサー層 AlGaAs 膜厚 (Å) Al 混晶比 | 150 0.265 |
| GaAs 膜厚 (Å) | 8000 |
| 基板 GaAs | 600 μm |

表 2.1: 使用した 2 次元電子系基板の構造。

2.1.2 作製工程

本研究で使用した試料は以下の工程で作製され、微細構造の形成には電子線リソグラフィー (EB) を用いた。

電子線リソグラフィ

1. 基板洗浄

2 次元電子系基板をトリクロロエチレンで 3 分間沸騰洗浄し、その後にトリクロロエチレン・アセトン・メタノールの順で 5 分間ずつ超音波洗浄をすることにより、試料の汚れを落とした。洗浄後に、 N_2 ガスによって基板を乾燥させる。

2. レジストの塗布

電子線描画用のレジスト (ZEP520A、日本ゼオン株式会社)(ZEP:アニソール = 3:2) を基板上に滴下し、

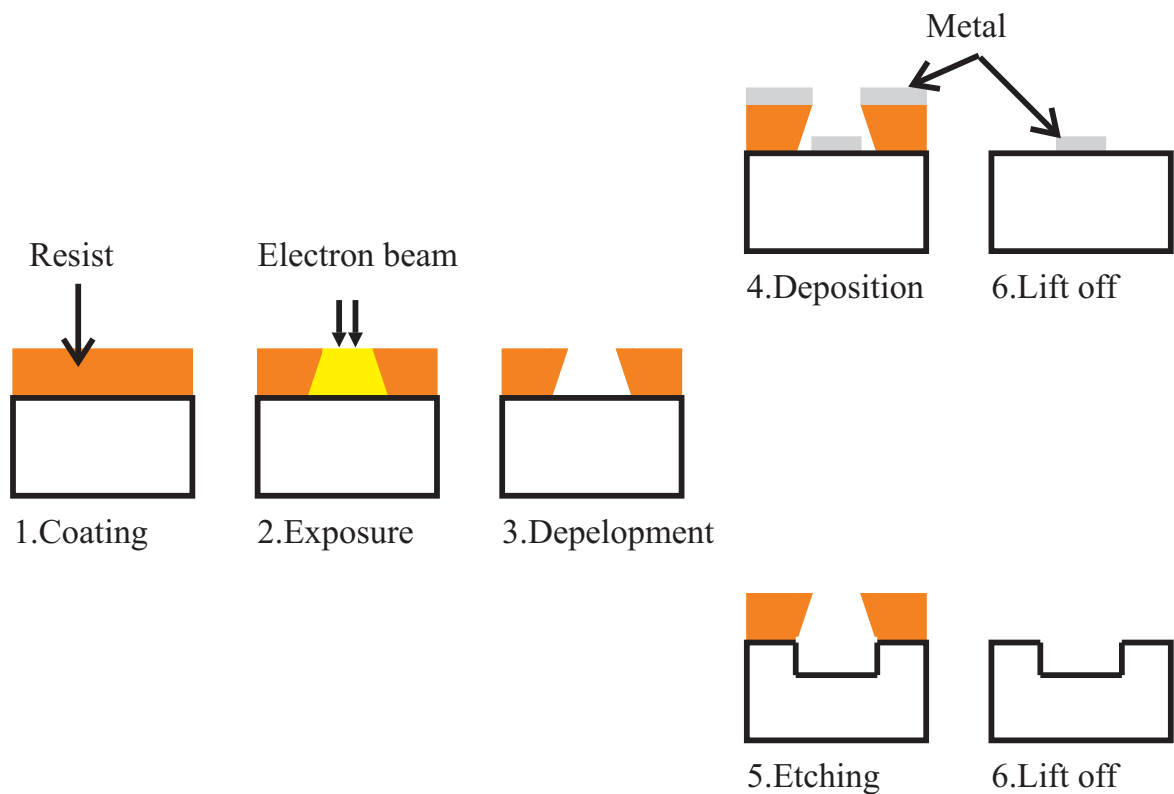


図 2.1: 電子線リソグラフィの手順。

レジストをスピンコーターで基板を毎分 5000 回転の速さで 70 秒間回転させることによりレジスト液を均一に塗布する。その後、ホットプレートを用いて基板を 180℃ で 5 分間加熱することによって、レジストを乾燥、密着させる。

3. 露光

電子線描画装置を用いて基板上のレジストに電子線を照射することで照射させた部分を感光させる。

4. 現像

パターン描画した基板を OEBR1000 レジスト用現像液で 30 秒間現像し、露光した部分のレジストを取り除く。その後、イソプロピルアルコールで現像をとめる。

5. 蒸着

金属を蒸着する場合、真空蒸着装置を用いて金属薄膜を試料全体に形成する。レジストが残っている部分は金属がレジスト表面に付着するが、レジストが無い部分は GaAs 基板表面に金属が付着する。

6. エッチング

エッチングの場合、エッチング液に浸し GaAs を溶解させる。レジストが残っている部分は GaAs にエッチング液が触れないためにエッチングされず、レジストが無い部分のみがエッチングされる。

7. リフトオフ

トリクロロエチレンを用いて不要となったレジストおよびレジスト上の金属膜を取り除く。

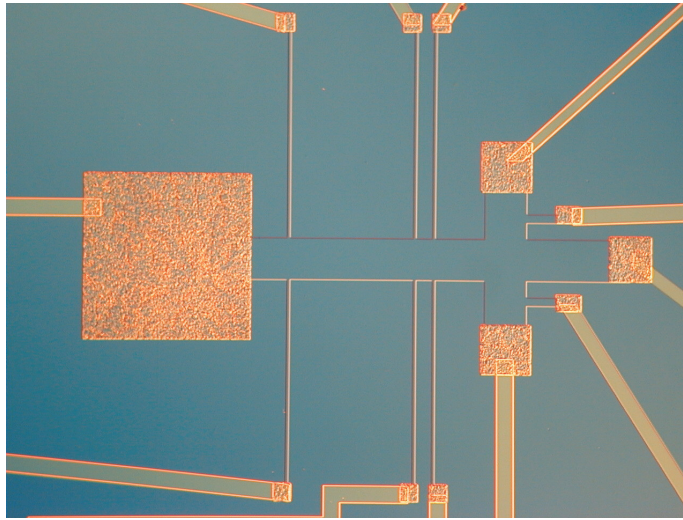


図 2.2: 実験に使用した試料 1 の光学顕微鏡の写真。

試料の作製工程

1. オーミックコンタクトの作製

レジストを塗布し、電子線描画、現像を行う。その後、AuGe 合金 (Ge~5 %) を ~ 100 nm, Ni を ~10 nm イオンビームスパッタ装置で真空蒸着する。フォーミングガス (N₂97.1 %, H₂2.9 %混合気体) 雰囲気中で 430 °C で 5~10 分加熱し、Alloying(合金化)を行い、2 次元電子ガスとオーミックコンタクトをとる。

2. ホールバーの作成

レジストを塗布し、電子線描画、現像を行う。その後、ポストバークを 100 °C で 10 分間し、エッチング液 (H₃PO₄ : H₂O₂ : H₂O = 1 : 1 : 48) に浸して、ウェットエッチングにより深さ 50~60 nm ほど削る。こうすることでエッチングによってその直下の 2 次元電子を空乏化できる。また、これくらいの深さまで掘ると直下の電子は完全にいなくなる事が経験的にわかっている。

3. 金パッドの作製

レジストを塗布し、電子線描画、現像を行う。その後、イオンビームスパッタ装置により Ti を ~10 nm、Au を ~60 nm 真空蒸着する事により作製した。Ti は GaAs との密着性を高めるためのもので、Au を蒸着する前に 10 nm 程度の Ti をアンダーコートしている。

4. ゲート電極の作製

レジストを塗布し、電子線描画、現像を行う。その後、高真空蒸着装置 (抵抗加熱のるつぼ) を用いて Al を ~70 nm 真空蒸着する事により作製した。ゲート電極に外部から電圧を印加しなくても、用いた金属の仕事関数に依存した接触電位差が、2 次元電子系に加わる。そのため、金属をのせた部分の電子密度は減少する。Al を用いたほうが Au を用いた場合よりも金属による電子密度の減少が小さくなることが経験的にわかっている。

5. 試料のマウント

以上のプロセスで作製した試料をチップキャリアに固定する。その後、ボンダーを用いて、端子とチップキャリアとの間を金線につなぐ。

図 2.2 に、このようにして作製した試料 1 の光学顕微鏡の写真を示す。

2.2 実験手法

2.2.1 測定装置

実験は全てトップローディング型の希釈冷凍機を用いて行った。試料は混合器内に直接挿入される試料ホルダーに取り付けられ、 $^3\text{He} - ^4\text{He}$ 混合液に直接浸される。最低到達温度は約 30 mK であり、ヒーターによって温度調節が可能である。温度は試料と共に入れてある較正された RuO 温度計を用いて決定した。磁場の印加には 15 T 超伝導マグネットを使用した。

2.2.2 測定系

測定は全てシールドルーム内で行った。シールドルーム内にはアナログ機器のみを設置し、ローパスフィルターを通して外のデジタル計測器に入力し、そこからコンピューターに取り込んだ。

測定方法について述べる。試料と交流電圧装置の間に試料抵抗より十分高抵抗を挿入することで試料に交流電流を流す。電圧測定端子に接続した差動アンプからの出力をブリアンプの入力に入れて信号を 100 倍に増幅した後、ロックインアンプで電圧を測定した。各実験における具体的な測定方法については、3 章の測定方法で説明する。

第3章 低温磁場中でのネルンスト効果の観測

本章では、低温磁場中でのネルンスト効果の観測実験について述べる。初めに、ホールバーに電流加熱法を適用することで、バリスティック電子に由来するバックグラウンドなしにネルンスト電圧が直接観測できたことを報告する。試料形状と測定方法について紹介した後、加熱電流の周波数の2倍の周波数成分が電子温度差に起因する電圧であることを示す。次に、エネルギー微分形式と磁場微分形式の一般化したモットの関係式に対して同等の結果が得られたことを報告する。試料形状と測定方法について紹介した後、電気抵抗率とそのフェルミエネルギーでの微分の測定結果、電気抵抗率の磁場微分の計算結果、を用いて導出したネルンスト係数を比較する。

3.1 ネルンスト電圧の観測

3.1.1 試料1の形状と測定方法

試料形状

図 3.1 に、電子温度差に起因する電圧測定用試料1の模式図を示す。斜線部分はオーミックコンタクトであり、希釈冷凍機温度まで冷えている。この試料は二つのホールバーから形成されている。一つ目はオーミックコンタクト1と7の間のメインホールバー（測定領域）である。メインホールバーの長さ (L_M) は、電子の平均自由行程よりも十分に長くしている。メインホールバーには電圧測定用の端子 (4-6, 8-10) が取り付けられている。電圧測定端子用のオーミックコンタクトも希釈冷凍機温度まで冷えると考えられるのでメインホールバーから距離を離し、端子幅も狭くしている。二つ目はオーミックコンタクト3と11の間の加熱用のホールバーである。加熱用ホールバーにはシュブニコフ・ドハース振動 (SdH 振動) の測定に用いる電圧測定端子 (2,12) を取り付けられている。この試料の電子密度 n_e は $4.2 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$ 、移動度 μ は $78 \text{ m}^2/\text{Vs}$ 、平均自由行程は $8.4 \text{ }\mu\text{m}$ である (40 mK)。

測定方法

熱電効果の測定方法について述べる。ホールバーの一端である端子3から端子11に交流電流 ($f=13 \text{ Hz}$) を流すことにより、格子系を加熱せずに電子系のみを加熱し、高温領域を導入する。温度測定用の電圧測定端子 (2,12) を用いて SdH 振動を観測し、その振幅から高温領域の電子温度を見積もる。メインホールバーでの熱流は電流加熱により導入した高温領域から低温領域であるコンタクト7に向かって流れるとする。メインホールバーに取り付けた電圧測定端子を用いて、加熱電流の周波数 ($f=13 \text{ Hz}$) の2倍の周波数 ($f=26 \text{ Hz}$) の電圧をロックインアンプで測定することによってメインホールバーに生じる電子温度差に起因する電圧 (ネルンスト電圧) を測定した。断りがない限り、希釈冷凍機温度が 40 mK で測定している。

3.1.2 電流加熱時の電子温度評価

本節では、ネルンスト効果の観測を行う準備として、電流加熱時の高温領域での電子温度について述べる。

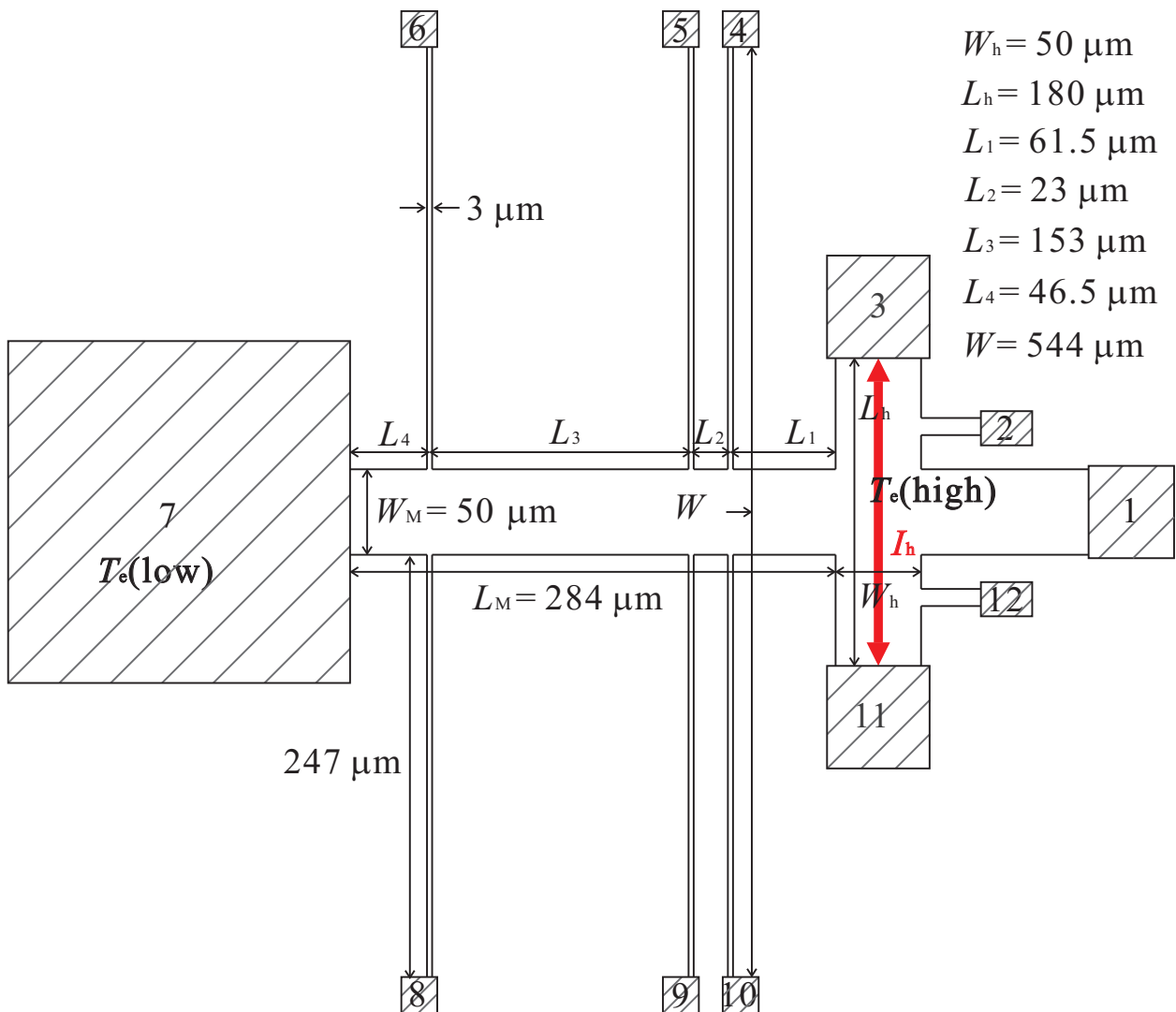


図 3.1: 温度差に起因する電圧測定用試料 1 の模式図。

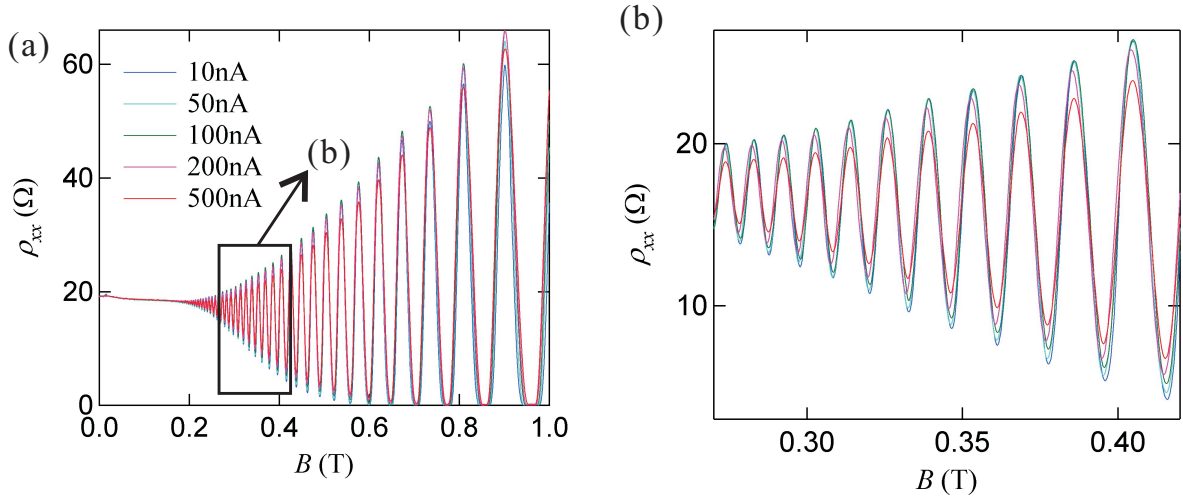


図 3.2: (a) 加熱電流を変化させたときの SdH 振動の様子。(b) SdH 振動の拡大図。

図 3.2(a), (b) に、端子 3 から 11 に流す加熱電流を 10 nA, 50 nA, 100 nA, 200 nA, 500 nA に変えた場合の 4 端子測定法による電圧測定端子 2 と 12 の間の電気抵抗率 (SdH 振動) を示す。ただし、加熱電流が 10 nA の場合、電流による電子温度の上昇はなく、電子温度は希釈冷凍機温度と同じであるとする。

SdH 振動の振幅は

$$\Delta\rho_{xx}(I) = 4\rho_0 X(T) \exp(-\pi/\omega_c \tau_q) \quad (3.1)$$

と表される [35]。 ρ_0 はゼロ磁場における対角抵抗率、 ω_c はサイクロトロン振動数、 τ_q は量子寿命、 T は電流 I を流したときの電子温度である。ディングル関数 $X(T)$ は

$$X(T) = (2\pi^2 k_B T / \hbar \omega_c) / \sinh(2\pi^2 k_B T / \hbar \omega_c) \quad (3.2)$$

である。 k_B はボルツマン定数である。式 (3.1) を変形すると

$$\frac{\Delta\rho_{xx}(I)}{4\rho_0 X(T)} = \exp(-m^* \pi / e B \tau_q) \quad (3.3)$$

と書きかえられる。図 3.3 に、式 (3.3) の両辺に対数を取り、左辺に対して $1/B$ でプロットしたグラフを示す。縦軸を $\ln[\Delta\rho_{xx}(I) / \{4\rho_0 X(T)\}]$ 、横軸を電子温度 $1/B$ にしている。図 3.3 の傾きから、 $\tau_q = 1.1 \times 10^{-12}$ s と求まる。

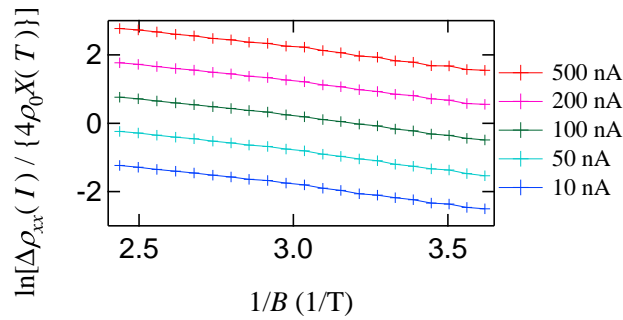


図 3.3: 加熱電流をかえたときの $\ln[\Delta\rho_{xx}(I) / \{4\rho_0 X(T)\}]$ 。各トレースにはオフセットを 1 ずつつけている。

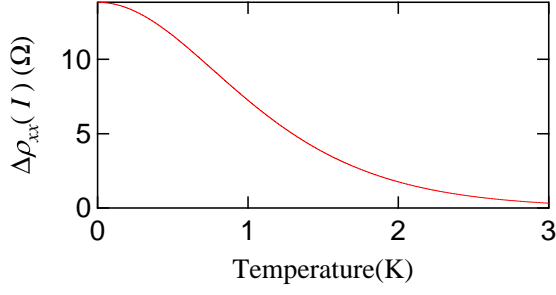


図 3.4: SdH 振動の振幅と電子温度の関係。

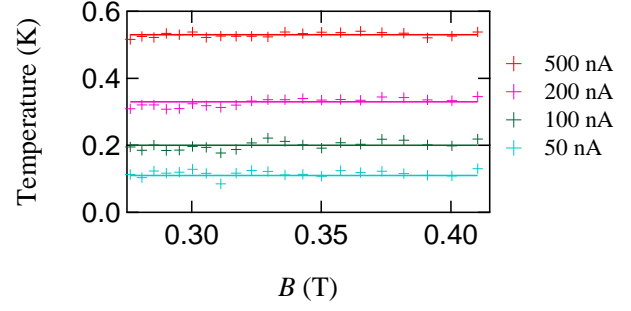


図 3.5: 磁場を変えたときの電子温度。

| 加熱電流 I_h | 10 nA | 50 nA | 100 nA | 200 nA | 500 nA |
|------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 電子温度 T_e | 0.04 K | 0.11 K | 0.2 K | 0.33 K | 0.53 K |

表 3.1: 異なる加熱電流値における高温領域の電子温度。

SdH 振動の振幅から高温領域の電子温度を見積もる。式 (3.1) を変形すると

$$\frac{\Delta\rho_{xx}(I)}{X(T)} = 4\rho_0 \exp(-\pi/\omega_c\tau_q) \quad (3.4)$$

と書きかえられる。磁場を固定すると ω_c も固定されるため、磁場を固定した場合の式 (3.4) の右辺は定数とみなせる。磁場を固定し、電流を 10 nA 流した場合、式 (3.4) は

$$\Delta\rho_{xx}(I_{10\text{nA}}) \cdot \frac{T_c \sinh(T_{\text{mix}}/T_c)}{T_{\text{mix}}} = 4\rho_0 \exp(-\pi/\omega_{c,\text{fix}}\tau_q) \quad (3.5)$$

と書ける。 T_{mix} は希釈冷凍機温度、 $T_c = \hbar\omega_{c,\text{fix}}/2\pi^2k_B$ 、 $\omega_{c,\text{fix}}$ は固定した磁場におけるサイクロトロン振動数である。加熱電流が I の場合、式 (3.4) は

$$\Delta\rho_{xx}(I) \cdot \frac{T_c \sinh(T/T_c)}{T} = 4\rho_0 \exp(-\pi/\omega_{c,\text{fix}}\tau_q) \quad (3.6)$$

と書ける。式 (3.5) と式 (3.6) から、電子温度 T の関数として加熱電流が I の場合の SdH 振動の振幅を表すと

$$\Delta\rho_{xx}(I) = \Delta\rho(I_{10\text{nA}}) \cdot \frac{T \sinh(T_{\text{mix}}/T_c)}{T_{\text{mix}} \sinh(T/T_c)} \quad (3.7)$$

となる。ただし、 $\Delta\rho_{xx}(I)$ 、 $\Delta\rho_{xx}(I_{10\text{nA}})$ はともに固定した磁場における SdH 振動の振幅である。図 3.4 に、縦軸を $\Delta\rho_{xx}(I)$ 、横軸を電子温度 T にしたグラフを示す。図 3.4 と使用する加熱電流 I_h における SdH 振動の振幅から、電流加熱時の電子温度が求まる。図 3.5 に、異なる磁場で、加熱電流として 50 nA, 100 nA, 200 nA, 500 nA を流したときの電子温度を示す。磁場の変化に対して、電子温度はほぼ一定であると考えられる。表 3.1 に、異なる加熱電流値における高温領域の電子温度の平均値を示す。

3.1.3 熱に由来する電圧の観測

本節では、加熱電流の周波数の 2 倍の周波数成分が電子温度差に起因する電圧であることを確認する。加熱電流を流す際のグラウンドの接地位置、加熱電流量、希釈冷凍機の温度、磁場の向き、を様々に変えた測定をした。

加熱用の交流電流を流す際のグラウンド (GND) の接地位置をかえた場合のネルンスト電圧および非局所効果に由来する電圧の結果について述べる。GND を端子 3 に接地し端子 11 から端子 3 に交流電流を流し加熱した場合を記号 GT、GND を端子 11 に接地し端子 3 から端子 11 に交流電流を流し加熱した場合を記号 GB、で示す。図 3.6 に、加熱電流を流す際の GND の接地位置を端子 3(GT) と端子 11(GB) にかえたときのネルンスト電圧を示す。加熱電流として 200 nA を流し、電圧測定端子 (4,10) を用いている。加熱電流を流す際の GND の接地位置に依らず GB の時と GT の時の測定結果はほぼ一致している。電子温度がジュール熱に依るので、電子温度差は加熱電流の二乗に対応する。したがって、電子温度差に起因する電位差は加熱電流の二乗に比例するために、ネルンスト電圧は加熱電流を流す際の GND の接地位置に依存しないと考えられる。加熱電流と同じ周波数 ($f=13$ Hz) の電圧をロックインアンプで測定することによって非局所効果に由来する電圧を求める。非局所効果に由来する電圧は磁場 B とバリスティック効果により、端子 3 と端子 11 間に流れている電子が電圧測定端子側に入るために生じる電圧である。図 3.7 に、加熱電流を流す際の GND の接地位置を GT と GB にかえたときの非局所効果に由来する電圧を示す。加熱電流として 200 nA を流し、電圧測定端子 (4,10) を用いている。ネルンスト電圧の測定結果と異なり、加熱電流を流す際の GND の接地位置によって、非局所効果に由来する電圧の符号が反転している。これは、GND の接地位置を変えると電圧測定端子側に入り込む電流も変わるためと考えられる。

加熱電流量を変化させて測定したネルンスト電圧の結果について述べる。図 3.8 に、加熱電流量を 50 nA, 100 nA, 200 nA, 500 nA に変化させたときのネルンスト電圧 (電圧測定端子 (4,10)) を示す。加熱電流量が増加するにつれて、ネルンスト電圧は大きくなっている。これは、ジュール熱の増加によってメインホールバーに生じる温度差が大きくなったためと考えられる。

希釈冷凍機の温度を変化させて測定したネルンスト電圧の結果について述べる。図 3.9 に、希釈冷凍機の温度を 40 mK, 100 mK, 800 mK に変化させたときのネルンスト電圧 (電圧測定端子 (4,10)) を示す。ここでは、加熱電流として 100 nA 流している。希釈冷凍機温度が高くなるにつれて、ネルンスト電圧は小さくなっている。特に、希釈冷凍機温度が 800 mK の場合、ネルンスト電圧はほとんど観測できなかった。これは、加熱電流 100 nA が 800 mK からさらに温度を上昇させるには不十分であったため、 $T_e(\text{low}) \approx T_e(\text{high})$ となり、メインホールバーに生じる温度差が無くなったために、ネルンスト電圧がほとんど観測できなかったと考えられる。

磁場方向を変化させて測定したネルンスト電圧の結果について述べる。図 3.10 に、磁場の向きが紙面の裏から表に印加されている場合 ($B > 0$) と紙面の表から裏に印加されている場合 ($B < 0$) のネルンスト電圧 (電圧測定端子 (4,10)) を示す。加熱電流として 200 nA 流している。ネルンスト電圧は磁場に対して反対称性を示している。これは、電気抵抗率 ρ_{xx}, ρ_{xy} と熱電伝導率 $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{xy}$ の磁場依存性を考えることで説明することができる。磁場に対して、電気抵抗率と熱電伝導率は、

$$\rho_{xx}(B) = \rho_{xx}(-B), \quad \rho_{xy}(B) = -\rho_{xy}(-B) \quad (3.8)$$

$$\varepsilon_{xx}(B) = \varepsilon_{xx}(-B), \quad \varepsilon_{xy}(B) = -\varepsilon_{xy}(-B) \quad (3.9)$$

である。ネルンスト係数 $S_{yx}(B), S_{yx}(-B)$ は

$$S_{yx}(B) = -\rho_{xy}(B)\varepsilon_{xx}(B) - \rho_{xx}(B)\varepsilon_{xy}(B) \quad (3.10)$$

$$S_{yx}(-B) = -\rho_{xy}(-B)\varepsilon_{xx}(-B) - \rho_{xx}(-B)\varepsilon_{xy}(-B) \quad (3.11)$$

である。ネルンスト係数 $S_{yx}(-B)$ に式 (3.8), 式 (3.9) を用いて変形すると

$$\begin{aligned} S_{yx}(-B) &= -\rho_{xy}(-B)\varepsilon_{xx}(-B) - \rho_{xx}(-B)\varepsilon_{xy}(-B) \\ &= \rho_{xy}(B)\varepsilon_{xx}(B) + \rho_{xx}(B)\varepsilon_{xy}(B) \\ &= -S_{yx}(B) \end{aligned}$$

となる。したがって、ネルンスト電圧は磁場に対して反対称性を示す。

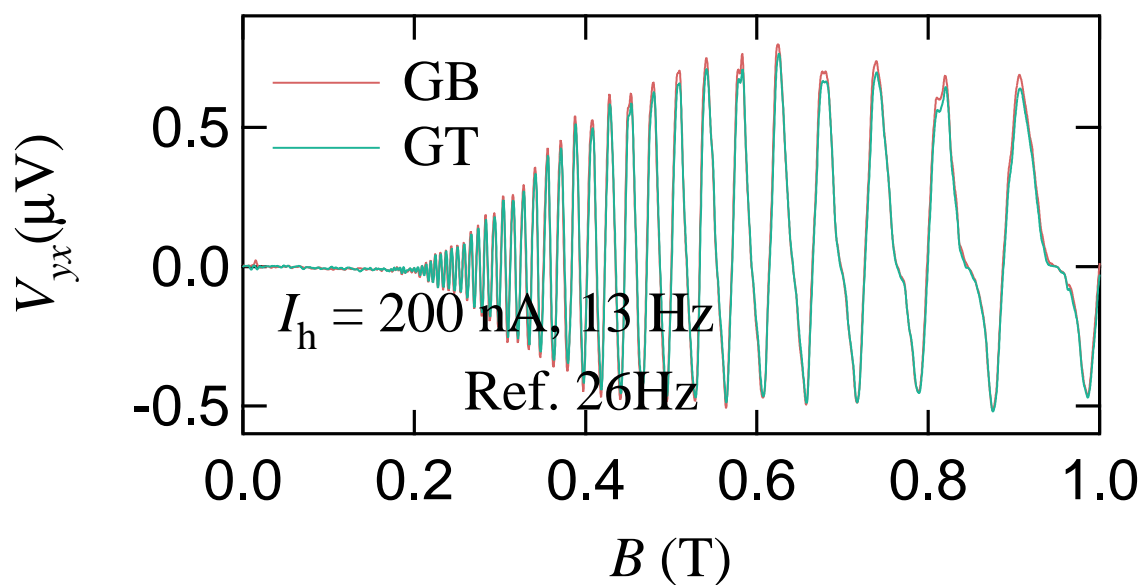


図 3.6: 加熱電流を流す際の GND の接地位置をかえたときのネルンスト電圧 (電圧測定端子 (4,10))。加熱電流として 200 nA を流している。Ref はリファレンス信号を示す。

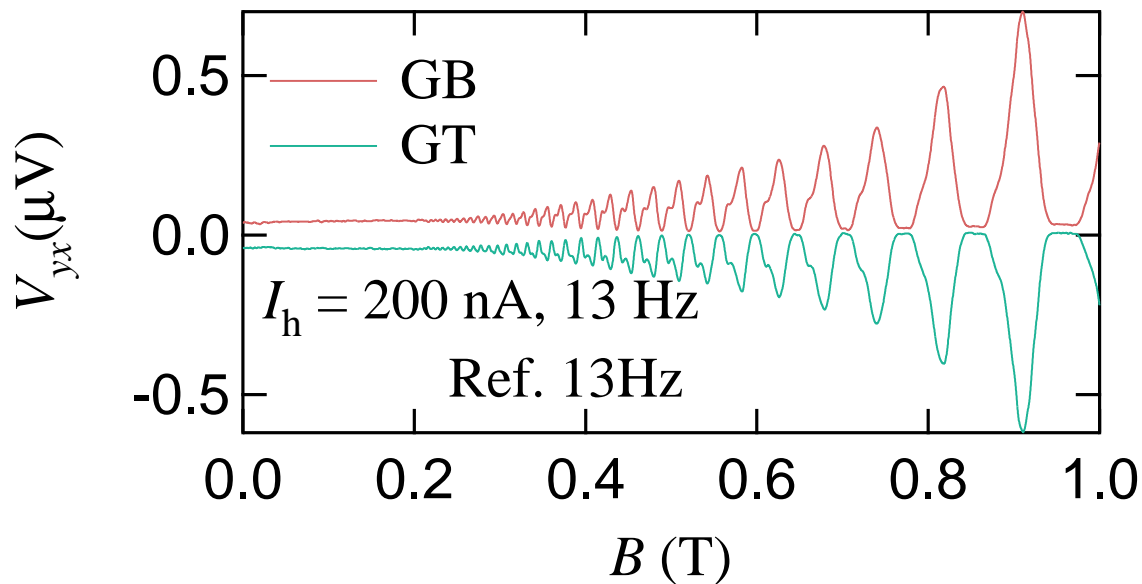


図 3.7: 加熱電流を流す際の GND の接地位置をかえたときの非局所効果に由来する電圧 (電圧測定端子 (4,10))。加熱電流として 200 nA を流している。Ref はリファレンス信号を示す。

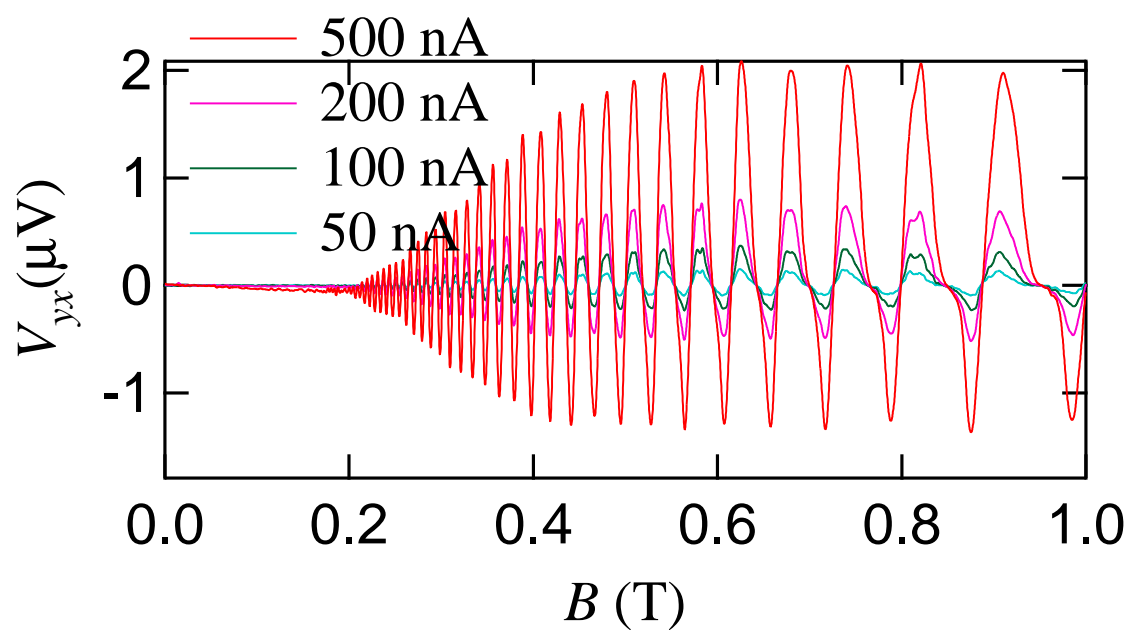


図 3.8: 加熱電流量を変化させたときのネルンスト電圧 (電圧測定端子 (4,10))。

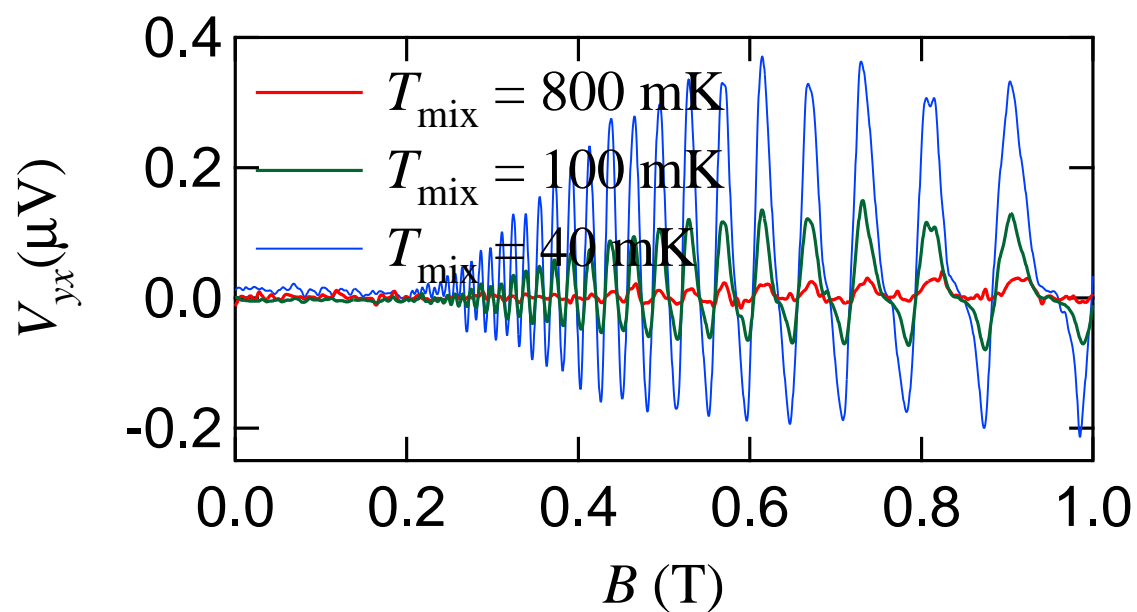


図 3.9: 希釈冷凍機の温度を変化させたときのネルンスト電圧 (電圧測定端子 (4,10))。加熱電流として 100 nA を流している。

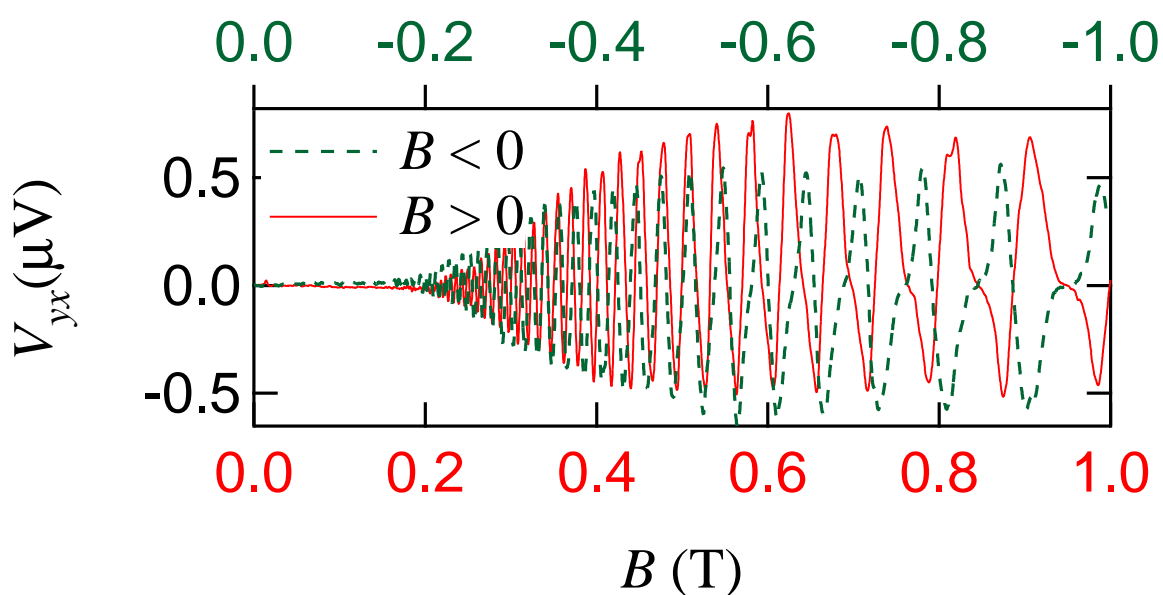


図 3.10: 磁場を $B < 0$ と $B > 0$ に変えたときのネルンスト電圧 (電圧測定端子 (4,10))。加熱電流として 200 nA を流している。

これらの結果はすべて、加熱電流の周波数の 2 倍の周波数成分は熱に由来する電圧であることを支持する。図 3.6, 図 3.8, 図 3.9, 図 3.10 からバリスティック電子に由来するバックグラウンドを生じていないことが確認できる。以上の実験結果をまとめると、電子の平均自由行程よりも十分に長いホールバーに電流加熱法を適用することで、バリスティック電子に由来するバックグラウンドを生じさせずに、ネルンスト電圧が直接観測できた。

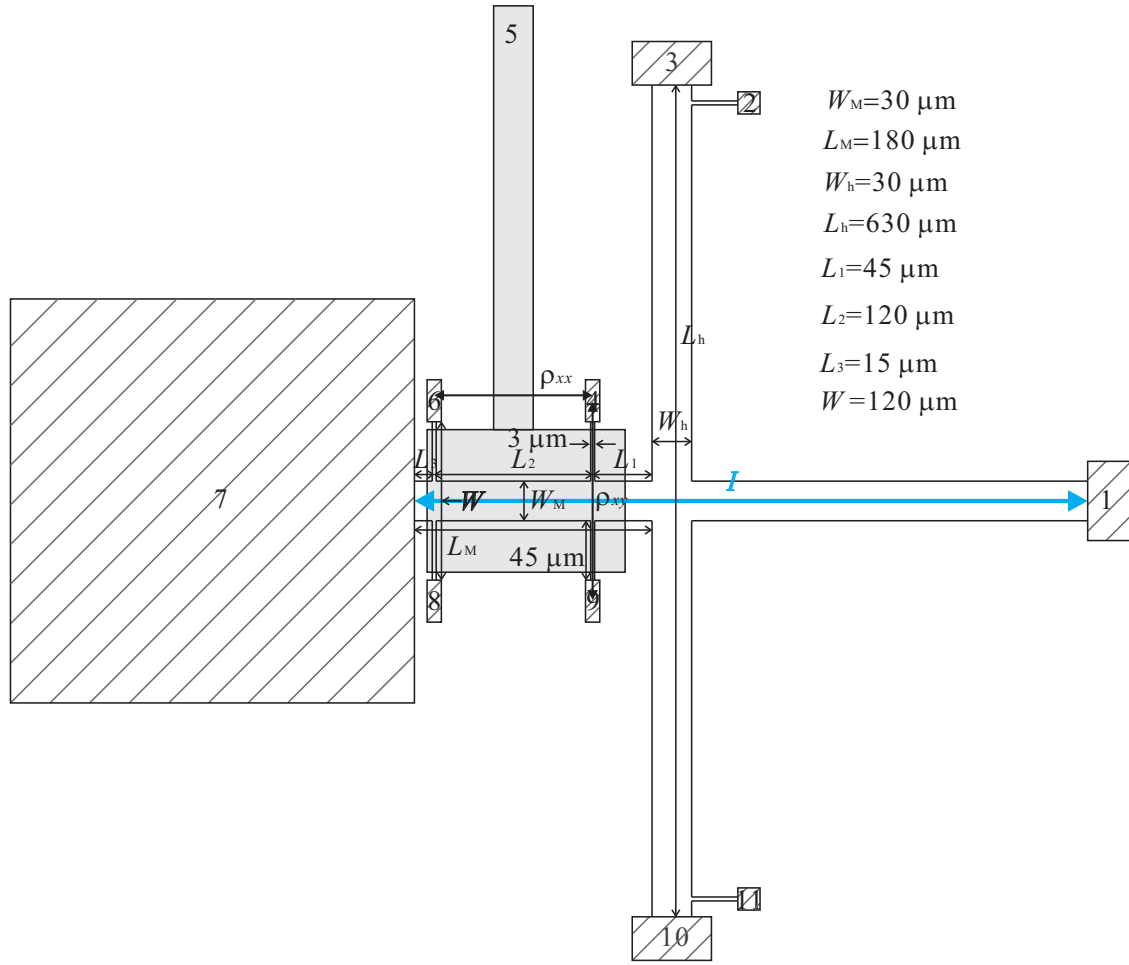


図 3.11: 一般化したモットの関係式用試料 2 の模式図。

3.2 一般化したモットの関係式

一般化したモットの関係式は正確には電気抵抗率のフェルミエネルギーでの微分を必要とする。電子密度を変えられない試料に対して、一般化したモットの関係式を磁場微分の形式に変形できるとよい。しかし、この磁場微分への変形は散乱時間にエネルギー依存性がない場合では成り立つが、エネルギー依存性がある場合では厳密には成り立たない。本節では、電子密度を制御できる試料を用いて、エネルギー微分形式と磁場微分形式のネルンスト係数が定量的に一致するかについて検証する。

3.2.1 試料 2 の形状と測定方法

試料形状

図 3.11 に、一般化したモットの関係式用試料 2 の模式図を示す。試料 2 は、試料 1 と同等のホールバーで、測定領域に電子密度（フェルミエネルギー）を制御するためのゲート電極（端子 5）がついている。試料の電子密度 n_e は $4.0 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$ 、移動度 μ は $99 \text{ m}^2/\text{Vs}$ 、平均自由行程は $10 \text{ }\mu\text{m}$ である（40 mK）。

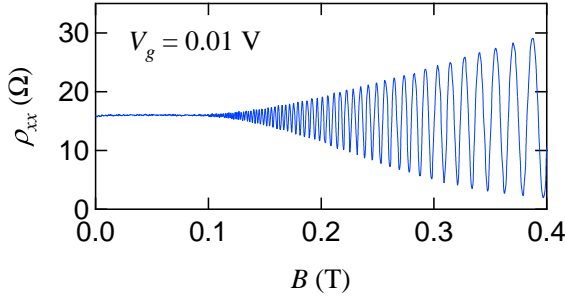


図 3.12: 対角抵抗率 ρ_{xx} 。

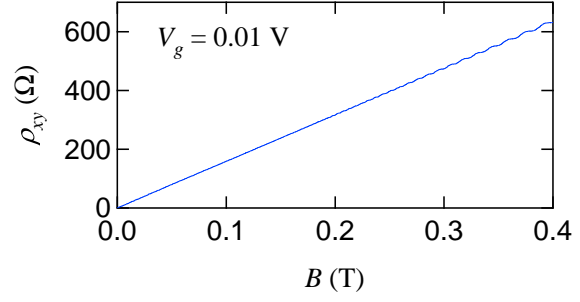


図 3.13: ホール抵抗率 ρ_{xy} 。

測定方法

電気抵抗率のフェルミエネルギーでの微分については、ダブルロックイン測定法を用いた。これは、交流電圧電源を用いてゲート電極に電圧を印加することにより、電子密度を変化させた測定で、電気抵抗率のエネルギー微分を求める方法である。電気抵抗率の磁場微分については、電気抵抗率を数値的に磁場微分することにより求めた。

電気抵抗率、電気抵抗率のエネルギー微分の測定は、試料に温度勾配を導入せずに行った。希釈冷凍機温度が 40 mK で測定している。

3.2.2 エネルギー微分形式

本節では、ネルンスト係数 (エネルギー微分形式) を導出するため、電気抵抗率とそのエネルギー微分の測定結果を示す。

式 (1.42) から、ネルンスト係数 S_{yx} は

$$S_{yx} = -\frac{L_0 e T}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2} \left(\rho_{xx} \frac{\partial \rho_{xy}}{\partial E} - \rho_{xy} \frac{\partial \rho_{xx}}{\partial E} \right) \quad (3.12)$$

である。ただし、 T は電圧測定を行っている位置での電子温度である。

電気抵抗率の測定

図 3.11 に、電気抵抗率を測定する場合のセットアップを示す。交流電流 ($f=13$ Hz) を端子 7 から端子 1 に 5 nA 流し、電圧端子 4,6 を用いて対角抵抗率 ρ_{xx} 、電圧端子 4,9 を用いてホール抵抗率 ρ_{xy} の測定を行った。抵抗測定用に用いた交流電流は十分小さく、ジュール熱による電子温度の上昇は無視できる。図 3.12 に対角抵抗率、図 3.13 にホール抵抗率を示す。電気抵抗率を測定する場合、ゲート電極 (端子 5) に +0.01 V の電圧を印加した。これは、ゲート電極のせたことにより減少した電子密度を元に戻すためである。

電気抵抗率のエネルギー微分の測定

電気抵抗率のエネルギー微分を本測定で用いた実験的形式で示す。本実験では、ゲート電極 (端子 5) に電圧 V_g を印加することにより電子密度を変化させて電気抵抗率のエネルギー微分の測定をする。これはゲート電圧により変化した電子密度とフェルミエネルギーの変化に対して、

$$dE_F = \frac{\pi \hbar^2}{m^*} \cdot \frac{dn_e}{dV_g} \cdot dV_g \quad (3.13)$$

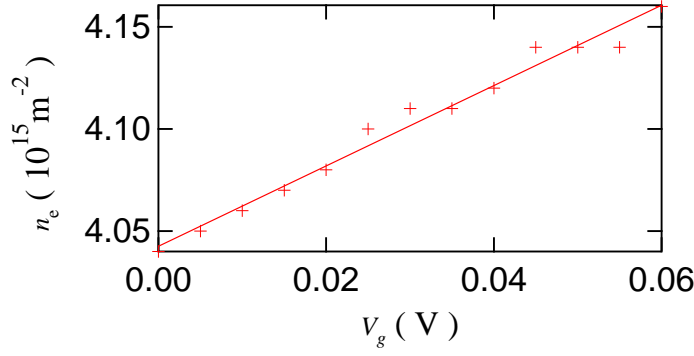


図 3.14: 電子密度のゲート電圧依存性。

が成り立っていることを利用している。電気抵抗率のエネルギー微分に対して式 (3.13) を用いることにより、実験的形式では

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho_{xx}}{\partial E} &= \frac{m^*}{\pi \hbar^2 \frac{dn_e}{dV_g}} \frac{\partial \rho_{xx}}{\partial V_g} \\ \frac{\partial \rho_{xy}}{\partial E} &= \frac{m^*}{\pi \hbar^2 \frac{dn_e}{dV_g}} \frac{\partial \rho_{xy}}{\partial V_g}\end{aligned}\quad (3.14)$$

となる。

測定領域に取り付けたゲート電極に電圧を印加することにより、電子密度が変化することを確認する。ゲート電圧を変化させたそれぞれの場合における SdH 振動から電子密度を求めた。図 3.14 に、電子密度のゲート電圧依存性を示す。ゲート電圧が大きくなるにつれて電子密度が大きくなることが確認できる。電子密度をゲート電圧に対してリニアにフィッティングした直線から $dn_e/dV_g = 1.9 \times 10^{15} \text{ m}^{-2} \text{ V}^{-1}$ である。

ゲート電極に交流電圧装置を用いたダブルロックイン測定法により、電気抵抗率のエネルギー微分 $\partial \rho_{xx}/\partial E$, $\partial \rho_{xy}/\partial E$ を測定する方法について述べる。図 3.15 にダブルロックイン測定法を用いた測定の回路模式図を示す。 $R_i = 10 \text{ M}\Omega$ はサンプルより十分高抵抗である。ゲート電極 (端子 5) に交流電圧装置を用いて実効値 0.01 V, 周波数 13 Hz のゲート電圧を印加する。ゲート電圧を印加された領域はゲート電圧により抵抗 R が変化する。その抵抗の変化率 dR/dV_g は、ゲート電圧の周波数と同じ $f=13 \text{ Hz}$ で振動する。交流電流 ($f=97 \text{ Hz}$) を端子 7 から端子 1 に 5 nA 流し、1 つ目のロックインアンプを用いて、対角抵抗率 ρ_{xx} , ホール抵抗率 ρ_{xy} の測定をする。2 つ目のロックインアンプを用いて、ゲート電圧 ($f=13 \text{ Hz}$) によって変化した電気抵抗率 $\partial \rho_{xx}/\partial V_g$, $\partial \rho_{xy}/\partial V_g$ に相当する 13 Hz 成分の電気抵抗率を 1 つ目のロックインアンプの出力から検出する。図 3.16, 図 3.17 に、得られた $\partial \rho_{xx}/\partial E$ および $\partial \rho_{xy}/\partial E$ をそれぞれ示す。

3.2.3 磁場微分形式

本節では、ネルンスト係数 (磁場微分形式) を導出するため、電気抵抗率の磁場微分の計算結果を示す。

式 (1.48) から、ネルンスト係数 S_{yx} は

$$S_{yx} = \frac{-L_0 e B}{E_F (\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2)} \left(\rho_{xy} \frac{\partial \rho_{xx}}{\partial B} - \rho_{xx} \frac{\partial \rho_{xy}}{\partial B} \right) T \quad (3.15)$$

である。ただし、 T は電圧測定を行っている位置での電子温度である。

電気抵抗率の磁場微分は、図 3.12 と図 3.13 を数値的に磁場微分することにより求めた。図 3.18, 図 3.19 に、電気抵抗率の磁場微分 $\partial \rho_{xx}/\partial B$ および $\partial \rho_{xy}/\partial B$ をそれぞれ示す。

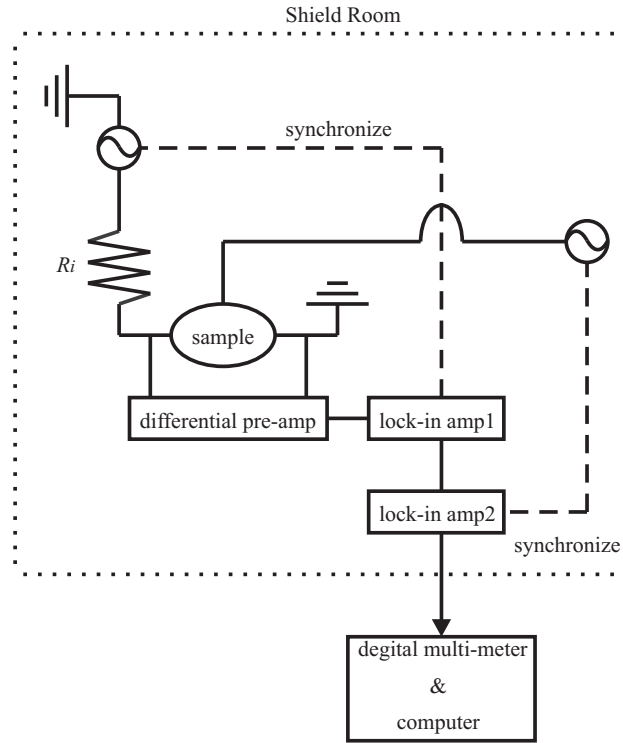


図 3.15: ダブルロックイン測定法を用いた測定の回路模式図。 $R_i = 10 \text{ M}\Omega$ はサンプルより十分高抵抗である。

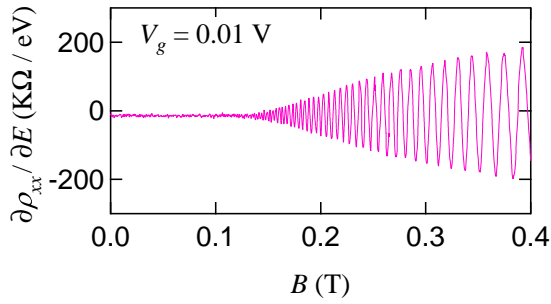


図 3.16: 2つ目のロックインアンプから検出した対角抵抗率のエネルギー微分 $\partial\rho_{xx}/\partial E$ 。

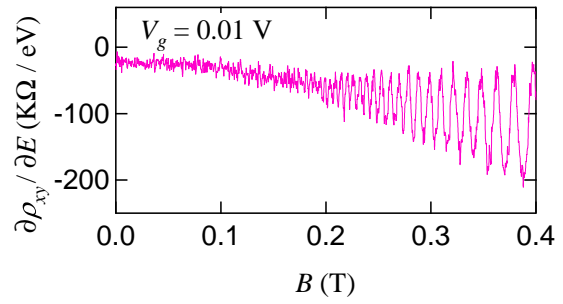


図 3.17: 2つ目のロックインアンプから検出したホール抵抗率のエネルギー微分 $\partial\rho_{xy}/\partial E$ 。

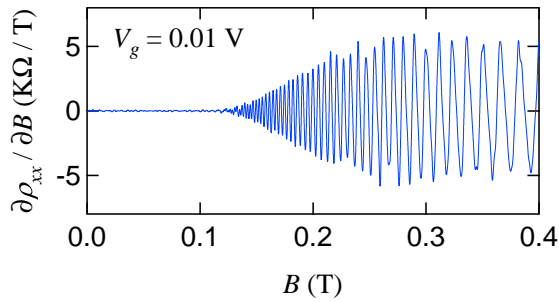


図 3.18: 対角抵抗率の磁場微分 $\partial\rho_{xx}/\partial B$ 。

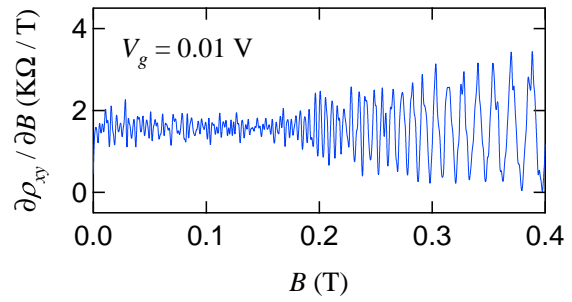


図 3.19: ホール抵抗率の磁場微分 $\partial\rho_{xy}/\partial B$ 。

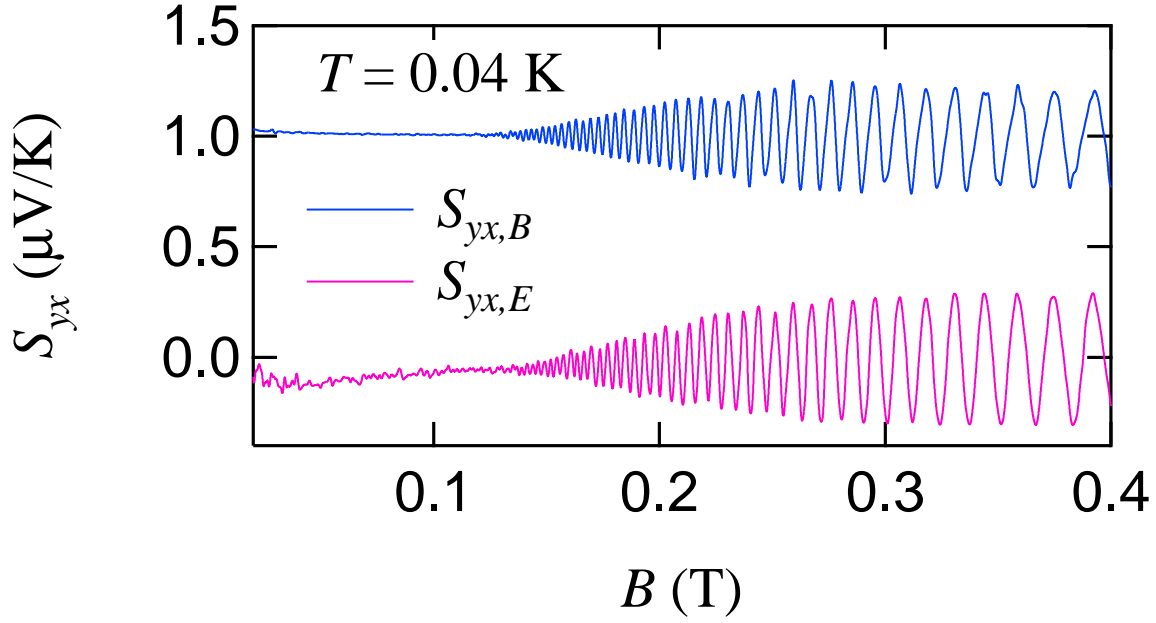


図 3.20: 磁場中でのネルンスト係数 S_{yx} 。ピンク色の実線はエネルギー微分を用いた場合に導出されたネルンスト係数 $S_{yx,E}$ 。青色の実線は磁場微分を用いた場合に導出されたネルンスト係数 $S_{yx,B}$ 。 $S_{yx,B}$ にはオフセットを $1.0 \mu\text{V/K}$ つけている。

3.2.4 実験的検証

電気抵抗率のエネルギー微分を用いた場合と磁場微分を用いた場合に導出されたネルンスト係数を比較する。図 3.20 に磁場中でのネルンスト係数 S_{yx} を示す。ピンク色の実線は、式 (3.12) に測定した電気抵抗率とそのエネルギー微分を代入して計算したネルンスト係数 ($S_{yx,E}$) である。青色の実線は、式 (3.15) に測定した電気抵抗率とその磁場微分を代入して計算したネルンスト係数 ($S_{yx,B}$) である。 $S_{yx,B}$ にはオフセットを $1.0 \mu\text{V/K}$ つけている。電子温度 $T = 0.04 \text{ K}$ として計算している。 $S_{yx,E}$ と $S_{yx,B}$ は定性的にも定量的にもよく一致している。これは、散乱時間のエネルギー依存性が小さいとし、磁場微分を用いて導出した場合にも、熱電係数は良い近似で得られることを示唆している。

実際に温度勾配を導入して測定したネルンスト電圧 (図 3.6) と一般化されたモットの関係式を用いて計算したネルンスト係数 (図 3.20) は定性的に一致している。定量的な比較については、4 章で同一試料を用いて行う。

3.3 本章のまとめ

最後に、低温磁場中でのネルンスト効果の観測実験で得られた結果をまとめる。

3.3.1 実験結果のまとめ

ネルンスト電圧の観測

- 加熱電流の周波数の 2 倍の周波数成分が温度差に起因する電圧であることを 4 通りの方法で確認した。
 1. 加熱用の交流電流を流す際のグラウンドの接地位置をかえて、加熱電流と同じ周波数と加熱電流の 2 倍の周波数を測定した。加熱電流と同じ周波数の場合では電圧の符号が反転しているが、2 倍の周波数では符号の反転は確認されなかった。
 2. 加熱電流量を変化させて加熱電流の 2 倍の周波数を測定した。ジュール熱の増加によって温度差が大きくなった場合では測定電圧は大きくなった。
 3. 希釈冷凍機の温度を変化させて加熱電流の 2 倍の周波数を測定した。温度勾配が生じている場合では電圧が観測されたが、温度勾配が生じていない場合では電圧は観測されなかった。
 4. 磁場 $B > 0$, $B < 0$ において、加熱電流の 2 倍の周波数を測定した。測定電圧は磁場に対して反対称性を示した。
- 電流加熱法を用いることで、ネルンスト電圧を直接観測した。

一般化したモットの関係式

- ゲート電極に交流電圧装置を用いたダブルロックイン測定法により、電気抵抗率のフェルミエネルギーでの微分を測定した。電気抵抗率を数値的に磁場微分することにより、電気抵抗率の磁場微分を求めた。
- 磁場が $0.1 < B < 0.4$ T の範囲では、電気抵抗率のエネルギー微分を用いたネルンスト係数と電気抵抗率の磁場微分を用いたネルンスト係数はよく一致した。

第4章 低温磁場中での電子拡散のネルンスト効果への寄与

本章では、低温磁場中での電子拡散のネルンスト効果への寄与について述べる。直接測定したネルンスト電圧と一般化したモットの関係式から求めたネルンスト係数を比較した。加熱された電子のエネルギーの一部が、格子系へ逃げることを考慮に入れると、両者が定量的に一致したことを報告する。

4.1 電子拡散のネルンスト効果への寄与

4.1.1 検証方法

実験で得られたネルンスト電圧 ($V_{yx,\text{exp}}$) と一般化したモットの関係式から求めたネルンスト係数 (S_{yx}) を比較するために、 V_{yx} と S_{yx} の関係を示す。熱電係数の定義より、 V_{yx} は

$$\begin{aligned} S_{yx} &= \frac{V_{yx}}{W \nabla T} = \frac{V_{yx}}{W dT/dX} \\ V_{yx} &= S_{yx} W \frac{dT}{dX} \end{aligned} \quad (4.1)$$

である。ただし、 Y 方向には温度勾配は生じず X 方向にのみ生じると仮定している。 dT/dX は試料に温度勾配を導入したときの電圧測定を行っている位置での電子温度勾配である。磁場微分を用いても、本来のエネルギー微分を用いる場合と同等の結果が得られることを3章で確認したので、ここでは S_{yx} は磁場微分形式である式 (3.15) を用いる。式 (4.1) と式 (3.15) から、ネルンスト電圧は

$$\begin{aligned} V_{yx,\text{cal}} &= \frac{-L_0 e B}{E_F (\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2)} \left(\rho_{xy} \frac{\partial \rho_{xx}}{\partial B} - \rho_{xx} \frac{\partial \rho_{xy}}{\partial B} \right) W T \frac{dT}{dX} \\ &= \frac{-L_0 e B}{E_F (\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2)} \left(\rho_{xy} \frac{\partial \rho_{xx}}{\partial B} - \rho_{xx} \frac{\partial \rho_{xy}}{\partial B} \right) \frac{W T_L^2}{L_M} t \frac{dt}{dx} \end{aligned} \quad (4.2)$$

とかける。電子温度 T 、長さ X, Y を無次元量 t, x, y にするため、格子温度 (希釈冷凍機温度) T_L 、メインホールバーの長さ L_M 、メインホールバーの幅 W_M で割っている ($t \equiv T/T_L, x \equiv X/L_M, y \equiv Y/W_M$)。式 (4.2) の $V_{yx,\text{cal}}$ を計算するためには、電子温度と電子温度勾配が必要である。4.1.2 で格子系への熱の逃げを考慮しない場合、4.1.3 で電子系から格子系への熱の逃げを考慮に入れた場合のメインホールバーでの電子温度と電子温度勾配の空間分布を求めた。一般化したモットの関係式が正しいとして、 $V_{yx,\text{exp}}$ と $V_{yx,\text{cal}}$ の比較をし、磁場中での電子拡散のネルンスト効果への寄与が測定されていることを定量的に検証した。

試料

本実験では、試料1を使用した。試料1はメインホールバーでの測定端子数が多いため、測定領域での電子温度と電子温度勾配の空間分布を詳細に調べられる。

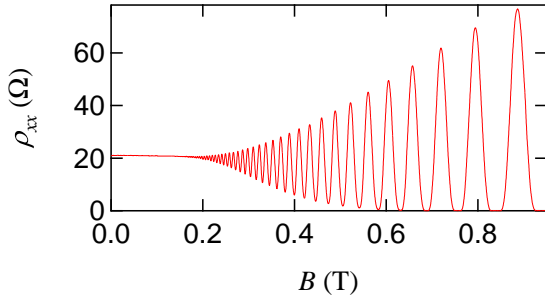


図 4.1: 対角抵抗率 ρ_{xx} 。

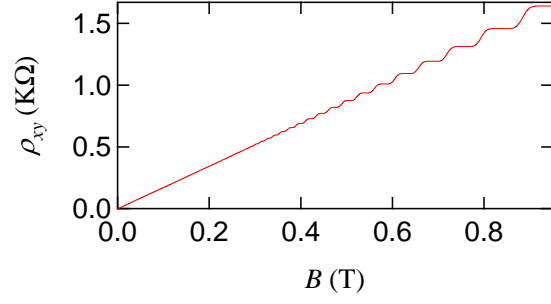


図 4.2: ホール抵抗率 ρ_{xy} 。

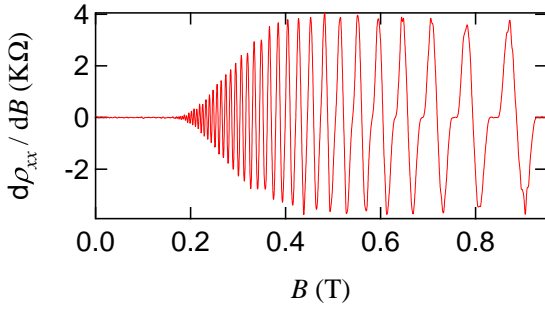


図 4.3: 対角抵抗率の磁場微分 $d\rho_{xx}/dB$ 。

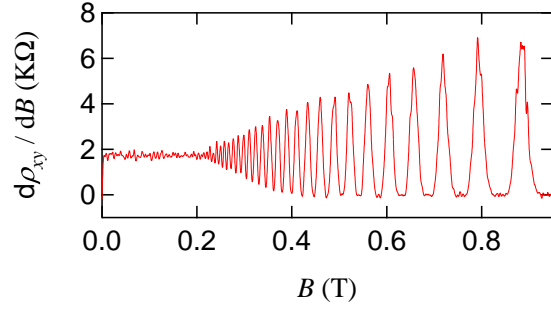


図 4.4: ホール抵抗率の磁場微分 $d\rho_{xy}/dB$ 。

電気抵抗率および電気抵抗率の磁場微分

電気抵抗率の測定は、温度勾配を導入せずに行った (40 mK)。交流電流を端子 7 から端子 1 に 10 nA 流し、電圧端子 4,5 を用いて対角抵抗率 ρ_{xx} 、電圧端子 4,10 を用いてホール抵抗率 ρ_{xy} の測定を行った。抵抗測定用に用いた交流電流は十分小さく、ジュール発熱による電子温度の上昇は無視できる。図 4.1 に対角抵抗率、図 4.2 にホール抵抗率を示す。電気抵抗率の磁場微分は、図 4.1 と図 4.2 を数値的に磁場微分することにより求めた。図 4.3 に対角抵抗率の磁場微分、図 4.4 にホール抵抗率の磁場微分を示す。

4.1.2 格子系への熱の逃げを考慮しない場合

本節では、格子系への熱の逃げを考慮しない場合の $V_{yx,cal}$ と $V_{yx,exp}$ を比較する。

電子温度と電子温度勾配の積の空間分布を求める。Wiedemann-Franz 則を仮定し、熱伝導率を $\kappa_{xx} = L_0 \sigma_{xx} T$ とする。電流加熱法により加熱された電子が拡散によってコンタクト 7 に向かって流れる熱流は、

$$\begin{aligned} P_{diff} &= W_M \kappa_{xx} \nabla T \\ &= W_M L_0 \sigma_{xx} T \nabla T \\ &= \frac{T_L^2 W_M L_0 \sigma_{xx}}{L_M} t \frac{\partial t}{\partial x} \end{aligned} \quad (4.3)$$

となる。 σ_{xx} は

$$\sigma_{xx} = \frac{\sigma_0}{1 + (\mu B)^2}, \quad \sigma_0 = n_e e \mu \quad (4.4)$$

である。ただし、 e は素電荷量である。磁場中であるが、1 次元近似として、

$$j_Q // -T \nabla T // -X \quad (4.5)$$

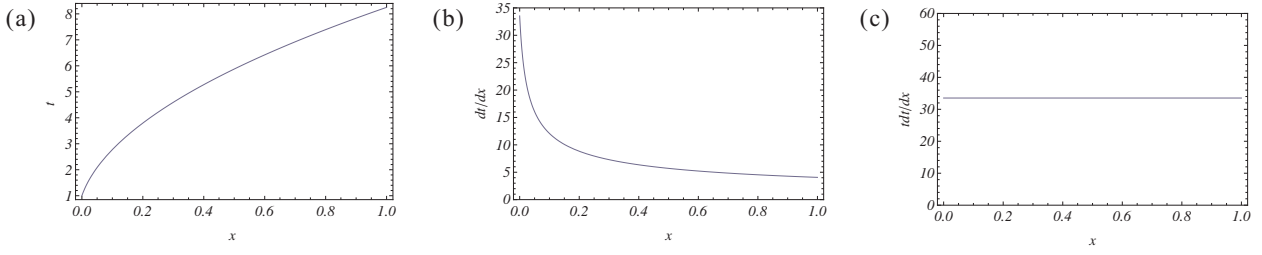


図 4.5: 格子系への熱の逃げを考慮しない場合。加熱電流として 200 nA を流している。(a) 電子温度 t の位置 x 依存性。(b) 電子温度勾配 dt/dx の位置 x 依存性。(c) 電子温度と電子温度勾配の積 tdt/dx の位置 x 依存性。

を仮定している。 j_Q は熱流密度である。ここでは、低温であるため格子系に逃げる熱はないと仮定している
ので、

$$\begin{aligned}
 0 &= \nabla \cdot \mathbf{j}_Q \\
 &= \frac{\partial(P_{\text{diff}}/W_M)}{\partial X} \\
 &= -\frac{T_L^2 L_0 \sigma_{xx}}{L_M^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(t \frac{\partial t}{\partial x} \right) \\
 &= -\alpha_{\text{diff}} \left(\frac{\partial t}{\partial x} \cdot \frac{\partial t}{\partial x} + t \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \right)
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

が成り立つ。ただし、 α_{diff} は

$$\alpha_{\text{diff}} \equiv \frac{T_L^2 L_0 \sigma_{xx}}{L_M^2} \tag{4.7}$$

である。式 (4.6) の微分方程式を解くことにより、メインホールバーでの電子温度 t と電子温度勾配 dt/dx が得られる。

加熱電流として 200 nA 流した場合を考える。表 3.1 から、加熱電流を 200 nA 流した場合における高温領域の電子温度は 0.33 K である。コンタクト 7 の温度は希釈冷凍機温度と同じ 40 mK である。コンタクト 7 での境界条件を $t(0) = 1$, 加熱領域での境界条件を $t(1) = 8.25$ として、式 (4.6) の微分方程式を解く。図 4.5 に電子温度 t 、電子温度勾配 dt/dx 、電子温度と電子温度勾配の積 tdt/dx を示す。 t と dt/dx は位置 x に依存するが、 tdt/dx は位置 x に依らず一定である。

式 (4.2) から計算したネルンスト電圧 $V_{yx,\text{cal}}$ と電流加熱法を適用して測定したネルンスト電圧 $V_{yx,\text{exp}}$ を比較する。図 4.6 に、 $V_{yx,\text{exp}}$ と $V_{yx,\text{cal}}$ を示す。 $V_{yx,\text{exp}}^{4,10}$, $V_{yx,\text{exp}}^{5,9}$, $V_{yx,\text{exp}}^{6,8}$ は、電圧測定端子 (4,10), (5,9), (6,8) で測定したネルンスト電圧である。 $V_{yx,\text{cal}}$ は、式 (4.2) に式 (4.6) で求めた tdt/dx (図 4.5(c)) を代入して計算したネルンスト電圧である。 $V_{yx,\text{cal}}$ は tdt/dx に比例するため、メインホールバーでの位置 x には依存しない。しかし、 $V_{yx,\text{exp}}^{4,10}$, $V_{yx,\text{exp}}^{5,9}$, $V_{yx,\text{exp}}^{6,8}$ はコンタクト 7 に近づくにつれてその絶対値が小さくなっている。これは、エネルギーの一部が格子系に逃げるにより、高温領域から離れるにつれて熱流密度が減少しているからだと考えられる。4.1.3 において、定量的に考察する。

4.1.3 格子系への熱の逃げを考慮に入れた場合

本節では、電子系から格子系への熱の逃げを考慮に入れた場合の $V_{yx,\text{cal}}$ と $V_{yx,\text{exp}}$ を比較する。

電子温度と電子温度勾配の積の空間分布を求める。GaAs におけるゼロ磁場での電子 1 個あたりの格子系に逃げる熱 $\bar{P}_{e-\text{ph}}(T_e, T_L)$ は、式 (1.53) から

$$\bar{P}_{e-\text{ph}}(T_e, T_L) = \bar{\Pi}_1^{\text{def}}(T_e) - \bar{\Pi}_1^{\text{def}}(T_L) + \bar{\Pi}_1^{\text{pz}}(T_e) - \bar{\Pi}_1^{\text{pz}}(T_L) + 2 \{ \bar{\Pi}_t^{\text{pz}}(T_e) - \bar{\Pi}_t^{\text{pz}}(T_L) \} \tag{4.8}$$

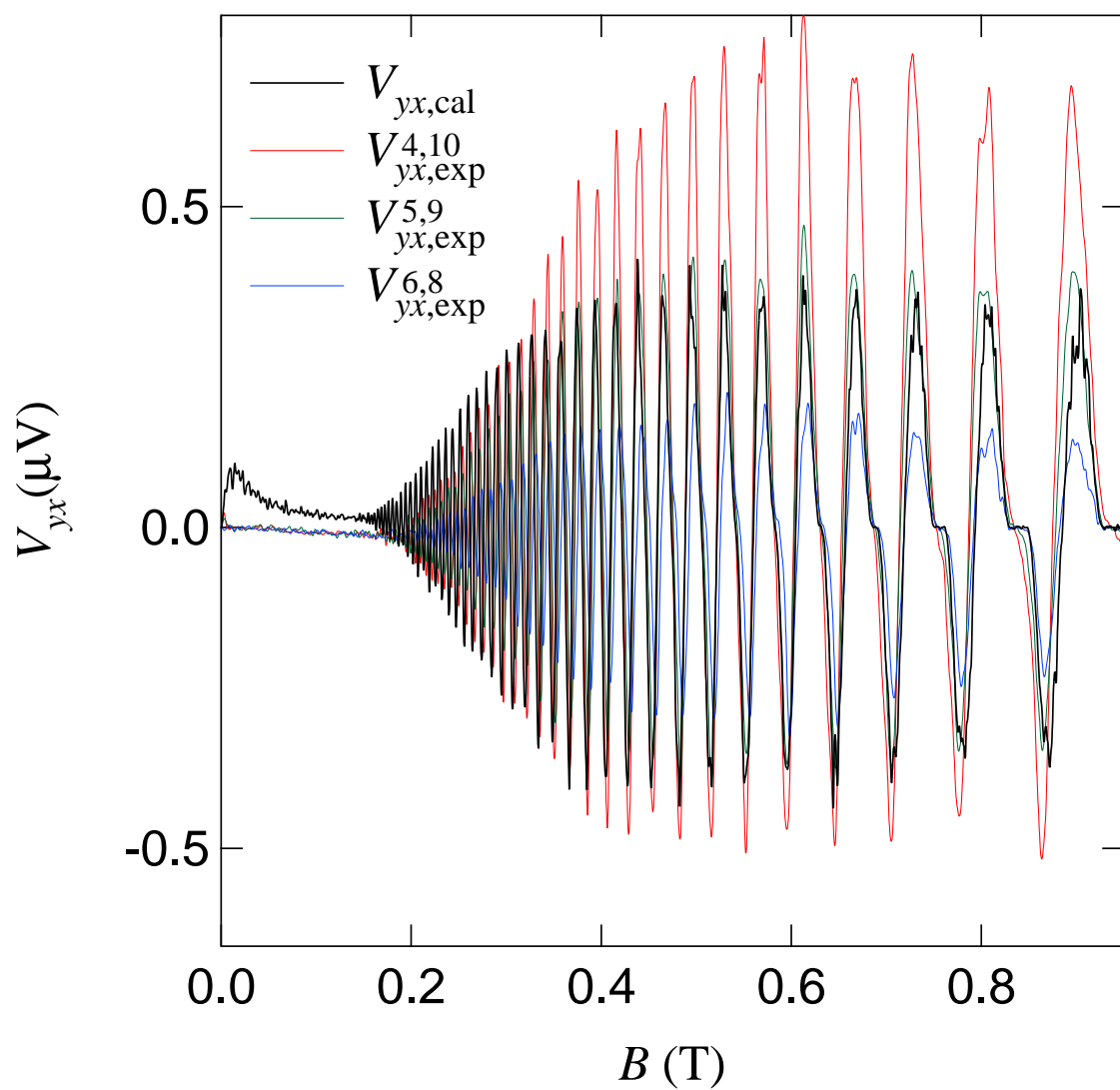


図 4.6: 式 (4.2) から計算したネルンスト電圧 ($V_{yx,\text{cal}}$) と電圧測定端子 (4,10), (5,9), (6,8) で測定したネルンスト電圧 ($V_{yx,\text{exp}}^{4,10}$, $V_{yx,\text{exp}}^{5,9}$, $V_{yx,\text{exp}}^{6,8}$)。

である。添え字の def は deformation potential 結合, pz は piezoelectric 結合、l は longitudinal モード、t は transverse モードを意味する。フェルミ波数がフォノンの波数よりもはるかに大きい極限では、

$$\bar{\Pi}_l^{\text{def}}(T) \approx \frac{6!}{2} \frac{1}{E_F k_F} \frac{D^2 m^* v_l a_B^2}{16\pi\rho} \left(\frac{k_B T}{\hbar v_l} \right)^7 \quad (4.9)$$

$$\bar{\Pi}_l^{\text{pz}}(T) \approx \frac{135}{32} \frac{1}{E_F k_F} \frac{(eh_{14})^2 m^* v_l a_B^2}{16\pi\rho} \left(\frac{k_B T}{\hbar v_l} \right)^5 \quad (4.10)$$

$$\bar{\Pi}_t^{\text{pz}}(T) \approx \frac{177}{64} \frac{1}{E_F k_F} \frac{(eh_{14})^2 m^* v_t a_B^2}{16\pi\rho} \left(\frac{k_B T}{\hbar v_t} \right)^5 \quad (4.11)$$

である。式 (1.65), 式 (1.67), 式 (1.69) における G の部分に近似値を用いている。GaAs のマテリアルパラメータは、 $D = -9.3$ eV, $h_{14} = 1.2 \times 10^9$ Vm⁻¹, $\rho = 5.3$ gcm⁻³, $a_B = 10.4$ nm, $v_l = 5.14 \times 10^3$ ms⁻¹, $v_t = 3.04 \times 10^3$ ms⁻¹ である。本実験では、低温であるため、deformation 結合を無視し、piezoelectric 結合のみを考える。単位面積あたりの $\tilde{P}_{\text{e-ph}}(T_e, T_L)$ は

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{\text{e-ph}}(T_e, T_L) &= n_e \cdot \bar{P}_{\text{e-ph}}(T_e, T_L) \\ &\approx n_e \{ \bar{\Pi}_l^{\text{pz}}(T_e) - \bar{\Pi}_l^{\text{pz}}(T_L) \} + 2n_e \{ \bar{\Pi}_t^{\text{pz}}(T_e) - \bar{\Pi}_t^{\text{pz}}(T_L) \} \\ &\approx \beta_{\text{Piezo}} (t^5 - 1) \end{aligned} \quad (4.12)$$

である。ただし、 β_{Piezo} は

$$\beta_{\text{Piezo}} \equiv \frac{135}{32} \frac{n_e}{E_F k_F} \frac{(eh_{14})^2 m^* v_l a_B^2}{16\pi\rho} \left(\frac{k_B T_L}{\hbar v_l} \right)^5 + \frac{177}{32} \frac{n_e}{E_F k_F} \frac{(eh_{14})^2 m^* v_t a_B^2}{16\pi\rho} \left(\frac{k_B T_L}{\hbar v_t} \right)^5 \quad (4.13)$$

である。電子系から格子系への熱の逃げを考慮に入れた場合、式 (4.6) は、

$$\begin{aligned} 0 &= \nabla \cdot \mathbf{j}_Q + \tilde{P}_{\text{e-ph}} \\ &= -\alpha_{\text{diff}} \left(\frac{\partial t}{\partial x} \cdot \frac{\partial t}{\partial x} + t \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \right) + \beta_{\text{Piezo}} (t^5 - 1) \end{aligned} \quad (4.14)$$

と書き直される。式 (4.14) を変形すると、

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x} \cdot \frac{\partial t}{\partial x} + t \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \right) - \gamma (t^5 - 1) = 0 \quad (4.15)$$

$$\gamma \equiv \frac{\beta_{\text{Piezo}}}{\alpha_{\text{diff}}} = \left\{ \frac{135}{32} \frac{n_e}{E_F k_F} \frac{(eh_{14})^2 m^* v_l a_B^2}{16\pi\rho} \left(\frac{k_B}{\hbar v_l} \right)^5 + \frac{177}{32} \frac{n_e}{E_F k_F} \frac{(eh_{14})^2 m^* v_t a_B^2}{16\pi\rho} \left(\frac{k_B}{\hbar v_t} \right)^5 \right\} \frac{T_L^3 L_M^2}{L_0 \sigma_{xx}} \quad (4.16)$$

となる。 γ は、格子系に逃げる熱と電子拡散によって流れる熱流の比に関する係数である。格子系に逃げる熱がゼロの場合、 β_{Piezo} がゼロとなり、式 (4.15) は式 (4.6) となる。また、電気伝導率 σ_{xx} が磁場に依存するため、 γ も磁場依存性を示す。それぞれの磁場に対して、式 (4.15) の微分方程式を解くことにより、電子温度と電子温度勾配が得られる。

加熱電流として 200 nA 流した場合を考える。式 (4.16) から γ を決定し、コンタクト 7 での境界条件 $t(0) = 1$, 加熱領域での境界条件 $t(1) = 8.25$ を満たすように式 (4.15) の微分方程式を数値解析で解く。ただし、電気伝導率は式 (4.4) から計算している。図 4.7 に、(a) 電子温度 t の磁場依存性、(b) 電子温度勾配 dt/dx の磁場依存性を示す。実線は格子系への熱の逃げを考慮しない場合の結果 (式 (4.6) の微分方程式の解) である。点線は格子系への熱の逃げを考慮に入れた場合の結果 (式 (4.15) の微分方程式の解) である。点は境界条件での電子温度である。図 4.7(b) において、磁場の増大とともに右下がりの曲線から右上がりの曲線に移り変わっている。 σ_{xx} が磁場とともに減少するために電子拡散によって流れる熱流が減少し、格子系への熱の逃げの効果が相対的に大きくなるからである。図 4.7(c) に、電子温度と電子温度勾配の積 $t dt/dx$ の磁場依存性を示す。格子系

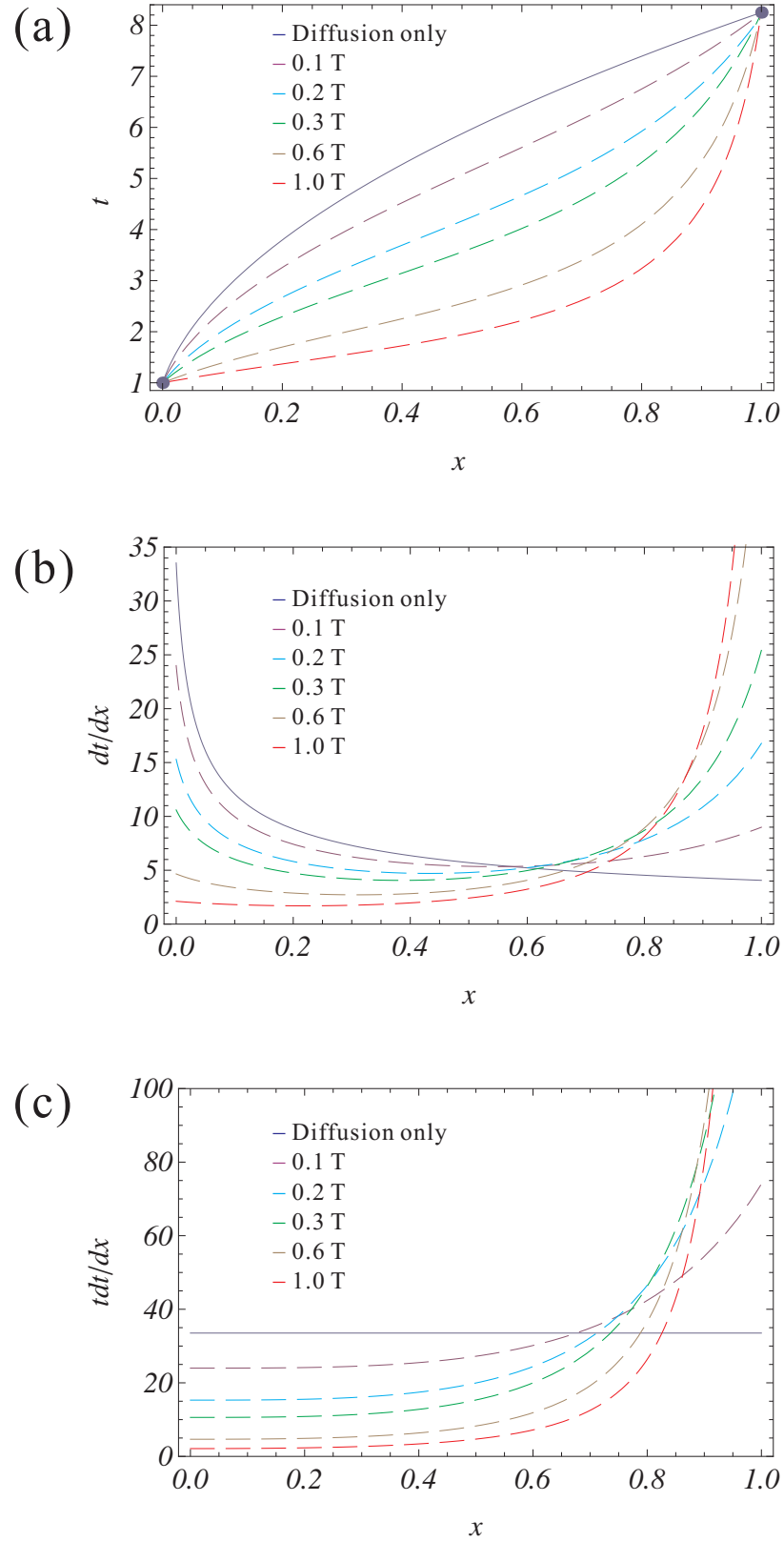


図 4.7: 磁場を変化させたときの (a) 電子温度 t 、(b) 電子温度勾配 dt/dx 、(c) 電子温度と電子温度勾配の積 $t dt/dx$ である。実線は格子系への熱の逃げを考慮しない場合の結果である。点線は格子系への熱の逃げを考慮に入れた場合の結果である。

| | | | | | | |
|-----------------------|---------|---------|-------|---------|--------|---------|
| B | 0.206 T | 0.252 T | 0.3 T | 0.339 T | 0.39 T | 0.435 T |
| γ_{cal} | 0.028 | 0.042 | 0.059 | 0.076 | 0.1 | 0.124 |
| γ_{exp} | 0.033 | 0.046 | 0.055 | 0.017 | 0.016 | 0.017 |

表 4.1: 磁場中での γ_{cal} 、 γ_{exp} 。

| | | | | | | |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 磁場 [T] | 0.206 | 0.252 | 0.3 | 0.339 | 0.39 | 0.435 |
| 文献値 [$\text{W}/\text{m}^2\text{K}^5$] | 0.027 | 0.027 | 0.027 | 0.027 | 0.027 | 0.027 |
| 実験値 [$\text{W}/\text{m}^2\text{K}^5$] | 0.032 | 0.029 | 0.025 | 0.006 | 0.004 | 0.004 |

表 4.2: 格子系へ逃げる熱の温度依存性の係数。

への熱の逃げを考慮しない場合 (実線) は位置 x の依存性を示していないが、格子系への熱の逃げを考慮に入れた場合 (点線) は位置 x の依存性を示している。

本研究では、理論値 γ_{cal} と実験値 γ_{exp} の二通りの方法で γ を決定し、式 (4.15) で求めた tdt/dx を式 (4.2) に代入してネルンスト電圧 ($V_{yx,\gamma_{\text{cal}}}$, $V_{yx,\gamma_{\text{exp}}}$) を求めた。理論値 γ_{cal} は、前述した式 (4.16) から γ を決定している。実験値 γ_{exp} は、測定したネルンスト電圧 $V_{yx,\text{exp}}^{4,10}$, $V_{yx,\text{exp}}^{5,9}$, $V_{yx,\text{exp}}^{6,8}$ と $V_{yx,\gamma_{\text{exp}}}$ が一致するように最小二乗法を用いて γ を決定している。表 4.1 に、理論値 γ_{cal} 、実験値 γ_{exp} を示す。図 4.8 に、磁場中でのネルンスト電圧 V_{yx} を示す。ネルンスト電圧はピークとディップの間の大きさ、磁場はピークとディップの中間の値を用いている。点は測定したネルンスト電圧 $V_{yx,\text{exp}}$ 、実線は γ_{exp} から求めたネルンスト電圧 $V_{yx,\gamma_{\text{exp}}}$ 、点線は γ_{cal} から計算したネルンスト電圧 $V_{yx,\gamma_{\text{cal}}}$ である。磁場が 0.206 ~ 0.3 T の範囲では、 $V_{yx,\gamma_{\text{exp}}}$ と $V_{yx,\gamma_{\text{cal}}}$ の結果はよく一致している。これは、Wiedemann-Franz 則に従った電子拡散によって流れる熱流に加えて、piezoelectric 結合による格子系への熱の逃げを考慮に入れた我々のモデルの妥当性を示している。表 4.2 に、格子系へ逃げる熱の温度依存性の係数 $\beta_{\text{Piezo}}/T_L^5$ (文献値: β_{Piezo} は式 (4.13) に GaAs の材料パラメータを代入したもの、実験値: $\beta_{\text{Piezo}} = \gamma_{\text{exp}} \cdot \alpha_{\text{diff}}$) を示す。文献値が、ゼロ磁場の 2 次元系に対する計算式 (1.53) から計算されたものであるにもかかわらず、実験値とよく一致している。しかし、磁場が 0.34 T よりも大きくなると理論と実験の一致が急激に悪くなっている。その原因として、格子系への熱の逃げが磁場依存性をもつ可能性の他に、Wiedemann-Franz 則をもとに見積もった熱流が正しくないことが考えられる。式 (4.5) では、1 次元近似を用いているが、磁場中では y 方向の分布も考えないといけないために、厳密には正しくない。そのため、熱流および電子温度勾配を 2 次元モデルで考える必要がある。付録 A に、1 次元モデルに熱流だけ 2 次元での計算結果を用いて部分的に修正した実験結果を示す。また、磁場中では電圧測定端子に向かって流れる熱流を無視できない可能性が考えられる。これは、熱流を 2 次元的に扱ったモデルでは電圧測定端子のようにアスペクト比が小さくても熱流が小さくならないためである。電子拡散によって電圧測定端子に向かって流れる熱流も全熱流に加えることが今後の課題である。

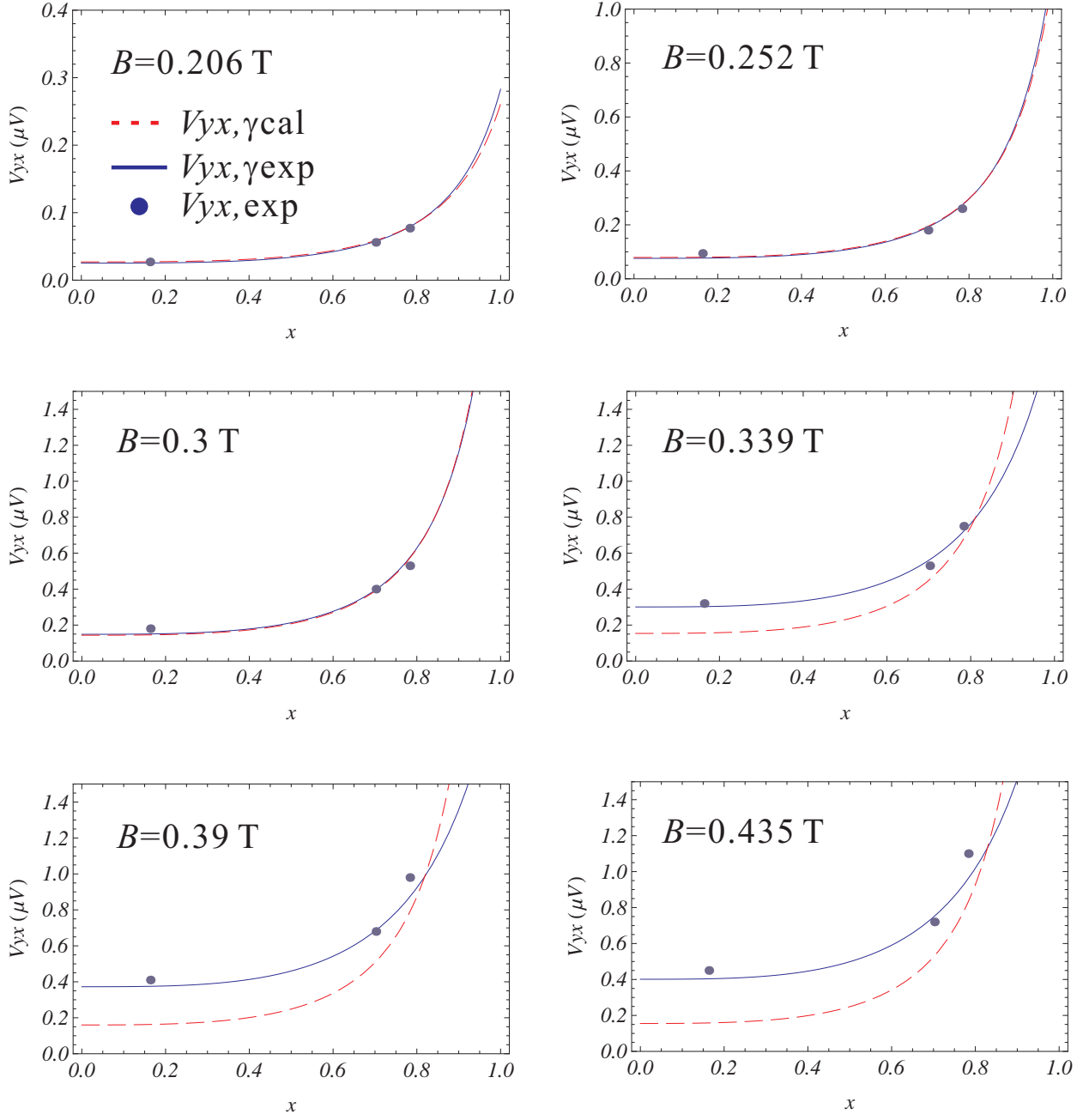


図 4.8: 磁場中でのネルンスト電圧 V_{yx} 。実線は γ_{exp} を用いた場合、破線は γ_{cal} を用いた場合である。

4.2 本章のまとめ

最後に、低温磁場中での電子拡散のネルンスト効果への寄与について得られた結果をまとめ、それを踏まえた上で今後の研究に向けた課題について述べる。

4.2.1 実験結果のまとめ

直接測定したネルンスト電圧と一般化したモットの関係式から求めたネルンスト係数を比較した。加熱された電子のエネルギーの一部が、格子系へ逃げることを考慮に入ると、両者が定量的に一致した。測定したネルンスト電圧は実際に電子拡散の寄与であることが明瞭となった。

- 測定したネルンスト電圧には温度勾配方向 (x 方向) の距離依存性が観測された。
- 加熱された電子のエネルギーの一部が、格子系へ逃げることを考慮に入れて、高温領域と低温領域間の電子温度と電子温度勾配の積の空間分布を求めた。得られた結果を用いてネルンスト電圧を計算した。
- 磁場が $0.21 < B < 0.3$ T の範囲では、測定したネルンスト電圧と計算したネルンスト電圧は定量的に一致した。

4.2.2 今後の課題

本研究におけるネルンスト電圧の計算はいくつかの仮定の下で構築した推論であり、それらの仮定の妥当性については検証されなければならない。特に、高磁場領域では低磁場領域で満たしていた妥当性が失われる可能性がある。

- 高磁場領域において、熱流が高温領域から低温領域へ 1 次元モデルで流れるという仮定は妥当ではなくないと予想される。これは、磁場によって熱流も曲がるためと y 方向にも温度勾配ができるためである。そのため、熱流および温度勾配を 1 次元ではなく 2 次元モデルで考える必要がある。
- 本研究では格子系に逃げる熱をゼロ磁場での値で近似してきたが、高磁場領域ではこの近似は妥当ではなくないと予想される。格子系に逃げる熱を磁場中の形に拡張する必要がある。
- 電圧測定端子に向かって流れる熱流を無視してきたが、高磁場中では無視できなくなると予想される。これは、熱流を 2 次元的に扱ったモデルでは電圧測定端子のようにアスペクト比が小さくても熱流が小さくならないためである。電子拡散によって電圧測定端子に向かって流れる熱流も全熱流に加える必要がある。

第5章 総括

本研究は、量子ホール系における熱輸送現象を解明することを目的とした。2次元電子系に流した電流によるジュール熱により温度勾配を導入する加熱方法を用いて、電子拡散のネルンスト効果への寄与を観測した。以下に、本研究で得られた結果をまとめる。

5.1 低温磁場中でのネルンスト効果の観測

- 加熱電流を流す際のグラウンドの接地位置、加熱電流量、希釈冷凍機の温度、磁場の向き、を様々に変えた詳細な測定をした。加熱電流の周波数の2倍の周波数成分が温度差に起因する電圧であることを確認した。ホールバーに電流加熱法を適用することで、バリスティック電子に由来するバックグラウンドを生じさせずに、ネルンスト電圧を直接観測した。
- ゲート電極に交流電圧装置を用いたダブルロックイン測定法により、電気抵抗率のフェルミエネルギーでの微分を測定した。電気抵抗率を数値的に磁場微分することにより、電気抵抗率の磁場微分を計算した。電気抵抗率のエネルギー微分を用いたネルンスト係数と電気抵抗率の磁場微分を用いたネルンスト係数は定量的に一致した。

5.2 低温磁場中での電子拡散のネルンスト効果への寄与

- 直接測定したネルンスト電圧と一般化したモットの関係式から求めたネルンスト係数を比較した。加熱された電子のエネルギーの一部が、格子系へ逃げることを考慮に入れると、両者が定量的に一致した。測定したネルンスト電圧は実際に電子拡散の寄与であることが明瞭となった。

5.3 今後の課題

磁場中での電子拡散によって流れる熱流および格子系に逃げる熱を正確に評価することが今後の課題である。新たなモデルとして以下の3つを仮定する必要があると考えられる。

1. 電子拡散によって高温領域から低温領域に向かって流れる熱流および温度勾配を2次元モデルに拡張する。
2. 格子系に逃げる熱を磁場中の形に拡張する。
3. 電子拡散によって電圧測定端子に向かって流れる熱流も全熱流に加える。

謝辞

本研究を遂行し論文をまとめるにあたって多くの方々のお世話になりました。ここに感謝の意を表します。

家泰弘教授には、恵まれた研究環境を与えていただき、また適切な助言と親切丁寧なご指導を賜りました。深く敬意を表するとともに心から御礼申し上げます。

勝本信吾教授には、様々な局面で貴重な御助言を頂きました。心より御礼申し上げます。遠藤彰博士には、試料の作成から解析方法に至る全てについて御指導を賜ったほか、研究生生活のあらゆる面でお世話になりました。心より感謝いたします。阿部英介博士には、多くの有益な議論を賜りました。心より御礼申し上げます。中村壮智博士には、様々な局面で、貴重なご助言を受け賜りました。橋本義昭氏には、実験技術に関して多大なご協力を頂き、大変感謝しております。川村順子秘書には、研究生生活のあらゆる面でお世話になり、誠にありがとうございました。研究室の卒業生である加藤雅紀博士、佐野浩孝博士、大塚朋廣博士、佐々木祐氏には研究指導をはじめ実験装置の使い方や測定技術等多岐にわたって面倒を見ていただきました。心より御礼申し上げます。また、研究生生活を共に過ごした、佐藤卓明氏、児玉高明氏、梶岡利之氏、天野裕昭氏、金善宇氏、加藤悠人氏、田中寛治氏、桑原優樹氏、高橋侑市氏、小早川周平氏、小池啓太氏、高井久弥氏、尹東河氏には、様々な議論や助言をしていただきました。深く感謝いたします。

最後に、いつも励まし応援してくれた家族と友人に感謝いたします。

付 録 A 磁場中での電子拡散によって流れる熱流の 2 次元モデル

A.1 電子拡散によって流れる熱流の 2 次元モデル

磁場中での電子拡散により流れる熱流を 2 次元モデルに拡張する。ここでは、フォノンによる熱流をゼロ、電流密度 \mathbf{j} をゼロとする。Wiedemann-Franz 則 $\hat{\kappa} = L_0 \hat{\sigma} T$ を用いると、熱流密度 \mathbf{j}_Q は

$$\mathbf{j}_Q = -\hat{\kappa} \nabla T = -L_0 \hat{\sigma} T \nabla T \quad (\text{A.1})$$

と表せる。ここでは、 $\hat{\sigma}$ として、ランダウ量子化を考慮しない、半古典的な表式を使用する。 $\hat{\sigma}$ は、

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{1 + (\mu B)^2}} R(\delta) = \sigma_0 \cos \delta \cdot R(\delta) \quad (\text{A.2})$$

$$\sigma_{xx} = \frac{\sigma_0}{1 + (\mu B)^2}, \quad \sigma_{yx} = \frac{\mu B \sigma_0}{1 + (\mu B)^2}, \quad \sigma_0 = n_e e \mu \quad (\text{A.3})$$

$$R(\delta) = \begin{pmatrix} \cos \delta & -\sin \delta \\ \sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix}, \quad \delta = \arctan(\mu B) : \text{ホール角} \quad (\text{A.4})$$

である。 $\hat{\sigma}$ に対して、温度 T と位置 $\mathbf{r} = (x, y)$ の依存性はないとする。

幅 W , 長さ L の試料における全熱流 J_Q を求める。試料の外に熱流が流出しないとすると、単位幅あたりの熱流密度 \mathbf{j}_Q の divergence は、

$$0 = \nabla \cdot \mathbf{j}_Q = -L_0 \sigma_{xx} \nabla \cdot (T \nabla T) = L_0 \sigma_{xx} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (\text{A.5})$$

$$\boldsymbol{\tau} \equiv -T \nabla T \equiv -\nabla \psi \quad (\text{A.6})$$

となる。試料の境界条件は、

$$T(x=0) = T_L, \quad T(x=L) = T_H \quad (\text{A.7})$$

$$\psi(x=0) = \psi_L, \quad \psi(x=L) = \psi_H \quad (\text{A.8})$$

$$\Delta \psi = \psi_H - \psi_L = \int_0^L T \frac{\partial T}{\partial x} dx = \int_{T_L}^{T_H} T dT = \frac{T_H^2 - T_L^2}{2} \quad (\text{A.9})$$

である。式 (A.5) は磁場中での電場と電位分布を記述した Rendell and Girvin の論文 [36] における電場 \mathbf{E} と電流密度 \mathbf{j} を

$$\mathbf{E} \rightarrow \boldsymbol{\tau}, \quad \mathbf{j} \rightarrow \mathbf{j}_Q / L_0 \quad (\text{A.10})$$

にした形と同じである。式 (A.5) を満たす $\boldsymbol{\tau}$ と \mathbf{j}_Q は

$$\begin{cases} \tau_x = -\tau_0 e^\gamma \cos \vartheta \\ \tau_y = \tau_0 e^\gamma \sin \vartheta \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{cases} j_{Qx} = -\tau_0 L_0 \sigma_0 \cos \delta e^\gamma \cos(\vartheta - \delta) \\ j_{Qy} = \tau_0 L_0 \sigma_0 \cos \delta e^\gamma \sin(\vartheta - \delta) \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

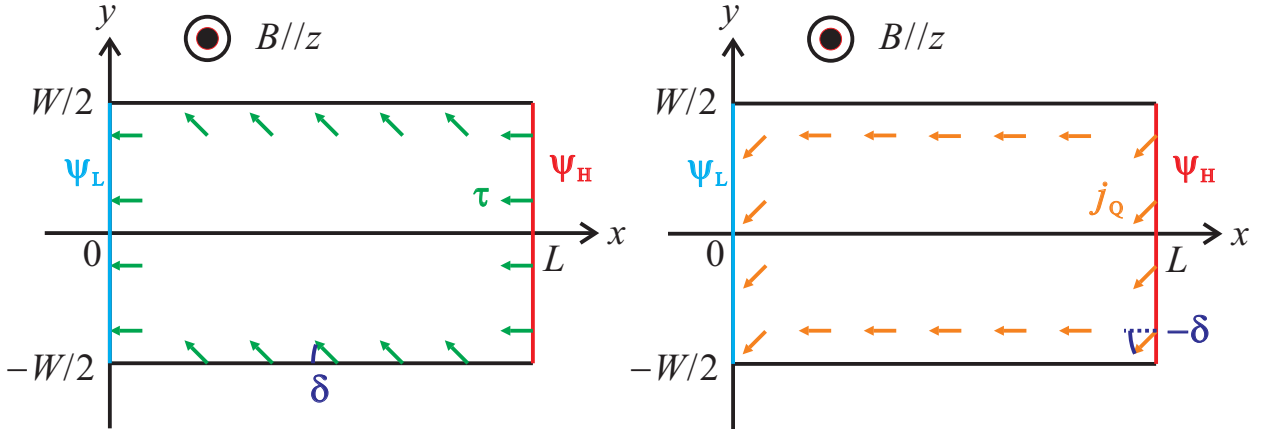


図 A.1: 磁場中での τ と J_Q 。

$$j_Q = \sqrt{j_{Qx}^2 + j_{Qy}^2} = \tau_0 L_0 \sigma_0 \cos \delta e^\gamma \quad (\text{A.13})$$

$$\gamma = -4\delta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)\pi} \frac{\sinh \left[\frac{(2n-1)\pi y}{L} \right] \cos \left[\frac{(2n-1)\pi x}{L} \right]}{\cosh \left[\frac{(2n-1)\pi W}{2L} \right]} \quad (\text{A.14})$$

$$\vartheta = 4\delta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)\pi} \frac{\cosh \left[\frac{(2n-1)\pi y}{L} \right] \sin \left[\frac{(2n-1)\pi x}{L} \right]}{\cosh \left[\frac{(2n-1)\pi W}{2L} \right]} \quad (\text{A.15})$$

$$\tau_0(\delta, \alpha) = \frac{\Delta\psi}{I(\delta, \alpha)L}, \quad \alpha \equiv W/L : \text{アスペクト比} \quad (\text{A.16})$$

$$I(\delta, \alpha) \equiv \int_0^1 \cos \left(4\delta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \left[\frac{(2n-1)\pi \xi}{L} \right] \sec \left[(2n-1) \frac{\alpha\pi}{2} \right]}{(2n-1)\pi} \right) d\xi \quad (\text{A.17})$$

である。ここでの表記法は平山らの論文 [37] に準拠している。試料の側面の境界から熱流が逃げないという断熱仮定をしているので、 x をどの位置にとっても式 (A.13) から計算した全熱流 J_Q は同じである。ここでは、計算を簡単にするため、 $x = L/2$ を横切る全熱流を求める。式 (A.13) から $x = L/2$ を横切る全熱流は

$$J_Q = j_Q \cdot W = W \cdot \tau_0 \sigma_0 \cos \delta = \frac{\alpha}{I(\delta, \alpha)} \frac{L_0 \sigma_0}{\sqrt{1 + (\mu B)^2}} \frac{T_H^2 - T_L^2}{2} = \frac{1}{I(\delta, \alpha)} \frac{L_0}{\sqrt{1 + (\mu B)^2}} \frac{1}{R_{xx}} \frac{T_H^2 - T_L^2}{2} \quad (\text{A.18})$$

となる。ただし、対角抵抗 R_{xx} は

$$R_{xx} = \frac{1}{\sigma_0 \alpha} \quad (\text{A.19})$$

である。

磁場がゼロの場合および $\mu B \gg 1$ の場合における試料の中心 ($x = L/2, \gamma = 0$) での全熱流を計算する。磁場 $B = 0$ ($\delta = 0, I(\delta, \alpha) = 1$) の場合、式 (A.18) は

$$J_Q = \alpha L_0 \sigma_0 \frac{T_H^2 - T_L^2}{2} = \frac{L_0}{R_{xx}} \frac{T_H^2 - T_L^2}{2} \quad (\text{A.20})$$

となる (式 (1.51) と一致する)。磁場 $\mu B \gg 1$ ($\delta \rightarrow \frac{\pi}{2}, I(\delta, \alpha) \approx \alpha$) の場合、式 (A.18) は

$$J_Q \approx \frac{L_0 \sigma_0}{\mu B} \frac{T_H^2 - T_L^2}{2} = \frac{L_0 n_e e}{B} \frac{T_H^2 - T_L^2}{2} = \frac{L_0}{R_{xy}} \frac{T_H^2 - T_L^2}{2} \quad (\text{A.21})$$

となる。ただし、ホール抵抗 R_{xy} は

$$R_{xy} = \frac{\mu B}{\sigma_0} = \frac{B}{n_e e} \quad (\text{A.22})$$

である。

A.2 熱流を 2 次元モデルに拡張した実験結果

1 次元のモデルに熱流だけ 2 次元での計算結果を用いて電子拡散によって流れる熱流を部分的に修正した実験結果を示す。

電子拡散によって低温領域に向かって流れる熱流を、

$$P_{\text{diff,Hallangle}} = \frac{T_L^2 W_M L_0 \sigma(\delta)}{L_M} t \frac{\partial t}{\partial x} \quad (\text{A.23})$$

とする (式 (4.3) に倣っている)。磁場中では、熱流が式 (A.20) から式 (A.18) へと変わることを考慮し、式 (A.23) の $\sigma(\delta)$ に

$$\sigma(\delta) = \frac{\sigma_0}{I(\delta, \alpha) \sqrt{1 + (\mu B)^2}}, \quad \sigma_0 = n_e e \mu \quad (\text{A.24})$$

$$I(\delta, \alpha) \equiv \int_0^1 \cos \left(4\delta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin[(2n-1)\pi\xi]}{(2n-1)\pi} \sec \left[(2n-1) \frac{\alpha\pi}{2} \right] \right) d\xi \quad (\text{A.25})$$

を代入することで、1 次元モデルの P_{diff} (式 (4.3)) を部分的に修正する。ただし、アスペクト比 α とホール角 δ は

$$\alpha \equiv W_M / L_M \quad (\text{A.26})$$

$$\delta = \arctan(\mu B) \quad (\text{A.27})$$

である。

格子系に逃げる単位面積あたりの熱 $\tilde{P}_{\text{e-ph}}$ 、電子拡散によって流れる単位面積あたりの 1 次元モデルの熱流 \tilde{P}_{diff} 、電子拡散によって流れる単位面積あたりの 2 次元モデルの熱流 $\tilde{P}_{\text{diff,Hallangle}}$ を比較する。単位面積あたりのエネルギーはそれぞれ

$$\tilde{P}_{\text{e-ph}} = \left\{ \frac{135}{32} \frac{n_e}{E_F k_F} \frac{(eh_{14})^2 m^* v_{1B}^2}{16\pi\rho} \left(\frac{k_B}{\hbar v_1} \right)^5 + \frac{177}{32} \frac{n_e}{E_F k_F} \frac{(eh_{14})^2 m^* v_{1B}^2}{16\pi\rho} \left(\frac{k_B}{\hbar v_t} \right) \right\} (T_e^5 - T_L^5) \quad (\text{A.28})$$

$$\tilde{P}_{\text{diff}} = \frac{1}{L_M^2} \frac{L_0 \sigma_0}{1 + (\mu B)^2} \frac{(T_e^2 - T_L^2)}{2} \quad (\text{A.29})$$

$$\tilde{P}_{\text{diff,Hallangle}} = \frac{1}{L_M^2} \frac{L_0 \sigma_0}{I(\delta, \alpha) \sqrt{1 + (\mu B)^2}} \frac{(T_e^2 - T_L^2)}{2} \quad (\text{A.30})$$

である。図 A.2 に、格子温度が 40 mK における電子温度を関数とした電子が失う単位面積あたりのエネルギーを示す。横軸は電子温度、縦軸は単位面積当たりのエネルギーである。実線 (青色) は $\tilde{P}_{\text{e-ph}}$ 、破線 (緑色) は磁場 $B = 0$ T での \tilde{P}_{diff} 、破線 (赤色) は磁場 $B = 1$ T での \tilde{P}_{diff} 、点線 (赤色) は磁場 $B = 1$ T での $\tilde{P}_{\text{diff,Hallangle}}$ である。磁場 $B = 0$ T での破線 (緑色) と比較して、磁場 $B = 1$ T での破線 (赤色) と点線 (赤色) は小さく、破線 (赤色) は点線 (赤色) と比較しても小さい。これは、式 (A.29) と式 (A.30) で示すように、破線 (赤色) では磁場の増加に対して \tilde{P}_{diff} が主に $(\mu B)^2$ で減少し、点線 (赤色) では μB で減少しているためである。破線 (赤色) は実線 (青色) と比較して小さい。これは、主に格子系に熱が逃げることを示す。これに対して、点線 (赤色) と実線 (青色) を比較すると、温度が 0.27 K 以上では主に格子系に熱が逃げる結果であるが、0.27 K 以下では主に電子拡散によって低温領域に熱が運ばれる結果となっている。したがって、熱流を修正していない場合の式 (A.29) と熱流を修正した場合の式 (A.30) では、メインホールバーでの tdt/dx の空間分布が異なると考えられる。

次に、熱流を 2 次元モデルに修正した場合のネルンスト電圧を計算する。ネルンスト電圧は

$$V_{yx,\text{cal}} = \frac{-L_0 e B}{E_F (\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2)} \left(\rho_{xy} \frac{\partial \rho_{xx}}{\partial B} - \rho_{xx} \frac{\partial \rho_{xy}}{\partial B} \right) \frac{W T_L^2}{L_M} t \frac{dt}{dx} \quad (\text{A.31})$$

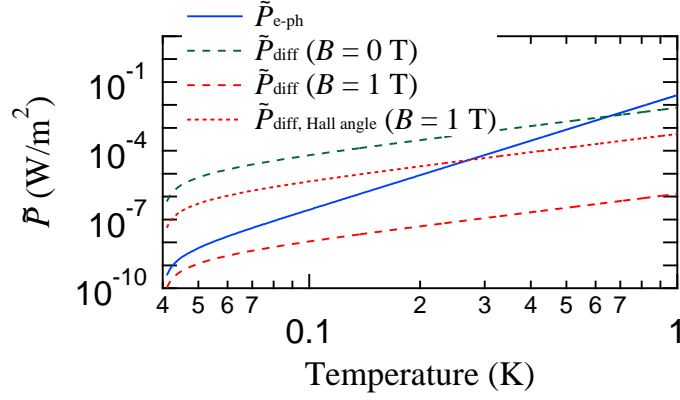


図 A.2: 実線 (青色) は格子系に逃げる熱 \tilde{P}_{e-ph} 、破線 (緑色) は磁場 $B = 0$ T での電子拡散によって流れる熱流 \tilde{P}_{diff} 、破線 (赤色) は磁場 $B = 1$ T での \tilde{P}_{diff} 、点線 (赤色) は磁場 $B = 1$ T での電子拡散により流れる 2 次元モデルの熱流 $\tilde{P}_{diff, Hallangle}$ である。

とかける (式 (4.2))。 $t dt/dx$ は、式 (A.5) に電子系から格子系への熱の逃げを考慮に入れた微分方程式

$$0 = \nabla \cdot \mathbf{j}_Q + \tilde{P}_{e-ph} \left(\frac{\partial t}{\partial x} \cdot \frac{\partial t}{\partial x} + t \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \right) - \gamma (t^5 - 1) \quad (\text{A.32})$$

を解くことによって求める。 γ は、電子拡散によって流れる熱流と格子系に逃げる熱の比に関する係数である。熱流を 2 次元モデルに修正した場合の γ を、

$$\gamma_{cal, Hallangle} \equiv \left\{ \frac{135}{32} \frac{n_e}{E_F k_F} \frac{(eh_{14})^2 m^* v_l a_B^2}{16\pi\rho} \left(\frac{k_B}{\hbar v_l} \right)^5 + \frac{177}{32} \frac{n_e}{E_F k_F} \frac{(eh_{14})^2 m^* v_t a_B^2}{16\pi\rho} \left(\frac{k_B}{\hbar v_t} \right)^5 \right\} \frac{T_L^3 L_M^2}{L_0 \sigma(\delta)} \quad (\text{A.33})$$

とする (式 (4.16) に倣っている)。式 (A.33) と式 (A.24) を用いて $\gamma_{cal, Hallangle}$ を決定した。表 A.1 に、理論値 γ_{cal} 、 $\gamma_{cal, Hallangle}$ 、実験値 γ_{exp} を示す。表 A.1 の γ を用いて微分方程式 (A.32) を解くことにより得られた $t dt/dx$ を式 (A.31) に代入することでネルンスト電圧を求めた。図 A.3 に、磁場中でのネルンスト電圧 V_{yx} を示す。点は測定したネルンスト電圧、実線 (青色) は γ_{exp} から求めたネルンスト電圧、破線 (赤色) は γ_{cal} から計算したネルンスト電圧、点線 (赤色) は $\gamma_{cal, Hallangle}$ から計算したネルンスト電圧である。 γ_{exp} を用いた場合 (実線) と γ_{cal} を用いた場合 (破線) の結果は一致していなく、破線は実線に比べて格子系に熱が過剰に逃げている結果となっている。 γ_{exp} を用いた場合 (実線) と $\gamma_{cal, Hallangle}$ を用いた場合 (点線) の結果も一致していないが、点線は実線に比べて電子拡散によって低温領域に熱が多く運ばれている結果となっている。熱流を 2 次元モデルに修正しただけでは実験結果を説明することはできなかった。電子温度勾配を 1 次元ではなく 2 次元モデルに拡張すること、電子拡散によって電圧測定端子に向かって流れる熱流も全熱流に加えることが今後の課題である。

| B | 0.39 T | 0.49 T | 0.603 T | 0.716 T | 0.792 T | 0.879 T |
|---------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\gamma_{cal, Hallangle}$ | 0.00067 | 0.00082 | 0.00099 | 0.0012 | 0.0013 | 0.0014 |
| γ_{cal} | 0.1 | 0.16 | 0.24 | 0.34 | 0.41 | 0.51 |
| γ_{exp} | 0.016 | 0.015 | 0.014 | 0.02 | 0.018 | 0.021 |

表 A.1: 磁場中での $\gamma_{cal, Hallangle}$ 、 γ_{cal} 、 γ_{exp}

- $V_{yx}, \gamma_{\text{cal}}, \text{Hallangle}$
- - - $V_{yx}, \gamma_{\text{cal}}$
- $V_{yx}, \gamma_{\text{exp}}$
- V_{yx}, exp

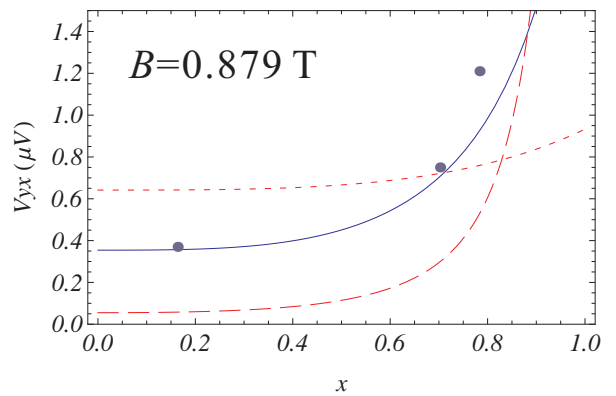
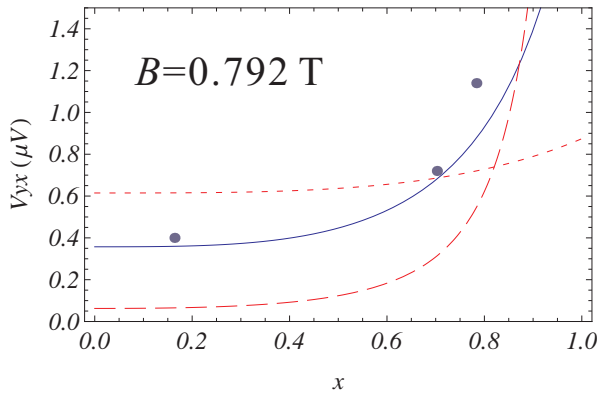
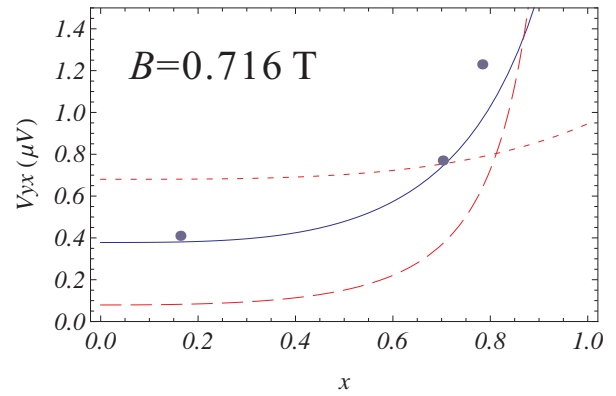
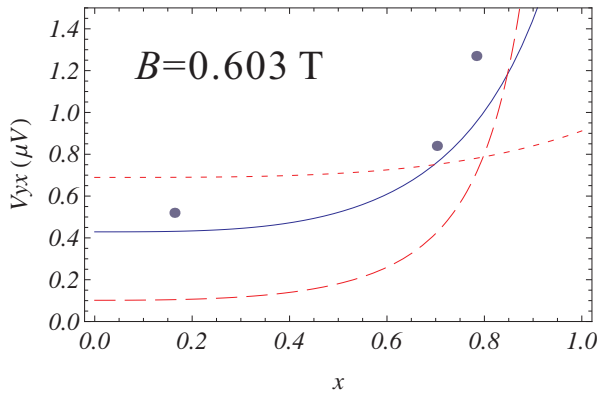
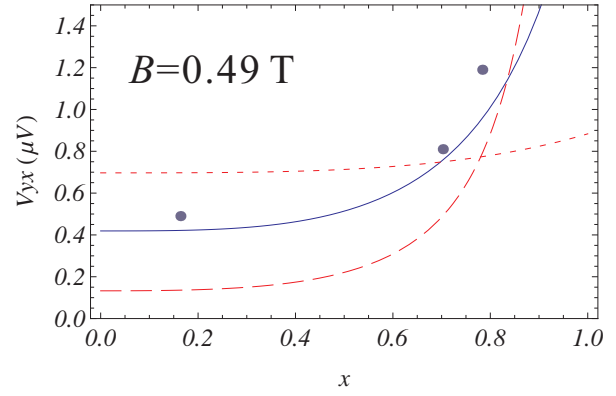
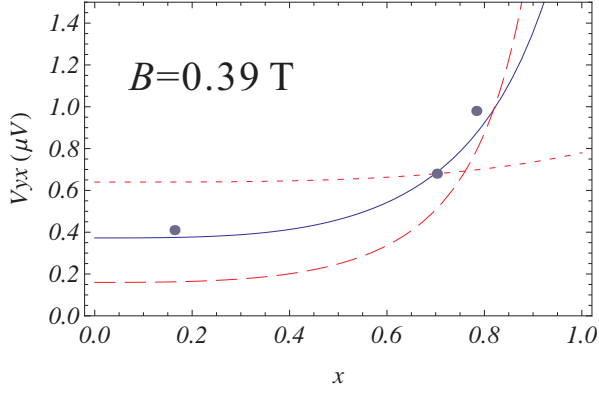


図 A.3: 磁場中でのネルンスト電圧 V_{xy} 。実線は γ_{exp} 、破線は γ_{cal} 、点線は $\gamma_{\text{cal}, \text{Hallangle}}$ を用いた場合である。

参考文献

- [1] T. Ando, Y. Matsumoto, and Y. Uemura, J. Phys. Soc. Jpn. **39**, (1975) 279-288.
- [2] J. Wakabayashi and S. Kawaji, J. Phys. Soc. Jpn. **44**, (1978) 1839-1849.
- [3] K. von Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **45**, (1980) 494-497.
- [4] D. C. Tsui, H. L. Stormer, and A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. **48**, (1982) 1559.
- [5] R. Fletcher, J. C. Maan, K. Ploog, G. Weimann, Phys. Rev. B **33** (1986) 7122.
- [6] B. L. Gallagher, P. N. Butcher, Handbook on Semiconductors, Vol. 1, Elsevier, Amsterdam, 1992, p. 817.
- [7] R. Fletcher, Semicond. Sci. Technol. **14** (1999) R1.
- [8] L. W. Molenkamp, H. van Houten, C. W.J. Beenakker, R. Eppenga, and C. T. Foxon, Phys. Rev. Lett. **65**, (1990) 1052.
- [9] H. van Houten, L. W. Molenkamp, C. W.J. Beenakker, and C. T. Foxen, Semicond. Sci. Technol. **7**, (1992) B215.
- [10] S. Maximov, M. Gbordzoe, H. Buhmann, L. W. Molenkamp, D. Reuter, Phys. Rev. B **70** (2004) 121308.
- [11] M. Jonson, S. M. Girvin, Phys. Rev. B **29** (1984) 1939.
- [12] 岩波書店, 量子ホール効果, 吉岡大二郎著.
- [13] S. Datta, Electronic Transport in Mesoscopic Systems, Cambridge university press (1995).
- [14] H. B. Callen, Phys. Rev. **73**, (1948) 1349-1358.
- [15] 吉岡書店, 熱力学および統計物理入門, キャレン.
- [16] Y. Komori and T. Okamoto, Physical Review B, **71** (2005) 113306.
- [17] Y. Komori, S. Sakuma and T. Okamoto, Phys. Rev. Lett **99**, (2007) 146807.
- [18] K. Behnia, M. Measson, and Y. Kopelevich, Phys. Rev. Lett. **98**, (2007) 076603.
- [19] K. Behnia, M. Measson, and Y. Kopelevich, Phys. Rev. Lett. **98**, (2007) 166602.
- [20] K Behnia, L. Balicas, and Y. Kopelevich, Science **317**, (2007) 1729.
- [21] Y.M. Zuev, W. Chang, and P. Kim, Phys. Rev. Lett. **102**, (2009) 096807.
- [22] Peng Wei, Wenzhong Bao, Yong Pu, Chun Ning Lau, and Jing Shi, Phys. Rev. Lett. **102**, (2009) 166808.
- [23] Joshua P. Small, Kerstin M. Perez, and Philip Kim, Phys. Rev. Lett. **91**, (2003) 256801.

- [24] R. Fletcher, P. T. Coleridge, Y. Feng, Phys. Rev. B **52** (1995) 2823.
- [25] R. Fletcher, V. M. Pudalov, Y. Feng, M. Tsousidou, and P. N. Butcher, Phys. Rev. B, **56**, (1997) 12422.
- [26] R. Fletcher, V. M. Pudalov, and S. Cao, Phys. Rev. B, **57**, (1998) 7174.
- [27] G. Granger, J. P. Eisenstein, J. L. Reno, Phys. Rev. Lett. **102**, (2009) 086803.
- [28] S. Goswami, C. Siegert, M. Baenninger, M. Pepper, I. Farrer, D. A. Ritchie, Phys. Rev. Lett. **103** (2009) 026602.
- [29] X. Zianni, P. N. Butcher, and M. J. Kearney, Phys. Rev. B, **49**, (1994) 7520.
- [30] M. Cutler and N. F. Mott, Phys. Rev. **181**, (1969) 1336.
- [31] A. Mittal, M. W. Keller, R. G. Wheeler, D. E. Prober, and R. N. Sacks, Physica B **194** (1994) 167.
- [32] A. Mittal, R. G. Wheeler, M. W. Keller, D. E. Prober, and R. N. Sacks, Surf. Sci. **361** (1996) 537.
- [33] P.J. Price, J. Appl. Phys. **53** (1982) 6863.
- [34] A. Endo, T. Kajioka, and Y. Iye, J. Phys. Soc. Jpn. **82** (2013) 054710.
- [35] P. T. Coleridge, Phys. Rev. B **44** (1991) 3793.
- [36] R. W. Rendell, S. M. Girvin, Phys. Rev. B, **23** (1991) 6610.
- [37] N. Hirayama, A. Endo, K. Fujita, Y. Hasegawa, N. Hatano, H. Nakamura, R. Shirasaki, K. Yonemitsu, J. Low Temp. Phys. **172** (2013) 132.