

# 博士論文

せん断荷重を受ける複合材補強パネルの座屈後解析と  
外板 - ストリング間における初期剥離進展予測

梅澤 啓佑

せん断荷重を受ける複合材補強パネルの座屈後解析と  
外板 - ストリング間における初期剥離進展予測

指導教官 青木 隆平 教授

東京大学大学院工学系研究科

航空宇宙工学専攻

梅澤 啓佑

# 目次

1. 序論	1
1.1. 研究背景	1
1.2. 過去の研究	7
1.3. 研究の目的・概要	12
1.4. 論文の構成	13
2. 座屈後解析	14
2.1. 問題設定	14
2.2. 有限要素解析	17
2.2.1. 概要	17
2.2.2. 初期不整	18
2.2.3. パネルの寸法の決定	20
2.3. Ritz 法による解析	28
2.3.1. 支配方程式	28
2.3.2. 変位の近似関数	32
2.3.3. 初期値導出	45
2.4. 解析結果	47
2.4.1. 等方性のケース	47
2.4.2. 複合材料のケース	62
3. 外板 - 補強材間の剥離先端におけるエネルギー解放率解析	77
3.1. エネルギー解放率の解析手法	77
3.2. 有限要素解析	81
3.2.1. 解析概要	81
3.2.2. 解析モデル	83
3.2.3. 剥離先端位置でのひずみ・曲率	86
3.3. 解析結果	89
3.3.1. 等方性材料	89
3.3.2. 複合材料	96
4. 層間剥離特性試験	106
4.1. モード I	106
4.1.1. 試験片	106
4.1.2. 試験方法	108
4.1.3. 試験結果	110
4.2. モード II	112
4.2.1. 試験片	112

4.2.2. 試験方法.....	114
4.2.3. 試験結果.....	116
5. 補強パネルの疲労剥離進展予測.....	120
5.1. 概要.....	120
5.2. 解析結果の妥当性.....	120
5.3. 積層構成による影響.....	124
5.4. 板厚による影響.....	132
6. 結論.....	134
Appendix A 等方性のケースにおける座屈後挙動と $E$ の関係について.....	136
Appendix B $\Delta G$ について.....	138
Appendix C <i>Gtension</i> について.....	140
Appendix D 仮定に関する考察.....	142
参考文献.....	148

# 1. 序論

## 1.1. 研究背景

CFRP や GFRP をはじめとする複合材料は比強度・比剛性が高く、耐久性・成形性に優れているという特長を持つため、住宅や自動車、車両、船舶、スポーツ等、幅広い分野で用いられている。例えば、E4系新幹線の先頭部に CFRP が用いられ、漁船やモーターボート、旅客船には GFRP が用いられているものもある。スポーツ分野では、ゴルフシャフトや自転車、弓道で用いる弓矢などに CFRP、GFRP が用いられている。

軽量化が求められる航空機分野でも、複合材料が用いられ、その適用範囲は広がっている。

軍用機では、第二次世界大戦中にレドームに GFRP が適用され、1970 年代には F-15 のスピードブレーキや水平尾翼に複合材料が適用された。その後も適用範囲が徐々に広がり、1970 年代末には F-18 や AV-8B(図 1.1.1)の主翼が CFRP 化され、適用範囲が二次構造のみならず一次構造にも及ぶようになった。このように構造を金属材料から複合材料に置き換える事で軽量化された例(表 1.1.1)も多く、AV-8B の主翼では、金属の場合に比べ 17%軽量化している。現在では複合材料の割合がさらに増加し、米国の最新鋭の戦闘機 F-22 においては翼の桁が RTM で製造されるなど、複合材料が約 26%を占める。また、ティルトローター機 V-22 オスプレイではローターハブとブレードをつなぐ重要な部材に複合材料が用いられており、複合材料適用率も 42%となっている。日本においても、F-2 の主翼に CFRP が適用され、機体の約 18%が複合材料で構成されている。

一方、民間機では 1970 年代に既存の航空機 (B737,DC-10,L-1011) の尾翼などへの複合材料の適用が NASA の ACEE プログラムで研究され<sup>1-3</sup>、1980 年代には A320 (複合材適用率 16%) , 1990 年代には B777 (同 10%) の水平・垂直尾翼などに適用された。ボーイング社の最新鋭機 B787 においては主翼や胴体などさらに幅広く一次構造に複合材料が用いられ、構造重量の 50%に複合材料が使用されている(図 1.1.2)。A380 では、複合材料の適用率が 25%と B787 と比べ低めだが、主翼中央翼など重要な部位に CFRP が用いられており、また、胴体上部にはアルミ合金の薄いシートと GFRP を積層した新素材が用いられている。またエアバスの新型機 A350XWD では、胴体や主翼に複合材料を用い、複合材料の適用率は 53%と B787 と同程度となっている。

以上のように、近年、軍用・民間の両方において複合材料の適用率が急激に増加し、およそ 50%程度に達している。今後も主翼や胴体などの一次構造に複

合材料を使用した航空機が増え続け、航空機分野において複合材料がより重要になってくると考えられる。

航空機の胴体構造に注目すると、現在、旅客機を中心に多くの航空機でセミ・モノコック構造(図 1.1.3)が採用されている。セミ・モノコック構造は外板・ストリング・フレームで構成される構造で、胴体にかかる曲げモーメントをストリングが引張・圧縮力で受け持ち、せん断荷重とねじりモーメントは外板が受け持つ。フレームは胴体の形状維持と構造の全般的不安定性を防止するために用いられる。輸送機では、ストリングは 150~250mm 程度の間隔で、フレームは 500~550mm の間隔で取り付けられている。胴体に複合材料を適用した B787 もこの構造を用いており(図 1.1.4)、複合材胴体構造においてもセミ・コック構造は胴体構造の一つとして今後も用いられると考えられる。

従来の金属材料では座屈許容設計が適用されている。すなわち、圧縮荷重の掛かる下面では座屈後も補強材とその近傍の外板が荷重を持つ事を考慮し、せん断荷重の掛かる側面では座屈後も斜め方向の引張荷重により荷重を受け持つ事を考慮した設計が行われている。一方、複合材構造の場合、例えば、Sikorsky S-75 ACAP や HondaJet 等がその実例として挙げられる。Sikorsky S-75 ACAP はアメリカ陸軍の Advanced Composite Airframe Program(ACAP)の下で開発した全複合材ヘリコプターの実証機(1984年初飛行)であり、この機体の下部胴体とキャビン天井部において座屈許容設計が適用されている<sup>4,5</sup>。HondaJet は本田技研工業が開発した全複合材胴体の小型ビジネスジェット機であり、胴体外板のせん断座屈を 50%制限荷重で許容する設計を行い、軽量化に成功したことが知られている<sup>6</sup>。

また、ヨーロッパでは複合材補強パネルの座屈後解析の改善を目指し、2000年-2004年に POSICOSS(Improved POstbuckling SIMulation for Design of Fibre COmposite Stiffened Fuselage Structure)、その結果を元に 2004年-2007年に COCOMAT(Improved MATerial Exploitation at Safe Design of COmposite Aircraft Structures by Accurate Simulation of COLLapse) が実施された<sup>7-9</sup>。

POSICOSS では German Aerospace Center(DLR)、AGUSTA、IAI、the Politecnico di Milano(POLIMI)、the Technical University of Riga(RTU)、the Technical University RWTH(RWTH)、TECHNION の 7つの企業および研究機関が参加し、

1) 将来の複合材胴体パネルの座屈および座屈後解析のための高速で信頼性の高い方法の開発

- 2) 解析の検証のための広範囲にわたる実験データベースの構築
- 3) 設計ガイドラインの作成

が行われた。

COCOMAT では、さらに多くの企業・研究機関が参加し、POSICOSS での研究を破壊に至るまで範囲まで拡張し、

- 1) 材料特性に関するデータベースと静的荷重および低サイクル荷重を受けるパネルの破壊に関するデータベースの構築

- 2) 効率の良い設計を実現するための高速で信頼できるシミュレーションと最終確認に用いるための時間はかかるが精度の高いシミュレーションの開発

- 3) 設計ガイドラインの作成

を課題として実施された。

このプロジェクトでの研究の例を挙げると

- ・ **Cordisco** らは下図(図 1.1.5)のような等しい曲率を持つ四枚の曲面パネルからなるボックス形の試験片に圧縮荷重およびトルクを掛け、静的および疲労試験を行った。この実験では座屈が生じるような荷重を繰り返し負荷しても試験片の破壊までの挙動に影響を与えない事が確認された<sup>10</sup>。

- ・ **Büsing** らは高速のシミュレーションとして **strip element** (図 1.1.6) を用いてパネルを周方向に分割し線形座屈解析と非線形座屈後解析を行っている(長手方向の座屈パターンは三角関数を仮定している)。また、これに座屈後解析において外板とストリング間に **cohesive** 要素を挿入し、剥離の解析を行う事も検討している<sup>11,12</sup>。

- ・ **Kalnins** らはメタモデルと呼ばれる近似モデルを用いた高速シミュレーションの研究を行った<sup>13</sup>。

- ・ 剥離や層内での損傷を考慮した精度の高いシミュレーションも複数の機関で様々なモデル(表 1.1.2)で研究が行われた。

以上のように、座屈許容設計の実機への適用や適用に向けた研究は行われているが、主に実験や有限要素解析等により設計が行われており、金属構造のように簡易な設計手法が確立されていない。

複合材補強パネルにおける破壊モードの内、主要なものとして外板 - ストリング間での剥離が挙げられる。外板 - ストリング間の剥離は、製造や運用中の衝撃荷重によって生じ、運用中の繰り返し荷重により進展し、構造の破壊に至る。したがって、複合材補強パネルの座屈後解析を行い、剥離進展の予測を行う事は座屈許容設計を複合材構造に適用するために重要であると考えられる。

以上より、様々なケースを検討する必要がある設計の初期段階において用い

る事の出来るような簡易な座屈後解析手法とその結果を用いた剥離進展評価の手法を確立することは複合材構造への座屈許容設計を進める上で重要であると考えられる。

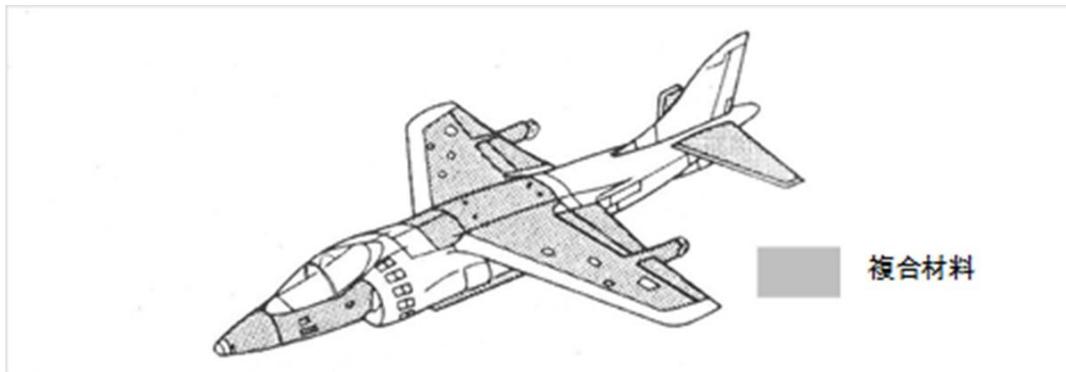


図 1.1.1 AV-8B における複合材料適用部位<sup>14</sup>

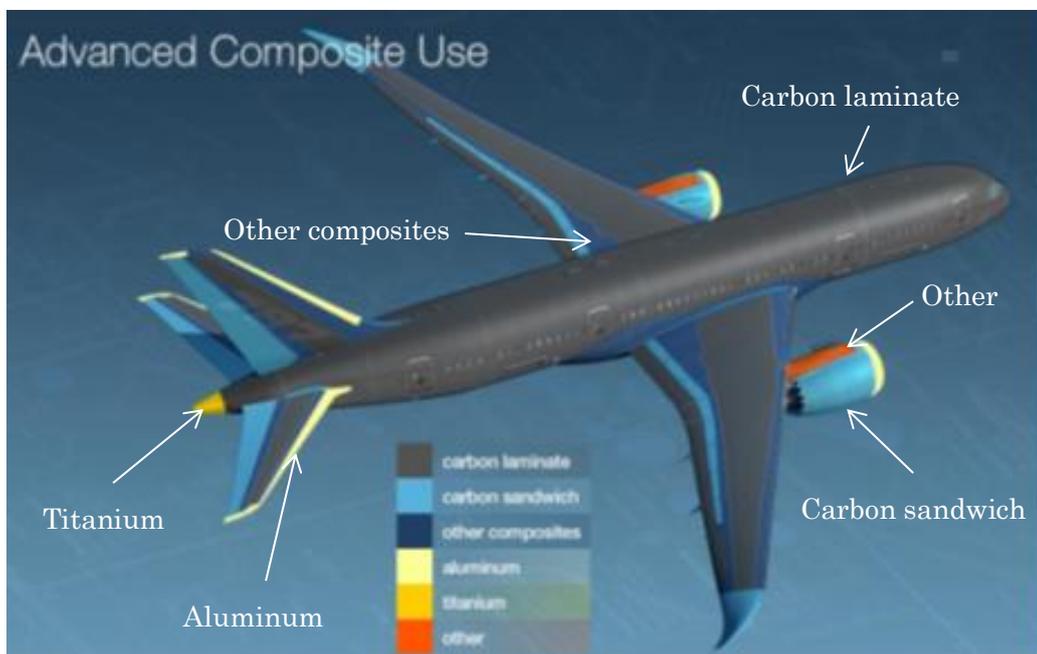


図 1.1.2 ボーイング 787 における複合材料<sup>15</sup>

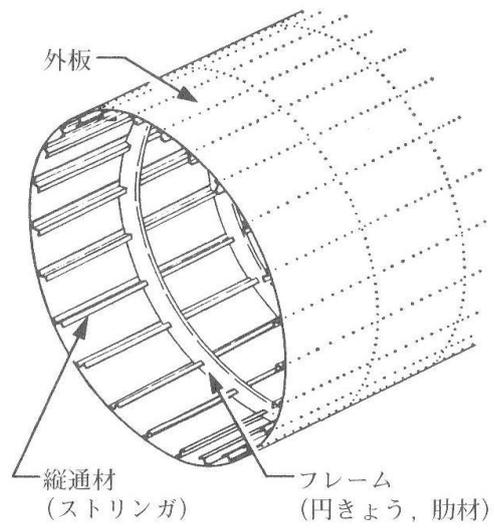


図 1.1.3 セミ・モノコック構造<sup>16</sup>

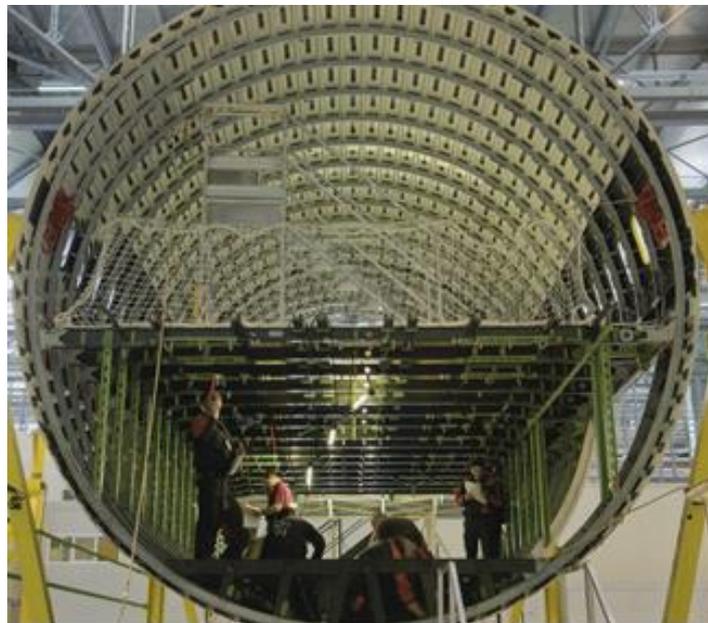


図 1.1.4 ボーイング 787 胴体構造<sup>17</sup>



図 1.1.5 ボックス型の試験片<sup>10</sup>

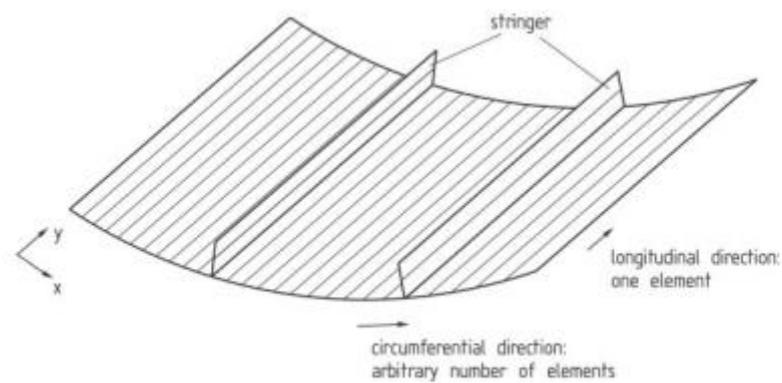


図 1.1.6 strip element<sup>11</sup>

表 1.1.1 複合材料による軽量化<sup>18</sup>

複合材化した箇所	元の重量(lb)	複合材料にした時の重量(lb)	軽量化 (%)
F-15 水平尾翼	527	395	25
DC-10 垂直尾翼	1005	834	17
L-1011 垂直尾翼	858	642	25
B-737 水平尾翼	262	204	22
AV-8B 主翼	1143	949	17
F-18 主翼	1843	1641	11
UH-60 後部胴体	444	399	10
AV-8B 前部胴体	229	171	25
B-727 昇降舵	131	98	25
DC-10 方向舵	91	67	26
L-1011 補助翼	140	107	23
F-5 フラップ	34	25	26
DC-9 ノーズカウル	24	13	46

表 1.1.2 高精度シミュレーション<sup>9</sup>

No	Type	Output	Model	Partner	Software
1	Interface	Propagation	Interface element (bilinear model)	SAMTECH - UKA	SAMCEF, FEAP
2		Propagation	Interface element (exponential model)	SAMTECH - UKA	SAMCEF, FEAP
3	Interface	Propagation	Simple stress based failure criteria	DLR	ABAQUS
4		Propagation	VCCT	POLIMI	ABAQUS
5		Propagation	VCCT	CRC-ACS	MSC.MARC
6		Propagation	VCE	FOI	STRIPE
7		Propagation criteria	VCE	SAMTECH	SAMCEF
8		Propagation criteria	VCCT	AERNOVA	MSC.NASTRAN
9	Ply	Reduced stiffness in the damaged area	Stress failure criteria	POLIMI	ABAQUS
10			Stress failure criteria	AERNOVA	MSC.MARC
11			Stress failure criteria	CRC-ACS	MSC.MARC
12			Stress failure criteria	FOI	STRIPE
13	Element	Initiation criteria	Stress failure criteria	CRC-ACS	MSC.MARC

## 1.2. 過去の研究

滝らは座屈許容設計の基本的手法を確立する事を目的にせん断荷重下での複合材補強パネルの座屈後挙動の解析法と破壊荷重解析法に関して研究<sup>19-21</sup>を行った。座屈後挙動の解析ではストリップ・アナリシス法を提案した。この方法では、

- ・座屈後の応力状態は座屈時応力+完全張力場になるとする
- ・座屈後変形の半波長は補強材ピッチに等しいとする
- ・補強材は座屈後もねじれないとする

という仮定の下、外板の荷重方向の細長いストリップ(図 1.2.1)を取りだし、図 1.2.2 のように引張側ストリップに関しては補強材近傍を振幅 $a$ 、波長 $4\omega$ の Sin カーブで、中央付近を振幅 $\delta - a$ 、波長 $2(l_y - 2\omega)$ の Sin カーブで変形を近似し、圧縮側に関しては中央付近を振幅 $\delta$ 、波長 $0.92l_x$ の Sin カーブで近似し、座屈後の変位と荷重の関係を求める(ただし、後に変位を未知係数を含む関数の線形和で表し、最小ポテンシャルエネルギーの原理を用いて求める方法に改良している)。さらにこの変形形状を用いて補強材/外板接着部にかかる引張荷重

および曲げモーメントを導出している。この結果を用いて梁理論によりひずみエネルギー解放率を求め、材料データと比較する事で静的および疲労における剥離発生条件を求めている。また、補強パネルを用いた静的および疲労試験を行い、上述の解析と試験結果が良く一致する事を確かめている。小林ら<sup>22</sup>はこのストリップ・アナリシス法を用いて圧縮座屈のケースについて解析を行った。

Vescoviniら<sup>23</sup>は圧縮荷重とせん断荷重を負荷した複合材補強パネルの座屈後解析を行った。この研究ではオメガ型のスティフナで補強された複合材補強パネルの座屈後挙動を以下の2ステップで解析している。最初のステップは図1.2.3に示すように補強パネルを板要素を用いて座屈解析を行い、座屈荷重を求める。次のステップではスティフナ間の外板部分のみの解析を行う。スティフナをねじりばねに置き換え、その特性は両者の座屈荷重が等しくなるようになる値を用いる。Sin関数の積  $(\sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \sin)$  の線形和で表される形状関数

を用いて面外変位を表し、曲げのひずみエネルギーを導出。面内のひずみエネルギーは面外変位と適合条件から求めた Airy の応力関数を用いて表す。外力のポテンシャルも面外変位と応力関数を用いて表され、ポテンシャルエネルギーはこれらの和より求まる。ポテンシャルエネルギー第一変分がゼロという条件から面外変位に含まれる未知の係数を求めた。この解析結果と有限要素解析の結果を比較し、同じ変位レベルで比較すると荷重が3%ほど高くなることや複雑な変形形状を再現できている事を示した。また、実験結果との比較から初期の座屈挙動やモードの遷移の存在、遷移前後のパターンを予測できる事を示した。

Diaconuら<sup>24</sup>は長さが無限の非対称積層板の座屈後挙動の解析を行った。図1.2.4のようにx軸方向に無限に長く、x軸方向に圧縮荷重、 $y = 0, b$ は単純支持の複合材積層板の解析であり、面外変位と応力関数で表される微分方程式と適合条件式を境界条件の下で解くことで座屈後挙動の解析を行った。

Diaconuらは無次元の面外変位 $\bar{w}$ を

$$\bar{w} = \bar{w}_1 + \bar{w}_2$$

と境界においてモーメントがゼロである条件により生じる変位 $\bar{w}_1$ と座屈によって生じる変位 $\bar{w}_2$ に分け、 $\bar{w}_2$ として

$$\bar{w}_2 = f \sin[\pi(\bar{x} - \tau\bar{y})] \sin(\pi n\bar{y})$$

という関数を用いている。ここでは Galerkin 法を用いて $f$ を求めている。ただし、その際、座屈パターンは面外変位が増加しても変わらないと仮定している。また、座屈パターンを決定するパラメータを求める際はカップリング項は無視している。面内変位は面外変位と応力関数により導かれる。

この解析方法による結果を有限の長さの板（縦横比 20）の有限要素解析の結果と比較した。

末益ら<sup>25</sup>は層間剥離を有する複合材料板の座屈・座屈後解析を行った。

剥離面の接触を考慮に入れるため、ラグランジュ乗数法を用いて変分原理を導き、Rayleigh-Ritz法を用いて解析を行っている。

まず、ポテンシャルエネルギー

$$\Pi(u, v, w) = \Omega(u, v, w) - W(u, v, w)$$

$\Omega$  : 全ひずみエネルギー

$W$  : 外力による仕事

と表せる。付帯条件は境界条件と接触点での両剥離片の接触条件であり、末益らは接触点での幾何学的条件、力学的条件を考慮し、2つの型の拘束を導入している。

一つ目は、拘束点における変位が等しいというものであり、拘束点 $(x_j^I, y_j^I)$ において

$$w_1 - w_2 = 0$$

二つ目は、拘束点における変位と傾きが等しいというものであり、拘束点 $(x_j^{II}, y_j^{II})$ において

$$w_1 - w_2 = w_{1,x} - w_{2,x} = w_{1,y} - w_{2,y} = 0$$

ただし、ここで $w_1$ 、 $w_2$ は上下の剥離片の中立面の変位である。

ポテンシャルエネルギーと接触条件より、汎関数

$$\begin{aligned} \Pi_1(u, v, w, P_j, P_{zj}, M_{xj}, M_{yj}) &= \Pi - \sum_{j=1}^{NI} P_j \{w_1(x_j^I, y_j^I) - w_2(x_j^I, y_j^I)\} \\ &\quad - \sum_{j=1}^{NII} P_{zj} \{w_1(x_j^{II}, y_j^{II}) - w_2(x_j^{II}, y_j^{II})\} \\ &\quad + M_{xj} \{w_{1,x}(x_j^{II}, y_j^{II}) - w_{2,x}(x_j^{II}, y_j^{II})\} \\ &\quad + M_{yj} \{w_{1,y}(x_j^{II}, y_j^{II}) - w_{2,y}(x_j^{II}, y_j^{II})\} \end{aligned}$$

が導かれる。ここで $P_j, P_{zj}, M_{xj}, M_{yj}$ はラグランジュの乗数で拘束点に生じている集中反力、反モーメントと等価となる。

変位として

$$w_i = h q_m \phi_m^{(i)}(\xi, \eta)$$

$$\begin{aligned}
u_i &= \bar{u}_0 + (h^2/a) \left[ U_{mn}^{(0)} \varphi_m(\xi) \varphi_n(\eta) \right. \\
&\quad + e_i \left[ U_{mn}^{(i)} \varphi_m(\xi) \varphi_n(\bar{\eta}) \right. \\
&\quad \left. \mp \frac{1}{2} (1 - \gamma_i) q_m \left\{ \phi_{m,\xi}^{(0)}(\xi, \eta_U) \bar{\eta} + \phi_{m,\xi}^{(0)}(\xi, \eta_L) (\pi - \bar{\eta}) \right\} \right] \\
v_i &= \bar{v}_0 + (h^2/a) \left[ V_{mn}^{(0)} \varphi_m(\xi) \varphi_n(\eta) \right. \\
&\quad + e_i \left[ V_{mn}^{(i)} \varphi_m(\xi) \varphi_n(\bar{\eta}) \right. \\
&\quad \left. \mp \frac{1}{2} (1 - \gamma_i) q_m \left\{ \phi_{m,\xi}^{(0)}(\xi, \eta_U) \bar{\eta} + \phi_{m,\xi}^{(0)}(\xi, \eta_L) (\pi - \bar{\eta}) \right\} \right]
\end{aligned}$$

を用いている。ただし、ここで

$$\varphi_m(\xi) = \sin m\xi$$

$$\phi_m^{(i)}(\varepsilon, \eta) = a_{m,kl}^{(0)} \bar{\phi}_k(\xi) \bar{\phi}_l(\eta) + e_i a_{m,kl}^{(i)} \bar{\phi}_k(\xi) \bar{\phi}_l(\bar{\eta})$$

$$\bar{\phi}_m(\xi) = 2 \sin \xi \sin m\xi$$

$$e_i = \begin{cases} 0 & (i = 0) \\ 1 & (i \neq 0) \end{cases}$$

$$\xi = \pi(x + a)/2a, \eta = \pi(y + b)/2b$$

$$\bar{\eta} = \pi(y + c)/2c$$

$$\eta_U = \frac{\pi}{2}(1 + \alpha), \eta_L = \frac{\pi}{2}(1 - \alpha)$$

である。

したがって、平衡方程式を

$$\partial \Pi_1 / \partial q_j = 0, \partial \Pi_1 / \partial \alpha_n = 0, \partial \Pi_1 / \partial \alpha_{zn} = 0, \partial \Pi_1 / \partial \beta_{xn} = 0, \partial \Pi_1 / \partial \beta_{yn} = 0$$

より導出し、Newton法を用いて解いている。

この他にも補強パネルの解析として Lavy<sup>26</sup> は圧縮荷重と面外方向の圧力を受ける単純支持の平板(等方性)の解析を行っている。また、Byklum ら<sup>27,28</sup> は二軸の面内荷重や面外方向の圧力を受ける単純支持、もしくは固定端の平板(等方性)の解析を行っている。Romeo ら<sup>29</sup> は単純支持もしくは固定端の平板(複合材料)の座栗解析を行っている。より実際の条件に近づけるため、ストリングを単純支持や固定端で表すのではなく、境界における回転を弾性的に拘束する事によってストリングのねじりを考慮した研究<sup>30-33</sup> もなされている。また、境界上ではなくパネル内にストリングを配置し、ストリングを梁としてモデル化<sup>33,34</sup>、も

しくは板要素を用いてモデル化<sup>27,36</sup>して解析を行った研究もある。

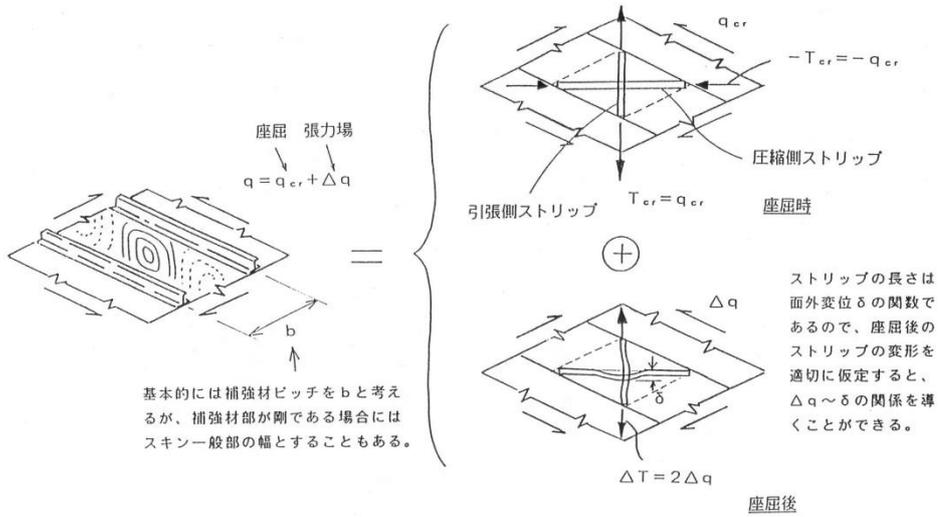


図 1.2.1 ストリップモデル<sup>20</sup>

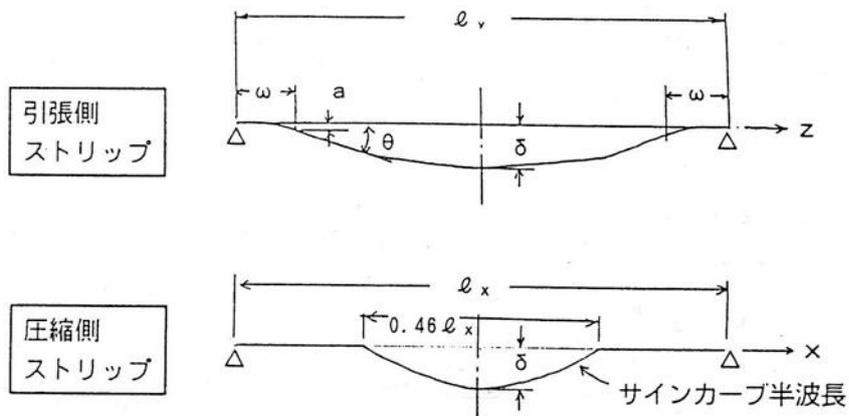


図 1.2.2 変形の近似<sup>19</sup>

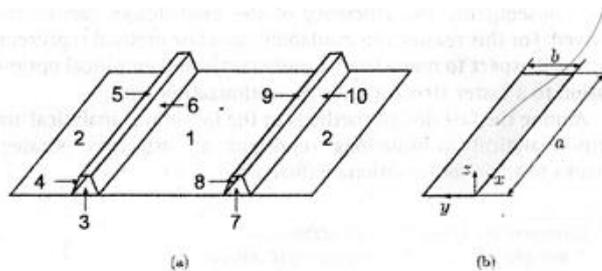


Fig. 2. Plate assembly representation of the stiffened panel: (a) subdivision in plate elements, (b) generic element dimensions and reference system.

図 1.2.3 解析モデル<sup>23</sup>

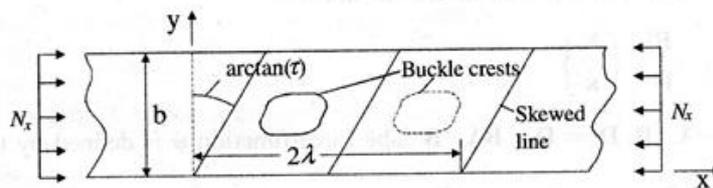


Fig. 1. Infinite plate.

図 1.2.4 無限板 24

### 1.3. 研究の目的・概要

複合材胴体への座屈許容設計の適用を実現するためには、外板 - ストリング間の剥離進展挙動の解析は重要であると考えられる。複合材補強パネルの既存の研究を見ると、パネルの座屈後解析を行っていても剥離進展評価までは検討していないか、滝らの研究<sup>19-21</sup>のように剥離進展評価をしても次元を下げた解析をしている。しかし、積層構成等によって座屈後に生じるしわの方向や周期が変わると考えられ、それを次元を下げた解析でとらえることは困難であると考えられる。したがって、本研究では補強パネルを3次元のまま扱い、外板 - ストリング間の剥離進展に関する簡易解析手法を構築する事を目的とする。また、この手法を用いて積層構成や材料特性などに関してパラメトリックスタディを行い、各パラメータがどのように剥離進展に影響をするかという知見を得る事も目的とする。そのためにまず、補強パネルの座屈後挙動をリッツ法を用いて解析し、解析で求めた変位を用いて剥離先端でのエネルギー解放率を導出する。このエネルギー解放率と実験より得られた複合材料の疲労剥離進展特性から外板 - ストリング間の初期剥離進展予測を行う。本研究では、胴体の側面パネルを想定し、せん断荷重下における補強パネルの座屈後解析を行う。

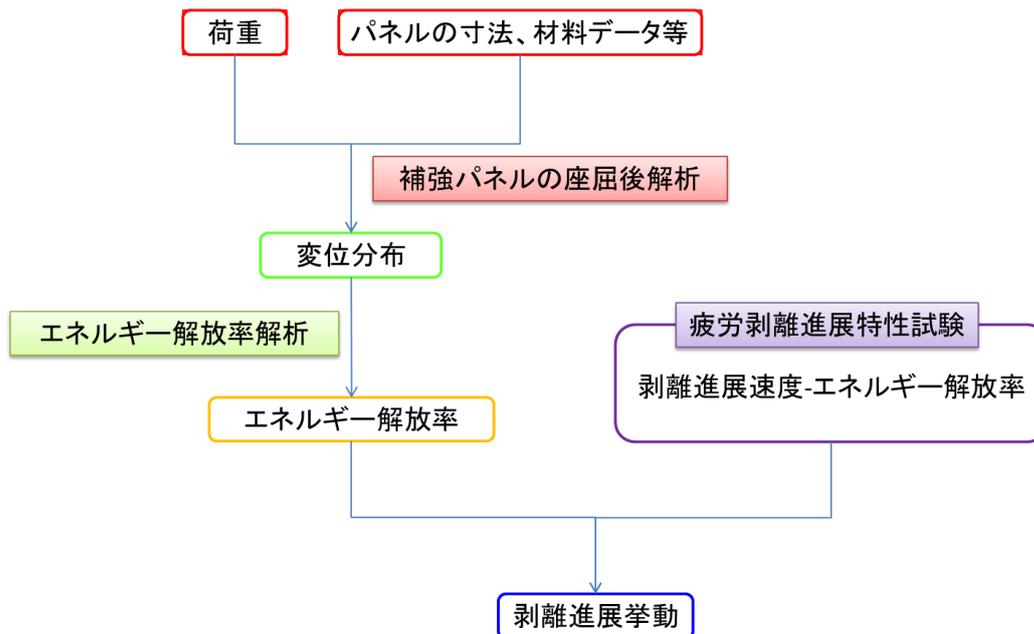


図 1.3.1 研究概要

## 1.4. 論文の構成

第2章で座屈後解析について述べる。この章では、リッツ法を用いた座屈後解析について述べる。まず、リッツ法を用いた解析では変位を関数の線形和で近似するが、その関数を決めるために等方性のケースで解析を行い、その結果より近似関数を決定した。その近似関数を用いた解析を行い、等方性と複合材料のケースで座屈後解析を行い、有限要素解析の結果と比較を行った。第3章では、エネルギー解放率の分布について述べる。まず、リッツ法により求めた補強パネルの変位分布からエネルギー解放率を導出する方法を述べる。次に有限要素解析を用いてエネルギー解放率を求め、比較を行う。第4章では層間剥離進展特性を取得するために行った試験について述べる。ここでは、モードI・IIの静的・疲労試験を行った。第5章では第3章で求めたエネルギー解放率と第4章の試験で得た剥離進展特性から外板 - ストリング間での剥離進展の評価を行う。ここでは、積層構成や材料特性などに関してパラメトリックスタディを行う。

## 2. 座屈後解析

この章では、まず 2.1 では座屈後解析を行う際の解析モデルについて述べる。ここでは解析を行う際に設定した仮定、境界条件などについて述べる。2.2 では有限要素解析について述べる。有限要素解析はリッツ法による解析で用いる変位の近似関数を決定するためとその近似関数を用いた解析との比較のために行う。2.3 ではリッツ法を用いた解析について述べる。最後に 2.4 でリッツ法による解析と有限要素解析の結果の比較を行う。

### 2.1. 問題設定

図 2.1.1 に示すような胴体の側面パネルを想定し、せん断荷重下における補強パネルの座屈後解析を行った。本研究では 2 本のストリング間の外板部分を解析する (図 2.1.2 の赤色の破線で囲まれた部分)。航空機の胴体は曲面パネルで構成されるが、問題を簡単にするため平板の解析を行った。また、実際の構造では長手方向はフレームによって拘束されるが、本論文では一般部での挙動を調べるためフレームによる拘束は考慮しない。一般部を解析するには長手方向には無限板とするのが理想的であるが、無限板を再現するためには、境界における荷重分布を再現する必要がある。しかし、座屈後における応力分布は一樣ではなく、あらかじめ予想することが困難であるため、本論文では長手方向に非常に細長い平板の解析を行った。

図 2.1.3 のように長さ  $a$ 、幅  $b$  の平板の中心に原点をとり、 $x$  軸方向を胴体の周方向、 $y$  軸方向を胴体の長手方向とする。 $x = \pm b/2$  は外板 - ストリング間の剥離先端位置である。したがって、本研究では外板 - ストリング間の剥離がストリングに沿って一様に分布していると仮定している。外板の座屈によって生じるしわの方向を  $x'$  軸方向とし、それと垂直な方向を  $y'$  軸方向とする。 $x - y$  座標と  $x' - y'$  座標のなす角を  $\theta$  とする。ストリングは外板と比較し、非常に剛性が高く、曲げとねじりが生じないと仮定する。また、変形後もストリングは  $y$  軸に平行であると仮定する。ただし、 $x = \pm b/2$  において一様なせん断荷重を境界条件として用いる。したがって、 $\varepsilon_y \neq 0$  であり、ストリングの変形を許容する仮定となる。ストリングが変形しないという仮定の下であれば、 $dv/dy = 0$  となり、せん断荷重は一様に分布しない。しかし、単位長さあたりのせん断荷重と座屈後挙動の関係を求める際、後者の境界条件を用いた場合、せん断荷重を評価するのが容易でなくなる。したがって、 $x = \pm b/2$  では一様なせん断荷重を境界条件として用いる。 $y = \pm a/2$  の境界においては一般部を再現するためには応力分布を考慮し荷重を与えるか変位を与える必要があるが、予めそれらを知ることが困難である。したがって  $x = \pm b/2$  と同じ大きさのせん断荷重を与えた。 $a$  が  $b$

よりも十分大きければ、平板の中央 ( $y = 0$ ) 付近では一般部に近い状況を再現できると考えられる。また上下端の変位は拘束しない。

以上より境界条件をまとめると、

$x = \pm b/2$ において

$$w = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (2.3)$$

$$q = q_0 \quad (2.4)$$

$q$ は単位長さあたりのせん断荷重

$y = \pm a/2$ においては

$$q = q_0 \quad (2.5)$$

とする



図 2.1.1 胴体側面パネル<sup>37</sup>

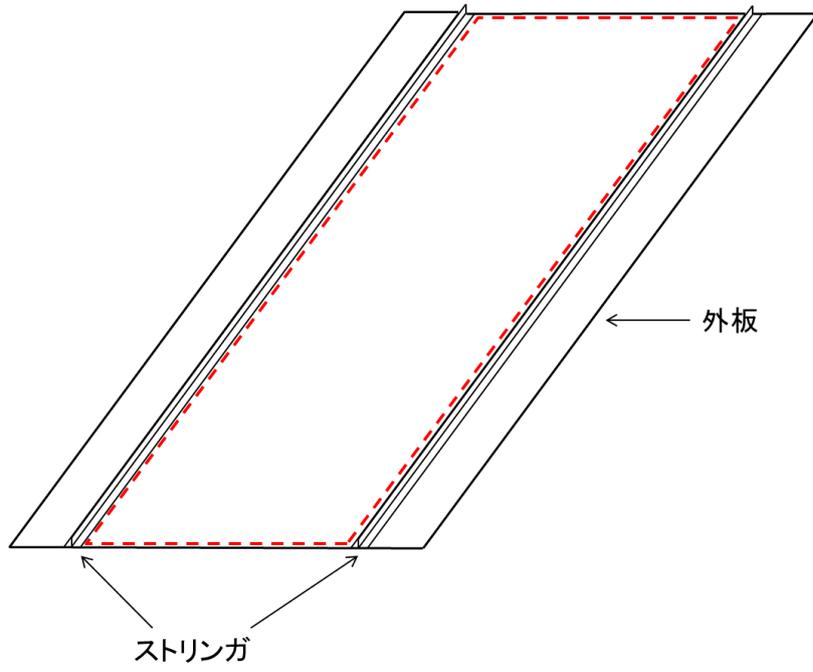


図 2.1.2 補強パネル

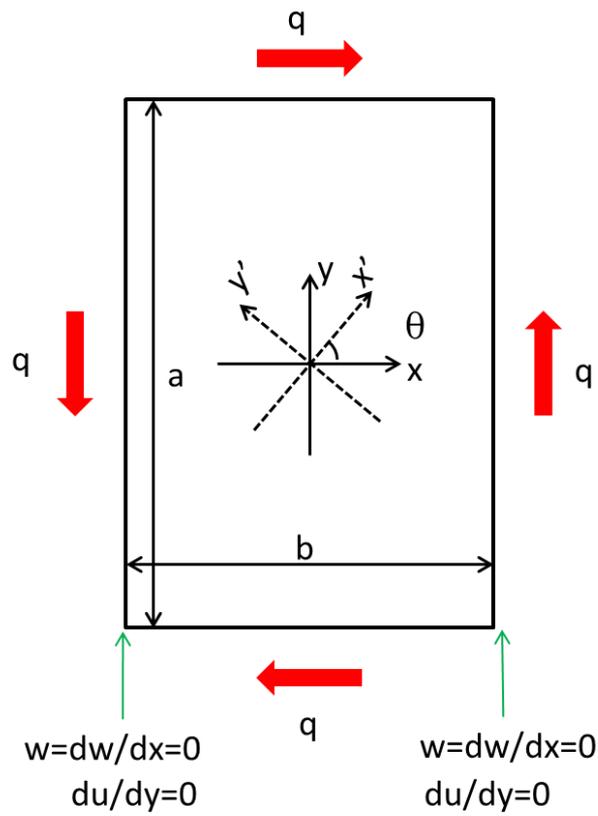


図 2.1.3 解析モデル

## 2.2. 有限要素解析

### 2.2.1. 概要

パネルの座屈後挙動の有限要素解析は以下の3つの目的のために行った。

- ① リッツ法に用いる変位の近似関数の決定
- ② 解析するパネルの寸法の決定
- ③ リッツ法による座屈後解析との比較

①、②は座屈後解析の準備のための解析であり、等方性のケースのみで解析を行った。③は本論文でメインとなる解析であり、等方と複合材料の両方のケースで解析を行った。

リッツ法と同様の境界条件で解析を行った。解析には4節点のシェル要素を用いた。図 2.2.1 のように  $x = \pm b/2$  の中央の節点を **retained node** とし、 $x = \pm b/2$  上のその他の節点を **tied node** として **nodal tie** で結びつけ、各節点の  $x$  方向の変位を拘束した。また、 $x = \pm b/2$  の節点には、境界条件として、

$$w = \omega_y = 0 \quad (2.6)$$

を与えた。ここで、 $\omega_i$  は  $i$  軸周りの回転を表す。これにより、 $y$  方向へは各節点の変位は拘束されず、境界において  $\partial v / \partial y$  が自由な値を取れる条件になっている。 $x$  方向の変位に関しては  $x = \pm b/2$  で等しくなるような拘束になっているため、 $\partial u / \partial y = 0$  となり、これは境界条件(2.2)と等しい。また、 $w = 0$  より(2.1)、 $\omega_y$  より(2.2)が満たされる。剛体変位を取り除くため、原点で

$$u = v = 0 \quad (2.7)$$

とした。平板の左右端 ( $x = \pm b/2$ ) と上下端 ( $x = \pm a/2$ ) には **point load** を負荷した。ただし、

$$\begin{cases} F_x = \pm q_0 \times \frac{l_{e,x}}{2} & (y = \pm \frac{a}{2} \text{ 上の両端 } (x = \pm \frac{a}{2}) \text{ の節点}) \\ F_x = \pm q_0 \times l_{e,x} & (y = \pm \frac{a}{2} \text{ 上のそれ以外の節点}) \end{cases} \quad (2.8)$$

$$\begin{cases} F_y = \pm q_0 \times \frac{l_{e,y}}{2} & (x = \pm \frac{b}{2} \text{ 上の両端 } (y = \pm \frac{b}{2}) \text{ の節点}) \\ F_y = \pm q_0 \times l_{e,y} & (x = \pm \frac{b}{2} \text{ 上のそれ以外の節点}) \end{cases} \quad (2.9)$$

とした。ここで、 $F_i$ は*i*方向の荷重、 $l_{e,i}$ は要素の*i*方向の辺の長さを示す。本論文では $2\text{mm} \times 2\text{mm}$ の要素を用いた。

座屈後解析では荷重をゼロから目標荷重まで弧長法を用いて解析を行った。また、大変形問題の解法として Total Lagrange を用いた。

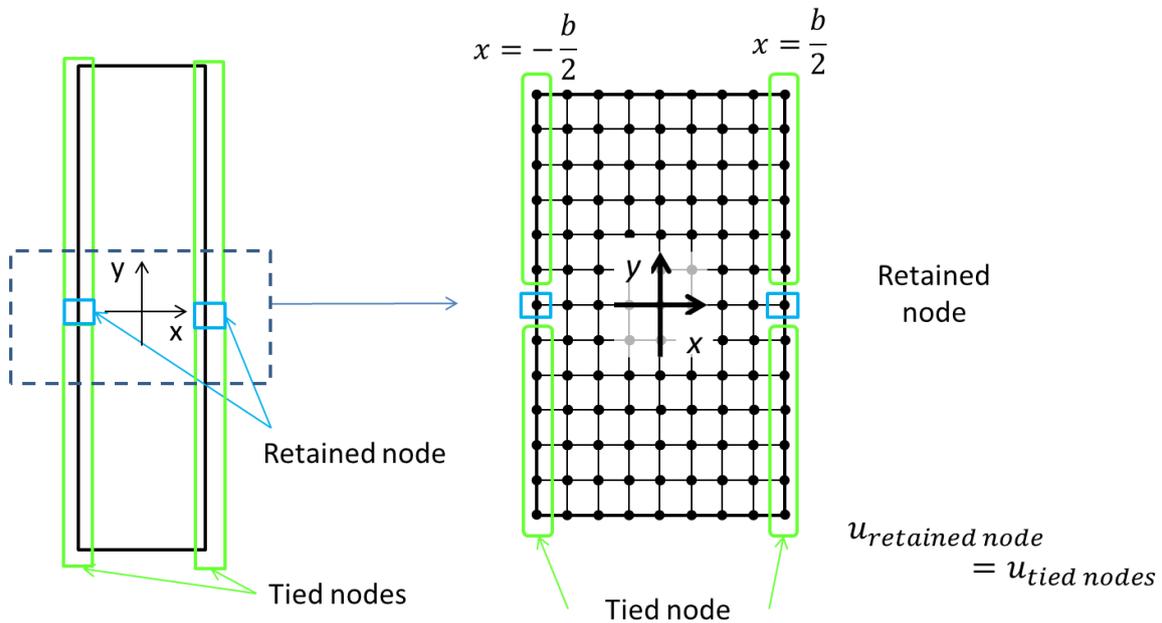


図 2.2.1 nodal tie

### 2.2.2. 初期不整

有限要素解析では面外変形が生じるように微小な面外変形をあらかじめモデルに組み込んだ。初期不整の形状は平板の座屈解析を元に検討した。

等方性のケースでは初期不整として

$$w = 0.001 \cos^2 \frac{\pi}{b} x \sin \frac{\left(y - \frac{a}{2}\right)}{l_b} \quad (2.10)$$

を用いた。ここで、 $l_b$ は座屈解析の結果をもとに求めた。またこの式は2辺 ( $x = \pm b/2$ ) 固定の境界条件を満たす。

本論文では $a = 2000\text{mm}$ 、 $b = 100\text{mm}$ 、板厚  $1\text{mm}$  とし、表 2.3.1 に示す材料特性を持つ平板の解析を行った。本論文の解析では実際に航空機で用いられる金属材料(A2024( $E = 73500\text{N/mm}^2$ ), A7075( $E = 71600\text{N/mm}^2$ ))と比較すると大きいヤング率を用いている。しかし、Appendix A に示すように等方性材料の場合

はせん断荷重をヤング率で割って無次元化すれば同様の挙動を示す。したがって、等方性の解析結果に関しては無次元化した荷重 $q/E$ を用いる。結果を図 2.2.2 に示す。 $x = 0$ における $w = 0$ に近い節点の分布を図 2.2.3 に示す。この図は座屈モードの節の $x = 0$ での大よその位置を示し、横軸は $x = -1000\text{mm}$ から数えた節の数を示す。これより、 $l_b = 87\text{mm}$ とした。複合材料のケースでは、座屈解析の結果（座屈モード）を用いた。

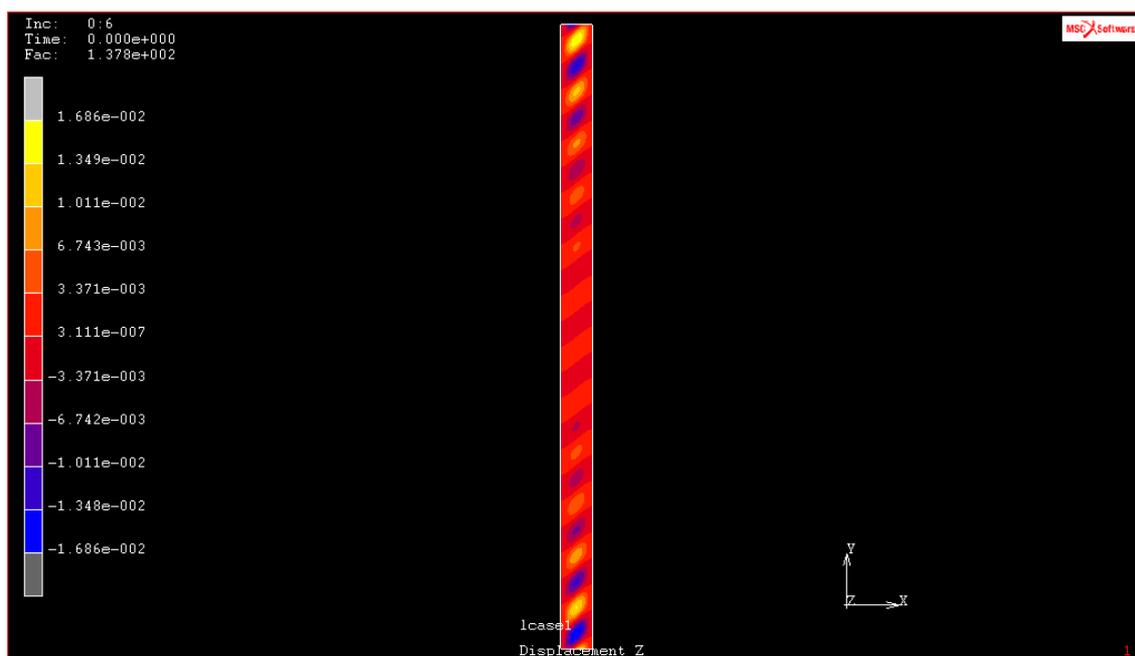


図 2.2.2 座屈モード

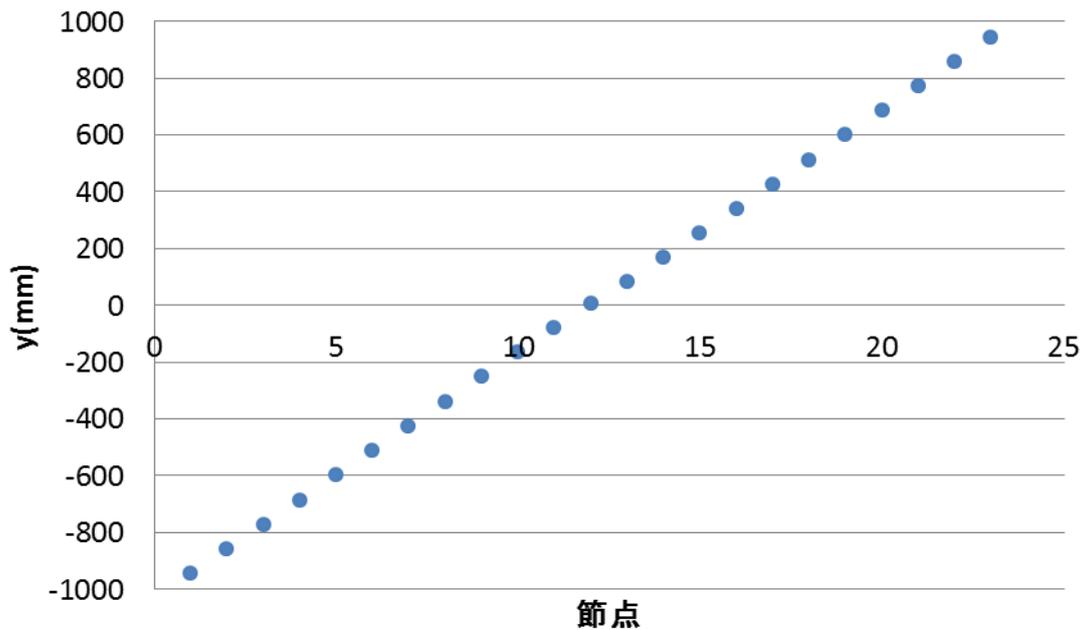


図 2.2.3 節の位置

表 2.2.1 材料特性 (等方性)

E	$\nu$
170GPa	0.3

### 2.2.3. パネルの寸法の決定

一般部に近い条件で解析を行うには本来は無窮遠である長手方向の境界からの影響をできるだけ小さくする必要がある。これは Diaconu ら<sup>24</sup>は圧縮荷重下における複合材非対称積層板の解析で細長い平板の解析を行っており、上下端の境界の影響を最小限に抑えるためにアスペクト比を 20 にしている。本論文では、Ritz 法による解析と有限要素解析で用いるパネルの寸法を決めるために有限要素解析を行った。ここでは決められた幅に対し、平板の長さを変え、中央付近の面外変位に与える影響を調べた。

パネルの幅 ( $b$ ) を 100mm とし、板厚を 1mm とした。材料特性は表 2.2.1 に示す。長手方向の長さ ( $a$ ) 400mm、800mm、1000mm、1200mm、1400mm、1600mm、2000mm、2400mm の 8 通りとし、最大せん断荷重を 200N/mm( $q/E = 0.00118\text{mm}$ )として解析を行った。荷重 - 変位曲線を図 2.2.4 に示す。ここで変位は中央に一番近い腹の最大変位 (以降、“最大変位” と略す) とした。ただし、また、 $a = 2400\text{mm}$ では有限要素解析における最大荷重が 178N/mm( $q/E = 0.00105\text{mm}$ )であることと、170N/mm( $q/E = 0.00100\text{mm}$ )から 176N/mm( $q/E =$

0.00104mm)の間で荷重が一気に増加した事等により 170N/mm( $q/E = 0.00100\text{mm}$ )までのデータを用いた。せん断荷重 150N/mm( $q/E = 0.000882\text{mm}$ )の時の各ケースの $w$ 分布を図 2.2.5～図 2.2.12 に示す。また、この時の $x = 0$ 、 $-200\text{mm} \leq y \leq 200\text{mm}$ での $w$ 分布の比較を図 2.2.13 に示す。比較のため、 $a = 1400\text{mm}$ のケースでは正負を逆転させている。図 2.2.14 にしわの半波長と $a$ の関係を示す。 $x = 0$ において $w = 0$ となる $y$ 座標を付近の 5 節点のデータを用いて求め、プロットする事により半波長を求めた(図 2.2.15)。今回の範囲では収束は見られなかったが、 $a$ を十分大きくすれば波長がある値に収束していくと考えられる。せん断荷重 150N/mm( $q/E = 0.000882\text{mm}$ )と 160N/mm( $q/E = 0.000941\text{mm}$ )における最大変位と $a$ の関係を図 2.2.16 に示す。この図より $a$ とともに最大変位が減少し、1400mm で最小値となり、1600mm～2400mm ではほぼ一定になっている事が分る。よって、この範囲では境界の影響を最小限に抑えられているとみなし、 $a \geq 2000\text{mm}$ で解析を行った。

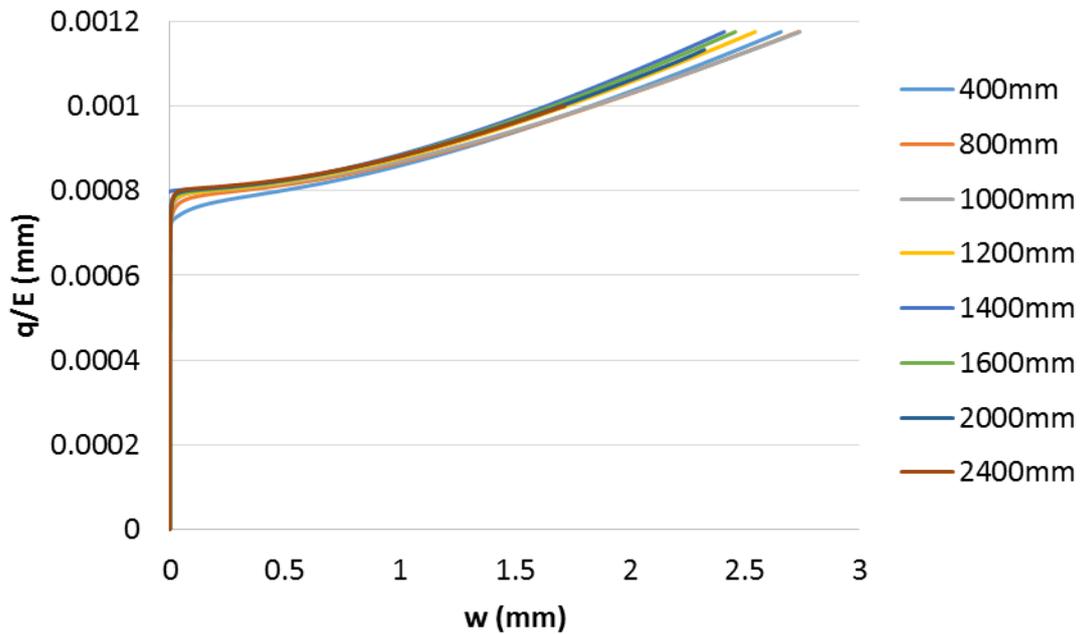


図 2.2.4 荷重 - 変位曲線 ( $a$ 比較)

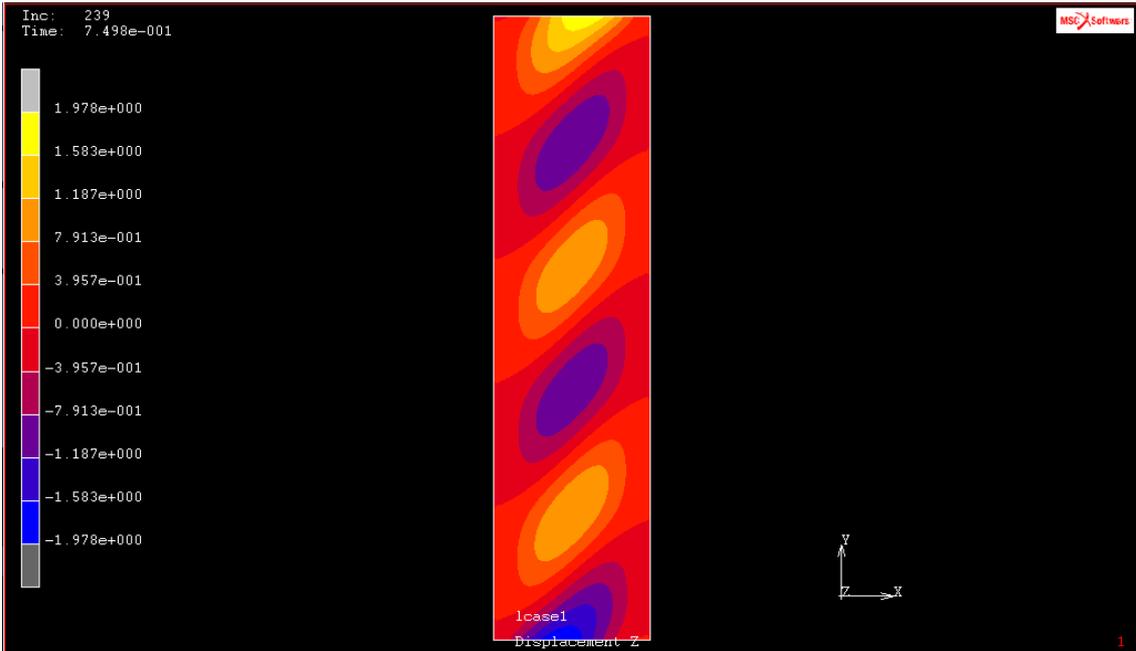


图 2.2.5  $w$ 分布图 ( $a = 400\text{mm}$ )

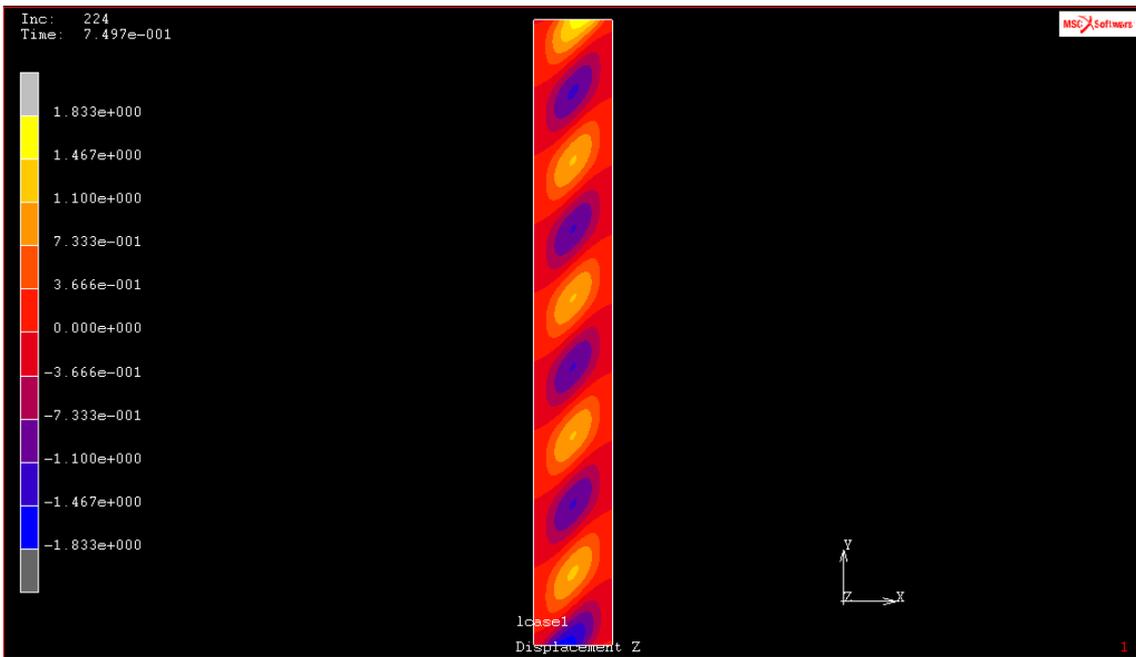


图 2.2.6  $w$ 分布图 ( $a = 800\text{mm}$ )

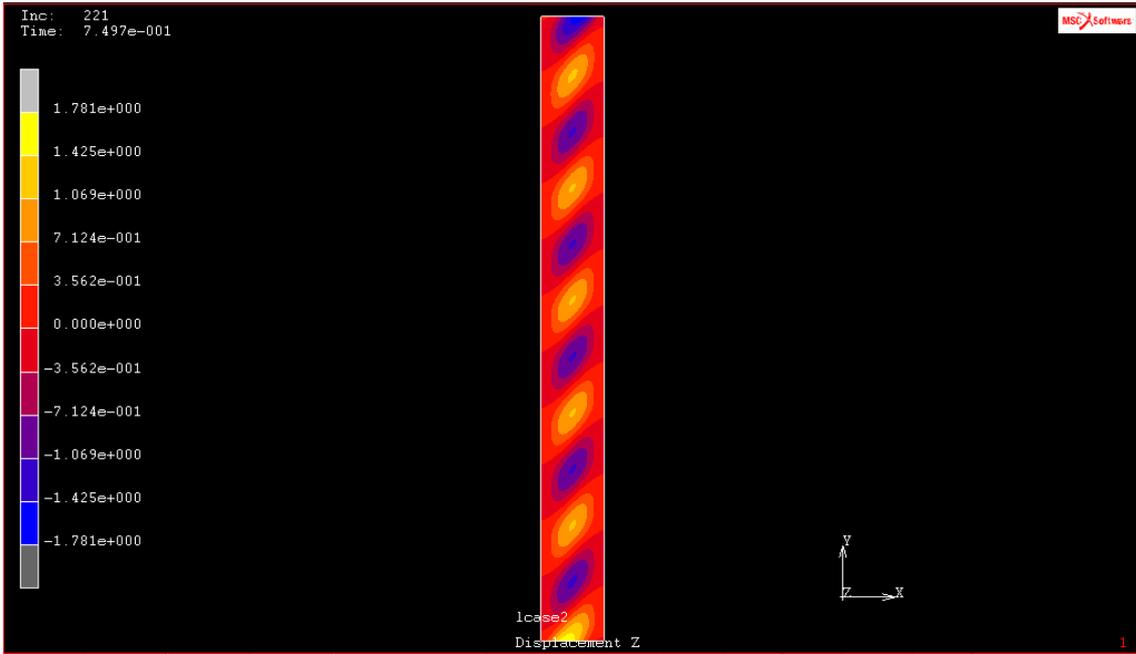


图 2.2.7  $w$ 分布图 ( $a = 1000\text{mm}$ )

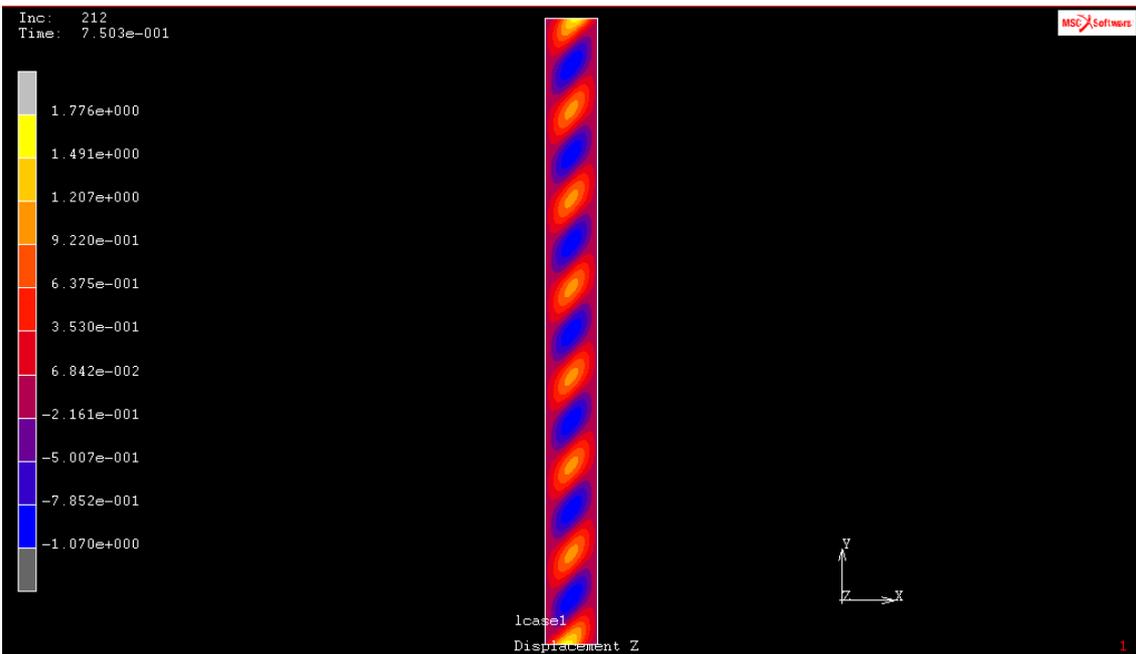


图 2.2.8  $w$ 分布图 ( $a = 1200\text{mm}$ )

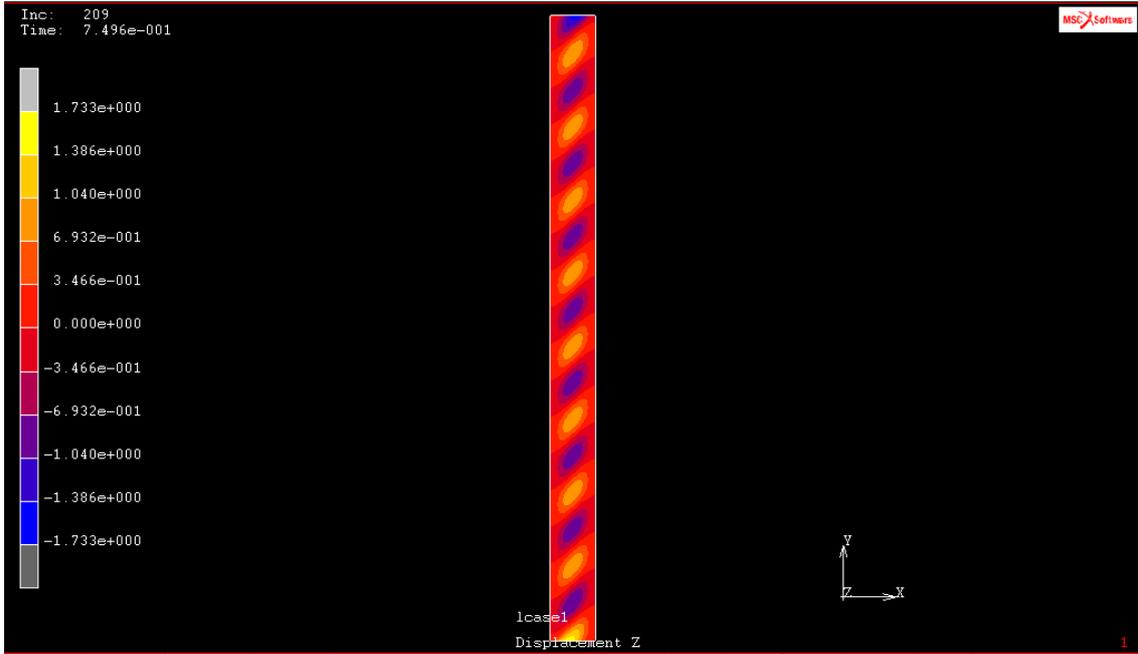


图 2.2.9  $w$ 分布图 ( $a = 1400\text{mm}$ )

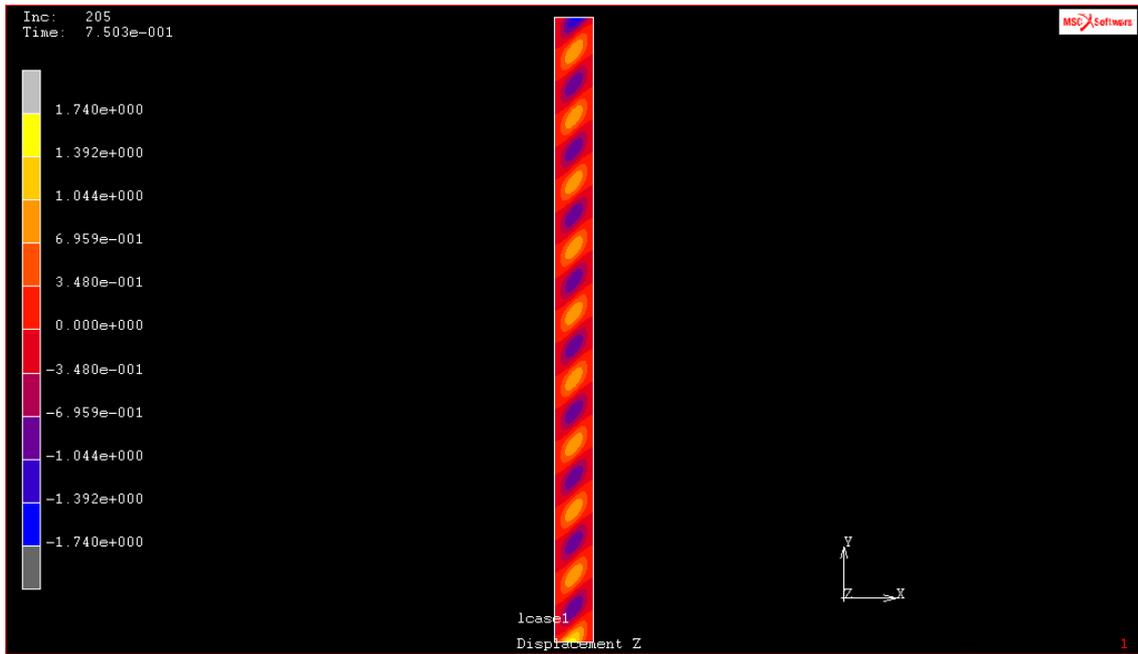


图 2.2.10  $w$ 分布图 ( $a = 1600\text{mm}$ )

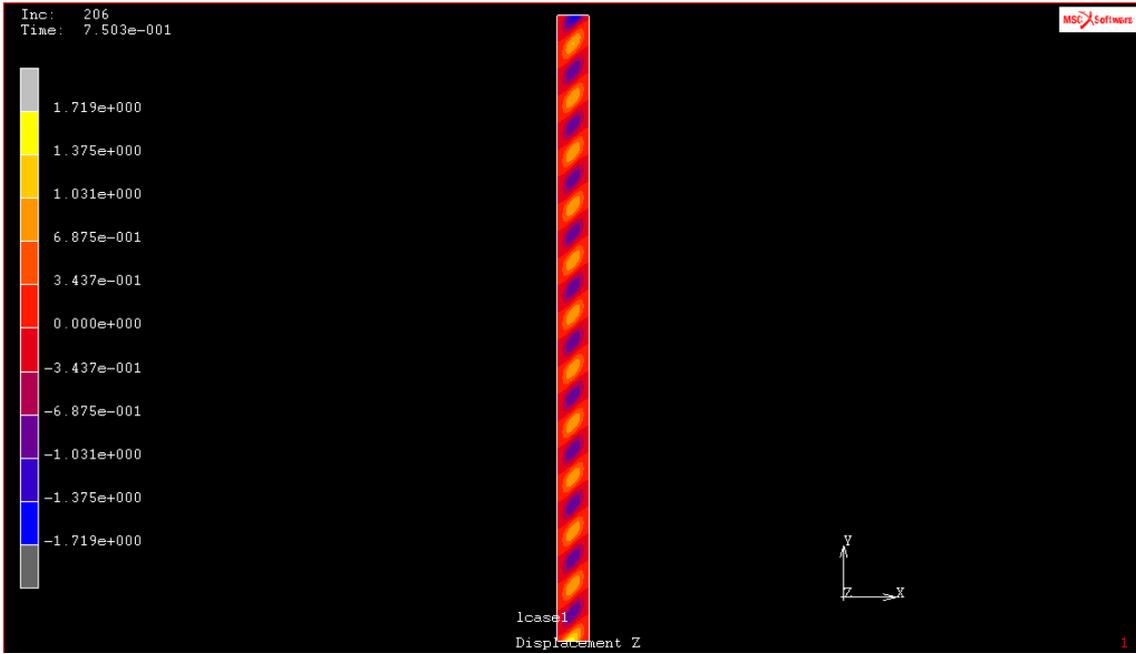


图 2.2.11  $w$ 分布图 ( $a = 2000\text{mm}$ )

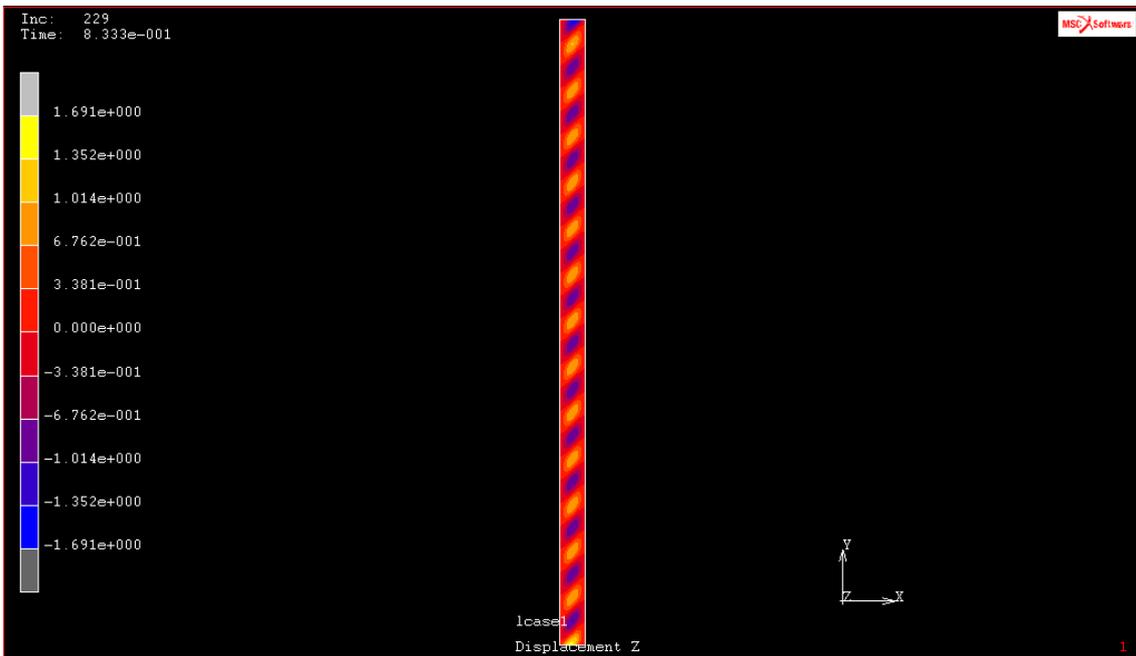


图 2.2.12  $w$ 分布图 ( $a = 2400\text{mm}$ )

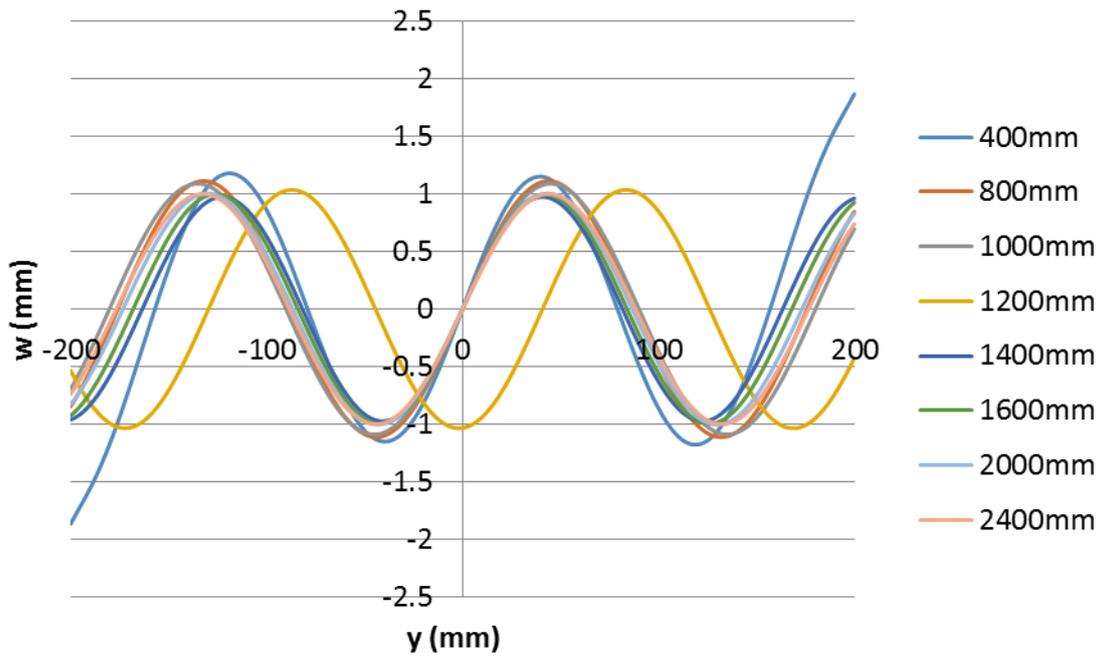


図 2.2.13  $w$ 分布比較 ( $x = 0\text{mm}$ )

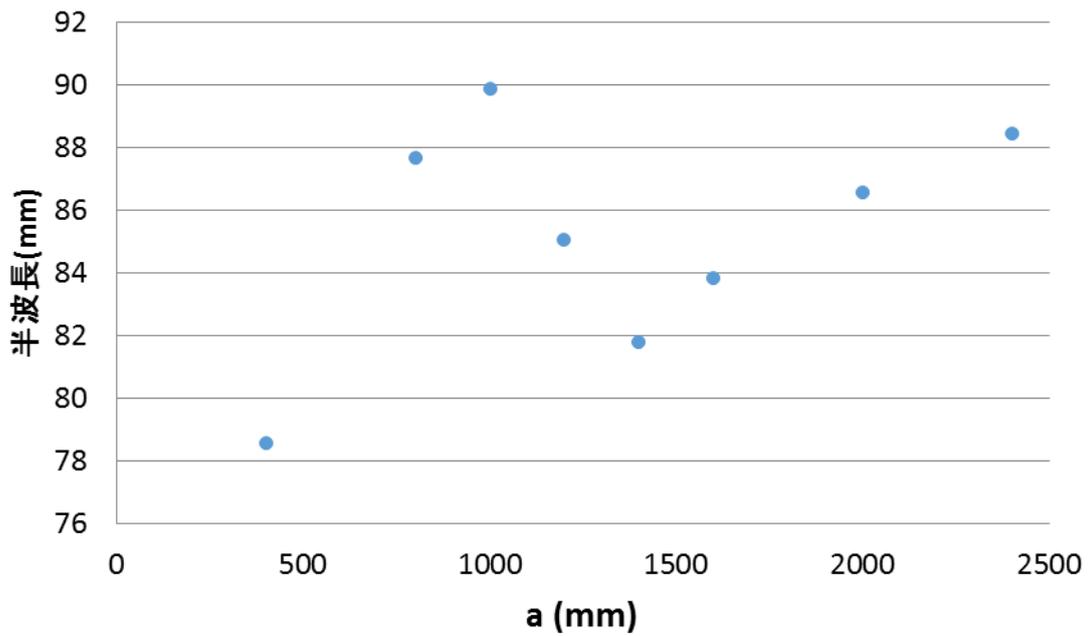


図 2.2.14  $a$ と半波長の関係

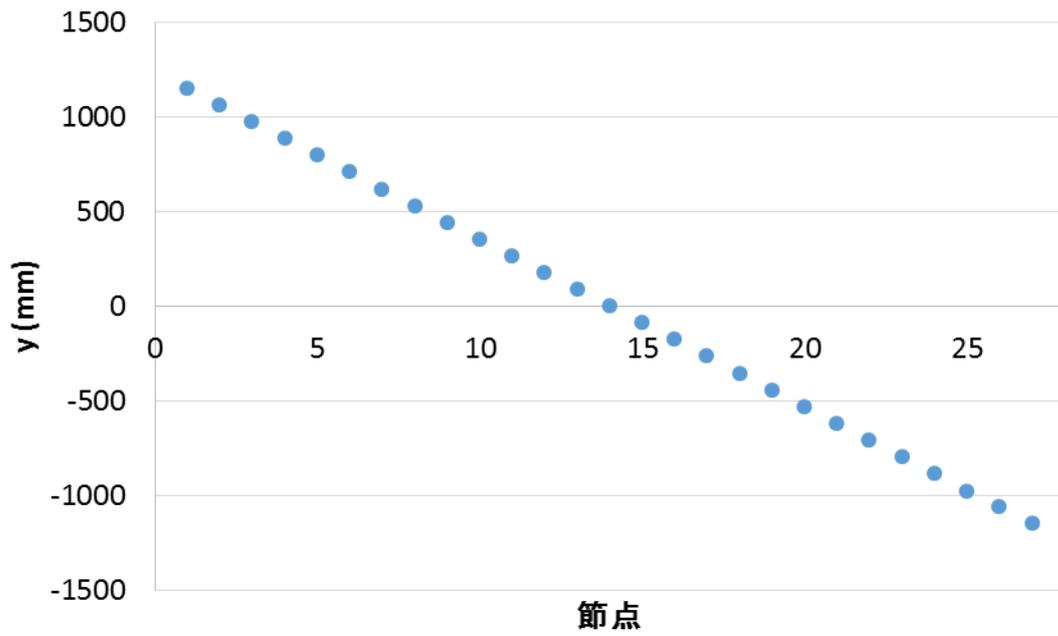


図 2.2.15 半波長の求め方 (例)

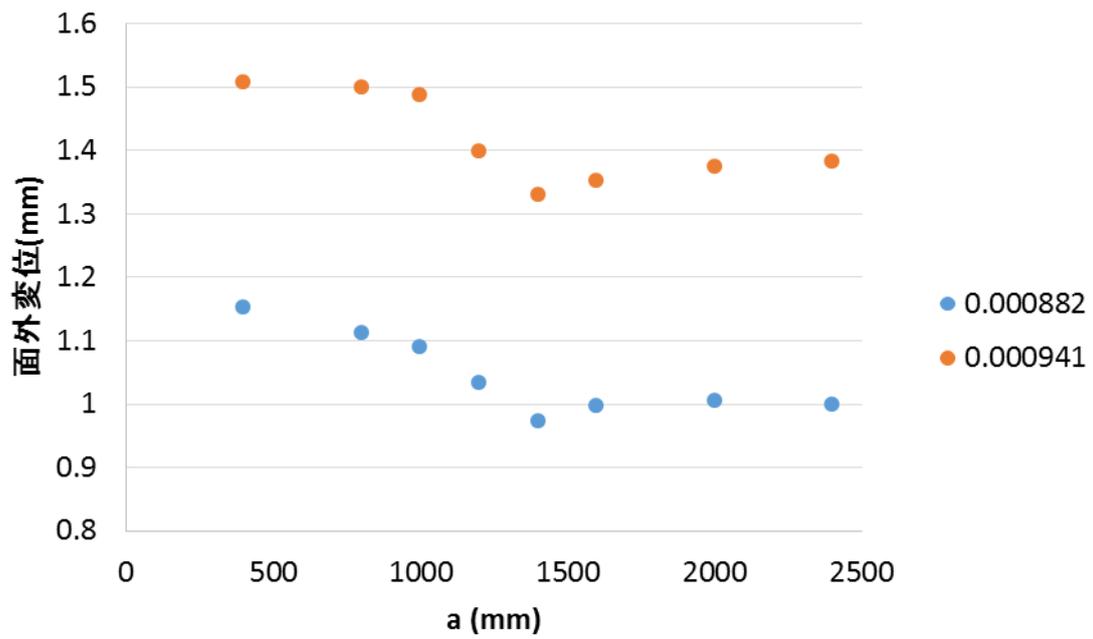


図 2.2.16 aと面外変位の関係

## 2.3. Ritz 法による解析

### 2.3.1. 支配方程式

中央面での変位 $u_0, v_0, w$ を

$$u_0(x, y) = \sum \alpha_i f_i(x, y) \quad (2.11)$$

$$v_0(x, y) = \sum \beta_i g_i(x, y) \quad (2.12)$$

$$w(x, y) = \sum \gamma_i h_i(x, y) \quad (2.13)$$

と表す。ここで、 $f_i(x, y), g_i(x, y), h_i(x, y)$  は境界条件(2.1)~(2.3)を満たす関数で $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ は未知係数。

この $u_0, v_0, w$ を用いてポテンシャルエネルギー $\Pi$ は

$$\begin{aligned} \Pi = & \iint A dx dy \\ & - \left\{ \int q_0 u_0(x, a/2) dx - \int q_0 u_0(x, -a/2) dx \right. \\ & \left. + \int q_0 u_0(b/2, y) dy - \int q_0 u_0(-b/2, y) dy \right\} \end{aligned} \quad (2.14)$$

と表せる。ここで、 $A$ は単位面積当たりのひずみエネルギーであり、

$$A = \frac{1}{2} (T_x \varepsilon_{x0} + T_y \varepsilon_{y0} + S_{xy} \gamma_{xy0} - M_x \kappa_x - M_y \kappa_y - 2M_{xy} \kappa_{xy}) \quad (2.15)$$

と表せる。ここで、 $T_x, T_y, S_{xy}$ は断面力、 $M_x, M_y, M_{xy}$ は断面モーメント、 $\varepsilon_{x0}, \varepsilon_{y0}, \gamma_{xy0}$ は中央面でのひずみ、 $\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}$ は曲率である。

中央面でのひずみ $\varepsilon_{x0}, \varepsilon_{y0}, \gamma_{xy0}$ 、曲率 $\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}$ は $u_0, v_0, w$ を用いて

$$\varepsilon_{x0} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \quad (2.16)$$

$$\varepsilon_{y0} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \quad (2.17)$$

$$\gamma_{xy0} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.18)$$

$$\kappa_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (2.19)$$

$$\kappa_y = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (2.20)$$

$$\kappa_{xy} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.21)$$

と表せる。

断面力 $T_x, T_y, S_{xy}$ 、断面モーメント $M_x, M_y, M_{xy}$ は

$$T_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dz \quad (2.22)$$

$$T_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y dz \quad (2.23)$$

$$S_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} dz \quad (2.24)$$

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz \quad (2.25)$$

$$M_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz \quad (2.26)$$

$$M_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz \quad (2.27)$$

と表せる。ここで $h$ は板厚である。

したがって、等方性材料の場合、

$$T_x = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\varepsilon_{x0} + \nu \varepsilon_{y0}) \quad (2.28)$$

$$T_y = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\varepsilon_{y0} + \nu \varepsilon_{x0}) \quad (2.29)$$

$$S_{xy} = Gh \gamma_{xy0} \quad (2.30)$$

$$M_x = -D(\kappa_x + \nu \kappa_y) \quad (2.31)$$

$$M_y = -D(\kappa_y + \nu\kappa_x) \quad (2.32)$$

$$M_{xy} = -D(1 - \nu)\kappa_{xy} \quad (2.33)$$

と表せる。ここで  $E$  はヤング率、 $\nu$  はポアソン比である。 $D$  は板の曲げ剛性であり、

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2.34)$$

と表される。

(2.15)、(2.28)~(2.33)より単位面積当たりのひずみエネルギー  $A$  は

$$A = \frac{Eh}{2(1 - \nu^2)} \left\{ (\varepsilon_{x0} + \varepsilon_{y0})^2 - 2(1 - \nu) \left( \varepsilon_{x0}\varepsilon_{y0} - \frac{1}{4}\gamma_{xy0}^2 \right) \right\} \\ + \frac{D}{2} \left\{ (\kappa_x + \kappa_y)^2 - 2(1 - \nu)(\kappa_x\kappa_y - \kappa_{xy}^2) \right\} \quad (2.35)$$

となる。

一方、複合材料の場合、構成方程式は

$$\begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ S_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

である。ここで、 $A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}$  はそれぞれ面内剛性、カップリング剛性、曲げ剛性で

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N Q_{ij}^{(k)} (z_k - z_{k-1}) \quad (2.37)$$

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} Q_{ij}^{(k)} (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (2.38)$$

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{3} Q_{ij}^{(k)} (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (2.39)$$

と表される。ここで、 $N$ は積層数、 $z_k$ は $k$ 層目の上面の $z$ 座標、 $Q_{ij}^{(k)}$ は $k$ 層目の弾性係数。

本研究では対称積層板を扱い、また、引張り - せん断カップリングをゼロとする。したがって、(2.12)は

$$\begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ S_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ 0 & 0 & 0 & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

となる。(2.15)、(2.40)より単位面積当たりのひずみエネルギー $A$ は

$$\begin{aligned} A = \frac{1}{2} & (A_{11}\varepsilon_{x0}^2 + 2A_{12}\varepsilon_{x0}\varepsilon_{y0} + A_{22}\varepsilon_{y0}^2 + A_{66}\gamma_{xy0}^2 + D_{11}\kappa_x^2 \\ & + 2D_{12}\kappa_x\kappa_y + D_{22}\kappa_y^2 + 4D_{66}\kappa_{xy}^2 + 4D_{16}\kappa_x\kappa_{xy} \\ & + 4D_{26}\kappa_y\kappa_{xy}) \end{aligned} \quad (2.41)$$

と表される。

ポテンシャルエネルギー停留の原理

$$\delta\Pi = 0 \quad (2.42)$$

より、 $u_0, v_0, w$  の近似関数(2.11)~(2.13)に含まれるパラメータ $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ は

$$\frac{\partial\Pi}{\partial\alpha_i} = 0, \frac{\partial\Pi}{\partial\beta_i} = 0, \frac{\partial\Pi}{\partial\gamma_i} = 0 \quad (2.43)$$

の連立方程式を解くことで求まる。

### 2.3.2. 変位の近似関数

まず、面外変位 $w$ について検討した。

末益ら<sup>25</sup>や Vescovini ら<sup>23</sup>のように三角関数の積を用いると

$$w = \sum_{m,n} \gamma_{mn} \cos^2 \frac{(2m-1)\pi}{b} x \sin \frac{n\pi}{a} \quad (2.44)$$

と表す事も出来るが、本論文ではせん断荷重のみであるので、関数の項数を減らすために異なる関数系を用いる。

Timoshenko<sup>38</sup>は単純支持辺をもった無限に長い板の面外変位として

$$w = A \sin \frac{\pi y}{b} \sin \frac{\pi}{s} (x - \alpha y) \quad (2.45)$$

と仮定している。ただし、Timoshenko の研究では、 $y = 0, b$ で単純支持、 $x$ 軸方向に無限の板を解析し、 $s$ はしわの半波長、 $\alpha$ はしわの方向を表す。

林ら<sup>39</sup>は $y = \pm b/2$ で2辺固定とし、

$$w = \frac{f}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi y}{b} \right) \cos \frac{\pi}{s} (x - my) \quad (2.46)$$

を仮定して解析した。

Denke<sup>40</sup>はウェブビームのウェブ部分( $x = \pm a, y = \pm b$ の4辺単純支持)の解析に

$$w = f \cos \frac{\pi x}{2a} \cos \frac{\pi y}{2b} \cos \left( \frac{\pi \sin \alpha}{\lambda} x + \frac{\pi \cos \alpha}{\lambda} y \right) \quad (2.47)$$

を用いた。ここで、 $\alpha$ はしわの方向、 $\lambda$ はしわの波長を表す。

(2.45)~(2.47)で共通することは、面外変位を“境界の影響を表す項 (図 2.3.1)”と“しわの周期成分を表す項 (図 2.3.2)”の積で表している事であり、Denke はこれらの項をそれぞれ“Damping component”、“Fundamental component”と呼んでいる。本論文でも同様の近似方法を用いる事とした。ただし、この面外変位を用いてエネルギー解放率を導出するため、Damping component の項数を増やし変形をより精度高く近似する必要があると考えられる。この項は $x = 0$

に関して対称な関数となると考えられるので、

$$\sum_{i:\text{odd}} \frac{\gamma_i}{2} \left(1 + \cos \frac{2i\pi}{b} x\right) + \sum_{i:\text{even}} \frac{\gamma_i}{2} \left(1 - \cos \frac{2i\pi}{b} x\right) \quad (2.48)$$

を用いることとした。したがって、近似関数は

$$w(x, y) = \left\{ \sum_{i:\text{odd}} \frac{\gamma_i}{2} \left(1 + \cos \frac{2i\pi}{b} x\right) + \sum_{i:\text{even}} \frac{\gamma_i}{2} \left(1 - \cos \frac{2i\pi}{b} x\right) \right\} \sin \frac{\pi}{l_1} (-m_1 x + y) \quad (2.49)$$

となる。ここで、

$$m_1 = \tan \theta \quad (2.50)$$

である。

面内変位に関しては、周期成分を含む項と  $x = 0$  もしくは  $y = 0$  に関して反対称な関数の和で表す。 $u$  の周期成分を含む項の **Damping component** は  $x = 0$  に関して対称かつ  $x = \pm b/2$  でゼロになる関数の和

$$\sum_i \alpha_{1,i} \cos \frac{(2i-1)\pi}{b} x \quad (2.51)$$

で表すことができると考えられる。**Fundamental component** に関しては、周期や方向が  $w$  と一致するとは限らないため、

$$\sin \frac{\pi}{l_2} (-m_2 x + y) \quad (2.52)$$

とする。また、 $x = 0$  に関して反対称な項については

$$\sum_i \alpha_{2,i} \sin \frac{(2i-1)\pi}{b} x \quad (2.53)$$

を用いる。したがって、 $u_0$ の近似関数として

$$u_0(x, y) = \left( \sum_i \alpha_{1,i} \cos \frac{(2i-1)\pi}{b} x \right) \sin \frac{\pi}{l_2} (-m_2 x + y) + \sum_i \alpha_{2,i} \sin \frac{(2i-1)\pi}{b} x \quad (2.54)$$

を用いる。

$v_0$ の Damping component に用いる関数は $x = 0$ に関して対称だが、 $x = \pm b/2$ においてゼロでなくてもよいので、以下のように表す（ただし、 $i \geq 2$ ）

$$\beta_{1,1} + \sum_i \beta_{1,i} \cos \frac{(2i-3)\pi}{b} x \quad (2.55)$$

Fundamental component については $u_0$ と同様の関数に

$$\sin \frac{\pi}{l_3} (-m_3 x + y) \quad (2.56)$$

と表す。また、周期成分が含まれない項に関しては、 $x = 0$ に関して反対称な項を

$$\beta_{2,1} x + \sum_i \beta_{2,i} \cos \frac{2(i-1)\pi}{b} x \quad (2.57)$$

と表す（ただし、 $i \geq 2$ ）。また、 $y = 0$ に関して反対称な項は

$$\beta_{3,1} y \quad (2.58)$$

を用いた。したがって、 $v_0$ の近似関数として

$$v_0(x, y) = \left( \beta_{1,1} + \sum_i \beta_{1,i} \cos \frac{(2i-3)\pi}{b} x \right) \sin \frac{\pi}{l_3} (-m_3 x + y) + \beta_{2,1} x + \sum_i \beta_{2,i} \cos \frac{2(i-1)\pi}{b} x + \beta_{3,1} y \quad (2.59)$$

を用いた。

次に、それぞれの近似関数において*i*をいくつまで取るかを有限要素解析の結果をもとに検討した。解析に用いた材料データは2.2における解析と同様、表2.2.1を用いた。荷重 - 変位曲線を図2.3.3に示す。ここで、変位はパネル中央付近の面外変位の最大値である。また以下では $q/E = 0.00088\text{mm}$ 、パネルの $-200\text{mm} \leq y \leq 200\text{mm}$ の部分の結果を用いた。

まず、*w*について検討した。*w*の **damping component** は振幅の*x*方向の分布に当たるので、有限要素解析では

$$\frac{1}{2} \left( \max_{-200\text{mm} \leq y \leq 200\text{mm}} w(x, y) - \min_{-200\text{mm} \leq y \leq 200\text{mm}} w(x, y) \right) \quad (2.60)$$

より求まる。図2.3.4に有限要素解析の結果と(2.48)で近似した結果を示す。ここで①、②、③はそれぞれ(2.48)において*i* = 1, 2, 3までの項を用いた関数である。すなわち、①は

$$w_{,damping} = \frac{\gamma_1}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi}{b} x \right) \quad (2.61)$$

②は

$$w_{,damping} = \frac{\gamma_1}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi}{b} x \right) + \frac{\gamma_2}{2} \left( 1 - \cos \frac{4\pi}{b} x \right) \quad (2.62)$$

③は

$$w_{,damping} = \frac{\gamma_1}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi}{b} x \right) + \frac{\gamma_2}{2} \left( 1 - \cos \frac{4\pi}{b} x \right) + \frac{\gamma_3}{2} \left( 1 + \cos \frac{6\pi}{b} x \right) \quad (2.63)$$

である。ここで、 $w_{damping}$ は $w$ の **damping component** を表す。また、近似をする際は最小二乗法を用いて近似を行った。この図から $i = 2$ まででも十分に近似できている事が分るが、ひずみエネルギーやエネルギー解放率を計算する際に $w$ の二階の微分が必要である事より項をもう一つ増やした(2.63)を用いる。

次に $u_0$ について検討した。 $u_0$ の **damping component** は同様に有限要素解析では

$$\frac{1}{2} \left( \max_{-200\text{mm} \leq y \leq 200\text{mm}} u_0(x, y) - \min_{-200\text{mm} \leq y \leq 200\text{mm}} u_0(x, y) \right) \quad (2.64)$$

より求まる。図 2.3.5 に有限要素解析の結果と(2.51)で近似した結果を示す。ここで①、②、③はそれぞれ(2.51)において $i = 2, 3, 4$ までの項を用いた関数である。ただし、①と②は最小二乗法で求めたが、③は $x = \pm b/2$ 付近でもよく一致するようにパラメータを調整した。この図から $i = 3$ までで十分に近似できていると考えられるが、 $x = \pm b/2$ 付近においてずれが生じている事と一階の微分が必要である事よりさらに1項増やした関数

$$\alpha_{1,1} \cos \frac{\pi}{b} x + \alpha_{1,2} \cos \frac{3\pi}{b} x + \alpha_{1,3} \cos \frac{5\pi}{b} x + \alpha_{1,4} \cos \frac{7\pi}{b} x \quad (2.65)$$

を用いる事とした。次に $x = 0\text{mm}$ に関して反対称な項について検討する。この項は有限要素解析では

$$\frac{1}{2} \left( \max_{-200\text{mm} \leq y \leq 200\text{mm}} u_0(x, y) + \min_{-200\text{mm} \leq y \leq 200\text{mm}} u_0(x, y) \right) \quad (2.66)$$

より求まる。図 2.3.6 に有限要素解析の結果と(2.53)で近似した結果を示す。ここで①、②はそれぞれ(2.53)において $i = 1, 2$ までの項を用いた関数である。この図より $i = 2$ までの項を用いた近似関数

$$\alpha_{2,1} \sin \frac{\pi}{b} x + \alpha_{2,2} \sin \frac{3\pi}{b} x \quad (2.67)$$

により良く近似できることが分る。したがって、この式を用いる事とした。

次に $v_0$ について検討した。 $v_0$ ではまず、(2.59)中の $y = 0\text{mm}$ に関して反対称な

項(2.58)を $v_0$ から引いてから各項について検討する。(2.58)に対応する項は $x = -50\text{mm}$ における分布(図 2.3.7)と $x = 0\text{mm}$ における分布(図 2.3.8)より $\beta_{3,1} = -0.0001446$ とした。 $v_0$ からこの項を引いた項( $v_0'$ とする)の $x = -50\text{mm}, 0\text{mm}$ における分布をそれぞれ図 2.3.9、図 2.3.10 に示す。これらの図より $v_0$ 分布における $y$ 方向の傾きが取り除くことが出来ている事が分り、(2.58)の近似が妥当であることが分る。 $v_0$ の **damping component** は有限要素解析では

$$\frac{1}{2} \left( \max_{-200\text{mm} \leq y \leq 200\text{mm}} v_0'(x, y) - \min_{-200\text{mm} \leq y \leq 200\text{mm}} v_0'(x, y) \right) \quad (2.68)$$

より求まる。この分布と近似関数(2.55)の比較を図 2.3.11 に示す。この図から $i = 3$ までの項を用いた近似関数

$$v_{0',damping}(x, y) = \beta_{1,1} + \beta_{1,2} \cos \frac{\pi}{b} x + \beta_{1,3} \cos \frac{3\pi}{b} x \quad (2.69)$$

により良く近似できる事が分る。したがってこの式を用いることにした。

$x = 0\text{mm}$ に関して反対称な項は有限要素解析では

$$\frac{1}{2} \left( \max_{-200 \leq y \leq 200} v_0'(x, y) + \min_{-200 \leq y \leq 200} v_0'(x, y) \right) \quad (2.70)$$

より求まる。この分布と近似関数(57)の比較を図 2.3.12 に示す。この図より $i = 2$ までの項を用いた近似式

$$\beta_{2,1}x + \beta_{2,2} \cos \frac{2\pi}{b} x \quad (2.71)$$

を用いる事とした。

最後に各変位の **fundamental component** について検討する。 $x = 0\text{mm}$ における $w$ 、 $u_0$ 、 $v_0'$ 分布を図 2.3.13 に示す。この図から

$$l_1 = \frac{l_2}{2} = \frac{l_3}{2} \quad (2.72)$$

であることが分る。

以上の検討より、変位の近似関数として

$$w(x, y) = \left\{ \frac{\gamma_1}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi}{b} x \right) + \frac{\gamma_2}{2} \left( 1 - \cos \frac{4\pi}{b} x \right) + \frac{\gamma_3}{2} \left( 1 + \cos \frac{6\pi}{b} x \right) \right\} \sin \frac{\pi}{l} (-m_1 x + y) \quad (2.73)$$

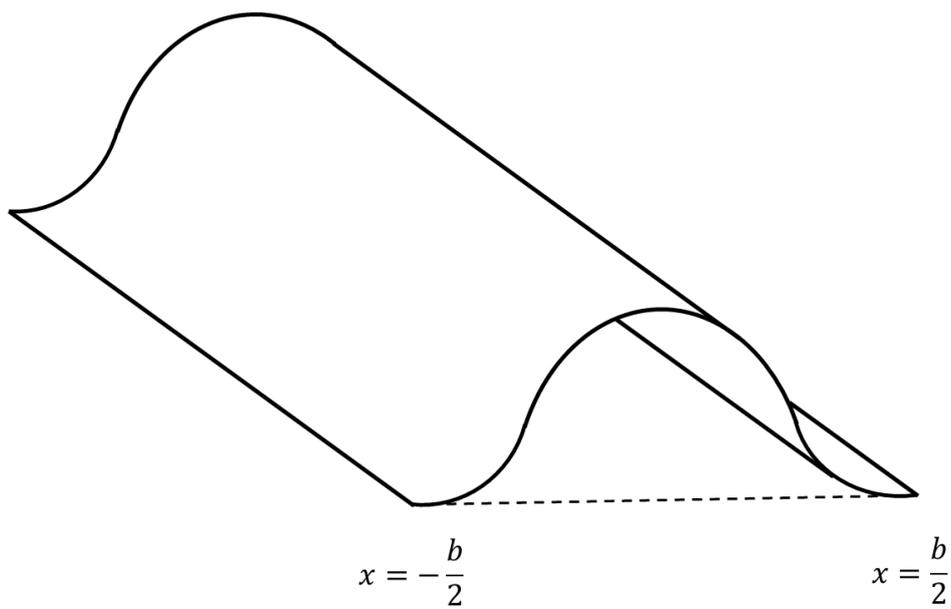
$$u_0(x, y) = \left\{ \alpha_1 \cos \frac{\pi}{b} x + \alpha_2 \cos \frac{3\pi}{b} x + \alpha_3 \cos \frac{5\pi}{b} x + \alpha_4 \cos \frac{7\pi}{b} x \right\} \sin \frac{2\pi}{l} (-m_2 x + y) + \alpha_5 \sin \frac{\pi}{b} x + \alpha_6 \sin \frac{3\pi}{b} x \quad (2.74)$$

$$v_0(x, y) = \left\{ \beta_1 + \beta_2 \cos \frac{\pi}{b} x + \beta_3 \cos \frac{3\pi}{b} x \right\} \sin \frac{2\pi}{l} (-m_3 x + y) + \beta_4 x + \beta_5 \sin \frac{2\pi}{b} x + \beta_6 y \quad (2.75)$$

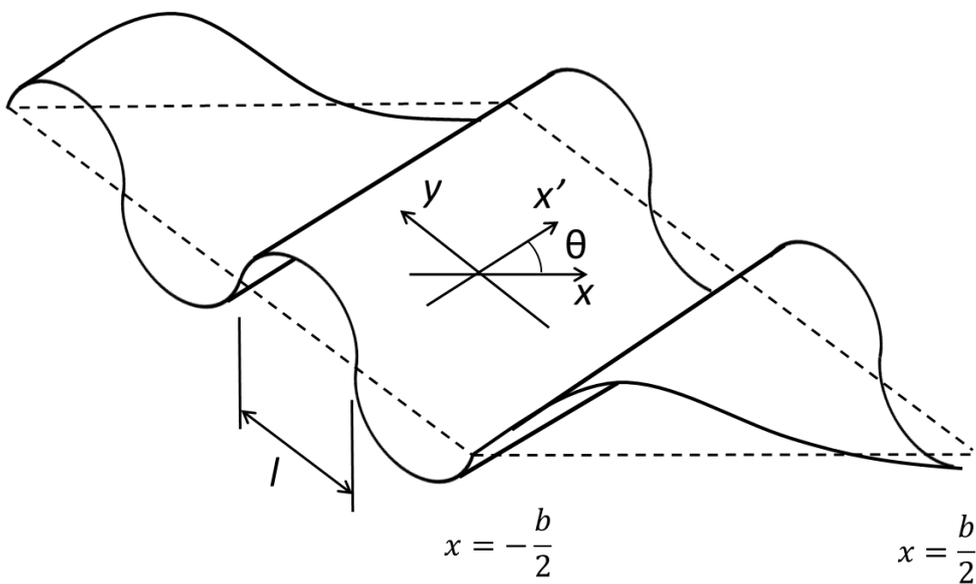
を解析に用いた。したがって、未知のパラメータは $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, m_i, l$ であり、

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \alpha_i} = 0, \frac{\partial \Pi}{\partial \beta_i} = 0, \frac{\partial \Pi}{\partial \gamma_i} = 0, \frac{\partial \Pi}{\partial m_i} = 0, \frac{\partial \Pi}{\partial l} = 0 \quad (2.76)$$

を、Newton 法によって数値的に解くことによって求め、座屈後の変形を求めた。



☒ 2.3.1 Damping component



☒ 2.3.2 Fundamental component

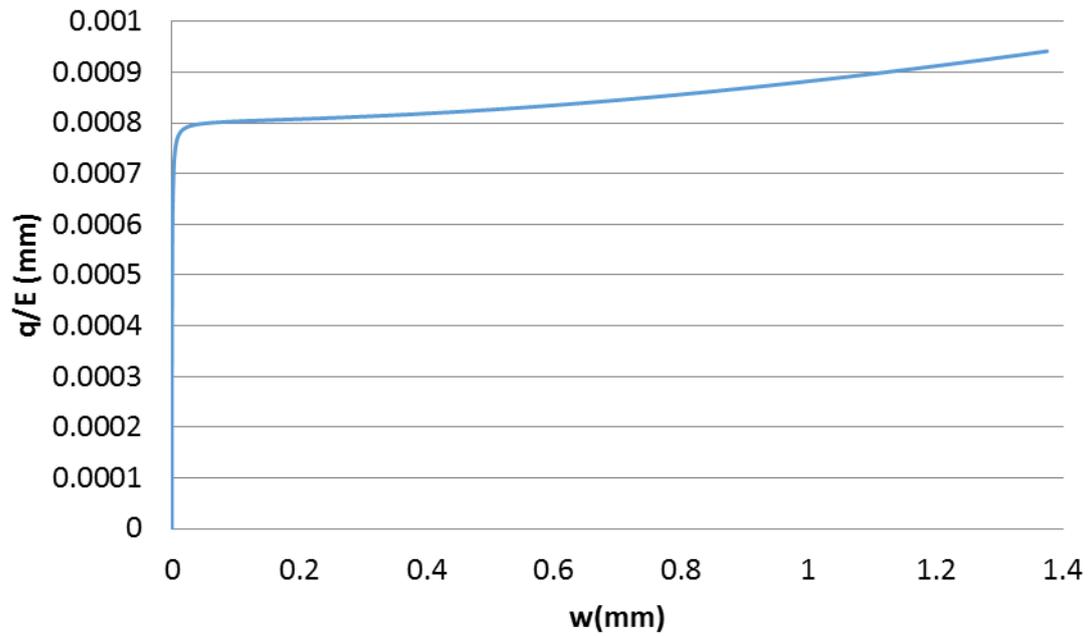


図 2.3.3 荷重 - 変位曲線

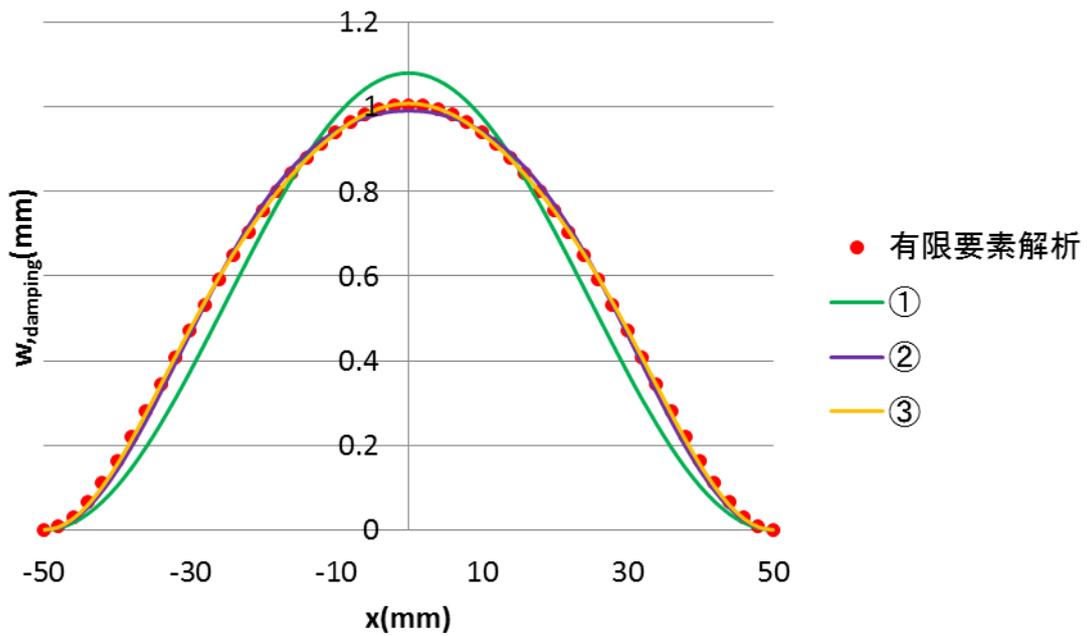


図 2.3.4  $w$  の damping component と近似関数

①、②、③はそれぞれ(2.48)において  $i = 1, 2, 3$  までの項を用いた関数

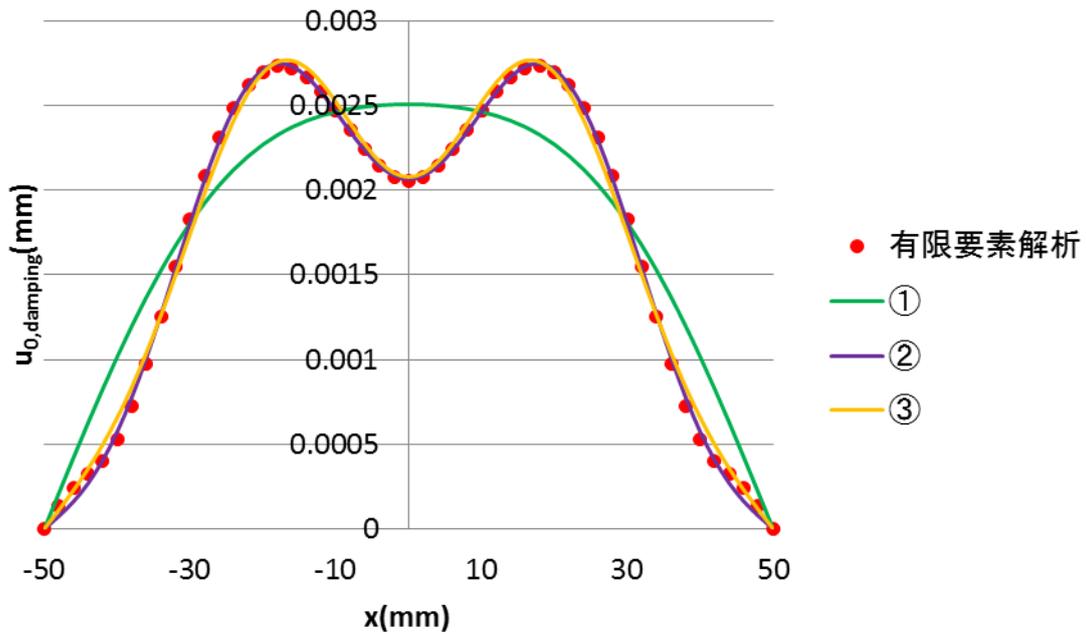


図 2.3.5  $u_0$  の damping component と近似関数

①、②、③はそれぞれ(2.51)において  $i = 2, 3, 4$  までの項を用いた関数

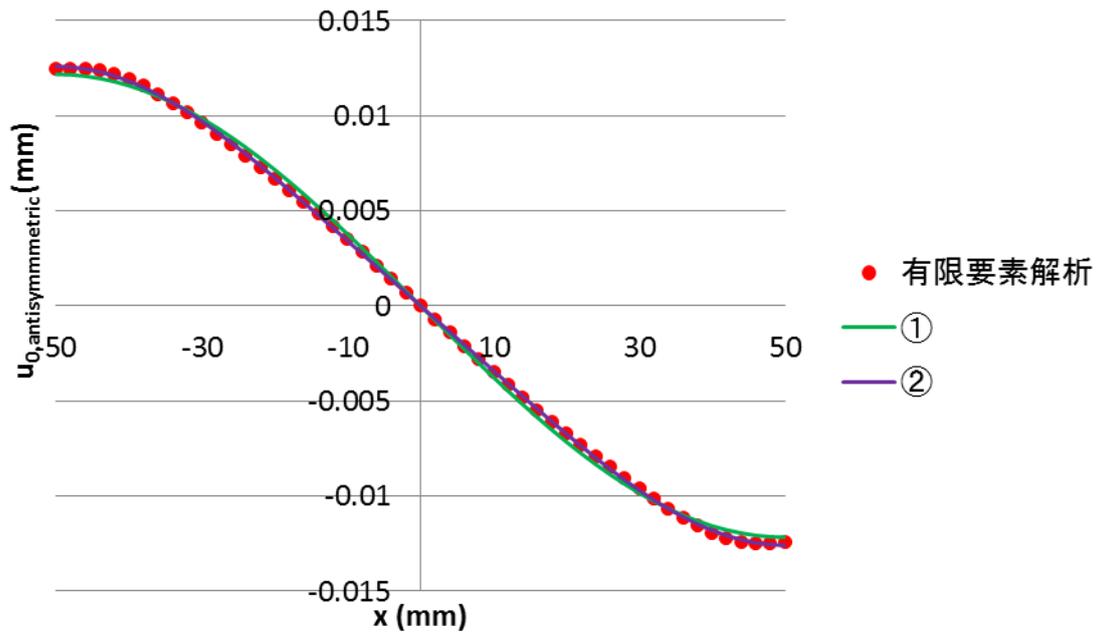


図 2.3.6  $u_0$  の  $x = 0\text{mm}$  に関して反対称な項と近似関数

①、②はそれぞれ(2.53)において  $i = 1, 2$  までの項を用いた関数

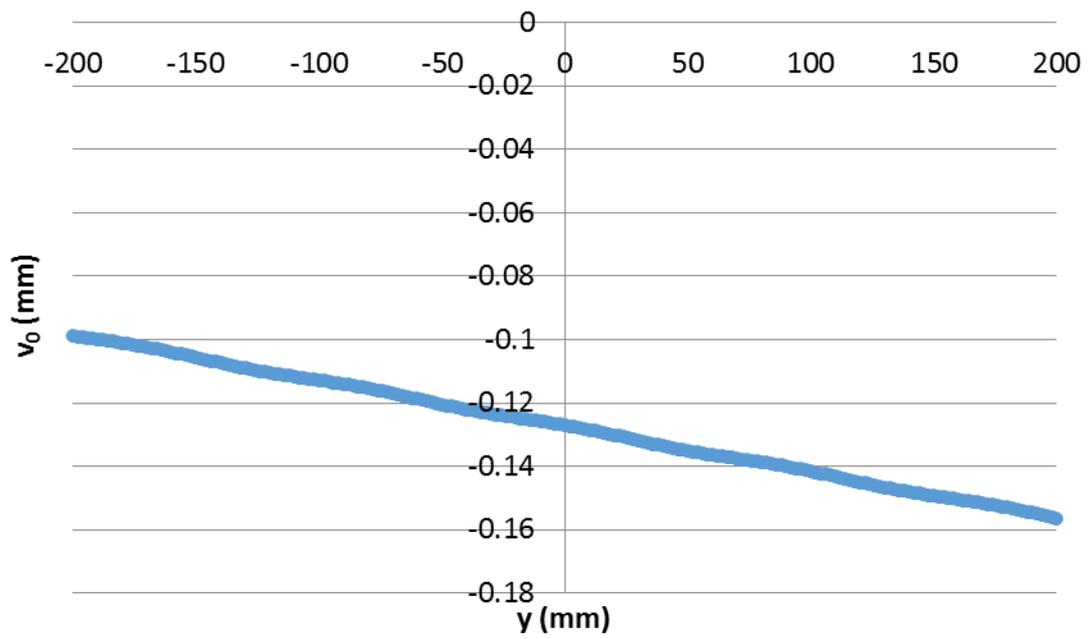


図 2.3.7  $x = -50$ mmにおける $v_0$ 分布

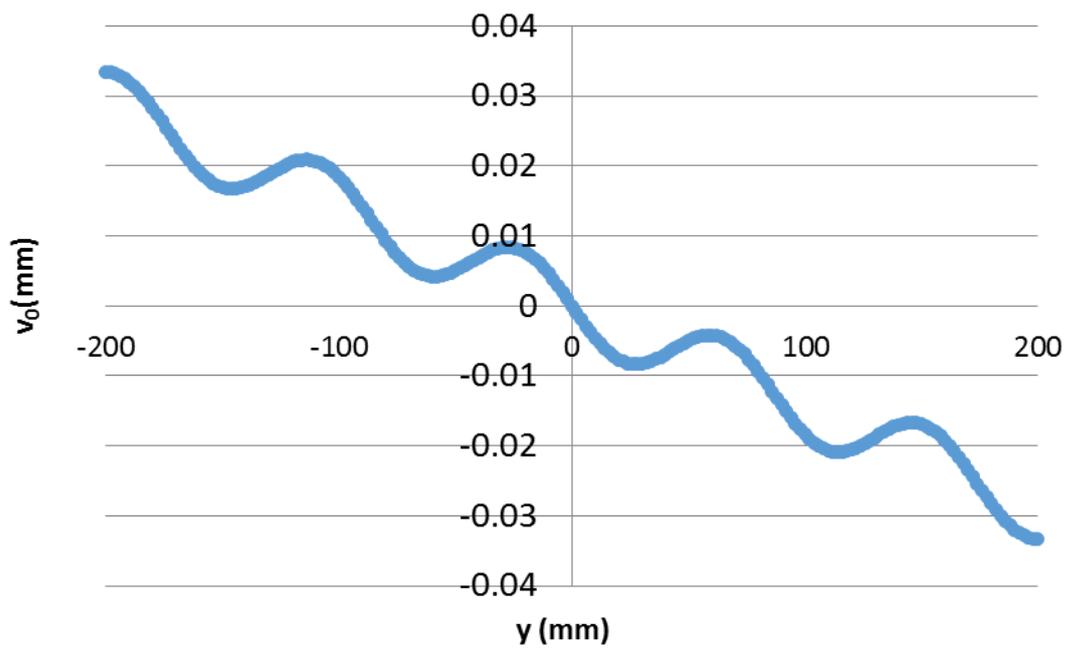


図 2.3.8  $x = 0$ mmにおける $v_0$ 分布

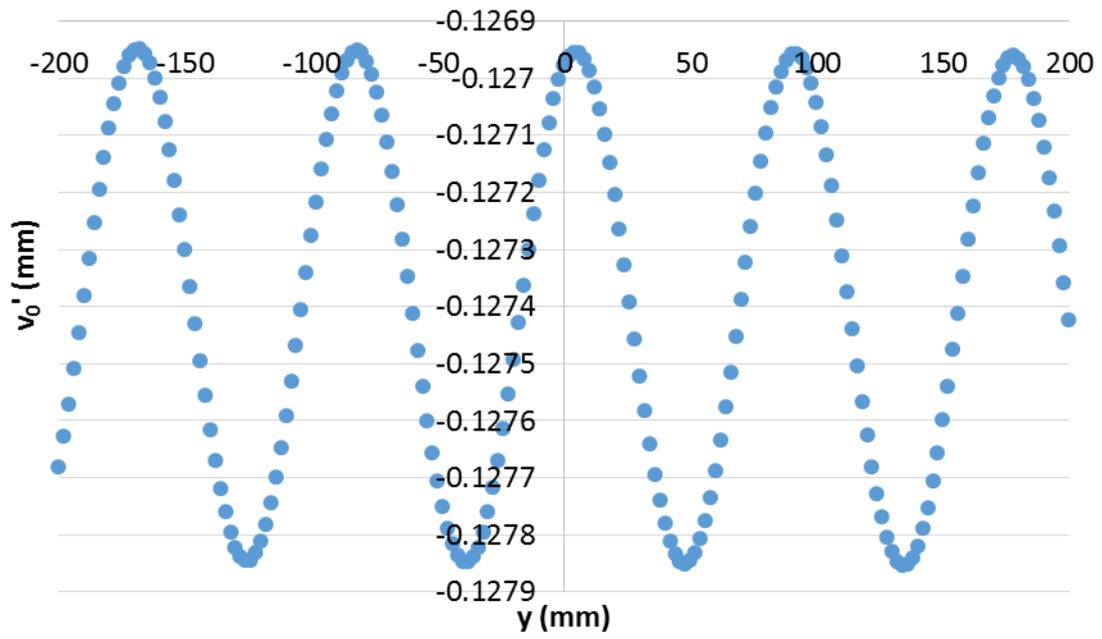


図 2.3.9  $x = -50\text{mm}$ における $v_0'$ 分布

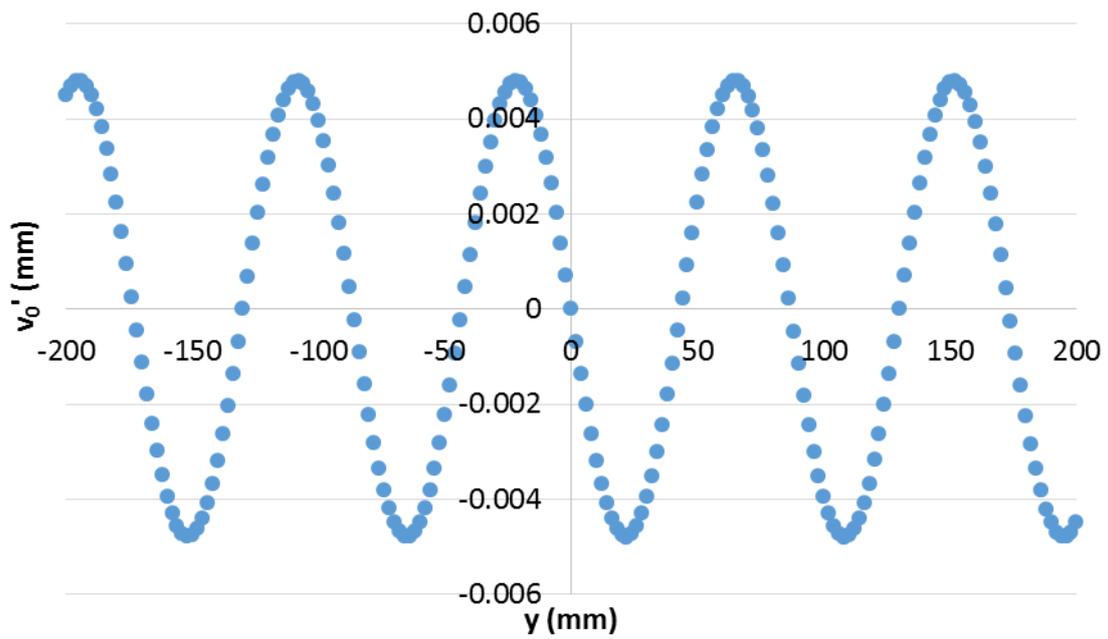


図 2.3.10  $x = 0\text{mm}$ における $v_0'$ 分布

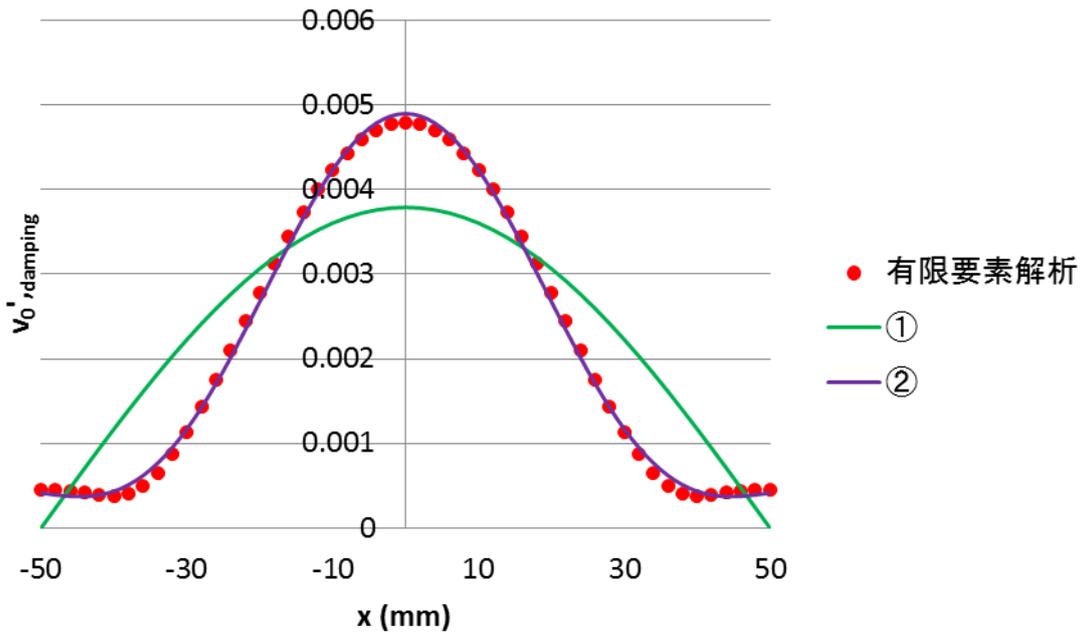


図 2.3.11  $v_0'$  の damping component と近似関数  
 ①、②はそれぞれ(2.55)において  $i = 2, 3$  までの項を用いた関数

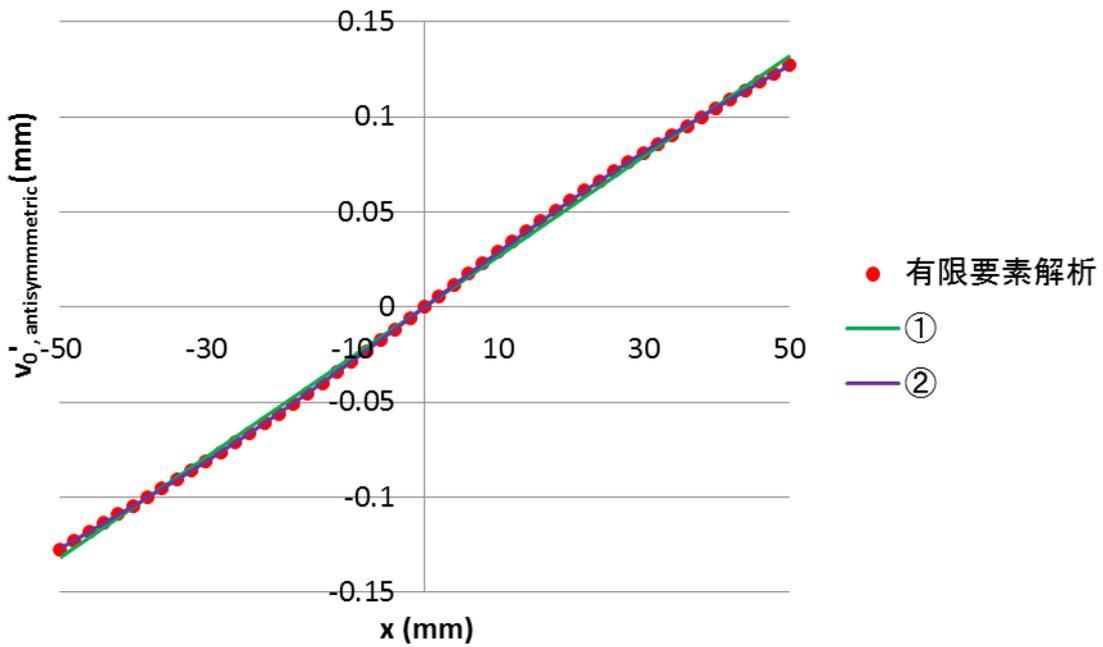


図 2.3.12  $v_0'$  の  $x = 0\text{mm}$  に関して反対称な項と近似関数  
 ①、②はそれぞれ(2.57)において  $i = 1, 2$  までの項を用いた関数

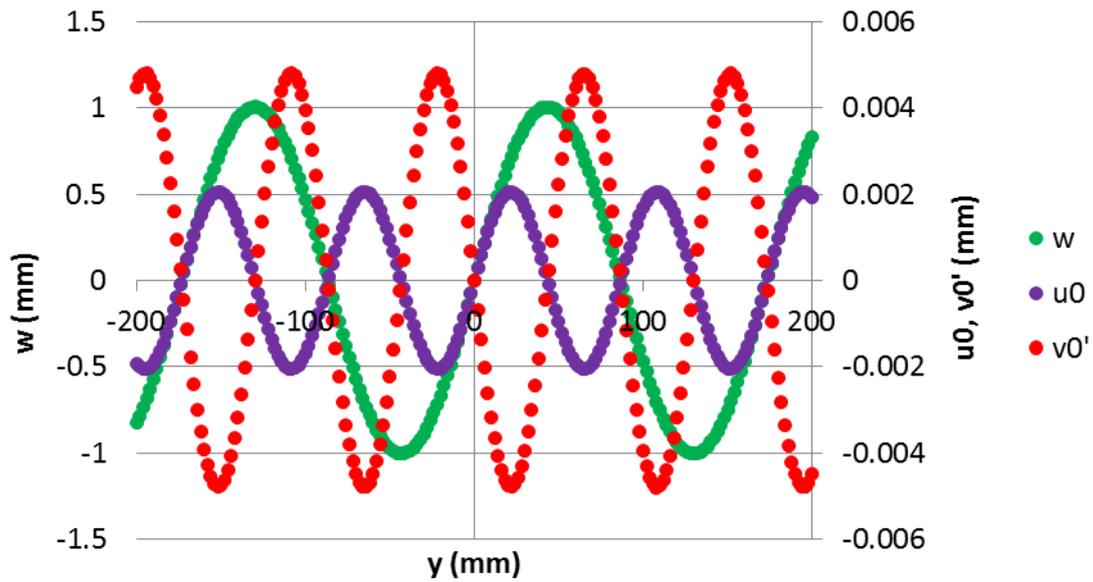


図 2.3.13  $x = 0$ における $w, u_0, v_0'$ 分布

### 2.3.3. 初期値導出

上述の解析を行うには、おおよその座屈荷重を知る必要がある。また、初期値に敏感で解が得られないケースがある。したがって、まず座屈解析を行い、その後、未知係数を減らした近似関数を用いて解析を行い、初期値にその解を用いた。

座屈解析では面外変位として

$$w(x, y) = \frac{\gamma_1}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi}{b} x \right) \sin \frac{\pi}{l} (-m_1 x + y) \quad (2.77)$$

を用いた。これを用いると等方性の場合

$$\begin{aligned} \delta^2 \Pi = & \iint 2S_{xy} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right) dx dy \\ & + D \iint \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right. \\ & \left. - 2(1 - \nu) \left\{ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} \right] dx dy \end{aligned} \quad (2.78)$$

複合材の場合

$$\begin{aligned}
\delta^2\Pi = & \iint 2S_{xy} \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right) dx dy \\
& + \iint \left[ D_{11} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 + 2D_{12} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \right. \\
& + D_{22} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2 + 4D_{66} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)^2 \\
& + 4D_{16} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right) \\
& \left. + 4D_{26} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right) \right] dx dy
\end{aligned} \tag{2.79}$$

と表せる。

$$\frac{\partial \delta^2\Pi}{\partial \gamma_1} = 0 \tag{2.80}$$

の $\gamma_1$ の項の係数がゼロになる $\tau$ を求め、この $\tau$ が最小値となる $m_1, l$ を求めた。

座屈解析で求めた荷重を目安に荷重を設定し、未知係数を減らした変位の近似式を用いて座屈後解析を行った。高次の三角関数を用いた項では係数が小さくなると考えられるので、それらの項を省略し、変位を

$$\begin{aligned}
w(x, y) = & \left\{ \frac{\gamma_1}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi}{b} x \right) \right. \\
& \left. + \frac{\gamma_2}{2} \left( 1 - \cos \frac{4\pi}{b} x \right) \right\} \sin \frac{\pi}{l} (-m_1 x + y)
\end{aligned} \tag{2.81}$$

$$\begin{aligned}
u_0(x, y) = & \left\{ \alpha_1 \cos \frac{\pi}{b} x + \alpha_2 \cos \frac{3\pi}{b} x \right\} \sin \frac{2\pi}{l} (-m_2 x + y) \\
& + \alpha_5 \sin \frac{\pi}{b} x + \alpha_6 \sin \frac{3\pi}{b} x
\end{aligned} \tag{2.82}$$

$$\begin{aligned}
v_0(x, y) = & \left\{ \beta_1 + \beta_2 \cos \frac{\pi}{b} x + \beta_3 \cos \frac{3\pi}{b} x \right\} \sin \frac{2\pi}{l} (-m_3 x + y) \\
& + \beta_4 x + \beta_6 y
\end{aligned} \tag{2.83}$$

と近似し解析を行い、その結果を初期値として用いた。省略した項に関しては非常に他の係数と比較し、小さい値を初期値として用いた。

## 2.4. 解析結果

### 2.4.1. 等方性のケース

リッツ法を用いた解析によって得られた解と有限要素解析によって得られた解との比較を行った。まずはより簡単なケースとして等方性のケースについて解析を行った。平板の寸法は $a = 2000\text{mm}$ 、 $b = 100\text{mm}$ 、板厚  $1\text{mm}$ 、材料特性は表 2.2.1 に示す。

荷重 - 変位曲線を図 2.4.1 に示す。リッツ法による解析の方が同じ荷重レベルに対し、変位の小さい結果が得られたが、有限要素解析と良く一致している事が分る。ただし、荷重の微小な増加により変位が大きく増加するため、変位で比較すると座屈荷重付近では特に差が大きくなる。図 2.4.2 に有限要素解析により求めた変位 ( $w_{FEA}$ ) とリッツ法を用いた解析により求めた変位 ( $w_{Ritz}$ ) の比 ( $w_{FEA}/w_{Ritz}$ ) と差 ( $w_{FEA} - w_{Ritz}$ ) を示す。この図から座屈荷重付近以外では  $w_{FEA}/w_{Ritz}$  が 1.2 程度の値になっている事が分る。 $w, u_0, v_0$  の近似式(2.73)、(2.74)、(2.75)に含まれるパラメータ  $m_1, m_2, m_3, l$  と有限要素解析でそれらに相当する値の比較を図 2.4.3~図 2.4.6 に示す。ここで、 $m_1, m_2, m_3$  はそれぞれ  $w, u_0, v_0$  の Fundamental component (図 2.3.2) の方向を表すのでそれぞれの分布の稜線方向を調べればよい。本論文では平板の中央 ( $y = 0$ ) 付近での稜線を調べた。その際、 $x = -20, -10, 0, 10, 20\text{mm}$  の 5 か所のデータを用いた。最大となる点の座標を求める際、5 つの節点のデータを用いて、2 次関数で近似し、最大となる座標を求めた。例えば  $w$  が、 $x = x_0$  上において、 $(x_0, y_0)$  の節点付近で最大となっている場合、 $(x_0, y_0 - 4\text{mm}), (x_0, y_0 - 2\text{mm}), (x_0, y_0), (x_0, y_0 + 2\text{mm}), (x_0, y_0 + 4\text{mm})$  の 5 つの節点のデータを用いて、 $w = a_1 y^2 + a_2 y + a_3$  と近似し、最大値を取る  $y$  の値を求めた。 $m_1, m_3$  に関しては荷重とともに増加する傾向が再現できている。 $l$  はしわの半波長であるので、 $x = 0\text{mm}$  において  $y = \pm 600\text{mm}$  付近の  $w = 0\text{mm}$  となる座標を求めてこの 2 点間における波数で割ることにより求めた。ただし、 $w = 0\text{mm}$  の座標を求める際は、その付近の 5 つの節点のデータを用いて 1 次関数で近似し、座標を求めた。リッツ法と有限要素解析の差が 4%以下と良く一致している事が分る。 $u_0, v_0$  についても同様に求め、 $w$  と比較したものを図 2.4.7 に示す。ただし、 $l_1, l_2, l_3$  はそれぞれ  $w, u_0, v_0$  の

半波長である。この図より、各荷重で $l_2 = l_3 = l_1/2$ となっている事が分る。以上より、リッツ法を用いた解析と有限要素解析を比較すると各パラメータの値と荷重を変化させた際の傾向が良く一致している事が分った。

$q/E = 0.00088\text{mm}$ のケースについて詳細に比較を行う。この時の $w, u_0, v_0$ の近似式のパラメータを表 2.4.1 に示す。有限要素解析とリッツ法による解析により得られた平板の中央付近 ( $-200\text{mm} \leq y \leq 200\text{mm}$ ) における $u_0, v_0, w$ の分布を図 2.4.8~図 2.4.10 に示す。有限要素解析とリッツ法を用いた解析で変位の大きさは異なるものの、同じような変形パターンが得られている事が確認できた。次に近似式で用いた関数とそれらに対応する有限要素解析で得られた分布の比較を行う。まずは $u_0$ に関して比較を行う。 $u_0$ の Damping component(2.65) に関するリッツ法による解析と有限要素解析の比較を図 2.4.11 に示す。境界付近では良く一致しているが、中央付近では大きくずれている事が分る。次に  $x = 0\text{mm}$ に関して反対称な項(2.67)の比較を図 2.4.12 に示す。有限要素解析がリッツ法による解析の 1.6 倍程度の値となっている事が分る。 $y$ 軸上での分布の比較を図 2.4.13 に示す。この図から、Sin 関数での近似とその周期が有限要素解析の結果と大きくずれていない事が分る。最後に $m_2$ に関する比較を行う。図 2.4.14 は有限要素解析により得られた稜線とリッツ法で求めた稜線の比較を表している。ただし、リッツ法のプロットは稜線の正確な位置を表すのではなく、有限要素解析の結果に稜線の方角を重ねたものを使用している。有限要素解析では稜線は直線ではないが、リッツ法で用いた直線状の稜線と良く一致している事が分る。

次に $v_0$ に関する比較を行う。 $v_0'$ ( $v_0$ から $y$ 軸方向の傾きの成分を引いたもの)の damping component(2.69)の比較を図 2.4.15 に示す。Ritz 法による解析は有限要素解析と比較し、damping component を小さく評価している事が分る。次に  $v_0'$ の $x = 0\text{mm}$ に関して反対称な項(2.71)の比較を図 2.4.16 に示す。この項はリッツ法と有限要素解析で良く一致している事が分る。 $y$ 軸上での分布を図 2.4.17 に示す。ここで左側の軸は有限要素解析、右側の軸がリッツ法による解析である。傾きを表すパラメータ $\beta_6 = -0.0000935$ に対し、有限要素解析では $\beta_6 = -0.000145$ となり、リッツ法による解析では $y$ 軸方向の変位を小さく見積もっている事が分る。 $m_3$ に関する比較を図 2.4.18 に示す。この図で有限要素解析の方は稜線の位置を示し、リッツ法の方は $m_3$ の値と有限要素解析における稜線の $x = 0\text{mm}$ での値を用いてプロットしたものであり、厳密には稜線の位置を表していない。また、ここでの稜線は $v_0'$ の分布における稜線を表している。この図から有限要素解析では稜線が直線になっていない事、直線の範囲ではリッツ法による解析で良く近似できている事が分る。

$w$ の近似式の Damping component に関する比較を図 2.4.19 に示す。リッツ

法による解析は有限要素解析よりも小さく評価されており、最大変位は4/5程度となっている。y軸上でのw分布を図 2.4.20 に示す。この図において左の軸が有限要素解析、右の軸がリッツ法である。しわの近似で Sin 関数が妥当であること、変位は小さいものの波長の評価は妥当であることが分る。 $m_1$ の比較を図 2.4.21 に示す。ここでもリッツ法の結果は実際の稜線の位置を示しているのではなく、有限要素解析との比較の為、 $x = 0\text{mm}$ において位置が一致するようにしている。この図から、有限要素解析では境界付近では $m_1$ が小さくなること、中央付近ではリッツ法の解析結果と良く一致する事が示せた。

エネルギー解放率を計算する際、 $x = \pm b/2$ でのひずみ( $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ )と曲率( $\kappa_x$ )を用いる(詳細は次章以降)。したがって、ここでは座屈後解析で求めた変位よりひずみと曲率を求め、有限要素解析とリッツ法による解析で比較を行い、リッツ法による解が有限要素解析の解からどの程度ずれるかを評価した。ひずみ・曲率と変位の関係は(2.16)~(2.21)を用いた。各ひずみ・曲率の分布を図 2.4.22~図 2.4.25 に示す。分布の周期などは良く一致しているが、有限要素解析と比べると低く評価されている事が分る( $\varepsilon_x$ が負の範囲を除く)。ただし、周期のずれは稜線の方を直線と仮定している事に起因すると考えられる。座屈後の挙動を考慮すると、これらの中でも特に $\gamma_{xy}, \kappa_x$ が重要であるのでそれらに注目すると、 $\gamma_{xy}$ はほぼ一致しているが、 $\kappa_x$ は最大値が有限要素解析の 0.62 倍程度と低く見積もられている事が分る。

有限要素解析の結果から変位の近似関数を決めたにも関わらず、解析を行った際、各項の分布形状を精度高く近似できていない事について考察を加える。その原因の一つとしては図 2.4.14、図 2.4.18、図 2.4.21 に示したように複雑な形状をしている各変位の稜線を直線で近似している事が考えられる。また、もう一つの原因として、ひずみエネルギーを計算する際は近似関数の微分を用いている事が考えられる。つまり、変位は 2.3.2 で示したように精度高く近似できているように見えても、微分してひずみを計算した際、実際の分布とは大きくずれる可能性があるという事が考えられる。

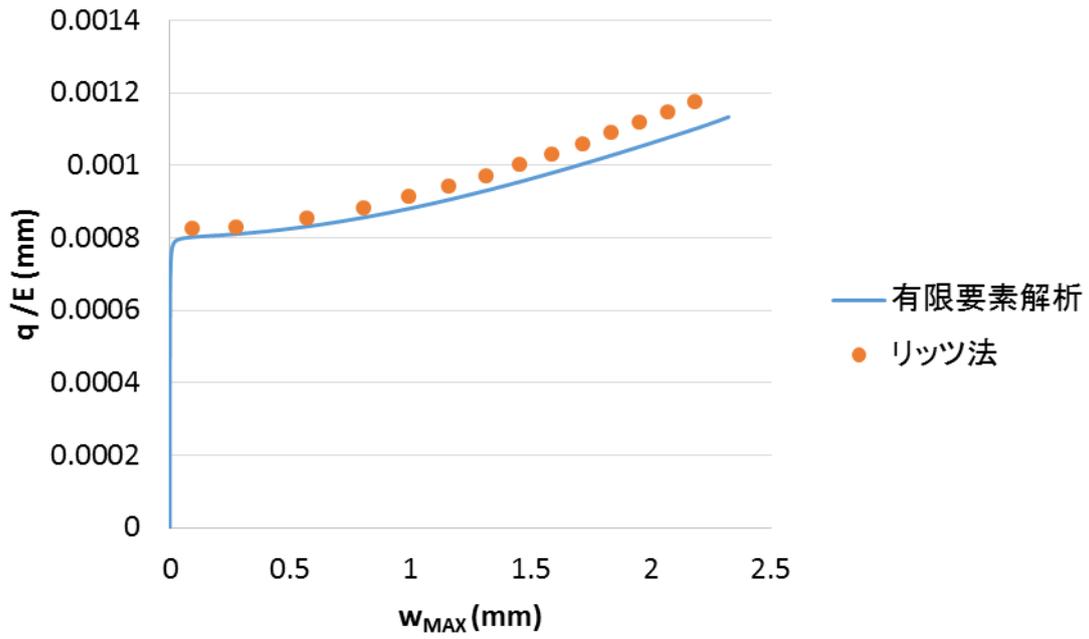


図 2.4.1 荷重 - 変位曲線

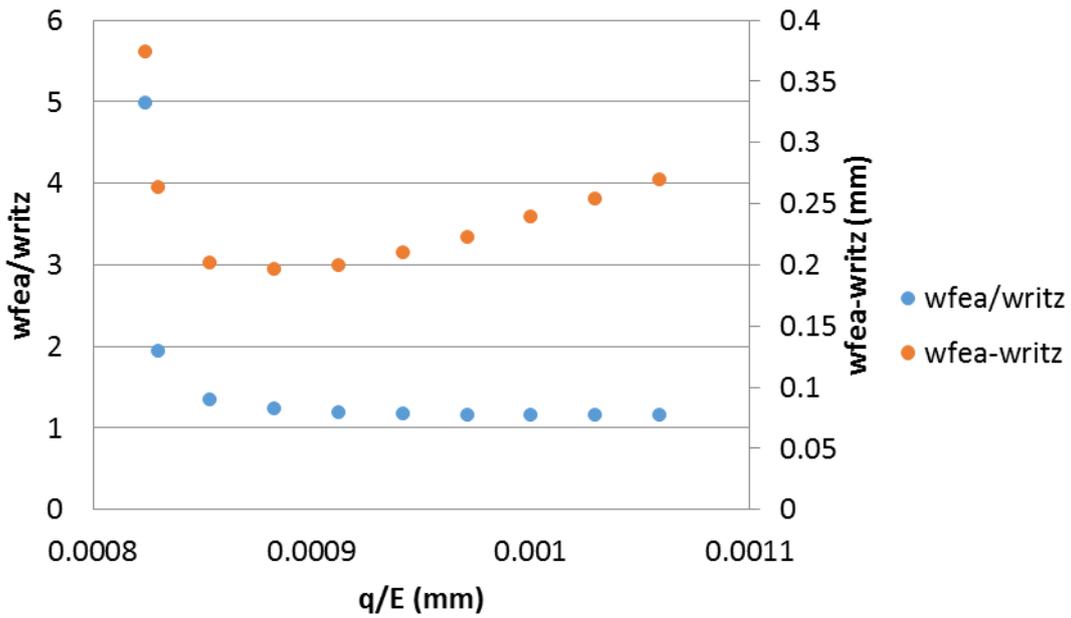


図 2.4.2 面外変位比較

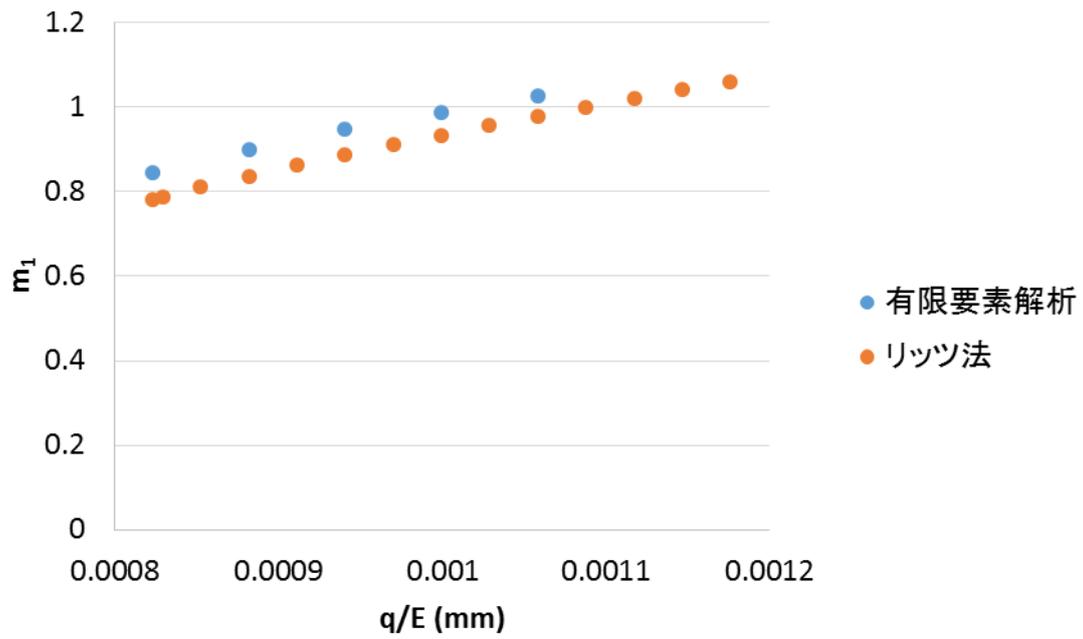


図 2.4.3  $m_1$ 比較

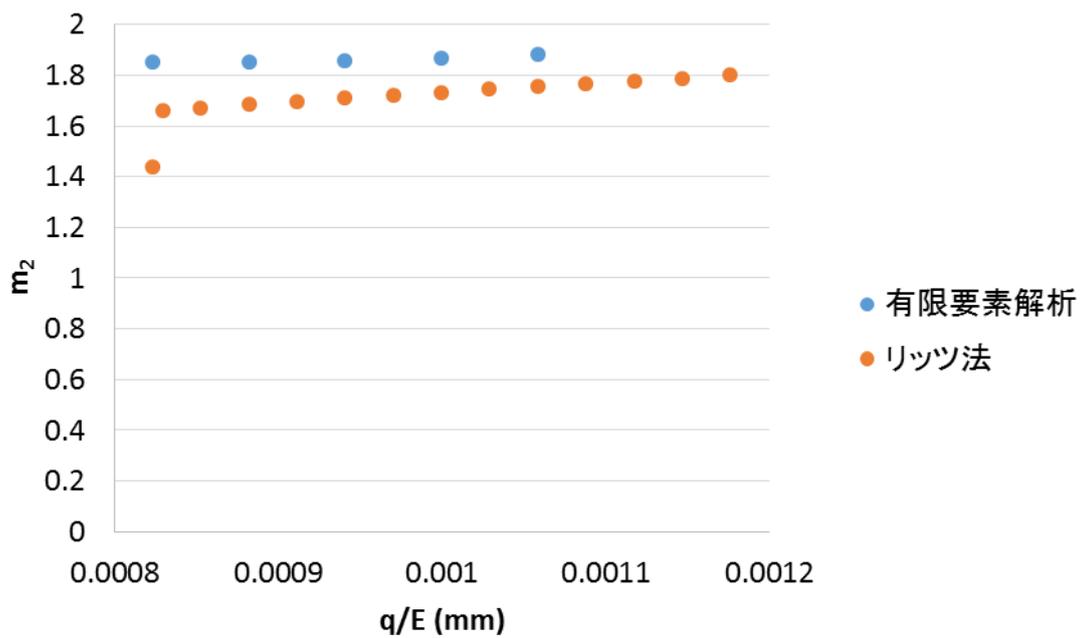


図 2.4.4  $m_2$ 比較

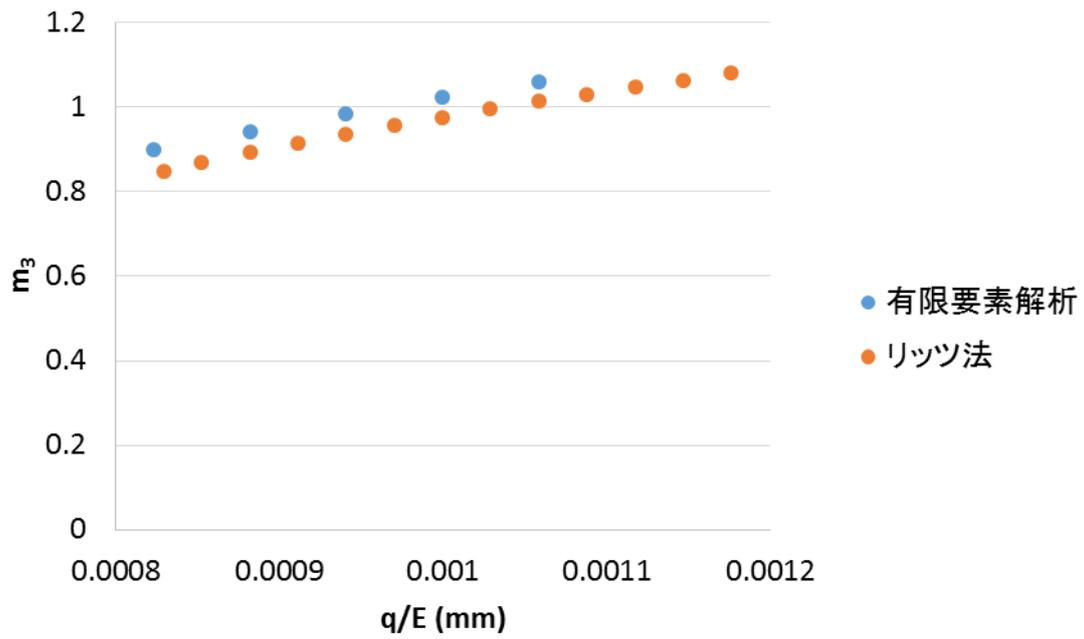


図 2.4.5  $m_3$ 比較

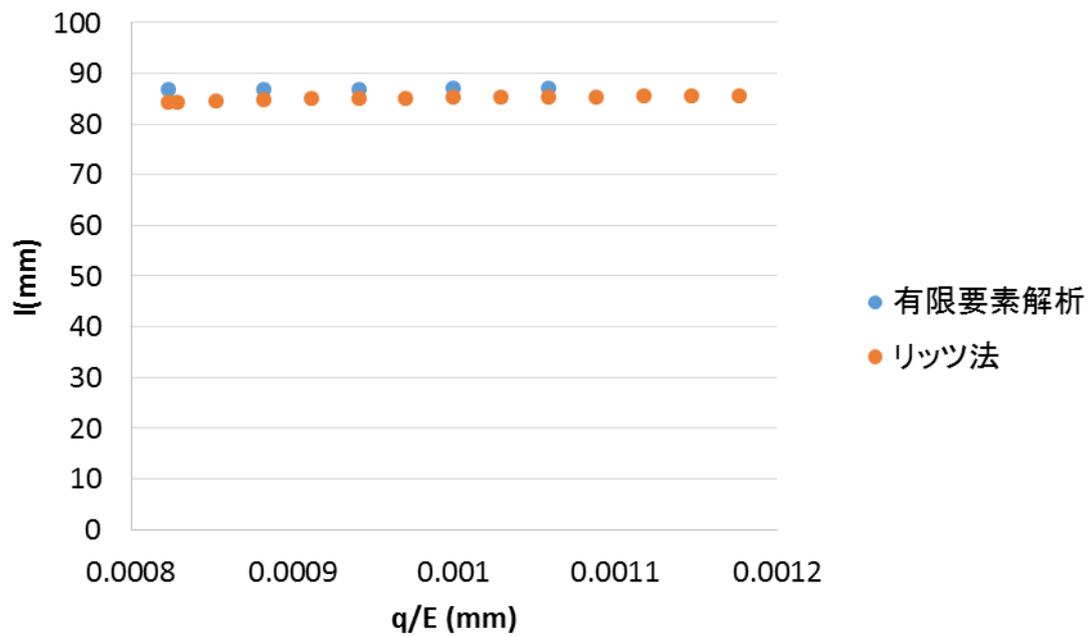


図 2.4.6  $l$ 比較

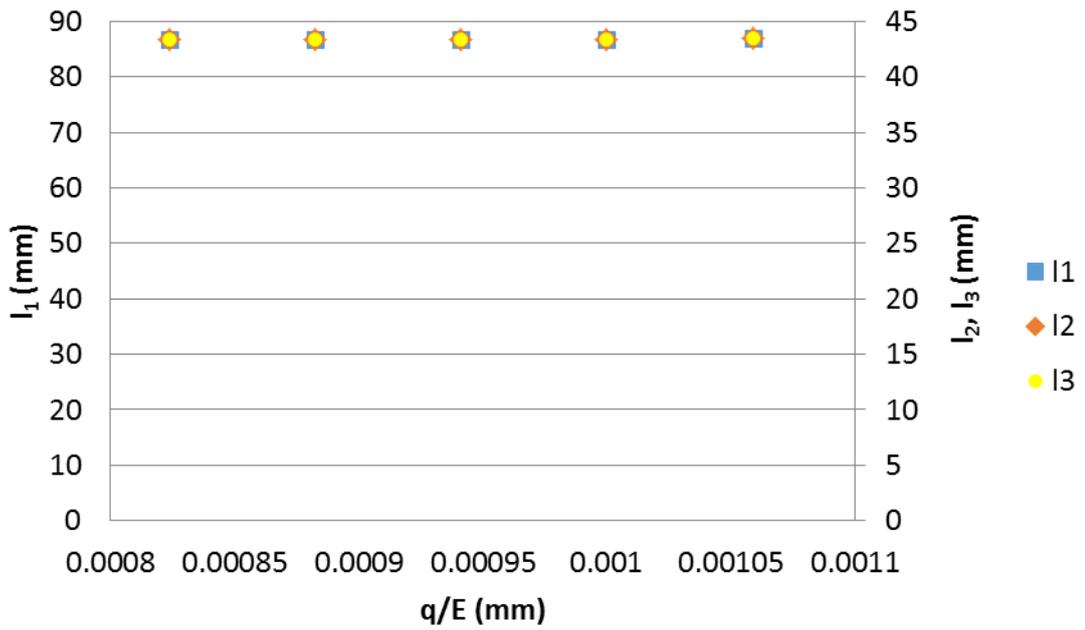


图 2.4.7  $l_1, l_2, l_3$  比较

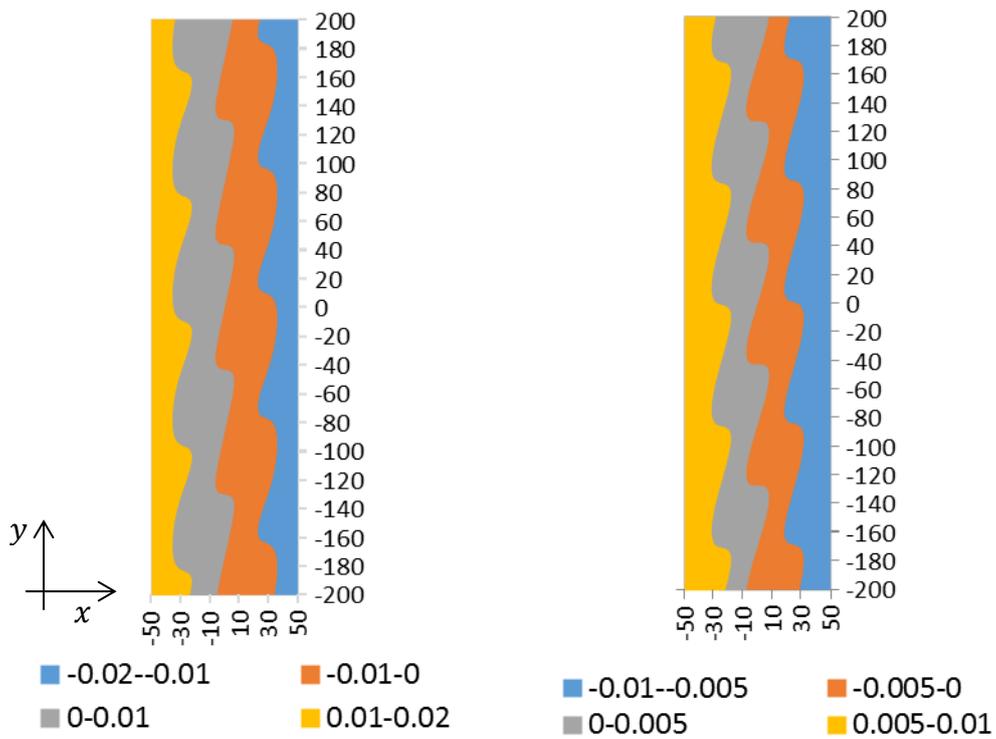


图 2.4.8  $u_0$  分布 (左 : FEA、右 : Ritz、单位 : mm)

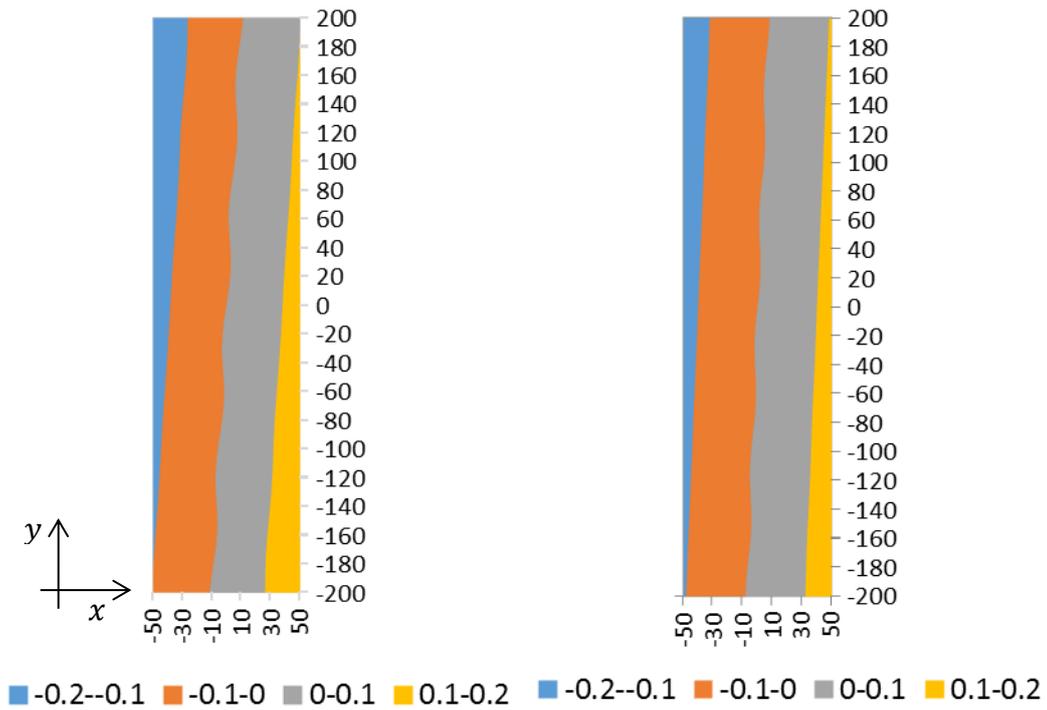


图 2.4.9  $v_0$ 分布 (左 : FEA、右 : Ritz、单位: mm)

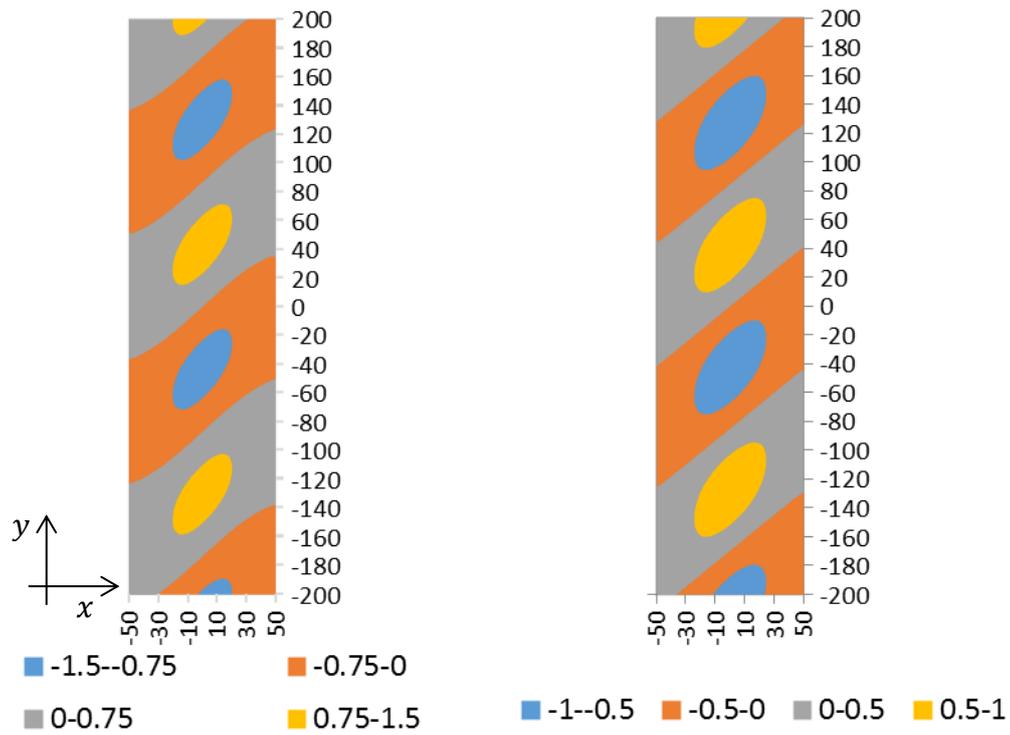


图 2.4.10  $w$ 分布 (左 : FEA、右 : Ritz、单位 : mm)

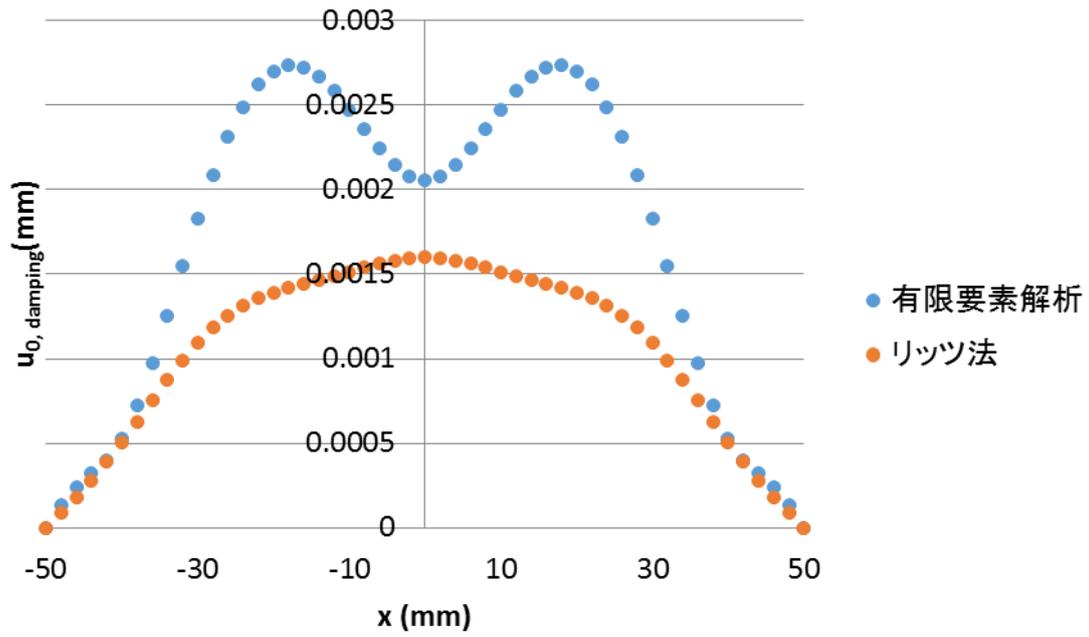


図 2.4.11  $u_0$  Damping component 比較

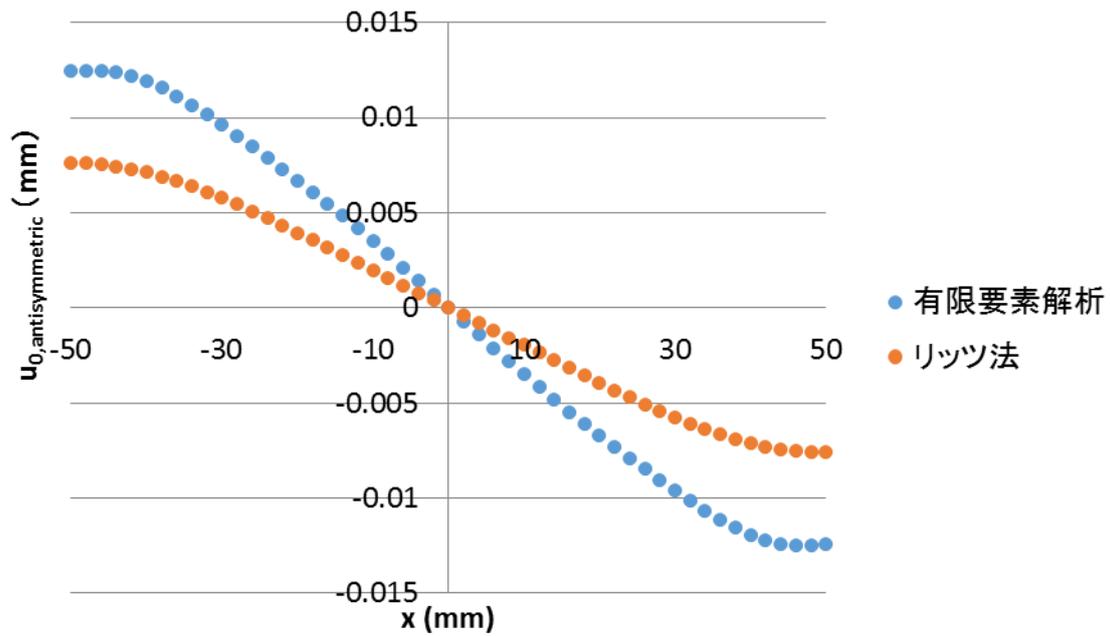


図 2.4.12  $u_0$ の $x = 0\text{mm}$ に関して反対称な項の比較

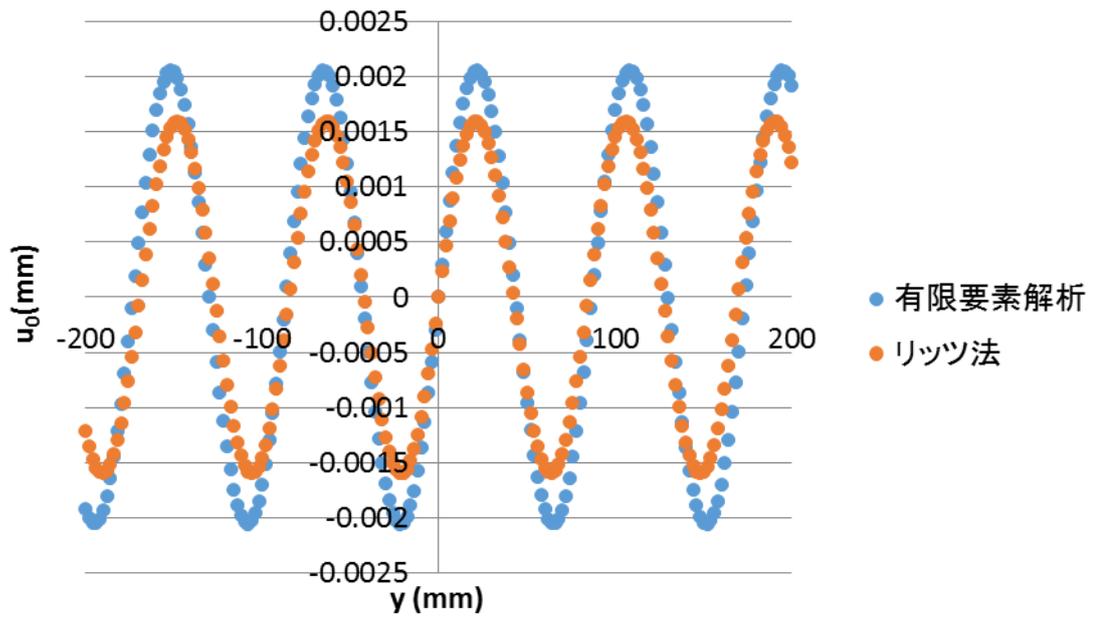


図 2.4.13  $u_0$ 分布 (y 軸上)

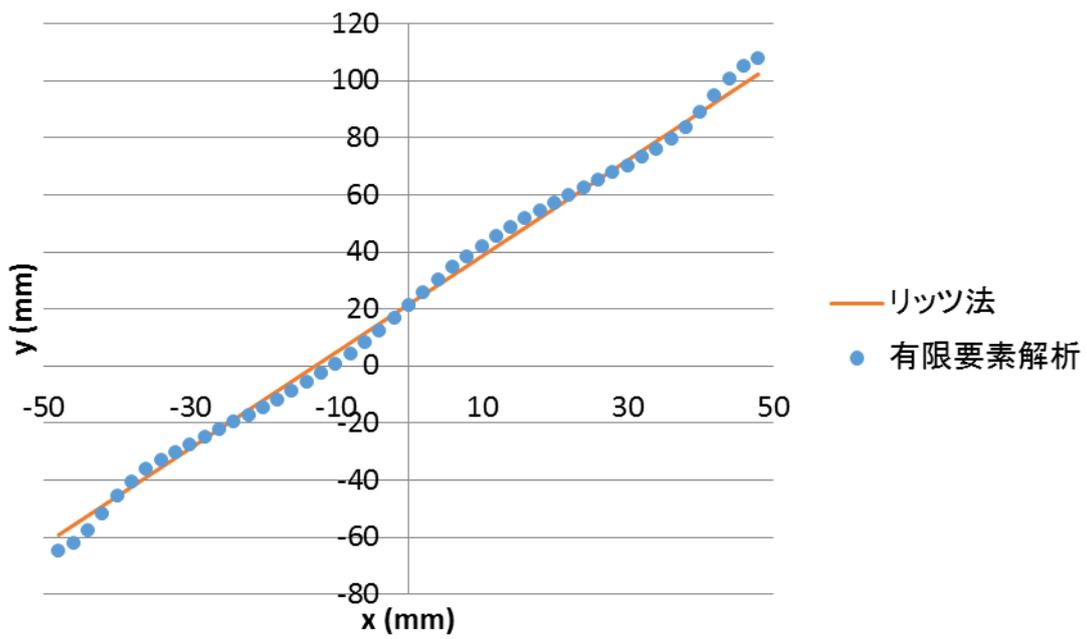


図 2.4.14  $u_0$ 稜線比較

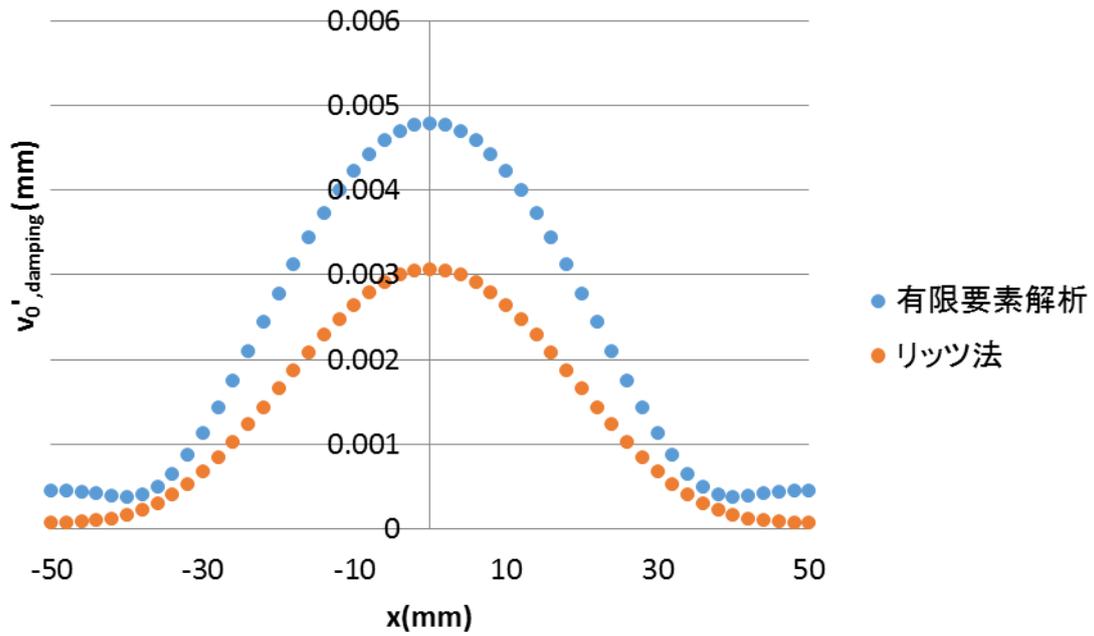


図 2.4.15  $v_0'$  の Damping component 比較

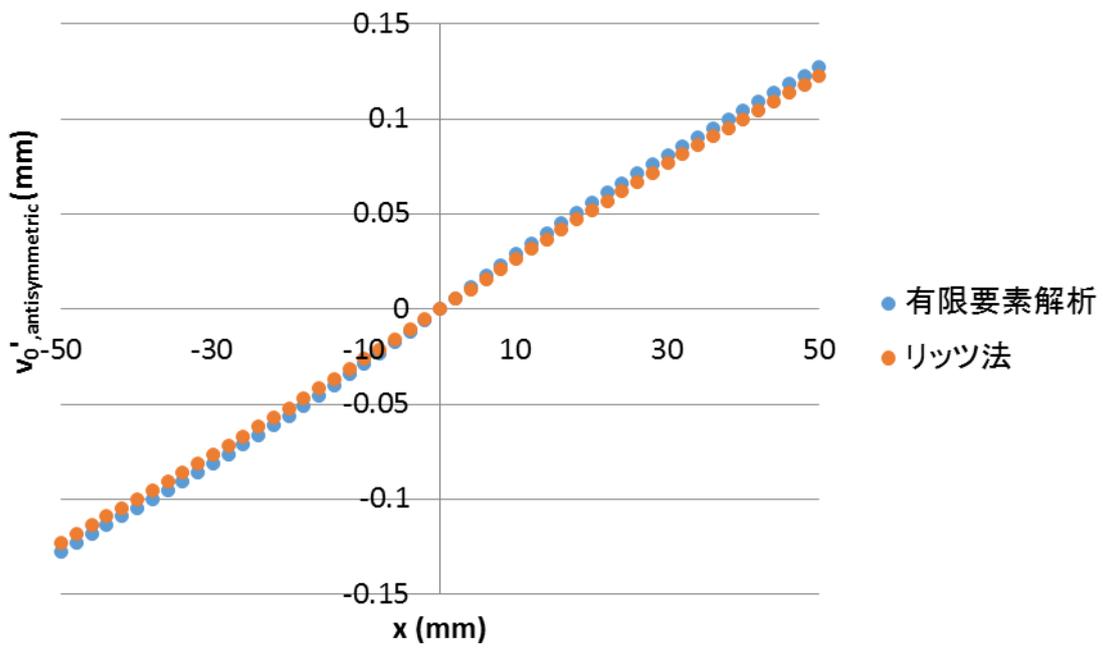


図 2.4.16  $v_0'$  の  $x = 0\text{mm}$  に関して反対称な項の比較

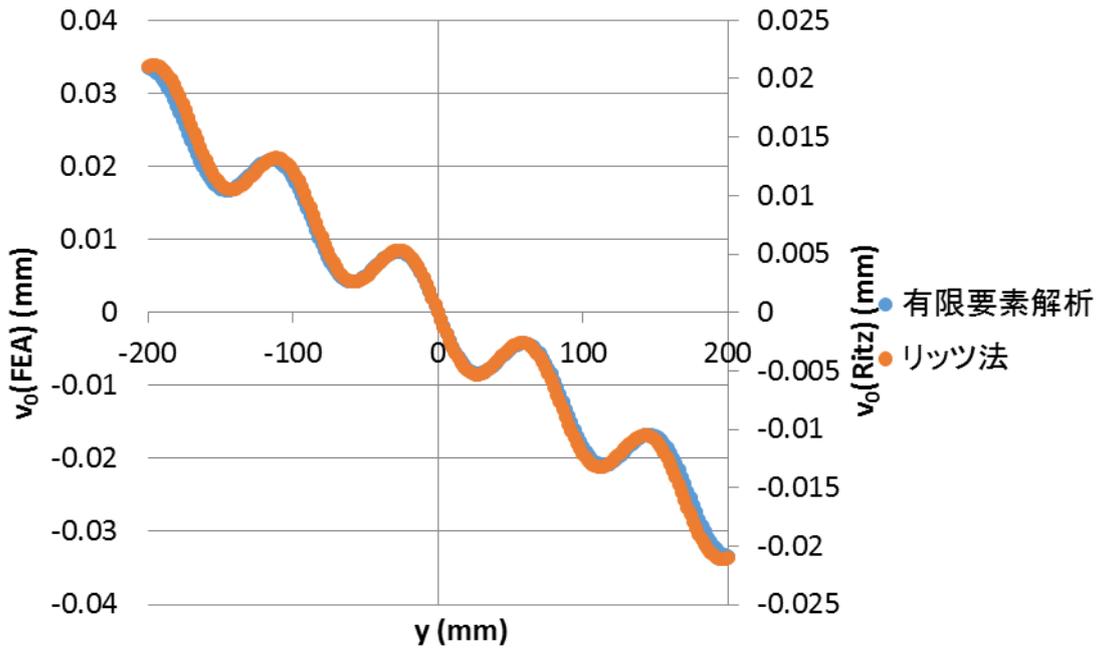


図 2.4.17  $v_0$ 分布 ( $y$  軸上)

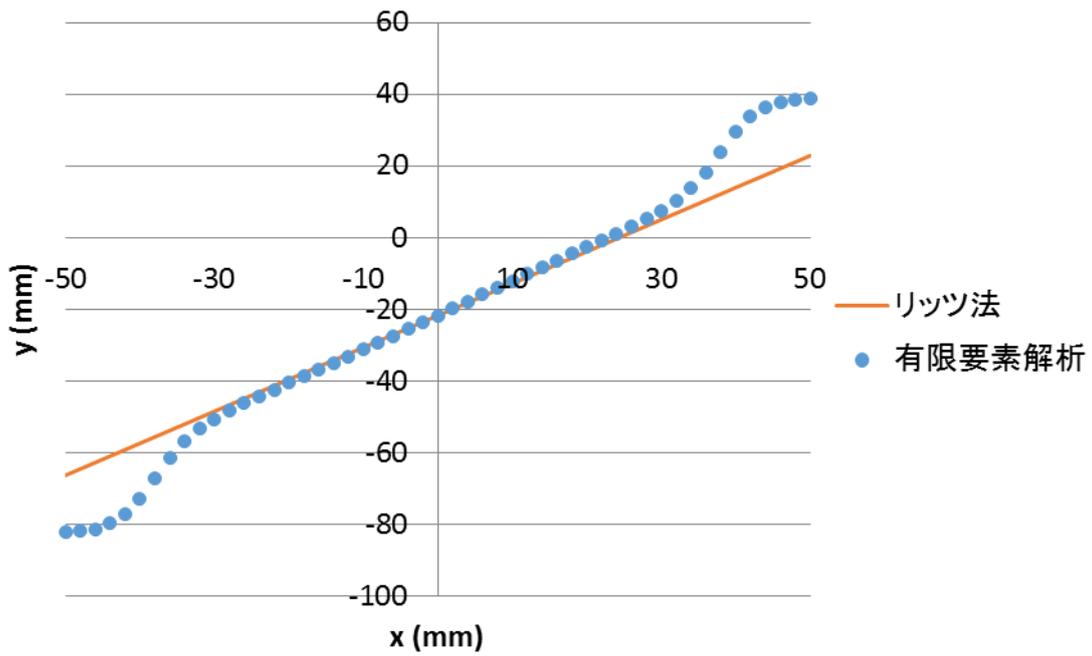


図 2.4.18  $v_0$ 稜線比較

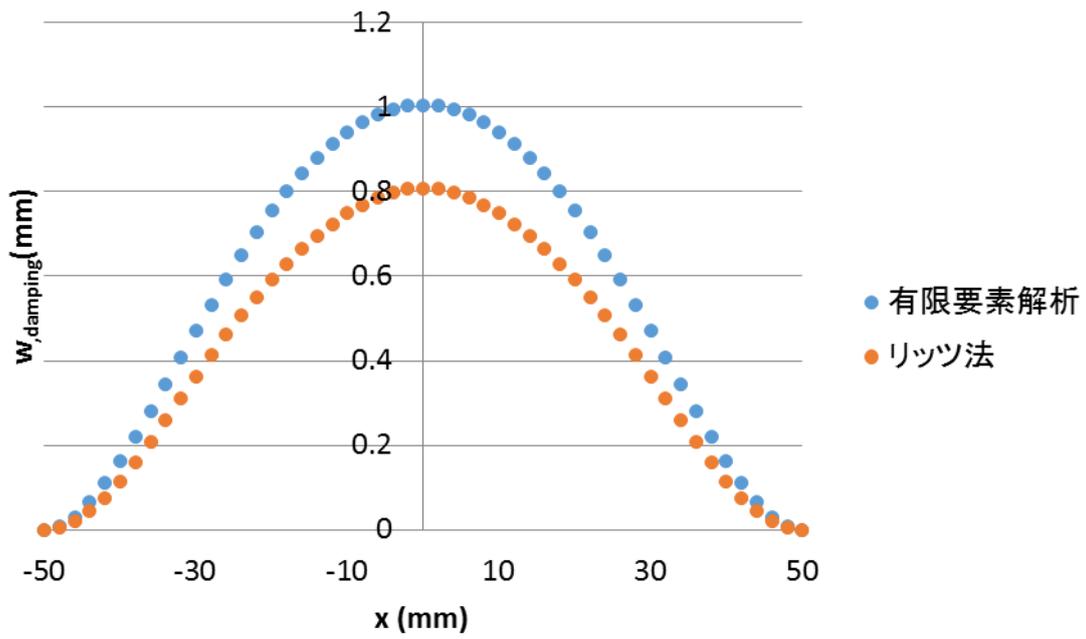


図 2.4.19  $w$  の Damping component

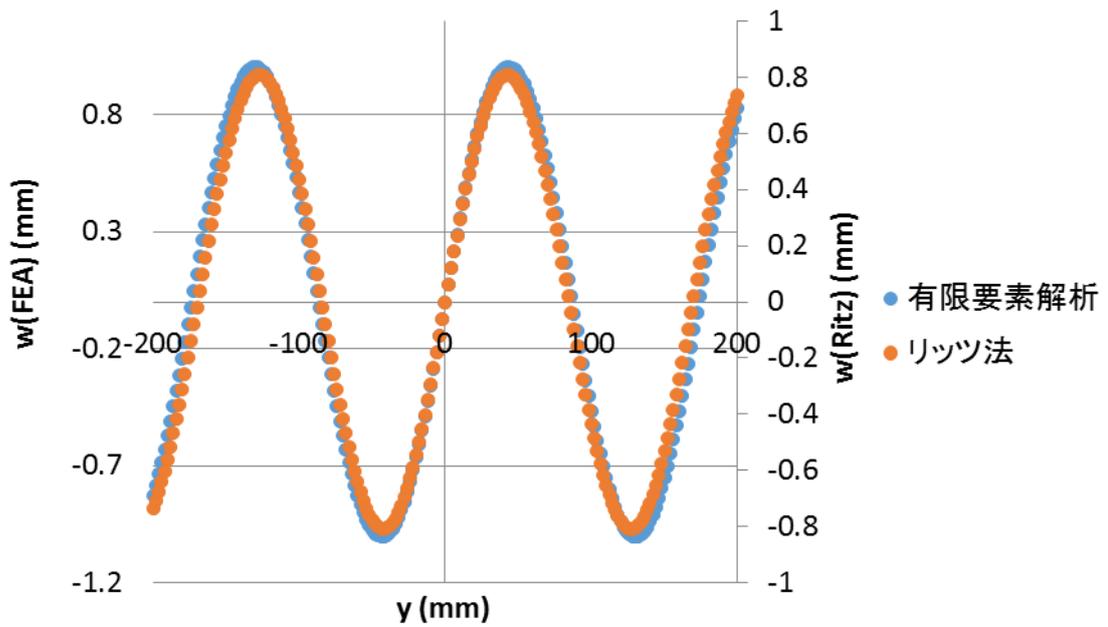


図 2.4.20  $w$  分布 ( $y$  軸上)

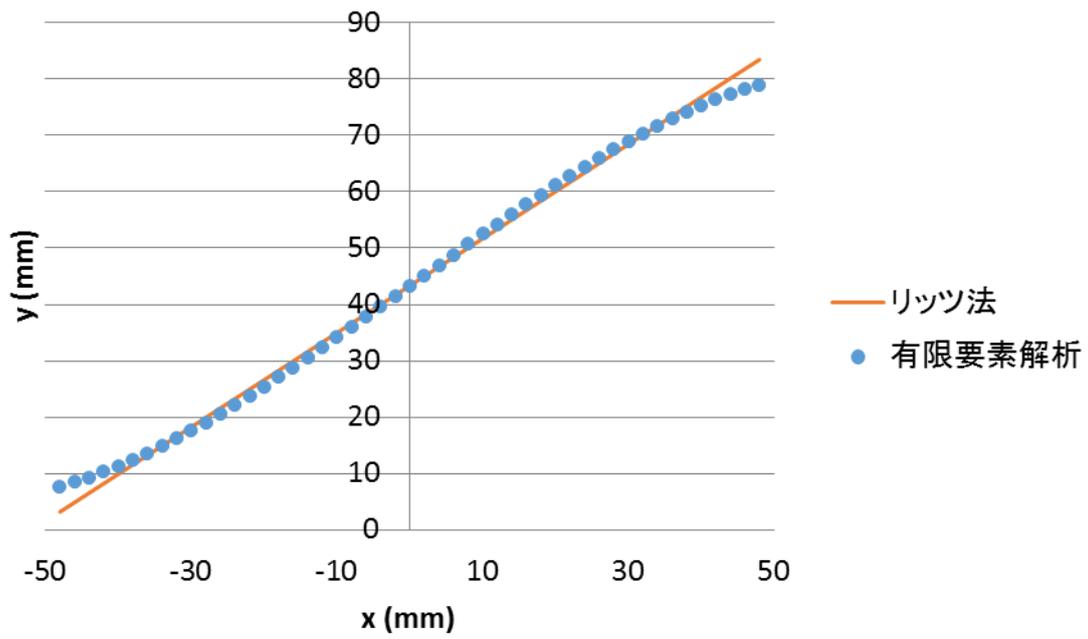


図 2.4.21  $w$ の稜線比較

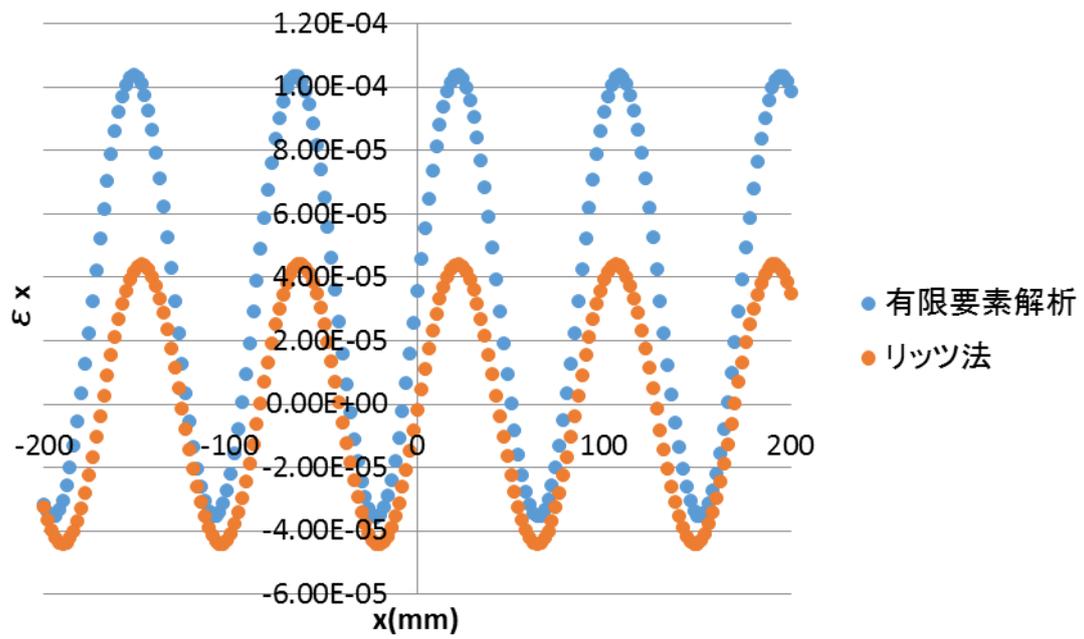


図 2.4.22  $\epsilon_x$ 分布 ( $x = -50\text{mm}$ )

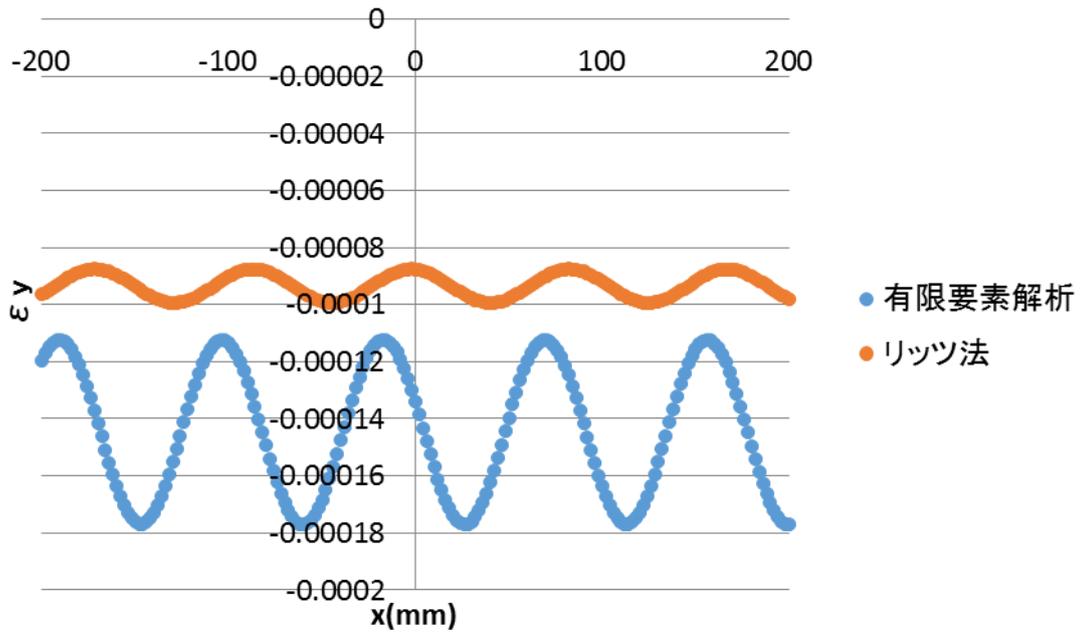


図 2.4.23  $\epsilon_y$ 分布 ( $x = -50\text{mm}$ )

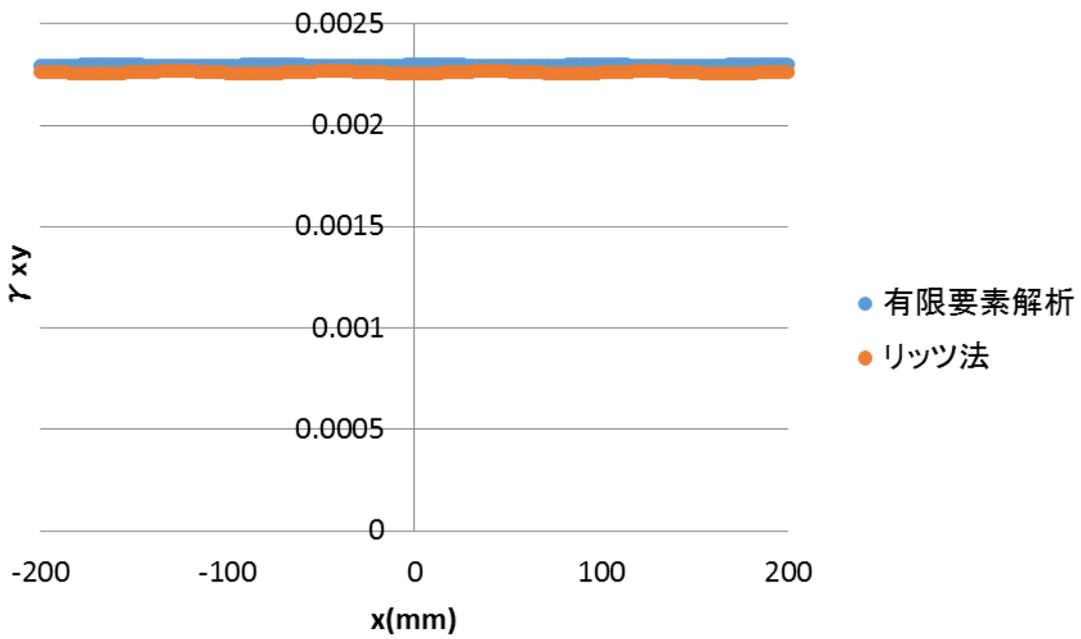


図 2.4.24  $\gamma_{xy}$ 分布 ( $x = -50\text{mm}$ )

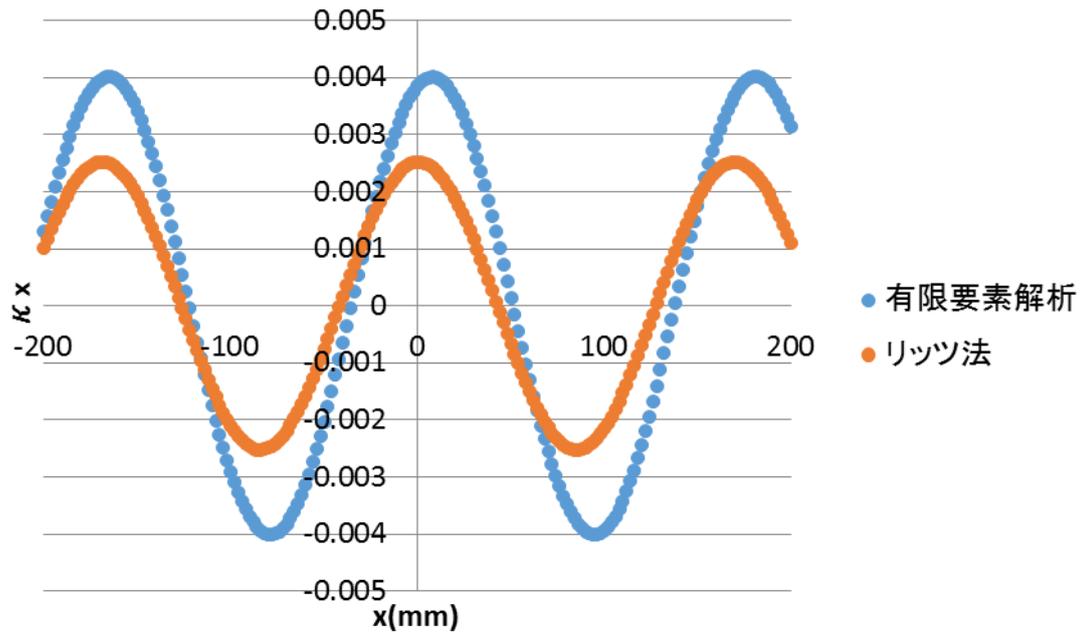


図 2.4.25  $\kappa_x$ 分布 ( $x = -50\text{mm}$ )

表 2.4.1 近似関数のパラメータ( $q/E = 0.00088\text{mm}$ )

$\alpha_1$	0.001666	$\beta_1$	$-7.957 \times 10^{-5}$	$\gamma_1$	0.7896
$\alpha_2$	$-7.614 \times 10^{-5}$	$\beta_2$	-0.002238	$\gamma_2$	0.08009
$\alpha_3$	$-3.547 \times 10^{-5}$	$\beta_3$	-0.0007530	$\gamma_3$	0.01868
$\alpha_4$	$4.437 \times 10^{-5}$	$\beta_4$	0.002453	$m_1$	0.8357
$\alpha_5$	-0.007265	$\beta_5$	0.003056	$m_2$	1.683
$\alpha_6$	0.0003452	$\beta_6$	$-9.346 \times 10^{-5}$	$m_3$	0.8911
				$l$	84.66

### 2.4.2. 複合材料のケース

次に複合材料のケースについて解析を行った。材料は M21/T800S を用いる事とし、材料定数・積層構成を表 2.4.2 に示す。航空機の構造で実際に用いられる積層構成とは異なるが、本論文では 5 章で行うパラメトリックスタディにおいて積層構成の違いをより顕著にするためにこのような積層構成を用いた。平板の寸法は  $a = 2400\text{mm}$ ,  $b = 100\text{mm}$  とした。

まず、荷重 - 変位曲線を図 2.4.26 に示す。等方性のケースと同様に荷重レベ

ルが等しい時、リッツ法を用いた解析の方が変位は小さくなっている。例えば、 $q = 68\text{N/mm}$ の時は $w_{FEA}/w_{Ritz}$ は 1.48 である。各変位の Fundamental component のパラメータ  $m_1, m_2, m_3, l$  とせん断荷重の関係とそれらに対応する有限要素解析での値を図 2.4.27～図 2.4.30 に示す。 $m_1, m_3, l$  については、値の大きさに大きな差はなく傾向もよく表せているが、 $m_2$  に関しては大きくずれている事が分る。

次に  $q = 68\text{N/mm}$  の時の変位分布を図 2.4.31～図 2.4.33 に示す。この時の各パラメータの値を表 2.4.3 に示す。リッツ法を用いた解析ではすべての変位の大きさが小さく評価さえている事が分る。分布パターンを見ると  $w$  については良く再現できているが、 $u_0, v_0$  については多少の違いが生じており、等方性のケースほど精度高く再現できていない事が分る。

$u_0$  の Damping component(2.65)を図 2.4.34 に示す。ここで、リッツ法の分布は境界付近で負、中央付近で正となっている。一方、有限要素解析から求めた分布は式 (2.46) からみて分るように、値が負になることはない。これは、有限要素解析では最大値と最小値から求めているのに対し、リッツ法では稜線での値を見ているからであり、半周期だけずれば正負が逆になる。しかし、 $u_0$  の Damping component に関しては、有限要素解析の結果とリッツ法による解析の結果の間で差が生じている事が分る。次に  $x = 0\text{mm}$  に関して反対称な項 (2.67) を図 2.4.35 に示す。リッツ法では変位が小さく評価されており、 $x = \pm b/2$  の値で比較すると 0.4 倍程度となっている。しかし、分布形状は妥当であると言える。リッツ法で用いた  $m_2$  と有限要素解析の解より求めた稜線の位置の比較を下図図 2.4.36 に示す。図中のリッツ法の分布は  $m_2$  の値を用いて  $x = 0\text{mm}$  において有限要素解析の稜線と一致するようにプロットしたものである。この図から、実際の  $m_2$  の値は今回の解析で求めたものより小さいことが分る。 $x = 0\text{mm}$  における分布を下図 (図 2.4.51) に示す。リッツ法の変位は有限要素解析より求めた変位の 0.14 倍程度となったが、近似に用いた関数、波長は妥当であると言える。

$v_0'$  の Damping component(2.69)を図 2.4.38 に示す。全体的にリッツ法の方が小さい解が得られた。また、 $x = \pm 50\text{mm}$  付近ではリッツ法ではゼロに近いとなっており、したがって  $\partial v_0/\partial y \approx 0$  となるのに対し、有限要素解析では  $\partial v_0/\partial y$  が  $x = \pm 50\text{mm}$  に沿って周期的な分布を持つ事を示している。次に  $v_0'$  の  $x = 0\text{mm}$  に関して反対称な項(2.71)を図 2.4.39 に示す。リッツ法により得られた分布は有限要素解析と比較すれば小さいが良い一致が得られた。リッツ法で用いた  $m_3$  と有限要素解析の解より求めた稜線の位置の比較を図 2.4.18 に示す。この図からパネル中央付近ではよく一致している事が分る。 $x = 0\text{mm}$  における分布を図 2.4.41 に示す。この図から、リッツ法によって求めた変位が有限要素解析の

結果より小さいこと、また、周期も若干短いことが分る。

$w_0$ の Damping component(2.63)を図 2.4.42 に示す。リッツ法の解の方が全体的に小さく、最大変位で比較すると 0.67 倍程度となっている。リッツ法で用いた $m_1$ と有限要素解析で求めた稜線の位置の比較を図 2.4.43 に示す。この図から稜線は直線ではないが良く近似できている事が分る。 $x = 0\text{mm}$ における分布を図 2.4.44 に示す。ただし、リッツ法による解析結果の軸は比較を容易にするために反転させている。この図から、変位の大きさは小さく評価されているが、近似関数や周期は妥当であると言える。

ひずみ ( $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ ) と曲率 ( $\kappa_x$ ) の分布の比較を図 2.4.45～図 2.4.48 に示す。ただし、面外変位が有限要素解析とリッツ法では半周期ずれているため、それに伴いひずみ・曲率の分布も周期にずれが生じている。分布の周期は良く一致しているが、ひずみ・曲率は有限要素解析に比べ小さいことが分る。特に $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ はその差が大きい。本論文の解析でエネルギー解放率への影響の大きいと考えられる $\gamma_{xy}, \kappa_x$ については、 $\gamma_{xy}$ はよく一致しているが、 $\kappa_x$ は有限要素解析の結果の半分程度になっている事が分る。

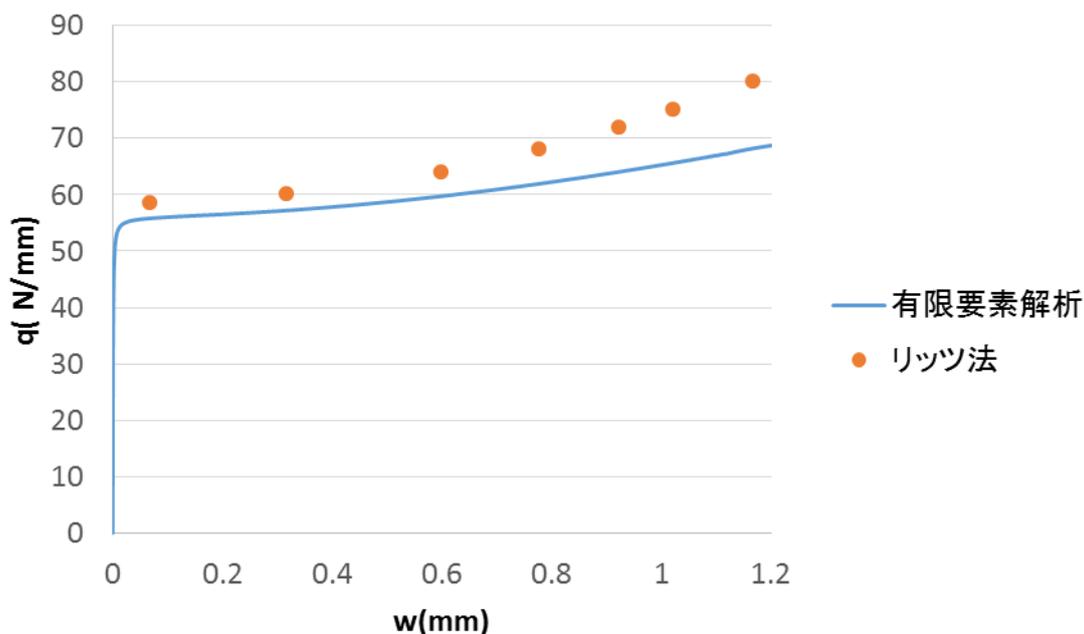


図 2.4.26 荷重 - 変位曲線

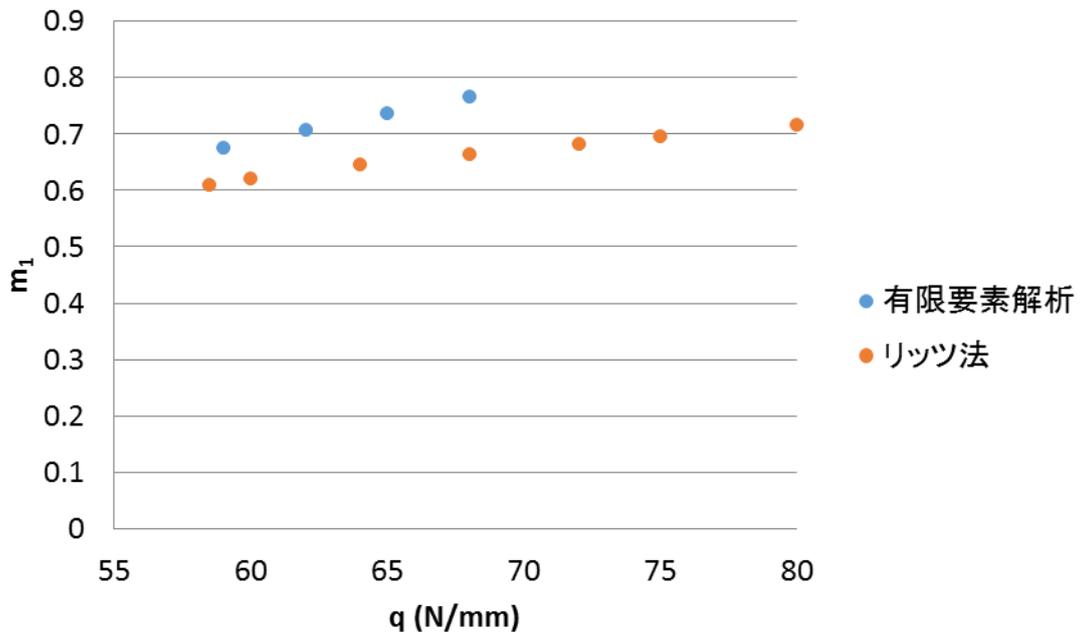


図 2.4.27  $m_1$ 比較

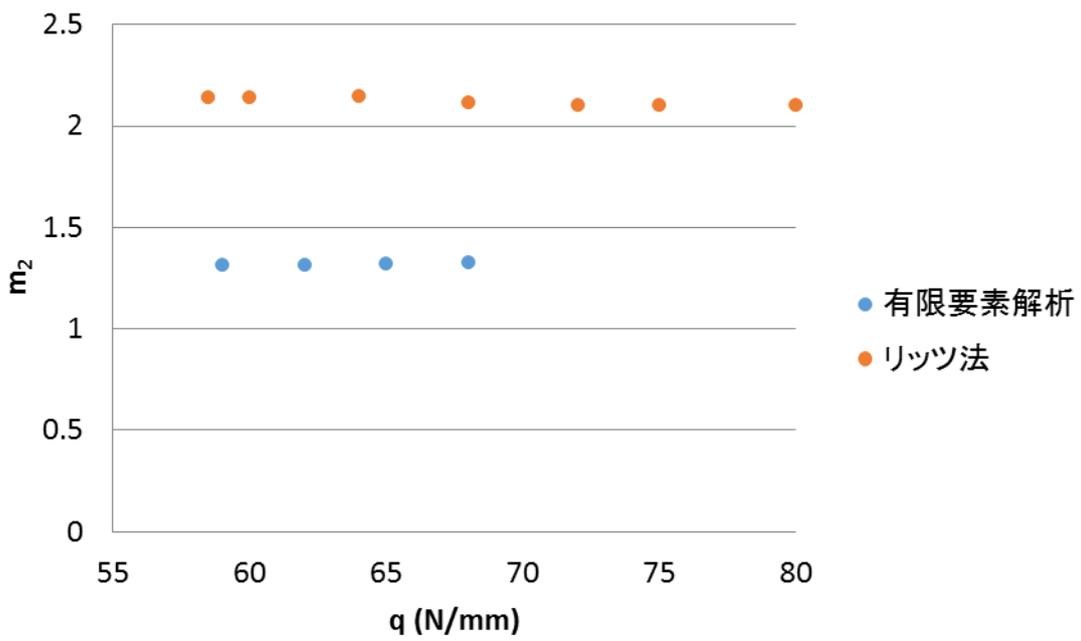


図 2.4.28  $m_2$ 比較

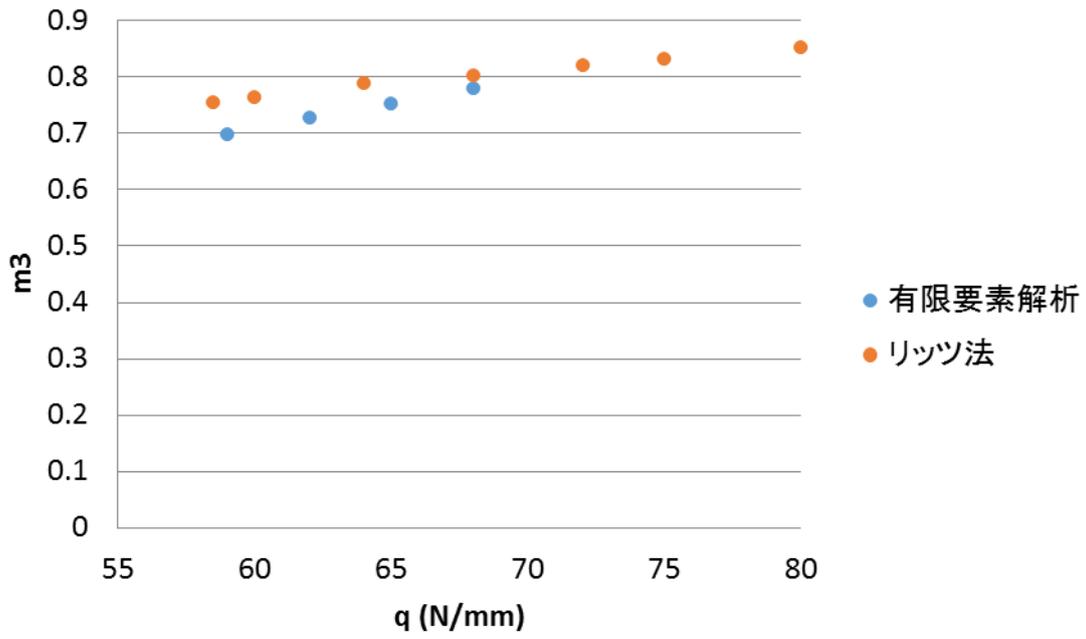


図 2.4.29  $m_3$ 比較

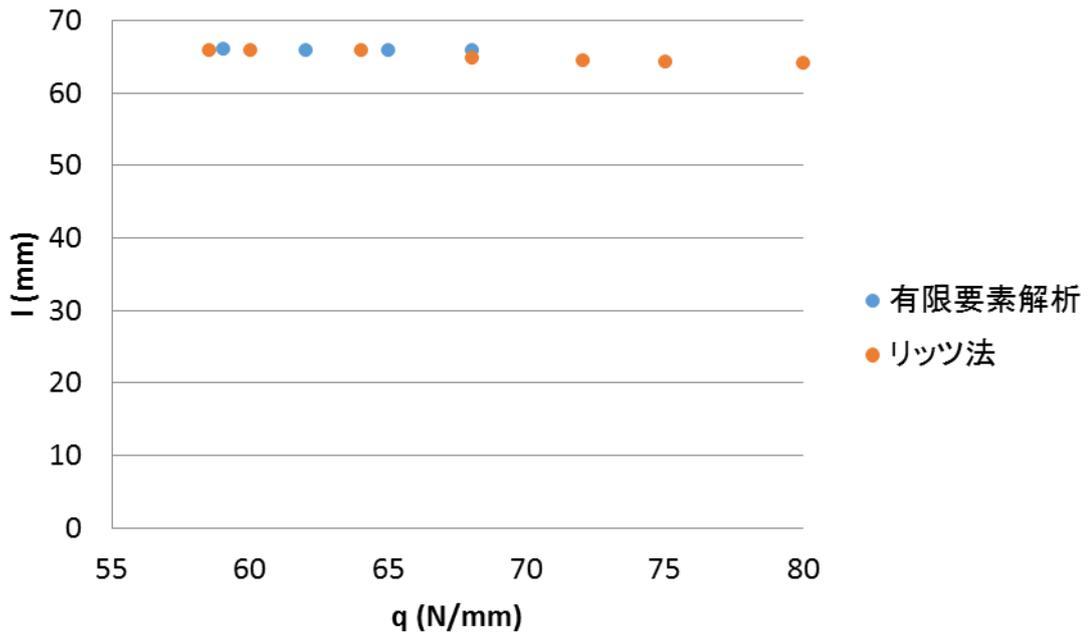


図 2.4.30  $l$ 比較

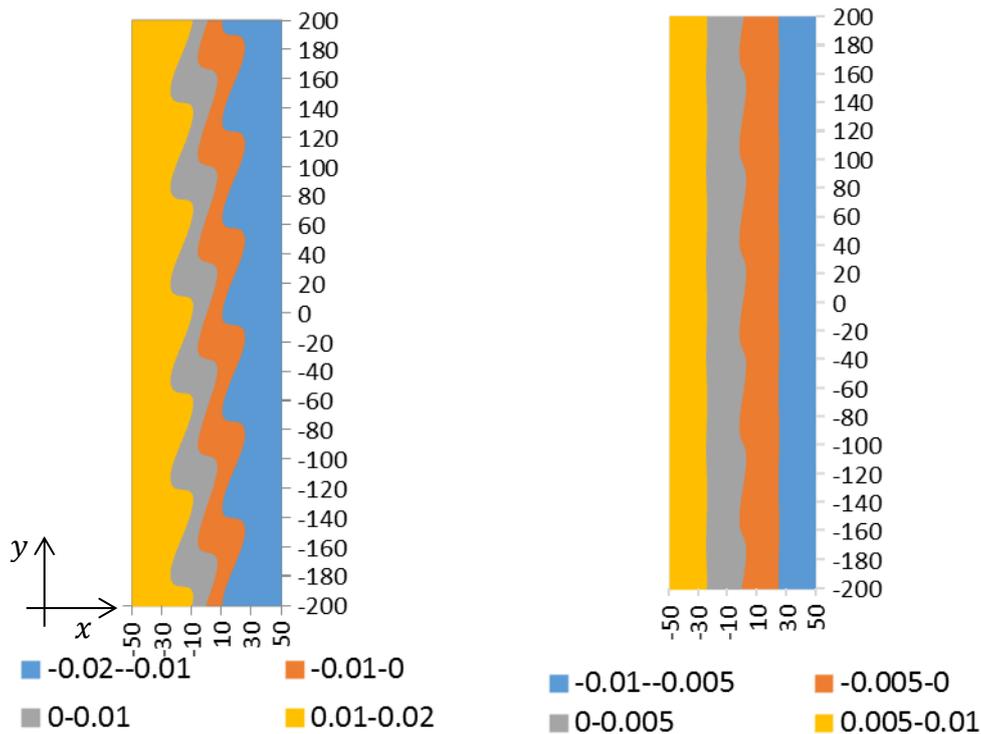


図 2.4.31  $u_0$ 分布 (左: FEA、右: リッツ法、単位: mm)

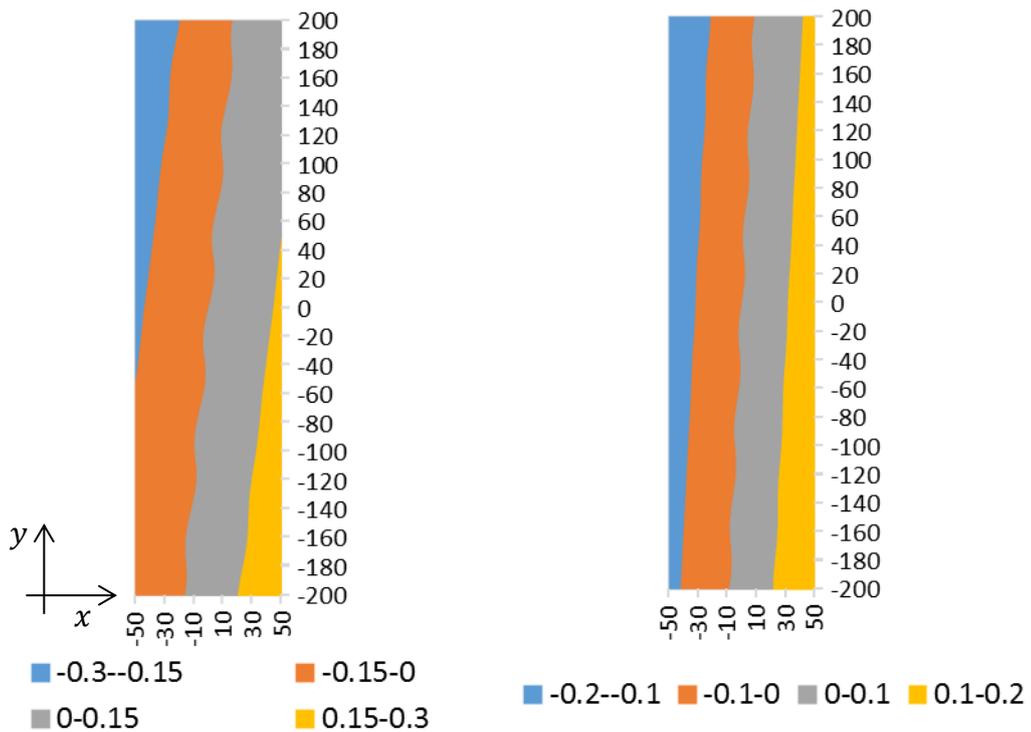


図 2.4.32  $v_0$ 分布 (左: FEA、右: リッツ法、単位: mm)

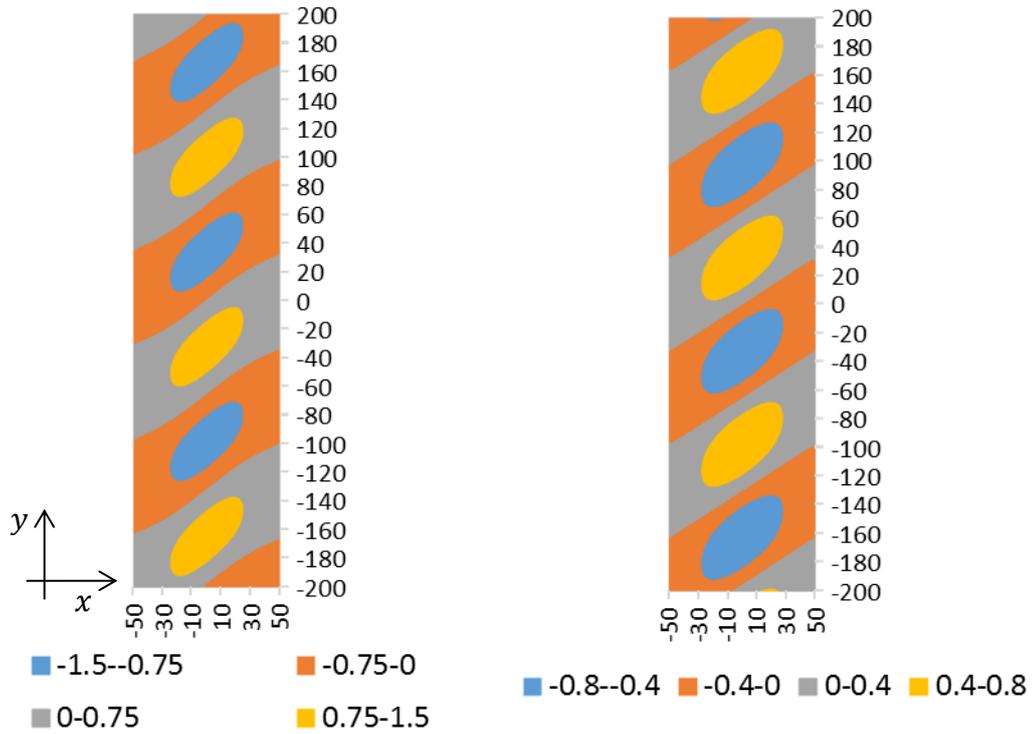


図 2.4.33  $w$ 分布 (左 : FEA、右 : リッツ法、単位 : mm)

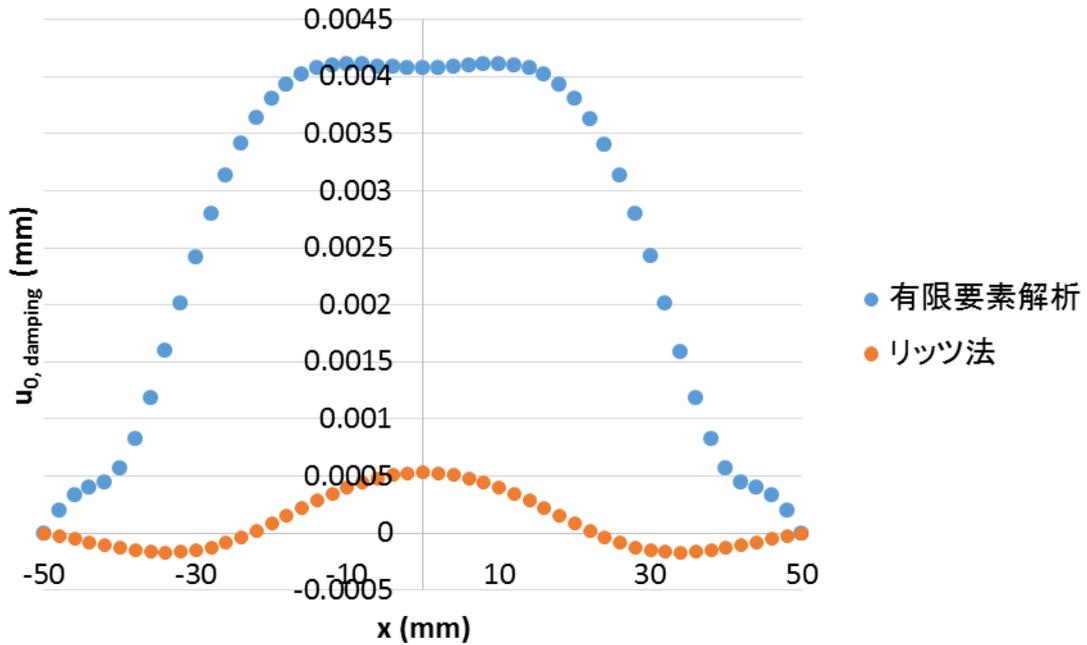


図 2.4.34  $u_0$ damping component

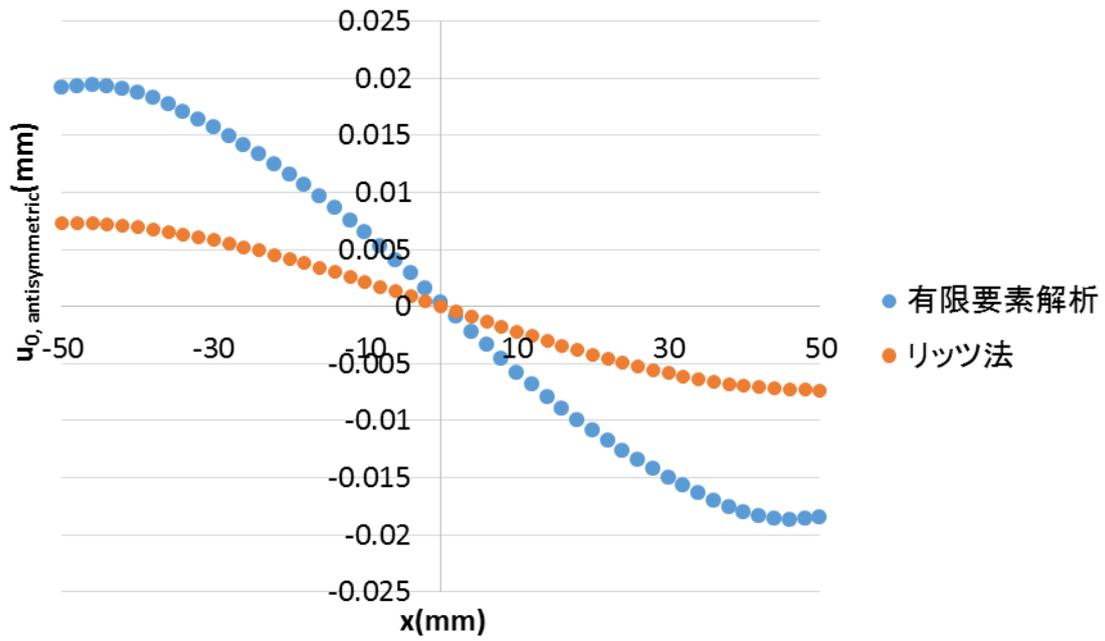


図 2.4.35  $u_0$ の $x = 0\text{mm}$ に関して反対称な項の比較

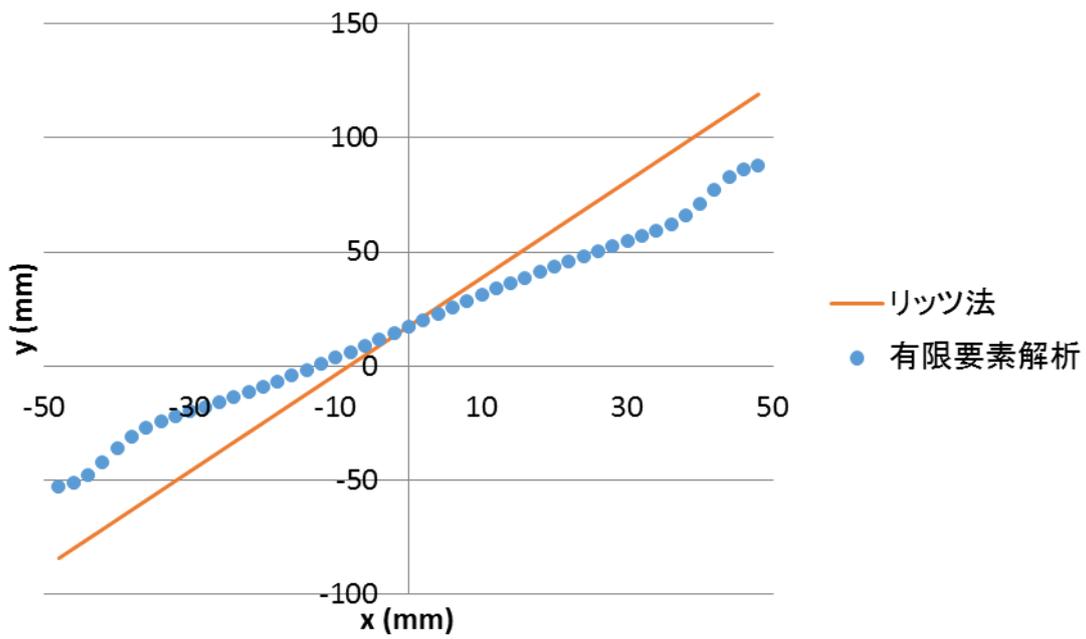


図 2.4.36  $u_0$ 稜線

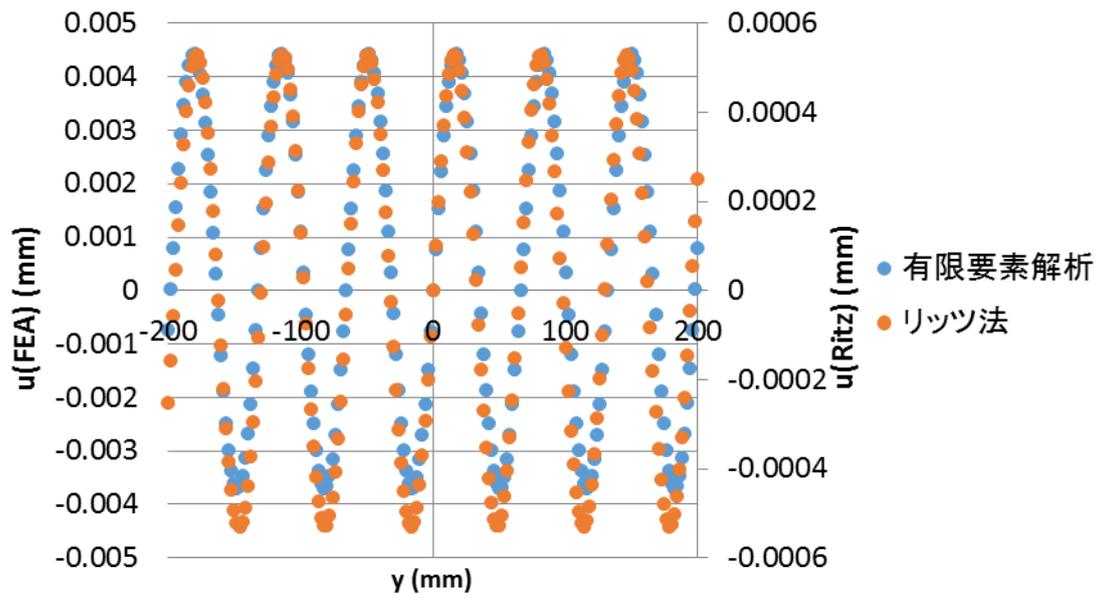


図 2.4.37  $u_0$ 分布 ( $y$ 軸上)

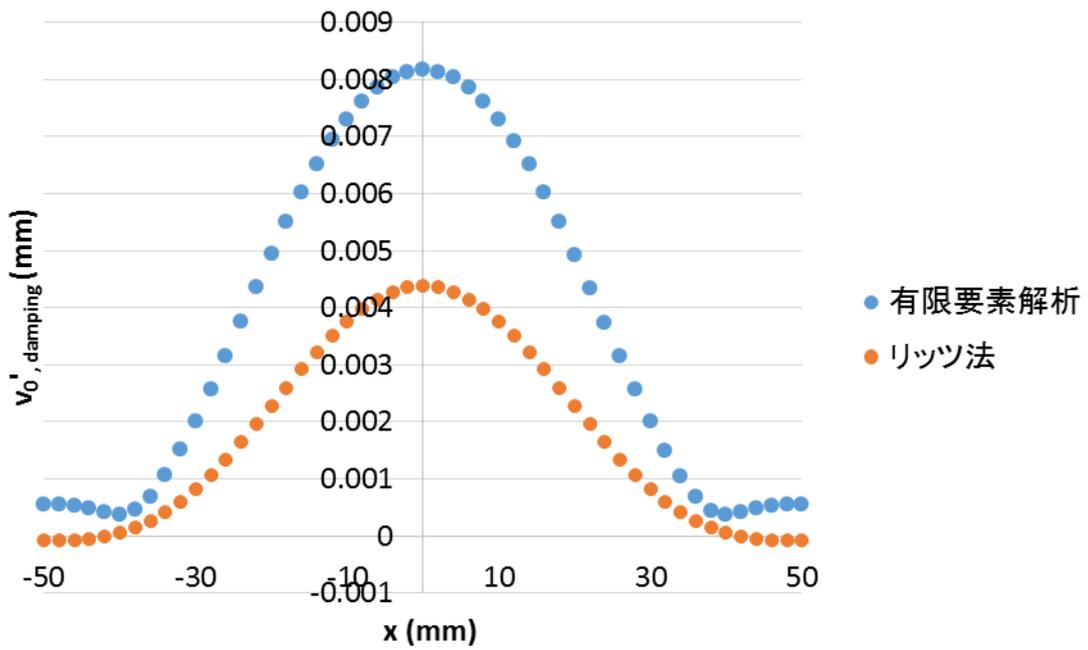


図 2.4.38  $v_0'$  Damping component

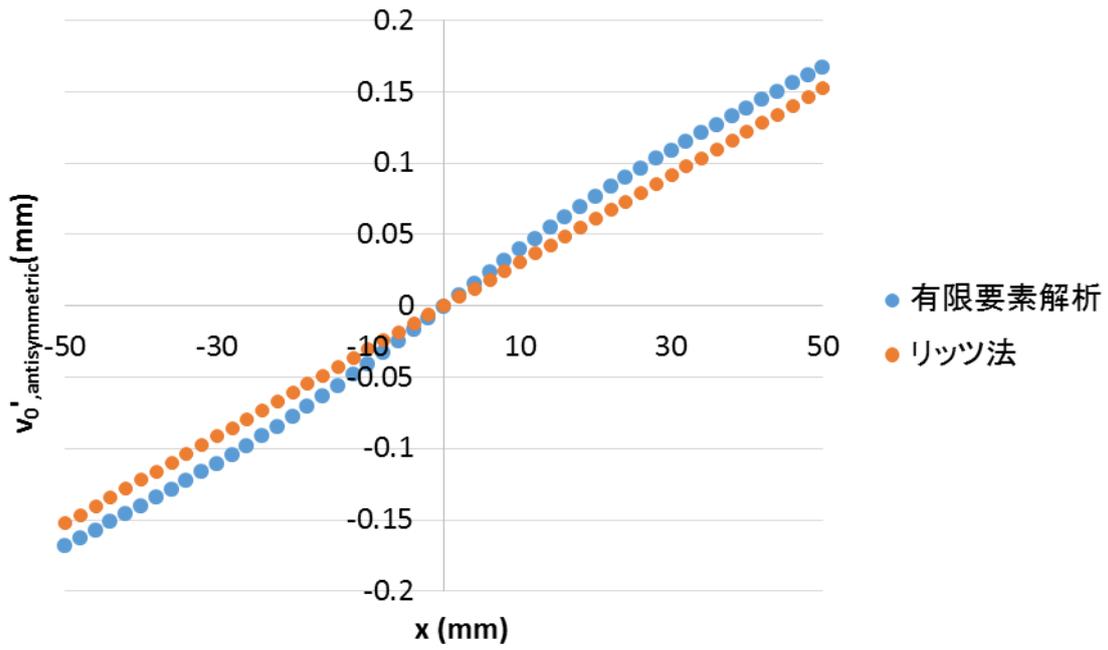


図 2.4.39  $v_0'$ の $x = 0\text{mm}$ に関して反対称な項の比較

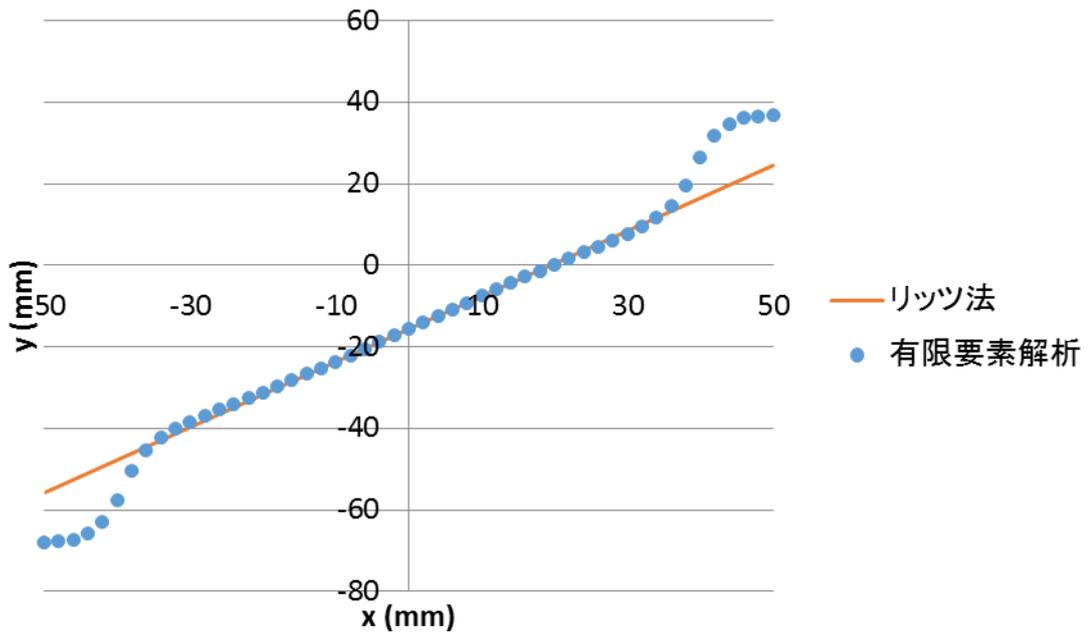


図 2.4.40  $v_0'$  稜線

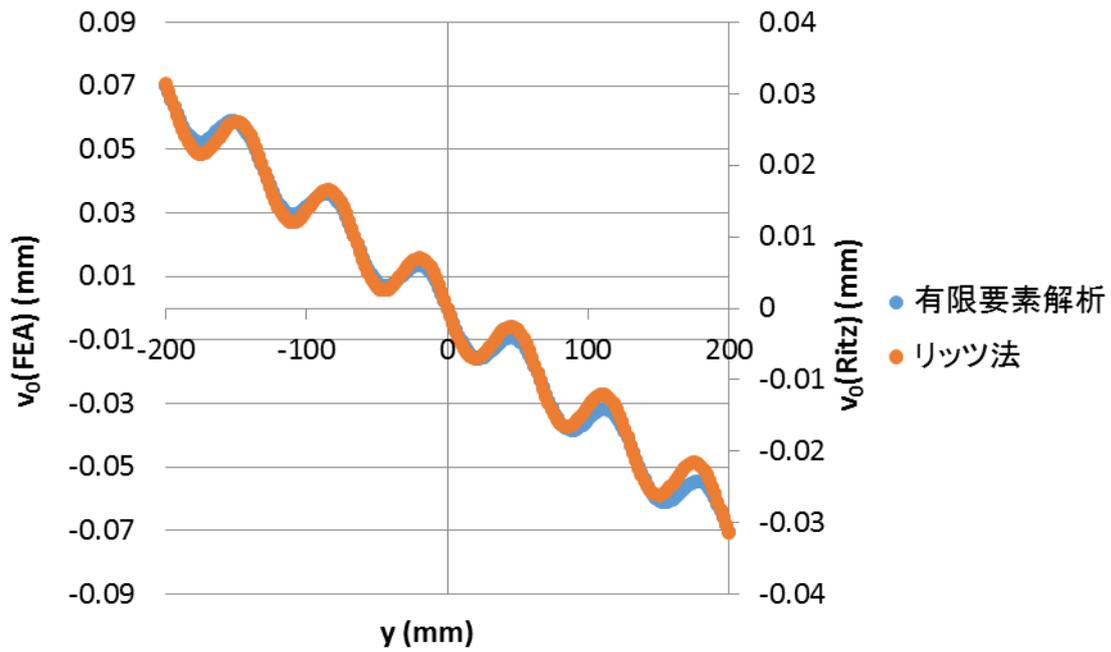


図 2.4.41  $v_0$ 分布 ( $y$ 軸上)

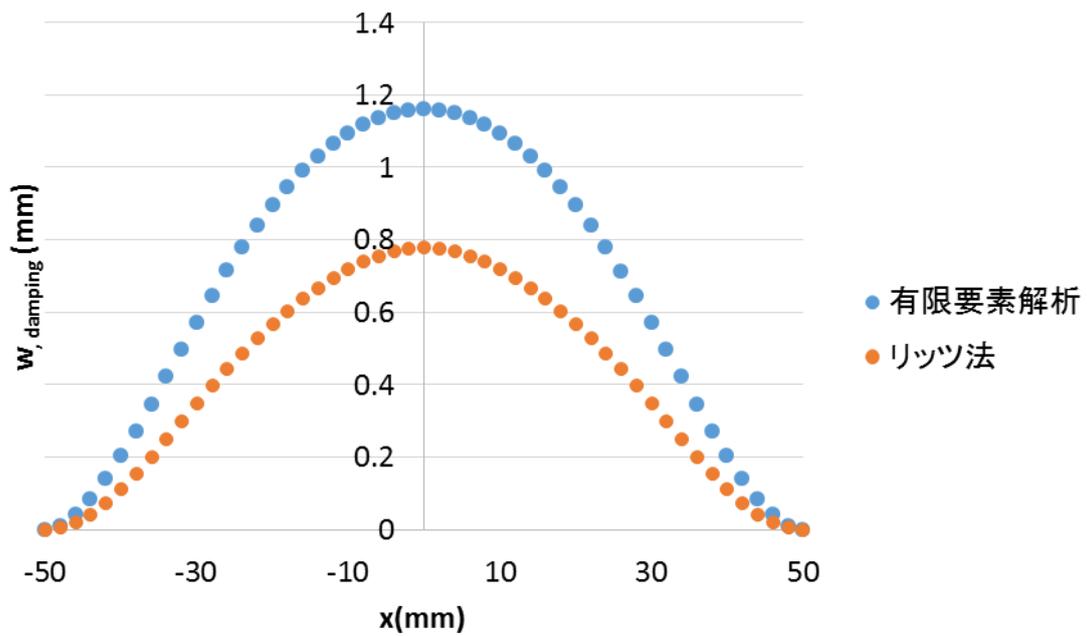


図 2.4.42  $w$ の Damping component

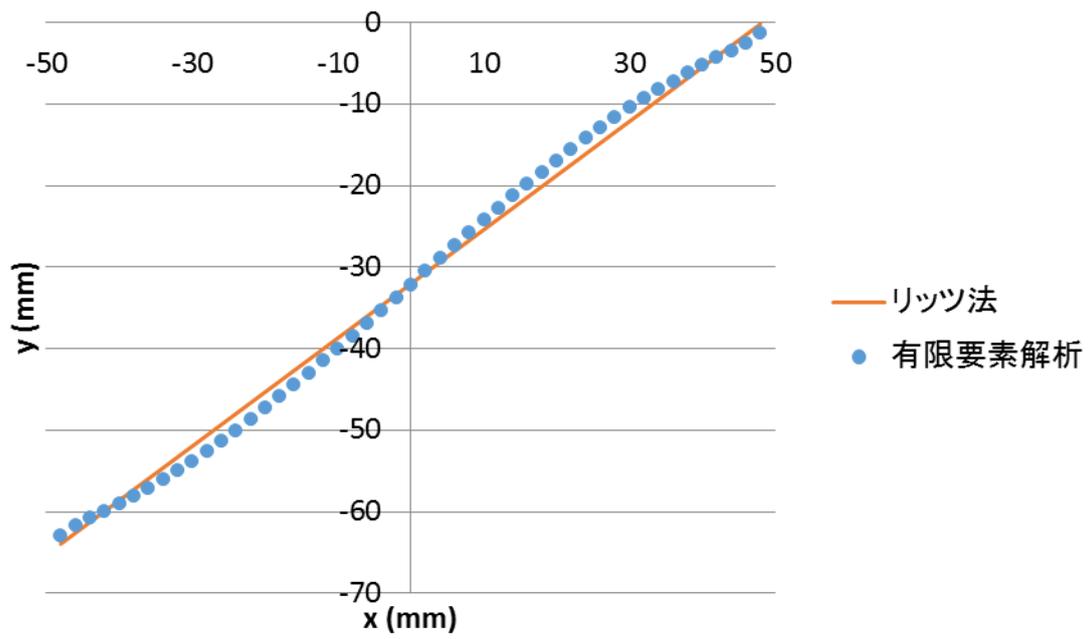


図 2.4.43  $w$ の稜線

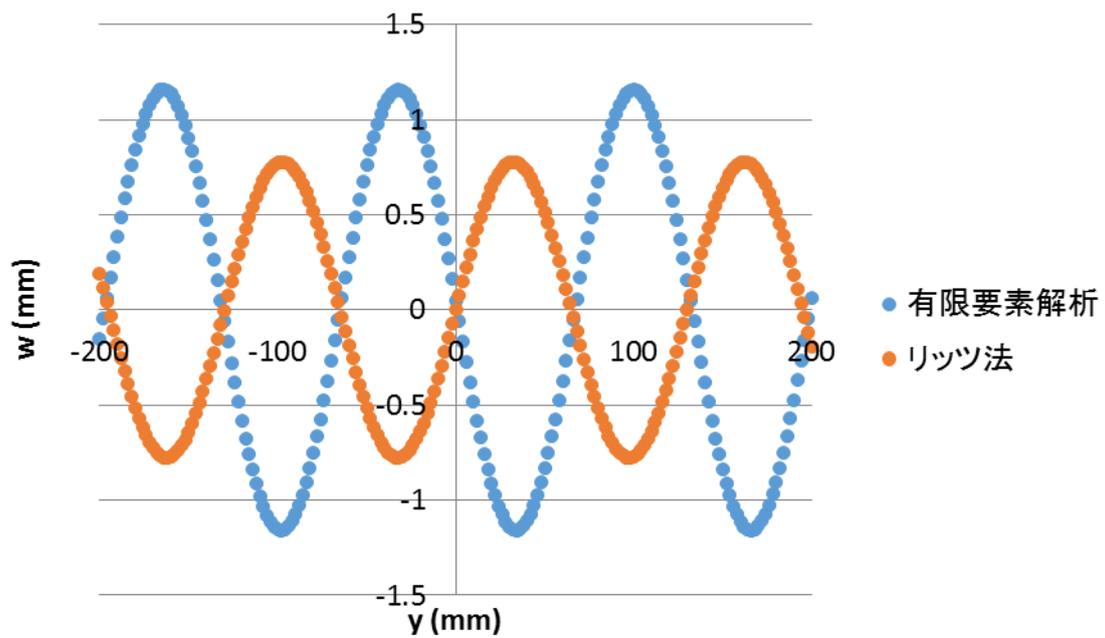


図 2.4.44  $w$ 分布 ( $y$ 軸上)

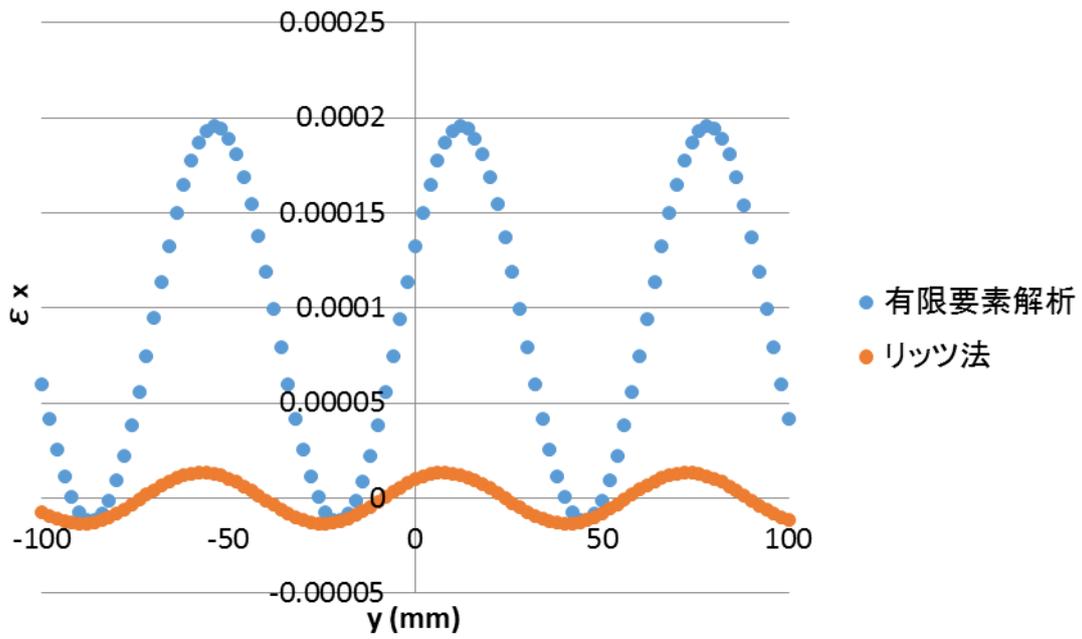


図 2.4.45  $\varepsilon_x$ 分布 ( $x = -50\text{mm}$ )

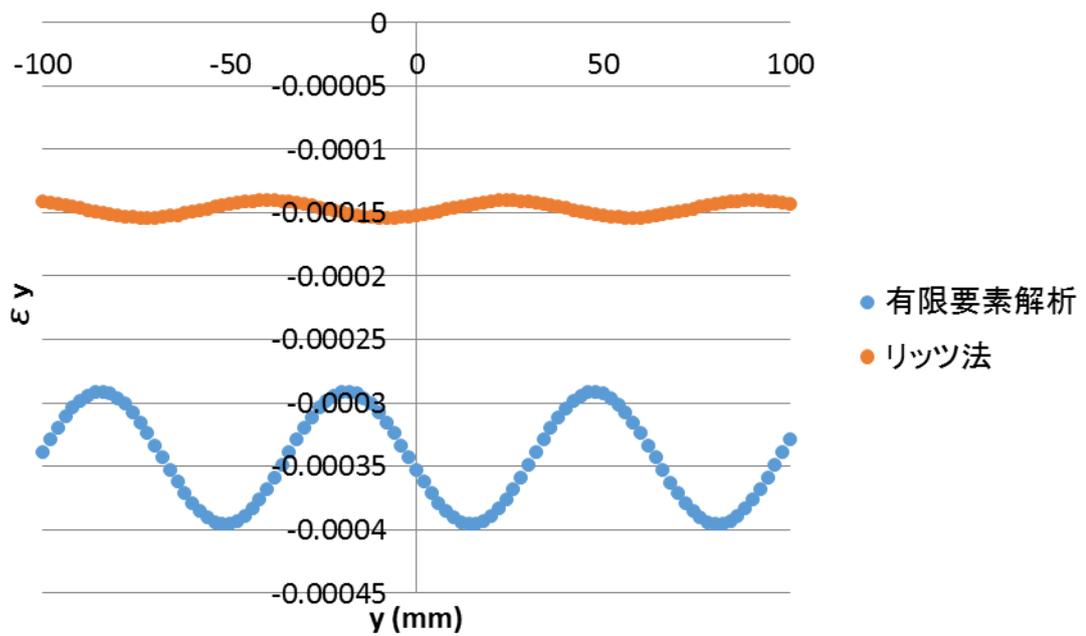


図 2.4.46  $\varepsilon_y$ 分布 ( $x = -50\text{mm}$ )

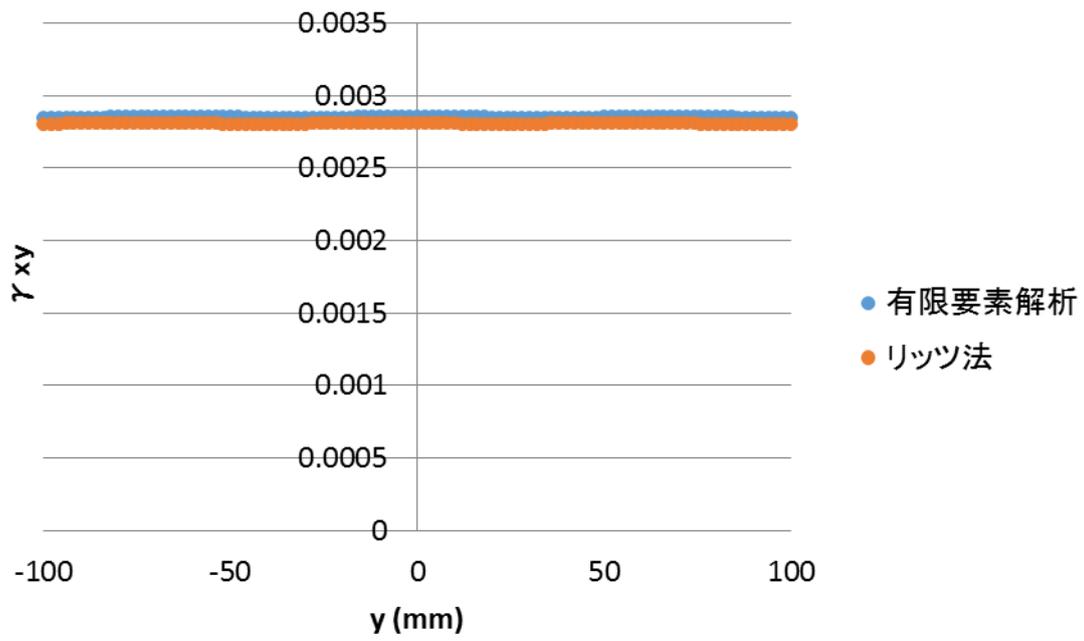


図 2.4.47  $\gamma_{xy}$ 分布 ( $x = -50$ mm)

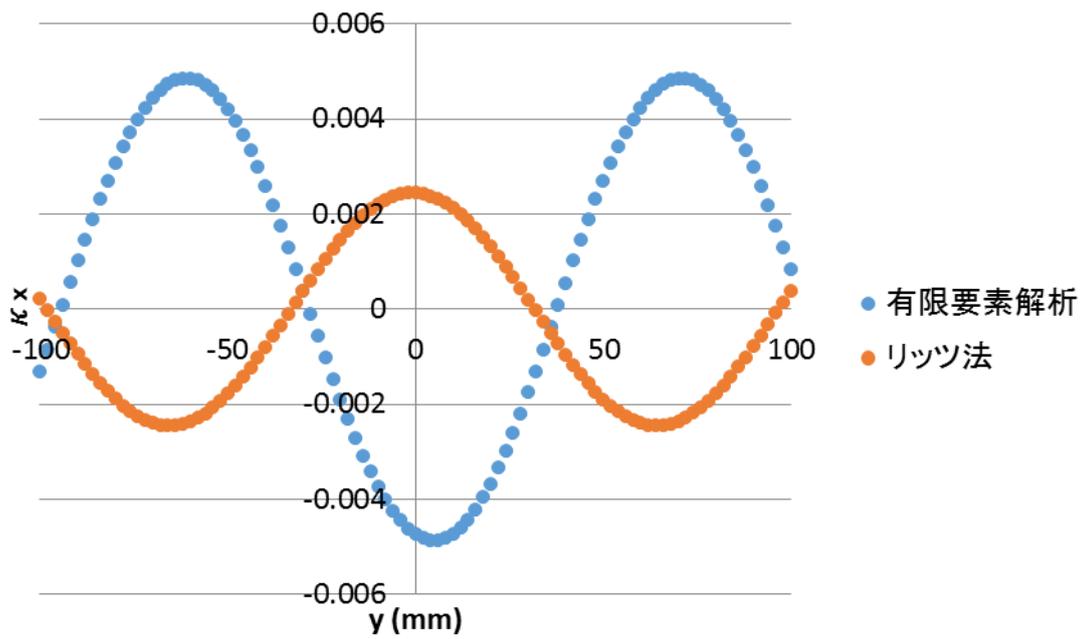


図 2.4.48  $\kappa_x$ 分布 ( $x = -50$ mm)

表 2.4.2 M21/T800S 材料定数<sup>41</sup>・積層構成

$E_{11}$	$E_{22}$	$G_{12}$	$\nu$
165GPa	7.64GPa	5.61GPa	0.35
積層構成		[0/90/-45/45] <sub>s</sub>	

表 2.4.3 近似関数のパラメータ

$\alpha_1$	0.0002335	$\beta_1$	$7.085 \times 10^{-5}$	$\gamma_1$	0.7581
$\alpha_2$	0.0002882	$\beta_2$	-0.003333	$\gamma_2$	0.07618
$\alpha_3$	$2.223 \times 10^{-5}$	$\beta_3$	-0.0011189	$\gamma_3$	0.01984
$\alpha_4$	$-1.348 \times 10^{-5}$	$\beta_4$	0.003051	$m_1$	0.6642
$\alpha_5$	-0.007249	$\beta_5$	0.003820	$m_2$	2.117
$\alpha_6$	$7.534 \times 10^{-5}$	$\beta_6$	-0.0001471	$m_3$	0.8032
				$l$	64.96

### 3. 外板 - 補強材間の剥離先端におけるエネルギー解放率解析

#### 3.1. エネルギー解放率の解析手法

本論文では下図 (図 3.1.1) のようにストリングに沿って一様な剥離があると仮定し、剥離先端におけるエネルギー解放率のy軸方向の分布を求める。剥離先端付近に掛かる荷重として下図 (図 3.1.2) のように $T_x, S_{xy}, M_y$ を考え、これを crack-tip force と呼ぶことにする。Crack-tip force はそれぞれ(2.22)、(2.24)、(2.26)より求める。以下ではこの Crack-tip force を用いてエネルギー解放率を導出する。ただし、本論文では剥離先端付近においてもキルヒホッフの仮定が成り立つとしている。

まず、モーメント $M_y$ が負荷されているケース(図 3.1.3)について検討する。ただし、剥離部分においては剥離面より下の平板のみに荷重が負荷されているとする。図 3.1.3 の上の図は剥離進展前の状態、下の図は $\delta a$ だけ剥離が進展した状態を表している。ここで $\delta a$ は非常に小さく、剥離進展前後で $M_y$ は変化しない事、破線で挟まれた部分において $M_y$ は一定であるとする。また、幅方向には十分小さい区間を考え、その中では幅方向には状態が一様であるとみなし、Williams の研究<sup>42</sup>を参考にエネルギー解放率を導出した。

エネルギー解放率 $G_{moment}$ は

$$G_{moment} = \frac{dU_e}{da} - \frac{dU_s}{da} \quad (3.1)$$

と表される。ここで、 $U_e$ は外力系のポテンシャル (単位幅)、 $U_s$ はひずみエネルギー (単位幅) である。平板のたわみ角の変化が

$$\left( \frac{d\phi_1}{dx} - \frac{d\phi_0}{dx} \right) \delta a \quad (3.2)$$

$$\left( \frac{d\phi_2}{dx} - \frac{d\phi_0}{dx} \right) \delta a \quad (3.3)$$

であり、上下の平板に負荷されている曲げモーメントがそれぞれ $M_y$ 、0 である事より外力系のポテンシャルの剥離進展による増分 $\delta U_e$ は

$$\delta U_e = M_y \left( \frac{d\phi_1}{dx} - \frac{d\phi_0}{dx} \right) \delta a \quad (3.4)$$

と表せる。したがって

$$\frac{dU_e}{da} = M_y \left( \frac{d\phi_1}{dx} - \frac{d\phi_0}{dx} \right) \quad (3.5)$$

となる。一方、破線で挟まれた部分におけるひずみエネルギーの増分 $\delta U_s$ は

$$\delta U_s = -\frac{1}{2} M_y \kappa_{x,1} \delta a + \frac{1}{2} M_y \kappa_{x,0} \delta a \quad (3.6)$$

となる。ここで、 $\kappa_{x,0}, \kappa_{x,1}$ はそれぞれ剥離していない部分の曲率、剥離している部分の下の平板の曲率である。したがって、

$$\frac{dU_s}{da} = -\frac{1}{2} M_y \kappa_{x,1} + \frac{1}{2} M_y \kappa_{x,0} \quad (3.7)$$

となる。以上よりエネルギー解放率は

$$G_{moment} = M_y \left( \frac{d\phi_1}{dx} - \frac{d\phi_0}{dx} \right) + \frac{1}{2} M_y \kappa_{x,1} - \frac{1}{2} M_y \kappa_{x,0} \quad (3.8)$$

となる。

$$\frac{d\phi_0}{dx} = -\kappa_{x,0} \quad (3.9)$$

$$\frac{d\phi_1}{dx} = -\kappa_{x,1} \quad (3.10)$$

より

$$G_{moment} = -\frac{1}{2} M_y \kappa_{x,1} + \frac{1}{2} M_y \kappa_{x,0} \quad (3.11)$$

と表せる。さらに剥離していない部分の剛性が十分に高く変形しないと仮定すると、

$$G_{moment} = -\frac{1}{2}M_y\kappa_{x,1} \quad (3.12)$$

となる。ただし、この式を用いた場合、補強部のひずみエネルギーを考慮した場合よりエネルギー解放率は高くなり、安全側に評価している事になる。

$T_x, S_{xy}$  のケースについても同様の考察により

$$G_{tension} = \frac{1}{2}T_x\varepsilon_{x0,1} \quad (3.13)$$

$$G_{shear} = \frac{1}{2}S_{xy}\gamma_{xy0,1} \quad (3.14)$$

と表せる。以下は添え字の 1 を省略する。等方性のケースでは(2.28)、(2.30)、(2.32)より

$$G_{tension} = \frac{1}{2} \frac{Eh}{1-\nu^2} (\varepsilon_{x0} + \nu\varepsilon_{y0})\varepsilon_{x0} \quad (3.15)$$

$$G_{shear} = \frac{1}{2} Gh\gamma_{xy0}^2 \quad (3.16)$$

$$G_{moment} = \frac{1}{2} D(\kappa_y + \nu\kappa_x)\kappa_x \quad (3.17)$$

となる。複合材のケースでは (2.40) より

$$G_{tension} = \frac{1}{2} (A_{11}\varepsilon_{x0}^2 + A_{12}\varepsilon_{y0}\varepsilon_{x0}) \quad (3.18)$$

$$G_{shear} = \frac{1}{2} A_{66}\gamma_{xy0}^2 \quad (3.19)$$

$$G_{moment} = \frac{1}{2} (D_{11}\kappa_x^2 + D_{12}\kappa_y\kappa_x + D_{16}\kappa_{xy}\kappa_x) \quad (3.20)$$

と表せる。

本論文ではストリングとストリングで補強された部分は変形しないとし、上記の式(3.15)~(3.20)を用いた。ただし、ひずみや曲率は図 2.1.3 の  $x = \pm b/2$  (剥離先端) での値を用いた。

Williams<sup>42</sup>は引張り荷重やモーメントが負荷されている一様な平板についてエネルギー解放率を求め、そのモード分離を行っているが、本研究の場合、 $G_{shear}$  は  $G_{III}$  にほぼ等しいと考えられるが、複合材積層板を扱っている事、ストリングは変形しないと仮定していることなどにより、 $G_{tension}$  と  $G_{moment}$  のモード分離をするのは困難であると考えられる。したがって、

$$G_{total} = G_{tension} + G_{moment} + G_{shear} \quad (3.21)$$

を計算し、剥離が進展しやすいモードのデータを用いて剥離進展の評価を行った。

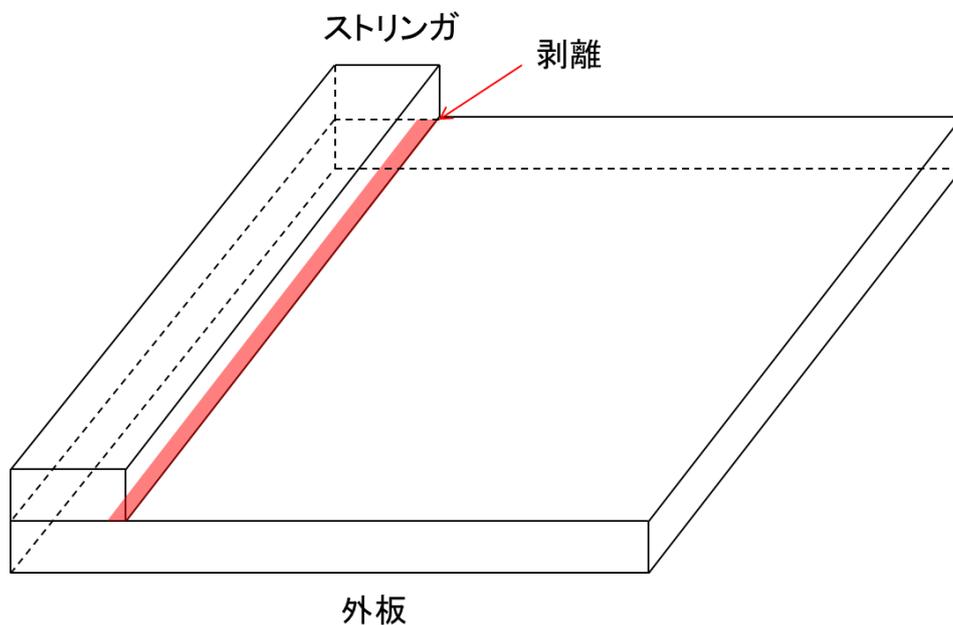


図 3.1.1 外板 - ストリング間の一様な剥離

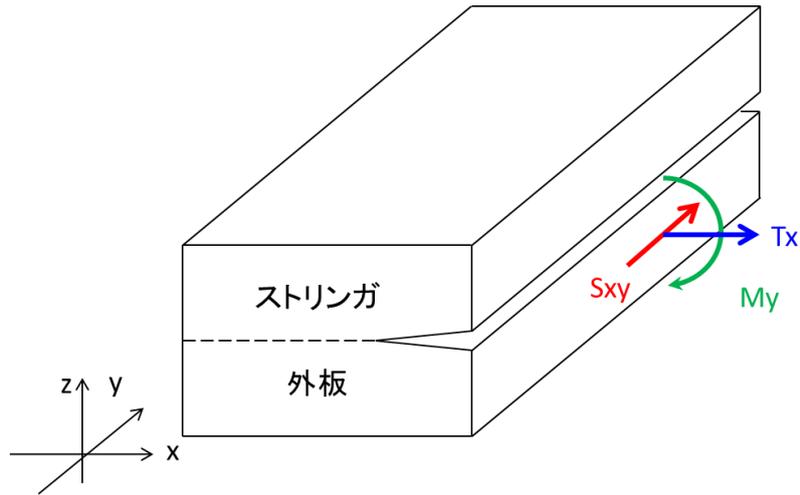


図 3.1.2 剥離先端付近の荷重

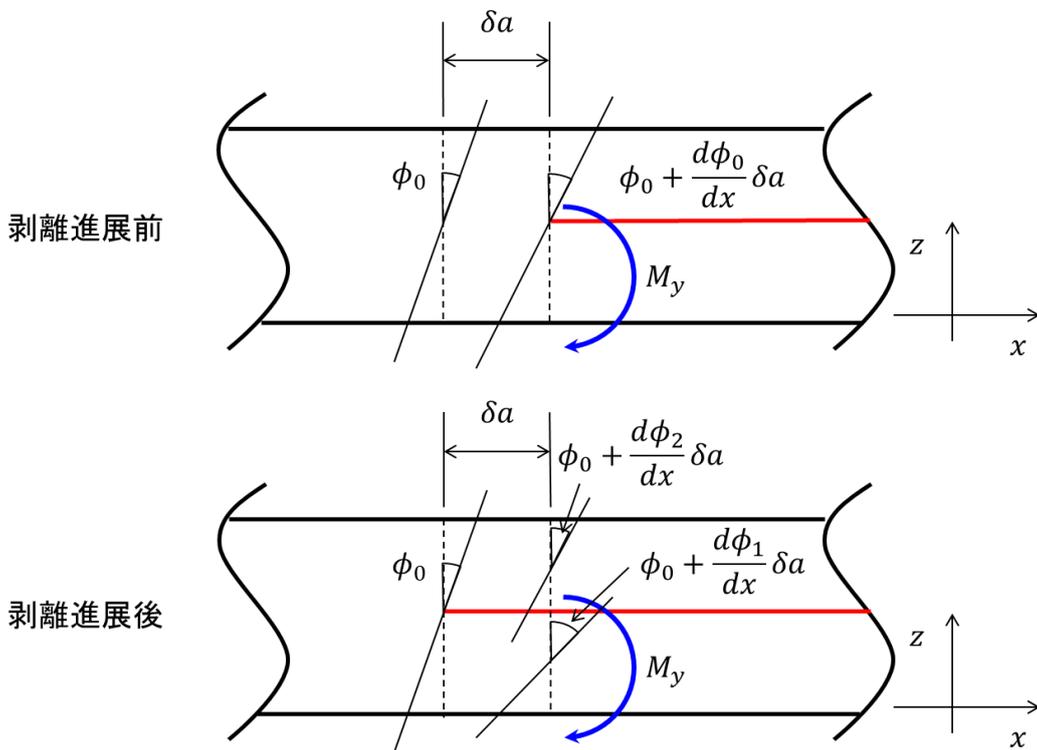


図 3.1.3 剥離先端付近にモーメントが負荷されている平板

## 3.2. 有限要素解析

### 3.2.1. 解析概要

3.1 で導出した(3.15)~(3.21)の妥当性を確認するために有限要素解析を行った。

ここでは、

・有限要素解析で求めた変位と(3.15)~(3.21)を用いて導出したエネルギー解放率の剥離先端に沿った分布

と

・有限要素解析で求めたエネルギー解放率の剥離先端に沿った分布の比較を行う。したがって、平板の寸法などは2章で用いたものを使用する必要はなく、図 3.2.1 のようなより小さいサイズのパネルの解析を行う。図 3.2.1 の灰色の箇所はストリング、白色の箇所は外板を表し、補強パネル (図 3.2.2) の赤色の破線で囲まれた部分に相当する。また2章ではストリングは変形しないと仮定したのでここでもストリングの剛性を外板の剛性より非常に大きくし、ストリングで補強された箇所の変形が外板の変形よりも非常に小さくなるようにした。図 3.2.1 の2か所の赤色矢印にはストリングと外板間にストリングの長手方向に一樣な 0.25mm の剥離を挿入した。パネルの中央を原点とし、幅方向に $x$ 軸、ストリング長手方向に $y$ 軸をとった。ストリングの中心 ( $x = \pm 60\text{mm}$ ) では、面外変位に関する境界条件として

$$w = 0 \quad (3.22)$$

$$\frac{dw}{dx} = 0 \quad (3.23)$$

とおく。また、面内変位に関する境界条件は

$$\frac{du}{dy} = 0 \quad (3.24)$$

$$\frac{dv}{dy} = 0 \quad (3.25)$$

とした。また、せん断荷重として

$$Q = \int q(y)dy \quad (3.26)$$

を与えた。パネルの上下端 ( $y = \pm 50\text{mm}$ ) に関しては変位に関する拘束をせず、また荷重を負荷していない。

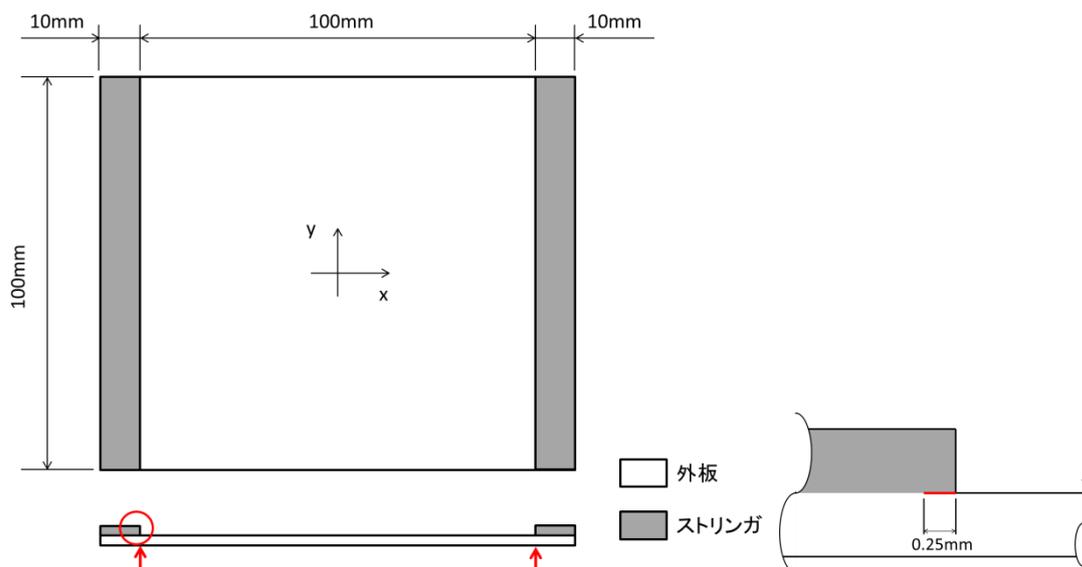


図 3.2.1 解析モデル (右：赤色の丸で囲まれた部分の拡大図)

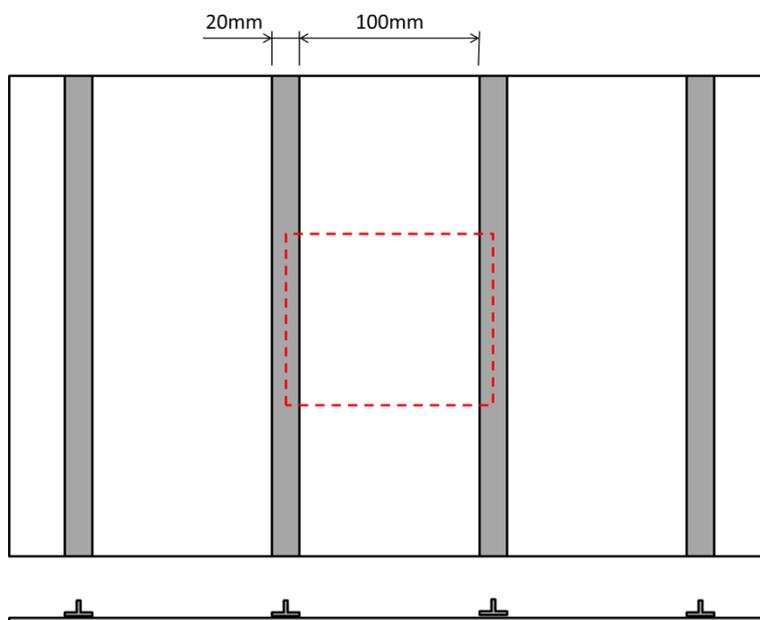


図 3.2.2 補強パネル

### 3.2.2. 解析モデル

解析には 8 節点ソリッド要素を用い、要素の大きさを  $x$  軸方向と  $y$  軸方向、板厚方向のすべてを  $1\text{mm}$  (ただし、剥離先端付近では  $x$  軸方向は  $0.125\text{mm}$ ) としたケースと  $x$  軸方向は  $1\text{mm}$  (ただし、剥離先端付近では  $0.0625\text{mm}$ )、 $y$  軸方向と板厚方向に  $0.5\text{mm}$  にしたケースの 2 通りで解析を行った。上記の境界条件を満たすために  $x = -60\text{mm}$  の節点 (外板、ストリングの両方) では

$$u = v = w = 0 \quad (3.27)$$

とした。一方、 $x = 60\text{mm}$ においては剛体を貼り付け、変形を拘束した。剛体の変位境界条件としては、

$$w = \omega_y = \omega_z = 0 \quad (3.28)$$

を与えた。ここで $\omega_y, \omega_z$ はそれぞれ $y$ 軸、 $z$ 軸回りの回転を表す。また、 $y$ 軸方向の荷重 $Q$ を与えた。(図 3.2.3)

剥離付近でのモデルの概略を下図(図 3.2.4)に示す。太い実線(直線)はモデルの外形を示し、点線は要素の外形を表す。赤色の丸で囲まれた箇所は剥離先端を示している。ストリングと外板が剥離していない部分(剥離先端の節点を含む)ではその境界においてストリングと外板の要素が節点を共有するが、剥離している場所ではそれぞれの要素が異なる節点を有する。したがって、接触解析を行う必要がある。本論文では図 3.2.4 の緑色部分(contact body 1)と赤色部分(contact body 2)をcontact bodyとして設定した。Contact body 1の要素表面とcontact body 2の節点を用いて接触の判定を行っている。初期不整として

$$w_0 = -0.01 \sin^2 \left( \frac{(x-10)}{100} \pi \right) \sin \frac{(y-50)}{100} \pi \quad (3.29)$$

を用いた。解析には2章と同様、弧長法を用いて座屈後解析を行った。

エネルギー解放率の計算には仮想クラック閉口法(VCCT)を用いた。この方法ではエネルギー解放率を下図(図 3.2.5)のように剥離先端が赤色の丸で囲った節点にあるとき、その節点での荷重 $F$ と剥離先端から一番近い節点での開口変位 $u$ を用いてエネルギー解放率 $G$ は

$$G = \frac{Fu}{2a} \quad (3.30)$$

と表せる。ここで、 $2a$ は下図(図 3.2.6)に示す青色で塗られた部分の面積である。ただし、赤線が剥離先端、赤丸がエネルギー解放率の計算に用いている節点である。各モード(モード I, II, III)において対応する荷重、変位を用いて計算し、これらを $G_I$ 、 $G_{II}$ 、 $G_{III}$ と表す。 $G_{total}$ はこれらを用いて

$$G_{total} = G_I + G_{II} + G_{III} \quad (3.31)$$

となる。

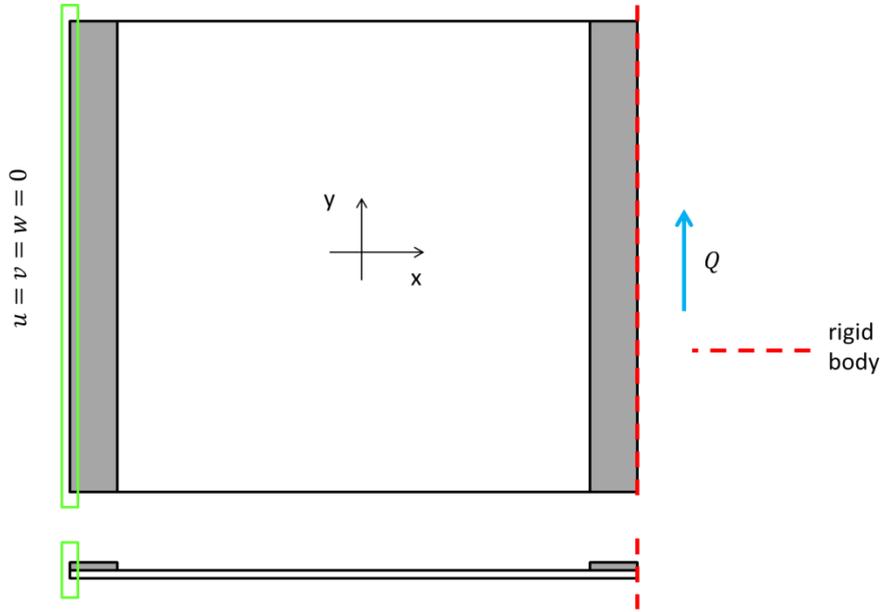


図 3.2.3 有限要素解析モデル

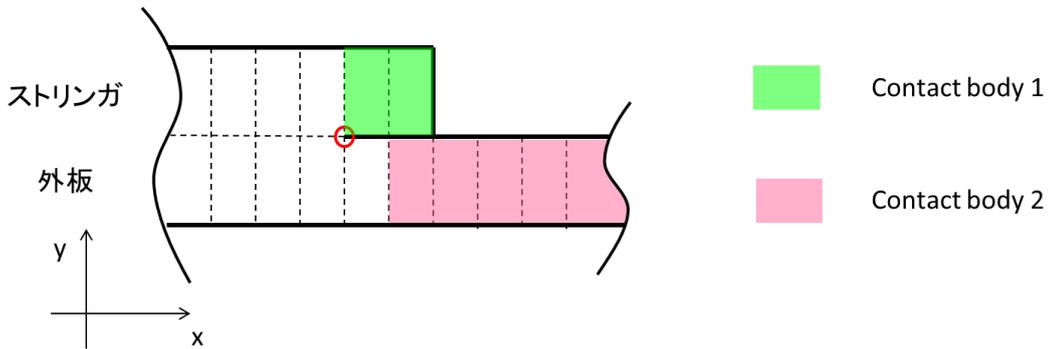


図 3.2.4 剥離部分のモデル詳細

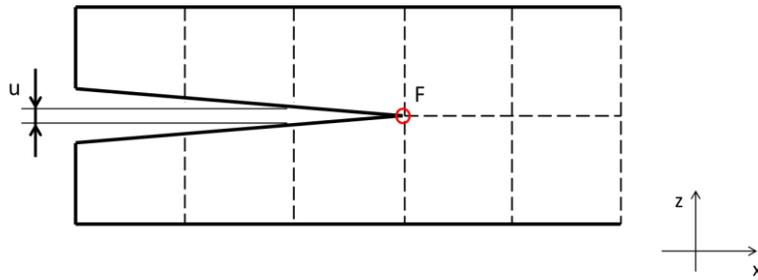


図 3.2.5 開口変位 $u$

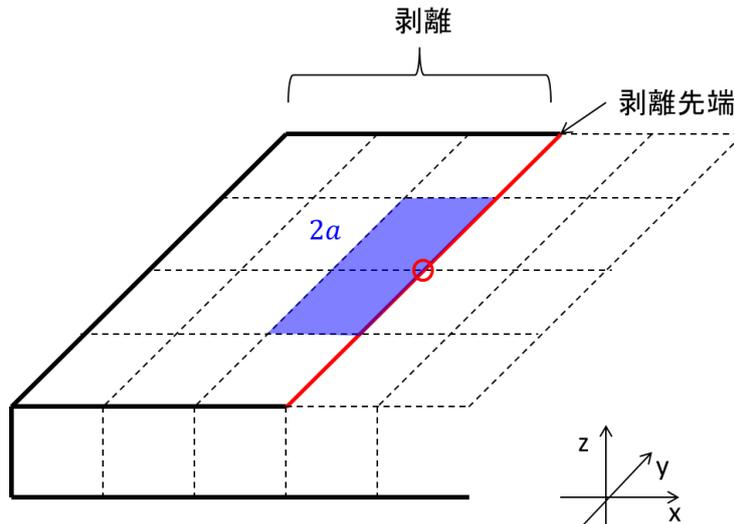


図 3.2.6 VCCT で用いられる面積 $2a$

### 3.2.3. 剥離先端位置でのひずみ・曲率

3.1 においてエネルギー解放率を計算する際、(3.15)~(3.20)に示すようにひずみ ( $\varepsilon_{x0}$ 、 $\varepsilon_{y0}$ 、 $\gamma_{xy0}$ )と曲率 ( $\kappa_x$ 、 $\kappa_y$ 、 $\kappa_{xy}$ )が必要になる。本論文では $\varepsilon_{x0}$ と $\gamma_{xy0}$ は剥離先端付近の剥離部分側の(剥離先端を除く)4箇所を外板の上下面の節点(図 3.2.7)の平均値を取り、 $x$ 軸方向の分布を求め、それを2次関数で近似する事により求めた。 $\varepsilon_{y0}$ は剥離先端位置における外板の上下面の節点の平均値を用いた。 $\kappa_x$ と $\kappa_{xy}$ は、まず図 3.2.8 に示すように剥離先端付近の剥離部分側の(剥離先端を含む)5箇所を外板の上下面の節点における $w$ の平均値を取り、3次関数で近似し、 $\kappa_x$ についてはその2次導関数を求め、剥離先端位置での値を求めた。 $\kappa_{xy}$ については剥離先端位置における $dw/dx$ を求め、その $y$ 方向の分布を求め、求めたい位置を中心とした5か所のデータを用いて分布を3次関数で近似し、導関数を求め、計算した。 $\kappa_y$ については剥離先端位置における外板の上下面の節点における $w$ の平均値を求め、 $y$ 方向の分布を求める。そして $\kappa_y$ を求めたい位置を中心とした5か所のデータを用いて分布を3次関数で近似し、2次導関数を求め、計算

した。ただし、このように2階の微分をすることで求めると、誤差が大きくなる可能性がある。したがって本論文では参考としてシェル要素を用いた解析も行った。

シェル要素を用いた解析モデルの概略を図 3.2.9 に示す。白色部分が外板（以下、外板部）、灰色部分がストリングで補強されている部分（補強部）である。外板部には剥離した部分の外板も含まれ、その幅は 100.5mm である。この部分の材料特性は外板の材料特性を使う。補強部は剥離部を含まないストリングと外板で構成されており、幅は 9.75mm。外板とストリングの積層板とみなしてそれぞれの材料特性を用いて解析を行った。外板部と補強部では板厚が異なるため、そのままシェル要素で板の中央面の位置でモデル化すると外板と補強部の間で段差が生じ、補強部の要素と外板部の要素間の拘束条件が煩雑になる。したがって、図 3.2.10 のようにオフセットを用いて有限要素モデルが表す平面を補強部の中央面からずらした。図 3.2.10 の実線で囲まれた部分が有限要素解析においてシェル要素でモデル化されている部分で破線は実際のパネルの外形を表している。青色の部分は補強部の中央面で、オフセットを用いなかった場合にモデル化される部分である。この部分と実際にモデル化されている部分の差を  $w_{offset}$  と表す。 $w_{offset}$  はストリングの板厚の半分に等しい。またこのモデルでは、剥離した部分のストリングはモデル化されていなく、剥離が閉じる方向（z 軸の正方向）の変形にそのことは影響すると考えられる。すなわち、このモデルでは外板が剥離部分において z 軸正方向にも自由に変形できるのに対し、実際はストリングによってその方向への変形は抑えられる。要素のサイズは 1mm × 1mm で剥離先端付近では x 軸方向の分割を増やし、0.25mm × 1mm とした。

境界条件（図 3.2.11）は  $x = -60\text{mm}$  において

$$u = v = w = \omega_y = 0 \quad (3.31)$$

とした。また、3.2.2 と同様に  $x = -60\text{mm}$  において剛体を貼り付け変形を拘束し、剛体の境界条件としては

$$w = \omega_y = \omega_z = 0 \quad (3.32)$$

を与えた。初期不整は 3.2.2 と同様、(3.29) を用いた。

剥離先端位置における曲率は  $\kappa_x$  と  $\kappa_{xy}$  については外板の剥離先端付近の 4 節点（剥離先端位置を含まない）のデータを用いて x 方向の分布を求め、2 次関数で近似する事により剥離先端位置での値を求めた。 $\kappa_y$  については剥離先端位置の節

点のデータを用いた。

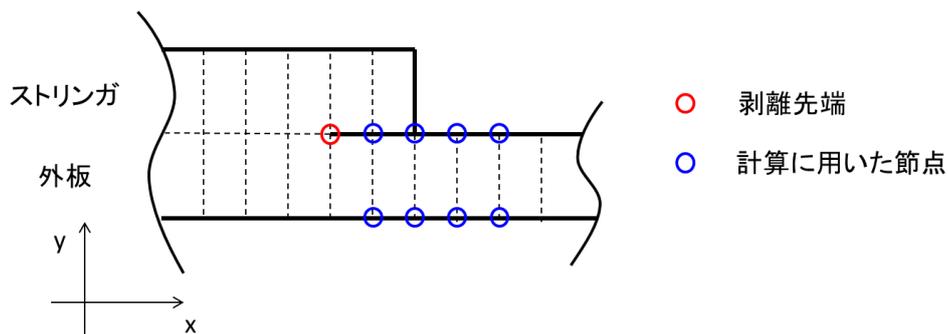


図 3.2.7 ひずみの計算に用いた節点

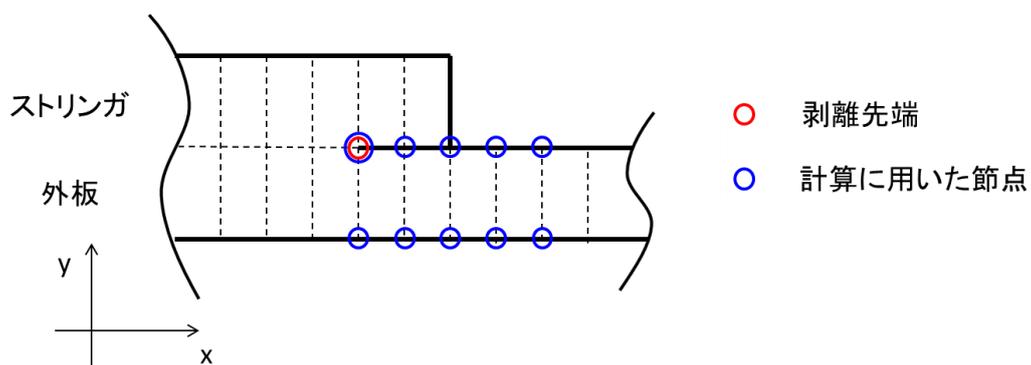


図 3.2.8 曲率の計算に用いた節点

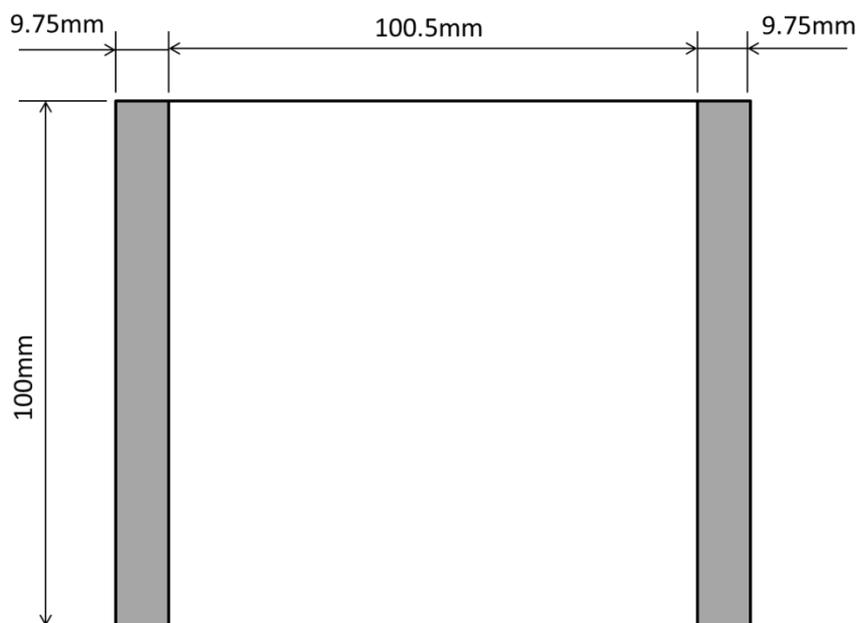


図 3.2.9 解析モデル

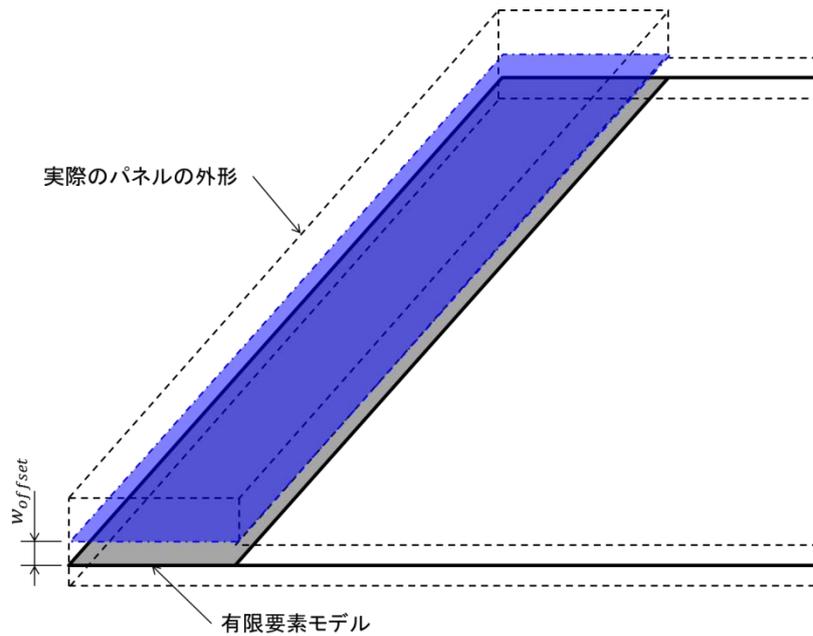


図 3.2.10 オフセットを用いたモデル

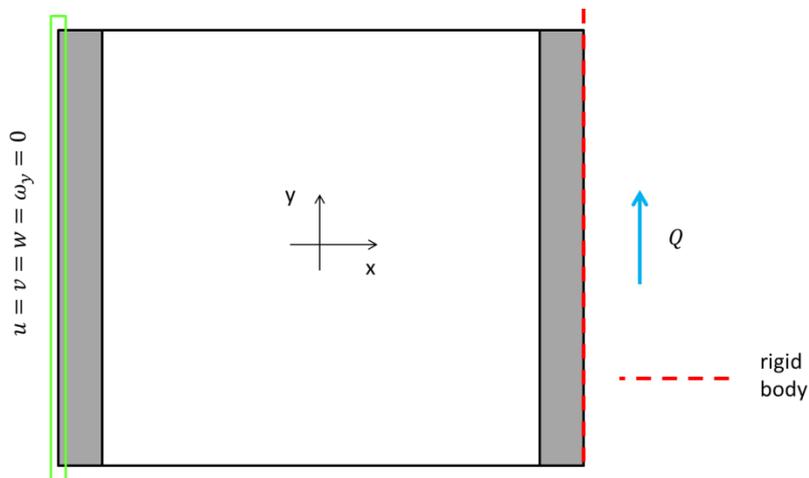


図 3.2.11 境界条件

### 3.3. 解析結果

#### 3.3.1. 等方性材料

まず、より簡単な等方性のケースで解析を行った。

外板とストリングの材料特性は表 3.3.1 に示す。板厚は外板・ストリングともに 1mm とした。したがって、シェル要素を用いたモデルでのオフセットは 0.5mm となる。また、 $Q = 11\text{kN}$  とした。ここでも 2 章と同様に長手方向の長さで荷重を割り、単位長さあたりの荷重  $q$  と表すこととする。

剥離部の要素の大きさを  $0.125\text{mm}$ ( $x$ 軸方向) $\times 1\text{mm}$ ( $y$ 軸方向) $\times 1\text{mm}$ ( $z$ 軸方向)としたソリッド要素を用いたモデル (以下、ソリッドモデル①)、 $0.0625\text{mm} \times 0.5\text{mm} \times 0.5\text{mm}$  としたソリッド要素を用いたモデル (以下、ソリッドモデル②) とシェル要素 (以下、シェルモデル) の荷重 - 変位曲線を図 3.3.1 に示す。ここでは変位としてパネル下端の変位が最大になる箇所のデータを用いた。ソリッドモデル①、②とシェルモデルの座屈後挙動が良く一致している事が分る。次に  $q = 110\text{N/mm}$  における、 $x = -50.25\text{mm}$  でのエネルギー解放率の分布(ソリッド①, ②)を図 3.3.2 に示す。この図より要素を小さくしてもエネルギー解放率の分布に差がなく、分割数が十分であることが分る。したがって以下ではソリッドモデル①のデータを用いた。次に  $q = 110\text{N/mm}$  でのパネル全体での  $w$  分布、剥離先端 ( $x = -50.25\text{mm}$ ) における  $w$  分布と  $y = \pm 40, \pm 20, 0\text{mm}$  における  $x$  軸方向の  $w$  分布の比較を図 3.3.3~図 3.3.8 に示す。変位は全体的にソリッドモデルの方が大きくなっているが、両者の  $w$  分布形状は良く一致していると言える。ソリッドモデルより求めた剥離先端 ( $x = -50.25\text{mm}$ ) における  $q = 110\text{N/mm}$  での中央面でのひずみ分布 ( $\varepsilon_{x0}$ ,  $\varepsilon_{y0}$ ,  $\gamma_{xy0}$ ) と曲率分布 ( $\kappa_x$ ,  $\kappa_y$ ,  $\kappa_{xy}$ ) を図 3.3.9、図 3.3.10 に示す。ただし、 $\kappa_x > 0$  においては  $\varepsilon_{x0}$  の近似の精度が低かったためソリッドモデル②のデータを用いた。また、ソリッドモデルから求めた  $\kappa_x$  とシェルモデルから求めた  $\kappa_x$  の比較を図 3.3.11 に示す。 $\kappa_x < 0$  では良く一致している事が分る。ソリッドモデルから求めたひずみ・曲率と(3.15)~(3.17)を用いて求めた剥離先端でのエネルギー解放率の分布と有限要素解析により得られたエネルギー解放率分布の比較を図 3.3.12 に示す。ただし、図の解析的手法は 3.1 で述べた手法の事である。この図から両者が良く一致しており、等方性のケースでは 3.1 の手法が妥当であることが示せた。

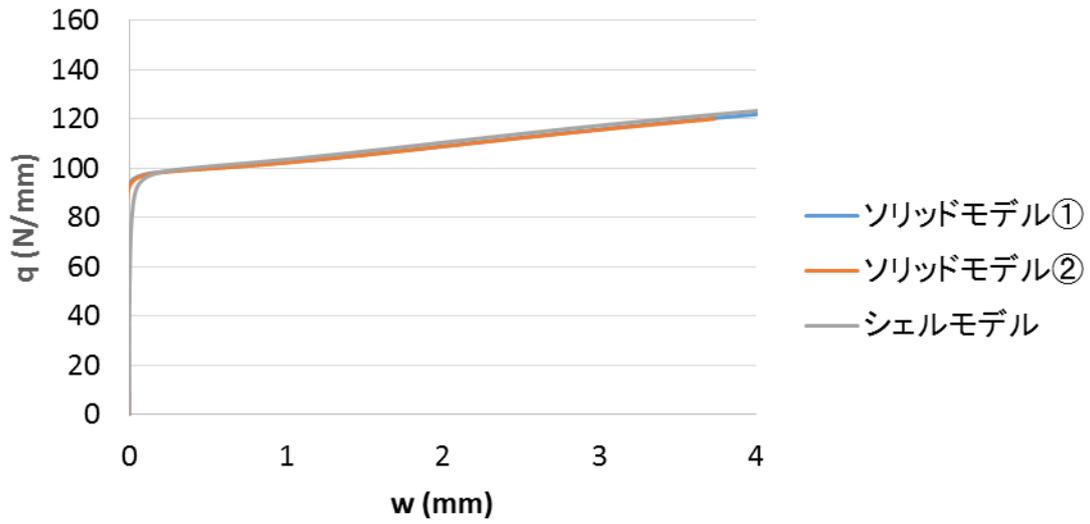


図 3.3.1 荷重 - 変位曲線

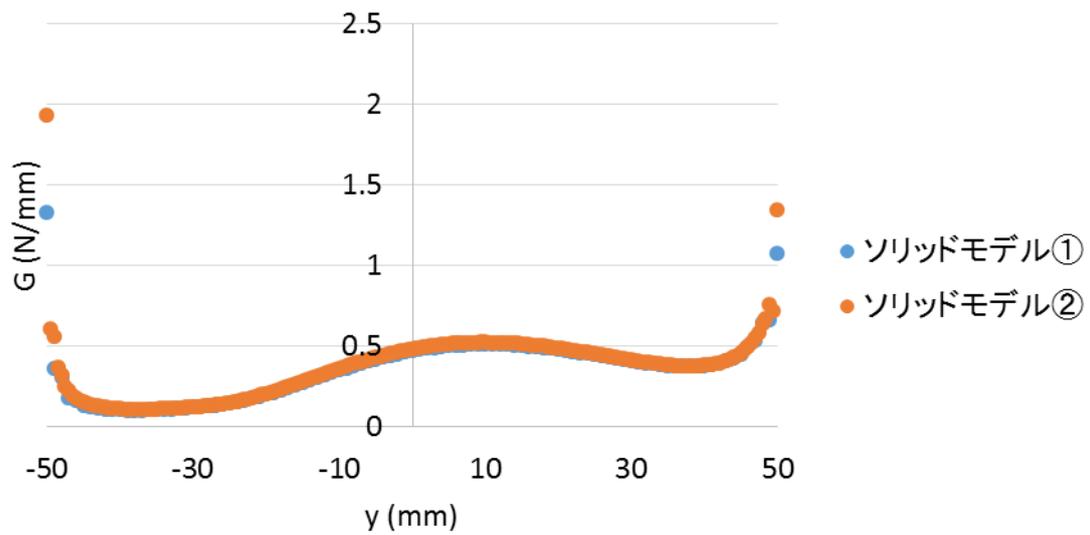


図 3.3.2 エネルギー解放率分布(要素サイズによる比較)

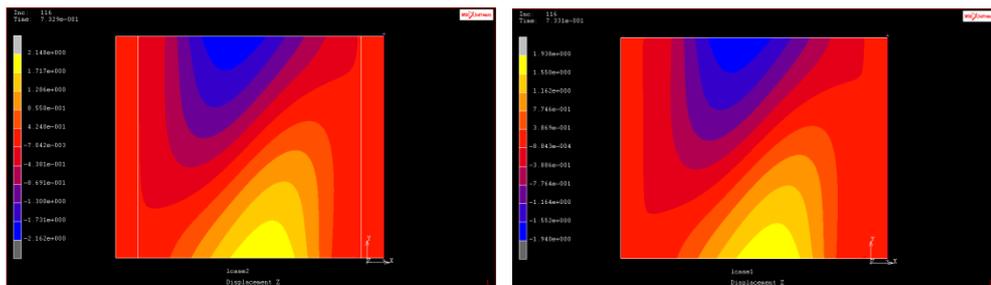


図 3.3.3  $w$ 分布 ( $q = 150\text{N/mm}$ ) (左: ソリッドモデル、右: シェルモデル)

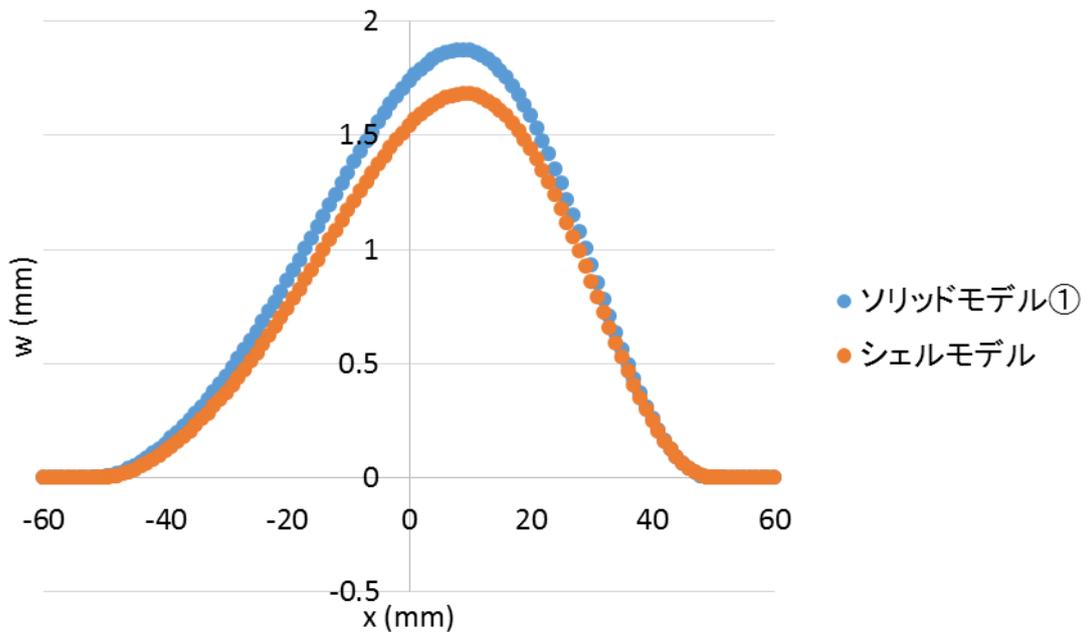


図 3.3.4  $w$ 分布 ( $y = -40$ mm)

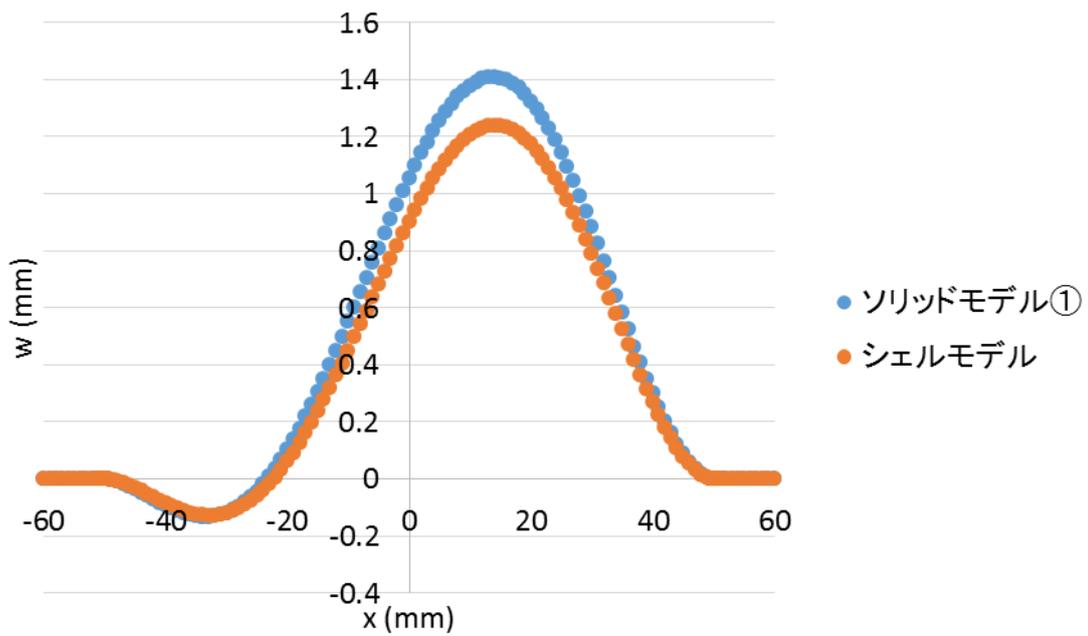


図 3.3.5  $w$ 分布 ( $y = -20$ mm)

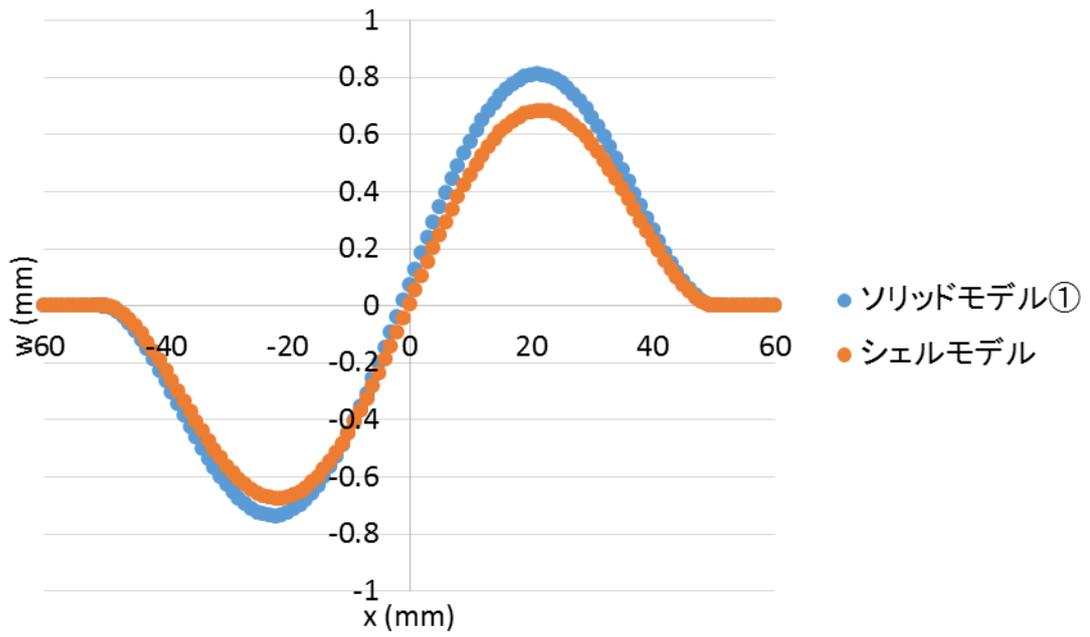


図 3.3.6  $w$ 分布 ( $y = 0\text{mm}$ )

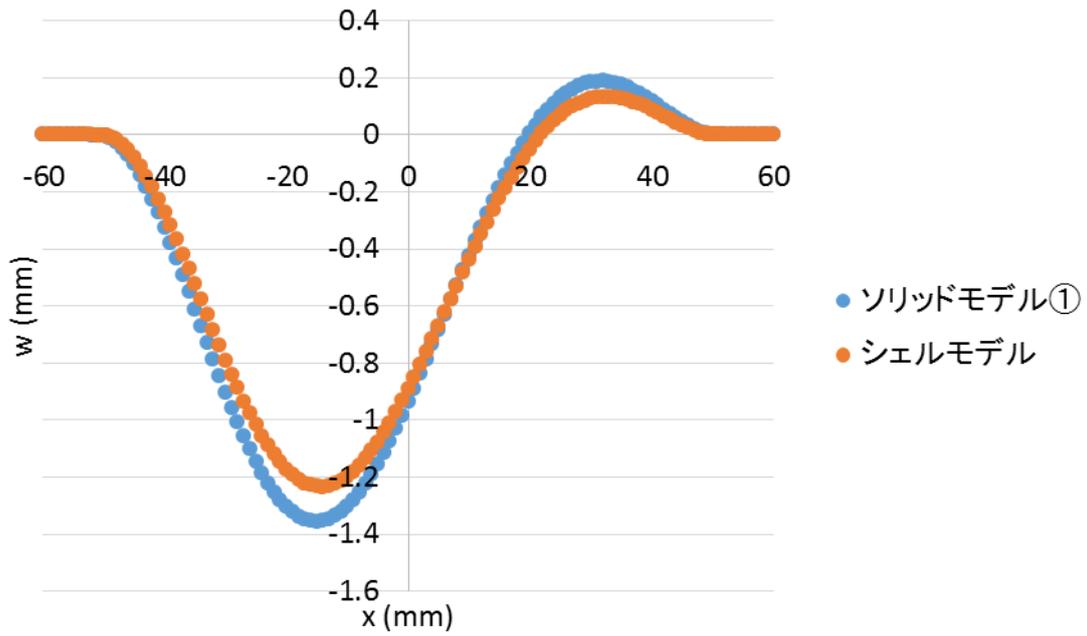


図 3.3.7  $w$ 分布 ( $y = 20\text{mm}$ )

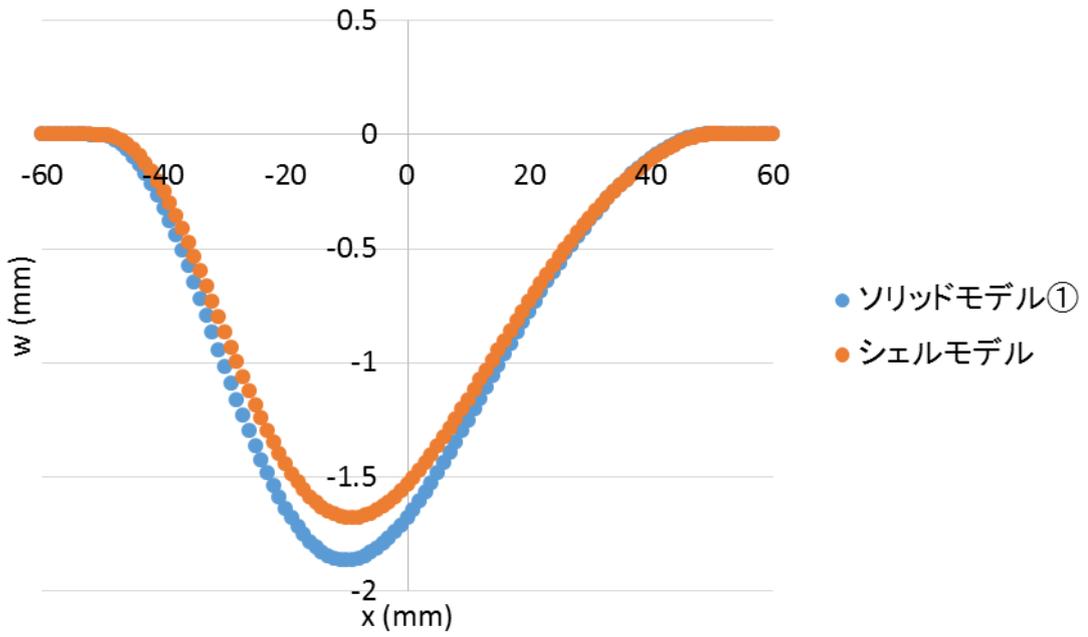


図 3.3.8  $w$ 分布 ( $y = 40\text{mm}$ )

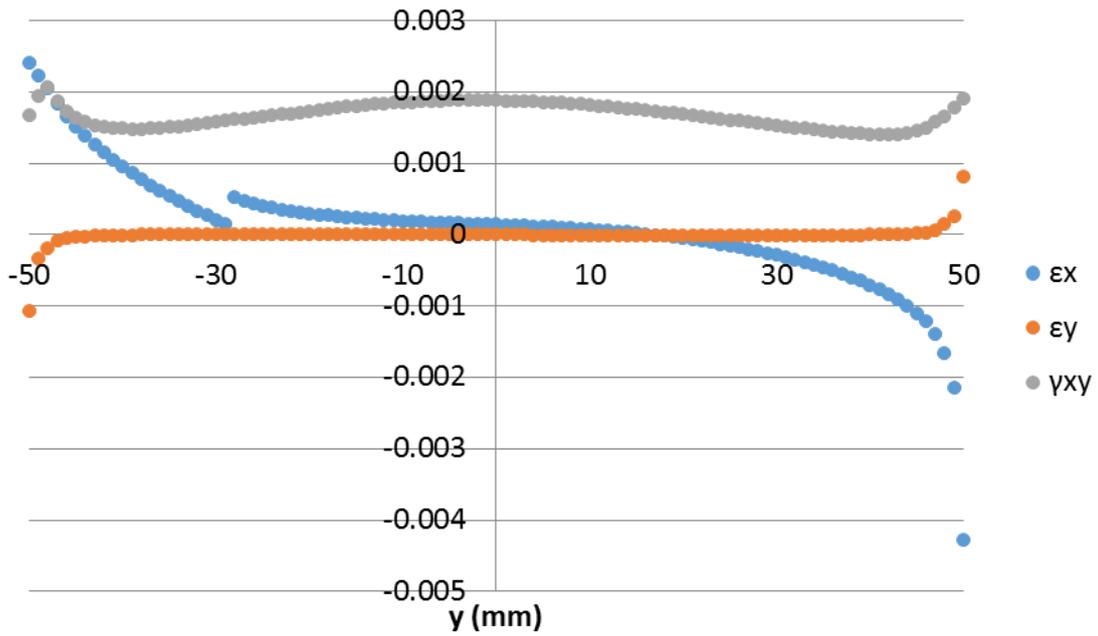


図 3.3.9 ひずみ分布 (剥離先端)

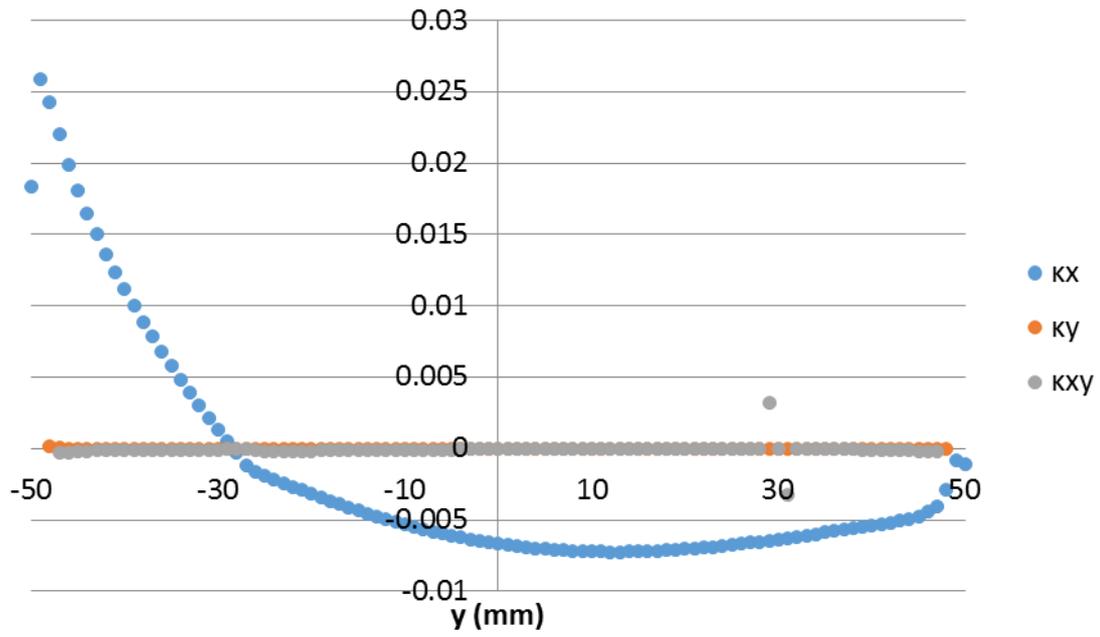


図 3.3.10 曲率分布 (剥離先端)

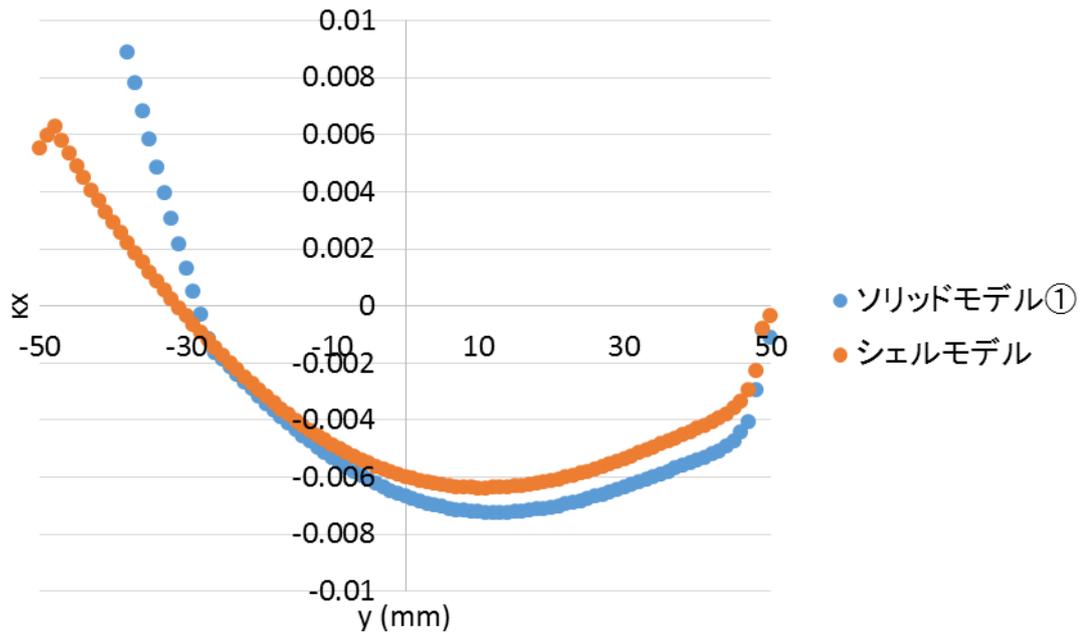


図 3.3.11  $\kappa_x$  分布比較

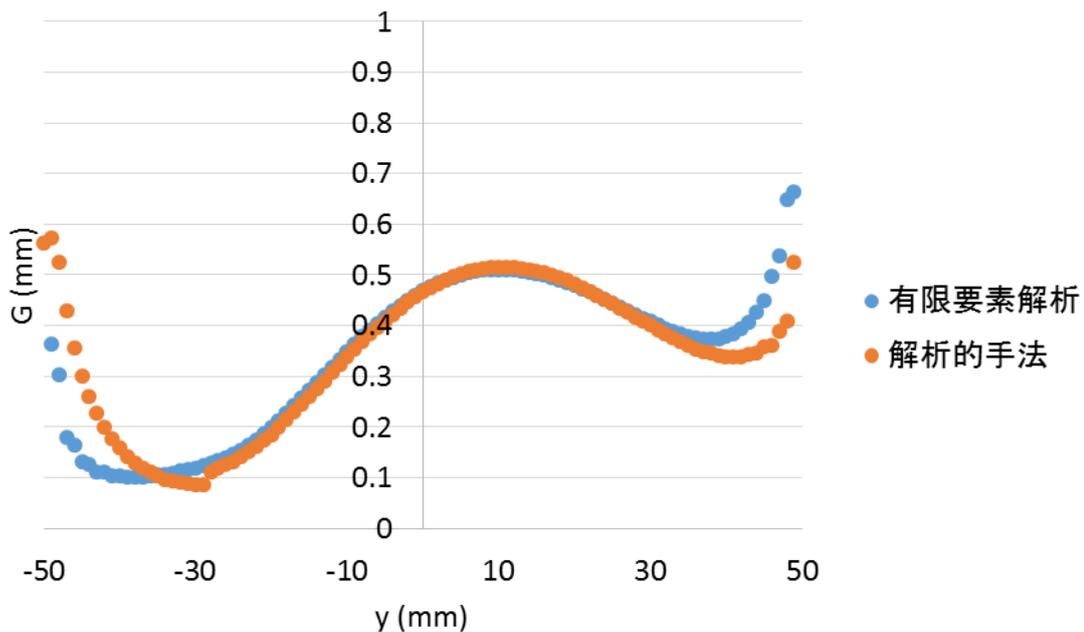


図 3.3.12 エネルギー解放率分布

表 3.3.1 材料特性

	E	$\nu$
外板	170GPa	0.3
ストリング	17000GPa	0.3

### 3.3.2. 複合材料

次に複合材料のケースについて検討を行った。外板とストリングの材料特性と積層構成を下表（表 3.3.2）に示す。パネルの寸法・要素の大きさはは等方性と同じものを用いた。また等方性のケースと同様、分割の粗いモデルをソリッドモデル①、細かいモデルをソリッドモデル②とし、これらのモデルとシェルモデルの荷重 - 変位曲線を図 3.3.13 に示す。ここでは面外変位としてパネル中央付近の最大変位を用いた。またシェルモデルと比較するとソリッドモデルの結果が座屈荷重付近でなだらかな曲線となるのはシェルモデルで用いた初期不整の大きさがソリッドモデルの初期不整の大きさの1/10であるからである。図よりシェルモデルの方が同じ荷重レベルにおいて変位が小さいことが分る。以下では $q = 75\text{N/mm}$ のデータを用いた。ソリッドモデル①とソリッドモデル②のエネルギー解放率の分布の比較を図 3.3.14 に示す。ソリッドモデル①とソリッドモデル②で多少の差が生じているが、ソリッドモデル①の要素サイズで十分

であるとみなし、ソリッドモデル①のデータを用いた。パネル全体での $w$ 分布、 $y = \pm 40, \pm 20, 0\text{mm}$ における $x$ 軸方向の $w$ 分布の比較を図 3.3.15~図 3.3.20 に示す。ソリッドモデルとシェルモデルで変位分布が良く一致している事が分る。ソリッドモデル①とソリッドモデル②、シェルモデルより求めた剥離先端 ( $x = -50.25\text{mm}$ ) における中央面でのひずみ分布 ( $\varepsilon_{x0}, \varepsilon_{y0}, \gamma_{xy0}$ ) を図 3.3.21~図 3.3.23 に示す。ただし、ソリッドモデル②では板の中央面における節点のデータを用いた。ソリッドモデル①とシェル要素から求めた曲率分布 ( $\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}$ ) を図 3.3.24、図 3.3.25 に示す。いずれもモデルによって大きく異なる事が分る。ここで、ソリッドモデル②とシェルモデルにおいて剥離先端からパネル中心に向かって  $0.25\text{mm}$  ずれた位置におけるせん断ひずみ分布(ソリッドモデル②では中央面に位置する節点のデータを用いた)に  $A_{66}$  を掛け、単位幅当たりのせん断荷重の分布を求めた(図 3.3.26)。  $q = 75\text{N/mm}$  であるのでソリッドモデルにおけるせん断荷重は妥当でないと考えられる。したがって、ソリッドモデルの中央面に位置する節点のデータを用いても中央面におけるせん断ひずみを正しく評価できていないと考えられる。よって本論文ではひずみに関してはシェルモデルのデータを用いることにした。曲率についても面外変位がシェルモデルとソリッドモデルで良く一致している事、ソリッドモデルでは近似関数の 2 階の微分を用いて曲率を求めている事等を考慮するとシェルモデルの曲率を用いた方が誤差が少なくなる可能性が高いと考えられるため、シェルモデルの曲率を用いる事とした。このひずみ・曲率と式(3.18)~(3.20)を用いて求めた剥離先端でのエネルギー解放率の分布と有限要素解析により得られたエネルギー解放率分布の比較を図 3.3.27 に示す。計算に用いた面内剛性、曲げ剛性を下表 (表 3.3.3) に示す。剥離が閉じる向きに外板が変形している範囲( $\kappa_x > 0$  となる部分)では差が生じているが良く一致している事が分る。したがって提案した解析手法が妥当であると考えられる。

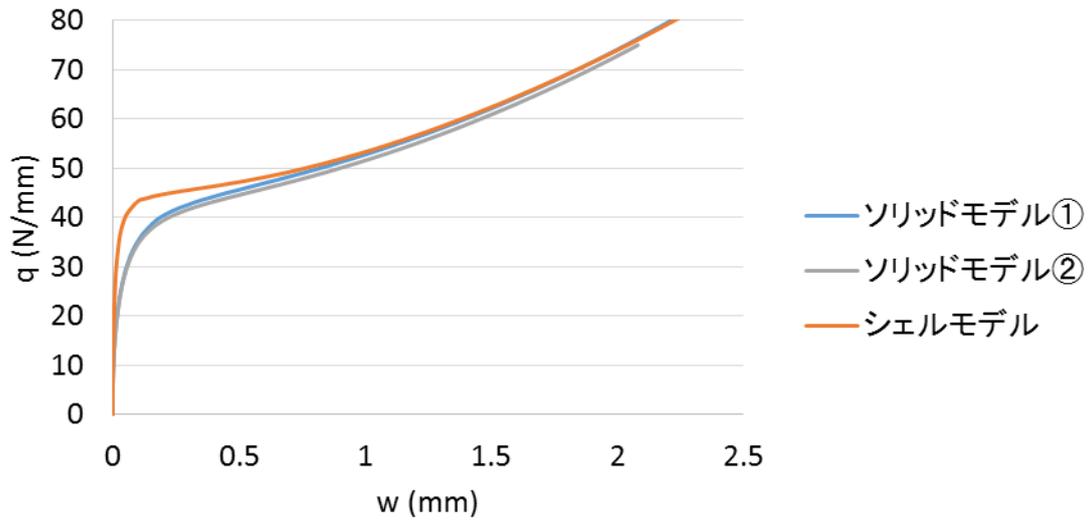


図 3.3.13 荷重 - 変位曲線

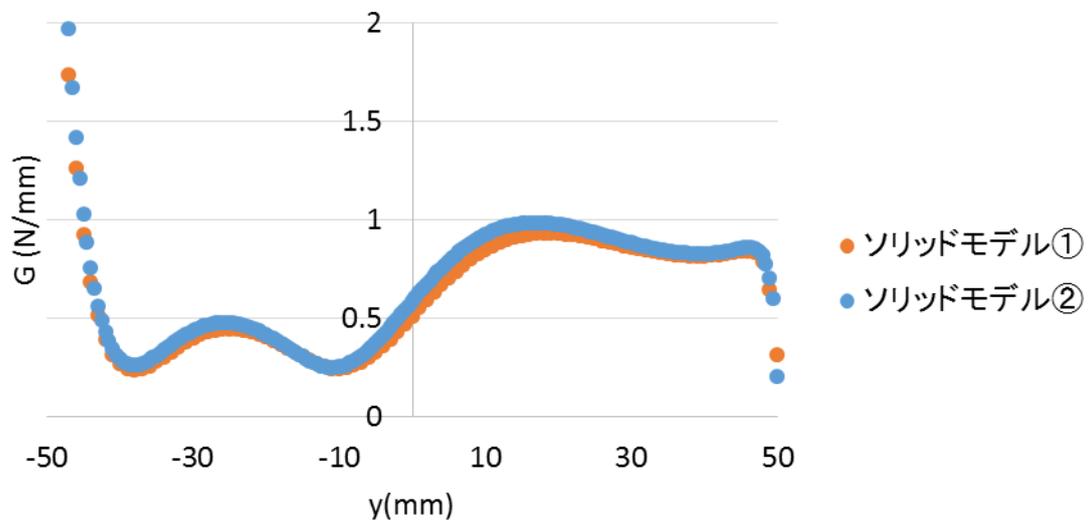


図 3.3.14 エネルギー解放率分布(要素サイズによる比較)

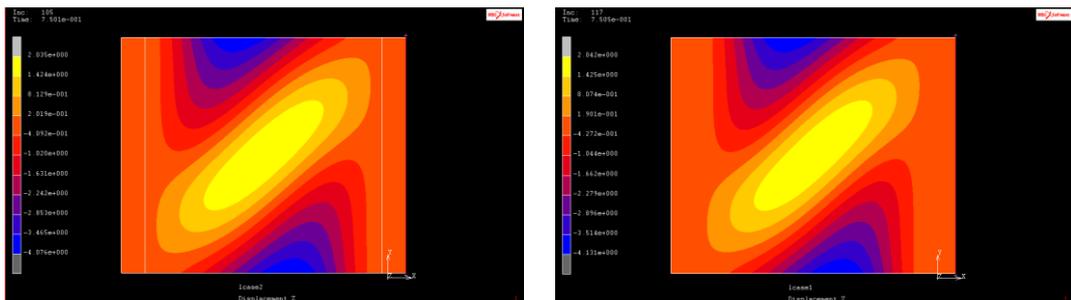


図 3.3.15  $w$ 分布 ( $q = 75\text{N/mm}$ ) (左 : ソリッドモデル、右 : シェルモデル)

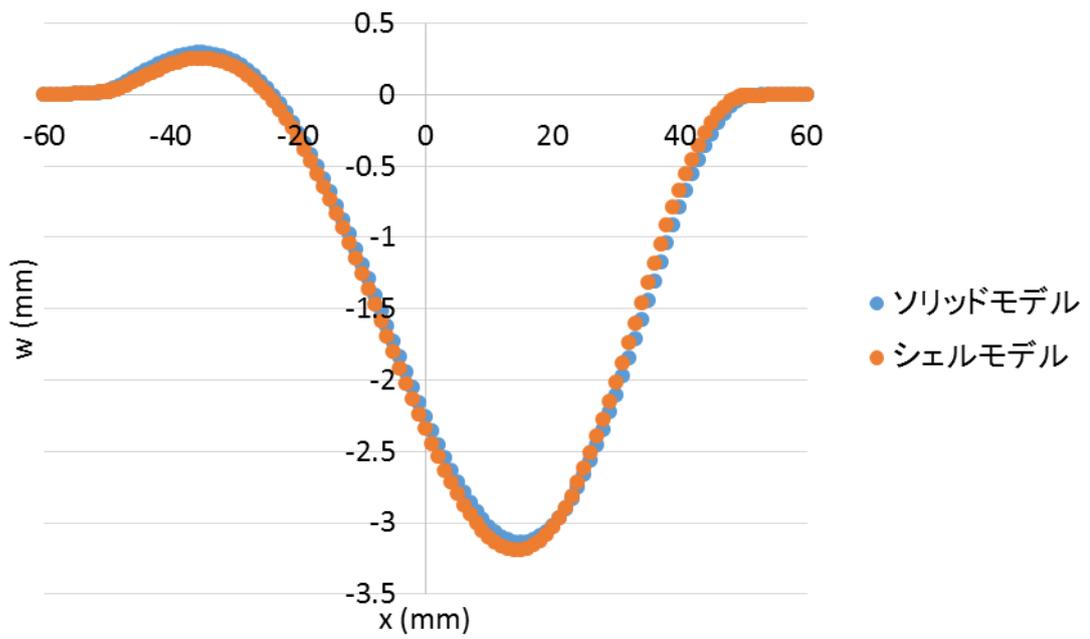


図 3.3.16  $w$ 分布 ( $y = -40\text{mm}$ )

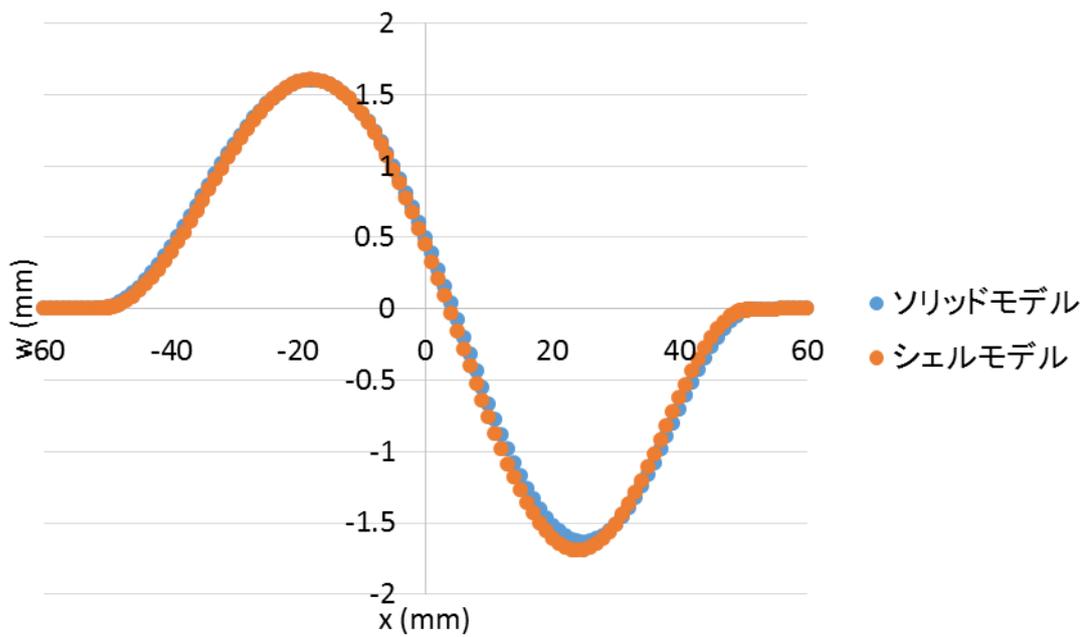


図 3.3.17  $w$ 分布 ( $y = -20\text{mm}$ )

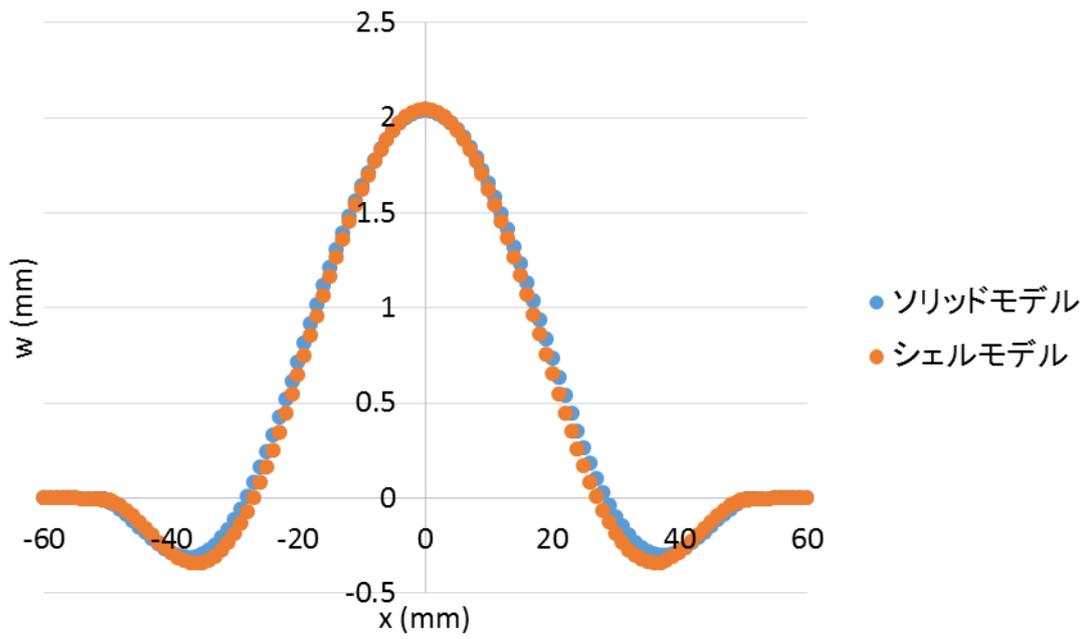


図 3.3.18  $w$ 分布 ( $y = 0$ mm)

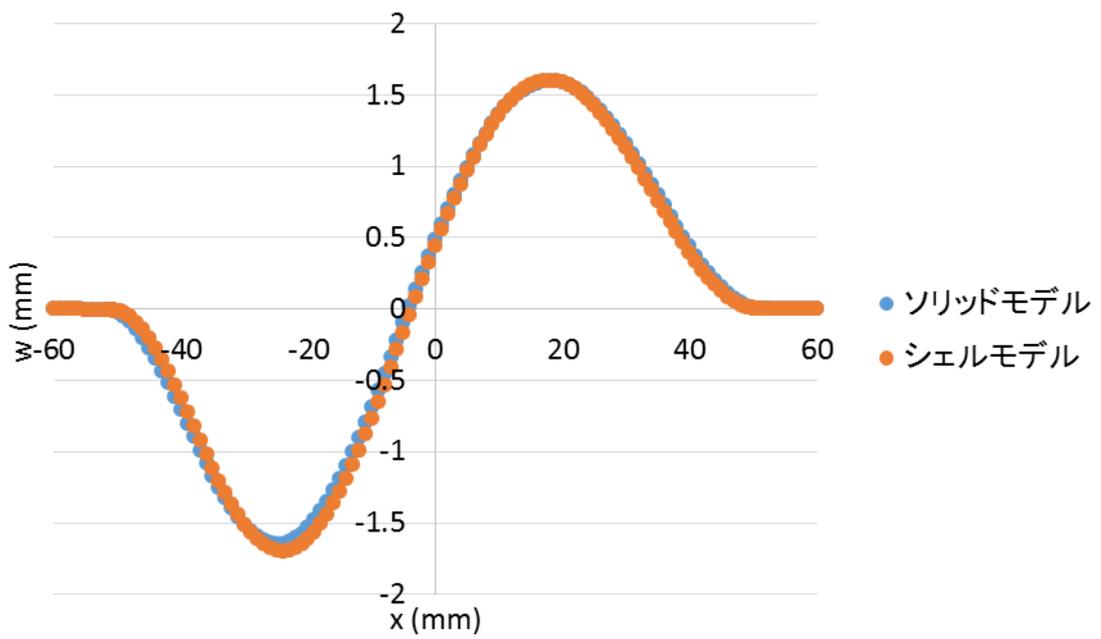


図 3.3.19  $w$ 分布 ( $y = 20$ mm)

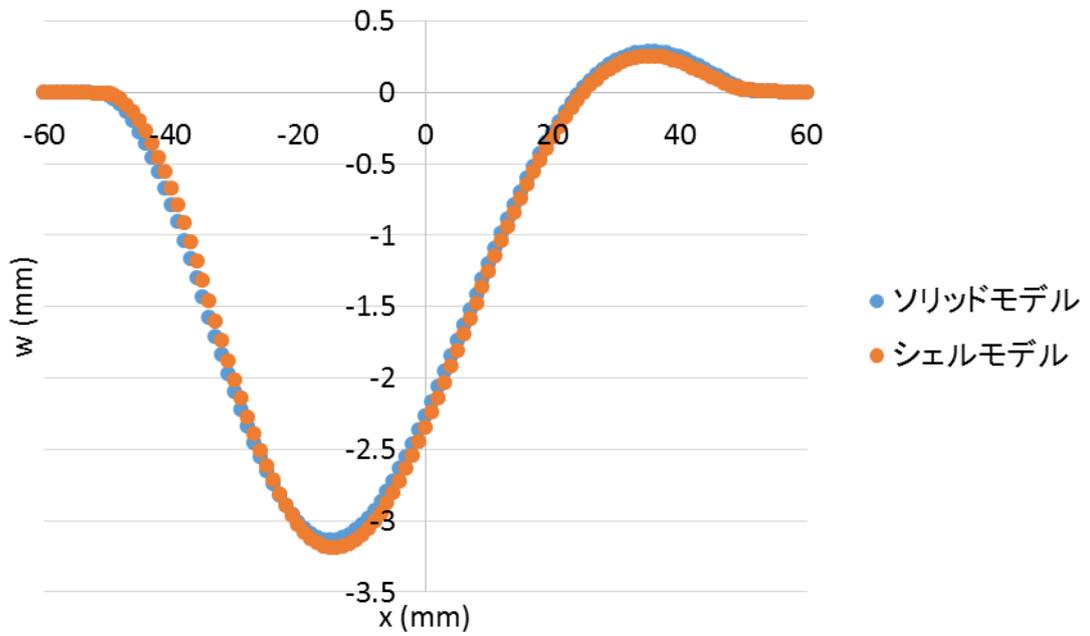


図 3.3.20  $w$ 分布 ( $y = 40\text{mm}$ )

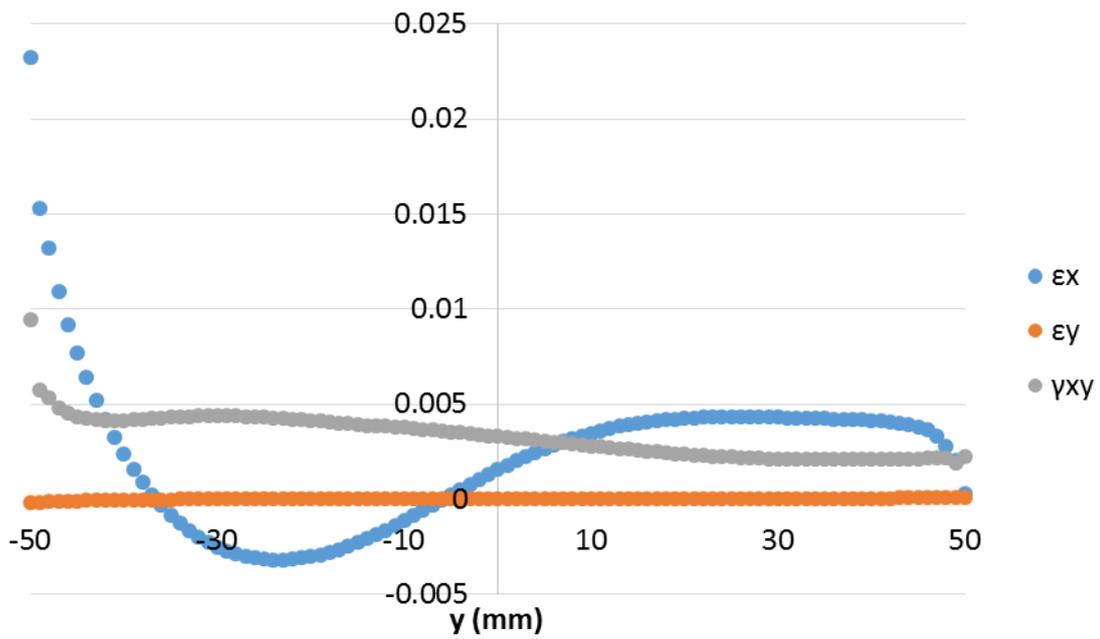


図 3.3.21 剥離先端位置でのひずみ分布(ソリッドモデル①)

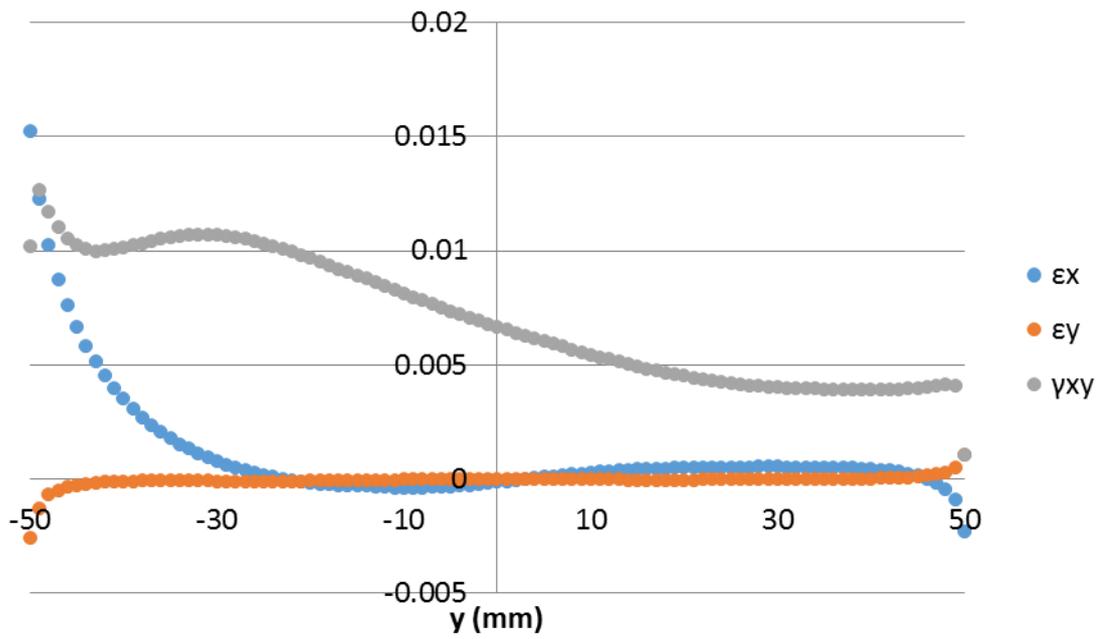


図 3.3.22 剥離先端位置でのひずみ分布(ソリッドモデル②)

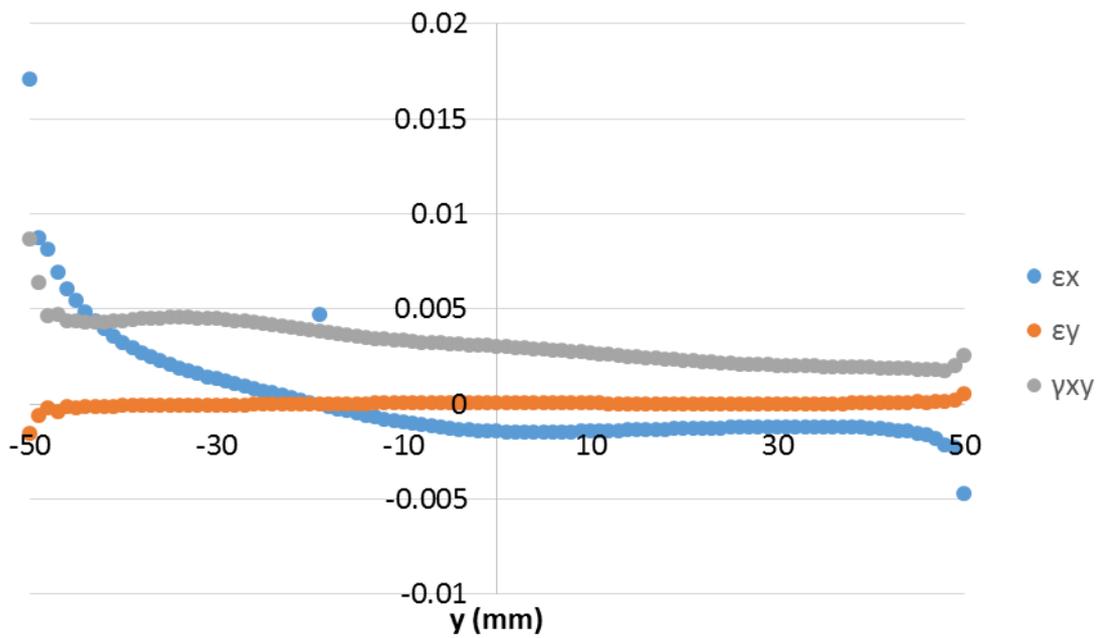


図 3.3.23 剥離先端位置でのひずみ分布(シェルモデル)

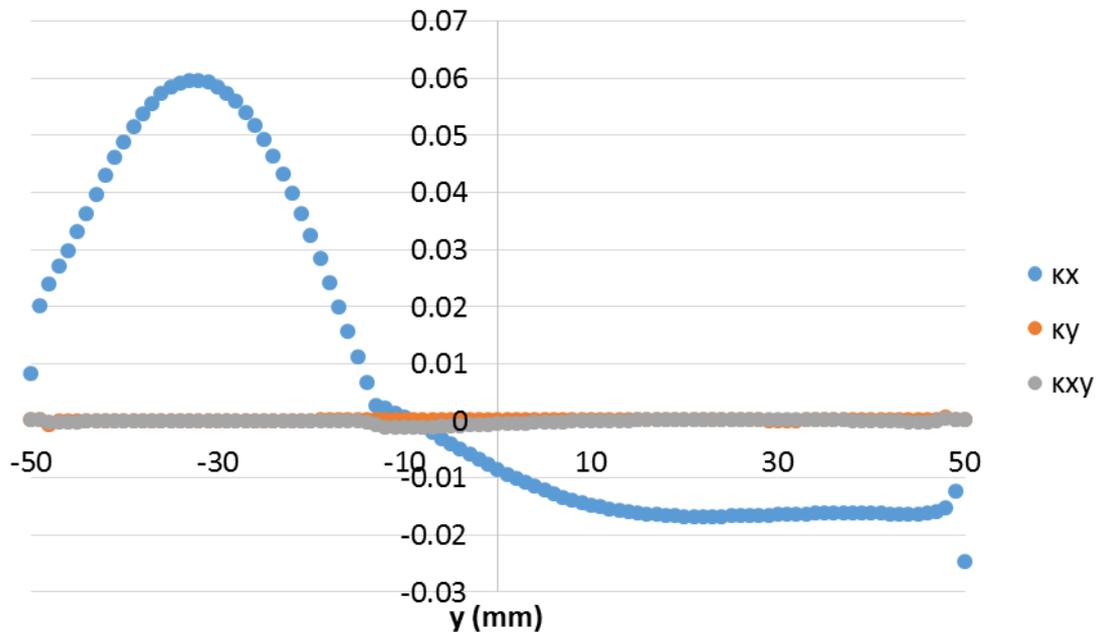


図 3.3.24 剥離先端位置での曲率分布(ソリッドモデル①)

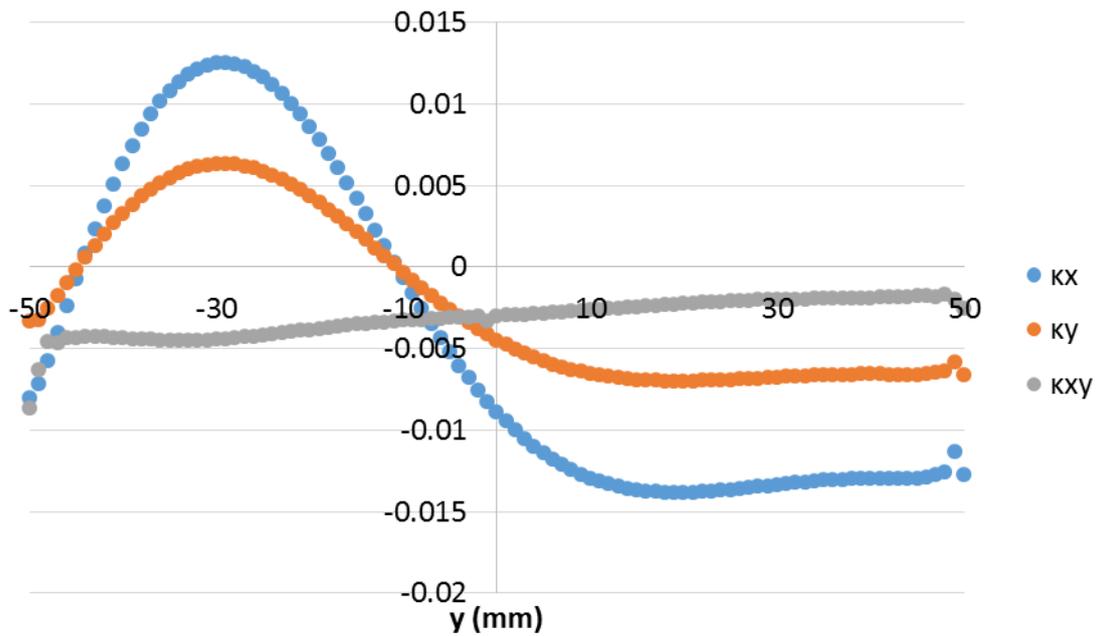


図 3.3.25 剥離先端位置での曲率分布(シェルモデル)

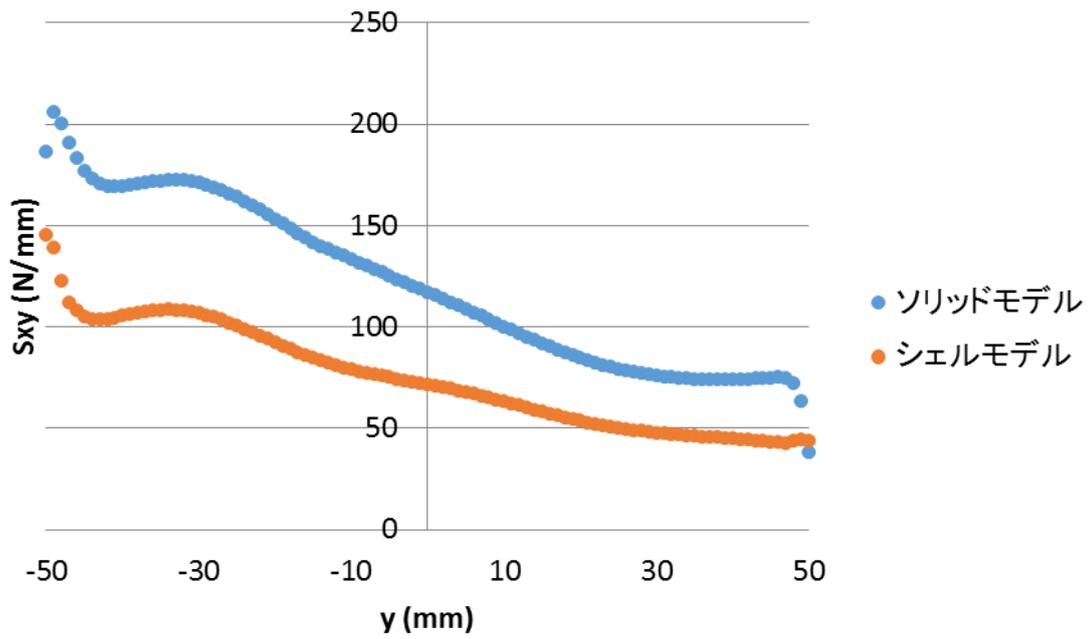


図 3.3.26 せん断荷重分布( $x = -50\text{mm}$ )

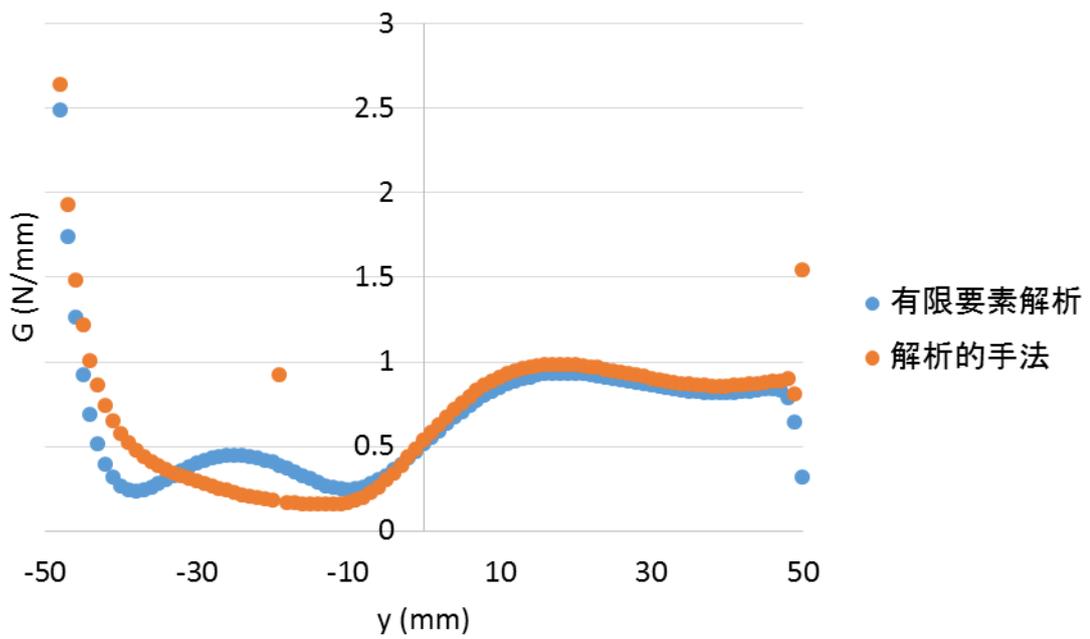


図 3.3.27 エネルギー解放率分布の比較

表 3.3.2 材料特性・積層構成

	$E_{11}$	$E_{22}$	$G_{12}$	$\nu$	積層構成
外板	165GPa	7.64GPa	5.61GPa	0.35	[0/90/-45/45] <sub>s</sub>
ストリンガ	16500GPa	764GPa	561GPa	0.35	

表 3.3.3 面内剛性・曲げ剛性

$A_{11}$	68586.62 N/mm	$D_{11}$	8709.2455 N mm
$A_{12}$	20915.04 N/mm	$D_{12}$	603.80842 N mm
$A_{66}$	23835.79 N/mm	$D_{16}$	-309.097 N mm

## 4. 層間剥離特性試験

剥離進展の評価をするためには実際の材料の剥離進展特性を調べる必要がある。本論文では Hexply M21/T800S のモード I・II の疲労剥離進展特性を調べるために、疲労試験を行った。

M21/T800S は母材に Hexcel 社の HexPly®M21、繊維に東レ社の T800S を用いた一方向強化複合材料である。M21 は航空機一次構造に用いられる高靱性のエポキシ樹脂である。T800S はボーイング 777 の尾翼やフロアビームに採用された T800H に替わる費用効率の高い高強度・中弾性率炭素繊維として開発され、ボーイング 787 に採用されている。M21/T800S の材料特性は表 2.4.2(第 2 章)に示した。試験片を作成する際はオートクレーブを用い、その際の温度、圧力等は HexPly M21 productdata<sup>43</sup>に従った。

### 4.1. モード I

#### 4.1.1. 試験片

モード I では DCB 試験を行った。試験片の寸法・積層構成を表 4.1.1 に示す。試験片を作成する際は、まず図 4.1.1 のようなパネルを作成した。積層する際に初期剥離を入れるために薄いフィルムを挿入した。このパネルからファインカッターを用いて試験片を切り出したが、その際はパネルの外縁を取り除き、図 4.1.1 の破線で囲まれた部分のみを利用した。試験片を試験機に取り付けるために図 4.1.2 に示すようにアルミ製のブロックを接着した。また、剥離先端の位置を明確にするために試験片の側面に白色の塗料を塗り、剥離長さを測定するために方眼紙を添付した。(図 4.1.3)

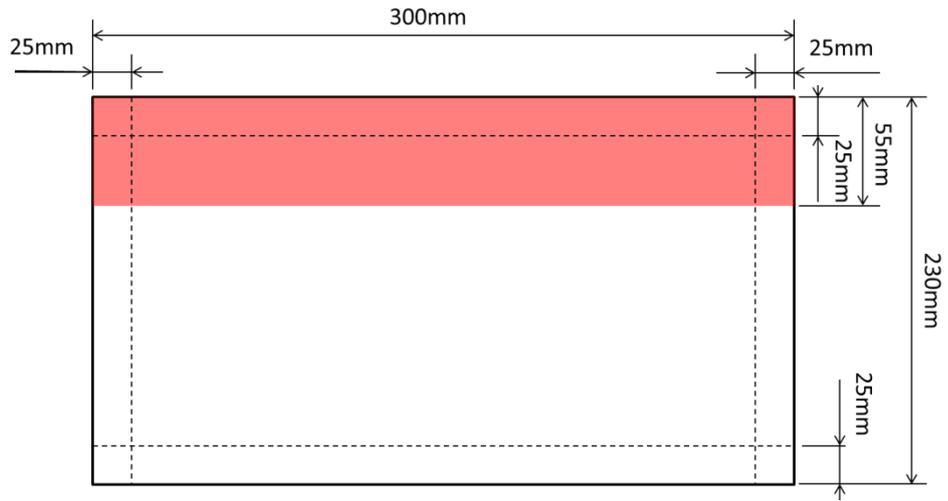


図 4.1.1 積層パネル

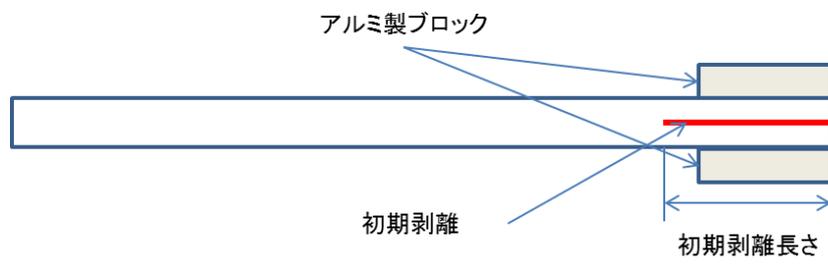


図 4.1.2 DCB 試験片

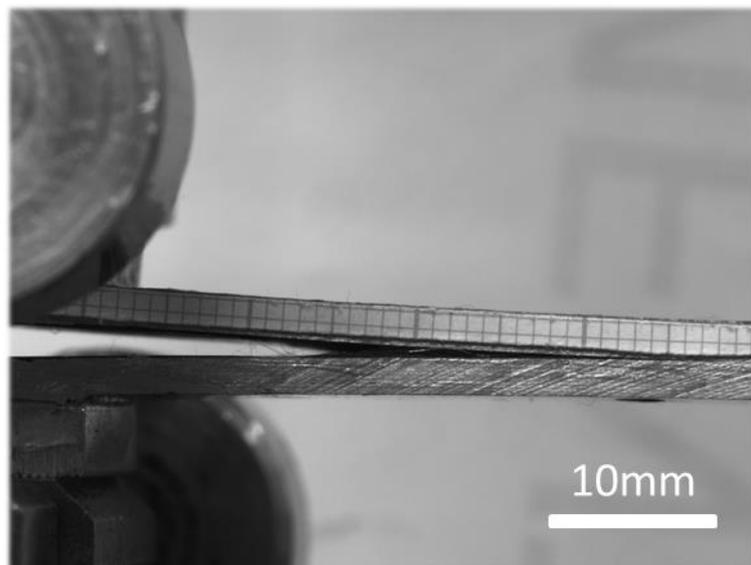


図 4.1.3 試験片側面

表 4.1.1 DCB 試験片寸法・積層構成

試験片番号	全長 (mm)	幅 (mm)	板厚 (mm)	初期剥離長さ (mm)	試験種類	積層構成
AS1	181	20.5	4.56	30	static	
AS2	181	20.7	4.23	30	static	
AS3	181	20.6	4.43	30	static	
AS4	181	20.7	4.46	30	static	
AS5	181	20.7	4.50	30	static	
BS1	178	21.0	4.68	20	static	
BS2	178	20.8	4.67	20	static	[0 <sub>9</sub> //0 <sub>9</sub> ]*
BS3	178	20.8	4.67	20	static	
AF4	181	20.7	4.55	30	fatigue	
BF1	178	20.7	4.55	20	fatigue	
BF2	178	20.8	4.52	20	fatigue	
BF3	178	21.0	4.74	20	fatigue	
BF4	178	20.9	4.66	20	fatigue	
BF5	178	20.9	4.45	20	fatigue	

※ここで[0<sub>9</sub>//0<sub>9</sub>]の“//”は初期剥離の位置を示すものとする。すなわち、この場合は[0<sub>18</sub>]の9層目と10層目の間に初期剥離を入れた事を示している。

#### 4.1.2. 試験方法

まず、静的試験を行い、層間破壊靱性値を求めた。静的試験の結果をもとに疲労試験における荷重を決定した。試験機にはMTS 10kN Elastmer(図 4.1.4)を用いた。また、カメラで試験片の側面を撮影し、その画像から剥離長さを求めた。

静的試験では荷重点での変位速度を0.05mm/sとし、剥離が進展するまで変位を増加させ、進展後は剥離先端位置を記録した。剥離の進展は荷重 - 変位曲線の折れ曲がり(変位が増加しても荷重が増加しなくなる点)によって判断した。その後、試験機のクロスヘッドを初期位置まで戻し、再び剥離進展が生じるまで再び負荷する事を繰り返した。

層間剥離靱性値 $G_{IC}$ は modified beam theory を用いて

$$G_{IC} = \frac{3P\delta}{2B(a + \chi H)} \quad (4.1)$$

$$\chi = \left[ \frac{1}{13k} \left( \frac{E_1}{G_{13}} \right) \left\{ 3 - 2 \left( \frac{\Gamma}{1 + \Gamma} \right)^2 \right\} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\Gamma = \frac{\sqrt{E_1 E_3}}{k G_{13}}, k = 0.85$$

とした。ここで、 $P, \delta, a, b, H$ はそれぞれ荷重、荷重点の変位、荷重点 - 剥離先端間距離、幅、厚さを示す。(図 4.1.5)

疲労試験では、振動数を 5Hz とし、変位制御で試験を行った。最小荷重 $P_{min}$ と最大荷重 $P_{max}$ の比 ( $= P_{min}/P_{max}$ ) である R-ratio を一定にするためには荷重制御で試験を行うべきであるが、荷重制御で試験を行い、 $P_{max}$ と $P_{min}$ を一定にすると剥離が進展すると剥離先端におけるエネルギー解放率が増加する。したがって剥離が進展するほど剥離の進展が加速していくため剥離が一気に進展し結果の精度が低下してしまう恐れがある。一方、変位制御で試験を行った場合、剥離が進展すると剥離先端でのエネルギー解放率は小さくなり剥離進展が減速する。しかし、変位の最大・最小を一定の条件では剥離長さが変わると R-ratio が変化する可能性がある。本論文では変位制御で試験を行い、変位の最大値、最小値を R-ratio が 0.1 程度になるように設定し、試験中も変位の最小値を調整し、0.1 近くなるようにした。一定周期で試験を止め、画像を取得し、その後、試験を再開する事を繰り返した。取得した画像から剥離長さを測定した。このデータをサイクル数 $N$ -剥離長さ $a$ のグラフにプロットし、近似曲線 $a = f(N)$ を求め、剥離進展速度 $da/dN$ を求め、ある剥離長さの時の剥離進展速度を求めた。また、試験中に取得した荷重と変位のデータと(4.1)を用いてエネルギー解放率を求めた。



図 4.1.4 MTS 10kN Elastmer(右端の試験機)

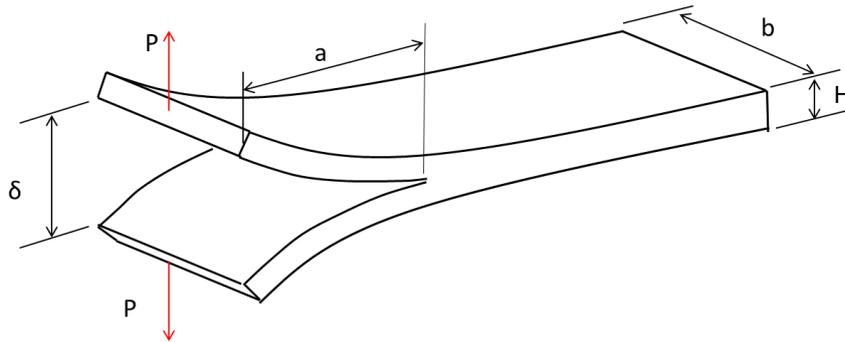


図 4.1.5 試験片寸法等

### 4.1.3. 試験結果

まず、静的試験における荷重 $P$  - 変位 $\delta$ データの例を図 4.1.6 に示す。これらのデータから $G_{IC}$ を求め、剥離進展長さ $\Delta a$ との関係を求めると図 4.1.7 のようになった。以上より、剥離進展開始時の $G_{IC}$ を推算すると $0.309\text{N/mm}$ となった。

次に疲労試験の結果を示す。各試験片のサイクル数と剥離長さ関係の例を図 4.1.8 に示す。この例(試験片 BF4)からサイクル数 $N$  - 剥離長さ $a$ の近似曲線は

$$a = 1.6714 \ln N - 8.8995 \quad (4.2)$$

となる。この式から剥離進展速度 $da/dN$ を求める。最大変位・最小変位におけるエネルギー解放率をそれぞれ $G_{max}$ ,  $G_{min}$ とおき、

$$\Delta G = (\sqrt{G_{max}} - \sqrt{G_{min}})^2 \quad (4.3)$$

を求める。すべての試験片で剥離長さごとに $\Delta G$ と $da/dN$ を求め、データを整理すると図 4.1.9 のようになる。これを線形近似すると

$$\log_{10} \frac{da}{dN} = 7.4783 \log_{10} \Delta G + 1.2486 \quad (4.4)$$

となる。ここで、 $\Delta G$ として(4.3)を用いたのは Appendix B に示すように $\Delta G$ が $\Delta P$ のみに依存するため、変位制御で行い、厳密には $R = 0.1$ とはならなかった DCB 試験の結果を整理するのに適していると考えたためである。

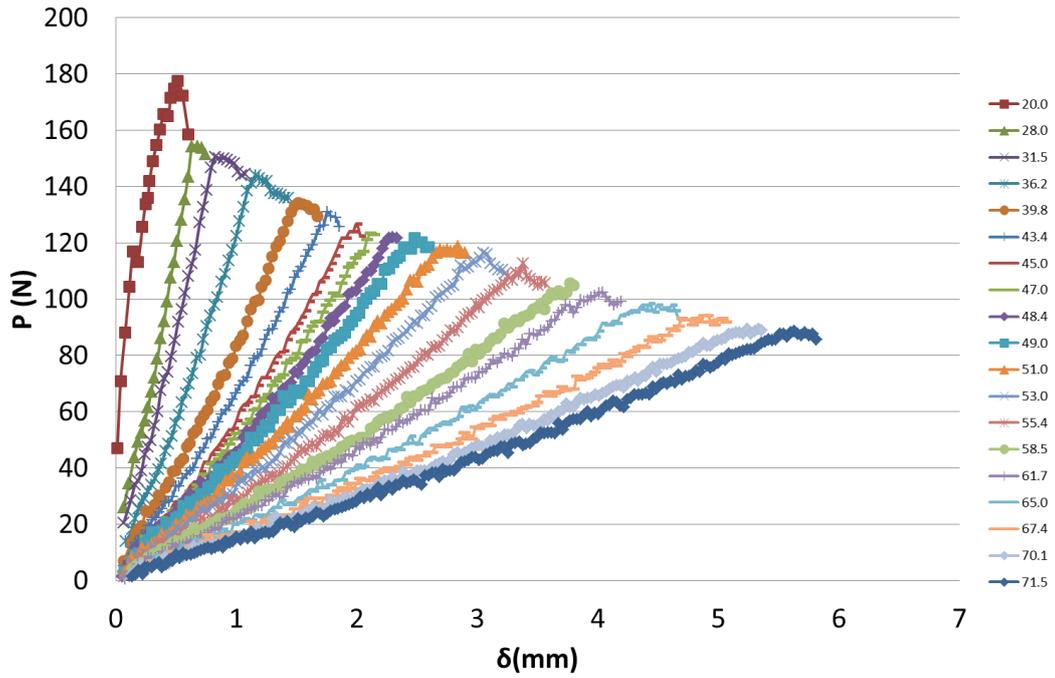


图 4.1.6 荷重 - 变位曲线(AS1)

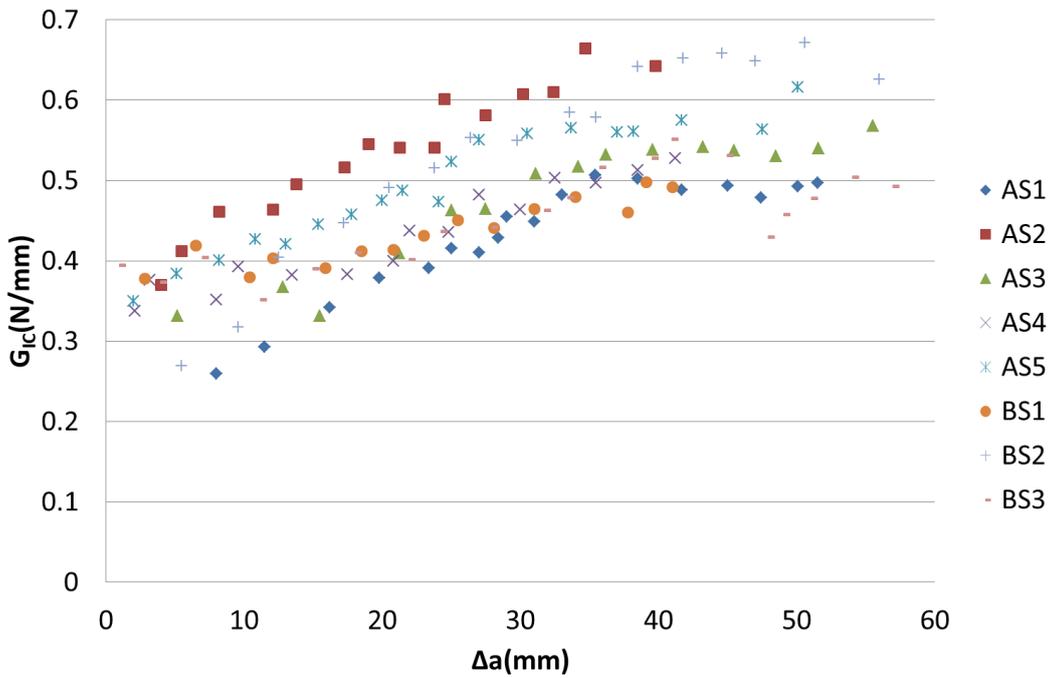


图 4.1.7 剥离进展抵抗

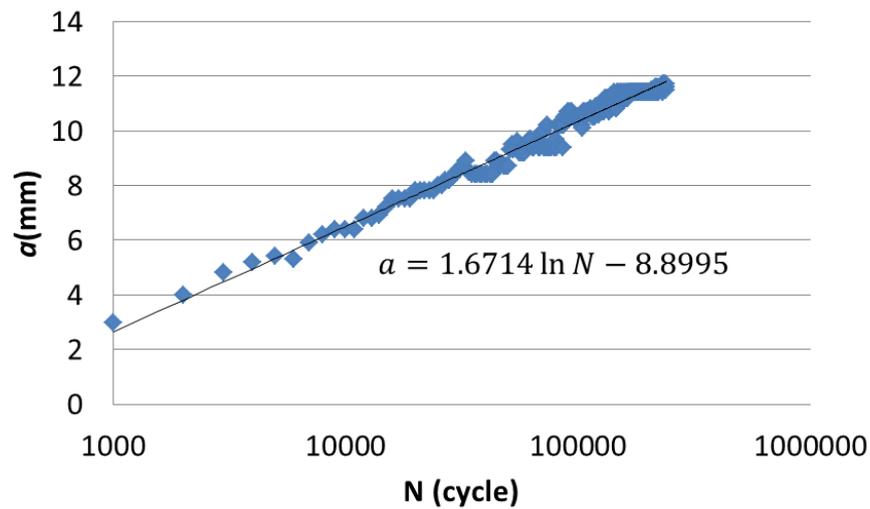


図 4.1.8 サイクル数 - 剥離長さ (試験片 BF04)

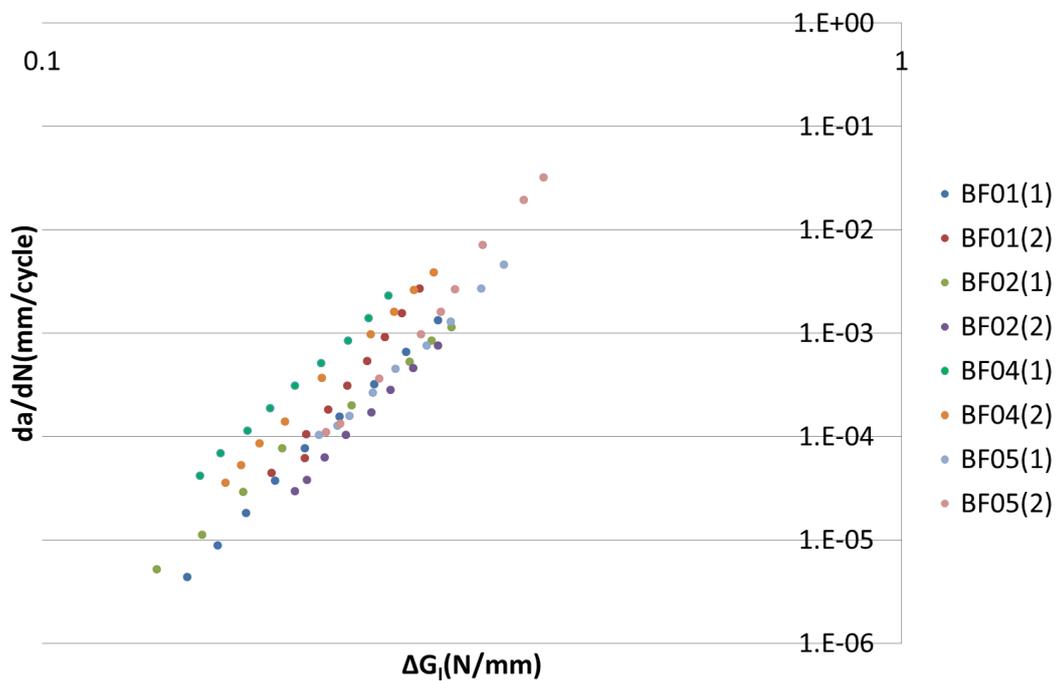


図 4.1.9 疲労剥離進展特性

## 4.2. モード II

### 4.2.1. 試験片

モード II では ENF 試験を行った。試験片の寸法、積層構成を表 4.2.1 に示す。試験片を作成する際は図 4.2.1、図 4.2.2 のようなパネルを作成し、モード I と同様外縁部分を取り除き、試験片を切り出した。また積層する際は初期剥離

を入れるため薄いフィルムを挿入した。ただし、モード II の試験片はモード I の場合と異なり、側面に白色の塗装や方眼紙の貼付をしていない。

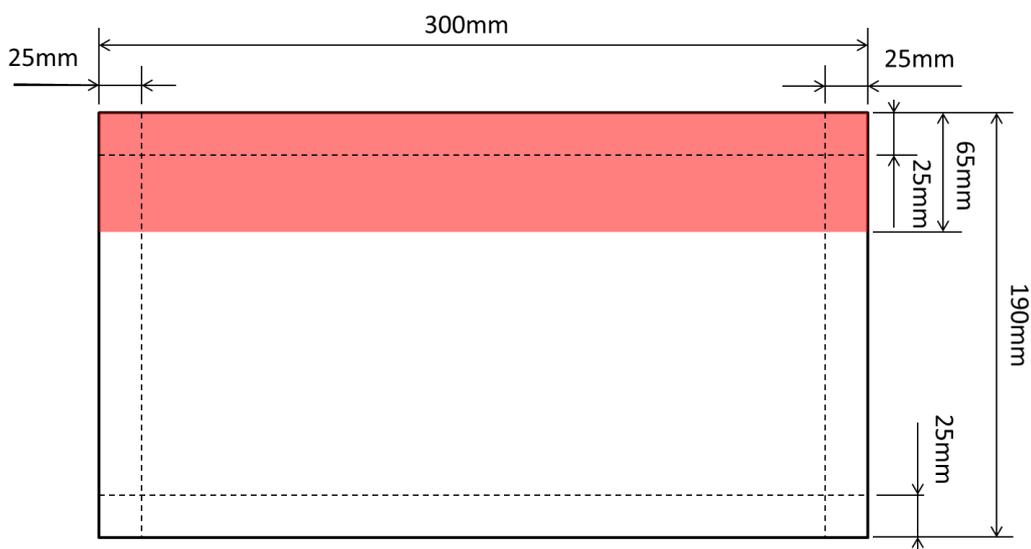


図 4.2.1 積層パネル

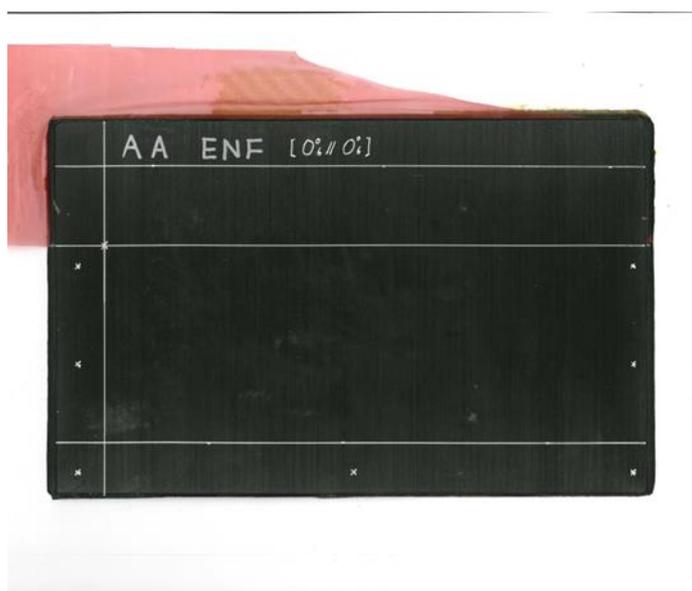


図 4.2.2 積層パネル(パネル番号 : AA)

表 4.2.1 ENF 試験片寸法・積層構成

試験片番号	全長 (mm)	幅 (mm)	板厚 (mm)	初期剥離長さ (mm)	試験種類	積層構成
AB03	138.8	24.6	3.04		static	
AA05	139.0	24.8	2.99		static	
AA08	138.7	24.8	3.10	40mm	fatigue	[0 <sub>6</sub> //0 <sub>6</sub> ]
AB02	138.5	24.9	3.12		fatigue	
AB04	139.0	24.8	3.08		fatigue	

#### 4.2.2. 試験方法

ENF 試験の概要を図 4.2.3 に示す。支点間距離を 100mm(ただし、静的試験では 95mm)とし、荷重点 - 支点間距離を 50mm とした。支点と荷重点の R はそれぞれ 2mm と 5mm とした。モード I と同様、まず静的試験を行い、その結果をもとに疲労試験を行った。試験機には Instron Electro Puls E10000 (図 4.2.4) を用い、剥離長さはマイクロ CT スキャナ (TOSHIBA TOSCANER 30000  $\mu$  hd) を用いて測定した。ただし、静的試験には MTS 10kN Elastmer(図 4.1.4) を用いた。

静的試験は変位制御で行い、JIS K7086 に準じ、荷重点速度を 0.5mm/min で行った。モード II のケースではモード I のケースと異なり、剥離が一気に進展するため除荷と負荷の繰り返しはせず、試験片 1 本で得られるデータは 1 つのみである。破壊靱性値は

$$G_{IIC} = \frac{9P^2 C a^2}{2B(2L^3 + 3a^3)} \quad (4.5)$$

より求めた。ここで  $L, C$  はそれぞれ支点 - 荷重点間距離、コンプライアンスであり、コンプライアンスは剥離が進展する前までのデータを用いて求めた。

疲労試験は荷重制御で行い、振動数を 5Hz、R-ratio を 0.1 とした。まず各試験片において疲労試験を行う前に、基準点とその前後  $\pm 5, 10$ mm の 4 か所の計 5 か所でコンプライアンスを測定した。ここで基準点とは疲労試験において試験機にセットする際の初期位置である。支点間距離や支点 - 荷重点間距離は一定にし、試験片のセットする位置をずらすことで異なる剥離長さにおけるコンプライアンスを測定した。また、コンプライアンスを測定する際は静的試験の結果を参考に荷重を決め、その荷重までの荷重 - 変位曲線からコンプライアンスを求めた。各点でコンプライアンスを求めた後、コンプライアンスと剥離長さの

関係

$$C = C_0 + C_3 a^3 \quad (4.6)$$

を求めた。このコンプライアンスを用いてエネルギー解放率 $G_{IIC}$ を

$$G_{IIC} = \frac{P^2}{2B} (3C_3 a^2) \quad (4.7)$$

より求める。疲労試験では、最大荷重とサイクル数を設定し、試験を実施し、その後、造影剤を試験片側面から塗りこみ、CT スキャナで剥離先端を調べた。荷重制御で試験を実施しているため、剥離が一気に進展する可能性があるため、サイクル数を設定する際はあまり大きな値にしないようにした。また、CT スキャナで剥離先端位置を調べる際は、画像から剥離長さを測定するので基準となる長さが必要となる。本論文では試験片に金属テープを添付し、試験片端から金属テープの位置と試験片端から剥離先端までの長さを比較することで剥離長さを計算した。CT スキャナで試験片の画像を取得した後は再び疲労試験を行った。ただし、剥離が荷重点付近まで達している場合等では試験片をセットする位置をずらし、試験を実施した。

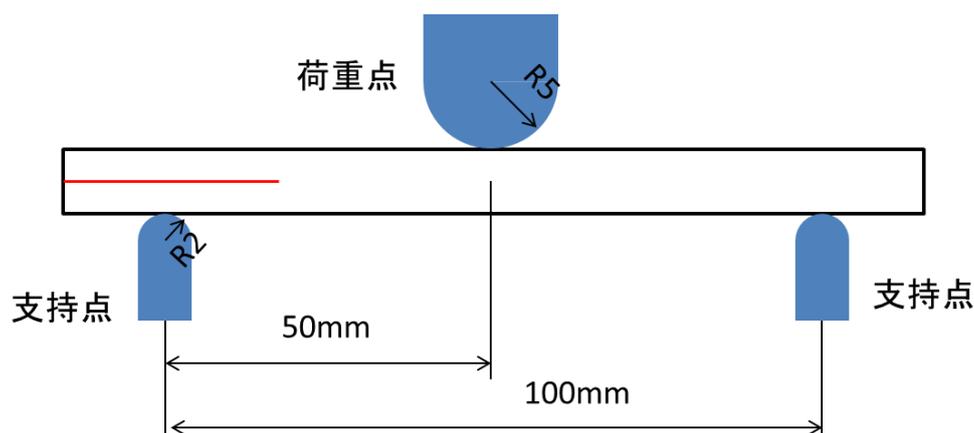


図 4.2.3 ENF 試験概要



図 4.2.4 Instron Electro Puls E10000

### 4.2.3. 試験結果

静的試験において得た試験片の荷重 - 変位曲線の例を図 4.2.5 に示す。静的試験の結果を表 4.2.2 にまとめる。この結果より  $G_{IIC} = 2.10\text{N/mm}$  となる。

疲労試験における CT 画像の例を図 4.2.6 に示す。これらの画像から剥離長さを測定した。表 4.2.3 に試験結果をまとめる。この結果を  $da/dN - \Delta G$  グラフにまとめると図 4.2.7 のようになる。ただし、 $\Delta G$  は開始時と終了時の  $\Delta G$  の平均を用いた。この図から

$$\log_{10} \frac{da}{dN} = 3.7388 \log_{10} \Delta G - 2.1707 \quad (4.8)$$

となる。

本論文の実験により求めた  $G_{IC}$  と  $G_{IIC}$  はそれぞれ  $0.309\text{N/mm}$ 、 $2.10\text{N/mm}$  であり、モード I とモード II で層間破壊靱性値の差が非常に大きい。一方、Ilyas<sup>39</sup> は実験より  $G_{IC} = 0.765\text{N/mm}$ 、 $G_{IIC} = 1.25\text{N/mm}$  としている。また Kinawy ら<sup>42</sup> や Lachaud ら<sup>43</sup> は解析に  $G_{IC} = 0.55\text{N/mm}$ 、 $G_{IIC} = 1.50\text{N/mm}$  を用いている。したがって、本研究の実験では  $G_{IC}$  を過小に、 $G_{IIC}$  を過大に評価している可能性がある。

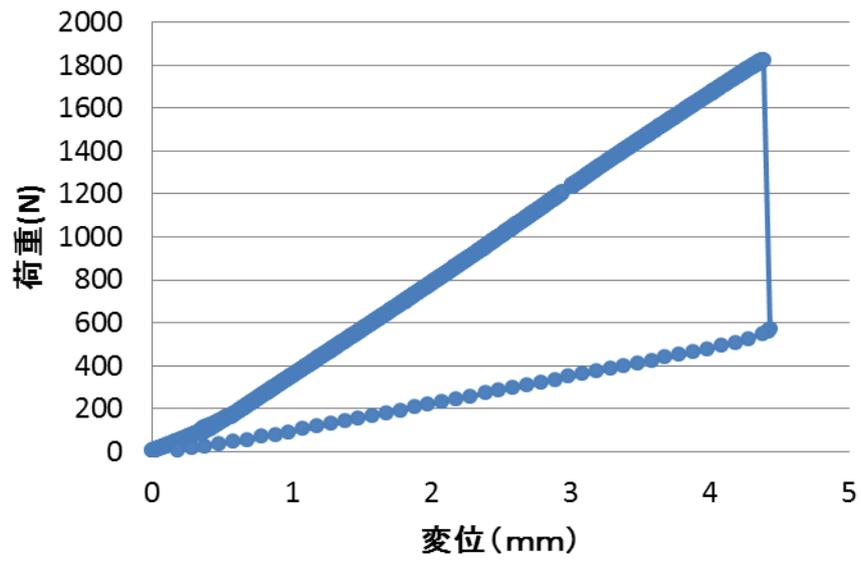


図 4.2.5 荷重 - 変位曲線(AB03)

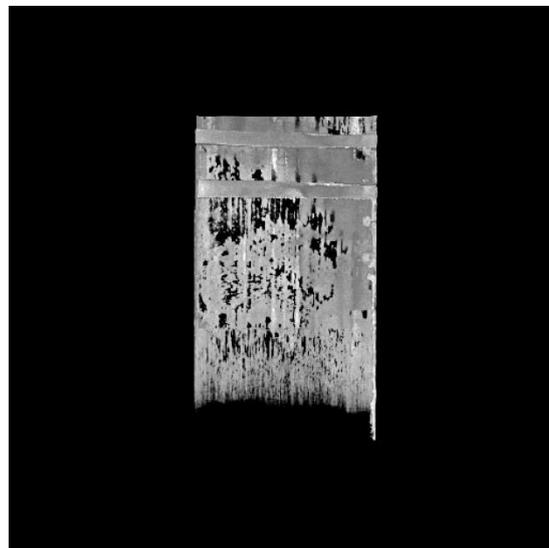


図 4.2.6 CT 画像(AA08)

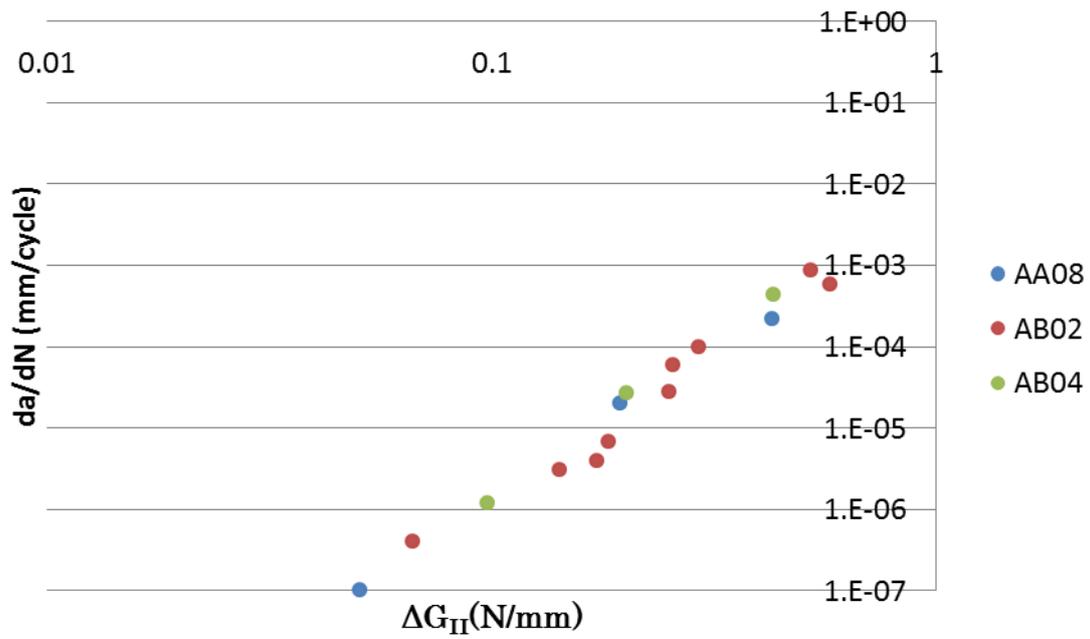


図 4.2.7 疲労剥離進展特性

表 4.2.2 静的試験の結果

試験片	C (mm/N)	P(kN)	$G_{IIc}$ (N/mm)
AB03	0.00225	1.82	2.29
AA05	0.00242	1.61	1.91

表 4.2.3 疲労試験の結果\*

試験片	$P_{max}$ (N)	サイクル 数	$\Delta G_{int}$ (N/mm)	$\Delta G_{fin}$ (N/mm)	$\Delta G_{ave}$ (N/mm)	$\Delta a$ (mm)	$da/dN$ (mm/cycle)
AA08	400	100,000	0.114	0.114	0.114	0	0
	600	50,000	0.255	0.600	0.428	10.76	0.0022
	400	50,000	0.187	0.202	0.195	1.0	0.000020
	200	400,000	0.0506	0.0507	0.0506	0.04	$1.0 \times 10^{-7}$
AB02	500	30,000	0.171	0.173	0.172	0.12	$4.0 \times 10^{-6}$
	600	10,000	0.249	0.263	0.257	0.6	$6.0 \times 10^{-5}$
	300	200,000	0.0660	0.0665	0.0662	0.08	$4.0 \times 10^{-7}$
	600	20,000	0.266	0.317	0.292	1.96	$9.8 \times 10^{-5}$
	400	40,000	0.141	0.143	0.142	0.12	$3.0 \times 10^{-6}$
	450	60,000	0.180	0.187	0.184	0.40	$6.7 \times 10^{-6}$
	700	10,000	0.452	0.702	0.577	5.84	0.00058
	500	10,000	0.247	0.253	0.250	0.28	$2.8 \times 10^{-5}$
AB04	700	1500	0.500	0.550	0.523	1.32	0.00088
	500	100,000	0.176	0.225	0.201	2.68	$2.7 \times 10^{-5}$
	660	5,000	0.393	0.471	0.432	2.20	0.00044
	300	100,000	0.0974	0.0983	0.0978	0.12	$1.2 \times 10^{-6}$

※ $\Delta G_{int}$ ,  $\Delta G_{fin}$ ,  $\Delta G_{ave}$ はそれぞれ試験開始時、終了時、平均の値

## 5. 補強パネルの疲労剥離進展予測

### 5.1. 概要

この章では、まず2章で述べたリッツ法を用いた座屈後解析と3章の解析手法を用いて求めたエネルギー解放率が妥当であるかを検証する。次にいくつかのケースについて解析を行い、4章の実験によって求めた疲労剥離進展特性を用いてストリング - 外板間の疲労剥離進展に関する議論を行う。ここでは実験で得た各モードの $da/dN - \Delta G$ 曲線を用いて図5.1.1のような疲労剥離進展特性を仮定する。これは各 $\Delta G$ において剥離が進展しやすいモードの値を取ったグラフである。すなわち、 $\Delta G \leq 0.122\text{N/mm}$ ではモードIIのデータを、 $\Delta G > 0.122\text{N/mm}$ ではモードIのデータを用いた。また、 $0^\circ - 0^\circ$  層間以外でもこのデータを用いる事とする。また、層間破壊靱性として $G_{IC} = 0.765\text{N/mm}$ 、 $G_{IIC} = 1.25\text{N/mm}$ を用いた<sup>41</sup>。

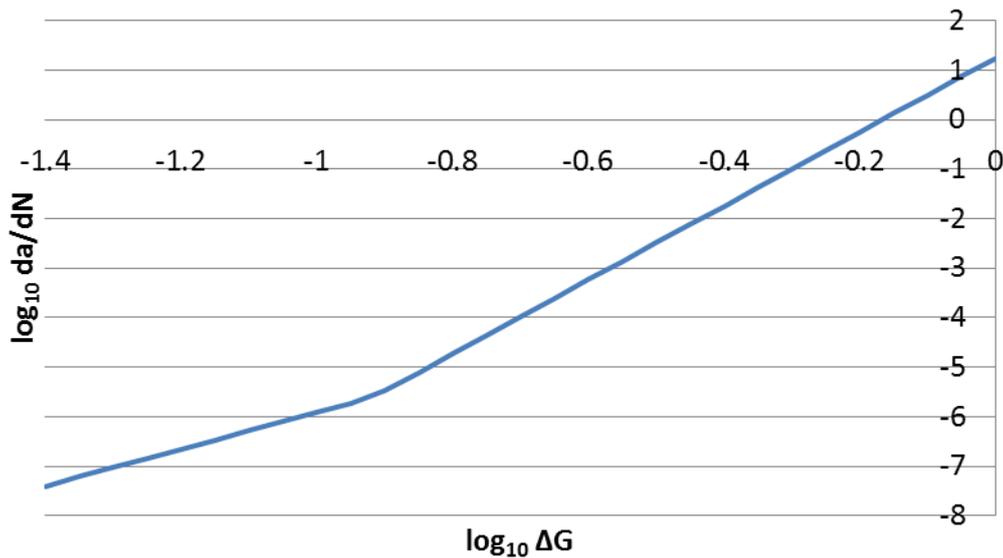


図 5.1.1 疲労剥離進展特性

### 5.2. 解析結果の妥当性

本論文で提案した解析手法によって得られた結果が妥当であるかを有限用解析の結果と比較することにより検証した。ここでは実際の構造の有限要素解析を行い、仮定の妥当性を検証するのではなく、本論文の仮定を考慮したモデル

を解析し、2章と3章の解析を組み合わせた時に全体的にどの程度の誤差が生じるのかという事を調べた。

本論文で用いた仮定を有限要素解析で厳密に再現するのは困難であることから図 5.2.1 に示すパネルにおいてストリングの剛性が外板の剛性と比較し、非常に高いケースと等しいケースの間に本論文で仮定した状態があると考え、表 5.2.1 に示す2つのケースの解析を行った。また、ストリング - 外板間に 0.25mm のy軸方向に一様な剥離を入れ、片方のストリングの剥離先端からもう一方のストリングの剥離先端までの距離を2章の解析で用いたパネルの幅と等しくなるよう 100mm とした。また、板厚はストリング・外板ともに 1mm とした。パネルの左・右端には剛体を貼り付け、左端はすべての軸方向の変位とすべての軸周りの回転を拘束し、右端は面外方向の変位とすべての軸周りの回転を拘束し、せん断荷重を負荷した。解析にはソリッド要素を用いた。荷重 - 変位曲線を図 5.2.2 に示す。リッツ法による解析結果の方が有限要素解析の結果より座屈荷重が低く、同じ荷重レベルにおいて変位が大きいことが分る。これはリッツ法では  $x = \pm b/2$  (剥離先端位置に相当) において  $dv/dy$  を拘束していない事が影響していると考えられる。次に  $q = 75\text{N/mm}$  の時のエネルギー解放率の分布を図 5.2.3 に示す。case1 と case2 を比較すると case1 の方が本論文の手法によって得られた結果に近いことが分る。これは図 5.2.4、図 5.2.5 に示すように  $G_{III}$  とそれに相当する  $G_{shear}$  の占める割合が大きいためである。すなわち、case1 では補強部のせん断剛性が高く、 $G_{shear}$  に関しては case1 の方が case2 よりも本論文の手法によって得られる  $G_{shear}$  に近くなり、その  $G_{shear}$  が  $G_{total}$  の中で占める割合が高いため、case1 と本論文の手法の結果が近い値になっていると考えられる。一方、case1 における  $G_I$  と  $G_{II}$  の合計と本論文の解析手法によって求めた  $G_{moment}$  を比較すると後者の方が大きいことが分る。これは case1 の面外変位が小さいためであり、2章で述べた境界条件と全く同じ境界条件を用いて有限要素解析を行う事が出来れば、 $G_I + G_{II}$  の値は case1 よりも大きくなると考えられる。

また、case1 と case2 はストリングの全体的な曲げ変形やねじり変形をしないと仮定し、さらにストリングの外板との接着部の変形を許容している解析であるため、図 5.2.3 より、(ストリングと外板の接着部を含む)ストリング間の局所的な座屈に対しては、本研究での解析手法は安全側に評価しており、そのような解析に対しては有用であると考えられる。

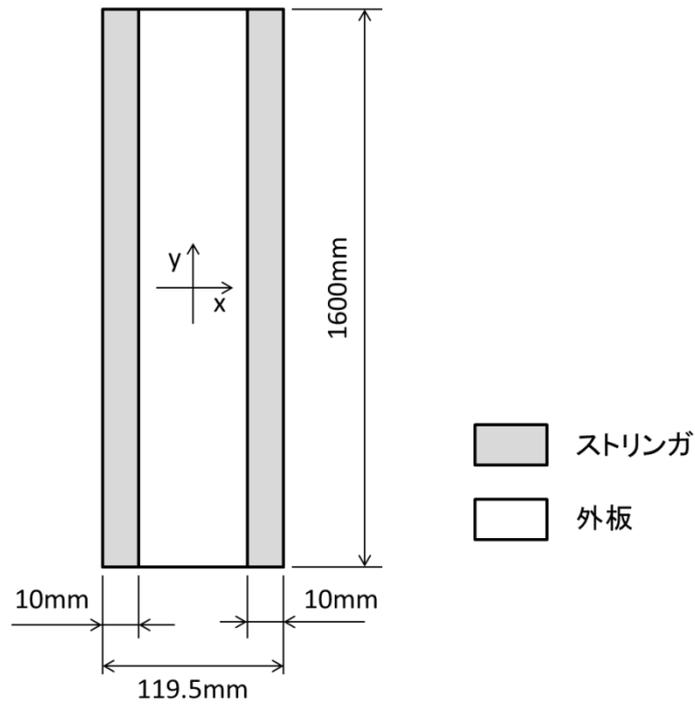


図 5.2.1 解析モデル

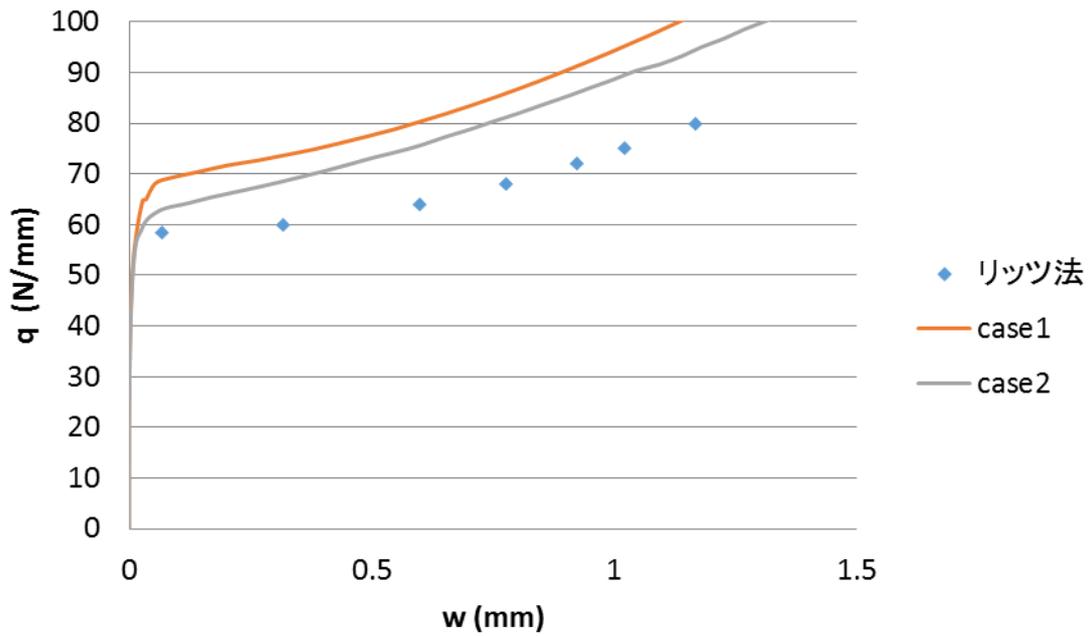


図 5.2.2 荷重 - 変位曲線

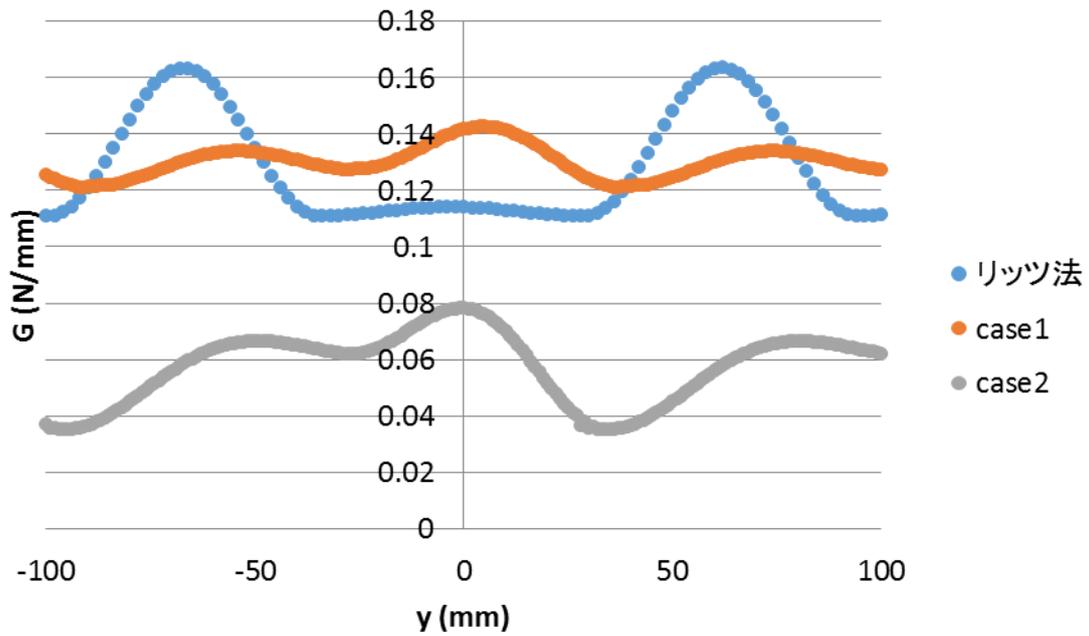


図 5.2.3 エネルギー解放率分布

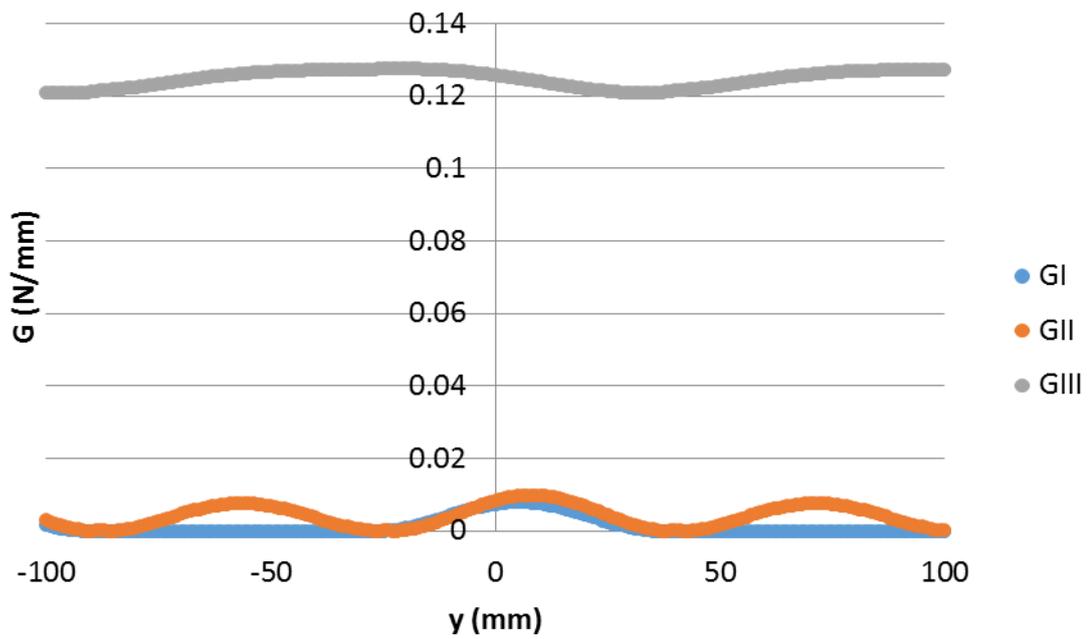


図 5.2.4 エネルギー解放率分布(case1・モード別)

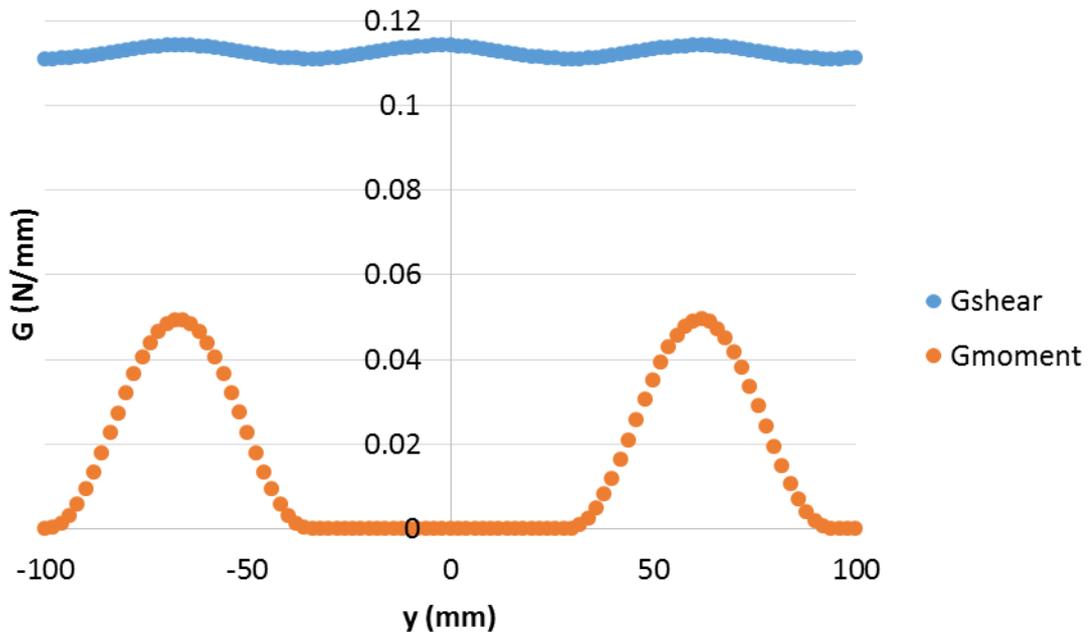


図 5.2.5 エネルギー解放率分布(リッツ法・モード別)

表 5.2.1 材料特性・積層構成

	Case1	Case2
外板		
$E_{11}$	165GPa	165Gpa
$E_{22}$	7.64GPa	7.64GPa
$G_{12}$	5.61GPa	5.61GPa
$\nu$	0.35	0.35
積層構成	[0/90/-45/45]s	[0/90/-45/45]s
ストリンガ		
$E_{11}$	16500GPa	165GPa
$E_{22}$	764GPa	7.64GPa
$G_{12}$	561GPa	5.61GPa
$\nu$	0.35	0.35
積層構成	[0/90/-45/45]s	[0/90/-45/45]s

### 5.3. 積層構成による影響

表 5.3.1 に示す 2 種類の積層構成について比較を行った。パネルの寸法を表

5.3.1 にまとめる。M21/T800S の材料特性を用いた。解析に用いた面内剛性・曲げ剛性を表 5.3.2 にまとめる。この 2 つの積層構成では面内剛性は等しいが、曲げ剛性が異なる。

まず、(2.77) を用いた座屈解析により座屈荷重の推算を行った。Case1 では 61.4N/mm に対し、case2 では 69.6N/mm となった。次に(2.73)~(2.75)を用いた座屈後解析を行った。荷重 - 変位曲線を図 5.3.1 に示す。座屈荷重は case2 の方が大きいいため座屈直後では case2 の方が面外変位が小さいが、70N/mm 付近で逆転している事が分る。75N/mm の時の変位の近似関数で用いた係数の値を表 5.3.3 にまとめる。この時の変位分布を図 5.3.2~図 5.3.4 に示す。この図より、周期や稜線の方角にも影響があることが分る。また、剥離先端 ( $x = -50\text{mm}$ ,  $-100\text{mm} \leq y \leq 100\text{mm}$ ) におけるエネルギー解放率の分布を図 5.3.5 に示す。大きさや分布形状に違いが生じている事が分る。

次に疲労剥離進展に関する評価を行う。最大せん断荷重を 75N/mm、R-ratio を 0.1 とする。したがって、最小荷重は 7.5N/mm であり、この荷重では座屈は生じない。よって荷重別に考えると厳密には R-ratio が 0.1 にならず、実験でモード I、II で R-ratio を 0.1 として得られたデータをそのまま使用できるかという事については議論が必要になるが、本論文では使用してよいと仮定し剥離進展の評価を行う。最小荷重の時は座屈前であるため、

$$G_{min} = \frac{1}{2} A_{66} \gamma_{xy0}^2 \quad (5.1)$$

より求まる。これと最大荷重の時のエネルギー解放率  $G_{max}$ 、(4.3) を用いると各ケースでの  $\Delta G$  の分布は図 5.3.6 のようになる。したがって、case1 での  $\Delta G$  の最大値は 0.137N mm、case2 では 0.141N mm になる。よって、この値が剥離進展の際変わらないとすると、1mm 剥離が進展するのに case1 では約 161000 サイクル、case2 では約 128000 サイクルとなる。

次に[-45/0/45/90]<sub>s</sub> を基準に実際の構造に用いられるような 3 種類の積層構成 (表 5.3.4) について解析を行った。表 5.3.5 に面内剛性・曲げ剛性を示す。case4 は case3 の  $D_{16}$  と  $D_{26}$  が異なる積層構成であり、case5 は case3 の  $D_{11}$  と  $D_{22}$  の値を逆にした積層構成である。荷重 - 変位曲線を図 5.3.7 に示す。また、最大せん断荷重を 64N/mm、最小せん断荷重を 6.4N/mm とした時の  $\Delta G$  の分布を図 5.3.8 に示す。ただし、case3 については最大荷重よりも座屈荷重が高いと考えられるため(5.1)を用いた。 $\Delta G_{max}$  は case3 で 0.0696N mm、case4 で 0.128N mm、case5 で 0.0974N mm となった。1mm 剥離が進展するのに case3 で約 3150000 サイクル、case4 で約 274000 サイクル、case5 で約 897000 サイクルとなる。

本論文では $x$ 軸方向を $0^\circ$ としているので、**case3**ではせん断荷重が負荷された際、積層板の一番外側の層の繊維の方向と圧縮方向が一致する。したがって、その方向の曲げ剛性が高くなり、座屈荷重が大きくなる。また、**case3**と**case5**との比較から、 $0^\circ$ 層を外側に持って来て幅方向の曲げ剛性を上げた方が良いという事が分る。ただし、これは本論文で扱ったパネルが非常に細長いこと、幅方向の端が固定端であることも影響していると考えられる。したがって、本論文で扱ったようなパネルにおいて座屈が生じにくくするためには $0^\circ$ 層と $-45^\circ$ 層を外側に持ってきた $[-45/0/45/90]_s$ 、もしくは $[0/-45/90/45]_s$ が良いと考えられる。一方、座屈を許容する構造で用いる際は荷重の増加に対しエネルギー解放率の増加が小さい方が良いと考えられる。座屈後の面外変位が小さい方が良いというわけではないことは**case4**と**case5**の結果を比較すれば分る。したがって、この点に関しては今回の解析結果のみから結論を出すことはできず、更なる検討が必要であると考えられる。

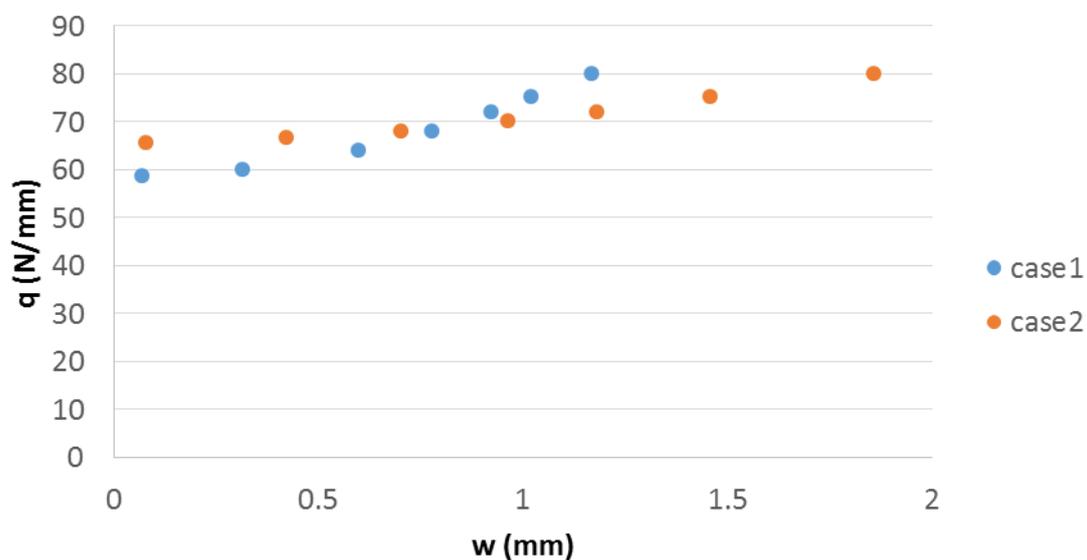


図 5.3.1 荷重 - 変位曲線(case1,2)

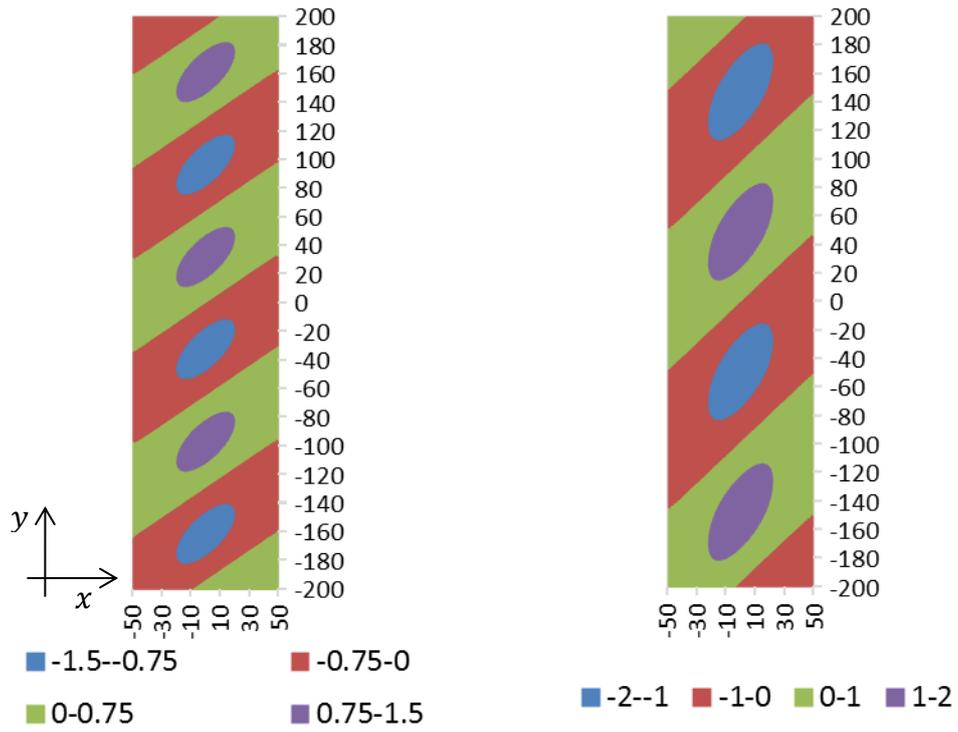


图 5.3.2  $w$ 分布(左 : case1、右 : case2、单位 : mm)

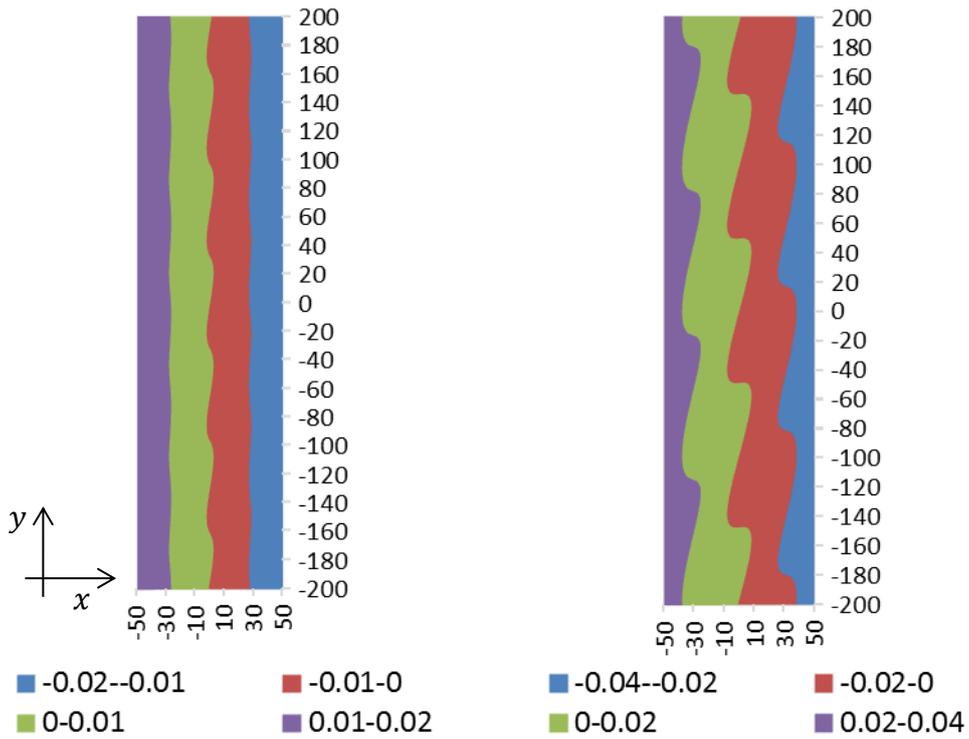


图 5.3.3  $u_0$ 分布(左 : case1、右 : case2、单位 : mm)

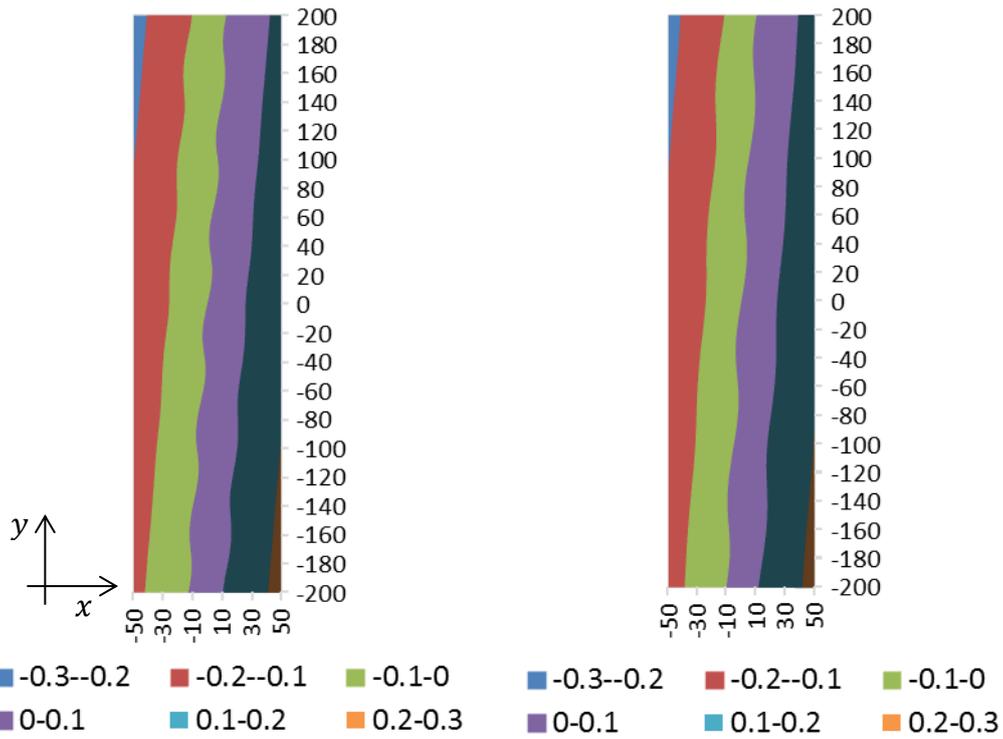


図 5.3.4  $v_0$ 分布(左 : case1、右 : case2、単位 : mm)

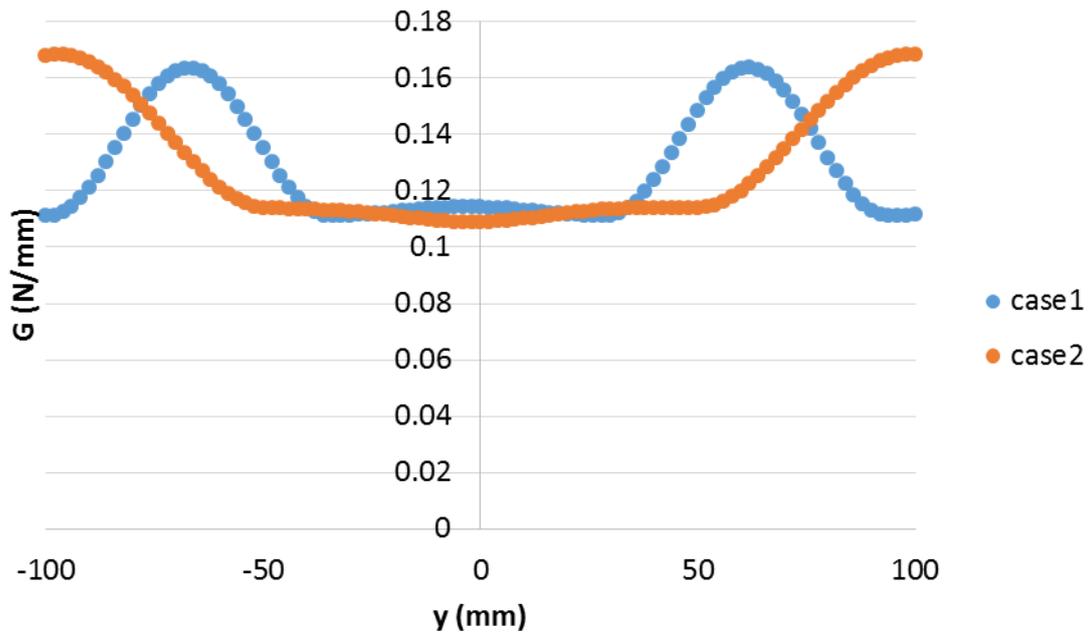


図 5.3.5 エネルギー解放率分布(75N/mm)

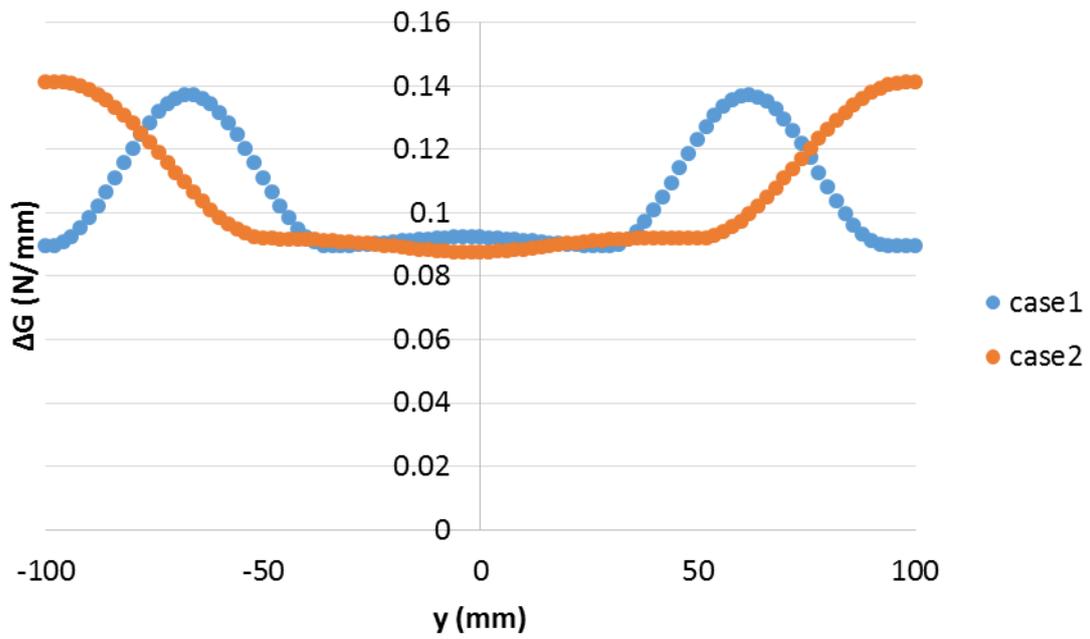


図 5.3.6  $\Delta G$ 分布(case1,2)

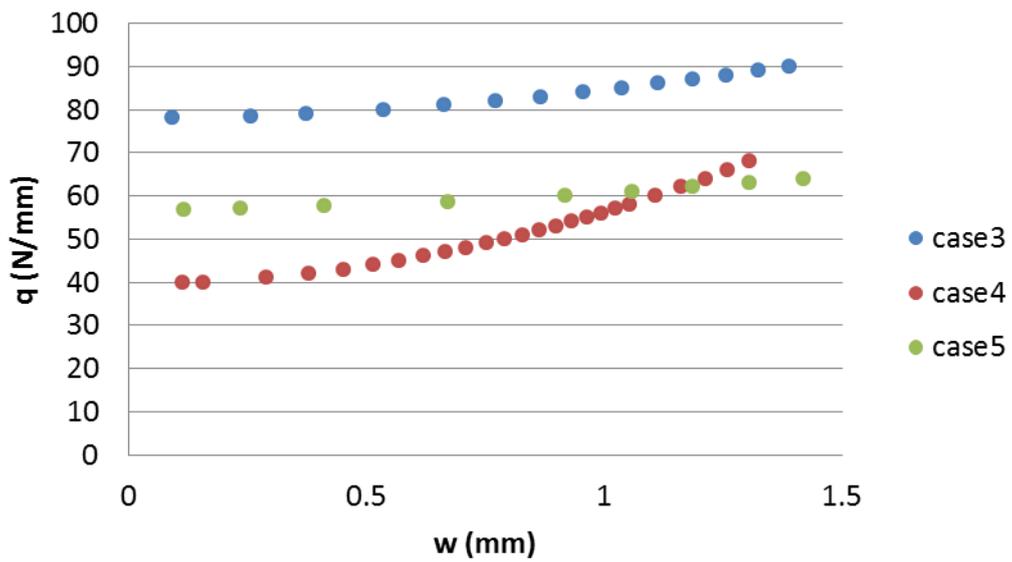


図 5.3.7 荷重 - 変位曲線(case3~5)

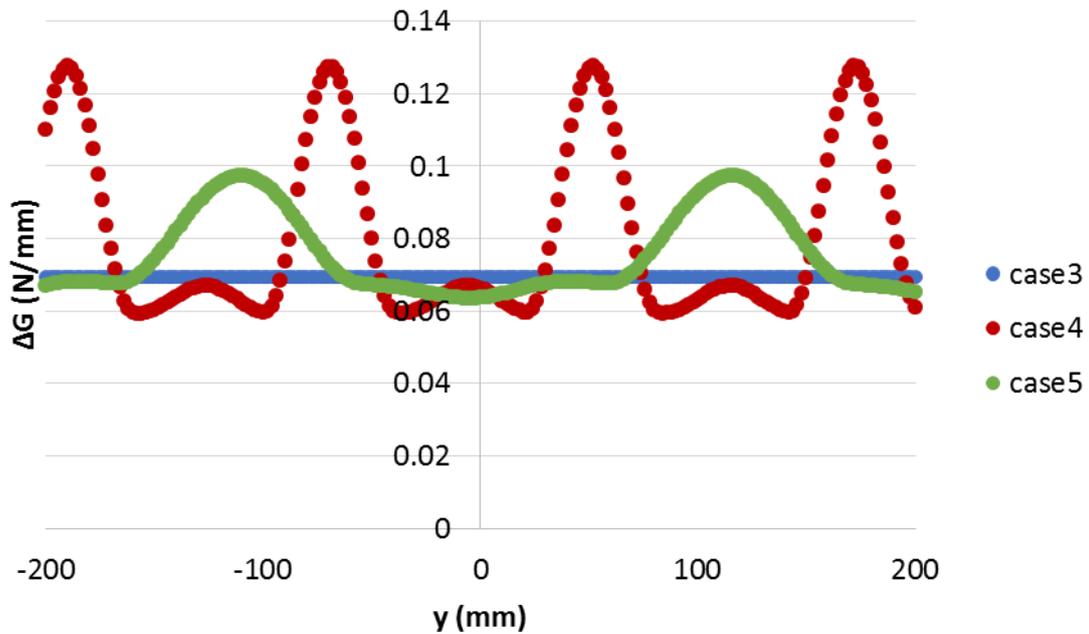


図 5.3.8  $\Delta G$  分布(case3~5)

表 5.3.1 パネル寸法・積層構成(case1,2)

	積層構成	全長(mm)	幅(mm)	板厚(mm)
Case1	[0/90/-45/45] <sub>s</sub>	2400	100	1
Case2	[-45/45/0/90] <sub>s</sub>			

表 5.3.2 面内剛性・曲げ剛性(case1,2)

	Case1	Case2		Case1	Case2
$A_{11}$	68587N/mm	68587N/mm	$D_{11}$	8709N mm	5195N mm
$A_{12}$	20915N/mm	20915N/mm	$D_{12}$	603.8N mm	2882N mm
$A_{22}$	68587N/mm	68587N/mm	$D_{16}$	-309.1N mm	-927.3N mm
$A_{66}$	23836N/mm	23836N/mm	$D_{22}$	5000N mm	3958N mm
			$D_{26}$	-309.1N mm	-927.3N mm
			$D_{66}$	847.2N mm	3125N mm

表 5.3.3 パラメータ(case1,2)

	Case1	Case2		Case1	Case2
$\alpha_1$	0.004380	0.005365	$\beta_5$	0.007022	0.008687
$\alpha_2$	0.0005306	-0.0004492	$\beta_6$	-0.0002615	-0.0002302
$\alpha_3$	$5.538 \times 10^{-5}$	$-6.839 \times 10^{-5}$	$\gamma_1$	0.9910	1.418
$\alpha_4$	$-3.000 \times 10^{-5}$	0.0001619	$\gamma_2$	0.1099	0.1616
$\alpha_5$	-0.01330	-0.02330	$\gamma_3$	0.03070	0.03965
$\alpha_6$	$8.845 \times 10^{-5}$	0.001485	$m_1$	0.6964	0.9734
$\beta_1$	0.0002111	-0.0005139	$m_2$	2.105	1.966
$\beta_2$	-0.006025	-0.006277	$m_3$	0.8325	1.058
$\beta_3$	-0.001868	-0.002058	$l$	64.34	98.02
$\beta_4$	0.003515	0.003602			

表 5.3.4 パネル寸法・積層構成(case3~5)

	積層構成	全長(mm)	幅(mm)	板厚(mm)
Case3	[-45/0/45/90] <sub>s</sub>			
Case4	[45/0/-45/90] <sub>s</sub>	2400	100	1
Case5	[-45/90/45/0] <sub>s</sub>			

表 5.3.5 面内剛性・曲げ剛性(case3~5)

	Case3	Case4	Case5	Case3	Case4	Case5
$A_{11}$	68587N/mm			$D_{11}$ 7001N mm	7001N mm	3291N mm
$A_{12}$	20915N/mm			$D_{12}$ 2312N mm	2312N mm	2312N mm
$A_{22}$	68587N/mm			-1545N mm	1545N mm	-1545N mm
$A_{66}$	23836N/mm			$D_{22}$ 3291N mm	3291N mm	7001N mm
				$D_{26}$ -1545N mm	1545N mm	-1545N mm
				$D_{66}$ 2556N mm	2556N mm	2556N mm

## 5.4. 板厚による影響

次に case1 と積層構成は同じで各層の板厚を 2 倍にした補強パネルの解析を行った。荷重 - 変位曲線を図 5.4.1 に示す。520N/mm の時の変位分布を図 5.4.2 に示す。最大荷重を 520N/mm として $G_{max}$ 分布を求めると図 5.4.3 のようになる。ここで最大値は 3.33N/mm であり、これは $G_{IC}$ 、 $G_{IIC}$ の値を超えており、この荷重に達する前に剥離が進展する事を示している。460N/mm(図 5.4.1 より座屈荷重以下と考えられる)における $G_{max}$ を(5.1)を用いて求めると 2.22N/mm になる。これも $G_{IIC}$ よりも大きな値となっている。したがって、板厚が増加すると座屈荷重に達する前に剥離進展が生じる荷重に達する事が分る。

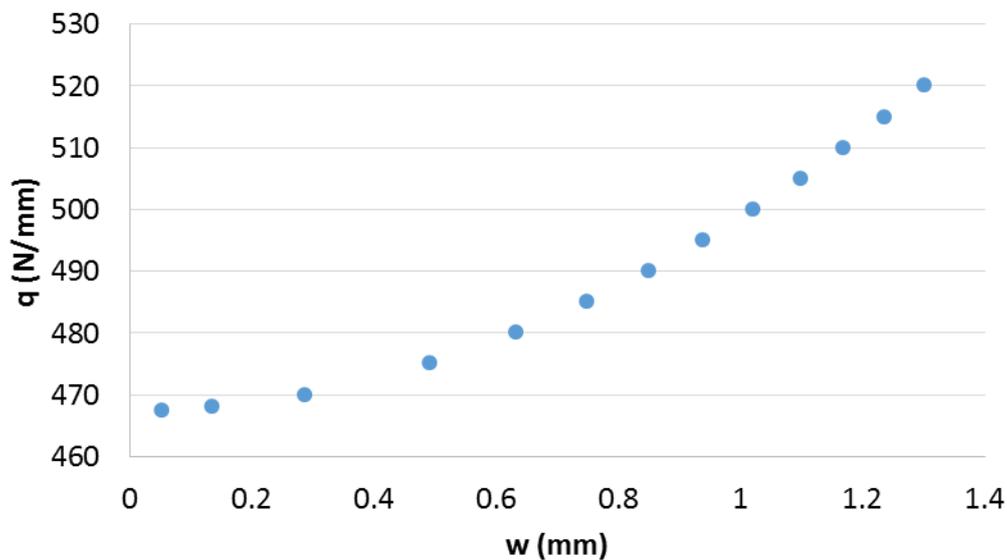


図 5.4.1 荷重 - 変位線図

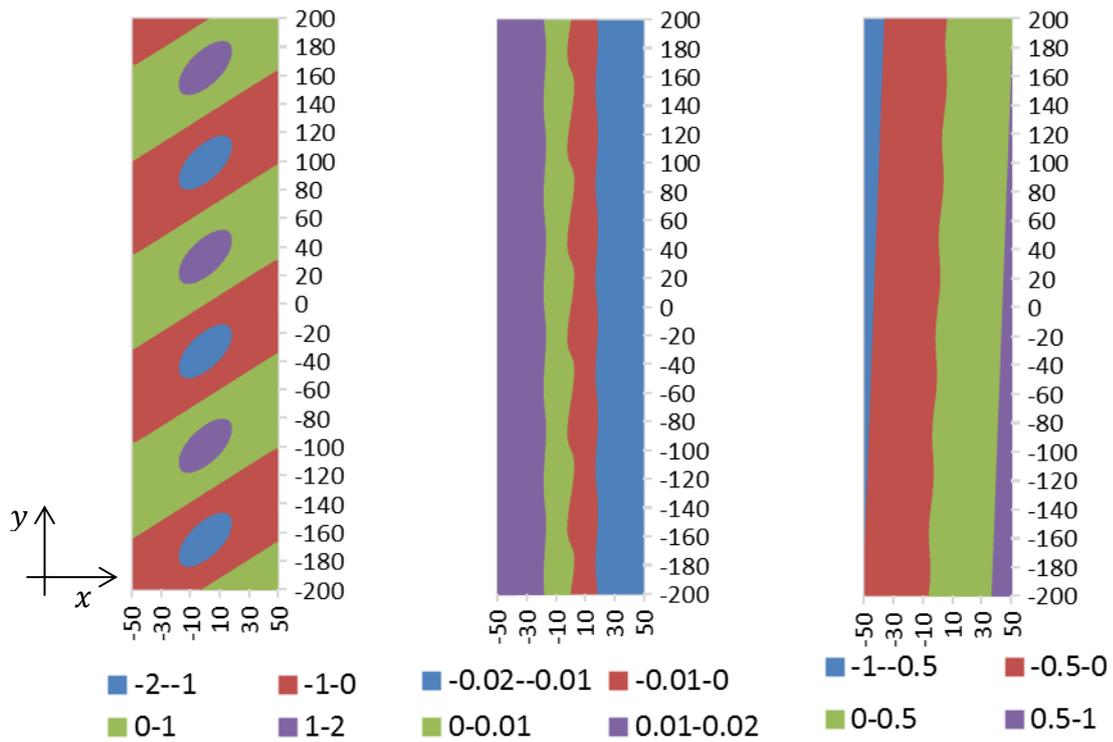


図 5.4.2 変位分布(左から $w$ ,  $u_0$ ,  $v_0$ )

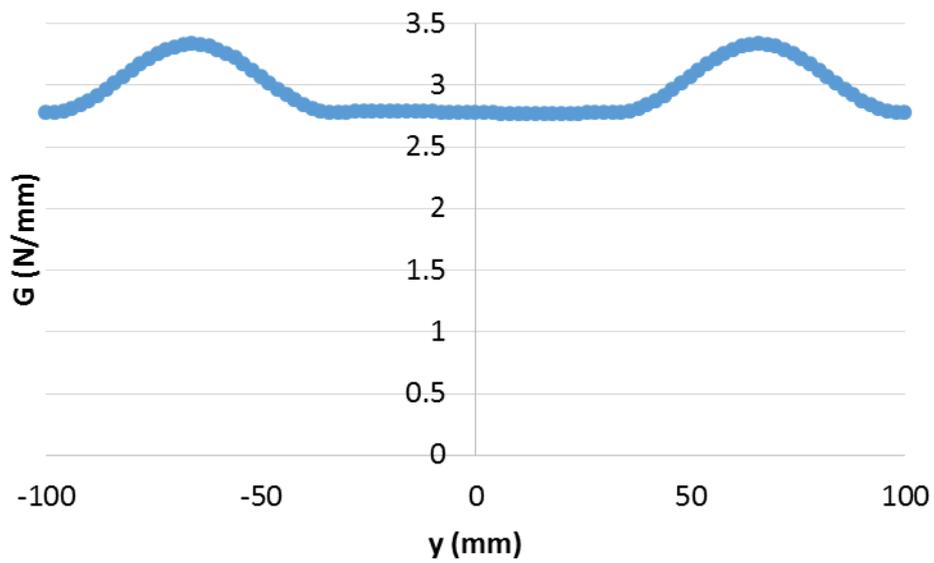


図 5.4.3 エネルギー解放率分布

## 6. 結論

本論文では外板 - スtring間での剥離進展に関する簡易解析手法を構築する事を目的とし、パネルの座屈後挙動をリッツ法を用いて解析し、その結果を用いて外板 - スtring間におけるエネルギー解放率の分布を評価する解析手法を提案した。

座屈後解析においては、 $u_0, v_0, w$ を未知パラメータを含む近似関数で表し、ポテンシャルエネルギー停留原理を用いて支配方程式を導いた。その際、少ないパラメータで精度高く変位が近似できるように有限要素解析の結果をもとに近似関数を決定した。等方性材料、複合材料の2つのケースで解析を行い、有限要素解析の結果と比較を行った。等方性のケースと比べると複合材料のケースでは有限要素解析の結果との差が大きくなったものの、両ケースにおいて変形のパターンや傾向が有限要素解析の結果と良く一致したと言える。変位の大きさに関して有限要素解析とリッツ法で等方性のケースでは2割程度、複合材のケースではそれ以上の差が生じているが、これは微小な荷重の増加により変位が大きく増加する座屈後挙動の性質も影響していると考えられる。

本論文ではStringとStringが接着している外板部分は変形しないと仮定し、剥離先端付近に掛かる曲げモーメント、せん断荷重、Stringと垂直方向の引張荷重を考慮し、エネルギー解放率を評価した。この解析的手法の妥当性を検討するため、一様な剥離を有するパネルの有限要素解析を行い、“仮想クラック閉口法により求めたエネルギー解放率”と“有限要素解析によって求めたひずみと提案した解析手法を用いて求めたエネルギー解放率”を比較した。等方性、複合材料の両ケースにおいて、エネルギー解放率の大きさを見ると有限要素解析と解析的手法の結果の間に多少の差があるものの分布の形状は近い結果が得られており、本論文の目的を考慮すると十分であると考えられる。

上記の手法を用いて解析を行うためにM21/T800Sを用いてDCB試験、ENF試験を行い、モードI、モードIIの疲労剥離進展特性を取得した。この実験で得たデータは、モードIとモードIIの内、 $da/dN$ の大きい方(剥離が進展しやすい方)と上記の解析手法で求めた $G_{total}$ を比較するという形で用いた。

提案した解析手法を用いて、積層構成による影響と板厚による影響を調べた。これらの解析から座屈荷重が大きい積層構成の方が座屈後の範囲において(剥離進展特性が等しいという仮定の下では)必ずしも剥離の進展速度が小さいとは言えない事、板厚が大きくなると座屈荷重が静的に剥離が進展する荷重よりも大きくなる可能性があることが示せた。また、より実用的な積層構成で解析を行

い、曲げ剛性の影響を調べた。

本論文で提案した手法では Appendix D に示すようにストリングの曲げ変形を考慮した補強パネル全体の座屈後挙動を解析することはできないが、5.2 で述べたようにストリング間の局所的な座屈後挙動に対しては有用であると言える。座屈許容設計もストリングは座屈せず、外板のみが座屈する範囲で適用されるので、本論文で提案した手法は座屈許容設計に適用可能であると言える。本論文の手法により、外板の積層構成、板厚、ストリング間隔が補強パネルの座屈後挙動に与える影響を調べることが出来るので、座屈許容設計をする際、設計要求の下で剥離進展挙動の観点からパネルの最適な積層構成・寸法を検討するための指針として、もしくは、多くの候補の中から詳細に検討する構造を絞り込むために本論文の手法を用いることが出来る。したがって、座屈許容設計を適用する際の、設計初期段階に用いることが出来るような簡易な解析手法を提案できたと言える。

最後に今後の展望として、本論文の解析手法の精度をより上げるための改善点について述べる。まず、本論文ではストリングの曲げ変形のほかにねじり変形も拘束している。しかし、座屈許容設計で想定される範囲においてもねじり変形は生じる可能性はある。したがって、ストリングのねじり変形(ストリング中心におけるねじれ角とストリング中心から剥離先端までの剛体変形)を考慮した境界条件を課すことによって精度が上がる可能性がある。次に、本論文では剥離先端位置での境界条件として一定のせん断荷重が負荷されているという条件を用いた。しかし、実際の構造では荷重一定と  $\varepsilon_y = 0$  の間にあると考えられる。本論文で用いた条件の下では安全側の評価できている事が確認できたが、より精度を高めるにはスティフナの長手方向の弾性変形を考慮したモデルを検討する必要がある。また、本論文では平板を扱っているが、実際の航空機の胴体構造には曲面パネルが用いられている。したがって、曲率半径の大きい構造を検討する必要がある場合は、曲面パネルでの解析が必要になる。以上のような点が挙げられるが、計算コストが高くなり、簡易計算手法としてのメリットがなくならないように注意する必要がある。

## Appendix A 等方性のケースにおける座屈後挙動とEの関係について

本論文で扱ったようなせん断荷重 $q$ の負荷されている平板のポテンシャルエネルギーは

$$\begin{aligned} \Pi = & \iint \frac{E}{2(1-\nu^2)} \left\{ (\varepsilon_{x0} + \varepsilon_{y0})^2 - 2(1-\nu) \left( \varepsilon_{x0}\varepsilon_{y0} - \frac{1}{4}\gamma_{xy0}^2 \right) \right\} \\ & + \frac{Eh^3}{24(1-\nu^2)} \left\{ (\kappa_x + \kappa_y)^2 \right. \\ & \left. - 2(1-\nu)(\kappa_x\kappa_y - \kappa_{xy}^2) \right\} dx dy \\ & - \left( \int qu_0 dx + \int qv_0 dy \right) \end{aligned} \quad (A-1)$$

となる。 $E$ と $q$ が一定ならば

$$\Pi = Ef(u_0, v_0, w) - qg(u_0, v_0, w) \quad (A-2)$$

と書ける。ただし、ここで、

$$\begin{aligned} f(u_0, v_0, w) = & \iint \frac{1}{2(1-\nu^2)} \left\{ (\varepsilon_{x0} + \varepsilon_{y0})^2 - 2(1-\nu) \left( \varepsilon_{x0}\varepsilon_{y0} - \frac{1}{4}\gamma_{xy0}^2 \right) \right\} \\ & + \frac{h^3}{24(1-\nu^2)} \left\{ (\kappa_x + \kappa_y)^2 - 2(1-\nu)(\kappa_x\kappa_y - \kappa_{xy}^2) \right\} dx dy \\ g(u_0, v_0, w) = & \int u_0 dx + \int v_0 dy \end{aligned}$$

である。

ポテンシャルエネルギー停留の原理

$$\delta\Pi = 0 \quad (A-3)$$

より

$$\delta f(u_0, v_0, w) - \frac{q}{E} \delta g(u_0, v_0, w) = 0 \quad (\text{A-4})$$

となり、 $q/E$ が等しければ変形も等しくなる。

## Appendix B $\Delta G$ について

剥離進展特性を表す際、応力拡大係数 $K$ が用いられるケース<sup>46-49,62</sup>もあるが、複合材積層板において $K$ を求める事が困難であることから多くの場合、エネルギー解放率 $G$ を用いて

$$\frac{da}{dN} = C(f(G))^n \quad (\text{B.1})$$

と表される。ここで、 $C, n$ は材料やモードに影響されるパラメータで実験データのカーブフィッティングによって求められる。 $f(G)$ としては $G_{max}$ <sup>50-52,59-61</sup>や $G_{max} - G_{min}$ <sup>52-58</sup>などが挙げられる。本論文では $(\sqrt{G_{max}} - \sqrt{G_{min}})^2$ <sup>63-65</sup>を用いる。すなわち、疲労剥離進展特性として

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta G)^n \quad (\text{B.2})$$

$$\Delta G = (\sqrt{G_{max}} - \sqrt{G_{min}})^2 \quad (\text{B.3})$$

を用いる。ここで

$$G \propto K^2 \quad (\text{B.4})$$

より

$$(\sqrt{G_{max}} - \sqrt{G_{min}})^2 \propto \Delta K^2 \quad (\text{B.5})$$

$$\Delta K = K_{max} - K_{min} \quad (\text{B.6})$$

となり、 $\Delta G$ は $\Delta K^2$ に比例するパラメータであることが分る。

また

$$G = \frac{P^2}{2B} \frac{dC}{da} \quad (\text{B.7})$$

を用いると

$$(\sqrt{G_{max}} - \sqrt{G_{min}})^2 = \frac{1}{2B} \frac{dC}{da} (\Delta P)^2 \quad (\text{B.8})$$

と最大荷重と最小荷重の差のみで表せる。(ここで  $B$  は試験片幅、 $C$  はコンプライアンス、 $P$  は荷重。また  $dC/da$  と  $B$  は一定である仮定)

一方、

$$G_{max} - G_{min} = \frac{1}{2B} \frac{dC}{da} (\Delta P)(2P_{mean}) \quad (\text{B.9})$$

となる<sup>64</sup>。剥離進展特性は荷重の状態を示すパラメータを用いて表されるが、疲労荷重の場合、モード比や振動数が固定されていれば、荷重の振幅 $\Delta P$ と平均

$P_{mean}$ によって荷重の状態が一意に決まる。したがって $\Delta G = (\sqrt{G_{max}} - \sqrt{G_{min}})^2$

とした場合は、(B.8)より $P_{mean}$ (もしくは、 $R$ -ratio や $P_{max}$ )から求まるパラメータを独立にとることができるが、 $\Delta G = G_{max} - G_{min}$ の場合、(B.9)より $\Delta G$ が荷重状態を表す両方のパラメータに影響されることが分る。

## Appendix C $G_{tension}$ について

本論文では、エネルギー解放率の導出に剥離先端付近に掛かるx軸方向の引張り荷重、せん断荷重、曲げモーメントを用いた。しかし、リッツ法による解析を行う際の仮定として $x = \pm b/2$ 上でのy軸方向のひずみをゼロとしていない。 $x = \pm b/2$ 上ではy軸には圧縮荷重が掛かり、 $\varepsilon_y < 0$ となる。一方、この境界上におけるx軸方向の荷重はy軸方向の荷重に比べ小さく、 $T_x < 0$ でも $\varepsilon_x > 0$ になり、 $G_{tension} < 0$ となる箇所があった。しかし、本論文のケースではこの $G_{tension}$ は下図(図 C-1)に示すように $G_{total}$ と比較すると無視できるほど小さい。

また、y軸方向のひずみの影響を考慮し、

$$G_{tension(y)} = \frac{1}{2} (A_{22}\varepsilon_{y0}^2 + A_{12}\varepsilon_{y0}\varepsilon_{x0}) \quad (C.1)$$

として、これを $G_{total}$ に含めても下図(図 C-2)に示すように分布がほとんど変わらないことが分る。(本論文では軸方向のひずみの影響を考慮していない)

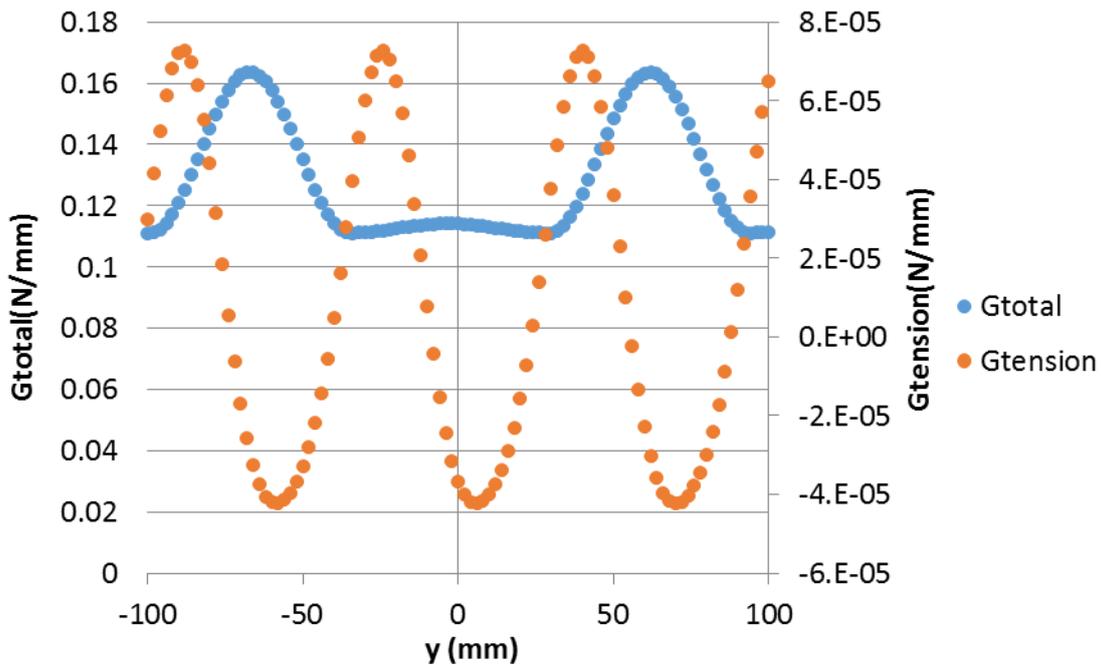


図 C-1  $G_{total}$ と $G_{tension}$  の比較(case1(5章), 75N/mm)

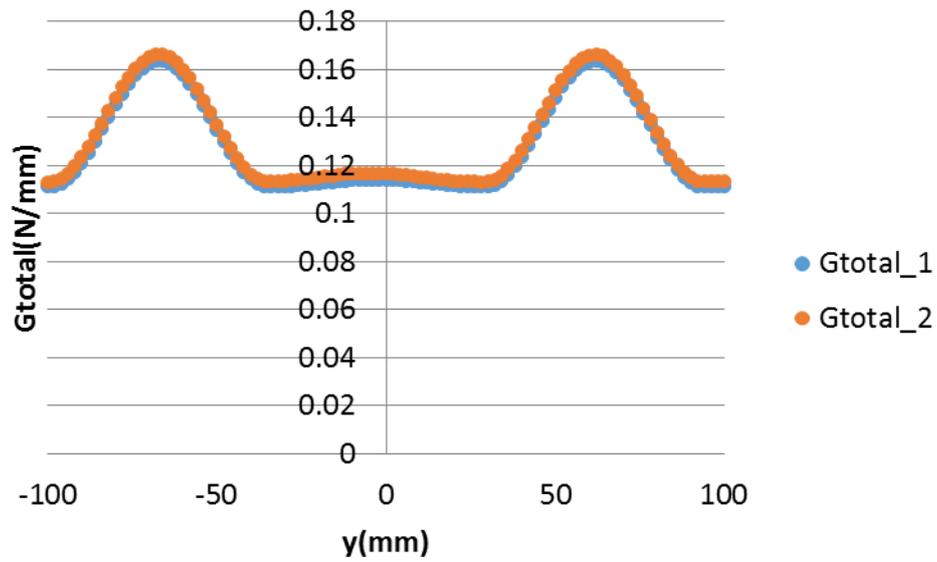


図 C-2 y軸方向のひずみを考慮したエネルギー解放率分布(case1(5章),  
75N/mm)

※ $G_{total_1}$  : y軸方向のひずみの影響を含めない場合、 $G_{total_2}$ : y軸方向のひずみの影響を含めた場合

## Appendix D 仮定に関する考察

本論文ではストリングが変形しない(ただし、 $y$ 軸方向のみは変形を許容する)と仮定して境界条件を設定した。しかし、実際の構造では荷重が高くなればストリングも変形する。したがって、本論文の仮定がそのような範囲でも適用可能かを検証するために図 D-1 のような 4 本のストリングで補強されたパネルの解析を行った。パネルの上下端は剛体に接着されており、ここでのすべての軸周りの回転は拘束されている。下端の境界条件は  $u = v = w = 0$  とし、上端では  $w = 0$  とし、 $x$  軸方向の荷重 (84.2kN) を負荷した。図 D-1 中の青色の矢印の箇所にストリングに沿って 0.25mm の一様な剥離を入れた。外板とストリングの材料特性を表 D-1 に示す。ストリングの剛性を変化させ、その時、エネルギー解放率の変化を調べた。

各ケースでの面外変位の分布を図 D-2~6 に、エネルギー解放率分布を図 D-7 に示す。ストリングの剛性が高くなるほど、本研究で仮定したような周期的な分布が生じるのが分る。エネルギー解放率の分布においてもストリングの剛性が高いと周期的な成分が見られるが、ストリングが変形しないという仮定によって安全側に評価できているかどうかは議論できない。図 D-8,9 に case1, case5 でのエネルギー解放率のモード別の分布を示す。両ケースで  $G_{III}$  が  $G_{total}$  において支配的であることが分る。ただし、これは荷重の大きさによって変わってくると考えられる。また、case1 では  $G_I$  がほぼゼロであることが分る。これはストリングが外板とともに変形するため、ストリングの剛性が高くなるとストリングが面外方向に変形しなくなるので  $G_I$  がゼロでなくなる。(図 D-9)

次にストリングに一様な剥離を仮定している事について検討する。本研究ではエネルギー解放率の分布を求めるためにそのような仮定を置いているが、実際はそのような剥離が生じることはないと考えられる。そこで、3 章の等方性のケースで用いた解析モデルの剥離長さを 10mm に変え、剥離の位置を  $y = \pm 30\text{mm}$ ,  $\pm 15\text{mm}$ ,  $0\text{mm}$  の計 5 ケースの解析を行い、3 章の結果と比較した(図 D-10)。図より一様な剥離の方がエネルギー解放率が大きいことが分る。したがってこの程度の剥離であれば、一様な剥離を仮定する事によって安全側に評価できると言える。

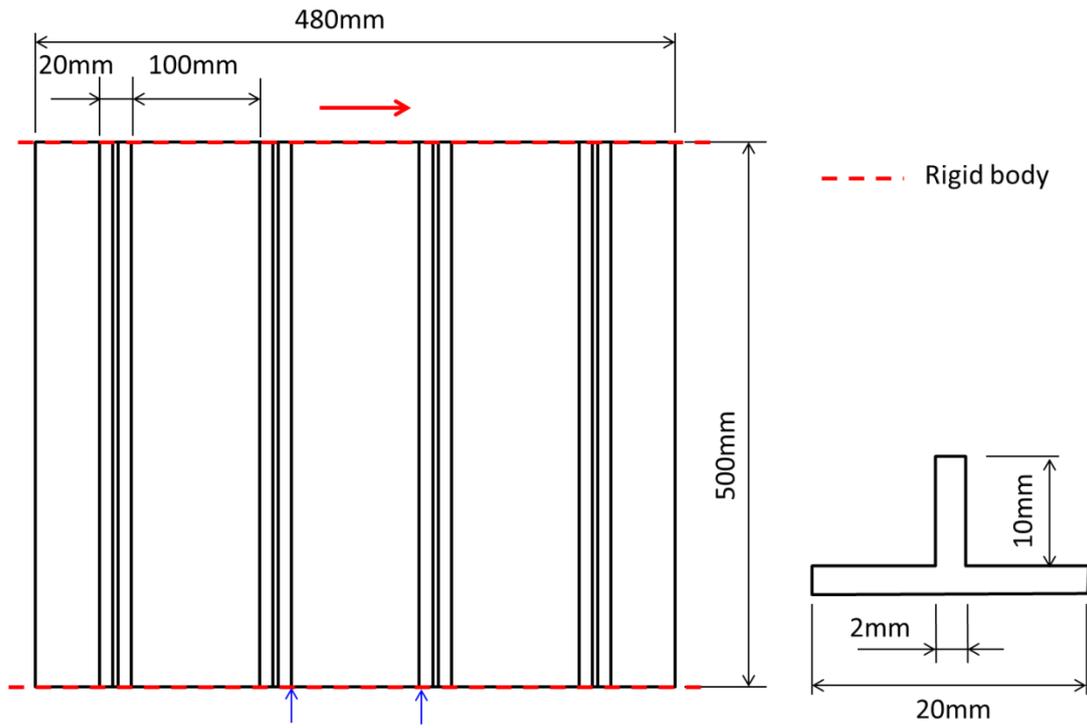


図 D-1 補強パネル(左)とストリングア断面(右)

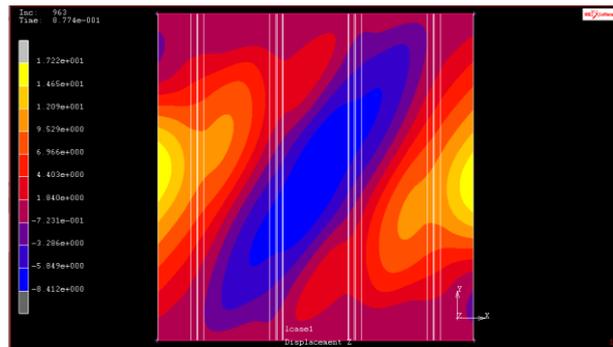


図 D-2 w 分布(case1)

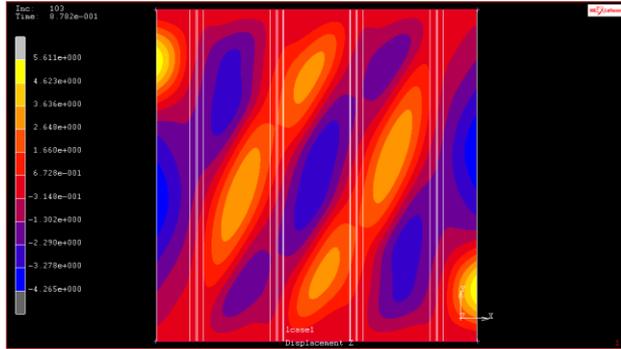


图 D-3 w 分布(case2)

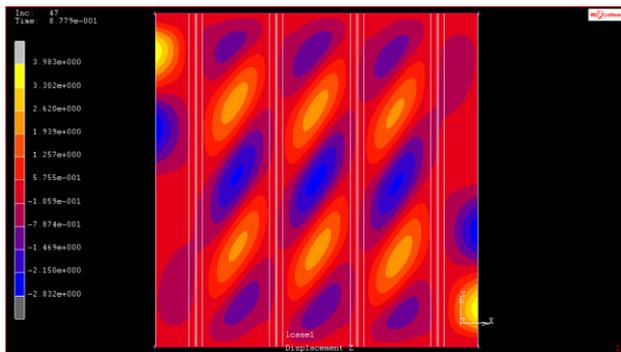


图 D-4 w 分布(case3)

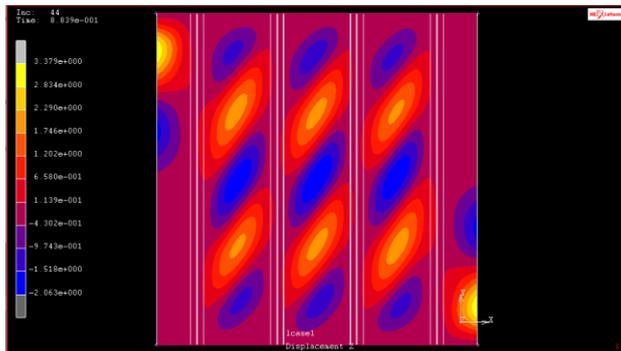


图 D-5 w 分布(case4)

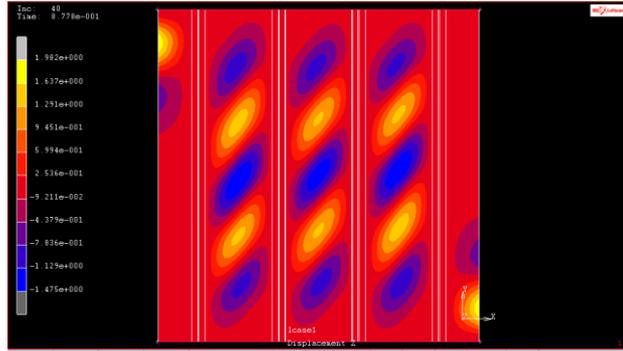


図 D-6 w 分布(case5)

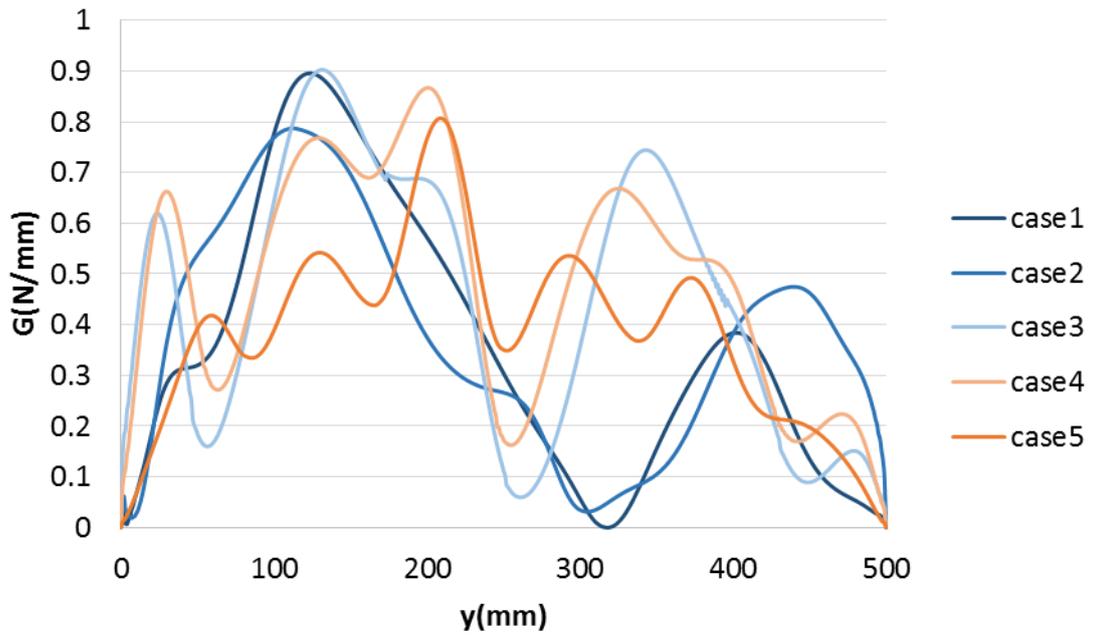


図 D-7 エネルギー解放率分布

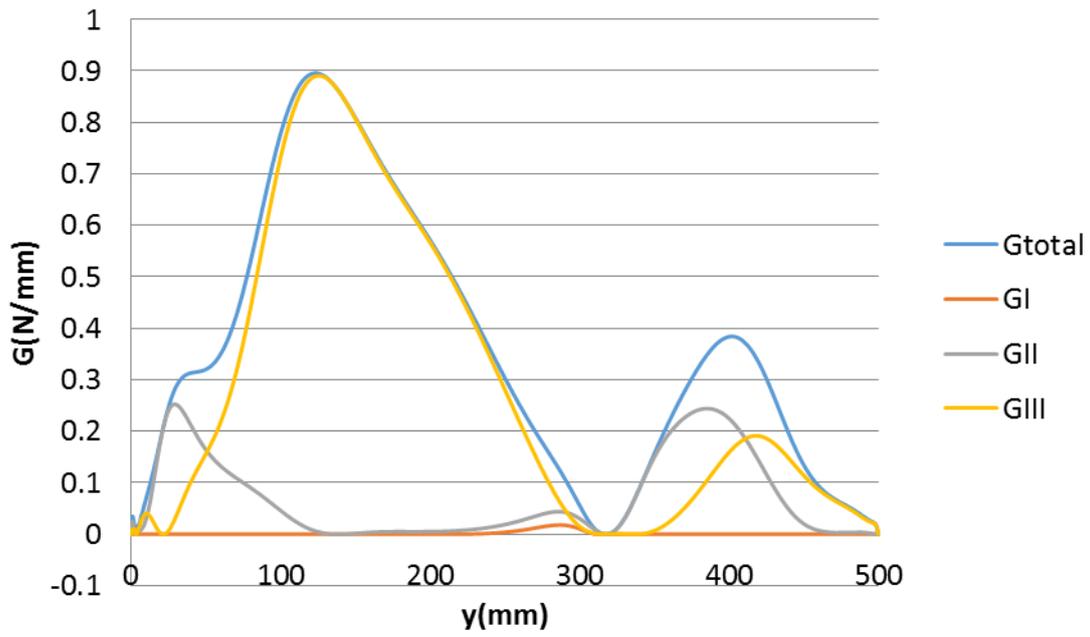


図 D-8 エネルギー解放率分布 (case1)

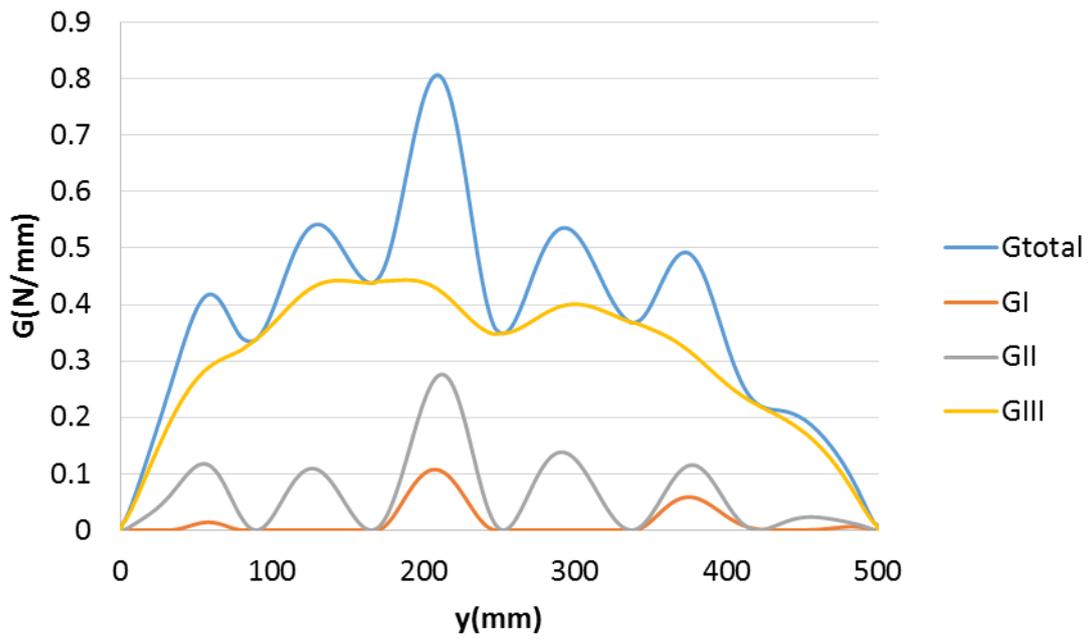


図 D-9 エネルギー解放率分布 (case5)

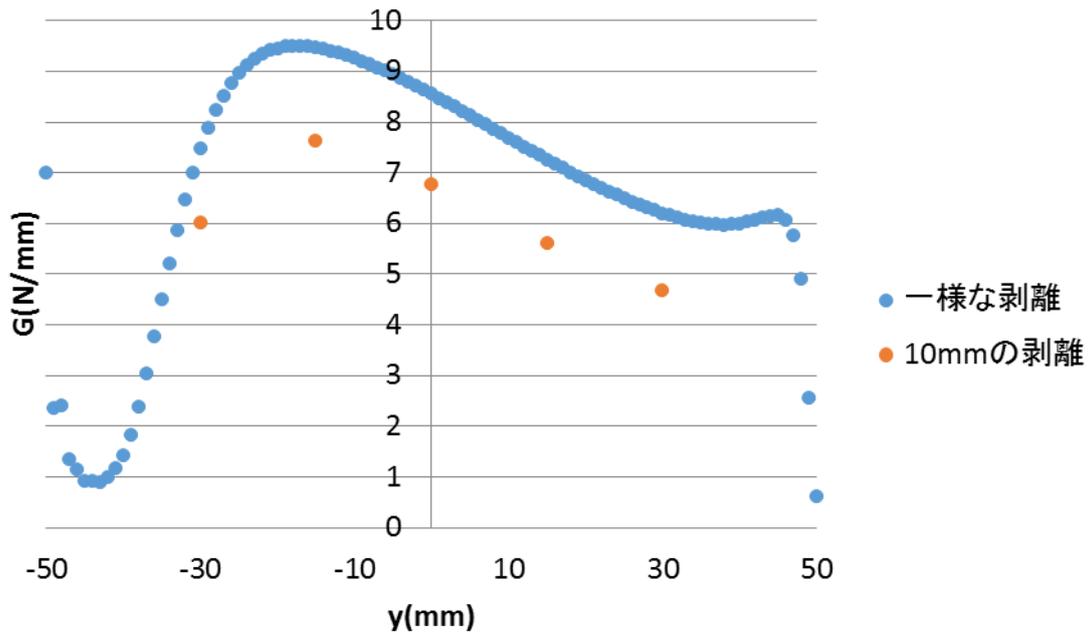


図 D-10 エネルギー解放率分布(剥離長さ比較)

表 D-1 材料特性

	E(GPa)	$\nu$
外板	170	0.3
ストリング		
Case1	170	0.3
Case2	340	0.3
Case3	680	0.3
Case4	1,700	0.3
Case5	17,000	0.3

## 参考文献

- [1] “ACEE Composite Structures Technology -Papers by Boeing Commercial Airplane Company-,” NASA CR172358, 1984
- [2] “ACEE Composite Structures Technology -Papers by Douglas Aircraft Company-,” NASA CR172359, 1984
- [3] “ACEE Composite Structures Technology -Papers by Lockheed-California Company Lockheed-Georgia Company-,” NASA CR172360, 1984
- [4] [www.sikorskyarchives.com/S-75%20ACAP.php](http://www.sikorskyarchives.com/S-75%20ACAP.php)
- [5] F. Camaratta and J. Goldberg, “Static and Fatigue Post-Buckled behavior of Composite Shear Panels in the ACAP Design,” *J Am Helicopter Soc*, 29(2) 1984, 61-64
- [6] 松井宣夫, 佐藤恵一, “HondaJet 全複合材胴体構造の研究,” *Honda R&D Technical Review*, 16(2), 2004, pp.47-54
- [7] R. Zimmermann and R. Rolfes, “POSICOSS-improved postbuckling simulation for design of fibre composite stiffened fuselage structures,” *Composite Structures*, 73(2), 2006, pp.171-174
- [8] R. Degenhardt, R. Rolfes, R. Zimmermann, and K. Rohwer, “COCOMAT-improved material exploitation of composite airframe structures by accurate simulation of postbuckling and collapse,” *Composite Structures*, 73(2), 2006, pp.175-178
- [9] <http://www.cocomat.de/>
- [10] P. Cordisco and C. Bisagni, “Cyclic Buckling Tests of Stiffened Composite Curved Panels under Compression and Shear,” *In Proceedings of 49th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, Schaumburg, IL, 2008
- [11] S. Büsing, H.G. Reimerdes, and T. Möcker, “Simulation of Postbuckling Experiments with a Fast Design Tool,” *In Proceedings of 2nd International Conference on Buckling and Postbuckling Behaviour of Composite Laminated Shell Structures with COCOMAT Workshop*, Braunschweig, Germany, 2008
- [12] S. Büsing and H.G. Reimerdes, “A Strip Element with Interface Layer for the Prediction of Delamination in Buckled Composite Panels,” *In Proceedings of 2nd International Conference on Buckling and Postbuckling Behaviour of Composite Laminated Shell Structures with COCOMAT Workshop*, Braunschweig, Germany, 2008
- [13] K. Kalnins, R. Rikards, J. Auzins, C. Bisagni, and H. Abramovich, “Metamodeling methodology for post-buckling simulation of composite

- stiffened structures with physical validation,” *In Proceedings of 2nd International Conference on Buckling and Postbuckling Behaviour of Composite Laminated Shell Structures with COCOMAT Workshop*, Braunschweig, Germany, 2008
- [14] R. M. Jones, *Mechanics of composite materials (2nd Ed.)*, Philadelphia, PA, Taylor & Francis, 1999, 519p
- [15] [http://www.newairplane.com/787/design\\_highlights/](http://www.newairplane.com/787/design_highlights/)
- [16] 鳥養鶴雄 久世紳二著 『飛行機の構造設計 - その理論とメカニズム - 』東京, 日本航空技術協会, 1992, 290p
- [17] E. Turner, *The Birth of the 787 Dreamliner*, London, Andrews McMeel Publishing, 2010, 300p
- [18] D. Paul, L. Kelly, V. Venkayya, and T. Hess, “Evolution of U.S. Military Aircraft Structures Technology,” *Journal of Aircraft*, 39(1), 2002, pp.18-29
- [19] “複合材補強パネルの座屈許容設計の研究(革新航空機技術開発に関する研究調査：成果報告書)” 日本航空宇宙工業会革新航空機技術開発センター, No.0405, 1993
- [20] “複合材補強パネルの座屈許容設計の研究(革新航空機技術開発に関する研究調査：成果報告書)” 日本航空宇宙工業会革新航空機技術開発センター, No.0502, 1994
- [21] “複合材補強パネルの座屈許容設計の研究(革新航空機技術開発に関する研究調査：成果報告書)” 日本航空宇宙工業会革新航空機技術開発センター, No.0601, 1995
- [22] 小林実, 榎本清志, 上田哲彦, “複合材補強パネルに対する圧縮座屈許容設計の適用性検討とその簡易強度計算方法の提案,” 設計工学会誌, Vol46, No12, 2011, pp.712-719
- [23] R. Vescovini and C. Bisagni, “Two-step procedure for fast post-buckling analysis of composite stiffened panels,” *Computers and Structures*, 128, 2013, pp.38-47
- [24] C.G.Diaconu and P. M. Weaver, “Postbuckling of long unsymmetrically laminated composite plates under axial compression,” *International Journal of Solids and Structures*, 43, 2006, pp.6978-6997
- [25] 末益博志, S.S. Wang, “層間剥離を有する複合材料板の座屈後挙動の解析手法,” 日本複合材料学会誌, 14(1), 1988, pp.26-35
- [26] S.Levy, “Bending of rectangular plates with large deflections,” TM 737, NACA, 1942
- [27] E.Byklum and J.Amdahl, “A simplified method for elastic large

- deflection analysis of plates and stiffened panels due to local buckling,” *Thin-Walled Structures*, 40(11), 2002, pp.925-953
- [28] E.Byklum, E.Steen, and J.Amdahl, “A semi-analytical model for global buckling and postbuckling analysis of stiffened panels,” *Thin-Walled Structures*, 42(5), 2004, pp.701–717
- [29] G.Romeo and G. Ferrero, “Analytical/experimental behavior of anisotropic rectangular panels under linearly varying combined loads,” *AIAA J*, 39(5), 2001, pp.932–941
- [30] C.Mittelstedt and M.Beerhorst, “Closed-form buckling analysis of compressively loaded composite plates braced by omega-stringers,” *Composite Structures*, 88(3), 2009, pp.424–35
- [31] G.B. Chai, W.M.Banks, and J.Rhodes “The instability behaviour of laminated panels with elastically rotationally restrained edges,” *Composite Structures*, 19(1), 1991, pp.41–65
- [32] R.Vescovini and C.Bisagni, “Single-mode solution for post-buckling analysis of composite panels with elastic restraints loaded in compression,” *Composite Part B*, 43(3), 2012, pp.1258–1274
- [33] C.Bisagni and R.Vescovini, “Analytical formulation for local buckling and postbuckling analysis of stiffened laminated panels,” *Thin-Walled Structures*, 47(3), 2009, pp.318–334
- [34] L.Brubak and J.Hellesland, “Semi-analytical postbuckling and strength analysis of arbitrarily stiffened plates in local and global bending,” *Thin-Walled Structures*, 45(6), 2007, pp.620–633.
- [35] O.Mijušković, B.Ćorić, and MN.Pavlović, “Transverse-stiffener requirements for the post-buckling behaviour of a plate in shear,” *Thin-Walled Structures*, 34(1), 1999, pp.43–63
- [36] P.Buermann, R.Rolfes, J.Tessmer, and M.Schagerl “A semi-analytical model for local post-buckling analysis of stringer- and frame-stiffened cylindrical panels,” *Thin-Walled Structures*, 44(1), 2006, pp.102–114
- [37] <http://boeing.mediaroom.com/index.php?s=20291&item=705>
- [38] ティモシェンコ著『挫屈理論』東京、コロナ社、1939、373p
- [39] 林毅編『軽構造の理論とその応用上』東京、日本科学技術連盟、1966、615p
- [40] P. H. Denke, “Strain Energy Analysis of Incomplete Tension Field Web-Stiffener Combinations,” *Journal of the Aeronautical Science*, 11(1), 1944, pp.25-40

- [41] M. Ilyas, "Damage modeling of carbon epoxy laminated composites submitted to impact loading," PhD Thesis, University of Toulouse, Toulouse, 2010
- [42] J.G. Williams, "On the calculation of energy release rates for cracked laminates," *International Journal of Fracture*, 36(2), 1988, pp.101-119
- [43] [http://www.hexcel.com/Resources/DataSheets/Prepreg-Data-Sheets/M21\\_global.pdf](http://www.hexcel.com/Resources/DataSheets/Prepreg-Data-Sheets/M21_global.pdf)
- [44] M.Kinawy, R.Butler, and G.W.Hunt, "Bending strength of delaminated aerospace composites," *Philosophical Transactions of the Royal Society A - Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 370, 2012, pp.1780-1797
- [45] F. Lachaud , C.Espinosa, L. Michel P. Rahme, and R. Piquet, "Modelling Strategies for Simulating Delamination and Matrix Cracking in Composite Laminates," *Applied Composite Materials*, 2014, pp.1-27
- [46] M.Hojo, K.Tanaka , C.G. Gustafson, and R. Hayashi, "Effect of stress ratio on near-threshold propagation of delamination fatigue cracks in unidirectional CFRP," *Composites Science and Technology*, 29(4), 1987, pp.273-292
- [47] S. Matsuda, M. Hojo and S. Ochiai, "Mesoscopic Fracture Mechanism of Mode II Delamination Fatigue Crack Propagation in Interlayer-Toughened CFRP," *JSME International Journal Series A – Solid Mechanics and Material Engineering*, 40(4), 1997, pp.423-429
- [48] H.Tanaka and K.Tanaka, "Mixed-mode growth of interlaminar cracks in carbon/epoxy laminates under cyclic loading," *In Proceedings of the 10th International Conference on Composite Materials*, pp.181-189, Whistler, B.C., Canada, 1995
- [49] C.T. Lin and P.W. Kao, "Delamination growth and its effect on crack propagation in carbon fiber reinforced aluminum laminates under fatigue loading," *Acta Mater*, 44(3), 1996, pp.1181-1188
- [50] M. Hojo, T. Ando, T. Adachi, S. Ochiai, and Y. Endo, "Modes I and II interlaminar fracture toughness and fatigue delamination of CF/epoxy laminates with self-same epoxy interleaf," *International Journal of Fatigue*, 28(10), 2006, pp.1154-1165
- [51] D Tumino and F Cappello, "Simulation of Fatigue Delamination Growth in Composites with Different Mode Mixture," *Journal of Composite Materials*, 41(20), 2007, pp.2415-2441
- [52] R.H.Martin and G.B.Murri, "Characterization of Mode I and Mode II

Delamination Growth and Thresholds in AS4/PEEK Composites,” *Testing and Design: Ninth Volume, ASTM STP 1059*, S.P. Garbo, Ed., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1990, pp.251-270

[53] M. Kenane and M.L. Benzeggagh, “Mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites under fatigue loading,” *Composites Science and Technology*, 57(5), 1997, pp.597-605

[54] M. Kenane, “Delamination Growth in Unidirectional Glass/Epoxy Composite under Static and Fatigue Loads,” *Physics Procedia*, 2(3), 2009, pp.1195-1203

[55] L.F Kawashita, M.I. Jones, R.S. Trask, S.R. Hallett, and M.R. Wisnom, “Static and Fatigue Delamination from Discontinuous Plies – Experimental and Numerical Investigations,” *In Proceedings of ICCM-17*, Edinburgh, Scotland, 2009

[56] J. Jia and J.F. Davalos, “Study of Load Ratio for Mode-I Fatigue Fracture of Wood-FRP-bonded Interfaces,” *Journal of Composite Materials*, 38(14), 2004, pp.1211-1230

[57] A. Hosoi, Y. Arao, H. Karasawa and H. Kawada, “High-cycle fatigue characteristics of quasi-isotropic CFRP laminates,” *Advanced Composite Materials*, 16(2), 2007, pp.151-166

[58] A. Turon, J. Costa, P.P. Camanho, and C.G. Dávila, “Simulation of delamination in composites under high-cycle fatigue,” *Composite Part A*, 38(11), 2007, pp.2270-2282

[59] R. Krueger, “Development of a Benchmark Example for Delamination Fatigue Growth Prediction,” NASA/CR-2010-216723, NIA Report No. 2010-04

[60] S. Giannis and R.H. Martin, “Predicting fatigue life of Glare skin-stringer configurations in aerospace panels,” *Plastics, Rubber and Composites*, 39(3-5), 2010, pp.171-179

[61] T.K. O’Brien, W.M. Johnston, and G.J. Toland, “Mode II Interlaminar Fracture Toughness and Fatigue Characterization of a Graphite Epoxy Composite Material,” NASA/TM-2010-216838

[62] M. Hojo, S. Matsuda, B. Fiedler, T. Kawada, K. Moriya, S. Ochiai, and H. Aoyama, “Mode I and II delamination fatigue crack growth behavior of alumina fiber/epoxy laminates in liquid nitrogen,” *International Journal of Fatigue*, 24(2-4), 2002, pp.109–118

[63] C.D. Rans and R.C. Alderliesten, “Formulating an effective strain

energy rate for a linear elastic fracture mechanics description of delamination growth,” *In Proceedings of ICCM-17*, Edinburgh, Scotland, 2009

[64] C.D. Rans, R.C. Alderliesten, and R. Benedictus, “Misinterpreting the results: How similitude can improve our understanding of fatigue delamination growth,” *Composites Science and Technology*, 71(2), 2011, pp.230-238

[65] R. Khan, C.D. Rans, and R. Benedictus, “Effect of Stress Ratio on Delamination Growth Behavior in Unidirectional Carbon/Epoxy under Mode I Fatigue Loading,” *In Proceedings of ICCM-17*, Edinburgh, Scotland, 2009

口頭発表リスト

(国際学会)

[1] K. Umezawa, T. Aoki, “Postbuckling Analysis of Composite Stiffened Panel under Shear Load for Assessment of Delamination Propagation between Skin and Stringer,” *ASC 29th technical conference 16th US-Japan Conference on Composite Materials & ASTM-D30 Meeting*, La Jolla CA, September 2014.

[2] K. Umezawa, T. Aoki, “Postbuckling Analysis of Composite Stiffened Panel under Shear Load,” *56th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, Kissimee FL, January 2015.

(国内学会)

[1] 梅澤啓佑, 青木隆平, “複合材構造への座屈許容設計適用のためのせん断荷重下における補強パネルの座屈後解析,” 第 56 回構造強度に関する講演会, 静岡, 2014.

## 謝辞

本論文をまとめるにあたり多くの方にお世話になりました。ここに御礼を申し上げます。

まず、指導教官である青木隆平教授には学部4年から博士課程までの8年間、研究やその他の学生生活においてご指導を頂きました事を深く感謝しております。横関智弘准教授には学部や修士の時に研究のご指導を頂きました。また博士課程に進学した後も様々なご助言を頂きました。小林やよい技官には実験装置の使用方法など実験に関する多くの事でお世話になりました。また、その他、研究生活においてさまざまなサポートをして頂きました。

ご多忙の中、博士論文最終審査において審査員を務めてくださった武田展雄教授、藤本浩司教授、村山英晶准教授には様々なご助言、ご指導を頂きましたことを心よりお礼申し上げます。

デルフト工科大学の **Alderliesten** 准教授には海外インターンシップで受け入れて下さった事や研究のご指導をして下さった事を大変感謝しております。また、**Structural Integrity** グループの他の職員や学生の皆様、**DASML** の技術職員の方々には実験やその他、多くの事でお世話になりました。また、このような機会を与えて下さった **GMSI** の先生方や職員の方々には深く感謝しております。**Alderliesten** 准教授を紹介して下さった武田展雄教授には改めてお礼を申し上げます。

研究室においては、先輩として親身に相談に乗って下さり、様々なアドバイスを下さった井手さんには特に感謝しております。また、博士課程の木村君、赤池君、**Kumar** さんからは研究やその他の学生生活において様々な刺激を受けました。

最後に11年間にわたる学生生活を支えてくれた両親に感謝の意を表します。