審 査 の 結 果 の 要 旨

論 文 提 出 者 氏 名　　　宮　武　勇　登

科学・工学において数値計算は欠かせない要素技術である。オイラーやガウスの時代に解析的に解けない問題の近似計算法が議論されて以来、その後の計算機の急速な普及の結果、現在では計算物理学など数値計算に本質的に軸足を置く新しい学問分野も定着した上、金融工学やデータ科学のような新しい学問分野でも数値計算は盛んに用いられている。その拡がりの中、依然として質的にも量的にも最重要の位置を占めるのは、科学・工学に広く表れる微分方程式の数値解法であり、近年に於いても新しいアルゴリズム及びその実装に対して、数学的・計算機科学的な努力が盛んに続けられている。そのうち数学的な研究に関しては、20世紀後半に主に行われた汎用解法の研究はすでに成熟の域に達しつつあり、21世紀に入ってからは、問題クラスを限定する代わりにその数学的構造、特に幾何学的構造を最大限活用して超高性能な数値解法を構成する流儀、いわゆる幾何学的数値計算法の研究が主流となっている。本論文は、そのような微分方程式の幾何学的数値計算法分野において、特に微分方程式が何らかの「エネルギー」で駆動されるクラスの場合に、数学的にも実用的にも有用ないくつかの新しい知見を付け加えるものである。

本論文は「Geometric Numerical Integration Methods for Energy-Driven Evolution Equations」（エネルギー関数を持つ発展方程式に対する幾何学的数値計算法）と題し、全９章から成る。

第１章「Introduction」(序論)では、本論文で扱う常微分方程式及び偏微分方程式に対して、幾何学的数値計算法の考え方について概観したのち、本論文の目的および主要な成果を概説している。

第２章以降は、常微分方程式を対象とする第２章から第４章までの第１部「Geometric numerical integration methods for ODEs」（常微分方程式に対する幾何学的数値計算法）と、偏微分方程式を対象とする第５章から第８章までの第２部「Geometric numerical integration methods for PDEs」（偏微分方程式に対する幾何学的数値計算法）から成る。

第２章「Preliminaries: existing methods and our motivation」(準備：既存手法と本研究の動機)は続く第３～４章のための準備であり、対象とするハミルトン系などの問題を定義したあと、シンプレクティック解法、エネルギー保存解法など、既存手法について概説し、それらの問題点について記している。

第３章「Energy-preserving exponentially-fitted/trigonometric integrators」（エネルギーを保存する指数関数型および三角関数型解法）では、ハミルトン系に対して無段式Runge-Kutta法がエネルギーを保存するための特徴づけを与え、それに基づいて、指数関数型あるいは三角関数型の解を持つ振動的な常微分方程式に適した新しいエネルギー保存解法を提案している。

第４章「Parallelism in energy-preserving integrators」（エネルギー保存解法の並列化）では、エネルギーを保存する無段式Runge-Kutta法が並列に実行可能になるための特徴づけを与え、それに基づいて４次および６次精度の、並列化可能なエネルギー保存無段式Runge-Kutta法を提案している。

第５章「Preliminaries: existing methods and our motivation」(準備：既存手法と本研究の動機)は続く第６～８章のための準備であり、対象とするハミルトニアン偏微分方程式、変分型の偏微分方程式などを定義したあと、離散変分導関数法など既存手法について概説し、それらの問題点について記している。

第６章「A general Galerkin framework with L^2-projection」（L^2射影に基づく一般的ガレルキン法の枠組）では、既存手法である離散偏導関数法の弱点を指摘した上で、それを克服するためのL^2射影の概念を導入し、既存手法よりはるかに広いクラスのエネルギー保存・散逸型偏微分方程式に適用可能な新しい一般的枠組みを提案している。

第７章「Adaptivity in the Galerkin framework」（ガレルキン法における適応性）では、射影の概念に基づいて、計算格子を時間発展に応じて適応的に変化させつつ、適切なエネルギー保存・散逸性を保証する計算法を提案している。

第８章「Geometric integrators for Hunter-Saxton like equations」（ハンター・サクストン型方程式に対する幾何学的数値計算法）では、既存手法および本論文第６章で提案した新しい手法のいずれでもカバーできない新しいハンター・サクストン型の非局所偏微分方程式に対して、マルチシンプレクティック法およびエネルギー保存解法を提案している。これらは、本論文で提案した枠組を超える、さらに大きな枠組の存在を示唆する。

最後に第９章「Conclusion and future prospects」（結論と将来への展望）では、本論文の成果を纏めるとともに、今後の研究の流れを展望している.

以上を要するに、本論文は種々の微分方程式に対して、問題の幾何学的構造および実装上の有利さの両面にわたり洞察し、有用なアルゴリズムおよびその数学的特徴づけを与えたものであり、幾何学的数値計算法を中心とする数値解析学のみならず、それに立脚する数理情報学の発展に大きく寄与するものである。

よって本論文は博士（情報理工学）の学位請求論文として合格と認められる。