

# 正多角形要素を用いた個別要素法による 粒状体の単純せん断シミュレーション

Simple Shear Simulation of Granular Assemblage using Distinct Regular-Polygon-Element Method

松島 亘 志\*・小長井 一 男\*

Takashi MATSUSHIMA and Kazuo KONAGAI

## 1. はじめに

ロックや土などの粒状材料からなる構造が静的または動的な外力を受けてせん断変形を起こす場合、変形の集中するせん断層内では、個々の粒子の剛体的な運動によって粒子配列が変化し、その挙動が粒状体としての力学特性を決定する。そのような粒状体の微視的変形メカニズムを検討する上で、粒子個々の運動の追跡が可能で、実材料を用いた実験では得ることのできない微視的な物性を評価することができる個別要素法 (DEM: Distinct Element Method) は非常に有効な計算手法である。コンピュータの能力など様々な制約で、実現象の複雑さを十分表現しきれないきらいはあるが、実材料による実験の結果と併せて検討することにより、多くの新たな知見を得ることが期待できる。

近年のコンピュータ性能の著しい向上によって、個別要素法を用いる研究が増えつつあるが、それでも粒状体としての十分な粒子数を確保するために、粒子形状は単純な円形 (3次元解析の場合は球形) として用いられている場合が多い。しかし、円形は非常に特殊な形状であるために、粒状体としてのせん断強度は自然砂と比較して著しく低い。これは、ガラスビーズなどの球形の粒子からなる粒状体のせん断強度に関する実験結果<sup>1)</sup>からも言えることであり、自然砂の強度の発現のメカニズムに、その複雑な形状が大きく影響していることは確かである。

粒子形状の影響を検討する目的で、澤田ら<sup>2)</sup>、Rothenburg & Bathurst<sup>3)</sup>、松島・小長井<sup>4)</sup>などは楕円形の要素を用い、目黒<sup>5)</sup>などは円形要素を数個つなぎ合わせた粒子を用いて、DEM 解析を行っている。特に Rothenburg & Bathurst<sup>3)</sup>は、楕円要素の扁平率がせん断時のピーク強度及び最大ダイレーション角に与える影響について詳細に検討し、円形からわずかに扁平にするだけで、内部摩擦角が

10°以上上昇することなど、興味深い結果を示している。

実際の砂粒子などの持つ複雑な形状という物性を簡便に表わす形状指標としては、これまで多くの提案がなされているが、大別すると、細長い、丸っこいなどの粒子の全体的な形状を表現する指標 (circularity, sphericity など) と、粒子表面の細かい凹凸を表現する指標 (angularity, roundness など) に分類できる<sup>1)</sup>。この分類と関係づければ、個別要素法で用いる楕円形の要素は、circularity の影響を考慮した形状であるといえる。一方 angularity に関する研究は circularity の影響を考慮した研究に比べ、その数は少ない。一例として、吉村らは六角ナットを用いた3軸圧縮実験を行い、球と比較して内部摩擦角が10°程度上昇する結果を得ている<sup>6)</sup>。

本研究は、正多角形の要素を用いて単純せん断試験の DEM シミュレーションを行うことで、angularity を考慮した粒子からなる粒状体の、せん断特性に及ぼす微視的メカニズムの影響について検討を加える。単純せん断試験のシミュレーションは、過去に澤田ら<sup>2)</sup>によって円形粒子及び楕円形粒子を用いて行われているが、粒状体のせん断変形の際に生じるせん断層を、限られた粒子数の中で可能な限り自由に発生させ、更にそのせん断層内部を観察するのに最も便利な方法であると考えられることから、本研究でも同様の試験方法を採用した。

## 2. 正多角形個別要素法のアルゴリズム

個別要素法解析において多角形の粒子を用いる場合、粒子間の接触判定及び接触力の評価が問題となる。多角形要素の接触判定においては、粒子表面を構成する線分ごとに接触判定を行うアルゴリズムが最も単純であり形状に対する汎用性も高いが、角の多い粒子を多数扱う場合に形状データ及び計算時間が膨大になる欠点がある。そこで本研究は、形状を正多角形に限定し、まず外接円同士の接触判

\*東京大学生産技術研究所 第1部

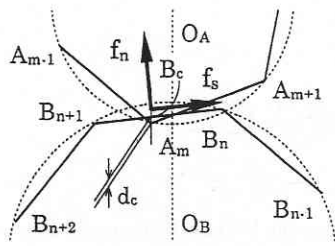


図 1 粒子間の接触力の評価

定を行った上で、最も接触する可能性の高い角（図 1 においては  $A_m$ ）及び線分 ( $B_n$ - $B_{n+1}$ ) から順に判定を行ってゆくアルゴリズムを採用している。

粒子間の接触力の評価については、接点を含む面 ( $B_n$ - $B_{n+1}$ ) に垂直な方向と平行な方向に、それぞれ圧縮ばね、せん断ばねを考える。圧縮ばねの縮みは接触深さ  $d_c$  の接触面法線方向成分から求める。一方、せん断ばねの伸びは、接触点における 2 粒子の相対速度を時間刻みで足し合わせていくことより求める。圧縮ばねをせん断ばねと同様な方法で求めないのは、誤差の累積を避けるためである。

3. せん断変形時の個々の粒子の相対運動

表 1 に数値計算で用いた粒状体に関するパラメータを示す。1 次元連続体の波動方程式と直列につながれた多自由度のばね-マスモデルを等価とおくことによって、粒子物性と粒状体の弾性波速度  $V_p$ ,  $V_s$  及び、ヤング率  $E$ , ポアソン比  $\nu$  などの弾性係数との関係が得られるが<sup>5)</sup>、それによると  $V_p=221$  (m/s),  $V_s=110$  (m/s),  $E=832$  (kgf/cm<sup>2</sup>),  $\nu=0.33$  である。減衰定数は、過減衰にならない範囲でなるべく大きくとることとした。これは、実際の粒状

表 1 シミュレーションで用いたパラメータ

Density of element	2.5 g/cm <sup>2</sup>
Spring constant (normal)	9.6e5 N/m
Spring constant (shear)	2.4e5 N/m
Damping coefficient (normal)	2.0 kg/s
Damping coefficient (shear)	1.0 kg/s
Friction coefficient	0.51
time increment	2.0e-6 s

体の静的な変形挙動において、粒子の弾性変形による振動の影響はほとんどないと考えられるためである。粒径は約 1~4 mm で、分布は正規分布に従うものとした。要素形状は、今回の計算では円形と正八角形の 2 種類を用いた。

図 2 (a)(b)は、120個の円及び115個の正八角形要素を単純せん断し、せん断歪みが約2.6%となった時の粒子配置と接触力の分布を示している。供試体上部の壁は、拘束圧力を一定 (0.25 kgf/cm) に保って上下にのみ移動する圧力制御壁である。下床に強制水平変位を与えることによってモデルをせん断する。太線で描かれた粒子は、上壁または下床に固定された粒子である。左右の境界は周期境界<sup>2)</sup>になっており、左端の粒子は、右端の粒子と接触している。接触面に垂直な接点力成分について、0.1 (kgf) 以上のものを太い線分で示し、それ以下を細線で示した。応力を伝達する粒子の柱が形成されているが、円形要素モデルより、正八角形要素モデルのほうが、柱の傾きが大きく、せん断に対し効果的に抵抗している。図 2 (c)(d)はせん断歪み 2.2%~2.6%間の粒子回転量を円の半径の大きさを示したものである。破線で描かれた円は、時計回りの回転を示す。いずれのモデルも、時計回りと反時計回りの回転がほぼ同

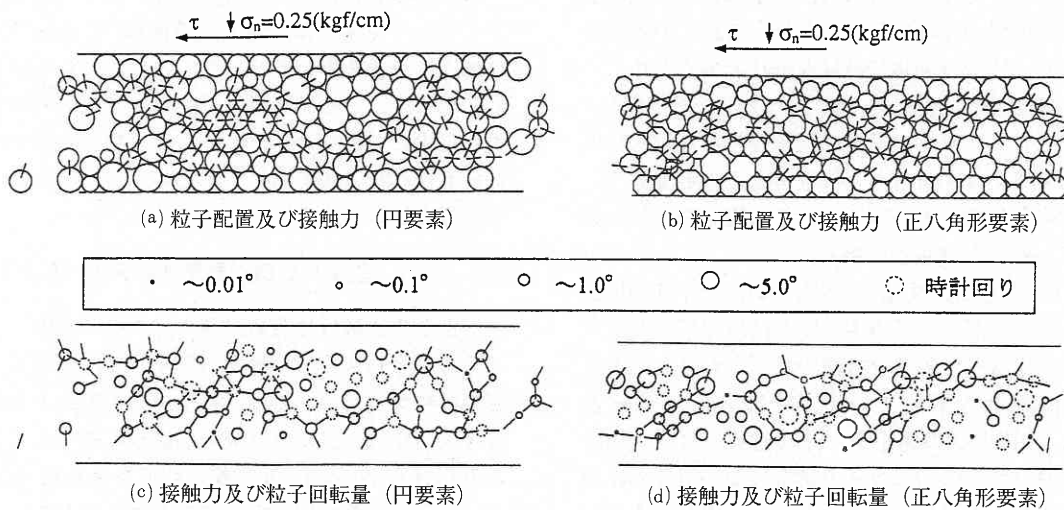


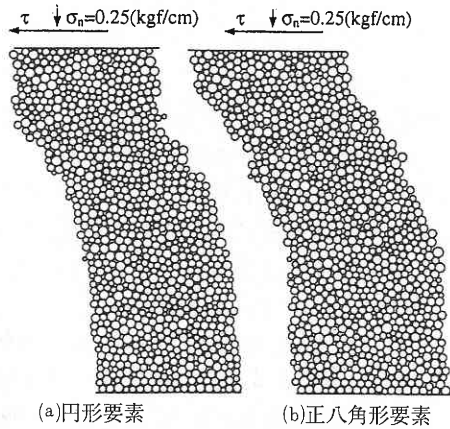
図 2 粒子の様子、接触面に垂直な方向の接触力及び回転量 (せん断歪み=約2.6%)

じ程度生じている。更に注目すべきは、応力を伝達する柱に沿って、円形粒子の場合は、時計回りと反時計回りの回転が交互に現れる傾向があるのに対し、正八角形要素では、2~3個の連なった粒子が同じ方向に回転しているものが多い。これは、円形粒子が接触点において滑りの生じない歯車のような変形を起こしていること、一方正八角形要素では、接点において形状に起因するモーメント反力が存在するために粒子間の相対回転が起こりにくく、結果として2~3個の粒子が一体となって剛体回転していることが原

因であると考えられる。

#### 4. 粒状体の強度特性及びダイランシー特性

図3(a)(b)は、円形と正八角形それぞれ940個の粒子を用いた、高さ約125mm、周期境界の幅約54mmの供試体の単純せん断試験において、それぞれ残留変形状態に達した時の最終変形モードを示している。円形要素モデルに比べ、正八角形要素モデルはおよそ2倍程度のせん断層幅を有し



(a)円形要素 (b)正八角形要素  
図3 単純せん断試験における変形状況

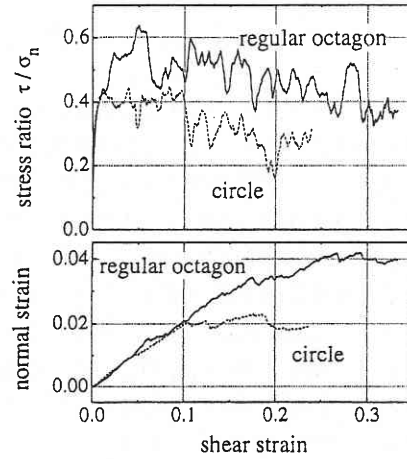
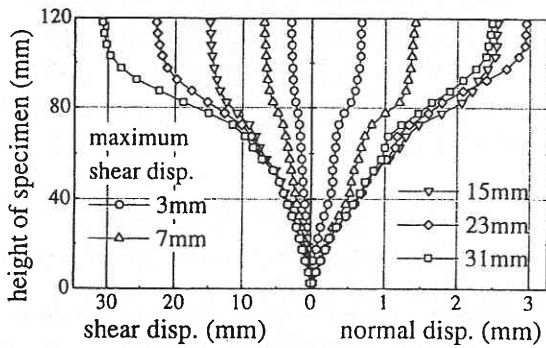
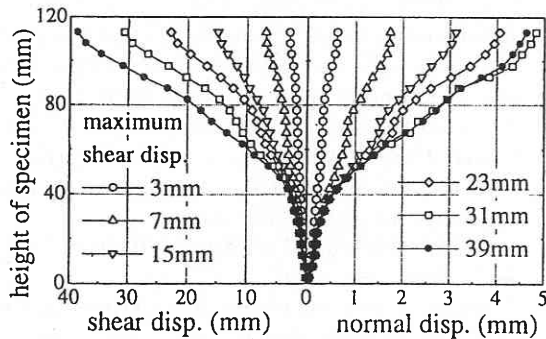


図4 供試体高さを基準とした平均的な応力比、体積歪みとせん断歪みとの関係

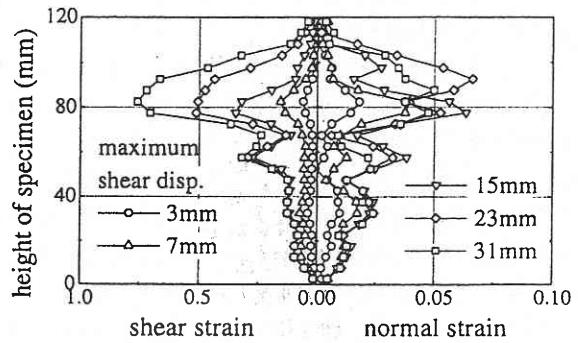


(a)円形要素

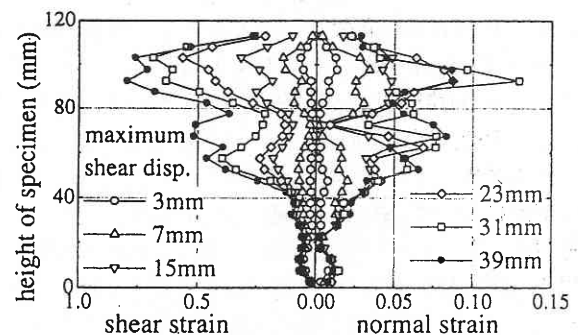


(b)正八角形要素

図5 供試体内部の変形分布



(a)円形要素



(b)正八角形要素

図6 供試体内部のせん断及び体積歪み分布

研究速報

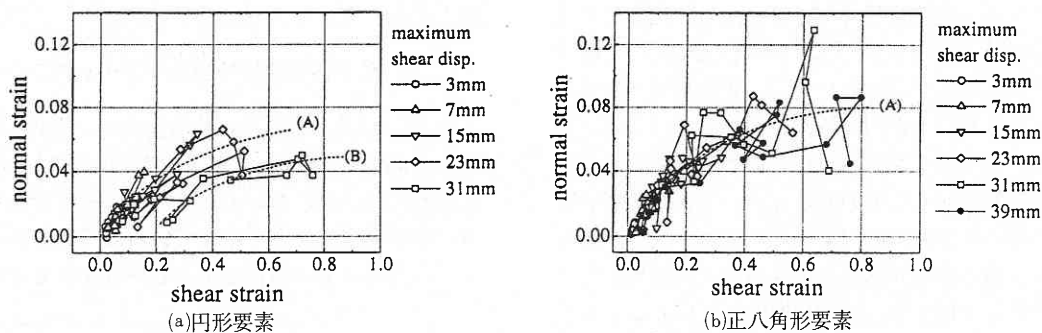


図7 局所的なせん断歪み-体積歪み関係

ている。図4にせん断歪みに対する応力比及び体積歪みの関係を示す。応力比のデータは前後30個の隣接平均を取って鈍らせてある。円形粒子の最大応力比が0.4程度であるのに対し、正八角形要素では0.6程度であり、内部摩擦角で10°程度大きなせん断強度を有している。また、せん断歪みに対する体積歪みの増加の割合は円と正八角形ではほぼ同じであるが、円形粒子の供試体のほうが、その後の体積がほぼ一定になる残留状態に早く到達する。残留状態における体積歪みは、円形粒子が0.02程度に対し、正八角形粒子の供試体は0.04程度とほぼ2倍となっている。これは、図2においてみられた粒子の運動メカニズムの違いが何らかの影響を及ぼしている可能性がある。

図4に示したせん断歪み及び体積歪みは、供試体の高さ全体にわたる平均値として得られた値であるが、図3に示すように、供試体内の変形は一様ではない。図5(a)(b)は、それぞれの供試体を高さ方向に領域分割し、各領域に含まれる全ての粒子の水平変位及び鉛直変位の平均値が強制水平変位と共に変化していく様子を示したものである。更に、各平均値を結んだ線分の傾きによってせん断歪み及び体積歪みを求めたものが図6(a)(b)である。円要素モデルでは0.06程度、正八角形要素モデルでは0.08程度の体積歪みで残留状態に達しており、図4における平均的な体積歪みと比較して2モデル間で差が少ないことがわかる。図6(a)(b)より、供試体内の局所的なせん断歪み-体積歪み関係の変化を示したものが図7(a)(b)である。これによると、異なった変形段階にある供試体の各部において、ばらつきはあるものの、図中に破線(A)で示したような、ほぼユニークなダイレタンシー特性が現れている。ただし円形要素モデルにおいて、図中の曲線(B)で示すような、元の曲線(A)からずれた関係が現れるが、これは正八角形粒子に比べ円形粒子では、上の粒子が下の粒子を容易に乗り越えるため、周りの粒子に載荷と除荷が繰り返されること、粒状体の粒子配列が変化することで永久せん断歪みが生じること、などが原因であると考えられる。

5. おわりに

円形及び正八角形の要素を用いて単純せん断試験のシミュレーションを行い、以下の結論を得た。

- (1) 応力を伝達する粒子の柱に沿って、円形要素の場合は、正と負の回転が交互に現れるのに対し、正八角形要素では、粒子形状に起因する接点モーメント反力によって2~3個の粒子が一体となって回転する。
- (2) 粒状体の最大応力比は、円形粒子が0.4程度であるのに対し、正八角形要素は0.6程度であり、内部摩擦角で10°程度大きなせん断強度を示した。また、せん断層幅は2倍程度であったが、これは上記(1)に示した粒子の運動メカニズムの違いが原因となっている可能性がある。
- (3) 異なった変形をしている供試体の各部においてほぼユニークなダイレタンシー特性が得られた。このダイレタンシー特性は、円形要素モデルと正八角形要素モデルで顕著な差はみられない。(1996年4月30日受理)

参考文献

- 1) 吉田輝：砂の破壊に伴うひずみの局所化とせん断層の発生，東京大学博士論文，1994。
- 2) 澤田純男，プラタン・テージ，岩崎好規：個別要素法による粒状体の単純せん断挙動，第27回土質工学研究発表会発表講演集，pp. 573-576，1992。
- 3) L. Rothenburg and R. J. Bathurst: Micromechanical Features of Granular Assemblies with Planar Elliptical Particles, Géotechnique Vol. 42, No. 1, pp. 79-95, 1992.
- 4) T. Matsushima and K. Konagai: Failure Process of Coarse Particle Assemblage and its Frequency Dependency, Structural Dynamics-EURODYN'93, Moan et al. (eds.), Vol.1, pp. 373-379, 1993.
- 5) 目黒公郎：個別要素法による動的破壊解析に関する研究，東京大学博士論文，1991。
- 6) 吉村優治，松岡元：粒子形状の異なる粒状体の応力比～ひずみ増分比関係，第30回土質工学研究発表会，pp. 577-578，1995。