特 集 6
研究解説

UDC 532.528：533.15：533.6.07

応力方程式モデルによる立方体周辺気流解析

——圧力歪相関項，wall reflection 項，乱流拡散項に関する各種モデルの評価——

Numerical Simulation of Flowfield around Cube by means of Various Differential Stress Models

——Study on modeling for Φ_{ij}, Φ^w_{ij} and Turbulent Diffusion of $\langle u_i' u_j' \rangle$——

大 岡 龍 三*・村 上 周 三*・持 田 灯**
Ryozo OOKA, Shuzo MURAKAMI and Akashi MOCHIDA

立方体周辺の流れ場を応力方程式モデル（DSM）により解析し，風洞実験ならびにLarge Eddy Simulation (LES) の結果と比較した．本報では特に圧力歪相関項Φ_{ij}，wall reflection 項 Φ^w_{ij}，$\langle u_i' u_j' \rangle$ の拡散項 D_{ij} 等のモデル化に関して最新のモデルを使用し，各項のモデリングの差異が解析結果に及ぼす影響を調べた．

1．序

既報[1]では境界層中に置かれた立方体周辺の流れ場について標準的な応力方程式モデル（Differential Stress Model，以降DSM）とASM（Algebraic Stress Model）で解析し，LESおよび風洞実験の結果を比較した．既報の結果ではDSMは移流拡散項の代数近似に起因するASMの欠点を大きく改善するものの，建物前方の k の分布や後方循環の風速分布等に関してなお，改良すべき点が残されていた．本研究では圧力歪相関項 Φ_{ij}，wall reflection 項 Φ^w_{ij}，$\langle u_i' u_j' \rangle$ の拡散項 D_{ij} 等のモデル化に関して最新のモデルを使用し，各項のモデリングの差異が解析結果に及ぼす影響を調べた．

表1　DSMの計算ケース

Phase	計算ケース	$\Phi_{ij(1)}$	$\Phi_{ij(2)}$	$\Phi^w_{ij(1)}$	$\Phi^w_{ij(2)}$	D_{ij}	備　考
Phase 1	CASE1-1	Rotta	IPM	Shir	CL	DH	Φ^w_{ij}の比較
	CASE1-2	Rotta	IPM	Shir	なし	DH	
	CASE1-3	Rotta	IPM	なし	CL	DH	
Phase 2	CASE2-1	Rotta	QIM	Shir	CL	DH	Φ_{ij}の比較
	CASE2-2	SSG		なし	なし	DH	
	CASE2-3	FLT		Shir	CL	DH	
Phase 3	CASE 3	Rotta	IPM	Shir	CL	MH	D_{ij}の比較

Rotta：Rotta model (underlined part in eq.(2) cf. Appendix)
IPM：Isotropization of Production (eq.(2))
QIM：Quasi Isotropic Model (eq.(2))
SSG：Speziale, Sarkar and Gatski model (eq.(2))
FLT：Fu, Launder and Tselepidakis model (eq.(2))
Shir：Shir model (eq.(3))
CL：Craft and Launder (eq.(4))
DH：Daly and Harlow model (eq.(5))
MH：Mellor and Herring model (eq.(6))

現在DSMの各項に対して多くのモデルが提唱されている．圧力歪相関項 Φ_{ij} については $\Phi_{ij(1)}$ に対するRottaモデル[2]と $\Phi_{ij(2)}$ に対するQuasi Isotropic Model（QIM）やIsotropization of Production Model（IPM）等の線形モデル[3]が用いられることが一般的である．しかしながら近年さらに高次の Φ_{ij} のモデルがFu-Launder-Tselepidakis[4]（FLT）やSpeziale-Sarkar-Gatski[5]（SSG）によって提唱されている．wall reflection 項のモデル化に関しては，

表2　再付着距離：X_T，X_R
(normalized by H)

		X_T	X_R
experiment		0.7	1.2
LES		0.6	1.4
DSM	CASE 1-1	> 1.0*	2.0
DSM	CASE 1-2	> 1.0*	2.3
DSM	CASE 1-3	0.5	2.0
DSM	CASE 2-1	> 1.0*	2.0
DSM	CASE 2-2	> 1.0*	2.1
DSM	CASE 2-3	> 1.0*	2.1
DSM	CASE 3	> 1.0*	1.9

* Flow does not reatach to the roof

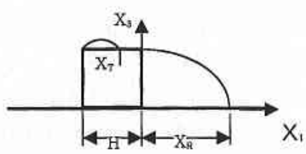


図1　X_T と X_R の定義

*東京大学生産技術研究所　付属計測技術開発センター
**東京大学生産技術研究所　第5部

Shir[6]による$\Phi^{w}_{ij(1)}$のモデルとGibson-Launder[7] (GL) による$\Phi^{w}_{ij(2)}$のモデルが現在一般的に用いられている．このGibson-Launderモデルは筆者らがすでに指摘したようにimpinging領域で不適当な解をもたらす[1]．近年Craft-Launderはimpinging flowにおいても正しく作用する$\Phi^{w}_{ij(2)}$のモデル (CL) を提案している[8]．ただしΦ_{ij}にSSGを用いた場合，チャンネル流においてwall reflection項を用いなくとも流れ場の特性を精度よく再現することが確認されている[9]．また$\langle u_i'u_j' \rangle$の輸送方程式中の拡散項D_{ij}に対しては通常DalyとHarlow[10] (DH) によるGGDH (General Gradient Diffusion Hypothesis) が広く用いられているが，チャンネル流におけるの非等方性の再現に関して，MellorとHerring[11]によるモデル (MH) のほうがDHより優れているという報告もある[9]．

本報では，これらのDSMの各項に対するさまざまなモデルを既報[1]と同じ流れ場の解析に適用し，風洞実験およびLESの結果と比較し，各モデルの有効性を検討する．

2．数値計算の概要

計算ケースを表1に示す．これらの計算ケースは3つのPhaseに分類される．Phase 1ではwall refrection項Φ^{w}_{ij}の取り扱いについて，Phase 2では圧力歪相関項Φ_{ij}のモデル化について，また，拡散項Phase 3ではD_{ij}についてそれぞれ検討する．CASE 1-2が既報[1]で行ったDSMの解析に対応する．DSMの基礎方程式をAppendixにまとめて示す．$Re(=\langle u_H \rangle H/\nu)$ は既報[1]の実験，解析と同様に．境界条件はDSMの計算において流入のノルマルストレスを風洞実験の結果とした以外は既報[1]と同じである．また時間差分スキームはDSMは一次精度のFull Implicit型時間スキームを使用[注1]．

3．計算結果

DSMの結果はすべてのケースにおいて明確に周期的な速度変動が立方体後方で確認されている．したがって以下のDSMの結果については，さらに周期的変動一周期分の時間平均を施して掲載する[注2]．

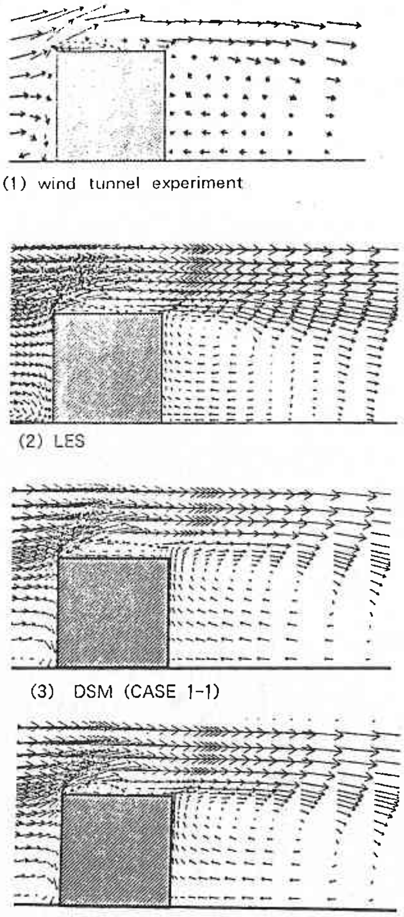


図2　平均風速ベクトル（建物中心断面）

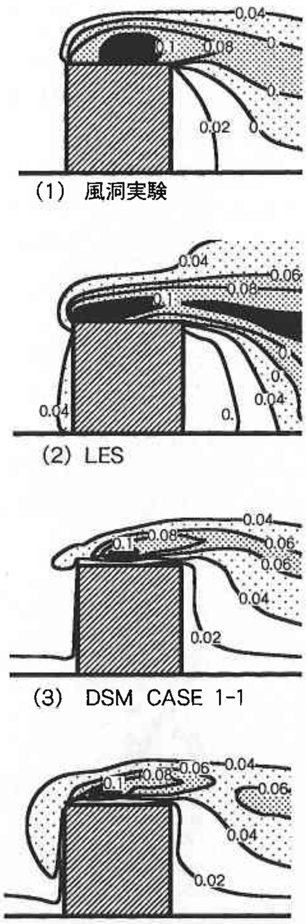


図3　$\langle k_{to} \rangle_t$（建物中心断面）

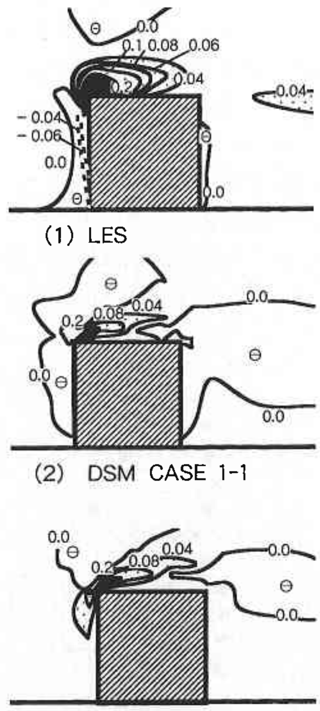


図4　$\langle P_k \rangle_t$（建物中心断面，⊖は負）

3.1 平均風速ベクトル（表2，図2）

既報[1)]で指摘したように，LESの平均風速ベクトルは風洞実験とかなりよい一致を示す（図2(2)，表2（X_T，X_Rの定義は図1））．これに対し，すべてのDSMの計算ケースは立方体後方循環流をかなり大きめに評価する（表1，図2）．また$\Phi^w_{ij(1)}$を無視したDSM CASE 1-3を除き，DSMでは屋上面の逆流の再付着が再現されない（表2，図2）．

3.3 wall refrection項のモデル化の影響（Phase 1）

図3に$\langle k_{to}\rangle_t$の分布を示す．$\Phi^w_{ij(2)}$を無視したDSM CASE 1-2の結果は風洞実験，LES，DSM CASE 1-1（$\Phi^w_{ij(2)}$にCL使用）に比べて風上コーナー周辺で大きめの$\langle k_{to}\rangle_t$の値を示す．LESとDSM CASE 1-1の場合，立方体前面で$\langle P_k\rangle_t$が負となっている（図4(1)，(2)）が，DSMのCASE 1-2はこの前面の領域における$\langle P_k\rangle_t$の負値が現れない（図4(3)）．図4と図3を比べるとDSM CASE 1-2では，この前面の領域で$\langle k_{to}\rangle_t$の値が実験やLESよりやや過大となっている．したがって，$\Phi^w_{ij(2)}$の影響を考慮していないCASE 1-2の場合の前面の$\langle P_k\rangle_t$の過大評価が，この領域において$\langle k_{to}\rangle_t$が過大となることの主要な要因と考えられる．このCASE 1-2の$\langle P_k\rangle_t$の過大評価の原因は$\Phi^w_{ij(2)}$を0としたことと密接に関連している[注4)]．図5に立方体前面における非等方パラメータ$\langle u_i'^2{}_{to}\rangle/\langle k_{to}\rangle_t$を示す．DSM CASE 1-1（$\Phi^w_{ij(2)}$にCL使用）では立方体前面において急激に$\langle u_1'^2\rangle$が減衰しており，これは風洞実験とよい一致を示す．これに対してCASE 1-2では，$\langle u_1'^2\rangle$が他のノルマルストレスに比べて大きなままである．これはCASE1-2では$\Phi^w_{ij(2)}$を0としたことにより，壁に垂直方向のノルマルストレスの減衰およびそれ以外の方向のノルマルストレスへのエネルギーの再配分が不十分になったためであると考えられる[注5)]．また$\Phi^w_{ij(2)}$のみを残し$\Phi^w_{ij(1)}$を0としたケース（CASE 1-3）では屋上面の再付着が再現されているが（表2，図2(4)），これは$\Phi^w_{ij(1)}$を省略したことによりシアストレスのレベルが変化したためだと思われる[注6)]．

3.4 Φ_{ij}のモデル化の影響（Phase 2）

表2に示すようにCASE 2-1（QIM），CASE 2-2（SSG），CASE 2-3（FLT）はΦ_{ij}の標準モデルであるIPMの結果に含まれる問題点をなんら改善しなかった．すなわちSSGとFLTは立方体後方循環流の大きさがかなり大きなままであり，屋上面再付着は一切再現されない．また，QIM（CASE 2-1）はIPM（CASE 1-1）と比べて殆ど差はみられない．

3.5 D_{ij}のモデル化の影響（Phase 3）

CASE 3では$\langle u_i'u_j'\rangle$の輸送方程式中の拡散項D_{ij}にMHを用いた．図6は立方体後方における$\langle u_i'^2{}_{to}\rangle_t/2\langle k_{to}\rangle_t$の分布を示している．MHの結果（図6(4)）はDH（図6(3)）に比べて，立方体後方循環流内における$\langle u_i'u_j'\rangle$の非等方性をよく再現しており，実験とよい一致を示す．図7は立方体後方における$\langle u_1'^2\rangle$と$\langle u_2'^2\rangle$の乱流拡散項のx_2-成分（それぞれ$D_{11}(x_2)$および$D_{22}(x_2)$と表記する）の分布を示す．図7の$\langle D_{11}(x_2)\rangle_t$と$\langle D_{22}(x_2)\rangle_t$はCASE 1-1で得られた平均風速や$\langle u_i'u_j'\rangle$の時間平均値を用いてDHとMHの各モデルより算出したものである．MHを用いたCASE 3とDHを用いたCASE 1-1では$\langle u_i'u_j'\rangle$の分布に差が見られた（図6，図8）．図7ではMHの場合のD_{ij}もCASE 1-1（DH）の結果より評価し，同一の平均風速，$\langle u_i'u_j'\rangle$の分布を用いた時に現れる両モデルの差を調べた．DH（GGDH）（図7(1)）の結果では，立方体背面コーナー（$x_2 \simeq \pm 0.8$）の後方のfree shear layerで$\langle D_{11}(x_2)\rangle_t$は大きな負値を示す．またこの領域では$\langle u_1'^2\rangle_t$は，図8(1)に示すように大きな値を示す．このことはこの領域における$\langle u_1'^2\rangle_t$の大きな値が$\langle D_{11}(x_2)\rangle_t$によって循環流の中心に輸送されていることを示している．すなわちDHで与えられた$\langle D_{11}(x_2)\rangle_t$は中心線（$x_2 \simeq 0.0$）近くで正の値を示し（図7(1)），$\langle u_1'^2\rangle$はMHの場合に比べて$x_2 \simeq 0.0$付近で大きくなる（図8）．MHの結果では，free shear layer（$x_2 \simeq \pm 0.8$）における$\langle D_{11}$

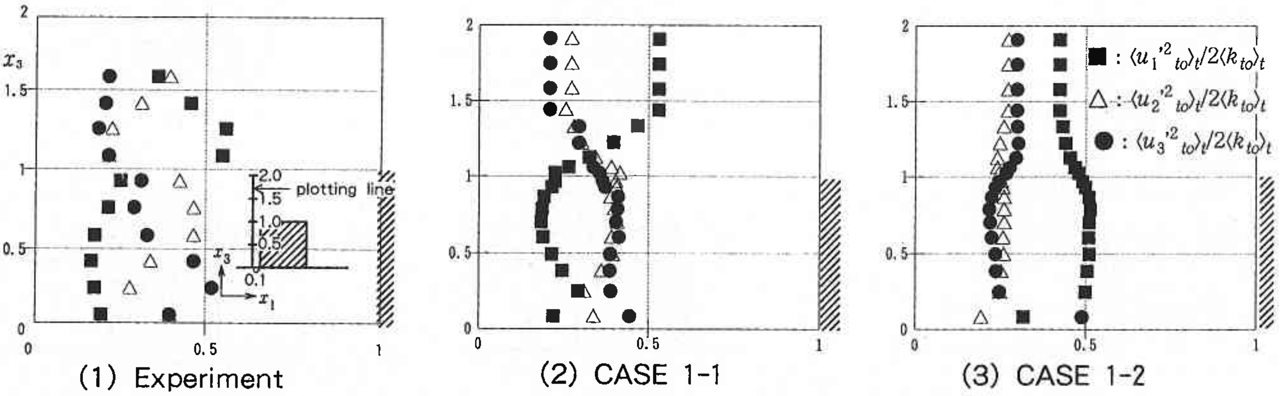


図5　$\langle u_i'^2{}_{to}\rangle_t/2\langle k_{to}\rangle_t$（立方体前面）(periodic＋strchastic, with no summation here)

$(x_2)\rangle_t$ の負の絶対値は $\langle D_{22}(x_2)\rangle_t$ の負の絶対値よりも小さい．また中心線近く ($x_2 \approx 0.0$) においても $\langle D_{11}(x_2)\rangle_t$ の正の絶対値は $\langle D_{22}(x_2)\rangle_t$ の正の絶対値よりも小さい(図7(2))．このDHモデルとMHモデルの差が，CASE 3のほうがCASE 1-1より立方体後方循環流内でレイノルズ応力の非等方性をよく再現する原因となっている．これに関しては注7）に詳述したので参照されたい．

4．結　　論

(1) $\Phi^w_{ij(2)}$ を無視したDSM CASE 1-2の結果は立方体風上コーナー周辺の k の値を過大に評価する傾向がある．

(2) $\Phi^w_{ij(2)}$ にCraft-LaunderのモデルをDSM組み込んだDSM CASE 1-1の計算結果では立方体前面の k の過大評価は著しく改善されている．

(3) Shirの $\Phi^w_{ij(1)}$ のモデルを組み込んだすべてのケースのDSMの結果において風洞実験およびLESの結果に見られた屋上面再付着がまったく再現されず，これを無視したケース (CASE 1-3) のみが屋上面付着を再現した．この原因の一つとして，$\Phi^w_{ij(1)}$ の有無により立方体コーナー周辺でシアストレス $\langle u_i'u_j'\rangle$ のレベルが変化したことが考えられる．$\Phi^w_{ij(1)}$ のモデル化に関しては今後，さらに検討が必要である．

(4) 今回行ったすべてのDSMの解析結果において立方体後方循環流がかなり大きく評価される傾向にあり，Φ_{ij} に

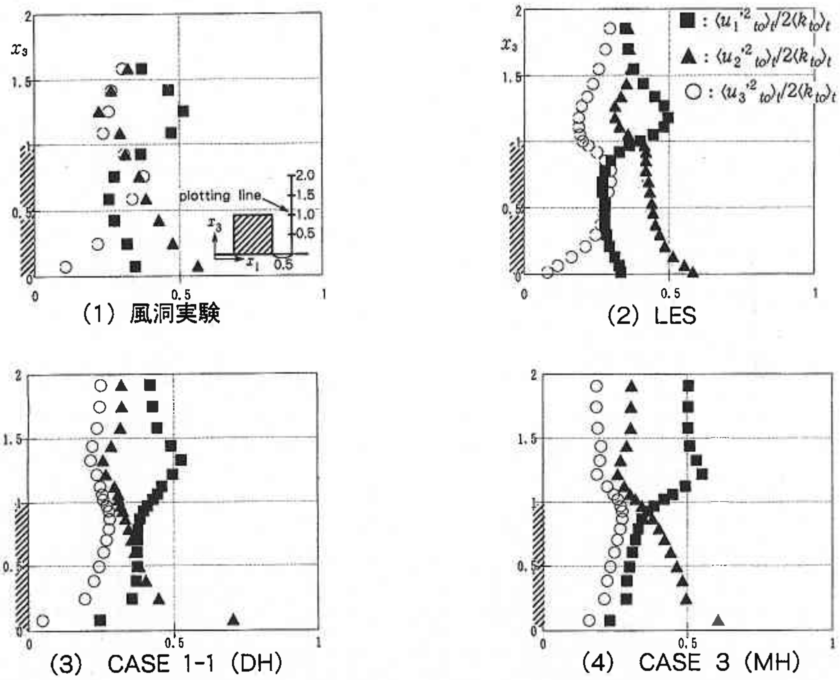


図6　$\langle u_i'^2{}_{to}\rangle_t/2\langle k_{to}\rangle_t$ (立方体後方循環流内) (periodic＋strchastic, with no summation here)

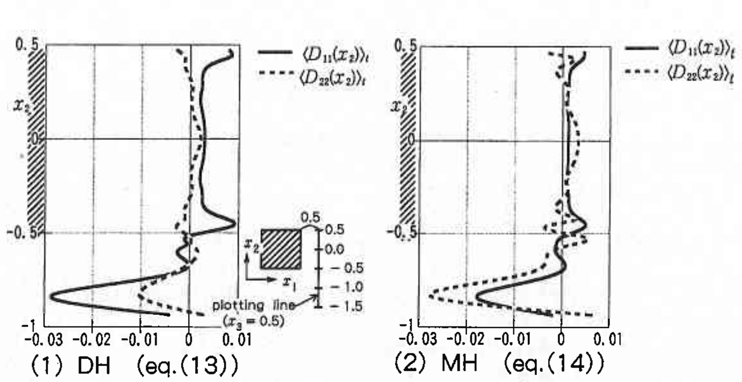


図7　$\langle D_{11}(x_2)\rangle_t$ と $\langle D_{22}(x_2)\rangle_t$ の水平分布 (立方体後方)
($\langle D_{11}(x_2)\rangle_t$ と $\langle D_{22}(x_2)\rangle_t$ の値はCASE 1-1の時間平均値を用いて計算した)

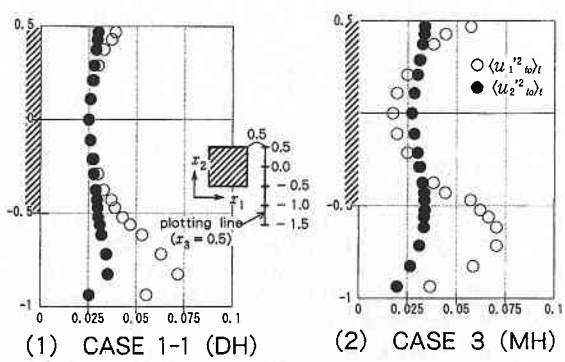


図8　$\langle u_1'^2{}_{to}\rangle_t$，$\langle u_2'^2{}_{to}\rangle_t$ の水平分布 (立方体後方) (periodic＋strchastic)

高次モデルを用いた場合にもこの傾向はまったく改善されなかった.

(5) Mellor と Herring によって提案された $\langle u_i'u_j'\rangle$ の拡散項のモデル化は Daly と Harlow による GGDH に比べて立方体後方循環流における $\langle u_i'u_j'\rangle$ の非等方性をより正しく再現することが明らかとなった.

(1993年12月20日受理)

Appendix

高 Re 数に対する $\langle u_i'u_j'\rangle$ の輸送方程式は次のように書くことができる.

$$\frac{D\langle u_i'u_j'\rangle}{Dt}=D_{ij}+P_{ij}+\Phi_{ij}-\varepsilon_{ij}\,. \tag{1}$$

P_{ij} はモデル化を必要としないので，式(1)を閉じるためには ϕ_{ij}, ε_{ij} および D_{ij}. のモデル化が必要とされる. もし ϕ_{ij} が $\langle u_i'u_j'\rangle$ の Φ_{ij} の 3 次（cubic）までの一般形は；

$$\begin{aligned}
\Phi_{ij(1)}+\Phi_{ij(2)}=&\underline{-\alpha_1\varepsilon a_{ij}}-\alpha_2\varepsilon\,(a_{ik}a_{kj}-1/3a_{lk}a_{kl}\delta_{ij}) \quad \}\phi_{ij(1)}\\
&+\beta_1kS_{ij}+\beta_2k(a_{ik}S_{ik}+a_{jk}S_{jk}-2/3a_{lk}S_{lk}\delta_{ij})\\
&+\beta_3k(a_{ik}\Omega_{jk}+a_{jk}\Omega_{ik})\\
&+\beta_4k(a_{ijm}a_{jk}S_{mk}+a_{jm}a_{ik}S_{mk}-2/3a_{lm}a_{lk}S_{mk}\delta_{ij})\\
&+\beta_5k(a_{im}a_{mk}S_k+a_{jm}a_{mk}S_{ik}-2/3a_{lk}a_{mk}S_{lk}\delta_{ij})\\
&+\beta_6k(a_{im}a_{mk}\Omega_{ik})\\
&+\beta_3k(a_{il}a_{jk}a_{lm}S_{km}+a_{il}a_{jk}a_{km}S_{lm}-2/3a_{ln}a_{kn}a_{km}S_{lm}\delta_{ij}) \quad \}\phi_{ij(2)}\\
&+\beta_8k(a_{il}a_{mk}a_{lm}S_{jk}+a_{jl}a_{mk}a_{lm}S_{il}-2/3a_{nl}a_{mk}a_{lm}S_{nl}\delta_{ij})\\
&+\beta_9k(a_{il}a_{jk}a_{lm}\Omega_{km}+a_{il}a_{jk}a_{km}\Omega_{lm})\\
&+\beta_{10}k(a_{il}a_{mk}a_{lm}\Omega_{jk}+a_{jl}a_{mk}a_{lm}\Omega_{il})\\
&+\{\beta_{11}ka_{lk}S_{lk}+\beta_{12}ka_{lk}a_{lm}S_{km}\}a_{ij}\\
&+\beta_{13}kka_{lk}S_{lk}(a_{ik}a_{kj}-1/3a_{lk}a_{kl}\delta_{ij})
\end{aligned} \tag{2}$$

本報では，4 種類の Φ_{ij}, のモデル（すなわち IPM，QIM，SSG および FLT）を検討した. これらの 4 種類のモデルに対する定数は表 3 に示される. 式(2)と表 3 に示されるように，IPM は $\langle u_i'u_j'\rangle$ に対して線形の近似であり，SSG と FLT はそれぞれ 2 次（quadratic）および 3 次（cubic）の近似である. IPM，QIM および FLT は通常 wall　reflection 項 $\Phi^w_{ij(1)}$ および $\Phi^w_{ij(2)}$. を伴って計算を行う. 本報では $\Phi^w_{ij(1)}$ が用いられる場合には，Shir による最も一般的な $\Phi^w_{ij(1)}$ モデルを用いる.

$$\begin{aligned}
\Phi^w_{ij(1)}=\sum_{\omega=1}^{\omega 0}C'_1\frac{\varepsilon}{k}\big(&\langle u_k'u_m'\rangle\cdot n_k^{(\omega)}\cdot n_m^{(\omega)}\cdot\delta_{ij}-3/2\langle u_k'u_i'\rangle\cdot n_k^{(\omega)}\cdot n_j^{(\omega)}\\
&-3/2\langle u_k'u_j'\rangle\cdot n_k^{(\omega)}\cdot n_i^{(\omega)}\big)\cdot\frac{k^{3/2}}{C_l\cdot h_n^{(\omega)}\,\varepsilon}
\end{aligned} \tag{3}$$

ここで $C_1=0.5$ および $C_l=2.5$.

$\Phi^w_{ij(2)}$ は DSM　CASE　1-2には含まれていない. CASE　1-2と SSG を除くすべての DSM は $\Phi^w_{ij(2)}$ に Craft と Launder（CL）によるモデルを用いている.

$$\begin{aligned}
\Phi^w_{ij(2)}=\sum_{\omega=1}^{\omega 0}\Big(&C'_2\frac{\partial\langle U_l\rangle}{\partial x_m}\langle u_l'u_m'\rangle\,(\delta_{ij}-3n_i^{(\omega)}\cdot n_j^{(\omega)})\\
&+C'_3ka_{lm}\Big(\frac{\partial\langle U_k\rangle}{\partial x_l}\cdot n_k^{(\omega)}\cdot n_m^{(\omega)}\cdot\delta_{ij}-\frac{3}{2}\frac{\partial\langle U_i\rangle}{\partial x_l}\cdot n_m^{(\omega)}\cdot n_j^{(\omega)}\\
&\qquad-\frac{3}{2}\frac{\partial\langle U_j\rangle}{\partial x_l}\cdot n_m^{(\omega)}\cdot n_i^{(\omega)}\Big)\\
&+C'_4k\frac{\partial\langle U_l\rangle}{\partial x_m}\cdot n_l^{(\omega)}\cdot n_m^{(\omega)}\,(n_i^{(\omega)}\cdot n_j^{(\omega)}-\frac{1}{3}\delta_{ij})\cdot\frac{k^{3/2}}{C_l\cdot h_n^{(\omega)}\varepsilon}
\end{aligned} \tag{4}$$

ここで $C'_2=-0.08$，$C'_3=-0.1$ および $C'_4=-0.4$.

2 種類の拡散項モデル（DH，MH）は以下のように表せる.

$$\text{DH};\ D_{ij}=\frac{\partial}{\partial x_m}\Big(C_k\langle u_m'u_l'\rangle\cdot\frac{k}{\varepsilon}\cdot\frac{\partial\langle u_i'u_j'\rangle}{\partial x_l}\Big) \tag{5}$$

$$\text{MH};\ D_{ij}=\frac{\partial}{\partial x_m}C_{k1}\cdot\frac{k^2}{\varepsilon}\cdot\Big(\frac{\partial\langle u_i'u_j'\rangle}{\partial x_m}+\frac{\partial\langle u_m'u_j'\rangle}{\partial x_i}+\frac{\partial\langle u_i'u_m'\rangle}{\partial x_j}\Big) \tag{6}$$

ここで，$C_k=0.22$ および $C_{k1}=0.072$.

上記の方程式は ε_{ij} および ε.輸送方程式によって閉じられる.

表 3　ϕ_{ij} の係数（式(2)）

	α_1	α_2	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8	β_9	β_{10}	β_{11}	β_{12}	β_{13}
IPM	1.8	0	0.8	0.6	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
QIM	1.8	0	0.8	0.87	0.65	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
SSG	$1.7+0.9\cdot P_k/\varepsilon$	−1.05	$0.8-0.65A_2^{1/2}$	0.625	0.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
FLT	$3.1(A_2A)^{1/2}$	$3.72(A_2A)^{1/2}$	0.8	0.6	$0.87+2FA_2^*$	−0.2	0.2	0.2	0	0	$6F^*$	0	−0.6	0	0

$*F=\min\{0.6,A$

< Nomenclature >

x_i ：空間座標の３成分（$i=1$ 主流方向, $i=2$ 横方向, $i=3$ 鉛直方向）
f ：物理量の瞬時値
$<f>$: 変数 f のアンサンブル平均
$<f>_t$: 変数 f の時間平均
$\bar{f}$ ：変数 f の格子平均
f' ： $<f>$ からのずれ
H ：立方体モデル一辺
u_i ：x_i 方向の風速３成分
u_H ： 高さ H における流入風速の u_1 成分
p ：圧力，　ν : 動粘性係数，　ν_t : 渦粘性係数
k ：乱流エネルギー（stochastic）（$½\langle u_i'u_i'\rangle$）
$\langle k_w\rangle_t$ ：全変動速度乱流エネルギー（periodic + stochastic : $½\langle u_i'u_i'{}_w\rangle_t$）
P_k : k の生産項
ε ：k の散逸
$\langle u_i'u_j'\rangle$: stochastic な乱流変動のレイノルズ応力
$\langle u_i'u_j'{}_w\rangle_t$: 全速度変動のレイノルズ応力 （periodic + stochastic）
P_{ij}: $\langle u_i'u_j'\rangle$ の生産項　$P_{ij}=-\langle u_i'u_k'\rangle\cdot\partial\langle u_j\rangle/\partial x_k-\langle u_j'u_k'\rangle\cdot\partial\langle u_i\rangle/\partial x_k$
ε_{ij} : $\langle u_i'u_j'\rangle$ の散逸
C_{ij}: $\langle u_i'u_j'\rangle$ の移流項
D_{ij}: $\langle u_i'u_j'\rangle$ の拡散項　$D_{ij}=-\partial/\partial x_k(\langle u_i'u_j'u_k'\rangle+\langle p'u_i'\rangle\delta_{jk}+\langle p'u_j'\rangle\delta_{ik})$
Φ_{ij} : 圧力歪相関項
（Slow 項 $\Phi_{ij(1)}$, Rapid 項 $\Phi_{ij(2)}$, Wall　Reflection 項 $\Phi^w_{ij(1)}$, $\Phi^w_{ij(2)}$ で構成）
a_{ij} : 非等方テンソル：　$(<u_i'u_j'>-2/3k\delta_{ij})/k$
A_2 : 第二不変量：　$A_2=a_{ij}a_{ji}$
A_3 : 第三不変量：　$A_3=a_{ij}a_{ik}a_{kj}$
A ：Lumley's　flatness　parameter　：　$A=1-9/8(A_2-A_3)$
S_{ij} : 平均歪テンソル　：　$S_{ij}=1/2\cdot(\partial\langle u_i\rangle/\partial x_j+\partial\langle u_j\rangle/\partial x_i)$
Ω_{ij} : 平均渦度テンソル　：　$\Omega_{ij}=1/2\cdot(\partial\langle u_i\rangle/\partial x_j-\partial\langle u_j\rangle/\partial x_i)$
"（w）": w 番目の壁面
$h_n^{(w)}$ ：w 番目の壁面からの鉛直距離
"wo": 全壁面数
Re : レイノルズ数（$<u_H>H/\nu$）
諸量は $<u_H>$, H 並びに空気密度 ρ で無次元化。

$$\varepsilon_{ij}=\frac{2}{3}\varepsilon\delta_{ij}, \tag{7}$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt}=\frac{\partial}{\partial x_m}\left(C_\varepsilon\langle u_m'u_l'\rangle\cdot\frac{k}{\varepsilon}\cdot\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_l}\right)+\frac{\varepsilon}{k}(C_{\varepsilon1}P_k-C_{\varepsilon2}\varepsilon), \tag{8}$$

ここで $C_\varepsilon=0.16$，$C_{\varepsilon1}=1.44$ および $C_{\varepsilon2}=1.92$.

注1)　一次精度の Full Implicit 型の時間スキームの数値粘性について，Kato-Launder は角柱周辺流の解析において，より高次の Crank-Nicolson 型時間スキームとの比較を行ったが殆ど差異はなかったと報告している[12]．

注2)　DSM の結果は2次元角柱の計算[13]と同様，すべてのケースにおいて明確に周期的（periodic）な速度変動が立方体後方で確認されている．以下の DSM の結果については，周期的定常に達した後，周期的変動-周期分のデータを採取し，周期的変動成分のみも算出している．したがって，ここでは2種類の時間平均を定義できる．ひとつは計算された変数（k 等）の単なる時間平均である．これを $\langle k\rangle_t$，$\langle P_k\rangle_t$ 等と表記する（例：図4）．もうひとつは乱流（stochastic）成分と周期的（periodic）な成分を含めた total な成分を時間平均を施したもので，$\langle k_{to}\rangle$，$\langle u_i'u_j'{}_{to}\rangle_t$ 等と表記する（例：図3）．ただし本解析の場合 DSM の周期的（periodic）乱れ成分の乱流（stochastic）成分にたいする比は立方体後方において，壁面第一セルにおいて最大2割程度である他は，総じて小さかった．

注3)　最大のチャンネル流 DNS データベース等を参考にすると，これらの wall reflection 項が本来の wall reflection の効果のみをモデル化したものではなく，$\Phi_{ij(1)}$ に対するロッタの近似や $\Phi_{ij(2)}$ に対する IPM や QIM 等の近似と一体化してモデル化されているものと考えられる．将来的に $\Phi_{ij(1)}$ や $\Phi_{ij(2)}$ が高精度で近似されるようになれば現在の wall reflection 項は大きくその形を変えることが予想される．

注4)　中心断面の P_k は流れの対称性から次式で表される．

$$P_k\doteqdot\underbrace{-(\langle u_1'^2\rangle-\langle u_3'^2\rangle)\frac{\partial\langle u_1\rangle}{\partial x_1}}_{P_{k,n}}\quad\underbrace{-\langle u_1'u_3'\rangle\frac{\partial\langle u_1\rangle}{\partial x_3}-\langle u_1'u_3'\rangle\frac{\partial\langle u_3\rangle}{\partial x_1}}_{P_{k,3}} \tag{9}$$

ここで $P_{k,n}$ は P_k 中ノルマルストレスに関わる成分，$P_{k,3}$ はシアストレスに関わる成分である．風洞実験，DSM CASE 1-1（$\Phi^w_{ij(2)}$：GL）では風上壁面近傍では後述するように $\langle u_1'^2\rangle\leqq\langle u_3'^2\rangle$ となる（図5(1)，(2)）．これに対して DSM CASE 1-2では逆に $\langle u_1'^2\rangle\geqq\langle u_3'^2\rangle$ となっており（図5(3)），かつこの領域では $\partial\langle u_1\rangle/\partial x_1<0$ であるから，$P_{k,n}$ は DSM CASE 1-1では負，CASE 1-2では正である．この影響が DSM CASE 1-2による立方体前面の P_k の過大評価に反映されたものと考えられる．DSM CASE 1-2においてノルマルストレス $\langle u_1'^2\rangle$ と $\langle u_3'^2\rangle$ の大きさが風洞実験や DSM CASE 1-1と比べて逆転することの主因の一つとして，ここに示した DSM CASE 1-2の計算において wall reflection 項中の rapid 項に対応する項 $\Phi^w_{ij(2)}$を0としたことが考えられる．すなわち CASE 1-2では壁に垂直方向のノルマルストレスの減衰およびそれ以外の方向のノルマルストレスへのエネルギーの再配分が不十分になったものであると考えられる．Craft-Launder[8]による $\Phi^w_{ij(2)}$を組み込んだ DSM CASE 1-1は立方体前面における k の過大評価が著しく改善されている．図5(2)に示すように DSM CASE 1-1では立方体前面において急激に $\langle u_1'^2\rangle$ が減衰しており，立方体前面におけるノルマルストレスの再分配がうまく行われているといえる．したがって DSM CASE 1-1では $P_{k,n}$ の過大評価が改善されている．

注5)　補図1に立方体前面における $\langle u_1'^2\rangle$ の輸送方程式の各項の収支を示す．全般に他の項と比較して $\Phi^w_{ij(2)}$（図中の★）は無視し得ぬ程大きな負値を示し，$\langle u_1'^2\rangle$ を減少させる方向に寄与している．この結果，図5に示すように DSM CASE 1-1では，LES と同様，立方体前面で急激に $\langle u_1'^2\rangle/2k$成分が減衰している．これは CASE 1-1では $\Phi^w_{ij(2)}$によるノルマルストレスの再分配が十分に行われていることを意味しており，DSM CASE 1-1の場合，LES と同じく立方体前面近傍で $\langle u_1'^2\rangle<\langle u_3'^2\rangle$ となる．これにより，k の生産項の P_k のノルマルストレスによる成分 $P_{k,n}\doteqdot-(\langle u_1'^2\rangle-\langle u_3'^2\rangle)\cdot\partial\langle u_1\rangle/\partial x_1$ は負となり，これがこの領域での $\langle P_k\rangle_t$ の負値をもたらす．一方 DSM CASE 1-2（$\Phi^w_{ij(2)}=0$）の場合，$\langle u_1'^2\rangle<\langle u_3'^2\rangle$ とならず（図5(3)），$\langle P_k\rangle_t$ の負値も現れない（図4(3)）．

注6)　これは $\Phi^w_{ij(1)}$を無視したためにシアストレス $\langle u_1'u_3'\rangle$ の絶対値が増加したためであると考えられる．一般に単純剪断乱流において $\Phi^w_{ij(2)}$はシアストレスの絶対値を増加させる作用があり，$\Phi^w_{ij(1)}$はシアストレスの絶対値を減衰させる働きがある．いま主流が x_1方向で壁面と平行であるような2次元単純剪断流を考える．このような流れ場では $\Phi^w_{ij(1)}$（Appendix の式(3)）のシア成分は次のようになる．$\Phi^w_{12(1)}=-3/2C_1'\cdot k/\varepsilon\cdot\langle u_1'u_2'\rangle\cdot f_2$．ここで $C_1'\cdot k/\varepsilon\cdot f_2$ は正であるから $\langle u_1'u_2'\rangle$が負の場合 $\Phi^w_{12(1)}$は正となり，負のシアストレス $\langle u_1'u_2'\rangle$の絶対値を減衰させる働きがある．また $\Phi^w_{ij(2)}$（式(4)）のシア成分は次のようになる．$\Phi^w_{12(2)}=-3/2\cdot C_4'(\langle u_2'^2\rangle-2/3k)\cdot\partial U_1/\partial x_2\cdot f_2$．また Appendix に示したように $C_4'<0$であり，単純剪断流では一般に $\langle u_2'^2\rangle<2/3k$ かつ $\partial x_2>0$であるから，$\Phi^w_{12(2)}<0$となる．これは負のシアストレス $\langle u_1'u_2'\rangle$の絶対値を増加させる働きがある．したがって立方体風上コーナー付近で $\Phi^w_{ij(1)}=0$とした CASE 1-3の場合，$\Phi^w_{ij(1)}$を含めた他のケースと比べて，シアストレス $\langle u_1'u_3'\rangle$の負の絶対値を増加させ，主流方向の運動量の下方へ輸送が増大し，逆流が小さくなったものと考えられる．

注7)　$D_{11}(x_2)$ と $D_{22}(x_2)$ の正確な表現はそれぞれ次式で表される．

$$D_{11}(x_2)=-\partial/\partial x_2\langle u_1'u_1'u_2'\rangle, \tag{10}$$

$$D_{22}(x_2)=-\partial/\partial x_2\langle u_2'u_2'u_2'\rangle+2\langle p'u_2'\rangle). \tag{11}$$

DH によりモデル化された $D_{11}(x_2)$ と $D_{22}(x_2)$ は以下のようになる；

$$D_{11}(x_2)=\partial/\partial x_2(C_kk/\varepsilon\cdot(\langle u_1'u_2'\rangle\cdot\partial\langle u_1'u_1'\rangle/\partial x_1+\langle u_2'u_2'\rangle\cdot\partial\langle u_1'u_1'\rangle/\partial x_2+\langle u_2'u_3'\rangle\cdot\partial\langle u_1'u_1'\rangle/\partial x_3)), \tag{12}$$

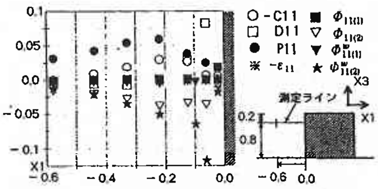
$$D_{22}(x_2)=\partial/\partial x_2(C_kk/\varepsilon\cdot(\langle u_1'u_2'\rangle\cdot\partial\langle u_2'u_2'\rangle/\partial x_1+\langle u_2'u_2'\rangle\cdot\partial\langle u_2'u_2'\rangle/\partial x_2+\langle u_2'u_3'\rangle\cdot\partial\langle u_2'u_2'\rangle/\partial x_3)), \tag{13}$$

一方 MH によりモデル化された $D_{11}(x_2)$ と $D_{22}(x_2)$ は次式で表される．

$$D_{11}(x_2)=\partial/\partial x_2(C_{k1}\cdot k^2/\varepsilon\cdot(\partial\langle u_1'u_1'\rangle/\partial x_2+2\cdot\partial\langle u_1'u_2'\rangle/\partial x_1)) \tag{14}$$

$$D_{22}(x_2)=\partial/\partial x_2(C_{k1}\cdot k^2/\varepsilon\cdot(3\cdot\partial\langle u_2'u_2'\rangle/\partial x_2)) \tag{15}$$

DH の場合には $D_{22}(x_2)$（式(13)）における $\langle u_2'u_2'\rangle$の係数が $D_{11}(x_2)$（式(12)）の $\langle u_1'u_1'\rangle$の係数と同じである．一方，MH の場合，$D_{22}(x_2)$（式(15)）における $\langle u_2'u_2'\rangle$の係数が $D_{11}(x_2)$（式(14)）の $\langle u_1'u_1'\rangle$の係数の3倍となる．$D_{22}(x_2)$に含まれる $\langle u_2'u_2'u_2'\rangle$における $u_2'u_2'$ と u_2' の間の相関は $D_{11}(x_2)$に含まれる．$\langle u_1'u_1'u_2'\rangle$における $u_1'u_1'$ と u_2' における相関よりも強いと考えられるので，MH モデルのほうが DH モデルに比べて妥当であると考えられる．



補図1　$\langle u_1'^2\rangle$輸送方程式各項の収支

参 考 文 献

1) 大岡，村上，持田 (1992) 応力方程式モデルによる立方体周辺の流れ場の解析　第六回数値流体力学シンポジウム講演論文集 285
2) Rotta, J.C. (1951) Statistische theorie nichthomogner turbulenz. Zeitscr Phys. 129, 547
3) Launder, B.E., Reece, G.J. and Rodi, W. (1975) Progress in the development of Reynolds stress tubulence closure. J. Fluid Mech. 68, 537
4) Fu, S., Launder, B.E. and Tselepidakis, D.P. (1987) UMIST Mech. Eng. Dept. Rep. TFD / 87 / 5
5) Speziale, C.G., Sarkar, S. and Gatski, T.B. (1991) Modelling the pressure-stain correlation of tubulence J. Fluid Mech. 227, 245
6) Shir, C.C. (1973) A preliminary numerical study of atmospheric tubulent flow in the idealized planetary boundary layer, J. Atmos. Sci. 30, 1327
7) Gibson, M.M. and Launder, B.E. (1978) Ground effects on pressure fluctuations in the atmospheric boundary layer, J. Fluid Mech. 86, 491
8) Craft, T.J. and Launder, B.E. (1992) AIAA J. 30, 2970
9) Demuren, A.O. and Sarkar, S. (1992) Systematic Study of Reynolods Stress Closure Models in the Computations of Plane Channel Flows, ICASE Report No. 92-19
10) Daly, B.J. and Harlow, F.H. (1970) Transport equations of turbulence. Phys. Fluids, 13, 2634
11) Mellor, G.L., and Herring, H.J. (1973) A survey of mean turbulent field closure. AIAA J. 11, 590
12) Kato, M. and Launder, B.E. (1992) Modelling Flow-Induced Rscillations in Tubulent Flow around a Square cylinder. UMIST. Rep. No. TFD / 92 / 3
13) Franke, R. and Rodi, W. (1991) Calculation of vortex shedding past a square cylinder with various turbulence models. Proc. 8th Sym. Turbulent Shear Flows. 189