研究速報
特集 9
UDC 532.517.2：532.542

一般座標系を用いた円管内乱流のLES

Large Eddy Simulation of Turbulent Flow in the Straight Circular Pipe using the General Curvilinear Coordinate System

富樫盛典*・小林敏雄*
Shigenori TOGASHI and Toshio KOBAYASHI

1．はじめに

円管内乱流は工業上最も頻繁に現れる流れであるものの，円筒座標系を用いると中心が特異点になってしまうという幾何学的問題のため，平行平板間流れに比べるとそれほど多くの3次元乱流数値解析はされていないのが現状である．過去に行われた円管内乱流のLESの研究では，半円筒のみを計算する方法[1]と，円筒座標系を用いるが円管中心を横切らないとして特異点を避ける方法[2)~4]，および大部分は円筒座標系を用いて円管中心のみ一般座標系を用いる方法[5]とに分類することができる．

本研究では将来的には複雑形状への応用ということも考えて，一般座標系による格子生成を前提とし，一般座標系導入による誤差解析を行い，その誤差を少なくするためにマルチグリッドを用いた円管内乱流のLES計算を提案している．

2．基礎方程式と誤差評価

一般座標系を用いて流れ場を計算する方法には従属変数である速度をデカルト成分で表す方法と反変成分で表す方法の2つに分けられる．本研究では後者の反変成分を用いる方法を採用した．この方法は方程式の形が弱保存型になってしまうものの，スタガード格子が適用でき，境界条件が与えやすくなるためメリットも大きい．

連続の式とNS方程式を物理反変速度成分による表示に変換し[6]，SGSモデルとしてスマゴリンスキーモデルを採用した場合の基礎方程式[7]を下に示す．

$$\frac{1}{J}\frac{\partial}{\partial\eta^i}\left[\frac{J}{\sqrt{g_{ii}}}u^{(i)}\right]=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u^{(i)}}{\partial t}+\frac{1}{J}\frac{\partial}{\partial\eta^i}\left[\frac{J}{\sqrt{g_{jj}}}u^{(j)}u^{(i)}\right]+u^{(j)}u^{(m)}\begin{Bmatrix} i \\ mj \end{Bmatrix}$$
$$=-g^{ij}\sqrt{g_{ii}}\frac{\partial P}{\partial\eta^j}+\frac{1}{J}\frac{\partial}{\partial\eta^i}\left[\frac{J}{\sqrt{g_{jj}}}\tau^{(ij)}\right]+\tau^{(jm)}\begin{Bmatrix} i \\ mj \end{Bmatrix} \tag{2}$$

$$\tau^{(ij)}=(\nu+\nu_{sgs})S^{(ij)},\ S^{(ij)}=g^{(im)}\nabla_{(m)}u^{(j)}+g^{(mj)}\nabla_{(m)}u^{(i)} \tag{3}$$

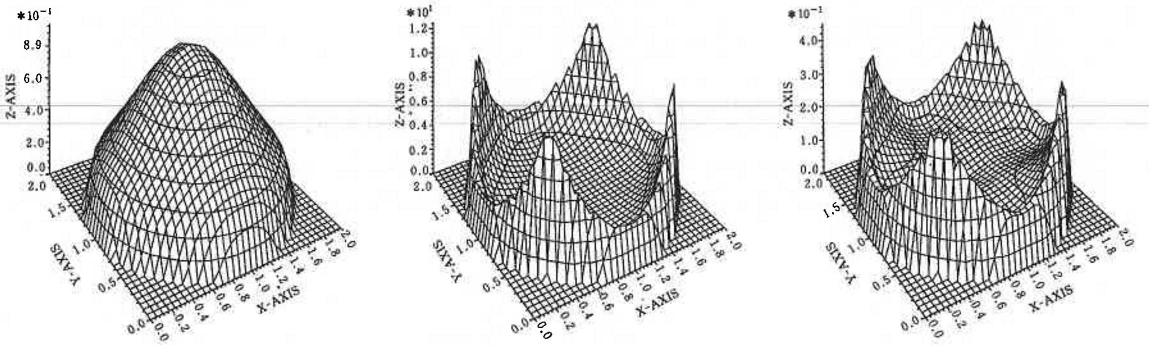
$$\nu_{sgs}=(C_s\Delta)^2(S^{(ij)}S^{(ij)}/2)^{1/2},\ \Delta=(\Delta\eta^1\Delta\eta^2\Delta\eta^3)^{1/3} \tag{4}$$

ここで，$u^{(i)}$はi方向物理反変速度，Jはヤコビアン，g_{ij}は計量テンソル，$\begin{Bmatrix} i \\ mj \end{Bmatrix}$はクリストフェル記号，$\nabla_{(j)}u^{(i)}$はj方向絶対微分を示している．

次に一般座標系を用いたときの誤差を考える．一般座標系によって生成された格子は図2(a)であり，充分発達した乱流の平均速度分布（主流方向のみ）を与えた場合，格子の歪みの影響がν_{sgs}の分布にどのように現れるのかを調べることにより誤差の評価を行った．図1(a)は$(C_s\Delta)^2$の分布図，図1(b)は$(S^{(ij)}S^{(ij)}/2)^{1/2}$の分布図，図1(c)は(a)と(b)をかけあわせた$(C_s\Delta)^2(S^{(ij)}S^{(ij)}/2)^{1/2}$の分布図である．

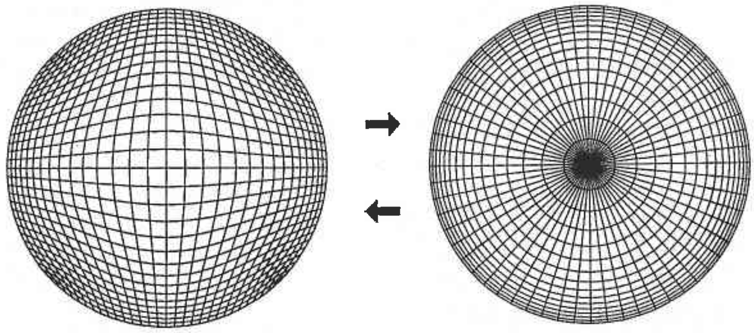
ν_{sgs}の分布は周方向には一様となるべきであるが，図1(b)の結果を見てわかるように，速度勾配$S^{(ij)}$を計算するときに格子の歪みによる影響が大きく現れてきて，ν_{sgs}の分布は格子の歪みの大きい部分でピークを持つような分布になってしまっている．そこでこの誤差を少なくするために，図2の(a)と(b)に示すようにν_{sgs}を計算するときに，一般座標系の速度成分を一度円筒座標系に変換し，その値を用いて速度勾配を計算して，それをまた一般座標系に戻して計算を進めるマルチグリッドシステムを導入することにした．

*東京大学生産技術研究所　第2部



(a) $(Cs\Delta)^2$分布　(b) $(S^{(ij)}S^{(ij)}/2)^{1/2}$分布　(c) $(Cs\Delta)^2(S^{(ij)}S^{(ij)}/2)^{1/2}$分布

図1　一般座標系格子におけるν_{sgs}の各項の分布



(a) 一般座標格子（速度計算格子）　(b) 円筒座標格子（ν sgs計算格子）

図2　マルチグリッドシステム

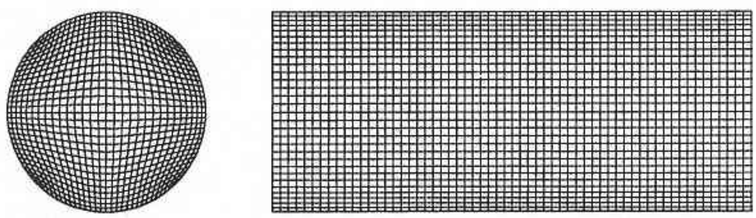


図3　計算格子図

3. 数 値 解 析 法

代表長さを円管半径R，代表速度を摩擦速度u_τとして基礎方程式を無次元化した．この無次元化により，主流方向は無次元圧力勾配$\partial P/\partial z$が-2として計算できることになる．圧力解法はHSMAC法，時間進行法は2次精度のアダムスバッシュフォースを用いており，時間刻みは$\Delta t=0.001$とした．空間の離散化は2次の中心差分を用いた．格子数は30×30×60であり，Laufer[8]の実験結果と比較するために，摩擦速度u_τと半径Rで定義されるレイノルズ数を$Re_\tau=1100$（$Re=50000$）とした．また，スマゴリンスキー定数Csは0.1として計算した．壁面境界条件は壁関数とし，入口と出口とでは周期境界条件を課した．計算はFACOM VP-100を用いて行い，1ステップあたりの計算時間は約3秒であり，無次元時刻$t=40$まで計算を進めた．また，一般座標系と円筒座標系との間の補間は計算を節約するために，あらかじめ変換対応表を入力データとして与えている．

4. 数値解析結果

図4はt=40での主流方向瞬時速度分布を示している．平均速度分布および乱流統計量を求めるための統計処理として，2000ステップあたりの時間平均および周方向（θ）と流れ方向（z）の空間平均をとった．図5は主流方向平均速度分布であり，シンボル○がLESの計算結果であり，実線がLaufer[8]の実験結果である．LESの結果はかなりよく実験結果とあっていることがわかる．図6は乱流強度分布（v_z', v_θ', v_r'）を示しており，計算結果はGS成分にSGS成分を足しあわせたものを示している．中心付近でやや大きめである他は，よく一致している．図7はレイノルズせん断応力の分布である．充分発達した乱流では45度の角度で立ち上がった分布となるが，LESの計算結果もほぼその傾向が再現できていることがわかる．図8はu^+とy^+の図であり，主流平均速度はほぼ対数法則をみたしている．また，図9は円管の流れ方向断面（2R×3.2R）の流れ方向変動速度v_z'と半径方向変動速度v_r'を示しており，円管壁面付近での渦構造がとらえられている．

5. ま　と　め

円管中心での特異点を解消するために一般座標系を導入した円管内乱流のLESを試みた．そして一般座標系による誤差解析を行ったところ，速度勾配の計算誤差に基づくν_{sgs}の計算誤差が大きかったために，その誤差を少なくするためにν_{sgs}を計算するときのみ円筒座標系を用いるマルチグリッドシステムで計算を行う方法を構成した．その結果，平均速度分布および乱流統計量ともに大幅に改善さ

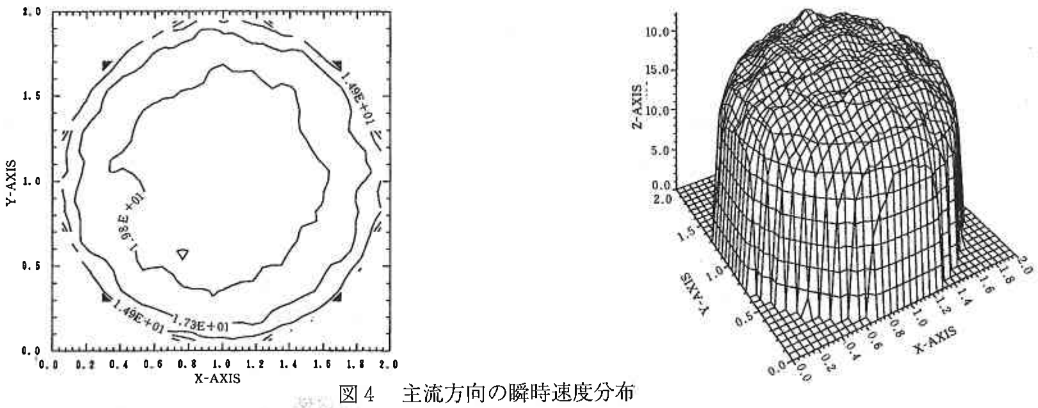


図4　主流方向の瞬時速度分布

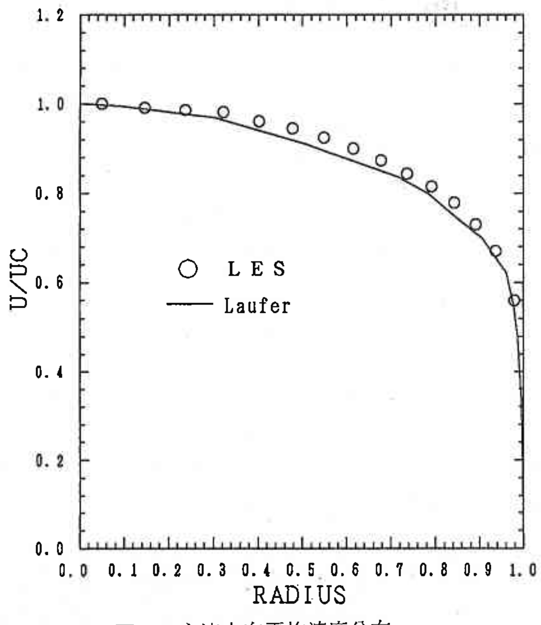


図5　主流方向平均速度分布

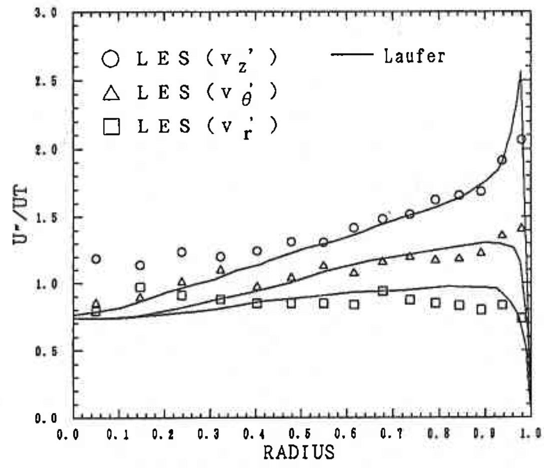


図6　乱流強度分布

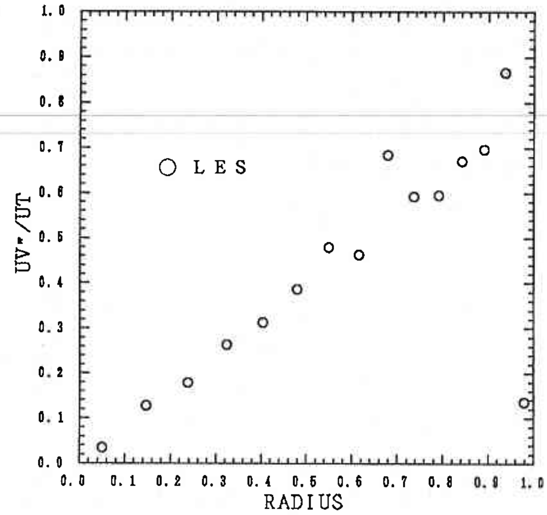


図7　レイノルズせん断応力分布

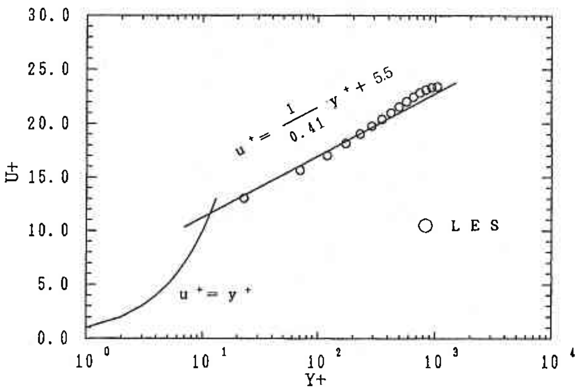


図8　u^+とy^+の関係

れ，この方法の有効性が示された．また，従来の研究でも指摘されたように円管内乱流のLESの計算においては，統計的に安定な状態に到達するまでには平行平板間乱流に比べて，約4倍程度の計算が必要であることが確認できた．今後は，格子数を増やし，ノンスリップ境界条件を用いる

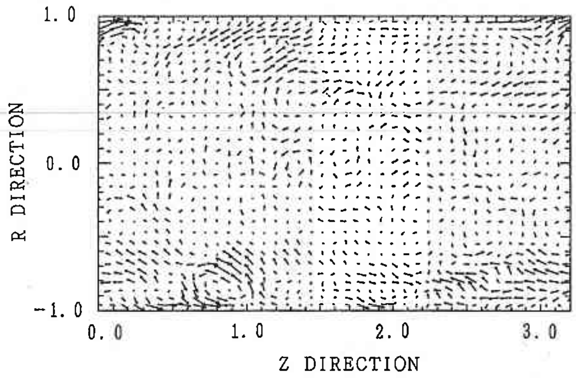


図9　v_z' と v_r' のベクトル図

ことで計算精度を良くし，楕円管内乱流の第2種2次流れの予測や円管内旋回乱流への応用を試みることにする．

（1993年11月10日受理）

参 考 文 献

1) 原田，“平行平板および円管乱流のLESによる解析”，第1回生研NSTシンポジウム講演論文集（1985），p 23～p 27
2) 半場・吉沢，“LESによる逆転磁場ピンチの数値計算”，生産研究，41巻1号（1989.1），p 68～p 71
3) F. Unger and R. Friedrich, “Large Eddy Simulation of Fully-Developed Turbulent Pipe Flow”, Eighth Symposium on Turbulent Shear Flows (1991), 19-3
4) Eggels and Nieuwstadt, ”Large Eddy Simulation of Turbulent Flow in an axially Rotating Pipe”, Ninth Symposium on Turbulent Shear Flows (1993), p 310
5) 竹末・三宅・板東，“LESによる円形噴流の数値シミュレーション”，第5回数値流体力学シンポジウム講演論文集（1991），p 111～p 114
6) 石川，“反変成分を用いた一般座標系による流れの数値解析”，東京大学修士論文（1989）
7) 森西，第34回生研講習会テキスト，（1991），p 55
8) Laufer, “The Structure of Turbulence in Fully Developed Pipe Flow”, NACA Report (1954), No. 1174