

Vortex Breakdown 現象の数値シミュレーション

Numerical Simulation of Vortex Breakdown Phenomenon

富樫 盛典*・小林 敏雄*
Shigenori TOGASHI and Toshio KOBAYASHI

1. はじめに

Vortex Breakdown 現象とは、旋回流によって生じた逆流渦が、合体・崩壊していく一連の現象を示す用語であり、その研究の起源は、1950年代のデルタ翼上に発生する渦の研究にさかのぼるが、いまだにその発生メカニズムの理論的解明はなされていない。1970, 80年代になると、Vorgelら、および Escudierら¹⁾によって、円筒容器の底面を旋回させることで図1に示すような Vortex Breakdown 現象が発生することが明らかになり、意欲的な可視化実験が行われた。その結果、円筒半径 R と円筒高さ H とから定義されるアスペクト比 H/R を横軸にとり、回転数 Ω を用いた回転レイノルズ数 $Re = R^2 \cdot \Omega / \nu$ を縦軸に

とったマップ(図2)が作成され、Vortex Breakdown 現象の起こる範囲が示された。1990年代になると、Lopezら²⁾はNS方程式の数値解析によって Vortex Breakdown 現象の再現に成功しており、さらに幾何学的アプローチ³⁾による現象の解明を試みている。

本研究の目的は、先に開発した一般座標系を用いた円管内乱流の LES コード⁴⁾を円管内旋回乱流に適用する前段階として、層流の旋回流である Vortex Breakdown 現象に適用してそのコード検証を行うことである。また、Vortex Breakdown 現象で発生する逆流渦はかなり Sensitive であり、プローブによる測定が困難であり、可視化実験に頼らなければならない現状では、このような数値シミュレーションは意義あることと思われる。

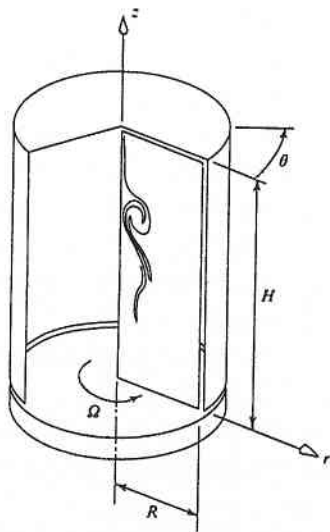


図1 円筒容器内における Vortex Breakdown 現象³⁾

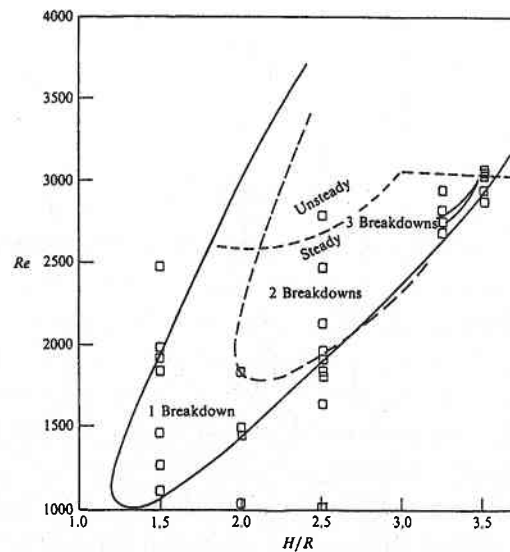


図2 H/R-Re マップ²⁾

*東京大学生産技術研究所 第2部

2. 基礎方程式

先に開発した一般座標系でのLESコードにおいて独立変数 (η^1, η^2, η^3) を (r, θ, z) と書き換えて、さらにヤコビアンを $J=r$ とすると、円筒座標系での基礎方程式となる⁵⁾。また、計量テンソル g_{ij} は(1)式に示すような対角成分のみの値をもつようになる。

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Vortex Breakdown 現象は層流であるので、2次元軸対称 $(\partial/\partial\theta=0)$ を仮定し、さらに $v_{sgs}=0$ とし、座標系を図3に示すようにとると、連続の式およびNS方程式は(2)式~(5)式のようになる。

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru) + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ruu) + \frac{\partial}{\partial z}(wu) - \frac{v^2}{r} \\ &= -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ 2r\nu \frac{\partial u}{\partial r} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \nu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \right\} - \frac{1}{r} \left(2\nu \frac{u}{r} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ruv) + \frac{\partial}{\partial z}(wv) + \frac{uv}{r} \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r\nu \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \nu \frac{\partial v}{\partial z} \right\} + \frac{1}{r} \left\{ \nu \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right) \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ruw) + \frac{\partial}{\partial z}(ww) \\ &= -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r\nu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ 2\nu \frac{\partial w}{\partial z} \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

3. 数値解析法

計算は逆流渦が1つできる $H/R=2.0$ の場合と逆流渦が2つできる $H/R=2.5$ の場合の2通りについて行った。格子は不等間隔格子を用いており、それぞれ 60×120 と 60×150 として、レイノルズ数 $Re=R^2 \cdot \Omega/\nu$ を徐々に大きくしていった逆流渦の変化を観察する。基礎方程式の空間の離散化は2次精度の中心差分を用いており、圧力解法はHSMAC法、時間進行法は2次精度のアダムスバッシュフォースを用いた。時間刻みは $\Delta t=0.001$ とした。計算が定常状態に達したのち、(6)式で定義される流れ関数 Ψ および(7)式で定義される渦度 η を導入し、(8)式の渦度 η と

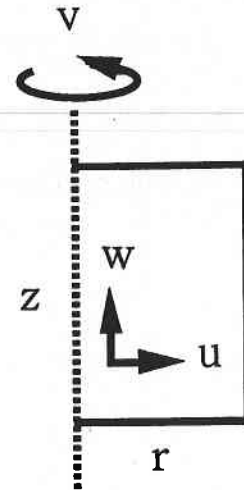


図3 2次元軸対称の座標系

流れ関数 Ψ の関係式をSOR法で解くことにより流れ関数を求め、その結果を可視化実験と比較する。

$$u = -\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad w = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \quad (6)$$

$$\eta = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial r} \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} = -r\eta \quad (8)$$

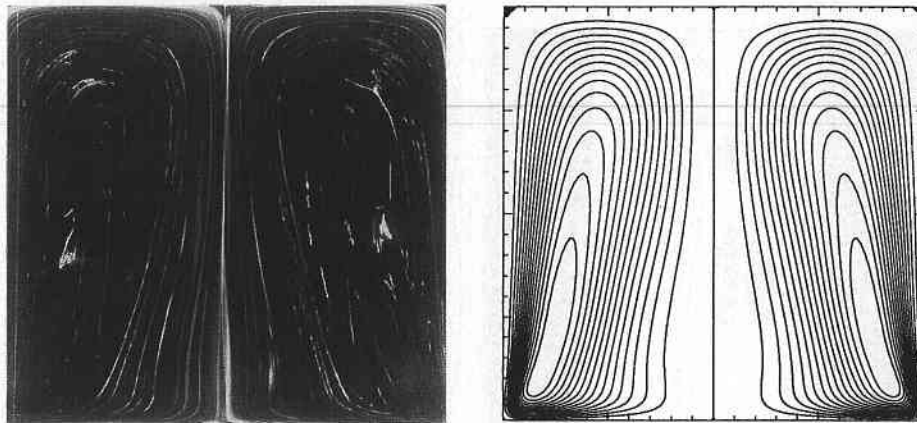
4. 数値解析結果

図4は $H/R=2.0$ の場合であり、Escudierら¹⁾の染料を使った可視化実験の結果と本研究での数値解析結果の比較をしている。 $Re=1002$ の場合には、円管中心軸上に逆流渦は発生していないが、 $Re=1492$ では逆流渦ができており、さらに $Re=1854$ になると、逆流渦は大きく成長しているようすが数値計算でもとらえることができています。

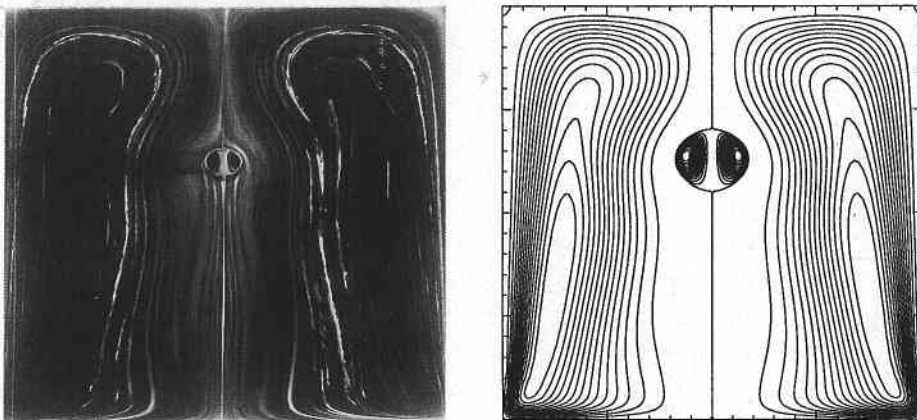
図5は $H/R=2.5$ の場合であり、この場合には逆流渦が2つ存在しており、 $Re=1994$ から $Re=2126$ と大きくすると、2つの逆流渦は発達してその距離が小さくなり、さらに $Re=2494$ とすると、2つの逆流渦が合体しているようすが数値計算でもとらえることができています。

ただし、図5は可視化実験の写真が円筒中心部のみであるので、計算結果もそれに合わせて中心部 ($0.35R$) のみを示すことで比較しやすくしている。

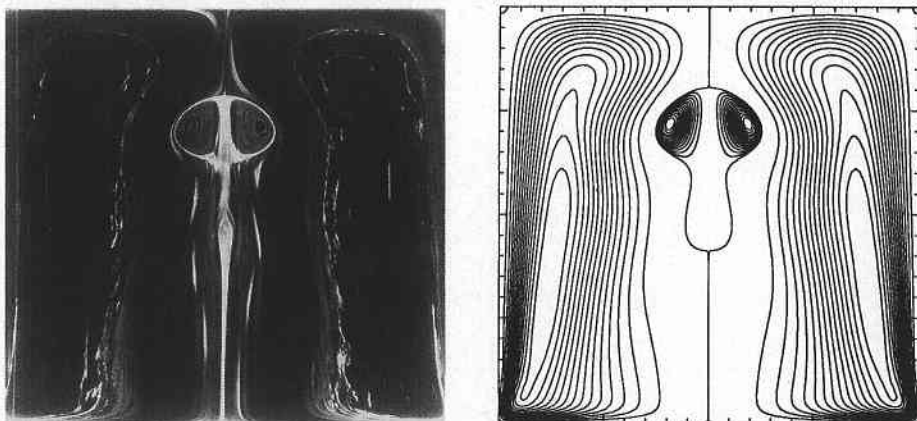
今回の計算では現象が定常状態のところのみを取り扱ったが、レイノルズ数が大きくて非定常な状態のところも同様にして数値解析ができるものと思われる。



Re=1002



Re=1492



Re=1854

図4 H/R=2.0の場合の実験結果¹⁾および計算結果
(左—可視化実験, 右—数値計算)

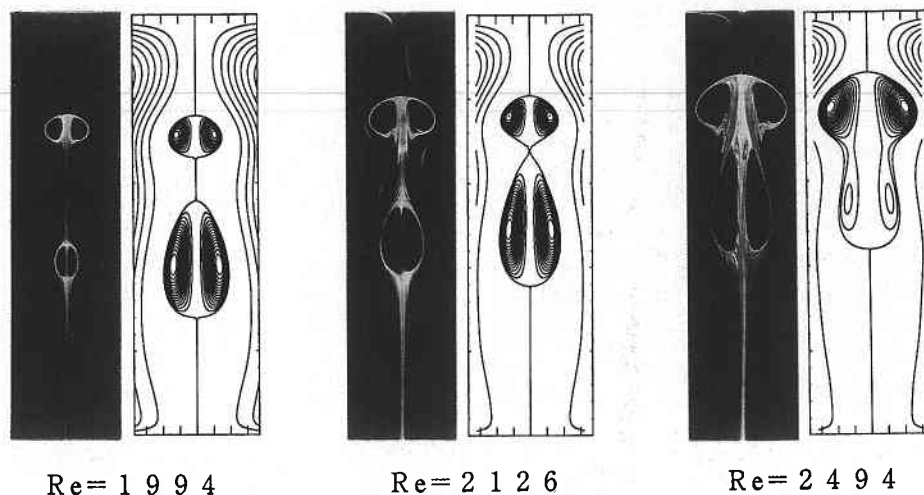


図5 H/R=2.5の場合の実験結果¹⁾および計算結果
(左—可視化実験, 右—数値計算)

5. ま と め

参 考 文 献

先に開発した一般座標系でのLESコード⁴⁾を変数変換して円筒座標系になおし, 2次元軸対称を仮定した層流の数値解析を行ったところ, 定性的およびほぼ定量的にVortex Breakdown現象のシミュレーションに成功した. これにより旋回流に対するコード検証ができたことになり, 今後このコードを用いて, 円管内旋回流のシミュレーションを試みることにする. また, Vortex Breakdown現象についてはLopezらも同様な数値解析を行っているが, 計算手法が渦度-流れ関数法のため圧力分布の計算は行っていない. そこで本研究では引き続き圧力分布や渦度分布を出力して, 現象の解明を試みる. (1993年11月10日受理)

- 1) M. P. Escudier, "Observations of the flow produced in a cylindrical container by a rotating endwall", Experiments in Fluids 2, pp. 189-196 (1984).
- 2) J. M. Lopez, "Axisymmetric vortex breakdown Part 1. Confined swirling flow", J. Fluid Mech. vol. 221, pp. 533-552 (1990).
- 3) J. M. Lopez and A. D. Perry, "Axisymmetric vortex breakdown Part 3. Onset of Periodic flow and chaotic advection", J. Fluid Mech. vol. 234, pp. 449-pp. 471 (1992).
- 4) 富樫・小林, "一般座標系を用いた円管内乱流のLES", 生産研究, 46巻2号(1994), pp. 57-pp. 60
- 5) 森西, 第34回生研講習会テキスト(1991), p. 55.