研　究　速　報
特　集　9
UDC 533.6.011.1

応力方程式モデルによる立方体周辺の流れ場の解析

Numerical Study on Flowfield around Cubic Model by means of DSM

大　岡　龍　三*・村　上　周　三**・持　田　灯**
Ryozo OOKA, Shuzo MURAKAMI, and Akashi MOCHIDA

1. 序

本報では立方体周辺の流れ場を応力方程式モデル (Differential Stress Model, 以降DSM) により解析した結果を示す．既報[1]では境界層中に置かれた立方体周辺の流れ場について k-ε モデル，ASM，LESおよび風洞実験の結果を比較し，ASMは等方的な渦粘性の概念に起因する k-ε の欠点を大きく改善することを確認した．しかし乱流場の非等方性の正確な再現という点に関して，ASMの場合のレイノルズストレス $\langle u_i'u_j'\rangle$ 輸送方程式中の移流拡散項の代数的近似が，部分的に実験やLESと大きく異なる結果を導き，問題が生じる可能性があることも指摘した．以下ではDSMを既報と同じ流れ場に適用し，風洞実験，LESおよびASMの結果と比較してその有効性を検討する．

表1　DSMの基礎方程式（<>はアンサンブル平均を表す）

(連続式)　$$\frac{\partial \langle u_i\rangle}{\partial x_i}=0 \quad (1)$$

(運動方程式)　$$\frac{D\langle u_i\rangle}{Dt}=-\frac{\partial p}{\partial x_i}-\frac{\partial \langle u_i'u_j'\rangle}{\partial x_j} \quad (2)$$

($\langle u_i'u_j'\rangle$方程式)　$$\frac{D\langle u_i'u_j'\rangle}{Dt}=D_{ij}+P_{ij}+\Phi_{ij}-\varepsilon_{ij} \quad (3)$$

(ε方程式)　$$\frac{D\varepsilon}{Dt}=D_\varepsilon+\frac{\varepsilon}{k}(C_{\varepsilon 1}P_k-C_{\varepsilon 2}\varepsilon) \quad (4)$$

$$D_{ij}=\frac{\partial}{\partial x_m}\left(C_k\langle u_m'u_l'\rangle\cdot\frac{k}{\varepsilon}\cdot\frac{\partial\langle u_i'u_j'\rangle}{\partial x_l}\right) \quad (5) \qquad D_\varepsilon=\frac{\partial}{\partial x_m}\left(C_\varepsilon\langle u_m'u_l'\rangle\cdot\frac{k}{\varepsilon}\cdot\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_l}\right) \quad (6)$$

$$P_k=-\langle u_i'u_j'\rangle\frac{\partial\langle u_i\rangle}{\partial x_j} \quad (7)$$

$$P_{ij}=-\langle u_i'u_k'\rangle\frac{\partial\langle u_j\rangle}{\partial x_k}-\langle u_i'u_k'\rangle\frac{\partial\langle u_i\rangle}{\partial x_k} \quad (8)$$

$$\varepsilon_{ij}=\frac{2}{3}\cdot\delta_{ij}\varepsilon \quad (9)$$

$$\Phi_{ij}=\Phi_{ij(1)}+\Phi_{ij(2)}+\Phi^w_{ij(1)}+\Phi^w_{ij(2)} \quad (10)$$

$$\Phi_{ij(1)}=-C_1\frac{\varepsilon}{k}\left(\langle u_i'u_j'\rangle-\frac{2}{3}\delta_{ij}k\right) \quad (11) \qquad \Phi_{ij(2)}=-C_2\left(P_{ij}-\frac{2}{3}\delta_{ij}P_k\right) \quad (12)$$

$$\Phi^w_{ij(1)}=\sum_{w=1}^{w0}C'_1\frac{\varepsilon}{k}\Big(\langle u_k'u_m'\rangle\cdot n_k^{(w)}\cdot n_m^{(w)}\cdot\delta_{ij}-\frac{3}{2}\langle u_k'u_i'\rangle\cdot n_k^{(w)}\cdot n_j^{(w)} -\frac{3}{2}\langle u_k'u_j'\rangle\cdot n_k^{(w)}\cdot n_i^{(w)}\Big)\cdot\frac{k^{3/2}}{C_l\cdot h_n^{(w)}\varepsilon} \quad (13)$$

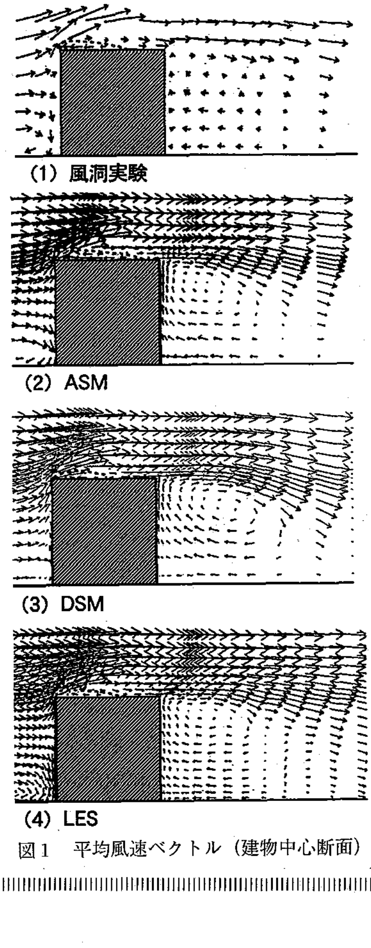
$$\Phi^w_{ij(2)}=\sum_{w=1}^{w0}C'_2\frac{\varepsilon}{k}\Big(\Phi_{km(2)}\cdot n_k^{(w)}\cdot n_m^{(w)}\cdot\delta_{ij}-\frac{3}{2}\Phi_{ki(2)}\cdot n_k^{(w)}\cdot n_j^{(w)} -\frac{3}{2}\Phi_{kj(2)}\cdot n_k^{(w)}\cdot n_i^{(w)}\Big)\cdot\frac{k^{3/2}}{C_l\cdot h_n^{(w)}\varepsilon} \quad (14)$$

C_1:1.8　C_2:0.6,　C_1':0.5,　C_k:0.22,　C_ε:0.16
$C_{\varepsilon 1}$:1.44,　$C_{\varepsilon 2}$:1.92,　C_l:2.5,　C_μ:0.09

本計算の場合、$\Phi^w_{ij(2)}$（(14) 式）は0とした（文献7）

2. 数値計算の概要

DSMの基礎式を表1に示す．今回用いたDSMは圧力歪み相関項にIPモデル[2] (Isotropization of Production Model) を用い，$\langle u_i'u_j'\rangle$ と ε の輸送方程式の拡散項には GGDH[3] (Generalized Gradient Diffusion Hypothesis) を用いた．数値定数は文献4による．ASMの代数近似はRodiの方法[5]を使用した．また今回



(1) 風洞実験
(2) ASM
(3) DSM
(4) LES

図1　平均風速ベクトル（建物中心断面）

*東京大学生産技術研究所　第5部
**東京大学生産技術研究所　付属計測技術開発センター

の計算の場合，$\langle u_i' u_j' \rangle$ 方程式の Rapid 項に対応する wall refrection 項 $\Phi_{ij(2)}^{w}$（表1⒁式）は0としている．これは impinging flow を含むような流れ場では，現在一般に用いられている Gibson-Launder のモデル化[6]には問題があり，発散の原因となることがあるためである[7]．表2に境界条件を示す．他の計算条件は文献1）に同じ[注1]．

3. 計　算　結　果

3.1　平均風速ベクトル（図1）

全体の流れのパターンに関しては各モデルとも実験とよく一致しており大きな差異は認られない．屋上面の逆流域の広さに着目するとLESは実験とよく一致しているのに対して，ASMの場合逆流域がやや広めになる．DSMの結果では屋上面の逆流域がASMよりやや小さくなり，LESおよび実験結果に近づく傾向を示す．また立方体後方循環流についてはASM，ASMともにやや風速を過大評価する傾向がある．

3.2　乱流エネルギーk（図2）

図2にkの分布を示す[注3]．DSMの結果は風洞実験，ASM，LESに比べて風上コーナー周辺でかなり大きなkの値を示す．ASMは立方体前面で全般にLES，実験と比べて多少大きめのkの値を示す．これらの原因に関しては次節参照．

3.3　乱流エネルギー生産項 P_k（図3，図4）

DSMとASMの P_k の分布と k の分布（図2）はよく対応している．すなわち，DSMはLESに比べて風上コーナー周辺で P_k が大きな値を示し，ASMも立方体前面でやや大きめの P_k を示している．これが前述の様にこれらの領域での k の過大評価の主要な要因と考えられる．この P_k の過大評価の原因については次の様に考えられる．

中心断面の P_k は流れの対称性から次式で表わされる．

$$P_k \fallingdotseq \underbrace{-\left(\langle u_1'^2\rangle - \langle u_3'^2\rangle\right)\frac{\partial\langle u_1\rangle}{\partial x_1}}_{P_{k,n}} \underbrace{-\langle u_1' u_3'\rangle\frac{\partial\langle u_1\rangle}{\partial x_3} - \langle u_1' u_3'\rangle\frac{\partial\langle u_3\rangle}{\partial x_1}}_{P_{k,s}} \quad (19)$$

表2　境界条件

	DSM, ASM	LES
流入面	$<u_1(x_3)>$：風洞実験値（べき指数¼の指数分布） $<u_2(x_3)> = 0$, $<u_3(x_3)> = 0$ $k(x_3)$ はチャンネル流れの解析の結果に基づく（注2） $\nu_t(x_3) = k(x_3)^{1/2}\ell(x_3)$, $\varepsilon(x_3) = C_\mu k(x_3)^{3/2}/\ell(x_3)$ $\ell(x_3) = (C_\mu k(x_3))^{1/2}(\partial<u_1(x_3)>/\partial x_3)^{-1}$ $(P_k(x_3) = \varepsilon(x_3))$ $<u_1'^2(x_3)> = <u_2'^2(x_3)> = <u_3'^2(x_3)> = \frac{2}{3}k(x_3)$	$\overline{u_1}, \overline{u_2}, \overline{u_3}$：各時刻のチャンネルの結果（注2）
流出面	$<u_1>, <u_2>, <u_3>, k, \varepsilon : \partial/\partial x_1=0$	$\overline{u_1}, \overline{u_2}, \overline{u_3} : \partial/\partial x_1=0$
上空面	$<u_3> = 0$, $<u_1>, <u_2>, k, \varepsilon : \partial/\partial x_3=0$	$\overline{u_3}=0$, $\overline{u_1}, \overline{u_2} : \partial/\partial x_3=0$
側面	$<u_2> = 0$, $<u_1>, <u_3>, k, \varepsilon : \partial/\partial x_2=0$	$\overline{u_2}=0$, $\overline{u_1}, \overline{u_3} : \partial/\partial x_2=0$
床面，立方体壁面	壁面上のシアーストレス$<\tau_w>$は(15)式，$\langle u_i'u_j'\rangle$方程式中の壁面第一セルのεは$\bar{\varepsilon}$（セル積分平均値），ε方程式中の壁面第一セルのεはε_p（セル中心値）で与える。 $\frac{<(u_t)_P>}{<\tau_w>}(C_\mu^{1/2}k_P)^{1/2} = \frac{1}{\kappa}ln\left(\frac{E\cdot\frac{1}{2}h_P(C_\mu^{1/2}k_P)^{1/2}}{\nu}\right)$ ‥(15) $\bar{\varepsilon} = \frac{C_\mu^{3/4}\cdot k_P^{3/2}}{\kappa h_P}ln\left(\frac{E\cdot h_P(C_\mu^{1/2}k_P)^{1/2}}{\nu}\right)$ …(16) $\varepsilon_P = \frac{C_\mu^{3/4}\cdot k_P^{3/2}}{\frac{1}{2}\kappa h_P}$ …(17)　$k : \partial/\partial x_1=0$	$\tau_w = <\tau_w> \times \frac{\overline{(u_t)}_P}{<(u_t)_P>}$ ‥(18) ここで，$<\tau_w>$はその時刻以前のLESの結果より算出した$<(u_t)_P>, k_P$を用いて(18)式より与える。

C_μ=0.09, κ=0.4, E=9.0

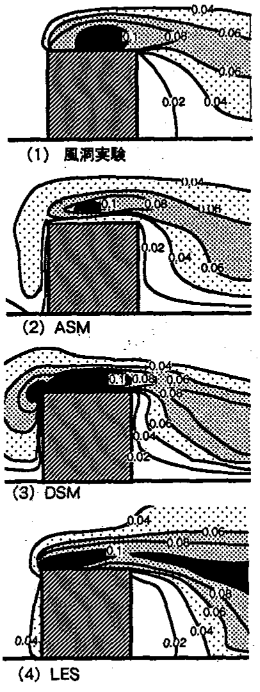


図2　k（建物中心断面）

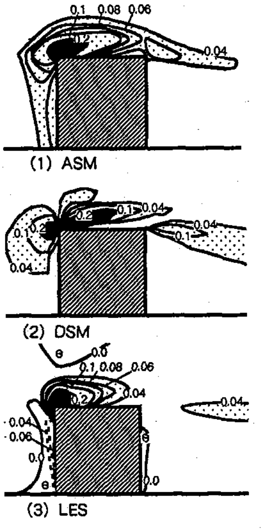


図3　P_k（建物中心断面 Θは負）

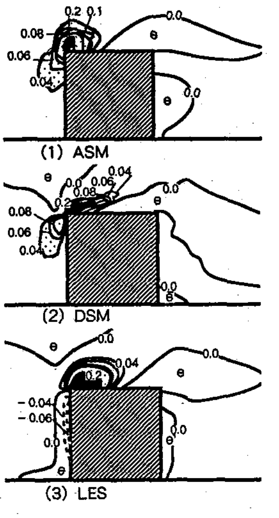


図4　$P_{k,n}$（建物中心断面 Θは負）

研　究　速　報

ここで $P_{k,n}$ は P_k 中ノルマルストレスに関わる成分，$P_{k,s}$ はシアストレスに関わる成分である．$P_{h,n}$ の分布を図4に示す．風洞実験やLESでは風上壁面近傍では後述するように $\langle u_1'^2\rangle \leq \langle u_3'^2\rangle$ となる（図5，図7）．これに対して ASM と DSM では逆に $\langle u_1'^2\rangle \geq \langle u_3'^2\rangle$ となっており（図5,図7），かつこの領域では $\dfrac{\partial\langle u_1\rangle}{\partial x_1}<0$ であるから，$P_{k,n}$ は LES では負，ASM と DSM では正である．この影響が ASM と DSM による立方体前面の P_k の過大評価に反映されたものと考えられる．ASM と DSM においてノルマルストレス $\langle u_1'^2\rangle$ と $\langle u_3'^2\rangle$ の大きさが風洞実験やLESと比べて逆転することの主因の一つとして，ここに示したASMとDSMの計算において wall reflection 項中の rapid 項に対応する項 $\phi^{w}_{ij(2)}$ を0としたことが考えられる．すなわち壁に垂直方向のノルマルストレスの減衰およびそれ以外の方向のノルマルストレスへのエネルギーの再配分が不十分になったためであると考えられる[注4]．

3.4　ノルマルスレスの非等方性の比較

図5～8にノルマルストレスの3成分の和（$2k$）に対する各成分の割合を示す．ASMでは風洞実験やLESに比べて屋上面の $\langle u_1'^2\rangle$ の値が小さく，（図5(2)），また立方体風上コーナー上部で大きな $\langle u_1'^2\rangle$ の負のピー

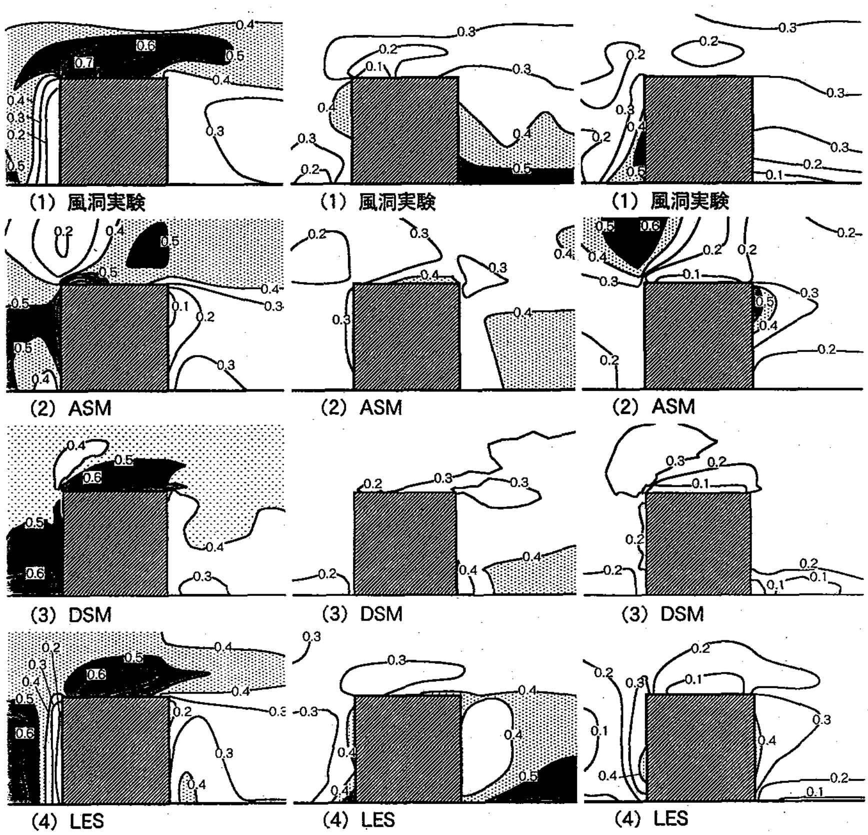


図5　$\langle u_1'^2\rangle/2k$（建物中心断面）　図6　$\langle u_2'^2\rangle/2k$（建物中心断面）　図7　$\langle u_3'^2\rangle/2k$（建物中心断面）

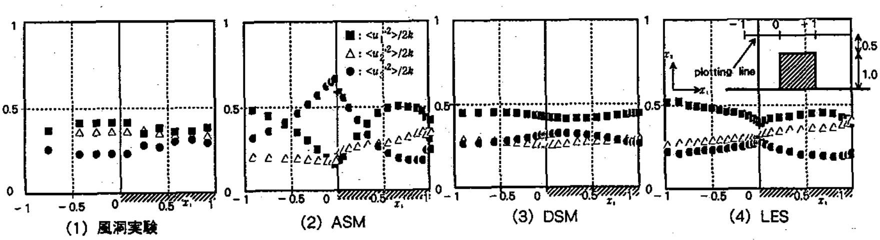


図8　$\langle u_1'^2\rangle/2k$, $\langle u_2'^2\rangle/2k$, $\langle u_3'^2\rangle/2k$（立方体上方）

クと異常に大きな $\langle u_3'^2\rangle$ の正のピークを示している(図5(2), 図7(2), 図8(2)). 一方, DSMの結果ではこれらの欠陥が大きく改善されている. すなわち屋上面の $\langle u_1'^2\rangle$ は風洞実験やLESの結果に非常に近くなり (図5(3)), 立方体上方の $\langle u_1'^2\rangle$ や $\langle u_3'^2\rangle$ の異常なピークも解消されている (図5(3), 図7(3), 図8(3)). DSMとASMの方程式系の差異は $\langle u_i'u_j'\rangle$ の移流・拡散項の取り扱いの差異のみなので, これらのノルマルストレス分布性状の改善はDSMがASMに比べより正確に移流・拡散項を評価していることにもたらされるものと言える.

4. 結　論

(1) DSMの結果は立方体風上コーナー周辺の k の値を除いて風洞実験およびLESの結果とよく対応している.
(2) ASMにおける移流・拡散項の代数的近似は立方体周辺乱流の非等方性を正しく再現しないのに対して, DSMによる解析結果はこの点を大きく改善している.
(3) 今回のDSMの計算において立方体前面の k の値は幾分過大に評価されている.
(4) この主因の一つとして, 今回の計算でimpinging flowで正しく作用しないGibsonとLaunderによる $\Phi^{w}_{ij(2)}$ を無視したことが考えられ, 今後検討を加えて行きたい.

(1992年11月10日受理)

注

注1) ただしDSMの ε の輸送方程式の移流項のみ一部一次精度風上差分を用いている.

注2) チャンネル流れの解析により得られた $\langle\overline{u_1}(x_3)\rangle$, $k(x_3)$ の分布は風洞実験とほぼ対応している[1)]

注3) DSMの結果は立方体後方において解に小さい時間的変動が認められた. これは, 立方体からの渦放出に伴う周期的変動に対応していると考えられる[8)]. しかしながら今回の計算ではその変動はDSMで計算されるstochasticな乱流変動に関する統計量に対して比較的小さく, 本報ではこれを無視した.

注4) 近年CraftとLaunder[9)]はimpinging flowにおいても正しく作用する $\Phi^{w}_{ij(2)}$ を提案しているが, このモデルを計算に組み込むことにより, 立方体前面における P_k の過大評価ひいては k の過大評価が改善されることが期待され, 現在検討中である.

参考文献

1) 村上周三, 持田灯, 林吉彦 (1991) 生産研究43巻1号, 28
2) Launder, B.E., Reece, G.J., and Rodi, W. (1975) J. Fluid Mech. 68, 537
3) Daly, B.J. and Harrow, F,H. (1970) Phys. Fluid, 13, 2634
4) Launder, B.E. (1983): Second-moment cloure, methodology and practice. UMIST. Rep. No. TFD/82/4
5) Rodi, W. (1976) ZAMM 56, T219–T221
6) Gibson, M.M. and Launder, B.E. (1978) J. Fluid Mech. 86, 491
7) 村上周三, 加藤信介, 近藤靖史 (1989) 生産研究43巻1号, 11
8) Franke, R. and Rodi, W. (1991) Proc. 8th Sym. Turb. Shear Flows, 20-1
9) Craft, J. and Launder, B.E. (1991): A New Model of 'Wall-Reflection' Effects on the Pressure-Strain Correlation and its Application to the Turbulent impinging Jet. AIAA Journal November

記　号

x_i : 空間座標の3成分 (i=1主流方向, i=2横方向, i=3鉛直方向)
u_i : x_i方向の風速3成分　p : 圧力
$\bar{f}$: 変数fの格子平均
$\langle f\rangle$: 変数fのアンサンブル平均　f' : アンサンブル平均値からのずれ

H_b : 建物高さ　u_b : 高さH_bにおける流入風速のu_1成分　ν : 動粘性係数
$\langle u_i'u_j'\rangle$: レイノルズ応力　k : 乱流エネルギー ($\frac{1}{2}\langle u_i'u_i'\rangle$)
P_k : kの生産項　P_{ij} : $\langle u_i'u_j'\rangle$の生産項　ε : kの散逸
C_{ij} : $\langle u_i'u_j'\rangle$の移流項, $C_{ij}=\dfrac{\partial\langle u_k\rangle\langle u_i'u_j'\rangle}{\partial x_k}$
D_{ij} : $\langle u_i'u_j'\rangle$の乱流拡散項, $D_{ij}=\dfrac{\partial}{\partial x_k}(-\langle u_i'u_j'u_k'\rangle-\langle p'u_j'\rangle\delta_{ik}-\langle p'u_i'\rangle\delta_{jk})$

ASMではRodiによるモデル (文献5) を使用し、移流項と拡散項をまとめて近似する ($C_{ij}-D_{ij}=\dfrac{\langle u_i'u_j'\rangle}{k}(P_k-\varepsilon)$)。
Φ_{ij} : 圧力－歪相関項 : Rotta項$\Phi_{ij(1)}$, Rapid項$\Phi_{ij(2)}$, Wall Reflection項$\Phi^{w}_{ij(1)}$で構成. 本研究では$\Phi^{w}_{ij(2)}$は0とした (文献2)　ν_t : 渦動粘性係数 ($\nu_t=C_\mu k^2/\varepsilon$)
ℓ : 乱れの長さスケール　h_P : 壁面第1セルの壁面直交方向の幅
$(u_t)_P$: 壁面第1セルの接線方向速度成分　k_P : 壁面第1セルのk
ε_P : 壁面第1セルのε　τ_W : 壁面シアーストレス
u_* : 摩擦速度