

静電ポテンシャル法を用いた障害物回避

Obstacle Avoidance Using Electrostatic Potential Field

橋 本 秀 紀*・國 井 康 晴**・原 島 文 雄*
Hideki HASHIMOTO Yasuharu KUNII and Fumio HARASHIMA

1. はじめに

マニピュレータの障害物回避軌道生成 (Path Planning) において今までさまざまな方法が提案されている。その多くがマニピュレータの位置、姿勢を点で表現できるコンフィギュレーション空間を利用している。一般に Path Planning では、コンフィギュレーション空間をいくつかの領域に分割し、評価関数を定義して軌道を生成する。よって軌道は滑らかでなくなる恐れがある。また、Local minimum の存在する可能性が生じる^{1),2)}。

本研究では、ラプラスポテンシャル場である電界を利用したポテンシャル法によって Local minimum の存在しない Path Planning を提案する。コンフィギュレーション空間へ写像された障害物に正電荷、最終姿勢 (ゴール) には負電荷を与える。これにより、空間を分割することなくポテンシャル場を定義でき、滑らかな軌道が生成できる。さらに、(1)障害物に配置する正電荷の大きさを制御対象との距離により可変にする、(2)電荷を障害物上で移動させることによって回避性能の改善を行うことを提案し、自然な回避軌道を生成する。

生成された軌道にシステムを追従させるために電気力線を切り換え線に Sliding Mode を発生させる³⁾。これにより、外乱、パラメータ変動、システムの不確かさに対してロバストな軌道追従制御系を実現する。また、高次元空間に対しても容易に適用できる特徴を有する。

2. 障害物回避軌道計画

制御対象として n 自由度の多関節ロボットマニピュレータを考える。コンフィギュレーション空間での座標系を $q \in R^n$ とすると、一般に運動方程式は、次式で与えられる。

$$M(q)\ddot{q} + A(q, \dot{q})\dot{q} + F(q) = u \tag{1}$$

ただし、

*東京大学生産技術研究所 第3部
**中央大学

- u : 制御入力 ($\in R^n$)
- $M(q)$: 慣性行列 (> 0) ($\in R^{n \times n}$)
- $A(q, \dot{q})\dot{q}$: 摩擦力, コリオリ力および遠心力
- $F(q)$: 重力項, 外乱 ($\in R^n$)

2.1 ポテンシャル場

コンフィギュレーション空間 (R^n) 内の障害物およびゴールは、実空間からコンフィギュレーション空間に写像されることによって得られる。広がりを持つ障害物に正の電荷密度を与え、ゴールに負の点電荷を与える。このときポテンシャル場は、

$$U(q) = \int_{R^n} \frac{c_p(v)}{\left(\sum_{i=1}^n (q_i - v_i)^2\right)^{\frac{3}{2}}} dv - \frac{c^*}{\left(\sum_{i=1}^n (q_i^* - q_i)^2\right)^{\frac{1}{2}}} \tag{2}$$

で与えられる。ただし、

- $c_p(v)$: 障害物に与えられた正の電荷密度
- c^* : ゴールの負の電荷の大きさ
- q_i^* : ゴールの位置

である。ここで、条件

$$\int_{R^n} c_p(v) dv < c^* \tag{3}$$

を満足すれば、すべての電気力線は無遠慮へ発散することなく必ずゴールに到達することになる (Fig. 1)。

静電ポテンシャル場においては

$$\text{div grad } U = \frac{c_p}{\epsilon}, \quad \epsilon: \text{誘電率} \tag{4}$$

が領域すべてについて成り立つ。 c_p は電荷密度であり、ゴールと障害物が存在する領域以外では 0 である。 c_p が 0 である点では(4)式は Laplace の方程式

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2 U}{\partial x_n^2} = 0 \tag{5}$$

となる。Laplace の方程式は、極小値も極大値も境界上でしかとらない。この場合、境界とは電荷を配置した点、すなわち、ゴールと障害物である。ゆえに、 U は極小値も極大値も取り得ない。したがって、電気力線は連続であり、Local minimum は存在しない。

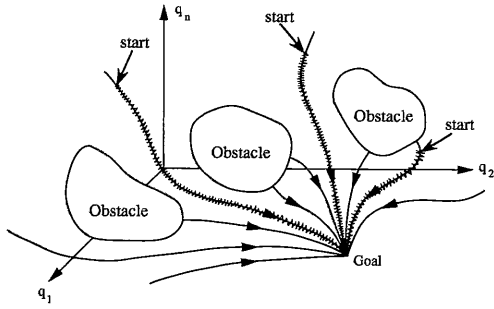


Fig. 1 Electrical force curves in configuration space

3. Sliding Mode による軌道追従

Sliding Mode 制御を使用することにより、優れた軌道追従を実現する。切り換え線を

$$s(q, \dot{q}) = \dot{q} - \xi(t, q) - \frac{-\text{grad } U(q)}{\|\text{grad } U(q)\|} \quad (6)$$

$\xi(t, q)$: スカラー関数

と選べば、Sliding mode が発生した後、 \dot{q} は電気力線方向 $-\text{grad } U(q) / \|\text{grad } U(q)\|$ に設定されるのでシステムは力線のひとつに拘束される。Fig. 1 に示すように障害物を避けながらゴールに到達する。 $\xi(t, q)$ を設計することにより収束速度等を与えられる。

Sliding Mode を発生させる制御入力 u として、

$$u = -M(q) U_0(q) \text{sign}(s) \quad (7)$$

$\text{sign}(s)^T = (\text{sign}(s_1), \dots, \text{sign}(s_n))$

を考える。 $U_0(q)$ は正の要素からなる対角行列とする。このとき、 $U_0(q)$ を適当に選ぶことによって Sliding Mode が生じる。 $U_0(q)$ は Sliding Mode の存在条件 $s_i \dot{s}_i < 0$ を調べるにより決定できる。 s は、

$$\dot{s} = \ddot{q} + \xi(t, q) \frac{\text{grad } U(q)}{\|\text{grad } U(q)\|} + \xi(t, q) \frac{d}{dt} \frac{\text{grad } U(q)}{\|\text{grad } U(q)\|} \quad (8)$$

と与えられる。等価制御入力は、(1)式と(8)式において $\dot{s} = 0$ 、 $u = u_{eq}$ として、

$$u_{eq} = A(q, \dot{q}) \dot{q} + F(q) \quad (9)$$

$$-M(q) \left[\xi(t, q) \frac{\text{grad } U(q)}{\|\text{grad } U(q)\|} + \xi(t, q) \frac{d}{dt} \frac{\text{grad } U(q)}{\|\text{grad } U(q)\|} \right]$$

となる。ここで、

$$\xi(t, q), \dot{\xi}(t, q), \frac{\text{grad } U(q)}{\|\text{grad } U(q)\|}, \frac{d}{dt} \frac{\text{grad } U(q)}{\|\text{grad } U(q)\|}$$

がすべて有界だとすると

$$|(M(q)^{-1} u_{eq})_i| \leq w_i(q, \dot{q}) \quad (10)$$

とおくことができる。(7)、(9)式を(8)式に代入すると

$$\dot{s} = -U_0(q) \text{sign}(s) - M(q)^{-1} u_{eq} \quad (11)$$

ここで、各成分に注目すると

$$s_i \dot{s}_i = -U_{0i}(q) |s_i| - (M(q)^{-1} u_{eq})_i s_i \quad (12)$$

であり、

$$U_{0i}(q) |s_i| > w_i(q, \dot{q}) |s_i| \geq |M(q)^{-1} u_{eq}|_i |s_i| \quad (13)$$

であるから $U_{0i}(q) > w_i(q, \dot{q})$ と選べば $s_i \dot{s}_i < 0$ となり、Sliding Mode が発生する。

次に、速度ベクトルの大きさ $\xi(t, q)$ について考える。 $\xi(t, q)$ をゴールと制御対象までの距離 $\|q - q^*\|$ に比例させることを考える。しかし、 $\|q - q^*\| \rightarrow 0$ の時、 $\xi(t, q) \rightarrow 0$ となり $\dot{q} \rightarrow 0$ となるので、有限時間内にゴールに到達できるかが疑問が生じる。これについて以下に述べる。いま、速度 r^* は、ゴールからの距離 ($r^* = \|q - q^*\|$) の関数として、また、その向きはゴールから離れる方向を正と考える ($r^* \geq 0$)。すなわち、次のように表せる。

$$r^* = -\xi(t, q) \quad (14)$$

このとき、 $\xi(t, q) = k\sqrt{\|q - q^*\|}$ とすると

$$\dot{r}^* = -k\sqrt{r^*} \quad (15)$$

$$\frac{dr^*}{dt} = -k\sqrt{r^*} \quad (16)$$

となる。よってこれを解くと、

$$r^* = \frac{k^2}{4} \left(t - \frac{2}{k} \sqrt{r^*_{t=0}} \right)^2 \quad (17)$$

となる。これより、 $\xi(t, q) = k\sqrt{\|q - q^*\|}$ のときは $t = 2\sqrt{\|q - q^*\|_{t=0}} / k$ で $\|q - q^*\| = 0$ となり、有限時間内にゴールに到達することが可能になる。

4. シミュレーション

障害物が唯一存在する n 次元コンフィギュレーション空間 $q = (q_1, \dots, q_n)^T$ で、軌道生成を考える。ここで、障害物を点 q_c を中心とした半径 R の球で近似することにする (Fig. 2)。球の中心に正電荷 c 、ゴールに負電荷 $-c^*$ ($c^* > c$) を配置する。Fig. 2 に示すようにゴール q^* より球へ引いた接円錐は、球を S_1 と S_2 の2つの領域にわける。このとき、 S_1 と S_2 の境界上の点において、ゴールの負電荷による電界の大きさより障害物の正電荷による電界の大きさの方が大きくなるように条件、

$$\frac{\|q_c - q^*\|^2}{R^2} < \frac{c^* - c}{c}, \quad \|\cdot\|: \text{ユークリッドノルム} \quad (18)$$

を考える。この条件を満足するならば、領域 S_1 における $-c^*$ と c による電界 E_c と E_{c^*} の合成電界は球の外

研究速報

側に向く。また、領域 S_2 では c による電界 E_c の方が E_{c^*} より大きくなる。ゆえに、その合成電界は外側へ向く。したがって、半径 R の領域外にある点を初期値とするすべての電気力線は球の中に入らずゴールへ到達する。また、球の内側を初期値とすると、一度球からでると球内へは戻らずにゴールへ到達する。

さらに Fig. 3 に示すように、一般性を失うことなく回転と平行移動によって障害物を半径 R の球の中心を座標系原点 ($q=0$) に、ゴールを q_1 の軸上 $q_1^* > 0$, $q_i^* = 0 (i=2, \dots, n)$ ととることができる。

Fig. 4 は質点 m における 2 次元空間でのシミュレーション結果である。トルク外乱をコントローラーの出力に与えた。この結果より外乱に対するロバスト性が示される。しかし、回避軌道は障害物を大きく離れてしまっている。

5. 障害物回避軌道の改善

5.1 可変電荷による回避軌道の改善

$c^* > c$ の条件は、すべての力線がゴールで終わることを保証している。しかし、 c を c^* に近づけると、障害物から遠く離れた点で c^* , c が同等の影響を及ぼすことになる。この結果、力線が障害物から大きく離れてしまい回避性能が劣化することになる。したがって、障害物に与えられる点電荷 c の値を制御対象と障害物との距離 r によって

$$c(r) = \begin{cases} c & \text{if } r \leq R \\ cg(r) & \text{if } r > R \end{cases} \quad (19)$$

と変えることを考える。ただし、 g は $g(R) = 1$ で単調減少関数とする。これにより、力線は障害物から離れた点では c の影響が小さくなるので、より障害物に近い軌道を通る。

5.2 移動電荷による回避軌道の改善

障害物に配置される点電荷 c が障害物の周上を移動することによって回避効率を改善することを行う。Fig. 5 に示すように、障害物が、現在点とゴールの間に存在する場合、次のアルゴリズムを用いることで回避効率は改善される。

- Step 1. 現在点 (State point) とゴール点を直線で結ぶ。この直線は障害物を通る。
- Step 2. 現在点から障害物に 2 本の接線をひき、それぞれの接点を point 1, point 2 とする。Step 1 で得た直線となす角度を α_1, α_2 とし、小さい方の角度を選び対応した接点にゴールに配置されていた点電荷 $-c^*$ を移す。Fig. 5 では $\alpha_1 < \alpha_2$ であるから、 $-c^*$

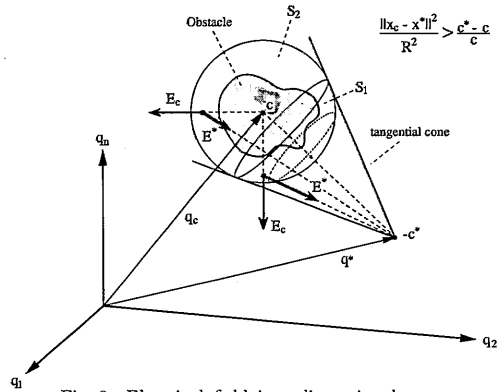


Fig. 2 Electrical field in n-dimensional space

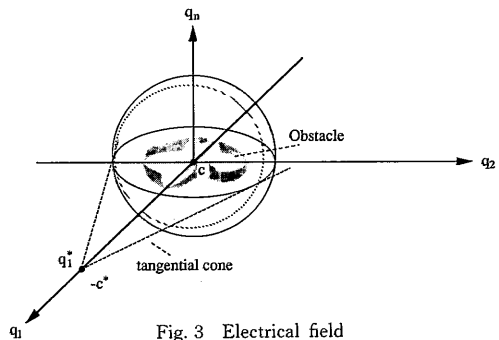


Fig. 3 Electrical field

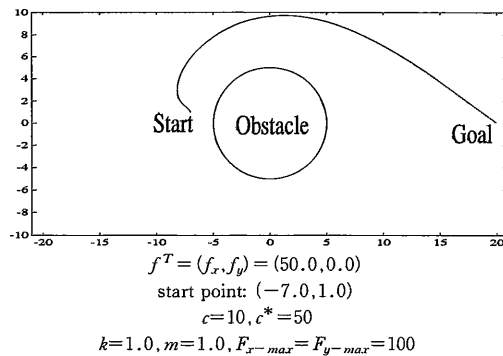


Fig. 4 Fixed charge method with disturbance

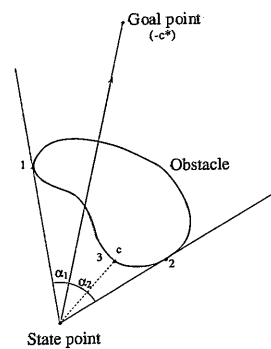


Fig. 5 Moving charge method

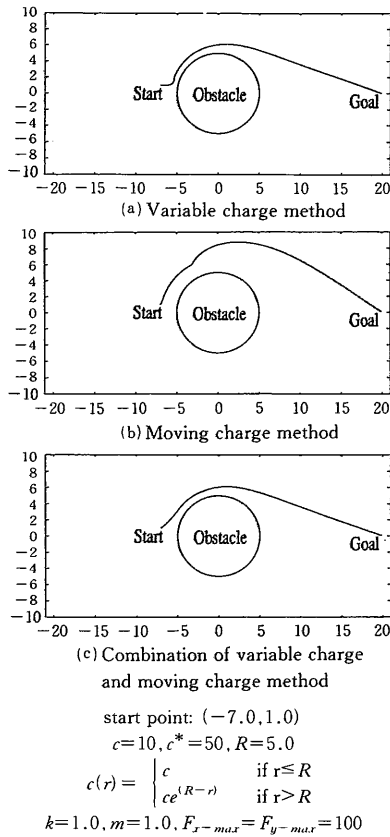


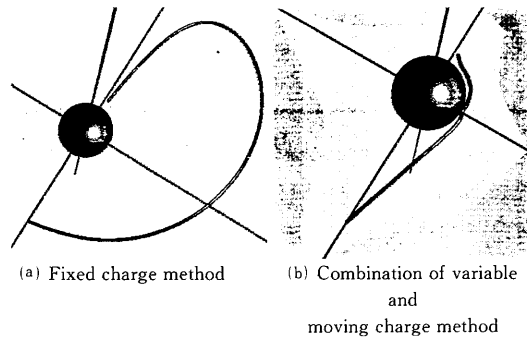
Fig. 6 Improved path in two dimensions without disturbance

は point 1 に移される。

- Step 3. 現在点から最も近い障害物の周上の点に点電荷 c を配置し point 3 とする。
- Step 4. 現在点が力線に沿って移動すると, point 1, point 2, point 3 も連続的に移動する。
- Step 5. 現在点とゴールを結ぶ直線が障害物を横切らなくなったら, 点電荷 $-c^*$ を元のゴールへ移す。(この場合, 現在点は力線に沿ってゴールへ到達する)。そうでない場合は Step 1 へ。

5.3 シミュレーション結果

Fig. 6 の(a)は可変電荷法, (b)は移動電荷法を用いた2次元空間におけるシミュレーション結果である。(c)は2つの方法を用いた結果である。回避効率は Fig. 4 に比べ明らかに改善されている。Fig. 7 に3次元空間における改善前と後のシミュレーション結果を示した。



start point: $x=-7.0, y=1.0, z=1.0$
 $c=10, c^*=50$
 $c(r) = \begin{cases} c & \text{if } r \leq R \\ ce^{-(R-r)} & \text{if } r > R \end{cases}$
 $k=1.0, m=1.0, F_{x-max} = F_{y-max} = 100$

Fig. 7 Three dimensional case without disturbance

6. おわりに

静電ポテンシャル場を用いた Path Planning Algorithm を提案し, 制御対象の速度ベクトルを Sliding Mode を用いて生成軌道に拘束させ有限時間内にゴールに到達することを実現した。今後は, マニピュレータによるシミュレーションの実施を考えている。しかし, コンフィギュレーション空間は狭く, また, 複雑であるために本論文で示した障害物の点電荷による近似は難しく, 分布電荷使用の必要があると考えられる。

ポテンシャル場の利用は, 現在さまざまな分野への応用が期待されている。本論文では Path Planning に応用し自然な回避結果が得られた。今後はポテンシャル場の他の分野への応用を進めていく予定である。

(1992年9月30日受理)

参考文献

- 1) Koditschek, D. E. "Exact Robot Navigation by Means of Potential Functions: Some Topological Considerations", Proceeding 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Rayleigh, 1987, pp. 1-6.
- 2) Noborio, H., Wazumi, S., Arimoto, S., "Implicit Approach for Robot Running on a Force Field without Generation of Local Minima", Preprints of the 11-th IFAC Congress, Tallin, USSR, 1990, pp. 85-90.
- 3) Utkin, V. I., "Sliding Modes and Their Applications in Variable Structure Systems", Mir-publisher, Moscow, 1978.
- 4) 橋本, 國井, 原島, Utkin "静電ポテンシャル法を用いた多自由度マニピュレータの障害物回避制御", 平成4年電気学会産業応用部門全国大会, No. 171. 1992.