

2 相サーボモータのシミュレーション

沢井 善三郎・原島 文雄

2 相サーボモータの制御特性は、それを駆動する増幅器の種類によって大きく変動し、それを簡単に予測することはむずかしい。ここでは、アナログ計算機によるシミュレーションによって、各種の駆動方式に対する 2 相サーボモータの制御特性を算定する方法についてその考え方といくつかの計算結果を示す。

1. はじめに

一般の小形サーボ機構においては、サーボモータとしては、2 相の誘導電動機、あるいは、直流電動機が主として用いられる。これは、両者とも使用範囲において垂下特性を示し、小形サーボ機構用操作器として好適なためである。このうち 2 相サーボモータは、軸受以外に摺動部をもたず、寿命、保守の点において直流サーボモータにまさり、効率の点で劣りながらも、数十 W 以下の出力容量において圧倒的に多く使用される。

2 相サーボモータの制御特性の計算においては、従来一般の誘導電動機と同様、回転磁界法、あるいは、交鎖磁界法により、主として、その定常特性であるトルク速度特性が論じられ¹⁾²⁾、その結果として、2 相サーボモータを近似的に伝達関数として表現する努力が行なわれてきた³⁾⁴⁾。しかしながら最近、交流サーボ機構において、チョップ、磁気増幅器、SCR などのスイッチ素子が多く用いられるようになり、新しい解析法が必要となってきた。すなわちスイッチ素子によって 2 相サーボモータを駆動した場合、駆動電圧が正弦波でないこと、あるいは駆動電源の出力インピーダンスが断続的变化をすることなどにより、従来の解析法による 2 相サーボモータの特性の計算は著しく困難なものとなった。また、2 相サーボモータの適用範囲がさらに精密なものに広がるにつれ、2 相サーボモータの特性をトルク速度曲線のみによって表すだけでは不十分となり、2 相サーボモータの微視的な起動特性や⁵⁾、定常状態における振動トルク⁶⁾についても、研究が行なわれるようになった。

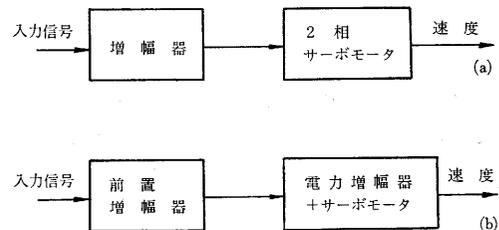
一方、スイッチ素子を用いた交流サーボ増幅器は、数多く開発されているが⁷⁾⁸⁾、それぞれの駆動法によって 2 相サーボモータの制御特性は大きく変化し、その制御特性を解析的な方法により予測することは困難である。このことが、2 相サーボモータを含む制御系の設計の際、あるいは新しい駆動法を開発する際の問題点となっている。

以下、本文においては、まず 2 相サーボモータを制御要素としてみた場合、および等価回路としてみた場合について考察を加え、次に、2 相サーボモータおよび駆動回路のアナログ計算機によるシミュレーションについて

検討を加え、電力増幅器とモータを合わせた制御特性を計算する方法について述べる。この方法を用いれば、比較的小形のアナログ計算機によって、各種の駆動方式に対して、2 相サーボモータの特性を、実用上じゅうぶんな精度において容易に計算できる。

2. 制御要素としてみた 2 相サーボモータ

2 相サーボモータを含むサーボ系を記述する際、2 相サーボモータが線形増幅器によって駆動される場合には、通常行なわれているように、増幅器と 2 相サーボモータを、おのおの別のブロックとして書き表わし、それを連続に接続することができる一図・1(a)。そして電力増幅器の種類による 2 相サーボモータの特性の変化は、電力増幅器の出力インピーダンスによるものと考え、それを考慮に入れる方法がとられている。しかしながら、SCR などのスイッチ素子によって駆動される場合のように、電力増幅器と 2 相サーボモータの相互干渉が大きく、駆動法により特性が著しく変化する場合には、電力増幅器とモータは別個に切離してその特性を論ずることはできず、合わせて一つの制御要素として考えるべきである。すなわち、図・1(b)に示すように、増幅器を前置

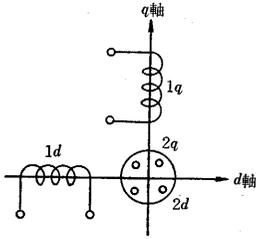


図・1 サーボ系の中におけるサーボモータの表示

増幅器と電力増幅器とに分け、後者は、モータと合わせて一つのブロックとして考える方が適当である。しかしながら、電力増幅器と 2 相サーボモータの相互干渉は複雑で、これらを一つのブロックとして考えたときの伝達特性を、解析的な方法によって求めることは困難である。

3. 2 相サーボモータの回路方程式と等価回路の簡単化

(1) 2 軸理論による回路方程式



図・2
2相サーボモータの巻線とd-q座標軸

対称な巻線をもつ2極の2相サーボモータについて考える(図・2). 電圧, 電流の関係を $e=Zi$ (e ; 電圧ベクトル, i ; 電流ベクトル, Z ; インピーダンスマトリクス) とすると, 一般の誘導電動機同様, Z は(1)式で示される⁹⁾.

$$Z = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1d & 1q & 2d & 2q \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1d \\ 1q \\ 2d \\ 2q \end{matrix} & \begin{bmatrix} r_1+L_1p & & Mp & \\ & r_1+L_1p & & Mp \\ Mp & M\theta & r_2+L_2p & L_2\theta \\ -M\theta & Mp & -L_2\theta & r_2+L_2p \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (1)$$

- r_1 ; 1次巻線抵抗 r_2 ; 2次巻線抵抗
- L_1 ; 1次巻線インダクタンス
- L_2 ; 2次巻線インダクタンス
- M ; 相互インダクタンス
- θ ; 回転子速度 p ; 微分記号

上記においては, 空間高調波, 磁気回路の非線形性および鉄損は無視している. 2相サーボモータにおいては2次励磁は行なわれないので, $e_{2d}=e_{2q}=0$ である. したがって, 全体の回路方程式は, (2)式ようになる.

$$\begin{pmatrix} e_{1d} \\ e_{1q} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = Z \cdot \begin{pmatrix} i_{1d} \\ i_{1q} \\ i_{2d} \\ i_{2q} \end{pmatrix} \quad (2)$$

上述のインピーダンスマトリクス Z を, $Z=R+Lp+G\theta$ と展開すると, モータの軸に発生するトルク T は, 次式で表わされる.

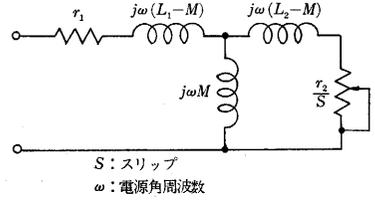
$$T = iG = M(i_{2d}i_{1q} - i_{2q}i_{1d})$$

$$G = \begin{matrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & M & & L_2 \\ -M & & & -L_2 & \end{matrix} \quad (3)$$

(2) 等価回路の簡単化とモータ定数の測定

2相サーボモータの正相分に対する等価回路を(1)式より導くと, 図・3のようになる. 図・3から(1)式を導くこともできるので, 2相サーボモータの回路定数を測定する場合, 正相分に対してのみ行なえばよい.

図・3の入力インピーダンス Z_{in} を求めると,



図・3 2相サーボモータの正相分に対する等価回路

$$Z_{in} = \left(r_1 + \frac{(\omega M)^2 \frac{1}{S}}{\left(\frac{1}{S}\right)^2 + \left(\frac{\omega L_2}{r_2}\right)^2} \right) + j\omega L_1 - \frac{(\omega M)^2 \frac{\omega L_2}{r_2}}{\left(\frac{1}{S}\right)^2 + \left(\frac{\omega L_2}{r_2}\right)^2} \quad (4)$$

図・3の回路には五つの定数があるにもかかわらず, (4)式のインピーダンスは, $r_1, \omega L_1, (\omega M)^2/r_2, \omega L_2/r_2$ の4個の定数によって決定される. すなわち, (4)式のインピーダンスを決定するためには, 図・3の五つの定数の中, 独立なものは四つだけしか選べないわけである. また, モータの軸に発生するトルクは, Z_{in} の実数部の第2項によって消費される電力を考えれば同期ワットとして表わされるので, 先に示した4個の定数が変わらないかぎり, 不変である. すなわち2相サーボモータの特性は, 4個の定数のみによって決定されるわけである.

次に, 等価回路の変換について考える. 等価回路の変換は, モータの回路方程式の座標変換に相当する. 回路方程式 $e=Zi$ において, 電流ベクトル i について(5)式の変換を行なう.

$$i = Ci' \quad (5)$$

$$C = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & & & & \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ & 1 \\ & & a \\ & & & a \end{matrix} & \end{matrix} \quad (6)$$

不変量として電力をとり変換を行なうと, 新しい座標系による回路方程式 $e'=Z'i'$ の各要素は, 次式で示される.

$$e' = e = \begin{pmatrix} e_{1d} \\ e_{1q} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad i' = \begin{pmatrix} i_{1d} \\ i_{1q} \\ i_{2d}/a \\ i_{2q}/a \end{pmatrix} \quad (7)$$

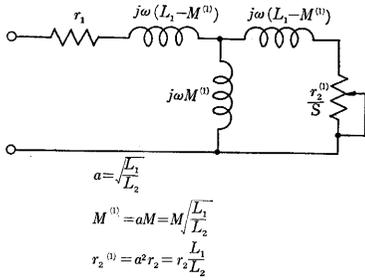
$$Z' = c'Zc$$

$$= \begin{matrix} & \begin{matrix} 1d & 1q & 2d & 2q \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1d \\ 1q \\ 2d \\ 2q \end{matrix} & \begin{bmatrix} r_1+L_1p & & aMp & \\ & r_1+L_1p & & aMp \\ aMp & aM\theta & a^2(r_2+L_2p) & a^2L_2\theta \\ -aM\theta & aMp & -a^2L_2\theta & a^2(r_2+L_2p) \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (8)$$

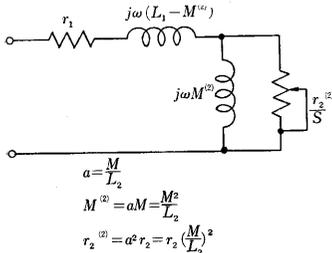
(7)式をみると、1次電圧、1次電流は変わっていないので、1次側からみた特性は、(5)式の変換によって変わらない。また、出力トルクも不変であり、次式で表わされる。

$$T = M(i_{2d}i_{1q} - i_{2q}i_{1d}) = aM(i'_{2d}i'_{1q} - i'_{2q}i'_{1d}) \quad (9)$$

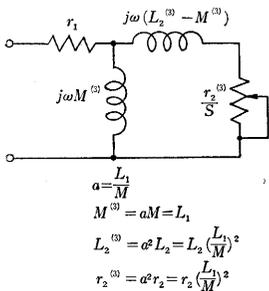
次に、 a を適当にとりモータ定数を四つに減らした等価回路のうち、典型的なものを図・4～図・6に示す。



図・4 1次、2次の leakage inductance を等しいとした場合の等価回路



図・5 2次の leakage inductance を零とした場合の等価回路



図・6 1次の leakage inductance を零とした場合の等価回路

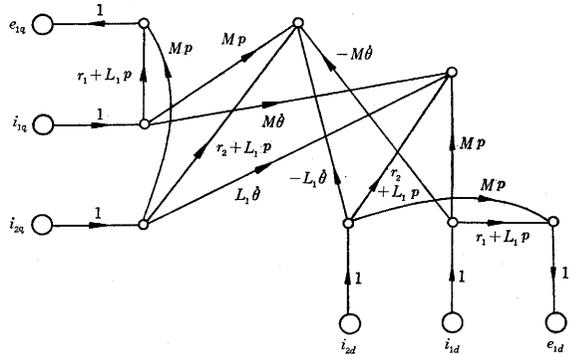
図・4～図・6の回路は、すべて図・3の回路と等価である。すなわち、2相サーボモータを使用者として外側からながめるかぎりにおいては、1次、2次の leakage inductance の比率を任意に選ぶことができ、その結果として得られた図・4～図・6に示されるような等価回路は、近似としてではなく、正確な等価回路として用いることができる。

4章以下に後述するシミュレーションにおいては、図4の等価回路を用いている。この等価回路を用いたときの四つのモータ定数の測定法は付録に記す。

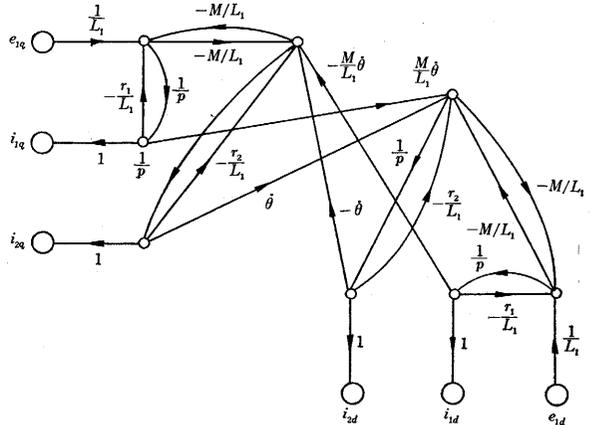
4. 2相サーボモータおよび駆動回路のシミュレーション

(1) Signal flow graph による2相サーボモータの表示

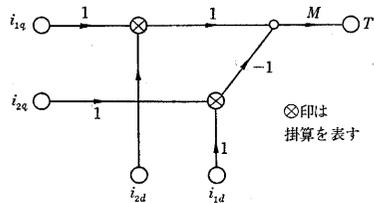
2相サーボモータの特性を計算するためには、(2)、(3)式を解けばよいわけである。アナログ計算機によって計算を行なう場合、(2)、(3)式をまず signal flow graph によって表わすのが取扱いのため便利である。(2)式を signal flow graph により表わすと図・7のようになる。



図・7 (2)式の signal flow graph による表示



図・8 2相サーボモータを表わす e→i のグラフ



図・9 モータの出力トルクの計算のためのグラフ

図・7は $i \rightarrow e$ のグラフであるので(3)式の計算を行なうことができない。そこで inversion rule¹⁰⁾ によって $e \rightarrow i$ のグラフを求める(図・8)。また、アナログ計算機

によってシミュレーションが可能になるように積分、加算、係数のみを用いる。

図・9にトルクの計算に必要な signal flow graph を示す。図・8、図・9によって、モータに任意の電圧を加えたときのモータの定常特性はすべて計算される。また、回転子の運動方程式と組合せることにより、起動特性などの時間瞬間の特性も計算される。

(2) 駆動回路を考慮に入れた signal flow graph の変形

前節で示した2相サーボモータの signal flow graph は電圧源によって駆動した場合のものであるので、励磁相にコンデンサを直列にそうした場合や、増幅器が出力インピーダンス(出力インピーダンスが時間的に変化する場合も含む)をもつ場合、あるいは、電流源によって駆動する場合などにおいては、グラフを変形しなければならない。以下、いくつかの実際に行なわれている駆動法について、グラフの変形法を示す。

i) 電力増幅器が一定の出力インピーダンスをもつ場合

増幅器の出力インピーダンス r_0 は、1d巻線に直列に入っているの、1d巻線のインピーダンス(r_1+L_1p)を($r_0+r_1+L_1p$)とおきかえればよい(図・10)。



図・10 電力増幅器が出力インピーダンス r_0 をもつ場合

ii) 励磁巻線に直列コンデンサを有する場合(図・11)

i) の場合と同様、1q巻線のインピーダンスを(r_1+L_1p+1/pC)におきかえることにより実現できる。

iii) 電力増幅器が定電流特性をもつ場合

この場合、トルクの計算に必要なので、 e_{1d} を計算する部分は省略してある(図・12)。

iv) 制御巻線に並列コンデンサを有する場合

電力増幅器の効率を上げるため、制御巻線に共振コンデンサを並列にそうした場合である(図・13)。増幅器の出力インピーダンス r_0 を考えると、グラフは図・13(b)のように変形される。

v) 電力増幅器の出力インピーダンスが一定でない場合(SCR 駆動について)

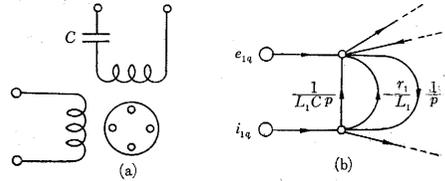
SCR は、on のときはインピーダンス零、off のときには無限大のスイッチと考えられるので、on、off の状態により、次のようにグラフを変更する。

SCR on ; 定電圧駆動

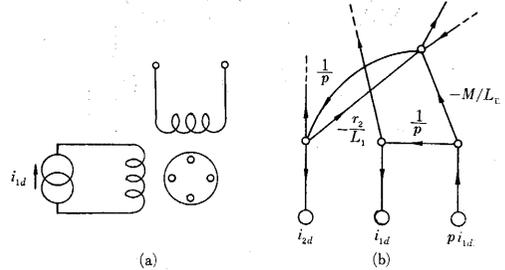
SCR off ; 定電流駆動 ($i_{1d} \equiv 0$)

off \rightarrow on ; 外部信号により変化させる。

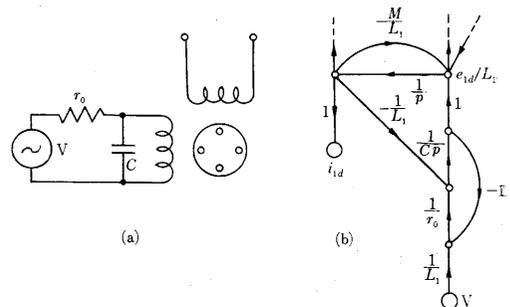
on \rightarrow off ; i_{1d} を検出して、 $i_{1d}=0$ となったとき変化させる。



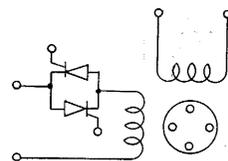
図・11 コンデンサ駆動の場合のグラフの変化



図・12 定電流特性を持つ増幅器による駆動の場合のグラフの変形



図・13 並列コンデンサを有する場合のグラフの変形



図・14 SCR 駆動

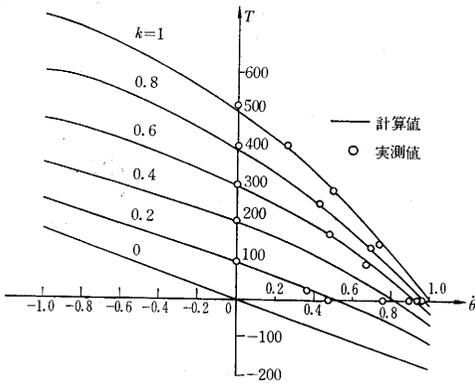
5. 計算結果と検討

5 W, 50 c/s の2相サーボモータについて、定数を測定し(付録参照)、インピーダンス零の2相正弦波電圧源により駆動した場合のトルク速度特性について、実測値と計算値を比較した後、各種の駆動法についての2相サーボモータの制御特性を計算し、検討した。

図・15にインピーダンス零の2相正弦波電圧により駆動した場合のトルク速度特性の実測値、および計算値を示す。実測値と計算値がよく一致していることは、本研究で用いた2相サーボモータのモデルと定数の測定方法によって実用上じゅうぶんな精度でモータの制御特性を計算することができることを示している。

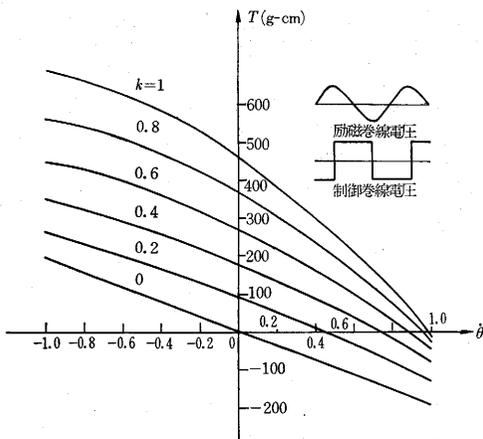
次に、実際に行なわれている各種の駆動法によって2

相サーボモータを駆動した場合の特性の計算結果を示す。図・16は、制御巻線に振幅変調された矩形波電圧が加わったときのトルク速度特性である。これを見ると、図・15の曲線と大差なく、矩形波電圧に含まれる高調波は、2相サーボモータの制御特性に大きな影響をもたないことがわかる。図・17は、2相電源を用いず、励磁巻線に直列コンデンサをそう入し、単相正弦波電圧源によって駆動した場合の特性である。この場合には、制御巻線の電源のインピーダンスが零であっても、モータの特性は劣化し、特に、 k が大きいところでの変化が大きいに注意しなければならない。図・18は、SCR 半波駆動の場合のトルク速度特性である。この駆動方法においては、点弧角によって制動係数の変化の大きいこと、トルク速度曲線が第1象限において一部交わっているなどの欠点がある。しかしながら、駆動回路が極めて簡単で、また半波駆動であるので、直流分が制御巻線に流れるにもかかわらず、比較的大きな軸出力を出し得ることは、注目すべきである。

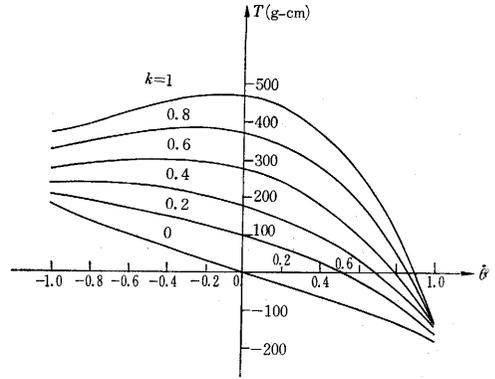


T : g-cm $\hat{\theta}$: normalized by Synchronous speed
 $k = V_C / V_R$
 V_C : 制御巻線電圧実効値
 V_R : 励磁巻線電圧実効値=100V (定格値)

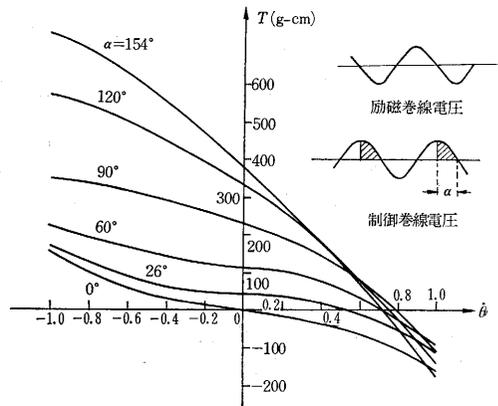
図・15 2相正弦波電圧源によって駆動された場合のトルク速度曲線



図・16 振幅変調された矩形波電圧源によって駆動された場合のトルク速度曲線



図・17 コンデンサ駆動の場合のトルク速度曲線



図・18 SCR 半波駆動の場合のトルク速度曲線

6. 結 び

以上、アナログ計算機によるシミュレーションによって電力増幅器と2相サーボモータを合わせた特性を計算する方法と、その計算例について述べた。ここではモータを、空間高調波、および磁気回路の非線形性などを無視して、ある程度理想的な電気機械として扱ってきたが、そのための誤差は、実用上許される範囲内にじゅうぶん納まると考えられる。

計算結果については、ここでは、トルク速度特性のみを示したが、4章で述べた方法によって、モータの起動時の過渡現象、あるいは回転時のトルク変動なども容易に計算できる。

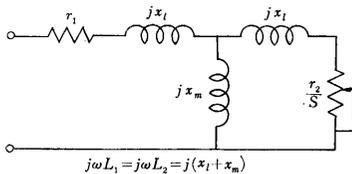
2相サーボモータを含むサーボ系の解析、および設計を行なう際には、モータの特性を、ここで示した方法によって求められるような数値としての特性では不十分で、数式として表わすことを必要とすることが多い。このためには、ここで得られた結果を利用して、適当な数式に近似する必要がある、その数式の形を決めることなども今後研究されなければならない。(1966年6月10日受理)

参考文献

- 1) R. J. W. KOOPMAN; AIEE Transaction, volume 68, p. 319~28 (1949)
- 2) 沼倉: 制御工学, 6, 10, p. 39~47 (1962)
- 3) LLOYD O BROWN, JR.; AIEE Transaction volume 70, p. 1890~93 (1951)
- 4) 伊藤: 電気学会雑誌, 80, 865, p. 1413~20, oct. (1960)
- 5) LAW SCHMITZ; Power Appar. and Systems volume 83, p. 584~88, June (1964)
- 6) 江尻: 計測自動制御学会論文集, 1, 1, p.63~74(1965)
- 7) 斎藤: 自動制御, 4, 7, p. 269~272 (1965)
- 8) 沢井, 原島, 里: 自動制御, 4, 7, p.273~276(1965)
- 9) W. J. GIBBS; [Electric Machine Analysis using Matrices] (1962)
- 10) LOUIS P. A. ROBICHAUD; [Signal Flow Graphs and Applications] (1962)
- 11) M. G. REKOFF; Control Engineering p. 79~80, Aug. (1963)

付録: 2相サーボモータの定数測定

2相サーボモータの正相分に対する等価回路は、本文で示し



付図・1 2相サーボモータの正相分等価回路

たように、付図・1のようになる。

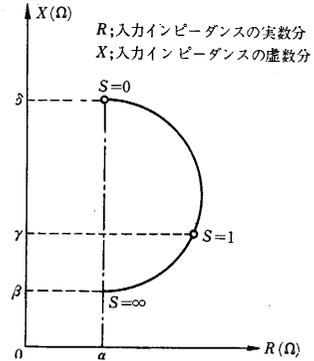
この回路において、すべり S を変化させて、入力電圧、入力電流を測定し、インピーダンスを計算し、図示すると、付図・2の円線図を得る。この円線図により、 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ の値をよみとる。 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ とモータ定数の関係は次式で与えられる。

$$r_1 = \alpha$$

$$x_m = \sqrt{r^2 - \delta^2}$$

$$x_1 = \delta - x_m$$

$$r_2 = \sqrt{\frac{x_m x_1 \delta - (r - x_1) \delta^2}{r - x_1 - x_m}}$$



付図・2 インピーダンス線図

本文において試料機として用いた 50 c/s, 5 W の 2 相サーボモータについて測定した結果、次の定数が得られた。

$$r_1 = 133 \Omega, x_1 = 58 \Omega, r_2 = 672 \Omega, x_m = 453 \Omega$$

東京大学生産技術研究所報告刊行予告

第 16 卷 第 4 号

岡本 舜三・田村重四郎・加藤 勝行・大多和道子 著

DYNAMIC BEHAVIOR OF EARTH DAM DURING EARTHQUAKES

地震時におけるアースダムの動的挙動

(英 文)

最近、土質工学の進歩と施工技术の発達によって、巨大なアースダムの建設が行なわれるようになり、アースダムの耐震性が重要な課題となってきた。従来の設計では震度法が使われているがダムの巨大化に伴い、さらに適切な耐震設計が望まれる。

筆者は岩手県山王大海ダムで、1963年以後、地震計を設置して、新潟地震を含めて26個の地震記録を得た。新潟地震の際には、ダム堤頂で最大 107 gal の加速を記録した。これらの記録よりダムの振動モード、固有周期等を求めた。また並行して行なった寒天モデルの振動実験結果を現地実測と比較することによって、模型試験がアースダムの動的挙動の研究に有力な武器であることが明らかになった。さらに地震記録より得られた諸数値を使って数値解析を行ない、高いダムへの拡張を試みた。内容目次は次のとおりである。

1. 緒 言
2. ダムサイトにおける地震の観測
3. 記録の解析とそれに関連ある研究
4. 考 察
 - A) 卓越振動の振動数
 - B) 卓越振動の振動形
 - C) 振動の増幅率
5. 結 論

(1966年10月発行予定)