

# 直流電動機電機子電流の速応制御

沢井善三郎・鄭炳漢

## 1. まえがき

サーボ，速度調整その他の目的にサイラトロンによって直流電動機を運転制御する方式がひろく用いられている。この方式は一般の工業施設で容易に利用できる交流電源から直接給電できること，制御電力が小さいこと等の長所を持つ反面，その制御特性が非線形であり，特に陽極電流（電機子電流）が点弧角だけではきまらず電機子逆起電力（したがって電動機速度）に非線形に依存するという欠点を持つため，制御要素としての取扱いに不便があった。サイラトロン-電動機の線形制御については実用的でかつ高精度な方法はほとんど発表されていない。

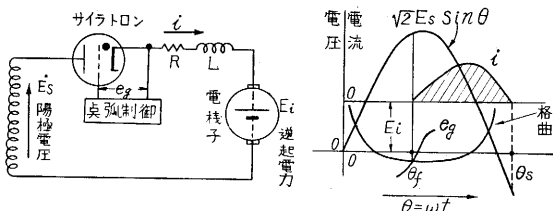
筆者らはアナログ積分器とトランジスタ・スイッチとを利用して，電機子電流の各周期ごとの平均値を検出しそれを負帰還する制御系を構成して電動機時定数に比し十分速応的に平均電流を制御する一方式を考案し，試作装置によって実験を行なった。これによって，サイラトロン-電動機を全体として近似線形要素として取り扱うことができるばかりでなく，線形トルク制御，尖頭負荷時の電流制限制御が容易に行なえる。以下，その概要について説明する。

## 2. サイラトロン-電動機の基本関係式

### (1) 陽極電流

回転している直流電動機の電機子は第1図(A)のように，抵抗  $R$ ，インダクタンス  $L$  および電機子逆起電力  $E_i$ （回転速度と界磁束の積に比例し電流を阻止する方向の極性を持つ）の直列回路で表される。同図(B)に示したように，格子電圧  $e_g$  が格子臨界曲線と交わる所でサイラトロンが点弧し次の微分方程式にしたがって陽極電流  $i$  が流れる。

$$L \frac{di}{dt} + Ri + E_i = \sqrt{2} E_s \sin \omega t, \quad \theta_f \leq \omega t \leq \theta_s, \quad (1)$$



(A) 等価回路

(B) サイラトロン突弧

第1図 直流電動機を負荷とするサイラトロン

ここで， $\theta_f$  は点弧角， $\theta_s$  は消弧角であり， $E_s$  は陽極交流電圧 (rms) である。(1)の解は

$$i = \frac{\sqrt{2} E_s}{R} [\cos \varphi \sin(\omega t - \varphi) - a + \{a - \cos \varphi \sin(\theta_f - \varphi)\} e^{-(\omega t - \theta_f)/\tan \varphi}]$$

$$\text{ただし } \varphi \equiv \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}, \quad a \equiv \frac{E_i}{\sqrt{2} E_s}, \quad (2)$$

である。消弧角  $\theta_s$  は， $\omega t = \theta_s$  で  $i = 0$  であることから，

$$\begin{aligned} \{a - \cos \varphi \sin(\theta_s - \varphi)\} e^{\theta_s/\tan \varphi} \\ = \{a - \cos \varphi \sin(\theta_f - \varphi)\} e^{\theta_f/\tan \varphi}, \end{aligned} \quad (3)$$

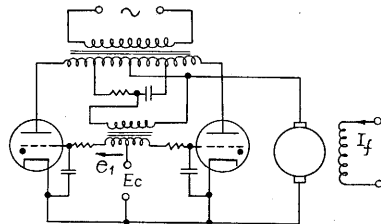
によりきまるが，これを陽表的に求めることはできない。次に陽極電流の時間平均値は(1)から，

$$\begin{aligned} I_{dc} &= \frac{1}{\pi} \int_{\theta_f}^{\theta_s} i d(\omega t) = \frac{1}{\pi R} \int_{\theta_f}^{\theta_s} (\sqrt{2} E_s \sin \omega t - E_i \\ &\quad - L \frac{di}{dt}) d(\omega t) \\ &= \frac{\sqrt{2} E_s}{\pi R} \{ \cos \theta_f - \cos \theta_s - a(\theta_s - \theta_f) \} \end{aligned} \quad (4)$$

が得られる。

### (2) 電流増幅率

電機子逆起電力  $E_i$  (または  $a$ ) をパラメータとするサイラトロンの電流増幅率を求める。これは後の4章での説明で重要な変数である。サイラトロンの格子制御は第2



第2図 交直重畳制御

図に示したように，陽極交流電圧より  $90^\circ$  位相のおくれた交流バイアス  $e_i$  を与えておき，これに重ねて加えられる直流制御電圧  $E_c$  により点弧制御する，いわゆる交直重畳制御法により行なった。サイラトロンの臨界格子電圧を零に仮定すれば，点弧角  $\theta_f$  は，

$$E_c - \sqrt{2} E_1 \cos \theta_f = 0 \quad (5)$$

できる。ここで， $E_1$  は交流バイアス電圧 (rms) である。(5)から，

$$\frac{d\theta_f}{dE_c} = -\frac{1}{\sqrt{2} E_1 \sin \theta_f} \quad (6)$$

が得られる。次に(4)から  $\partial I_{dc} / \partial \theta_f \Big|_{E_i = \text{const}}$  を求め

ると、

$$\frac{\partial I_{dc}}{\partial \theta_f} \Big|_{E_i} = \frac{\sqrt{2} E_s}{\pi R} \left\{ a - \sin \theta_f + \frac{\partial \theta_s}{\partial \theta_f} \Big|_{E_i} \cdot (\sin \theta_s - a) \right\} \quad (7)$$

を得る。(7)中の  $\frac{\partial \theta_s}{\partial \theta_f} \Big|_{E_i}$  を求めるには  $i(\omega t = \theta_s) = 0$  と、

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial \theta_f} \Big|_{E_i} = - \frac{\partial i(\theta_s)}{\partial \theta_f} \Big|_{E_i, \theta_s} / \frac{\partial i(\theta_s)}{\partial \theta_s} \Big|_{E_i, \theta_f} \quad (8)$$

との関係を利用する(付録参照)。結果だけをあげると、

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial \theta_f} \Big|_{E_i} = - \frac{(a - \sin \theta_f) e^{-\tau}}{\sin \theta_s - a}, \quad \tau \equiv \frac{\theta_s - \theta_f}{\tan \varphi} \quad (9)$$

(9)を(7)に代入した結果と(6)とから、求める増幅率は

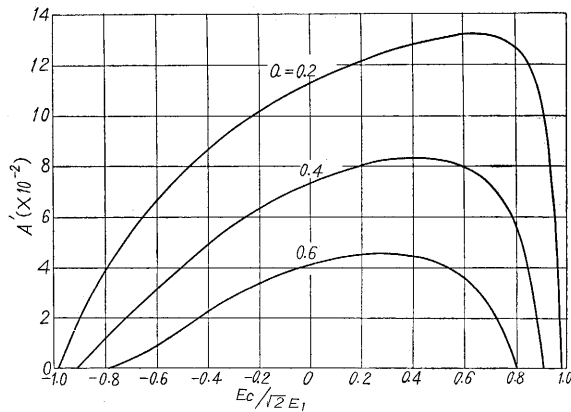
$$A = \frac{\partial I_{dc}}{\partial E_c} \Big|_{E_i} = \frac{E_s}{\pi R E_i \sin \theta_f} (\sin \theta_f - a) (1 - e^{-\tau}) \quad (10)$$

で表わされる。あるいは入出力を正規化して、

$$A' = \frac{\partial (I_{dc} R / \sqrt{2} E_s)}{\partial (E_c / \sqrt{2} E_i)} = \frac{1}{\pi} \left( 1 - \frac{a}{\sin \theta_f} \right) (1 - e^{-\tau}) \quad (11)$$

で表わせば一般化される。

実験に用いた直流電動機(200W)の電機子回路の各定数を測定し、(11)を計算した結果を第3図に示す。

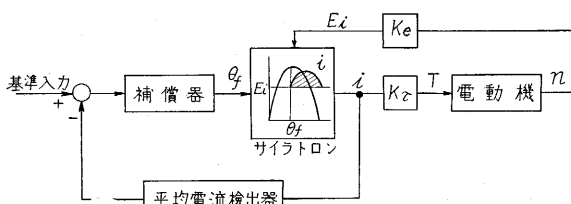


第3図 サイラトロン電流増幅率

### 3. 制御系の構成と各部の説明

#### (1) 制御系の構成

先に述べたように、本制御系は電機子電流の各周期ごとの平均値を検出し、これを基準入力と比較してその偏差を無くするように動作する。したがってその基本構成は第4図のようになる。平均電流  $I_{dc}$  は(4)が示すように点弧角  $\theta_f$  と電機子逆起電力  $E_i$  によってきまるが、 $E_i$  の変化に比べて制御ループ十分速く訂正動作を行な



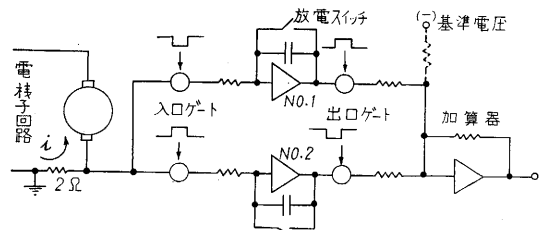
第4図 制御系のブロック線図

うので、結局  $E_i$  には無関係に平均電流が設定されることになる。

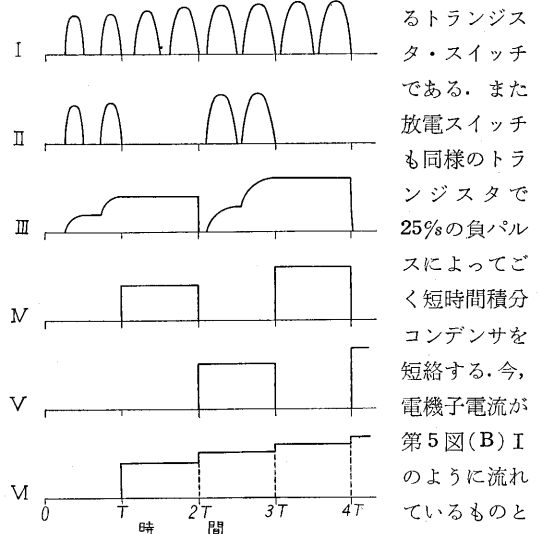
次に述べるように、平均電流検出には時間おくれを少なくし精度を高めるために特殊な方式を採用した。そのため補償器も連続線形要素(たとえばPID調節器やRC回路網)を用いず、むだ時間要素で構成した。

#### (2) 平均電流検出器

不連続に流れる電機子電流の各周期ごとの平均値を正確にかつ制御の目的に適した形で検出するために、アナログ積分器とトランジスタ・スイッチとを利用して良好な結果を得た。第5図(A)がその回路である。同図で入口ゲート、出口ゲートは25%の矩形波によって開閉す



(A) 平均電流検出器



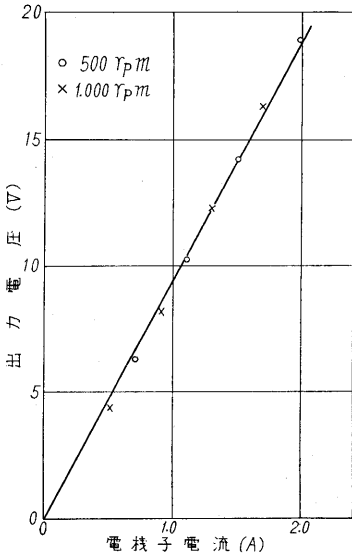
(B) 検出原理

第5図 平均電流検出

るトランジスタ・スイッチである。また放電スイッチも同様のトランジスタで25%の負パルスによってごく短時間積分コンデンサを短絡する。今、電機子電流が第5図(B) I のように流れているもの

とすれば、電機子回路に挿入された抵抗(2Ω)の両端に生じる電圧降下は、0~T秒の間はたとえばNo.1の積分器の入口ゲートを通過して積分される(II, III)。次の周期(T~2T秒)にはNo.1の入口ゲートは閉じられるので積分器の出力はそのまま保持される。他方、この期間はNo.1の出口ゲートが開かれているので、保持されている出力電圧は次段の加算器の入力端子に加えられる(IV)。t=2T秒の直前に放電スイッチが働き、コンデンサを短絡して積分器出力を零にもどし次の周期(2T~3T秒)での積分に備える。No.2積分器の各部は

T 秒だけずれて上とまったく同様に動作するので (V), 加算器出力には電機子電流の各周期ごとの平均値に比例した電圧があらわれる (VI). 積分の周期を  $T=0.02$  秒 (電流パルス 2 個に相当する) に選んだのは, 両波整流用の 2 個のサイラトンの特性の不平衡の影響を避けるためである. この検出方式では, ある周期の平均値が次の周期に階段状電圧として得られるので, ちょうど一周期のむだ時間が含まれると考えられる. この特長が次節に説明するような補償器を要求することになる.



第 6 図 平均電流検出器の特性

第 6 図は電動機速度 500 rpm および 1,000 rpm での平均電流検出器の特性の実測結果である. 電機子電流および電動機速度の変化に対して約  $\pm 2\%$  のばらつきが見られるがわれわれの目的には十分な精度である. アナログ積分器の演算増幅器は直結高利得増幅器でゲインは約 60 db,

周波数帯域は 0 から 5 kc までである. 積分コンデンサにはいわゆるスチコンを使用し, ろうえい, 吸収にもづく誤差をできるだけ小さくしている. 直流増幅器のもっとも厄介な問題であるドリフトは, 積分コンデンサが各周期ごとに短絡されるため余り問題にならない. アナログ積分器固有の演算誤差よりも, 第 5 図 (A) の出入口ゲートおよび放電スイッチに用いているトランジスタ (OC76, 松下電器) のスイッチング特性による誤差の方が重要である. すなわちトランジスタ・スイッチは on-状態でもエミッター-コレクタ間に残留電圧が残り, また off-状態でも遮断電流が流れ, これが誤差となって検出器出力にあらわれる. 実験に使用したトランジスタでは, いわゆる

逆接続で用いた場合, 残留電圧約 20 mV, 遮断電流約  $2\mu A$  で, これらによる検出誤差は最大 5% と計算される.

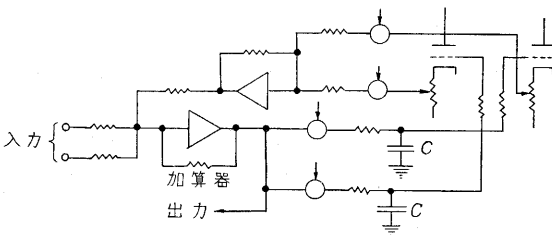
(3) 補償器

補償器は次章で述べる制御系動作原理にもとづいてシenseサイズされたもので, 第 7 図のような回路から成っている. ここでの入力基準入力と平均電流検出器出力との差, つまり系の偏差であり, 出力はサイラトンの格子制御電圧である. 第 7 図から分かるように補償器はそれ自身正の帰還ループをなしており, その途中にコンデンサと平均電流検出器と同様のゲートとから成るむだ時間要素を持っている. 補償器の出力はゲートの閉開により交互に 2 個のコンデンサに貯えられ, 一周期後に交互に取り出されて正帰還される. この帰還ループの一巡ゲインは正確に 1 に調整されているので, 補償器は一周期ごとに新しい入力を過去の出力に加え合わせていくことになる. これはちょうど連続制御系の積分動作に相当する. この補償器の特性の優劣をきめる最大の要因はループ・ゲインがいかに正確に 1 に調整されているかということである. 実験結果によれば, 全動作範囲でのループ・ゲインの変動は約  $\pm 2\%$  である.

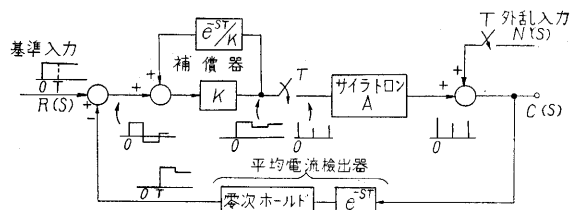
4. 制御系の動作原理

(1) 本制御系の特長

電動機電機子を負荷とするサイラトンの動特性は, 陽極交流周波数に近い周波数領域では線形連続要素として取り扱うことはできない. サイラトンが一度点弧し次の周期に再び点弧するまでの格子制御電圧の変化は出力に影響しないことから, むしろサンプリング作用を持つ非線形要素と考えられる. その上, われわれの場合平均電流を一周期間ホールドされた階段状電圧の形で検出しているため, 基準入力がステップ関数であるかまたはその変化がゆるやかである場合には, サンプル値制御系の近似モデルによって系を解析することができる. ただ注意すべきことは, 電機子逆起電力 (したがって, 電動機速度) が変化すると, それが外乱入力となって制御量 (平均電機子電流) に直接影響するばかりでなく, 2 章 (2) で明らかにしたようにサイラトンの電流増幅率 A が変ることである. 理論計算および実験の結果によれば電動機速度変化 500 rpm  $\rightarrow$  1,500 rpm に対して, 電流増幅率は約 1/3 に減少する. 系の動特性の厳密な解析はわれ



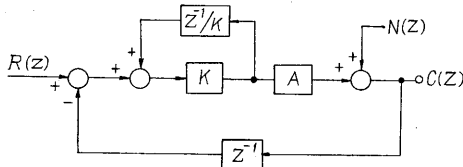
第 7 図 補償器



第 8 図 サンプル値制御系の近似モデル

われの目的ではないので、シンセシスの一応の目安として系の特性を概評するために、電流増幅率は一定と考えて電動機速度 500 rpm, 1,000 rpm および 1,500 rpm の各レベルについて解析する。

上の仮定にもとづいて、基準入力および外乱について第 8 図のような近似モデル系を考えることができる。各入力は  $t=0$  すなわち第 1 回のサンプリングの瞬間に始まるものとする。またここでは制御量である平均電機子電流は仮定のイムパルス列で代表されている。第 8 図において  $e^{sT}=Z$  でおきかえれば、第 9 図のような Z-変換<sup>2)</sup>された形で表わされる。



第 9 図 Z-変換した近似モデル系

(2) 基準入力に対する応答

単位ステップ関数の基準入力に対する応答を求める。入力関数を Z-変換で表わせば、

$$R(Z) = \frac{Z}{Z-1} \tag{12}$$

であり、系の閉ループパルス伝達関数は

$$\frac{C(Z)}{R(Z)} = \frac{AKZ}{Z-1+AK} \tag{13}$$

であるから、出力は

$$C(Z) = \frac{AKZ^2}{(Z-1+AK)(Z-1)} \tag{14}$$

になる。出力の定常値は、いわゆる最終応答定理から、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} C(t) = \lim_{Z \rightarrow 1} [(Z-1)C(Z)] = 1 \tag{15}$$

であるから、出力が発散しない限り、(少なくとも理論的には) 定常偏差は零である。出力の時間応答は、

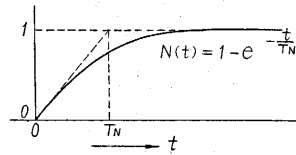
$$C(nT) = 1 - (1-AK)^{n+1} \tag{16}$$

である。これから明らかなように、 $|1-AK| < 1$ 。いいかえれば  $0 < AK < 2$  であれば系は安定で収斂し、AK が 1 に近いほど定常値への収斂は速くなる。前にも述べたように、A は電動機速度によって変化する訳であるが、電動機速度 1,000 rpm の時  $AK=1$  になるように調整しておけば、応答の整定時間は 1,000 rpm の時零、500 rpm および 1,500 rpm では  $3T$  ( $T=0.02$  秒) になる。また最大行過ぎ量は、1,000 rpm の時零、500 rpm の時は 50%、1,500 rpm の時は行過ぎは無いが逆に時間おくれを持つ。

(3) 外乱入力に対する応答

本制御系では電機子逆起電力(または電動機速度)の変化を外

乱として考えている。サンプル値制御系モデルのサンプリング周期 (=0.02 秒) に比べて電動機の機械的時定数は大きいので、普通電動機速度の変化は比較的ゆるやか



第 10 図 外乱入力関数

である。したがって、ここでは外乱入力として第 10 図に示した時定数  $T_N$  ( $\gg 0.02$  秒) の指数関数を考える。この Laplace 変換および Z-変換はそれぞれ、

$$N(S) = \frac{1}{S(1+T_N S)} \tag{17}$$

$$N(Z) = \frac{Z(1-e^{-T/T_N})}{(Z-1)(Z-e^{-T/T_N})} \tag{18}$$

である。一方、外乱入力から出力応答へのパルス伝達関数は

$$\frac{C(Z)}{N(Z)} = \frac{Z-1}{Z-1+AK} \tag{19}$$

であるから出力応答は、

$$C(Z) = \frac{Z(1-e^{-T/T_N})}{(Z-1+AK)(Z-e^{-T/T_N})} \tag{20}$$

になる。前節と同様に定常値として

$$\lim_{t \rightarrow \infty} C(t) = 0 \tag{21}$$

を得るから、やはり定常偏差は零である。(20)から時間応答は

$$C(nT) = \frac{(1-e^{-T/T_N})}{(1-AK-e^{-T/T_N})} \{ (1-AK)^n - (e^{-T/T_N})^n \} \tag{22}$$

になる。 $T_N=0.3$  秒として AK が 1.5, 1.0 および 0.5 の場合(それぞれ電動機速度 500 rpm, 1,000 rpm および 1,500 rpm の場合にあたる)について  $C(nT)$  を計算した結果を第 1 表に示す。数値はすべて第 10 図の外乱入力の定常値を 100% として表わしたものである。第 1 表から明らかなように、帰還制御を行わない場合に比べて電動機速度変化の影響は過渡状態で最大 10%、普通は約 5% に減少され、また定常状態では全然影響しない。

5. 試作装置による実験結果

(1) 静特性

前章での解析から知られるように、本制御系の最適応答を得るためには二つのゲイン調整、すなわち補償器のループ・ゲインを厳密に 1 に調整することと主ループ・

第 1 表 外乱入力に対する時間応答

AK (rpm)	経過時間	0	T	2T	3T	4T	5T	6T	7T	8T
1.5 (500)	%	0	6.50	2.82	4.27	3.18	3.38	2.96	2.87	2.63
1.0 (1,000)	%	0	6.50	6.08	5.70	5.34	4.96	4.65	4.35	4.06
0.5 (1,500)	%	0	6.50	9.36	10.4	10.5	10.2	9.79	9.27	8.72

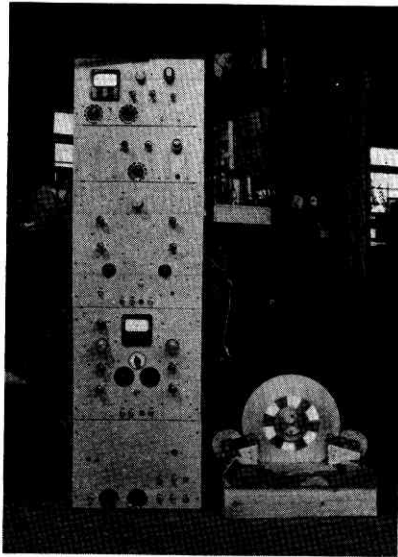
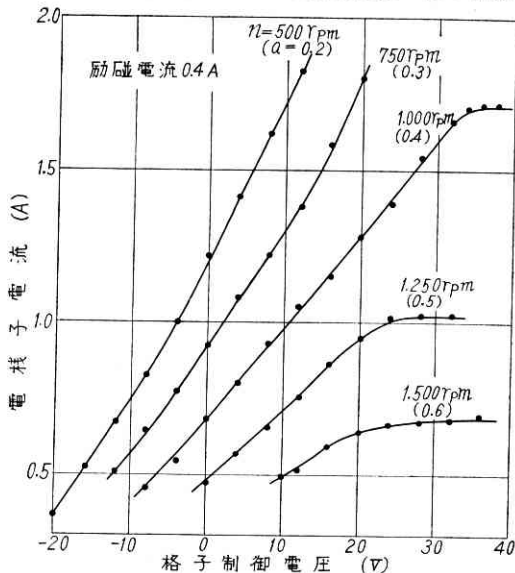


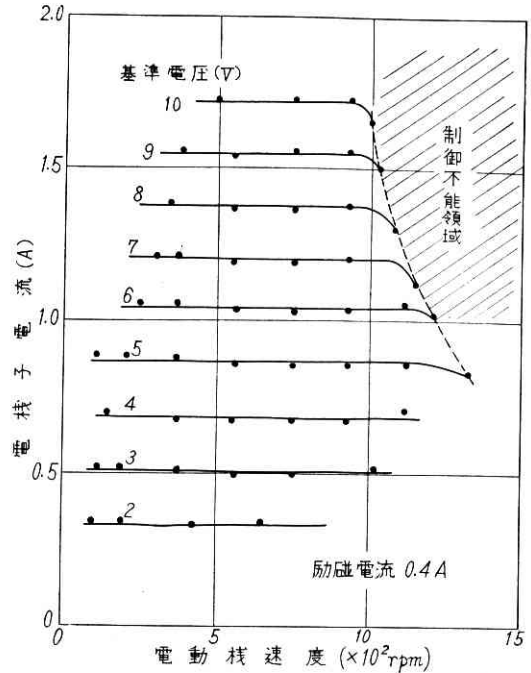
写真 1 試作装置の外観

ゲインを電動機速度の全運転範囲のほぼ中位(1,000rpm)でできるだけ1に近くなるように調整することが要求される。前者の調整は比較的容易であるが、後者は各要素が多段に接続され、しかも非線形であるため正確な調整は困難である。しかし幸いなことに、この調整の正確さはそれほど敏感に影響しないので、おおよそのところで十分である。基準入力を与えるには、第5図(A)中の点線のように加算器に別の入力端子を付加して負電圧を加えればよく、その電圧値が平均電流の目標値になる(この電圧を基準電圧と呼ぶことにする)。

第 11 図は直流電動機電機子を負荷とするサイラトロン(C3J×2)の制御特性、つまり帰還制御を行わない場合の特性の実測結果である。電動機速度一定の電機子



第 11 図 サイラトロンの制御特性



第 12 図 電機子電流制御系の静特性

電流-格子制御電圧曲線の勾配は (10) で定義した電流増幅率であり、第 3 図の計算結果と大体一致している。

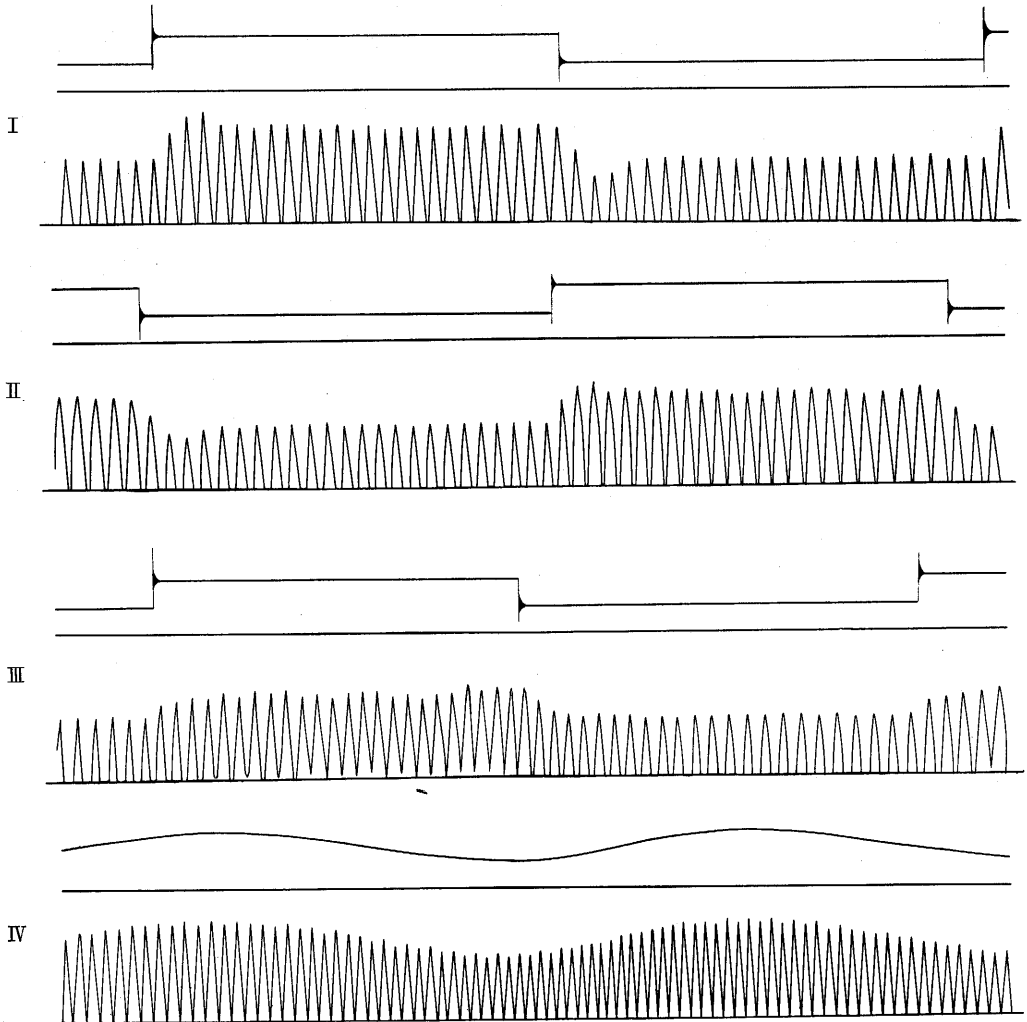
このサイラトロン-電動機に本制御装置によって帰還制御を行なった場合の静特性を実測して第 12 図の結果を得た。同図右方の制御不能領域とは、この実験でのサイラトロン陽極交流電圧値 (150V) では、カバーできない運転範囲である。同図から分かるように、基準電圧を一定に保持した場合、電動機速度変化250rpm~1,000rpmに対する電機子電流の変動は約3%である。また各速度での基準電圧変化に対する電機子電流変化の直線性もほぼ良好である。静特性の良否をきめる主な要因は、平均電流検出器の精度と補償器のループ・ゲインの調整の正確さである。平均電流検出器はフィードバック要素であるのでその精度はそのまま制御系の精度になる。また補償器のループ・ゲインが正確に1に調整されていないことは、まちがった制御動作を行なうことになる。たとえば第 9 図において補償器ループのフィードバック伝達関数が  $Z^{-1}/K$  ではなくて  $Z^{-1}/K'$  ( $K' \neq K$ ) である場合には、ステップ入力に対する応答は(15)の代りに、

$$C(Z) = \frac{AKZ^2}{(Z - \frac{K}{K'} + KA)(Z-1)} \quad (23)$$

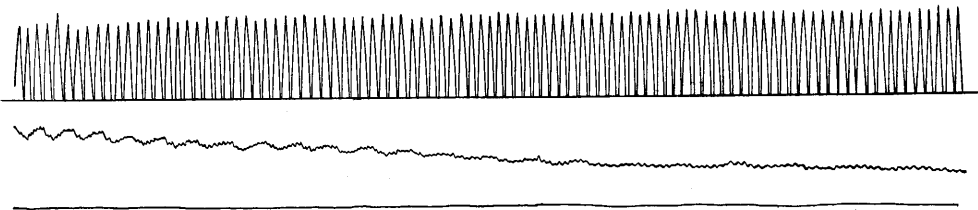
になり、その定常値は

$$\lim_{t \rightarrow \infty} C(t) = \frac{1}{1 + \frac{1-(K/K')}{AK}} \quad (24)$$

である。つまり定常偏差は零にはならない。特に  $AK$  の小さい所(電動機速度の高い所)では、この補償器のル



第 13 図 基準入力に対する過渡応答 (上: 基準電圧, 下: 電機子電流)



第 14 図 外乱入力に対する過渡応答 (上: 電機子電流, 下: 直流速度発電機出力電圧)

ープ・ゲイン調整の不備の影響は大きい。

(2) 動特性

本制御系の過渡応答をオシログラフによって調べ、4章での近似モデルによる解析の結果と大体一致することを確認した。

第 13 図 I, II および III はステップ波形の基準電圧に対する電機子電流の過渡応答のオシログラムであり、同図 IV は正弦波形の基準電圧に対する過渡応答オシログラ

ムである。I は電動機速度 500 rpm の場合で、かなりの行過ぎが見られ、II は 800 rpm の場合で、なおいくらかの行過ぎがあり、III は 1,200 rpm の場合で行過ぎは無いが時間おくれを示している。いずれの場合にも  $2T \sim 3T$  の時間で整定している。III の場合は電機子電流は連続通電の状態にあり、過渡状態の終り頃に電流パルスに乱れが見られる。この確定的な原因はまだ分かっていない。

第 14 図は基準電圧を一定に保持して電動機速度を

1,000rpm→250rpm に変えた場合の応答, つまり外乱に対する応答を示したものである. 最初電動機速度変化の起こった直後の 2, 3 パルスに動揺が見られるが, 以後はほとんど影響を受けていない.

6. むすび

以上, サイラトロンによって供給される直流電動機電機子電流の速応制御の一方式について述べた. その特長を要約すれば,

(1) 平均電流を検出する手段として, 時間おくれをできるだけ小さくするために, 普通用いられる低域フィルタによる平均化を行わず, アナログ積分器とトランジスタ・スイッチによって一周期ごとに積分する方法をと

った.

(2) このような特殊な平均電流検出法とサイラトロン固有の性質とから, 制御系をサンプル値制御系の近似モデルによって解析し, 補償器をシンセサイズした.

(3) 制御系の静特性と動特性を実測した結果, 近似モデルによる解析の結果と大体一致し, それは所期の目的を一応満足させるものであった.

(4) しかし高利得直流増幅器を使用するため, 電源の安定化, 保守等の点で多少の不便がある. また電機子電流の平均値が大きく連続通電となる場合に, 電流パルスに多少の乱れが生じる.

(1959. 10. 31)

< 付 録 >  $\partial\theta_s/\partial\theta_f/E_i$  の求め方

$\omega t = \theta_s$  で  $i = 0$  であるから,

$$i(\theta_s) = \frac{\sqrt{2}E_s}{R} \left[ \cos\varphi \sin(\theta_s - \varphi) - a - \{ \cos\varphi \sin(\theta_f - \varphi) - a \} e^{-\frac{\theta_s - \theta_f}{\tan\varphi}} \right] = 0 \tag{25}$$

まず  $\partial i(\theta_s)/\partial\theta_f|_{a, \theta_s}$  を求める. (25) から,

$$\begin{aligned} \frac{\partial i(\theta_s)}{\partial\theta_f} \Big|_{a, \theta_s} &= \frac{\sqrt{2}E_s}{R} \left[ -\cos\varphi \cos(\theta_f - \varphi) e^{-\frac{\theta_s - \theta_f}{\tan\varphi}} - \{ \cos\varphi \sin(\theta_f - \varphi) - a \} \left( \frac{1}{\tan\varphi} \right) e^{-\frac{\theta_s - \theta_f}{\tan\varphi}} \right] \\ &= \frac{\sqrt{2}E_s}{R} e^{-\tau} \cdot \frac{1}{\tan\varphi} [ a - \{ \cos\varphi \sin(\theta_f - \varphi) + \sin\varphi \cos(\theta_f - \varphi) \} ] = \frac{\sqrt{2}E_s}{R} e^{-\tau} \frac{1}{\tan\varphi} (a - \sin\theta_f) \end{aligned} \tag{26}$$

次に  $\partial i(\theta_s)/\partial\theta_s|_{a, \theta_f}$  を求めると,

$$\begin{aligned} \frac{\partial i(\theta_s)}{\partial\theta_s} \Big|_{a, \theta_f} &= \frac{\sqrt{2}E_s}{R} \left[ \cos\varphi \cos(\theta_s - \varphi) - \{ \cos\varphi \sin(\theta_f - \varphi) - a \} \left( -\frac{1}{\tan\varphi} \right) e^{-\frac{\theta_s - \theta_f}{\tan\varphi}} \right] \\ &= \frac{\sqrt{2}E_s}{R} \frac{1}{\tan\varphi} \left[ e^{-\frac{\theta_s - \theta_f}{\tan\varphi}} \{ \cos\varphi \sin(\theta_f - \varphi) - a \} + \sin\varphi \cos(\theta_s - \varphi) \right] \end{aligned} \tag{27}$$

一方, (25) から

$$e^{-\frac{\theta_s - \theta_f}{\tan\varphi}} \{ \cos\varphi \sin(\theta_f - \varphi) - a \} = \cos\varphi \sin(\theta_s - \varphi) - a \tag{28}$$

の関係があるから, これを (27) の括弧の中に代入して,

$$\frac{\partial i(\theta_s)}{\partial\theta_s} \Big|_{a, \theta_f} = \frac{\sqrt{2}E_s}{R} \frac{1}{\tan\varphi} [ \sin\varphi \cos(\theta_s - \varphi) + \cos\varphi \sin(\theta_s - \varphi) - a ] = \frac{\sqrt{2}E_s}{R} \frac{1}{\tan\varphi} (\sin\theta_s - a) \tag{29}$$

が得られる. (26) と (29) を (8) に代入すれば (9) が得られる. すなわち,

$$\frac{\partial\theta_s}{\partial\theta_f} \Big|_{E_i} = -\frac{\partial i(\theta_s)/\partial\theta_f|_{E_i, \theta_s}}{\partial i(\theta_s)/\partial\theta_s|_{E_i, \theta_f}} = -\frac{(a - \sin\theta_f)}{\sin\theta_s - a} e^{-\tau}$$

文 献

- (1) G. G. E. Low : Electronic Engng., Vol. 30, No. 30, p. 715~716.
- (2) E. I. Jury: Sampled Data Control Systems, John Wiley & Sons, Inc., 1958.
- (3) 沢井, 鄭: 第 2 回自動制御連合講演会論文抄録集, 247 (1959 年 11 月)

表紙写真

桑名市西方上空約 4,200 m から赤外線写真で撮影したもので河川の薄い色調の部分は濁りがはなはだしいことを示している. 長良川(手前), 木曾川(中央薄色), 鍋田川(木曾川支流)に各数箇所堤防決壊がみえる. 本文“伊勢湾台風によせて”を併読されたい.

次 号 予 告 (2 月号)

特 集 —イオン交換樹脂の展望—

イオン交換発展の歴史	山辺 武郎
単位操作としてのイオン交換	山本 寛
無機化学工業とイオン交換樹脂	山辺 武郎
原子力工業とイオン交換樹脂	山本 寛
イオン交換樹脂と分析化学への応用	武藤 義一
陽イオン交換体としてのアルギン酸	高橋 武雄 江村 悟