



「非整数階の微分方程式」

山本 昌宏 (数理科学研究科 教授)

関数を微分する回数は 1, 2, 3, ... 回という具合に自然数であるし、積分は微分の逆演算なので積分を -1 回の微分と考えるとしても、微積分に現れる回数はせいぜい整数であると思える。しかし不均質な媒質中の汚染物質の拡散現象などをよりよくモデル化しようとするとき、時間微分の階数 α が自然数ではなく、0 と 1 の間にあるような非整数階拡散方程式が現れる： $D_t^\alpha u(x, t) = \Delta u(x, t)$ 、ここで Δ はラプラス作用素である。

非整数階の微分の研究はライプニッツまでさかのぼる。また、5 次以上の代数方程式の解を求める解の公式は存在しないことを証明した薄倅の数学者アーベルによる研究もある。すなわち、重力のもとで質点がある曲線上を摩擦の影響なしに滑って最低点まで達する時間が出発点によらず一定である曲線を等時曲線とよぶが、これを一般化して、質点が最低点まで到達する時間が出発点の高さの関数

(定数関数とは限らず) で与えられているとして、そのような曲線を求める問題を考え、アーベルはそのような曲線は $\frac{1}{2}$ 階の微分方程式の解であり、解を求める $\frac{1}{2}$ 階の積分による公式を導いた。さて、非整数階の微分 $D_t^\alpha u(t)$ の定義として、ここでは M. Caputo による定義を用いる： $0 < \alpha < 1$ に対して、

$$D_t^\alpha u(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t (t-s)^{-\alpha} \frac{du}{ds}(s) ds.$$

ここでは Γ はガンマ関数であり

$$\Gamma(\beta) = \int_0^\infty t^{\beta-1} e^{-t} dt \text{ である。例えば、}$$

$$\gamma > 0 \text{ に対して } D_t^\alpha t^\gamma = \frac{\Gamma(\gamma+1)}{\Gamma(\gamma+1-\alpha)} t^{\gamma-\alpha} \text{ と}$$

計算でき、 $\alpha = 1$ とおくと普通の 1 回微分をしていることになる。非整数階の微分においては、整数階の微分で成り立つ

当たり前の公式が必ずしも成立しない。例えば、関数の積の微分について類似した公式はないし、 β 回微分してさらに α

回微分した結果が $\alpha + \beta$ 回微分になると

は限らない：すなわち、 $D_t^\alpha D_t^\beta \neq D_t^{\alpha+\beta}$

(例： $D_t^{2\alpha} t^\alpha = \frac{\Gamma(1+\alpha)}{\Gamma(1-\alpha)} t^{-\alpha}$ だが、

$D_t^{2\alpha} t^\alpha = \frac{\Gamma(1+\alpha)}{\Gamma(1-\alpha)} t^{-\alpha}$ だが、

$D_t^{2\alpha} t^\alpha = \frac{\Gamma(1+\alpha)}{\Gamma(1-\alpha)} t^{-\alpha}$ だが、

$= 0$) .

非整数階の拡散方程式に関して、解の一意存在や時間が大きくなったときの解の漸近挙動などの数学解析の研究成果は少ない。非整数階の微分に関して基本となる公式も通常の微積分のように成り立たないので、色々な工夫が必要であり、実用上の観点から重要であるだけでなく、理論的にも興味深く、夥しい数の課題が解決を待っている：非線形非整数階微分方程式の力学系の研究、カオス、制御論、逆問題 (2008 年 9 月号参照) などで、通常の微分方程式論を非整数階微分方程式に対して構築するという課題といえる。

私の研究室では、数学者との国際的なネットワークによって工学、産業界とも連携して理論的・実用的な研究を行っている。



「テキスト・マイニング」

辻井 潤一 (情報理工学系研究科 教授)

研究者や研究機関の客観的な業績評価が声高に叫ばれるにつれ、出版される論文が爆発的に増えている。電子的な論文の流通は会議録から非公式なレポートまで手に入れられる論文数を激増させている。また、縦型の学問分野から分野横断型の研究への移行、幅広い分野の知見の統合による課題解決など、現在の科学研究において情報収集に費やされる時間は劇的に増大している。IT 技術を科学研究の基盤に据えた新たな研究方法論の確立を目指す英国の e-Science では、その一環として 2005 年に国立テキスト・マイニングセンター (NaCTeM) を設立した。その初代センター長に招かれて以来、同センターでの研究のお手伝いを行っている。

テキスト内容を理解することなく、テ

キスト中の単語や文を形式的・統計的に操作するだけで有益な知見を得る技術がテキスト・マイニングである。ブログ中の政治家の名前の出現頻度やその時間的変動から選挙のプロよりも正確に選挙結果が予測できたとか、大量の特許文書の統計処理で競合会社間の技術分野ごとの優劣が分析できるとか、テキスト・マイニングの成功例は多い。

ただ、これを科学研究にあてはめて、論文内容を理解せずに大量の論文を統計処理するだけで、あらたな科学的な仮説が作れるという主張には抵抗感をもつむきも多いであろう。しかし、テキスト・マイニング研究が活発化する以前の 1980 年代、シカゴ大学の D. Swanson は、論文タイトルに現れる単語間の関係を見

るだけで、「魚油と手指虚血症 (レイノー症)」、「マグネシウムと偏頭痛」、「ソマトメジン C とアルギニン」という、以前にはその関係が認識されていなかったもの間に関係があるという仮説を構成し、それが科学的にも正しい仮説であることを示してみせた。彼の手法は、複数分野の多数の論文タイトルを統計処理するもので、縦型研究の盲点をついたものであった。深い理解の得意な人間と、浅くとも大量処理ができる計算機とが共同することで、新たな科学研究の形態が生まれる可能性はある。

論文が大量に存在すれば、それらを読まずとも新たな知見や仮説が抽出できるのなら、無駄な論文の氾濫もあながち悪いことだけではない？



「表面超構造」

長谷川 修司（物理学専攻 教授）

結晶の中では原子が規則正しく並んでいる。上下前後左右にある原子と結合をつくって一定間隔で並ぶと安定になるのである。たとえば、ダイヤモンド。1個の炭素原子は4本の結合の「手」をもっている。4つの隣接原子と結合して「ダイヤモンド型格子」をつくっている。しかし、結晶表面にある原子を想像してみると、そこにいる原子は結合すべき相手が片側にはないので、「手」が余ってしまう。この「未結合手」がたくさんあると不安定なので、その数をなるべく減らそうとして、表面近傍の原子たちは自ら並び替えを起こす。しかし、それはでたらめな並び替えではなく、やはり規則正しく並び替わる。たとえば、隣り合

う表面原子2つがペアをつくってお互いの未結合手を無くし、そのペアが多数並んで列をなしたりする。このように、結晶の内部とは異なる周期・間隔で原子たちは並んで安定化する。こうしてでき上がった表面特有の原子配列を表面超構造という。

表面超構造では、原子どうしの結合のようすが結晶内部と違うので、特異な電子状態や物性を示す。たとえば、半導体結晶の表面超構造が金属的な性質をもったりする。最近では、それが超伝導になるらしいという報告も出ている。結晶表面の1, 2原子層だけにできるので、究極の「薄さ」の2次元物質ともいえ、低次元物性物理の新しい舞台となってい

る。また、触媒化学の分野でも表面超構造は重要である。触媒物質は、その表面上で化学反応を進行させるので、その表面超構造によって触媒特性が左右される。さらに、最近よく耳にするナノサイエンスやナノテクノロジーでは、ナノメートルスケールのきわめて小さな物質の性質を巧みに利用するが、ものが小さくなれば、中身より表面の効果が支配的になるので、そこでも表面超構造が重要な役割を演じる。本研究科では物理学専攻の私と化学専攻の長谷川哲也教授の研究室が実験的研究を、物理学専攻の常行真司教授の研究室では理論的研究を行っており、応用をにらんだ研究も工学系研究科で行われている。



「マグマ」

小澤 一仁（地球惑星科学専攻 教授）

日本は世界有数の火山国である。「マグマのように煮えたぎる怒りが爆発」といった表現に用いられることも多く、マグマが火山噴火現象をもたらす原因であることはご存じであろう。いっぽう、「政界にうごめくマグマ」のように、世の中の変革が見えないところで進んでいるさまを象徴して用いられることもある。マグマは、恐ろしくも華々しい噴火現象を通して、一生の間に何回か目にするという側面と、直接目には見ることができず、生活のスケールを超えて46億年の地球史にわたって続く、地球内部の重要な営みという側面をあわせもっている。

マグマとは、柔らかい粘り気のある液状物質を意味するギリシャ語に由来する。実態は、地球内部に存在する珪酸塩を主要な成分とし、結晶や気泡を含む

700℃～1300℃の高温の溶融体である。マグマは、地下数十～100 km 前後で、地球の主体をなすマントルが融解してできたもので、固体マントルより低密度であるために、上昇しその途上でさまざまな変貌を遂げ、最終的に地球表層に火山噴火として現れ、マグマの一生が終わる。

マグマが固体地球の形成に重要な役割をはたしていることを科学的に認識したのは、18世紀のスコットランド人地質学者ジェームズ・ハットン (James Hutton) である。20世紀に入ってから、久野久らによるフィールド岩石学とカナダ人実験岩石学者ノーマン・ボウエン (N. L. Bowen) に始まる高温高压実験と熱力学的アプローチがマグマ研究を大きく発展させた。現在のマグマ研究の重要な課題のひとつは、地下数 km に存在する「マ

グマ溜まり」とよばれる、いわば地表に向けて旅するマグマの休憩所から、どのようにして危険な大噴火に至るのかという疑問に答えること、すなわち噴火メカニズムの解明である。これは、火山噴火予知にも関係し、火山国日本にとって喫緊の課題である。もうひとつは、長い地球史を通してマグマがどのようにして、地上の生命の基盤となっている大気や海洋といった表層環境や大陸地殻など、地球の大構造を作り上げてきたのかという疑問に答えることである。

本研究科では、地震研究所、地球惑星科学専攻、地殻化学実験施設の研究グループが、マグマに関連する研究に観察・観測、実験、理論、計算機シミュレーションなど、さまざまな手法を用いて取り組んでいる。

「放射光」

岡林 潤 (スペクトル化学研究センター 准教授)

光速近くまで加速された電子または陽電子が磁場中で円運動すると、軌道の接線方向に電磁波（光）を出す。この現象をシンクロトロン放射、このとき放出される電磁波を放射光という。放射光はマイクロ波から X 線に至る広い範囲の連続スペクトルをもっており、大強度、偏光、高指向性などの特徴をもつ。このため、現在では真空紫外から X 線に至る波長領域のもっとも優れた光源として、物質科学・地球科学・生命科学・環境科学などの分野で広く用いられるようになってきている。

物質の構造解析や電子物性解析に X 線は欠かせない。20 世紀初頭から X 線は利用されてきたが、科学の進展に伴って、より強力度高輝度の光を用いた物性解析が要望されてきた。これに応えるの

が放射光であり、日本では、東京大学物性研究所軌道放射性研究施設の SOR-Ring（第一世代光源）、茨城県つくば市の高エネルギー加速器研究機構（KEK）のフォトンファクトリー（第二世代光源）、兵庫県の SPring-8（第三世代光源）などが有名である。

線形加速器で加速された電子は、偏向電磁石によって軌道が曲げられ、円形の蓄積リングに蓄えられる。リングの接線方向には数十メートルからなるビームラインが設置され、放射された白色光は、モノクロメータを通して必要な光のエネルギーに単色化される。電子の軌道内に磁石列を挿入し、電子を蛇行運動させ、干渉効果を利用することにより、きわめて高い輝度のアンジュレーター光を使うこともできる。

ビームラインの最下流に備え付けられた各種分析装置では、高輝度放射光を用いた X 線回折によるタンパク質の構造決定や、内殻励起を用いた広域 X 線吸収微細構造（EXAFS）による局所構造解析、光電子分光法による電子状態解析などが行われている。現在、放射光のパルス周期と同期させた時間分解ダイナミクスの研究、X 線を用いたイメージング、ホログラフィなどの研究も進んでいる。

なお、スペクトル化学研究センターでは、KEK フォトンファクトリー内にビームラインを設置し、高輝度放射光を用いた内殻吸収分光（XAFS）、内殻磁気円二色性（XMCD）、光電子分光法を用いた構造解析、電子・磁気物性解析の実験を行う環境を整備している。

「フロリゲン遺伝子 FT」

米田 好文 (生物科学専攻 教授)

1937 年に現ロシアの科学者チャイラヒャン (Mikhail Chailakhyan) は、葉が日長を感受して花芽の分化を誘導する因子として架空の植物ホルモン「フロリゲン」を提唱した（フロリゲン仮説）。

その後 1990 年代に入って、遺伝学分野でシロイヌナズナというアブラナ科の実験植物を用いての研究が盛んに行われるようになると、フロリゲンの存在が現実的なものとして考えられるようになってきた。

近年、シロイヌナズナの突然変異体を用いた研究で、花芽分化誘導の遺伝学的な経路として、4 つの経路と 1 つの統御過程が明らかにされた。すなわち、①光によって促進される経路、②ジベレリンによって促進される経路、③冬の低温処理すなわち春化处理により促進される経路、④内在的に存在する促進経路と、

これらの遺伝子から受けた情報を処理して花を形作る遺伝子へと繋げる統御過程である。

このうち、①の経路の情報を受け取り統御する遺伝子として、*FT* (Flowering Locus T) 遺伝子および *FD* (Flowering Locus D) 遺伝子が同定された。

FT 遺伝子は、突然変異すると花芽分化誘導の時間的な遅延が起こる原因で、*FD* 遺伝子と相互作用しながら機能する。*FD* タンパク質は、花芽分化誘導の起こる場所で作られるが、*FT* 遺伝子 mRNA の作られる場所は、葉の維管束であることがわかった。

FT タンパク質は、まず葉で作られる。そして、*FD* と共同作用するために花芽を作る場所（シュート、芽）に移動する。この *FT* 遺伝子の性質は、先代のフロリゲン仮説によく一致するため、現在ではこ

れがフロリゲン遺伝子であると認識されている。また、*FT* タンパク質は、動物のペプチドホルモンと似ているとの指摘もある。

単子葉植物であるイネにも *FT* 遺伝子、*FD* 遺伝子と同様なものが存在することがその後示された。また、ほかの多くの植物で同様な機能の遺伝子があるとの報告が次々とされている。これらの遺伝子进行操作すれば、いろいろな植物で「花咲爺さん」になることも夢ではないのだ。

生物科学専攻においては、*FT*、*FD* 遺伝子研究に京都大学にて参画した阿部光知准教授が 2009 年遺伝学研究室に赴任して、*FT* 遺伝子産物とさらに相互作用する他の遺伝子も同定しつつある。またペプチド性移動因子の研究は植物科学の一大トピックで、生体制御研究室でも世界に伍した研究が展開されている。