

## 26. 三点観測における傾斜補正

地震研究所 丸山卓男

(昭和40年2月23日発表—昭和40年3月31日受理)

1. 数百米ないし1千程度離れた3点以上の観測点での同時観測から、波のみかけの速さとその到来する方位を求め、それから震源の位置を推定する試みが最近いくつか行なわれている。波のみかけの速さと到来する方位は、同一の相が各観測点に到着した時刻の差から、均一媒質中での平面波の伝播という簡単な仮定の下に算出されるのが普通である。3つの観測点が水平面上にあればこの面内で見たまかけの速さと方位を求めることは図式解法も容易であるが、3点が水平面上にないとき水平面上で見たまかけの速さと方位を求めようとするとき案外計算が複雑になりがちである。ここでは主としてフィールドでの使用または参考に供するため、この問題に関するノモグラムと補正の表について述べる。

まず順序として1つの一般的な解析的取扱いを挙げる。

2. 便宜上  $x$  軸、 $y$  軸を水平面内にそれぞれ北、東の向き、 $z$  軸は鉛直下方の向きとする直角座標系をとろう。媒質中の弾性波の速さを  $v$ 、入射平面波の到来する方向の方向余弦を  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  とすると任意の平面波は  $k$  を定数として次のように表わされる。

$$\alpha x + \beta y + \gamma z = -vt + k, \quad (1)$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1. \quad (2)$$

簡単のために、座標軸の原点を3つの観測点のうちの1つ  $P_0$  にとり、注目する signal がそこに到着した時刻を時間の測り始めとしても一般性を失わない。このようにすると他の2点の座標、 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2, z_2)$  とそれらに同一の signal の到着した時刻  $t_1$ 、 $t_2$  に関して (1) により

$$\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = -v \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

こうして問題は (2) および (3) の連立方程式を解いて  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  を求め、それから平面波の見かけの速さ  $V$  と到来方位  $A$  を、次の関係によつて得ることになる。ここに  $A$  は  $x$  軸の正の向きから下方に見て時計廻りに測るものとする

$$\begin{cases} V = \frac{v}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}, \\ \frac{\cos A}{\alpha} = \frac{\sin A}{\beta} > 0. \end{cases} \quad (4)$$

(2) および (3) の連立方程式を解くためには、(3) を2元1次の方程式に帰着させればよい。

原点  $P_0$ ,  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  および  $P_2(x_2, y_2, z_2)$  を通る平面の方程式は

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = 0.$$

ここで同じく  $P_0$  を原点とし,  $\bar{x}$  軸,  $\bar{y}$  軸をこの平面の中に含む新しい直交座標軸  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ ,  $\bar{z}$  を導入する. もし  $\bar{x}$  軸の向きをこの平面の最大傾斜の山手の方向,  $\bar{y}$  軸を水平面内,  $\bar{z}$  軸を地中に向く方向に選べば, 各座標軸の方向余弦は次の表で与えられる.

軸	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{z}$
$x$	$LN/\sqrt{L^2+M^2}$	$-M/\sqrt{L^2+M^2}$	$L$
$y$	$MN/\sqrt{L^2+M^2}$	$L/\sqrt{L^2+M^2}$	$M$
$z$	$-\sqrt{L^2+M^2}$	$0$	$N$

ここに

$$L = \varepsilon \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, \quad M = \varepsilon \begin{vmatrix} z_1 & x_1 \\ z_2 & x_2 \end{vmatrix}, \quad N = \varepsilon \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix},$$

$$\varepsilon = \text{sign} \left\{ \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right\} / \left\{ \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} z_1 & x_1 \\ z_2 & x_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}^2 \right\}^{1/2}. \quad (5)$$

この  $L, M, N$  はもし 3 点  $P_0, P_1, P_2$  を含む平面の最大傾斜の山側の方位を  $A_0$ , この平面が水平面となす角を  $\phi (> 0)$  とすれば次のようにも表わすことができる.

$$L = \sin \phi \cos A_0, \quad M = \sin \phi \sin A_0, \quad N = \cos \phi \quad (6)$$

上の座標変換により点  $P_1$  および  $P_2$  の座標はそれぞれ  $(\bar{x}_1, \bar{y}_1, 0)$ ,  $(\bar{x}_2, \bar{y}_2, 0)$  に移され,  $\alpha, \beta, \gamma$  はそれぞれ  $\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}$  に移されることになる. ここに

$$\begin{pmatrix} \bar{x}_1 & \bar{y}_1 \\ \bar{x}_2 & \bar{y}_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{L^2+M^2}} \begin{pmatrix} -z_1 & -Mx_1+Ly_1 \\ -z_2 & -Mx_2+Ly_2 \end{pmatrix} \quad (7)$$

このとき (3) は次の 2 元 1 次方程式に帰着し, これを解いて  $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$  が得られ, それからまた  $\bar{\gamma}$  が得られる.

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \bar{x}_1 & \bar{y}_1 \\ \bar{x}_2 & \bar{y}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\alpha} \\ \bar{\beta} \end{pmatrix} = -v \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix} \\ \bar{\gamma} = \sqrt{1 - (\bar{\alpha}^2 + \bar{\beta}^2)} \end{cases} \quad (8)$$

(8) の第 2 式で根号の符号は, 平面波が地下から来るという考慮から正にとられている.  $\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}$  からさきと逆の変換によつて  $\alpha, \beta, \gamma$  が得られる.

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{LN}{\sqrt{L^2+M^2}} & \frac{-M}{\sqrt{L^2+M^2}} & L \\ \frac{MN}{\sqrt{L^2+M^2}} & \frac{L}{\sqrt{L^2+M^2}} & M \\ -\sqrt{L^2+M^2} & 0 & N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\alpha} \\ \bar{\beta} \\ \bar{\gamma} \end{pmatrix} \quad (9)$$

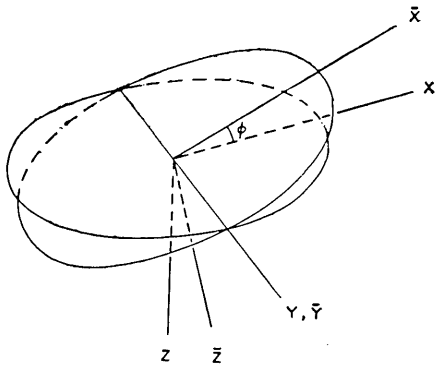


Fig. 1.  $X$ - and  $y$ -axes are taken in the horizontal plane, while  $\bar{x}$ - and  $\bar{y}$ -axes in the plane including observation points of which angle of inclination to the former is  $\phi$ . If  $y$ - and  $\bar{y}$ -axes are chosen to be identical, simple transformation of coordinates follows.

3. 以上は1つの形式的な解法である。もし  $x$  軸の正の向きを水平面内で最大傾斜の山側の方位にとつておかならば  $y$  軸は斜面と水平面との交わりでこれは  $\bar{y}$  軸に一致し、このとき斜面の方向余弦  $L, M, N$  は (6) から

$$L = \sin \phi, M = 0, N = \cos \phi,$$

そこで (9) は次のように簡単な形になる。

$$\begin{cases} \alpha = \bar{\alpha} \cos \phi + \bar{\gamma} \sin \phi \\ \beta = \bar{\beta} \\ \gamma = -\bar{\alpha} \sin \phi + \bar{\gamma} \cos \phi \end{cases} \quad (10)$$

(10) から宮村・安芸<sup>1)2)</sup>らの用いたものと同じノモグラムを作ることができる。

(4) より

$$\begin{cases} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = \frac{v}{V}, \\ \frac{\beta}{\alpha} = \tan A, \end{cases}$$

したがって直角座標  $(\alpha, \beta)$  は動径の長さはみかけの速さ  $V$  に反比例し、その偏角は方位  $A$  に外ならない。そこで原点を中心とする同心円にその半径に反比例するようにみかけの速さを目盛り、 $\alpha$  軸の正の向きから時計廻りに偏角を目盛っておけば、 $(\alpha, \beta)$  と  $(V, A)$  との変換は目盛りを読み直すだけで足りることになる。

斜面上で得る  $\bar{V}, \bar{A}$  と  $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$  とは (4) と同じ型の式で結ばれるから

$$\begin{cases} \bar{\alpha} = \frac{v}{\bar{V}} \cos \bar{A}, \\ \bar{\beta} = \frac{v}{\bar{V}} \sin \bar{A}. \end{cases}$$

この  $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$  から (10) にしたがって  $\alpha, \beta$  が得られる。例えば Fig. 2 のノモグラム上の点  $\bar{Q}$  は  $Q$  に変換されることになり、ここに  $\alpha, \beta$  は (10) から

$$\begin{cases} \alpha = \bar{\alpha} \cos \phi + \sqrt{1 - (\bar{\alpha}^2 + \bar{\beta}^2)} \sin \phi, \\ \beta = \bar{\beta}. \end{cases} \quad (11)$$

したがって  $Q$  は Fig. 3 のような作図によつて得られることもわかる (安芸の方法<sup>3)</sup>)。

- 1) 宮村・堀・安芸・辻浦・松本「筑波，栃本において同時におこなつた多点式観測法による関東および中部地方の微小地震の研究」地震研究所彙報 40 (1962), 885~897.
- 2) 安芸敬一・松本英照「Seismometer Array による地震波の研究 第2報」地震研究所彙報 41 (1963), 279~292.
- 3) 前出 2)

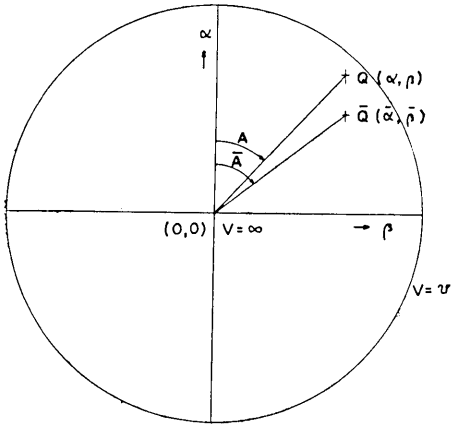


Fig. 2. Rectangular coordinates  $\alpha$  and  $\beta$  are the direction cosines of an incident plane wave with respect to  $x$ - and  $y$ -axes shown in Fig. 1.  $\bar{Q}$  corresponding to apparent velocity  $\bar{V}$  and azimuth  $\bar{A}$  obtained in the inclined plane is transformed to  $Q$  corresponding to apparent velocity  $V$  and azimuth  $A$  which are to be found in the horizontal plane. The value of  $V$  or  $\bar{V}$  is inversely proportional to the radius.

(10) から、条件  $\gamma, \bar{\gamma} > 0$  を考慮すれば斜面上で見た波の到来方位はいつも最大傾斜の山手の側に修正されることがわかる。

4. 上記 3 に述べた方法は、各観測点を含む平面に沿う速さ  $\bar{V}$  とこの平面内で見えた方位  $\bar{A}$  から水平面に関する  $V, A$  を求めるもので、 $\bar{V}, \bar{A}$  を求める際には正しくは観測点間の直線距離を用いるべきである。

次に、観測点の水平位置だけからみかけの速さ  $V'$  と方位  $A'$  を求め、後でこれを補正して  $V, A$  を求める方法が考えられる。水平距離は測量から直接得られるものであるからこの方が簡単である。

3 と同様に  $x$  軸、 $y$  軸を水平面内、 $z$  軸を鉛直下方にとり、 $x$  軸の正の向きを最大傾斜の山側の方位に決めておく。観測点を含む平面はこの平面の水平面からの傾き  $\phi$  を用いて

$$z = -x \tan \phi. \quad (12)$$

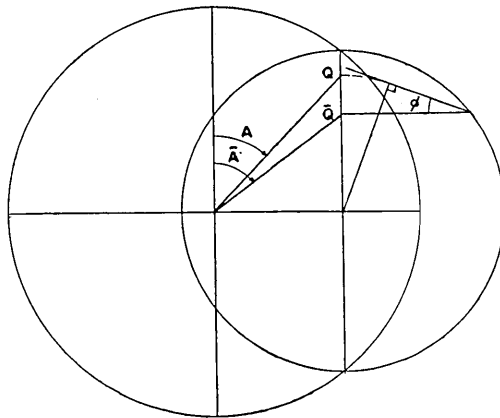


Fig. 3. Aki's method of constructing the nomogram shown in Fig. 2.

平面波は (1) によつて表わされるから、これが斜面 (12) と交わつてできる波線の運動は (1) と (12) によつて表わされる。またこれは (12) を (1) に代入して得られる

$$(\alpha - \gamma \tan \phi)x + \beta y = -vt + k \quad (13)$$

を用いて、(13) と (12) によつて表わされることになる。

斜面上で波線を観測する観測者が傾斜を考慮せずに、観測点間の水平距離と観測点に signal の到着した時刻を用いて図式に見かけの速さ  $V'$  と方位  $A'$  を出すものとする、このとき観測者は波線 (13) を  $xy$  面内で追跡していることになる。そこで

$$\begin{cases} \alpha' = \alpha - \gamma \tan \phi, \\ \beta' = \beta \end{cases} \quad (14)$$

とおけば、 $V'$ 、 $A'$  は (4) と同様に

$$\begin{cases} V' = \frac{v}{\sqrt{\alpha'^2 + \beta'^2}}, \\ \frac{\cos A'}{\alpha'} = \frac{\sin A'}{\beta'} > 0 \end{cases} \quad (15)$$

と表わされる。

これで問題は (14)、(15) によつて表わされる  $V'$  と  $A'$  を知つて、(4) で表わされる  $V$  と  $A$  を求めるということになる。

(14) から 3 に述べたと同じ型のノモグラムを作ることは容易である。実際 (14) によつて、傾斜を考慮せずに得られた  $\alpha'$  は真の  $\alpha$  よりも

$$\alpha - \alpha' = \sqrt{1 - (\alpha^2 + \beta^2)} \tan \phi \quad (16)$$

だけ小さく  $\beta'$  は真の  $\beta$  に等しい。この関係によつて例えば Fig. 4 の点  $Q'$  は  $Q$  に補正されなければならない。(16) からわかるようにここで  $Q'$  を通つている曲線は長軸と短軸の比が  $1 : \tan \phi$  で  $Q$  を通る弦を長軸とする楕円であるから作図は 3 の場合よりも簡単である。こうしていくつかの弦の上の点  $Q$  について  $Q'$  をプロットしておけばノモグラムができ上る。

(16) から、傾斜を考慮せずに得た波の到来する方位もいつも最大傾斜の山側に補正されることがわかる。

(14) はまた、 $\alpha'$ 、 $\beta'$  によつて解くことができる。実際 (16) の両辺を 2 乗して (14) 第 2 式を考慮すれば

$$\begin{aligned} \alpha^2 \sec^2 \phi - 2\alpha\alpha' \\ + (\alpha'^2 + \beta'^2 \tan^2 \phi - \tan^2 \phi) = 0. \end{aligned}$$

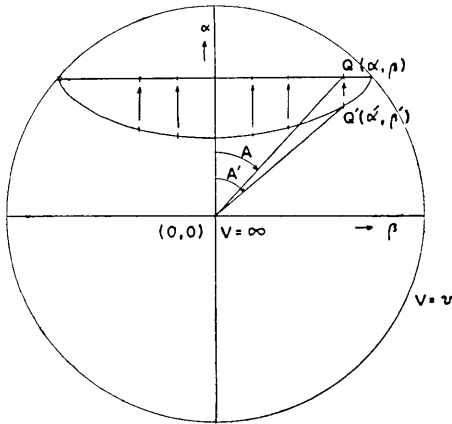


Fig. 4. Rectangular coordinates  $\alpha$  and  $\beta$  are the direction cosines of an incident plane wave with respect to  $x$ - and  $y$ -axes shown in Fig. 1.  $Q'$  corresponding to apparent velocity  $V'$  and azimuth  $A'$  obtained regardless of height differences of observation points is corrected to  $Q$  corresponding to apparent velocity  $V$  and azimuth  $A$  which are to be found in the horizontal plane. The value of  $V$  or  $V'$  is inversely proportional to the radius. The curve passing at  $Q'$  is of ellipse of which major axis agrees with the chord passing at  $Q$  and of which two axes are in the ratio  $1 : \tan \phi$ . Every point on that arc of ellipse are to be corrected to a point on the chord.

これを解いて  $\alpha$  を  $\alpha'$ ,  $\beta'$  によつて表わすことができる。すなわち

$$\begin{cases} \alpha = \alpha' \cos^2 \phi + \sqrt{1 - (\alpha'^2 \cos^2 \phi + \beta'^2)} \sin \phi, \\ \beta = \beta'. \end{cases} \quad (17)$$

(14) の代りに (17) によつてノモグラムを作つてもよい。

5. 上記の 3 と 4 において述べた 2 つの方法は実は極めて簡単な関係によつて関連づけられる。(10) から

$$\bar{\alpha} = \alpha \cos \phi - \gamma \sin \phi, \quad (18)$$

これと (14) を比較すれば直ちに

$$\bar{\alpha} = \alpha' \cos \phi, \quad (19)$$

また (10), (14) から

$$\bar{\beta} = \beta' = \beta. \quad (20)$$

(19), (20) は斜面上の点ではその  $\bar{x}$  座標は  $x$  座標の  $\sec \phi$  倍で  $y, \bar{y}$  座標は同一であることから帰結する関係である。これらによつて 3 または 4 のノモグラムの上で  $\bar{Q}$  と  $Q'$  の位置関係がわかる。

(17) は (19), (20) を (11) に代入したものに外ならない。

6. 補正の表の作製. 4 から明らかなように、観測点相互の水平距離と同一 signal 到着の時間差だけから求められた見かけの速さ  $V'$  と方位  $A'$  を基にして、水平面内で見たまかけの速さ  $V$  と方位  $A$  を算出するには、まず

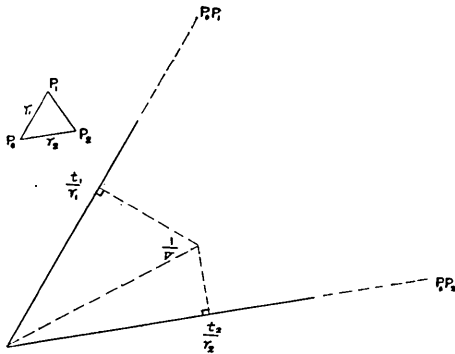


Fig. 5. Construction of a preferable nomogram for obtaining apparent velocity and azimuth of incident plane wave in a plane. Triangle  $P_0P_1P_2$  is the orthogonal projection of observation points on the plane. The intersection point of two straight lines perpendicular to  $P_0P_1$  and  $P_0P_2$  gives the plane wave. On the nomogram apparent velocities are to be graduated inversely proportional to the radius.

$$\begin{cases} \alpha' = \frac{v}{V'} \cos A', \\ \beta' = \frac{v}{V'} \sin A' \end{cases}$$

より  $\alpha'$ ,  $\beta'$  を求めこれから (17) によつて  $\alpha$ ,  $\beta$  を求め、最後に (4) によつて  $V$ ,  $A$  を得ることになる。

傾き  $\phi$  が  $2^\circ$  から  $10^\circ$  まで  $2^\circ$  おきの値について、 $V', A'$  から  $V, A$  を得るための表 (Table 1~Table 10) を次に掲げる。 $V, V'$  は媒質中での弾性波の速さ  $v$  を 100 とする単位に従い、 $A, A'$  の単位は度である。表の中の数値は  $0^\circ \leq A' \leq 180^\circ$  の場合に、 $V, A$  を得るために  $V', A'$  に加えられるべき値である。 $-180^\circ < A' < 0^\circ$  の場合は、 $A'$  とその補正量の符号を変えねばならない。表の中の数値はすべて末位に 4 捨 5 入してある。











Table 9. Correction to apparent velocity. ( $\phi=10^\circ$ )

A' \ V'	100	120	140	160	200	250	300	400	500	600	700	800
0	0	-10	-17	-25	-43	-67	-95	-157	-225	-300	-378	-459
10	0	-10	-17	-25	-42	-67	-94	-156	-224	-299	-377	-458
20	0	-9	-17	-24	-41	-65	-92	-153	-222	-295	-373	-454
30	0	-9	-16	-23	-40	-63	-89	-149	-216	-290	-367	-448
40	0	-8	-15	-22	-37	-59	-84	-143	-209	-281	-358	-439
50	0	-7	-13	-19	-33	-54	-78	-134	-199	-270	-347	-427
60	0	-6	-11	-17	-29	-48	-70	-123	-186	-256	-331	-411
70	0	-5	-9	-13	-23	-40	-60	-109	-169	-237	-311	-390
80	0	-3	-6	-9	-17	-30	-47	-91	-147	-213	-285	-364
90	0	-1	-2	-4	-8	-18	-31	-68	-119	-181	-253	-330
100	0	+2	+2	+2	+1	-3	-11	-38	-83	-141	-210	-287
110	+1	+4	+7	+9	+13	+15	+15	0	-34	-87	-154	-231
120	+1	+7	+12	+17	+26	+37	+46	+51	+32	-13	-78	-157
130	+3	+11	+17	+25	+41	+63	+86	+121	+126	+93	+29	-56
140	+4	+14	+23	+33	+57	+93	+135	+219	+267	+254	+185	+85
150	+5	+17	+28	+41	+72	+125	+192	+359	+500	+523	+432	+289
160	+6	+19	+32	+47	+86	+156	+254	+560	+940	+1061	+856	+582
170	+6	+21	+35	+52	+96	+179	+307	+808	+1971	+2588	+1610	+948
180	+6	+21	+36	+53	+100	+188	+328	+948	+3715	+9760	+2297	+1157

Table 10. Correction to azimuth. ( $\phi=10^\circ$ )

A' \ V'	100	120	140	160	200	250	300	400	500	600	700	800
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	-1	-1	-2	-2	-3	-3	-4	-5	-5	-5	-6
20	0	-2	-2	-3	-4	-5	-6	-8	-9	-10	-11	-12
30	0	-2	-4	-5	-6	-8	-9	-12	-14	-15	-16	-17
40	0	-3	-5	-6	-8	-11	-12	-16	-18	-20	-22	-23
50	0	-4	-6	-8	-10	-13	-16	-19	-23	-25	-27	-29
60	0	-5	-7	-9	-12	-16	-18	-23	-27	-30	-33	-35
70	0	-5	-8	-10	-14	-18	-21	-27	-32	-35	-39	-41
80	0	-6	-9	-11	-15	-20	-24	-30	-36	-41	-44	-48
90	0	-7	-10	-12	-17	-22	-26	-34	-40	-46	-50	-54
100	-1	-7	-10	-13	-18	-23	-28	-37	-45	-51	-56	-61
110	-1	-7	-10	-13	-18	-24	-30	-40	-49	-57	-63	-68
120	-2	-7	-10	-13	-18	-24	-30	-42	-53	-62	-70	-76
130	-2	-7	-9	-12	-17	-24	-30	-44	-57	-68	-77	-85
140	-2	-6	-8	-11	-16	-22	-29	-44	-60	-74	-86	-95
150	-2	-5	-7	-9	-13	-19	-25	-42	-61	-81	-96	-107
160	-1	-3	-5	-6	-9	-14	-19	-35	-60	-89	-110	-124
170	-1	-2	-3	-3	-5	-7	-11	-22	-49	-103	-135	-148
180	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-180	-180	-180

7.  $V'$ ,  $A'$  または  $\bar{V}$ ,  $\bar{A}$  を求めるためのノモグラムについて. 平面上での見かけの速さと方位を求める作図法は一般に2種類の方法が知られている. 第1は  $P_0P_1$ ,  $P_0P_2$  の向きの直線に沿って等間隔に, それに沿う見かけの速さを目盛るものであり, 第2は Fig. 5のように等間隔にその逆数を目盛るものである<sup>4)</sup>. したがってこれらの直線は時間については第1の場合逆数尺, 第2の場合普通尺となる.

上記の4または3において考えたノモグラムは見かけの速さが半径に反比例するから, この第2の方法によるならば, 時間差  $t_1$ ,  $t_2$  から  $V'$ ,  $A'$  を求めるノモグラムに  $V'$ ,  $A'$  から  $V$ ,  $A$  を求めるノモグラムを重ねることができる.

このことは除外しても, 高野 (赤松)<sup>5)</sup> も述べているように第2の方法が一般により優れていると思われる. この方法によれば, 何ら作図を必要とせず読みとりの値をプロットするだけで直ちに見かけの速さと方位を得るノモグラムが容易に作られること, 記録紙上での読みとりはその絶対誤差が至るところ一様であるのが一般的であるから, 時間差  $t_1$ ,  $t_2$  の等しい絶対誤差にもとづく変動がノモグラムの上で至るところ等しい面積を囲むことが望ましく, 第2の方法がこの条件を満たしていること, 第1の場合より一般に図形が小さくて済むこと等々を指摘することができる.

## 26. Slope Corrections in Tripartite Net Observation.

By Takuo MARUYAMA,  
Earthquake Research Institute.

Methods of constructing nomograms are discussed for slope corrections to apparent velocities and azimuths of incident plane waves obtained regardless of height differences of observation points. Tables for these corrections are given from for angle of inclination 2 deg. to 10 deg. at intervals of 2 deg.

4) Kei AKAMATU, "On Microseisms in Frequency Range from 1 c/s to 200 c/s," *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 39 (1961), 23~75.

5) 前出 4)