東京大学 大学院新領域創成科学研究科
基盤科学研究系 先端エネルギー工学専攻
2010 年 3 月修了予定 修士論文中間審査資料

Thermodynamic model of the turbulent heat transport in plasma boudary layer: Bifurcation, stability and hysteresis

– プラズマ境界層における乱流熱輸送の熱力学モデル： 分岐現象，安定性とヒステリシス –

学生証番号　47086063　氏名　川面洋平
(指導教員　吉田　善章　教授)

Key Words：nonequilibrium thermodynamics, entropy production rate, flux driven system, hysteresis

本研究の目的は様々な定常状態にある流体・プラズマの乱流における自己組織化を支配している熱力学的関係を考察することである．多くの乱流系はマクロな視点から見ると非平衡・開放系である．非平衡系ではエントロピーを用いて現象を説明することは難しいと考えられ，エントロピー生成率 (EP) を用いることで自己組織化現象のいくつかは説明されてきた．Prigogine[1] の EP 最小の原理は散逸系における構造形成を説明する原理として広く知られている．しかし最近では乱流系においてむしろ EP を最大化するような現象が発見されている [2]. 本研究では境界層における乱流熱輸送の現象論的モデルを用いて，定常状態の条件下の乱流系を記述できる熱力学関数を定義し，EP の双対関係とその数学的構造を明らかにする．またプラズマ乱流熱輸送の自己組織化現象として広く知られている H-mode に特徴的に生じるヒステリシスを説明出来るようにモデルを拡張し，熱力学的観点からより一般的なヒステリシスの条件を導く.

低温熱浴の温度 T_0 と熱流束 F によって高温内部の温度 T_1 が決定されるというモデルを考える [3]. Yoshida & Mahajan[3] によりこのモデルは $T = T_0 + (\eta_0 + aP)F$ のように定式化されている．η_0 は線形抵抗，a は比例係数，P は流れを駆動するパワーであり，カルノー効率から散逸部分を除いたものとして $P = (1 - T_0/T)F - (1 - T_0/(T_0 + \eta_0 F))F$ のように表される．この方程式の解は F を独立変数にとるとき $F > F_c = T_0/(\sqrt{T_0 a} - \eta_0)$ で 2 つの解 $T_0 + \eta_0 F \equiv T_1$ と $aF^2 T_0/(T_0 + \eta_0 F) \equiv T_2$ を持つ (分岐する)．T を独立変数としたときも同様に分岐する．熱力学的安定性解析により，独立変数をどちらにとっても非線形解が安定となることが示せる.

次にこの熱力学モデル $(F = -g(T))$ を動作点とするような熱力学関数 $-\Phi(\beta, F) \equiv \int_{\beta_0}^{\beta} -g(\beta')d\beta' + F\int_{\beta_0}^{\beta} d\beta'$, $(\beta \equiv 1/T)$ を導入する．第 1 項 ($\dot{S}(\beta)$ とおく) は境界の温度が T_0 から T まで変化したときの EP の変化を表す．従って本モデルの動作点は EP の極値ではなく $\Phi(\beta, F)$ の極値として表される．動作点に於いて $\partial\Phi(\beta, F)/\partial\beta = \partial\dot{S}/(\beta)\partial\beta + F = 0$ が成立しているので，この条件のもとで $\Phi(\beta, F)$ は $\dot{S}(\beta)$ に関して Legendre 変換を施したものとみなすことが出来る．$\Phi(\beta, F)$ は動作点に於いて $\Phi(F)$ と書け，$\dot{S}(\beta)$ を F の関数に変換したものとなる．Legendre 変換は元の関数に接線を引く変換であるので F を独立変数として変化させていくことは $\dot{S}(\beta)$ に傾き $-F$ の接線を与える点を移動していくと言い換えられる．β を $\beta_0 \to 0$ と変化させるとき非線形解の EP はより小さくなり,F を $0 \to \infty$ と変化させると非線形解の EP はより大きくなる．これが EP の mini-max 双対性の数学的メカニズムである.

さらにこのモデルの抵抗の比例係数が温度依存性を持ち $\partial a(T)/\partial T > 1/FP(T)(1 - T_1/T_2)$ (> 0) が満たされるとき，陰関数定理が破られ F に対する T が多価になる領域が生じる．熱力学的安定性解析によりこの多価部分の中央の解は常に不安定になることが示され，ヒステリシスが生じることがわかる．熱力学関数 $\Phi(\beta, F)$ を用いると $S(\beta)$（EP）が変曲点を持つとき，凸でない関数への Legendre 変換によりヒステリシスが生じると言う事ができる.

H-mode を具体的に記述する新古典モデル [4] を例に取ると，本熱力学モデルを満たすヒステリシスを生じうる関数形はメカニズムに基づいた理論として提唱されており，また上述したように抵抗が温度に対し急峻に変化するときにヒステリシスが生じることが示せる．さらに実験結果とも一致することがわかっている [5].

[1] G. Nicolis and I. Prigogine, Self-Organization in Nonequilibrium Systems―From Dissipative Structures to Order through Fluctuations (Wiley, New York, 1977).
[2] G. W. Paltridge, Q. J. R. Meteorol. Soc. 101, 475 (1975); G. W. Paltridge, Nature (London) 279, 630 (1979).
[3] Z. Yoshida, S. M. Mahajan, Phys. Plasmas 15, 032307(2008).
[4] F. L. Hinton, Phys. Fluids B 3, 696 (1990).
[5] A. E. Hubbard et al.Plasma Phys. Control. Fusion 44 (2002) A359―A366