

# Mathematical analysis for diffusion equations with generalized fractional time derivatives

その他のタイトル	一般化された非整数階時間微分項を持つ拡散方程式に対する数学解析について
学位授与年月日	2016-03-24
URL	<a href="http://doi.org/10.15083/00073909">http://doi.org/10.15083/00073909</a>

## 論文審査の結果の要旨

氏名 李志遠

李志遠氏は学位請求論文において、時間方向に非整数階の微分を含む拡散方程式を考察した。物理的背景としては、不均質性媒質における拡散において、物質の濃度が時間とともに、指数関数のように速く減衰せず、濃度の空間分布がロング・テールとよばれるプロファイルを示すなどの点で、しばしば古典的な拡散方程式で説明できないことが認識されるようになってきたことがある。そのような異常拡散を説明するモデル式として、非整数階拡散方程式が考えられるようになってきた。

本学位申請論文において、時間に関して異なる階数の非整数階微分の線型結合を含む偏微分方程式の初期値・境界値問題の解の一意性や漸近挙動などの順問題とともに逆問題を考察した。

第 1-3 章においては、時間に関して異なる階数の非整数階微分の線型結合を含む偏微分方程式に対して、初期値・境界値問題などの順問題や非整数階の微分の階数などを解の限定された情報から決定するという逆問題を考察した。

第 4 章においては、分布階数の時間微分項をもつ拡散方程式の初期値・境界値問題ならびに分布関数を決定する逆問題を考察した。ただし、分布階数の時間微分は  $\mu$  を非負の分布関数として、以下で定義されている：

$$D_t^{(\mu)}\varphi(t) = \int_0^1 (\partial_t^\alpha \varphi)(t) \mu(\alpha) d\alpha,$$

ただし、 $\partial_t^\alpha$  は  $\alpha$  階の Caputo 微分を表す。

非整数階微分方程式は色々な応用の局面で使われているが、分布階数の時間微分までを含む拡散方程式の偏微分方程式論からの研究はまだわずかしかなく、本論文は世界的にみて先駆的なものであり、高く評価できる。

よって、論文提出者 李志遠は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。