

# Predictive Density Estimation in Nonparametric Statistical Models

その他のタイトル	ノンパラメトリック統計モデルにおける予測密度推定
学位授与年月日	2017-03-23
URL	<a href="http://doi.org/10.15083/00076189">http://doi.org/10.15083/00076189</a>

## 審査の結果の要旨

論文提出者氏名 矢野 恵 佑

近年の科学技術の発展により、観測されるデータが大規模になり情報量が大きくなるのにもない、従来広く用いられてきたパラメトリック統計モデルよりも柔軟なノンパラメトリック統計モデルに基づくデータ解析手法が注目を集めている。しかしノンパラメトリックな統計モデルに基づく予測密度に関する理論的結果はほとんど知られていなかった。本論文は、ガウス無限列モデル、ポアソン無限列モデルに帰着できるノンパラメトリックモデルを主な対象として、推定量と予測密度の漸近理論に基づくミニマックスリスクを求め、これを達成する新しい推定量と予測密度を提案することを目的としている。

本論文は「Predictive Density Estimation in Nonparametric Statistical Models」（ノンパラメトリック統計モデルにおける予測密度推定）と題し、7章からなる。

第1章「Introduction」（序論）では、統計学において予測が本質的であり予測密度が重要であること、パラメトリックな統計モデルに基づく予測密度には多くの研究がある一方でノンパラメトリックな統計モデルに基づく予測密度の研究結果は限られていることが概観され、本論文の内容と構成についての説明が与えられている。

第2章「Preliminaries」（準備）では、第3章以降で必要となる予測密度推定、ノンパラメトリックモデルにおける推定、関数空間に関する基本事項が準備されている。

第3章「Asymptotically Minimax Predictive Density Estimation in Nonparametric Statistical Models」（ノンパラメトリック統計モデルにおける漸近ミニマックス予測密度）では、ある種の連続時間ガウスモデルの推定・予測とガウス無限列モデルの推定・予測の等価性を示し、観測誤差が小さくなる極限での予測の漸近理論について考察を与えている。まず、ソボレフ型ノルムに基づくパラメータ制約のもとでの予測密度の漸近ミニマックスリスクを導出している。次に、パラメータ制約の情報を用いた漸近ミニマックス予測密度を与え、さらに制約の情報を用いない漸近ミニマックス予測密度を構成している。観測誤差が小さくなる極限での漸近理論に関して、無限次元モデルのパラメータ推定については幾つかの先行研究があるが、有限次元モデルによる近似を用いない予測密度についての理論的結果は従来ほとんど知られていなかった。

第4章「Nonparametric Estimation Using Scale Ratio Asymptotics」（スケール比漸近論を用いたノンパラメトリック推定）では、観測誤差が小さくなる極限で漸近ミニマックス性を達成する推定量や予測密度であっても有限観測のもとではその性能が必ずしも良くないことを例示し、新たな漸近理論の枠組みの必要性を述べている。次にパラメータ制約のノルムと観測誤差との比が大きくなる極限での漸近理論をスケール比漸近理論として定式化し、スケール比漸近ミニマックス性を達成するベイズ推定量を構成するとともに、この推定量が制約付パラメータ空間に対する推定量として弱許容的であることを示している。さらに、推定量が有限観測のもとで十分良い性能をもつことを数値的に示している。

第5章「On Minimality and Weak Admissibility in Poisson Sequence Models」（ポアソン列モデルにおけるミニマックス性と弱許容性）では、非定常ポアソン過程とポアソン無限列モデルとの対応が連続時間ガウスモデルとガウス無限列モデルとの対応に類似していることに着目し、ポアソン無限列モデルにおける推定量の性質について考察している。特に、あるスケール混合ガンマ事前分布にもとづくベイズ推定量が  $l'$  制約付パラメータ空間に対する推定量として弱許容的であることを示している。また、ミニマックス性についてモデルが1次元の場合に理論的結果を与えている。

第6章「Prediction When Distribution of Current and Future Observations Differ」（現在と将来の観測の分布が異なる場合の予測）では、観測する量と予測する量が同じパラメータを持つ異なる確率分布モデルにしたがう場合の予測問題について考察している。この設定は回帰分析を用いた予測を含み、また時系列モデルを用いた予測を考える上で基礎となるものである。観測する量と予測する量のしたがう確率分布が異なる場合のベイズ予測の Kullback-Leibler リスクの漸近的な評価を与え、さらにベイズ予測の性能に基づくモデル選択規準を導出している。

最後に第7章「Conclusion」（結論）では、本論文の成果を簡潔に纏めている。

以上を要するに、本論文は、ノンパラメトリックな統計モデルに基づく推定量と予測密度について、漸近理論に基づく新しい結果を与えたものである。まず、ガウス無限列モデルに基づく予測密度の観測誤差が小さくなる極限での漸近ミニマックスリスクを求め、これを達成する予測密度を構成している。次にスケール比漸近理論の枠組みに基づいた漸近ミニマックス推定量を与えている。また、ポアソン無限列モデルにおける弱許容的な推定量を構成している。さらに、観測する量と予測する量が共通のパラメータをもつ異なる確率分布にしたがう設定でモデル選択のための情報量規準を導出している。これらのノンパラメトリック統計モデルの予測密度に関する理論的結果は数理情報学分野の発展に貢献するところが大きい。

よって本論文は博士（情報理工学）の学位請求論文として合格と認められる。