

## 審査の結果の要旨

論文提出者氏名 伊藤 直紀

現代の情報化社会においては、企業活動から日常生活に至るまで、大量に蓄積されたデータに基づいて予測モデルを構築し、意思決定することがしばしば行われている。大量のデータに基づく予測モデルは大規模最適化問題として表現されるため、大きな記憶領域を必要とせずに最適化問題を効率的に解くアルゴリズムが求められている。そこで、1970年代に活発に研究が行われた、二階微分は使わず、一階微分のみを用いた近接勾配法が、再び脚光を浴びている。

近年、近接勾配法を高速化するために、慣性を利用したNesterovの加速法[1983]が、慣性の制御法をいくつか組み合わせて用いられている。しかしながら、その結果得られるアルゴリズムについて、理論的な収束速度の解析がなされていなかった。本論文は、既存の加速化技法を組み合わせたアルゴリズムの収束速度を理論的に導くとともに、2値判別問題や多項式最適化問題に適用して、アルゴリズムが実際に高速であることを示している。

本論文は「Applications of Accelerated Proximal Gradient Methods to Binary Classification and Polynomial Optimization」(加速近接勾配法の2値判別と多項式最適化への応用)と題し、6章からなる。

第1章「Introduction」(序論)では、研究対象となる近接勾配法の研究背景と研究目的を説明するとともに、研究成果の概要を紹介している。

第2章「Preliminaries」(準備)では、近接勾配法の基本的なアルゴリズムを紹介した上で、Nesterovの加速法を取り入れた加速近接勾配法と、慣性の制御による加速化技法について説明している。

第3章「A Unified Optimization Method for Binary Classification」(2値判別に対する統一的最適化法)では、様々な2値判別モデルに対する統一的な定式化を紹介した上で、その解法として、慣性の制御技法を組み合わせた加速近接勾配法を与えている。また、統一的な定式化に対して加速近接勾配法を適用した結果、個々の2値判別モデルに対する既存解法に比べて高速に安定して解けることを、数値実験を通して確認している。さらに、その加速近接勾配法に対して理論的な収束速度の解析を与えている。

第4章「Conic Relaxation Methods for Polynomial Optimization Problems」(多項式最適化問題に対する錐緩和法)では、多項式最適化問題に対するDNN緩和の解法としてKojima等[2016]のBP (bisection and projection)法を紹介し、その解法において実行可能性判定の際に加速近接勾配法が使われていることを説明している。第3章と同様に、慣性の制御技法を組み合わせることにより、加速近接勾配法のアルゴリズムの挙動が安定することを、数値実験を通して示している。また、アルゴリズムの初期値設定のためにある劣モジュラ最適化問題を解くことを提案し、その劣モジュラ最適化問題の解がBP法の高速化に役立つことを、数値実験を通して示している。

第5章「Equivalences and Differences in Conic Relaxations of Combinatorial QOPs」(組合せ条件付き2次最適化問題の錐緩和における等価性と相違点)では、組合せ条件付き2次最適化問題にいく

つかの等価なDNN緩和の定式化があることを示した上で、第4章で提案したBP法がどの定式化に最も適合しているかについて、数値実験と理論評価の両面から検討している。定式化の等価性と相違点を認識して適切な解法を利用することによって、計算時間と解の精度が大きく改善できることを示している。

最後に第6章「Conclusion」（結論）では、本論文の成果を簡潔に纏めるとともに、今後の研究課題を提示している。

以上を要するに、本論文は既存の加速化技法を組み合わせた近接勾配法のアルゴリズムに対して収束速度を理論的に導くとともに、機械学習分野の基本的なモデルである2値判別問題や数理最適化分野で長年研究されてきた多項式最適化問題に適用して、アルゴリズムが実際に高速であることを示している。また、問題の定式化の特徴を認識して相応しい解法を利用するか否かで計算時間と解の精度に大きな差が出ることを数値実験と理論評価の両面から検証している。加速近接勾配法について、理論と実用の両面から深く研究した結果、加速近接勾配法のアルゴリズムの安定性と高速化に繋がっており、数理工学の発展に大きく寄与している。

よって本論文は博士（情報理工学）の学位請求論文として合格と認められる。