心を記すこと
—ブールの論理代数と新しい記号論—

Inscribing the Mind: Boole's Algebra of Logic and the New Semiotic

坂本　壮平 *
Sohei Sakamoto

1. 導入

最も厳密な意味において、記号論理学は1847年に、つまりブールが『論理の数学的分析』（以下、MALと略記）を出版した年に始まる。20世紀に定着した用法に即して「記号論理学」を「現代論理学」の謂いで捉えるなら、この学の現代性（modernity）をめぐる解釈に応じて他に起源を求めることもできよう。実際、フレーゲ『概念記法』（1879）を重視する一部の学者たちは、「ブールが正確に『現代論理学の父』と呼ばれることはありえない」[1]といった立場を表明してきたし、論理学固有の人工言語の開発ということ自体にこだわれば「現代論理学はライプニッツとともに始まったと言える」[2]。だがまず端的な事実として、論理学者ベンが1880年の論考「記号論理学」[3]でその名を与えたのは、ブールのMALおよび『思考の法則』（1854）（以下、LTと略記）に端を発する特定の論理体系に対してだった。すなわち、一般にはむしろ「論理代数」の名で識別されてきたジェボンズ、パース、ベンらが属する系譜こそが、当初の記号論理学である。そして現代性ということに関しても、近年、19世紀論理代数の再評価が盛んになされている。この動向は、フレーゲの偏重に由来する「ブールとその後継者たちの軽視」[4]を改めるという動機を多分に持つが、より広くは、（フレーゲとパースによる量化理論の発明には必ずしも還元できない）19世紀を通じた伝統的論理学の「緩慢な死滅」[5]それ自体——新旧の論理体系・思想が混在した状況それ自体——に対する関心を背景にしていると言えよう。何が論理学の現代性を構成するかは、伝統的な理説の権威が残存しながらも次第に減退していった過程を追跡することによっても問われうるし、問われるべきである。本稿では、このような方向性のもとに、19世紀論理代数の成立史を再検討する。より具体的には、ブールの論理体系がまさしく記号論理学として成ったことの思想史的な背景と帰結を論ずる。

* 東京大学大学院学際情報学府博士課程

キーワード：論理代数、記号代数、記号論、思考の法則、0と1

しかしそもそも、殊更に「記号的」と形容されたのは、いかなる特徴だったのか。それが自明でないとすれば、私たちは今日再び、ベンの素朴な問いへ回帰すべきである。「私たちはなぜこの主題を記号論理学と題するのか。あらゆる論理学が記号的ではないのか」[6]。

はじめに、ベンと私たちとの中間に位置するLewis『概説 記号論理学』(1918)の回答を確認しよう。彼が当時わざわざ「概説」を書いたのは、ブール直系の論理代数とそれとは表記法もアプローチも異なる諸体系――とりわけ『プリンキピア・マテマティカ』(1910-13)および同種の研究群――が並立し「そのギャップを架橋するものが何も見出せない」[7]という状況下で、それらの見取り図を提供するためだった。そしてその作業にあたり、彼はまず記号論理学の境界画定を試みている。「いかなる論理学であれ記号を使用する」けれども、「私たちが関わるのは、ある特定のやり方――数学的な手続きにおいて一般に提示されるやり方で記号を使用するような論理学だけである」。つまりLewisの考えでは、「数学的」と呼びうる「形式の理念」がこの学を際立たせるわけだが、「かかる形式の重要な特徴は、こうである。(1) 日常言語の表音文字に代わる表意文字の使用。(2) 演繹法――それはここでは単純に、『厳密』である演算(operation)によって比較的少数の原理からより多くの内容が導出されることを意味する。(3) 一定の意味範囲を有する変項の使用」[8]。

こうした特徴づけは、ブールもベンもラッセルも否定しないだろう。とはいえ、ブールにはラッセルのごとき純粋数学としての形式論理学という発想はなく、また19世紀の論理代数は概して体系の厳密な公理化[9]に熱心でなかった[10]。それでも論理代数が「数学的」だったのは、その歩みが「抽象性の方向における現代数学の発展」[11]と不可分だったからであり、わけても「記号代数(*symbolical algebra*)」の名のもとにイギリスで進められた代数の純化がなければ、そもそもMALは書かれなかっただろう。ブールは記号代数の応用として「論理の数学的分析」を実行したのであり、そして彼とその後継者たちが多用した「記号(sign, symbol)」及び「記号的」なる用語もそこから引き継がれたものに他ならない。それゆえ記号論理学が何の謂いかは、まず、記号代数との関連において明確にされてよい。

そのうえで言えば、数学プロパーの理論たる記号代数が論理学史と交わったのは、クラスの概念とクラス間の論理的関係を構成する演算の概念を介してだった。実際、ベンが先の問いに自ら与えた回答は、かかるクラス演算という発想にこそ関わっている。「主な相違はこうである。通常の論理学[伝統的論理学]がクラスのために記号を使い、他のためにはほとんど使わないのに対し、私たちはそれらのクラスに対する演算のためにも同様に記号を用いるだろう」[12]。例えば、「全ての人間は理性的動物である」という命題を、図式文字によって「全てのSはMである」というように形式化することは、アリストテレス以来行われてきた。が、論理代数はさらに、「理性的なもの」と「動物」の共通部分を"*xy*"で表したり、そのクラスと「人間」クラスの同一性を(便宜上、単純化して書けば)"*xy=z*"で表したりする。このように、

クラス間の論理的関係の一切を固有の記号によって表現するところに、論理代数が殊更に「記号的」と形容された所以はある。

だがそれだけでない。少なくともブール自身の論理観のより重要な側面として、クラスもそれらに対する演算も、あくまで心的な事象として理解される。言い換えれば、クラスを形成し、一定の規則に従ってクラス間の論理的関係を構成し、そして最終的にはそれらをもとに推理を行う心的過程こそが、論理学の対象なのである。LT は次のように始まる。「本稿が企図するのは、推理が行われる心の働き（operation）の基本法則を研究すること、それらの法則を計算の記号言語において表現すること（…）である」[13]。案の定、かかるブールの立場はしばしば「心理主義」の汚名と結び付けられてきた。けれども仮に、論理学は心的過程を「記述する（descriptive of）」という「強い心理主義」と、それを規範的に「規定する（prescriptive of）」という「弱い心理主義」[14] を区別できるとして、ある研究者が指摘するように、ブールは前者については明確に否定しているし、また後者の立場を認めることに関しては、（反心理主義の旗手とみなされてきた）フレーゲも実は全く同様である[15]。要するに、ブールの論理観を「心理主義」かどうかという枠組みで語ったところで、積極的な成果は望めない。むしろ私たちはその手前で、論理代数に固有の史的文脈に沿って、「心の法則」または「思考の法則」が「計算の記号言語」で表現可能なものとして定位されたということ自体を問題にすべきである。記号代数に由来する「記号」概念ないしは「記号的」方法は、ブールにおいて、クラス演算の記号化を介して心の働きの記号化という独特の哲学的態度と結びつくこととなった。「心理主義」をめぐる問題系から区別するため、「心を記すこと（*inscribing the mind*）」という表現でその態度に言及することにしよう。

さて、論理代数の成立史は、記号代数の応用、クラス概念の洗練、数学的なやり方で心を記すことといった観点から整理される必要がある。そして、ここまでの説明から看取されるように、それらはどれも「記号」という概念に関わっている。実際、記号代数を経て論理代数が成立する過程は、まさしくその概念が問い直され新しい記号論が敷かれる——それによって伝統的論理学が揺さぶられる——過程として眺めることができる。本稿全体を通じて以下、このような視座からブールの論理思想の来歴と眼目を整理していく[16]。

2. Peacock の記号代数と記号論的パラドックス

ジョージ・ブール（1815-1864）は解析の研究者としてそのキャリアを始めた。学位のない田舎教師だった彼に学界の門戸を開いたのは、『ケンブリッジ数学誌』の創刊者 Gregory だった。フランス語に堪能なブールはラグランジュや Lacroix の著書を独習していたものの、1839 年に Gregory を訪ねて以来、同世代の友人にして師ともなった彼から大きな影響を受ける（もっとも Gregory は 5 年後に早逝している）。ニュートンとライプニッツの先取権争いに当て

られ逼塞していたイギリス数学は、1810年代から改革の時期を迎え、ケンブリッジの数学者たちが大陸数学の受容と展開を始めたが、Gregoryはそうした系譜の末裔であり、ひと世代上の改革者Peacockが体系化した記号代数の拡張を主な任務としていた。先述したように、記号代数は論理代数の前史として特権的な地位にあるから、本節で詳しく追跡しよう。

ケンブリッジにおける改革の萌芽として必ず言及されるのは、当時学部生だったバベッジ、Herschel、Peacockらによる解析協会（1812-）の設立である。彼らが目指したのは差し当たり大陸数学の導入だったが、それは「大学のDot-ageに対抗する純粋D-ism」[17]というバベッジの駄洒落に集約されるように、数学重視の教養教育をうたいながらその実ニュートンのドット記法と幾何的方法に拘泥して、ライプニッツやラグランジュの記法でなされる研究を無視するケンブリッジの教育体制への反感を背景としていた。その事情は、「解析協会」という命名にも反映されている。よく知られるように、「解析（analysis）」という用語は数学史を通じて様々な位置価を持ってきた。ある研究者によれば、19世紀初頭においては「解析数学」と「総合数学」がはっきり区別され、「解析学は数学に対する代数的または形式的な演算的アプローチを含意した。他方、総合数学は幾何のような代数的ではない全てのものを囲っていた。（…）例えば流率法は、解析の一分野にも関わらず、運動の観念という非代数的な概念を含むがゆえに解析的ではなかった」[18]。それゆえ“Dot-age”と“純粋D-ism”の対照は、単に表記法の優劣ではなく、数学における基礎的なアプローチのあり方にこそ関わっている。実際、（Herschelとバベッジによって執筆された）『解析協会論文集』（1913）の序文は、「理性の道具として、かくも甚大な優位性を解析に与えてきた」[19]要素を「記号言語」の正確さや経済性といった観点から説明したうえで、数学史によってこれを裏付けるという構成を取っており、それは幾何的証明を重んじるイギリス数学の主流に反して、代数的な記号操作をより上位に置き、その発展を数学自体の成熟と並行的に捉える身振りとして読まれてよい。そして、微積分を代数へ還元するラグランジュの仕事に影響されたこの立場は、純粋解析への希求と不可分だった。バベッジの草稿「解析の哲学」（1821）を参照すれば、「私が挑むつもりの目標は、幾何的考察のみならず数の考察［算術］さえも取っ払って、解析すなわち記号の言語を種々のあらゆる応用から完全に切り離すことである」[20]。彼自身はその後、階差機関と解析機関の開発という「応用」の極北へ赴いた——あるいはそうすることで「代数の演算の多くが持つほとんど機械的な本性」[21]へ曲芸的に接近した——わけだが、「解析すなわち記号の言語」の純化という理論的仕事はPeacockの記号代数において具現されることになる。

彼の記号代数は同時に、より個別的な課題への応答でもある。18世紀中葉から19世紀初頭のイギリスでは、負数と虚数を代数の対象として許容するか否かが盛んに論じられていた。数学それ自体がアリストテレスのカテゴリーに即して「量の科学」と定義されていたため、負数は「皆無より少ない量」とみなされ、それが何かについては専ら負債などのアナロジーで語ら

れていた。が、厳密な定義はなかった。そうした曖昧さを嫌って、Maseres と Frend は負数の排斥を主張し、代数を算術の範囲に制限するという保守的な立場を打ち出した。彼らの提案は決して多くの支持を得なかったが、負数や虚数を含む演算が理論的な根拠を欠いているという認識は反対者たちにも広く共有されていた。そして、この課題に対して初めて体系的な代替案を示したのが、Peacock の『代数学』(1830) だった。

彼は同書の序文と3年後の長大な報告論文において、「算術代数」と「記号代数」を区別し、後者を代数の本来あるべき姿として定位している。前者は Maseres と Frend が提唱したような「普遍算術」としての代数であり、「その一般的な symbols は［非負の］数だけを表し、その基礎的な演算とそれらを表すのに使われる signs は、ふつうの算術と同じ意味を持っており（…）減数が引かれる先の量より大きい場合、減算は不可能となる」[22]。対して後者の記号代数はそうした制約を持たず、バベッジが構想したごとく記号言語を端的な記号言語として扱う。代数は「+ と - の signs の独立した存在」を要求するのであって、「こうした演算の定義はそれらの結合の法則だけに関わるのでなければならない。（…）代数の基礎的な演算は完全に記号的であり、私たちはどんな他の科学のどんな原理にも関わることなく、それらの演算によって記号的な結果と等価形式を演繹していくだろう」。かくして、「一定の法則に従う signs と symbols の結合だけに関わる科学」[23] が可能となる。例えば、“$(a+b\sqrt{-1}) \times (c+d\sqrt{-1}) = ac+ad\sqrt{-1}+bc\sqrt{-1}-bd$” という記号は、算術代数においては日常言語での「丸い四角は四角い丸だ」と同じナンセンスにすぎないが、記号代数においては、それが記号の結合規則に合致してさえいれば許容される。

もっとも、こうした代数観はコーシーをはじめ同時代の大陸数学者も共有していたし、理論的有効性で言えば、Peacock の体系は抽象代数以前の骨董品でしかない。しかし、負数と虚数をめぐる喧騒とその解決策たる記号代数は、数学プロパーの成果ではなく記号論的な達成によって、その価値を査定されるべきである。なぜなら、それらの数の無根拠性は元より記号論的パラドックスとして問われていたからであり、排斥に反対する者たちまでが特に虚数を「理解不能な (unintelligible)」量とみなしたのは、指示対象なき記号の不安に駆られてのことだった。すなわち、言語は観念を表し観念は実在物を表すというロック的な記号観に基づく限り、負数や虚数を含む代数式は真であるか最低でも経験的に有益であるにも関わらず指示対象を欠いている――人間の知性 (intelligence) では、記号に対応する明晰な観念を構成できない――ということこそが問題だった。今日から振り返れば、参照する記号論のまずさが不要なパラドックスを招いていることは自明だろうが、その事情をおそらく最初に明確に指摘したのは、（バベッジや Peacock に先駆けて流率法を批判し彼らに影響を与えた）ケンブリッジの数学者 Woodhouse である。

> 不可能量と共に行われる全ての演算を理解不能にしてしまうようにみえる議論は、次のような主張にまとめること

> ができる。代数は速記の一種であり、観念の比較と結合を容易にするために発明された言語すなわち文字ないしは記号の体系である。記号による論証は全て、究極的には個的対象に対する観察に依拠しなければならず、（…）その記号が表象する個体へ言及することによって真だと示され、また表示される事物が何であれその演算が同じであると述べることによって一般的だと示される（…）。［他方で］虚数量の助けを借りて得られる結論がほとんど真で確実だということが渋々認められ、パラドックスとして言及されてきた。しかるに、何らかの文字ないしは記号を伴う演算が結論へ導くならば、そのような演算はある原理か他の原理のおかげで真なのでなければならない[24]。

すなわち、外的対象との結びつきによってではなく、記号体系に内在する原理によって、「一定の曖昧な表現の意味を確定すること」ができるしすべきである。そうすれば、「心が観念を形成できないような記号を伴った演算は、必然的に疑わしく理解不能だという拙速な結論」[25]を避けられる。すでに明らかなように、Peacock の記号代数はこうした指示から構造への視点変更によってこそ可能になっている。彼自身の表現では、「算術代数においては、演算の定義が規則を規定する。記号代数においては、規則が演算の意味を規定する、より適切に言うと、演算を解釈する方途を与える」[26]。

しかし事情はいささか込み入っている。Peacock は、記号代数と算術代数の関係をめぐって両義的な態度を（報告論文でより顕著に）取ったことで知られる。記号代数は、

> 本質的にそれ自体の規則の上に築かれる記号とその結合の科学となり、その規則は解釈によって算術と他の諸科学全てに適用されうる。そういうわけで、解釈は代数の演算とその結果に先行するのではなく後続する。（…）しかし、算術ないしは算術代数という科学は記号代数という科学にふさわしい基礎を与えるわけではないにせよ、その原理を、というよりその結合法則を必然的に示唆する（*suggest*）。というのは、記号代数は原理の権威において恣意的であるにせよ、その適用においては恣意的でなく、他の諸科学と同様に算術代数もそこに含める必要がある以上、両者の科学が共に進歩する限り、その規則が互いに同一でなければならないことは自明であるからだ[27]。

引用の後半が Peacock の悪名高い「示唆の科学」と「等価形式定常の原理」の内実であり、しばしば指摘されるように、代数の自由化（算術からの解放）に関して彼が果たした役割を見えづらくしてきた要因である[28]。規則の形式的類似性という考え自体は決して有害ではないが、彼の理論的前提からして、記号代数と算術代数の規則が同じで、しかも後者によって示唆されるという制約は全く余計である。仮に“xy=yx”のような後者の規則の「等価形式」

だけを前者が持つとしても、その一致に理論的な必然性はなく、記号代数を適用可能な体系のひとつが算術代数だということにすぎない。この点を明確にしたのがブールの師Gregoryだった。彼によれば、「多くの場合で、これらの法則が数に関する既知の演算の法則によって（PEACOCK氏が適切にもそう呼んだように）示唆されてきたのは事実である。しかし、算術代数から記号代数へのステップは、使用する記号が表す演算の本性を度外視して、同じ法則に従う未知の演算クラスが存在すると仮定することにある。そうすることで異なる演算クラス間の一定の関係を証明できるのであり、それらが記号間で表現されるときに代数的定理と呼ばれるのである」[29]。要するに、記号代数は算術代数とは異なる形式の規則を持ってもよい。その真価は、というより新しい記号論の賭け金は、むしろ、ある記号言語に一定の解釈を割り当てることで、その規則の「等価形式」を有する体系として「未知の演算クラス」を明示化できる点にある。またそれゆえ、Peacockは記号代数の量的な解釈しか想定しなかったが、それは原理的には、量以外の何かにも開かれている。そのことを実際に例証したのが、『論理の数学的分析』だった。節を改めよう。

3. 記号言語による理知的（noetic）領域の明示化とその帰結

MALの序論は次のように始まる。

> 記号代数論の現状に精通する者は、解析過程の妥当性が使われる記号の解釈には存せず、その結合法則だけに存することに気づいている。仮定される諸関係の真理に影響しない解釈体系はどれも等しく容認され、同じ過程がある解釈図式のもとでは数の属性に関する問題の解法を表し、別のもとでは幾何的問題のそれを、第三の図式のもとでは力学や光学のそれを表すことができる。（…）かかる重要な理説の帰結を十全に認識することは、偶発的な状況のせいでいくらか遅れてきた。既知の解析の形態全てにおいて、規定すべき諸要素が計量可能だと考えられてきたのである（…）。解析の現存する形態に量的な解釈を割り当てることは、それらの形態が規定された状況の結果であって、解析の普遍的な条件だとみなさるべきではない。かかる一般原理の基礎の上に、私は論理計算（Calculus of Logic）を確立し、現在はその対象と道具において孤立していようとも、数学的分析の然るべき形態のうちにそれの場所を要求する[30]。

前節の議論をふまえれば、ブールの論理体系が記号代数の応用として構想されたことは容易に確認できよう。翻って、導入で引用したLTの冒頭は、「心の働き（operation）の基本法則」を「記号言語」の演算（operation）規則で表現することの宣言として読める。言うまでもな

く、「ロゴス」の両義性以来、記号と心は論理学史を通じて様々に関連づけられてきたし、代数的な人工言語の使用にしても前例がある。また論理学が第一義的には思考に関わるというのは『ポール・ロワイヤル論理学』（1662）が標準的な教科書だった頃からの支配的な論理観であり彼特有のものではない。が、幾度でも強調するが、記号代数は Woodhouse が素描したような記号論的な転回によって生まれた。アルノーの「考える技法（l'art de penser）」という定義を支持した近世の論理学者たちやロックが前提したような、記号と観念との無媒介な表象関係はもはや機能しない。とすれば、いかなる問題系において、記号と心の関係は考えられたのか。これが本節を導く問いである。

ブールの記述を辿ってみよう。上の引用箇所に続けて、「論理学を可能にするのは、私たちの心における一般概念——クラスを把握し（conceive）、共通名によって個々のメンバーを指示する能力——の存在である。従って論理学の理論は言語の理論と密接に結びついている」。まず確認すべきは、一般概念から出発する点で、ブールが伝統的な名辞論理学の枠組みを踏襲していることであろう。命題ないしは判断から出発すべきだというフレーゲ以来の常識は共有していない。しかし他方で、一般概念が記号によるクラスの形成という独自の視点から理解されることに注意すべきである。ここにはすでに、彼の論理思想の二本柱と言える要素、外延的観点の徹底と理知的領域の記号化が含まれている。

辞書風に言えば、クラスとはその外延においてのみ捉えられた名辞または一般概念である。もちろんアリストテレスの類と種を思い出すまでもなく、名辞同士の関係を外延的に捉えることは少しも新しくない。しかしブールと伝統的論理学では、外延を比較するやり方と程度が大きく異なり、そのことが論理思想の決定的な違いを反映している。

ベンは「論理的命題の諸形式について」（1880）のなかで、三つの命題観——「述定思想」、「クラス包摂・排除思想」、「コンパートメント思想」を区別している。彼の考えでは、この三つはそれぞれ伝統的論理学、Hamilton らの「述語の量化」、そしてブールや彼自身の論理代数における命題観に対応する。例によってフレーゲを全く無視する点で片落ちではあるが、三者の差異を知るうえではこの図式の見通しはよい。まず「述定思想」に関して、「私たちはここでは主語と属性を区別し、ある主語が一定の属性を持つとか持たないと主張する。これらの型［A、E、I、O］（…）は一般的かつ優先的に述語を属性の観点から捉え、主語をクラス（全体か部分）の観点から捉えるので、述語を量化することが当然ない」[31]。言い方を変えれば、伝統的論理学の命題観では、外延的観点が徹底されない。「全ての人間は動物である」という全称命題は、クラス同士の関係ではなくて、「動物」なる性質の「人間」クラスへの帰属という内包的観点からむしろ理解され、それゆえ主語概念だけが量化される。これに対して、論理学研究が復興した 1820 年代以降のイギリスでは、Hamilton を中心に「述語の量化」が試みられていた。それは要するに、三段論法の枠組みのなかで「全ての A は全ての B である」から「ある A はある B でない」まで八つの命題型を許

容する試みだったが、このとき、命題の見方は「主語と述語、というより対象と属性の関係を述べること」から「二つのクラス相互の包摂と排除の関係を述べること」へ移行する。だが「クラス包摂・排除思想」は、「十分に外延的ではない」。三つ以上のクラスを満足に扱えないという理由をベンは強調するが、それ以上に彼の説明からも示唆されるのは、空のクラスを考慮しないからである。空のクラスを論理学へ引き入れることは、ベンの表現では、「コンパートメントの占居か非占居」という命題観において初めて可能となった。「私たちが行うべきは、任意の数のクラス名辞が生成しうる全ての可能的結合を考え、その表記法を発明することである。そして、所与の命題に含まれる含意によって、これら種々のコンパートメントのうちどれが空でどれが占められるか、それを示せる記号表現の様式を見つけることである」[32]。こうした考えの核心は、全体－部分関係ではなくて、結合クラス（コンパートメント）が空なのかどうか、ただそれだけの二値性で命題を表現できる点にある。このとき、例えば「全ての人間は動物である」は、「人間」と「非動物」の結合クラスは空である、つまり人間だが動物ではないものはいないという観点から理解される。そして先回りして言えば、そうすることで、0と1だけを許容する二値代数の「等価形式」によって、例えば全称命題なら $x(1-y)=0$ という具合に、あるいはベン図におけるその等価表現によって、命題と一般概念を記号化できるようになる。実際、それがブールと彼の後継者たちの行ったことである。

とはいえ、ブール自身は「コンパートメント思想」と呼びうる明確なアイデアを持っていたわけではない。また外延的観点を徹底したのは確かだが、上の序論からも明らかなように、量的観点から論理を捉えたのではない。反対に、量的ではない心の法則を代数的に記号化する可能性を考えた末に、空のクラスを引き入れ、二値代数の「等価形式」を採用するに至った。そしてブールがこのような「記号論理学」を可能な学として権利要求するやり方は、記号論的パラドックスが解かれた手続きと全く並行的に、直観と概念、受容性と自発性の――少なくともカント以降はありふれた――区別を捉え返す作業として理解できる。MALの序文と1856年の未刊草稿「論理の数学的理論の基礎について、そしてその手法と過程の哲学的解釈について」から引用しよう。

> 論理学は量の観念を参照しつつ考えることもできるが、それはまた別のいっそう深遠な関係体系を持ってもいる。数という媒体を通じて空間と時間の直観と結びつけて、論理学を外側から考えることが合法であるならば、心の構成にその住処を持つ別の秩序に基づいて、論理学を内側から考えることもまた合法である。かかる思想とそれが示唆する探求の諸帰結が以下の本稿では具現されている[33]。

> クラスという一般概念のもとにある私たちの事物の概念には、二つの異なる要素が含まれる。すなわち、⑴それらの概念が事物のイメージをもたらすと

ころの表象的要素。⑵そうした像または表象をクラスという一般概念へ従属させる理知的（*noetic*）要素。論理学が関わる知性的働きの法則は、前者からは独立しており後者すなわち理知的要素にのみ存する。（…）論理学は言語の補助（instrumentality）を介して、記号において具現されはするがその究極的な基礎と理由を知性的法則のうちに持つような手法と過程の体系へと発展する。（…）心的概念と心的働きが記号によって表現されるとき、そうした概念と働きの法則は記号それ自体の法則となる[34]。

論理学は感官の証言ではなく知性の内在秩序にこそ関わる。文書ごとで言い回しは一貫しないが、「呈示的（ostensive）科学ではなく理知的科学」[35]という理解そのものをめぐって、ブールにぶれはない。しかし他方で、「知性的法則」と「記号それ自体の法則」の間には、一見素朴な反映関係が仮定されている。それに関して、ブールはLTを中心に随所で説明を試みているが、その基本路線はつねに、他でもない規則の形式的類似性への訴えである。彼によれば、「記号の法則をア・ポステリオリに研究すること」と「思考の内的過程を直接の研究対象にすること」において、「両方の場合で、得られる結果は形式的に等価である」[36]。かかる等価性は言語一般に対して認められるが、こと「計算の記号言語」に関してはさらに、推理の基本法則がそれを「示唆する」のであって、「一般的な推理における心のoperationと代数という個別の領域におけるoperationとの間には密接な類似性が存在するだけでなく、二種類のoperationが実行時に従う法則の間にはかなり正確な一致が存在する」[37]。では、具体的に言って、「二種類のoperation」はいかなる形式において類似するのか。

はじめに記号の定義を確認すれば、「記号とは一定の解釈を持つ恣意的なマークであり、相互の解釈に基づく一定の法則に従うことで他の記号との結合を許容する」[38]。要するに、記号代数における記号概念が採用される。そのうえで、MALより簡潔なLTの表記法に即せば、以下の記号が使用される（ブール自身のやり方に従い、すでに解釈済みの記号であるかのように説明する）。⑴クラスを表す「x、yなどの文字記号」、⑵クラスの結合や分解に携わる心の働きを表す「+、×などの演算記号」、⑶「同一性の記号、=」、最後に（ブールはそれらと一緒に羅列していないが）「皆無（*Nothing*）と全体（*Universe*）」を表す「0と1の記号」である。そしてそれらの記号が従う基本法則として、ということは「推理の基本法則」ないしは「思考の法則」として、MALとLTで共通して挙げられているのは、⑴交換則 $xy=yx$、⑵分配則 $z(x+y)=zx+zy$、⑶指数則 $x^2=x$（もしくは $x^n=x$）の三つである。MALでは、これらだけで「計算の基礎にとっては十分である」[39]と述べられているが、実際には不十分であり、LTでは（0と1に関するものなどを追加するかたちで）計八つの規則が立てられている。当初にたかだか三つに限定されたのは、Gregoryの記号代数を手本にしたものと考えて間違いない[40]。しかしいずれにせよ、ここで重要なのは

指数則だけである。$x^2=x$ は論理代数に固有の規則であり、「量の科学」の王者たる通常の算術では成り立たないからだ。言い換えればそれは、量の概念から独立した私たちの理知的領域を統べる最も特徴的な規則に他ならない。

ブールがそれを基本法則として立てるのは、クラス概念と日常言語に対するごく素朴な観察に依拠してのことでもある。「『よい、よい』と言うことは（…）『よい』と言うことと同じである。それゆえ『よい、よい』人間は『よい』人間に等しい」[41]。しかしこれだけのことなら、$x^2=x$ に大した価値はないだろう。ブールの天才は、ひとつは、それまで最も根源的な――およそ他の規則からは導出できない――「思考の法則」または存在の法則と考えられてきた矛盾律を、この指数則から導いてみせた点にある。「あらゆる存在者にとって、ある性質を持つと同時にそれを持たないということは不可能だと主張する、矛盾律と呼ばれる形而上学者たちの公理は、その表現が $x^2=x$ であるような思考の基本法則の帰結である」。実際、彼の体系においては、$x^2=x$ から x（$1-x$）$=0$ を導出できるが、その式をクラスの表現として解釈した場合、それは「x」にも「*not x*」にも属する事物からなるクラスは空だということを、従って「アリストテレスが全ての哲学の公理として記述した『矛盾律』」[42] に相当する事柄を意味する。

だが注意されたい。ここまでの議論から伺えるように、ブールの論理代数においては「0」と「1」という記号が極めて重要な役割を果たす。にもかかわらず、私たちはそれらについてまとまった説明を行わなかった。確かに、それらは「皆無と全体」、つまりは任意の「議論領界」とその反対クラス（補集合に類比可能なもの）として解釈されるから、外延的観点を徹底するとき「クラス外延の二つの限界」[43] を表す記号として要請されるのだとも言えよう。しかしより重要な側面として、またブール自身の行論においては、「0」と「1」はまさしく指数則という「思考の法則」によって要請されるものである。そしてそのことは、先述した二値代数と論理代数の形式的類似性を意味している。

> 数の記号のうち、同じ形式的法則に従うものが二つだけ存在する。すなわち0と1である。私たちは、$0^2=0$ と $1^2=1$ ということを知っているし、$x^2=x$ は代数的に捉えるなら、0と1以外の根を持たない。それゆえ、論理学の記号と数のそれらとの形式的一致の程度を一般的に決める代わりに、直接に示唆されるのは、それらを0と1の値だけを許容する量の記号と比較することである。ここで、x、y、z などの記号が0と1の値を無差別に許容し、またそれらの値だけを許容する代数を思い浮かべよう。かかる代数の法則、公理、過程は、論理の代数の法則、公理、過程とその全体において同一であろう。解釈の差異だけが両者を分かつのだ[44]。

こうして私たちは、当初の問いに一応の答えを示せる地点には到達した。すなわち、ブールがどのようなかたちで記号と心の関係を考えたか、あるいはどのように心を記したかと言えば、理知的領域を統べる「思考の法則」を二値

代数の「等価形式」として明示化するという問題系においてそうしたのである。しかしこのときブールは、というより負数と虚数をめぐる観念の「不在」に端を発した新しい記号論は、「存在」をめぐる謎へ差し戻されるだろう。実際、かつてMALで「私たちはもはや論理学を形而上学ではなく数学と結びつけるべきである」[45]と書いたブールは、まさしくそれを実行したおかげで、晩年、次のように問うことができた。

> 一般記号 x によって表現される概念把握の心的働きの法則は、算術において0か1を表示する一般記号 x の法則と同じである。そして皆無を表示する特殊記号0と全体を表示する特殊記号1の法則は、その算術における特殊記号0と1の法則とそれぞれ同じである。従って、（…）私たちが事物の一般概念を表現する名辞またはマークの形式的法則は、私たちが皆無と全体の特殊概念を表現する名辞またはマークに共通する法則と同じである。（…）［このことを内包的に捉えるなら］性質の所有によって内包的に定義される事物の形式的法則は、存在と不在という質的概念のもとで捉えられるにすぎない事物の形式的法則と同じである。（…）検討されるべきは、論理学における不在と存在の概念と算術における0と1との形式的アナロジーに何らかの本質的な基礎があるかどうかである[46]。

4. 結論

以上の考察を通じて、ブールの論理思想は満足な水準まで明確化されたはずである。確かに手つかずのままにした論点も多く、特にLTの後半で展開された確率論には全く踏み込めなかった。ブールもその後継者たちも、二値代数の「等価形式」だけを理知的領域に見出したわけではない。けれどもここで強調すべきは、そのような形式で心の法則を記すことができるという発見が、人間知性をめぐる新しい問いを彼らにもたらしたという側面である。ブールの仕事を最初期に評価したジェボンズは、論理代数を応用するかたちで、三段論法を実行できる論理機械を作ったことで知られる。その機械が重要なのは、コンピュータの先駆けであるという以上に、パースが洞察したごとく、次のような問いを差し迫ったものにしたからである。「正確に言って機械は思考の仕事のうちどれだけを実行できるのか、そして思考のいかなる部分が生きた心に残されているべきなのか」[47]。二値代数の「等価形式」によって心を記すというブールの試みは、単に「思考の法則」を書き取っただけでなく、このような問いが積極的に適用されるような心の概念を可能にした。19世紀論理代数としての記号論理学が成立したことのひとつの思想史的帰結は、ここに求められる。

註

1 (Dummett 1959, p.203).

2 (Haaparanta 2009, p.3).

3 Cf. (Venn 1880c).

4 (Putnam 1982, p.292).

5 (Gabby & Wood 2008, p.viii).

6 (Venn 1880c, p.248).

7 (Lewis 1918, p.v).

8 (ibid., p.2).

9 ブールに始まりパースらを経てシュレーダーにおいて大成された体系（正確にはそのクラス論理の部分）に十全な公理系が与えられたのは、(Huntington 1904) においてだった。ついでに言えば、今日「ブール代数」と呼ばれているのは、そうした一連の仕事を踏まえつつも、また別の形式体系として 20 世紀に整序されたものであり、論理代数の系譜には数えられない。ブール自身の体系とブール代数の差異について、詳しくは (Hailperin 1981) を参照されたい。

10 かかる相違は一般に、「論理代数の伝統」とフレーゲ、ペアノ、ラッセルらが属するとされる「数理論理学の伝統」との対比として語られる。「論理代数では法則が重視されたのに対し、数理論理学では公理が強調された。さらに（…）とりわけラッセルに代表される論理主義バージョンの数理論理学では、論理学が全ての数学を包摂するとみなされたのに対し、論理代数で主張されたのは、論理学が数学と一定の関係を持つということだった」(Haaparanta 2009, p.7)。

11 (Putnam 1982, p.294)

12 (Venn 1880c, p.248).

13 (Boole 1854, p.1).

14 (Haack 1978, p.238).

15 Cf. (Vassallo 2002). さらに (Kusch 1995) が知識社会学の観点から検証したところでは、「心理主義」なる用語自体が共通の定義なく攻撃の道具に乱用された経緯を持ち、その意味では「心理主義はフレーゲとフッサールによって決定的に論駁された」(p. 4) という通説もまた相対化されてよい。

16 もちろん、論理代数をめぐる思想史的説明がすでにないわけではない。特に Hejenoort がフレーゲの記述に触発されて提示し、さらにそれを Hintikka が壮大な見取り図として仕上げた「言語としての論理学」と「計算としての論理学」の対照は、よく知られている。それらの範囲は第一義的には「数理論理学の伝統」と「論理代数の伝統」に凡そ対応し、前者では論理を表す言語の「普遍性」が主張されたのに対し、後者ではその「再解釈可能性」が認められたとされる。しかし、Hintikka の最も広い理解では、ラッセルやウィトゲンシュタインのみならず、ハイデガーや脱構築派までが「真理とその他の意味論的概念の語りえなさ」(Hintikka1997, p.15) という点で前者と合流し、対して後者はモデル理論の思想的水脈とみなされるわけだが、かくも巨大な勢力図がどこまで有効かは議論の余地がある。そして私たちの関心から言っても、この図式では、心を記すことという論点が満足に扱えない。またこれとは別の話題として、記号代数については、イギリス唯名論との関連が指摘されてもきた（例えば (Pycior 1984) の議論を参照されたい）。が、論理代数の伝統まで考慮した場合、パースのような熱心な実在論者もそこに含まれるうえ、ブールにも唯名論への傾斜を明確に示す記述は認められない。

17 (Babbage 1864, p.29).

18 (Enros 1983, p.28).

19 (Babbage & Herschel 1813, p.i).

20 (Dubbey 1978, p.104).

21 (Babbage 1827, p.333).

22 (Peacock 1833, p.189).

23 (Peacock 1830, p.vii-xi).

24 (Woodhouse 1801, p.90).

25 (ibid., p.119).

26 (Peacock 1833, p.200).

27 (ibid., p. 194-195).

28 Cf. (Pycior 1981).

[29] (Gregory 1840, p.208-209).

[30] (Boole 1847, p.3-4).

[31] (Venn 1880b, p.337).

[32] (ibid., p.341-345).

[33] (Boole 1847, p.1).

[34] (Boole 1997, p.69-71).

[35] (ibid., p.72).

[36] (Boole 1854, p.24-25).

[37] (ibid., p.6).

[38] (ibid., p.25).

[39] (Boole 1847, p.18).

[40] Cf. (Boole 1844), (Gregory 1840).

[41] (Boole 1847, p.32).

[42] (ibid., p.49).

[43] (ibid., p.47).

[44] (ibid., p.37-38).

[45] (Boole 1847, p.13).

[46] (Boole 1997, p.113-114).

[47] (Peirce 1887, p.165).

参考文献

Babbage, C. (1827)," On the Influence of Signs in Mathematical Reasoning",*Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 2, 217-225.

Babbage, C. (1864), *Passages from the Life of a Philosopher*. Dawsons of Pall Mall: London.

Babbage, C. & Herschel, J. (1813), *Memoirs of the Analytical Society*. Deighton & Sons: Cambridge.

Boole, G. (1844), "On a general method in analysis", *Philosophical Transactions of the Royal Society*, vol. 134, 225-282.

Boole, G. (1847), *The Mathematical Analysis of Logic. Being an Essay towards a Calculus of Deductive Reasoning*. Macmillan, Barclay, and Macmillan: Cambridge.

Boole, G. (1848), "The calculus of logic", *Cambridge and Dublin Mathematical Journal*, vol. 3, 183-198.

Boole, G. (1854), *An Investigation of the Laws of Thought, on which are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities*. Walton & Maberly: London.

Boole, G. (1997), *Selected Manuscripts on Logic and Its Philosophy*, ed. I. Grattan-Guinness and G. Bornet. Birkhauser: Basel.

Dubbey J. M. (1978), *The Mathematical Work of Charles Babbage*. Cambridge University Press: Cambridge.

Dummett, M. (1959), Review of Boole, G. *Studies in Logic and Probability, The Journal of Symbolic Logic*, vol. 24, 203-209.

Enros, P. (1983), "The Analytical Society (1812-1813): Precursor of the renewal of Cambridge mathematics", *Historia Mathematica*. Vol. 10, 24-47.

Gabbay, D. M. & Woods, J. (2008), "Preface", *Handbook of the History of Logic Volume 4 British Logic in the Nineteenth Century*, ed. Gabbay & Woods. North-Holland: Amsterdam.

Gregory, D. F. (1840), "On the real nature of symbolical algebra", *Transactions of the Royal Society of Edinburgh*, vol. 14, 208-216.

Haack, S. (1978), *Philosophy of Logics*, Cambridge University Press: Cambridge.

Haaparanta, L. (2009), "Introduction", *The Development of Modern Logic*, ed. Haaparanta. Oxford University Press: New York.

Hailperin, T. (1981), "Boole's Algebra Isn't Boolean Algebra", *Mathematical Magazine*, vol. 54, 172-184.

Heijenoort, J. V. (1967), "Logic as Calculus and Logic as Language", Synthese, vol. 17, 324-330.

Hintikka, J. (1988), "On the Development of the Model-Theoretic Viewpoint in Logical Theory", *Synthese*, vol. 77, 1-36.

Hintikka, J. (1997), "The Place of C. S. Peirce in the History of Logical Theory", *The Rules of Reason: The Philosophy of Charles Sanders Peirce*, ed. Brunning & Forster. University of Toronto Press: Toronto.

Huntington, E. V. (1904), "Sets of Independent Postulates for the Algebra of Logic", *Transactions of the American Mathematical Society*, vol. 5, 288-309.

Lewis, C. I. (1918), *A Survey of Symbolic Logic*. University of California Press: Berkeley.

Peacock, G. (1830), *A Treatise on Algebra*. J. & J. J. Deighton: London.

Peacock, G. (1833), "Report on the recent progress and present state of certain branches of analysis", *British Association for the Advancement of Science* Report, vol. 3, 185-352.

Peirce C. S. (1887), "Logical Machines", *American journal of Psychology*, vol.1 165-170.

Putnam, H. (1982), "Peirce the Logician", *Historia Mathematica*. Vol. 9, 290-301.

Pycior, H. M. (1981), "George Peacock and The British Origins of Symbolical Algebra", *Historia Mathematica*. Vol. 8, 23-45.

Pycior, H. (1984), "Internalism, externalism, and beyond: 19th-century British algebra", *Historia Mathematica*. Vol. 11, 424-441.

Pycior, H. M. (2002), "Symbolical Algebra as a Foundation for Calculus: D. F. Gregory's Contribution" *Historia Mathematica*. Vol. 29, 395-426.

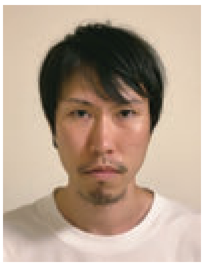
Venn, J. (1880a), Review of Frege, G. *Begriffsschrift*, Mind, vol. 5, 297.

Venn, J. (1880b), "On the Forms of Logical Proposition", Mind, vol. 5, 336-349.

Venn, J. (1880c), "Symbolic Logic", The Princeton review, vol. 2, 247-267.

Venn, J. (1881), *Symbolic Logic*. Macmillan: London.

Woodhouse, R. (1801), "On the necessary truth of certain conclusions obtained by means of imaginary quantities", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Vol. 91, 89-119.



坂本　壮平（さかもと・そうへい）

［生年月］1989 年 6 月
［出身大学または最終学歴］東京大学大学院情報学環・学際情報学府 修士課程 修了
［専攻領域］哲学、記号論、C・S・パースの研究
［所属］東京大学大学院情報学環・学際情報学府 博士課程
［所属学会］日本記号学会

Inscribing the Mind: Boole's Algebra of Logic and the New Semiotic

Sohei Sakamoto*

The aim of this paper is to reexamine the background and purport of Boole's Algebra of logic, in the light of *inscribing the mind* or *making the noetic explicit by symbols*. In the beginning, we focus on Peacock's symbolical algebra as a theoretical predecessor of Boole's system, and demonstrate that symbolical algebra is based on a new semiotic driven by the anxiety of symbols lacking their referent. Boole's work can be viewed as an application of such algebra and semiotic to logic. But, in his conception of that science, logic is concerned only with the "laws of thought" of noetic, not intuitive, domain of the mind. Then, for him, "laws of thought" must be the same as the laws of symbolic language. Again, ultimately, They must be "equivalent forms" of the rules of an algebra admitting only of the values 0 and 1. Boole inscribed the mind in such way.

* Graduate School of Interdisciplinary Information Studies, the University of Tokyo

Key Words：Algebra of Logic, Symbolical Algebra, Semiotics, Laws of Thought, 0 and 1