

Efficient Bayesian Estimation of Time Series Models and Its Applications

その他のタイトル	時系列モデルの効率的なベイズ推定とその応用
学位授与年月日	2013-04-24
URL	http://doi.org/10.15083/00006159

審査の結果の要旨

氏名 黒瀬雄大

論文の内容

本論文ではインフレ率や金融資産収益率などの時系列に見られる、分位点や分散・相関係数が動的に変動するという現象について、新しい統計的モデルを提案してそのパラメータの効率的な推定方法を開発している。これらのモデルにおいては観測されない分位点、標準偏差の対数、相関係数のフィッシャー変換を潜在変数としてそのダイナミック・モデルを表現するために尤度関数を評価することが難しくなり、最尤法による統計的推測や予測が困難となる。この問題を克服するために本論文ではベイズ統計学のアプローチをとり、シミュレーションに基づくマルコフ連鎖モンテカルロ (MCMC) 法という計算統計の手法を用いて、統計的推測を行っている。さらに近年、金融市場における高頻度データ (日中の取引データ) が利用可能になったことから、統計的モデルの中にこれらの情報を追加的な観測方程式として取り入れることで、パラメータ及び潜在変数に関する推定精度を高め、また、MCMC 法におけるサンプリング効率性の問題についても改善することに成功している。

第 1 章では、まず本論文で扱う金融時系列の統計的モデルについて概観している。第 2 章では、時系列の分位点が時間を通じて変動するという統計モデルを状態空間表現により与えている。分位点の統計モデルでは、ある損失関数を最小にする推定量が一致性や漸近正規性を持つことが知られているので、本論文ではそのような損失関数と同等な確率分布である非対称二重指数分布を観測方程式の攪乱項に仮定している。さらに通常時間を通じて一定とされる分位点のモデルを拡張して、分位点を潜在変数・状態変数として、それが動的に変動する状態空間モデルを提案している。状態変数の動的構造については、初期には単純な 1 階の自己回帰過程も考慮していたが、試行錯誤の末に分位点の変動が滑らかであるような、極限では平滑化スプラインに収束するような構造を仮定するに至っている。

状態方程式では攪乱項に正規分布を仮定しているので線形ガウス型になっているが、観測方程式では攪乱項が正規分布ではないので、線形ガウス型状態空間モデルにおいて用いることのできるシミュレーション・スムーザなどの効率的な推定手法を使うことができない。そこで本論文では、非対称二重指数分布に従う確率変数を、正規分布と指数分布に従う 2 つの確率変数の混合分布で表現し、指数分布に従う確率変数を所与とした

ときに攪乱項の条件付分布が正規分布になることを利用して、効率的な推定手法を利用することに成功している。シミュレーション・データを用いた検証では、単純なサンプリング方法との比較においても、4~10倍の効率性が得られている。

実証分析では1985年~2010年の企業物価指数（月次）を基に計算されたインフレ率にこのモデルを適用し、Engle and Manganelli (2004)のCAViaRモデルとの比較をDICやバック・テストングにより行っている。その結果、リーマン・ショック以前の時期においては提案したモデルの優越性が示されるが、変動の激しいリーマン・ショック以降の時期においては必ずしも優越性に関する明確な結果は得られていない。

第3章では、多変量金融時系列において分散および相関係数が動的に変動するモデルを考え、そのモデルのパラメータ及び潜在変数の効率的な推定方法を導出している。多変量金融時系列では同様な共分散構造をもつグループの存在が知られており、例えば多変量GARCHモデルの枠組みではEngle and Kelly (2012)の動的等相関(DECO)モデルが知られている。本論文では多変量確率的ボラティリティ変動モデルの枠組みで、すべての相関係数が等しいと仮定し、その（共分散行列の正定値性の制約を満たすような）フィッシャー変換が1階の自己回帰過程に従うようなモデルを提案しており、従来のボラティリティの対数のみがそれぞれ動的に変動するモデルを拡張した形になっている。モデル・パラメータを効率的に推定するためには、特に動的に変動する潜在変数の効率的なサンプリングを行う必要があるが、本論文では複数の潜在変数をまとめてサンプリングするブロック・サンプラーの手法を用いている。このサンプリング法はOmori and Watanabe (2008)に基づいており、その適用にはヘッシアン行列の期待値を解析的に求める必要があるが、その複雑な計算を丁寧に導出している。

実証分析では、2001年4月から2010年12月までの日次の東証の3つの業種別株価指数（機械・電気機器・精密機器）にこのモデルを適用しており、相関係数が動的に変動していたことを明らかにしている。また各系列とそのボラティリティの対数との相関（レバレッジおよびクロスレバレッジ）の変動についても、系列ごとにその挙動が異なっていることが示されている。

第4章では、近年利用可能となった高頻度データを用いることで、モデル・パラメータの推定精度を高めるため、ボラティリティや相関係数の変動に関する情報を統計モデルに追加する試みを行っている。このアプローチはTakahashi, Omori and Watanabe (2009)によるRealized Stochastic Volatilityモデルとして知られており、本論文ではボラティリティだけではなく、相関係数についても実現共分散行列の情報を観測方程式として取り入れ、拡張された状態空間モデルを考えている。この追加された観測情報により推定精度を改善することができるので、潜在変数のサンプリングに単純な推定方法、たとえば1つの潜在変数をサンプリングするのに他の潜在変数をすべて所与とするsingle-move samplerなどを用いることでも一定の推定精度を得ることができる。第3章で提案されたBlock samplerなどの効率推定法は、多変量時系列の次元が低い場合に

は有効であるが、次元の高い場合には (1) 計算時間を要する, (2) 提案分布を構成するための補助的な状態空間モデルの近似精度が悪くなる可能性がある, ことから高頻度データに基づいて観測方程式を追加することは非常に有効である. 実証分析では提案モデルを, 2001年2月から2009年12月までのダウ平均に含まれる10銘柄の株価収益率に対して適用しており, 高頻度データの導入が推定精度を改善していることが明らかにされている.

第5章では, 上述のモデルをさらに拡張して, 多変量時系列をいくつかのグループあるいはブロックに分割し, そのグループ内及びグループ間の相関係数が等しい, 多重ブロック等相関係数モデルを提案している. これはポートフォリオにおいて多くの銘柄の株式が含まれるような場合には, すべての相関係数が等しいという仮定は現実的ではないためであるが, 多重ブロック等相関係数モデルでは共分散行列の正定値性を保証する条件が複雑になる. そこで高頻度データに基づく観測方程式を追加することで潜在変数に関する推定精度を高め, 正定値性制約下での独立 MH アルゴリズムによるサンプリングにおいて候補点の採択率を高めることに成功している. 実証分析では第4章で用いたデータを3ブロックに分割してMCMCによるモデル・パラメータの推定をしている.

論文の評価

本論文は, 金融時系列の分位点と共分散行列の動学的構造を明らかにする試みであり, 新しい統計モデルの提案とそのための効率的な推定方法の開発に成功している. これらのモデルは金融リスクの評価・ポートフォリオ選択において重要な知見を与えるものであり, 現実への応用という点でも意義深い. 特に多変量時系列の共分散行列の動学モデルは, さまざまなモデルについて試行錯誤的に提案が現在進行形でなされているが, そのなかでも本論文で提案されたモデルはその意味が明解であり, モデル・パラメータの推定精度が高いという点で有望である. 以下では各モデルについてその評価・コメントをまとめる.

第2章の分位点の統計モデルでは, 分位点を表す潜在変数を導入することで統計モデルを状態空間表現している点, また攪乱項の混合表現を用いることにより条件付きで線形ガウス状態空間モデルに帰着させて効率的な推定方法の導出に成功している点で, 評価できる. さらに t 時点における観測変数と $t+1$ 時点における分位点の相関を導入しているモデルはこれまでになく独創的であるといえる. ただし, その相関係数の取りうる値の範囲がやや制約的であるという点がモデルの限界を示しており, さらに一般化が今後は期待される. また, 分位点の変動が滑らかであるという仮定は, リーマン・ショックなどの急激な経済構造の変化が生じる場合には整合的ではないので, 構造変化に対応するモデルの拡張についても今後考慮する必要があるといえる.

第3・4章の共分散行列の統計モデルでは, 多変量時系列の相関係数がすべて等しい

という仮定が置かれている。この仮定は強すぎるという批判もあるが、現実の金融時系列では同様な相関構造をもつものも多い。時系列の次元が高くなるにつれて推定するべきパラメータ数は爆発的に増加することを考慮すれば、一定の構造を仮定することでパラメータを節約することは自然であるともいえる。特に第 5 章における拡張では、複数のブロックに分割してその中で等相関を考えており、より現実の時系列構造に近い統計モデルの選択肢も提示できているといえる。多変量時系列のモデルは、推定するべきパラメータや潜在変数が増加するとその推定結果は不安定になりやすいが、高頻度データの情報を取り入れることにより安定化させることに成功している点は特に評価に値する。さらに今後提案モデルの優越性についてさまざまなモデルとの比較をボラティリティ予測・ポートフォリオ・パフォーマンスといった観点から進めていくことが必要であると思われる。

最後に、第 5 章の実証分析では多重ブロックの構成銘柄は恣意的に選択しているが、その選択も推定アルゴリズムに含めることができれば、多変量時系列のグルーピングが可能となるのではないかというコメントも出され、新しいグルーピングの方法としてもその拡張が期待されている。

論文審査の結論

以上の評価では、黒瀬氏の提出論文に対して一致して高い評価を与えると共に、今後の検討すべき課題について指摘がなされた。また提出論文の第 2 章は英文誌の学術雑誌 (Journal of the Japan Statistical Society) にすでに採択・掲載されており、第 3 章～第 5 章も同様に国際的に水準の高い学術雑誌に投稿する予定となっている。このように本研究の完成度は高く、各章は独創的で今後のさらなる展開が期待される。以上より本研究科が要求する学位論文としては十分であり、審査委員会は全員一致で本論文を博士 (経済学) の学位授与に値するものであると判断した。

2013 年 1 月

審査委員

大森 裕浩

国友 直人

矢島 美寛

久保川達也

下津 克己