

# Quasi-Likelihood Analysis for Diffusion Processes and Diffusion Processes with Jumps

その他のタイトル	拡散過程及びジャンプ型拡散過程に対する疑似尤度解析
学位授与年月日	2013-07-15
URL	<a href="http://doi.org/10.15083/00007218">http://doi.org/10.15083/00007218</a>

## 論文審査の結果の要旨

氏名 荻原 哲平

論文提出者荻原哲平は、パラメトリックな拡散型過程及びジャンプ拡散過程の離散観測に基づく最尤型推定量およびベイズ型推定量の漸近挙動に関する新しい結果を与えた。本質的な困難を克服し、従来の拡散型過程の正則観測下における疑似尤度解析を、非同期観測とジャンプという2つの方向へ発展させた。

確率微分方程式のパラメータ推定は、金融、工学、生物学など、確率微分方程式によるモデリングとデータ解析がなされる分野で基本的な問題である。有限時間高頻度データによって拡散係数のパラメータが一致推定可能であり、その統計推測理論の構築が課題となる。同期観測の場合に、疑似最尤型推定量の漸近混合正規性が Genon-Catalot and Jacod によって90年代に示され、さらに、ベイズ型推定量の挙動も捉えられる疑似尤度比確率場に対する多項式型大偏差評価含む疑似尤度解析(Quasi Likelihood Analysis、QLA)が Uchida and Yoshida によって最近与えられた。

2つの時系列の離散非同期観測からその共分散構造を推定するとき、通常のリアライズドボラティリティを適用するためのアドホックな補間によるデータの同期が、相関の推定に決定的なバイアスを生じることが70年代終わりより経験的に知られ、Epps 効果と呼ばれている。この問題は2000年代に理論的に研究され、Malliavin and Mancino のフーリエ解析による推定量やHY推定量が提案され、漸近混合正規性も証明された。この問題は最近ではマイクロストラクチャーやジャンプ成分がある場合に一般化されており多くの研究があるが、いずれにしてもノンパラメトリックな記述統計量が扱われている。いっぽう係数が具体的な関数表示を持った拡散型過程で時系列がモデリングされる場合、パラメトリック推定の方が一般に efficient であり、予測の観点からも優れているため、パラメトリック推定法さらには QLA の構築は数理統計学的に必然の課題である。非同期観測の場合、推定量の構成の微妙な違いで成否が分かれるうえに、提出論文におけるように、サンプリングデザインの複雑な汎関数の漸近挙動を捉える必要があり、解析が技術的に困難になるため、パラメトリック推定の問題は非同期観測において未解決であった。

第1章では、2次元の拡散型の確率過程  $Y=(Y^1, Y^2)$  およびその確率微分方程式の拡散係数のデザインを与える説明変数過程  $X$  の有限時間高頻度非同期観測をもとに拡散係数中の未知パラメータを推定する問題を扱っている。QLA を構成するために、局所ガウス型疑似尤度関数を考えるが、離れた時区間の  $Y$  の増分の交互作用が取り込まれ、非同期な非正則観測区間からなる無限チェーンを扱う

必要が起こり、問題は同期のときに比べて遥かに難しくなる。論文では、 $Y^1$  と  $Y^2$  の観測区間の重なり具合を表現する行列からできるランダムなレゾルベントの漸近挙動を解析し、疑似尤度比確率場の挙動を多項式型大偏差評価とともに示し、最尤型推定量とベイズ型推定量の漸近混合正規性および積率収束を証明した。ノンパラメトリックスで最良と言われている HY 統計量と今回のパラメトリック推定量の漸近効率の違いを示す例を上げ、後者の優位性を確認している。

第2章では、ジャンプのある確率微分方程式で定まる確率過程に対して、高頻度正則観測（高頻度で等間隔サンプリング）の場合に疑似尤度解析を構成し、エルゴード性の下で最尤型推定量およびベイズ型推定量の漸近正規性および積率収束を証明した。疑似尤度の設計には、観測の各増分を疑似尤度の拡散部分にはめるかジャンプ部分にはめるかを決定する漸近判別フィルターを用いたが、レビ測度の原点付近の制約に関して先行研究のものを大幅に緩めた。極限定理のみに限定しても、ベイズ型推定量の漸近正規性は初めて得られたものである。Ibragimov-Hasminskii プログラムを実行するために、統計的確率場に対する多項式型大偏差評価を示し、独自のマルチンゲール不等式を駆使している。

非同期観測下のパラメトリック推定というこれまで漸近解析の方法が知られていなかった問題へのアプローチを与え、困難と思われていたパラメトリック推定量の漸近挙動を解明し、さらに、エルゴード的ジャンプ拡散過程に対して疑似尤度解析を構築した本論文の意義は大きなものである。よって、論文提出者 荻原哲平 は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。