

東京大学大学院新領域創成科学研究科

基盤科学研究系

先端エネルギー工学専攻

平成 17 年度

修士論文

$E \times B$  ドリフトを利用した Malmberg トラップへの  
電子斜入射システムの開発

2006 年 2 月提出

指導教員 吉田 善章 教授

比村 治彦 助教授

26205 栗原 智成

# 目次

<b>第一章 序論</b>	7
1.1 流れ場を持つプラズマ	7
1.2 非中性プラズマ	7
1.3 本研究の動機	9
<b>第二章 BX-U 装置</b>	10
2.1 BX-U 本体について	10
2.2 装置の軸合わせ	21
2.3 マッハプローブを用いた電子プラズマ・水素プラズマの重畳実験	23
2.4 マッハプローブによる計測の問題点	27
2.5 BX-U 本体の改造（分割電極等）	29
2.6 フィードバック装置	31
2.7 チタンワッシャープラズマガン	34
2.8 電子斜入射	37
<b>第三章 電子斜入射システムの開発</b>	41
3.1 電子を斜入射する諸方法	41
3.1.1 並行平板電極による斜入射	41
3.1.2 磁場による斜入射	42
3.1.3 $E \times B$ ドリフトによる斜入射	43
3.2 $E \times B$ ドリフトによる電子斜入射のシミュレーション	44
3.2.1 シミュレーションセットアップ	44
3.2.2 シミュレーション結果	45
<b>第四章 電子斜入射実験</b>	52
4.1 斜入射装置の設計・製作	52
4.1.1 電子銃	52

4.1.2	平衡平板電極 .....	56
4.2	ビーム偏向距離の電場及び磁場依存性 .....	59
4.2.1	実験セットアップ .....	59
4.2.2	実験結果 .....	60
4.3	LaB <sub>6</sub> カソードによる電子銃 .....	68
第五章 結論 .....		75
補遺 .....		76

## 図目次

1.1	Malmberg Trap 概念図	8
2-1	改良前の BX-U 装置図	15
2-2	円筒電極と電源の接続	15
2-3	円筒電極の作る電位	16
2-4	$r = 0$ での磁場強度分布	16
2-5	$z = 0$ での磁場強度分布	17
2-6	渦巻きフィラメントの接続と電子ビームの密度分布 ( $T=0$ )	17
2-7	メインシーケンサ回路	18
2-8	電子密度計測用のファラデーカップの模式図	19
2-9	ファラデーカップの操作	19
2-10	重畳実験時のマッハプローブの配置図	20
2-11	マッハプローブの全体図	20
2-12	マッハプローブの電極窓と浮遊電極棒	20
2-13	マッハプローブの計測回路図	21
2-14	BX-U における軸合わせ手法	22
2-15	電子プラズマ・水素プラズマの重畳実験手順	24
2-16	重畳実験における各部位の動作シーケンス	25
2-17	重畳実験におけるマッハプローブが捉えたイオンの回転 (上流部)	26
2-18	重畳実験におけるマッハプローブが捉えたイオンの回転 (下流部)	26
2-19	重畳実験で得られたイオンのダイナミクス	27
2-20	プローブを挿入した時の電子の閉じ込め系方向密度分布の変化	28
2-21	コイル再配置後の磁場強度計算結果	30
2-22	コイル再配置後の磁場強度測定結果	30
2-23	改造後の装置図	31
2-24	フィードバック装置の回路図	32
2-25	フィードバック装置接続イメージ図	33
2-26	分割電極からの電子プラズマの回転を捕らえた信号の比較	34
2-27	放電概略図	35
2-28	プラズマガンの設計図	36



2-29	トリガー回路 .....	36
2-30	メイン放電回路 .....	37
2-31	電子斜入射システム概略図 .....	39
2-32	電子銃ヘッド部分実物写真 .....	39
2-33	電子銃ヘッド部分概略図 .....	40
3-1	並行平板電極による電場での電子偏向. (a)は電場と磁場を垂直にした場合. (b)は電場と磁場を平行にした場合. ....	42
3-2	磁場による電子偏向 .....	43
3-3	曲げられたソレノイドコイルによる電子入射 .....	43
3-4	$E \times B$ ドリフトによる偏向 .....	44
3-5	電子軌道計算セットアップ .....	45
3-6	端部コイル直下からの電子入射 ( $V=800V$ ) .....	46
3-7	端部コイル直下からの電子入射 ( $V=4000V$ ) .....	46
3-8	端部コイル直下からの電子入射 ( $V=100V$ ) .....	47
3-9	ソレノイド磁場端部 .....	47
3-10	電子銃の各箇所から射出される電子 .....	48
3-11	コイル端部から 10cm の位置に置かれた電子銃の中心部から射出された電子の軌道 .....	48
3-12	コイル端部から 10cm の位置に置かれた電子銃の上端部から射出された電子の軌道 .....	48
3-13	コイル端部から 10cm の位置に置かれた電子銃の下端部から射出された電子の軌道 .....	49
3-14	磁力線方向から見た電子の軌道 .....	50
3-15	電子銃カソード .....	50
3-16	極板間電圧の電子銃位置依存性 .....	51
3-17	進入率の電子銃位置依存性 .....	51
4-1	電子銃全体図 .....	53
4-2	電子銃カソード .....	54
4-3	電子銃アノード .....	54
4-4	電流導入端子 .....	55
4-5	極板全体図 .....	56
4-6	極板固定台 .....	57

4-7	極板	58
4-8	極板支持棒	58
4-9	極板高さ固定用ガラス管	58
4-10	極板固定金具	59
4-11	斜ポート付きドリフト管	61
4-12	実験概念図	62
4-13	(a)蛍光板写真 (b)蛍光板を CCD カメラに収めたときの画像	62
4-14	電子射出システム概略図	63
4-15	電源保護回路	63
4-16	極板間電圧と偏向距離	64
4-17	偏向距離の測定値と計算値の比較	64
4-18	電位分布計算セットアップ図	65
4-19	極板に印加された電圧により生成された電位分布	66
4-20	等電位面と電気力線	67
4-21	$x = 0$ での電場強度	67
4-22	膨らんだ電気力線による電子の拡散	68
4-23	LaB <sub>6</sub> 電子銃全体図	70
4-24	LaB <sub>6</sub> 電子銃支持棒	71
4-25	LaB <sub>6</sub> 電子銃ケース固定器具	71
4-26	LaB <sub>6</sub> カソード	72
4-27	LaB <sub>6</sub> 電子銃電極絶縁材	72
4-28	LaB <sub>6</sub> 電子銃電極	73
4-29	LaB <sub>6</sub> 電子銃ケース	74

## 概要

高速流を伴う 2 流体プラズマ系においてベータ値が 1 を超えるプラズマ平衡が存在する可能性が理論的に指摘されている。これを踏まえて、回転を伴うプラズマの生成を非中性プラズマを用いて試みる実験を行うために、電子プラズマ研究に用いられているマルンバークトラップを利用した直線型装置 BX-U(Beam Experiment Upgrade)を組み立てた。BX-U での研究目的はプラズマの回転が非中性条件を用いて駆動されるのか実験的に検証することであり、これによりプラズマ 2 流体化の展望を得ることを目指している。

BX-U では電子のみの閉じ込め実験が成功している。非中性二流体プラズマ実験を行うためにはこの電子プラズマに中性プラズマを重畳させる必要があるが、直線型装置の幾何学的制約により、電子プラズマ生成用の電子源を装置の構造対称軸から離れた位置へと移動させ、その位置から磁場を横切る電子の斜入射を行う必要が生じた。そこで本研究では、BX-U において電子を斜入射するシステムの設計及び開発を行った。

今回、電子を斜入射する方法として軸方向バイアス磁場とそれに対して垂直に印加された電場による  $E \times B$  ドリフトの利用を考案した。これにより電子源から射出された電子を装置の構造対称軸上まで偏向させる。

開発にあたっては、まず射出された電子の軌道計算を行うことで、必要とされるパラメータの最適化を行った。具体的には電子の射出位置や電場強度を変化させることで、それらに対する電子偏向距離の依存性を明らかにした。さらには電子源カソードの有限な大きさを考慮することで、電子源の位置に対する電子の装置内への進入率についても調べた。

そのシミュレーションに基づき、真空装置内に設置する平衡平板型電極一式及びその電極に印加する電圧用電源システム一式を設計製作した。そのシステムを用いて実際に電子の斜入射実験を行った。その結果をシミュレーションでの計算結果と比較することで、設計したシステムの評価を行った。

# 第 1 章 序論

## 1.1 流れ場を持つプラズマ

高温プラズマの物理は中性プラズマを主な対象として発展してきたが，近年中性条件を取り除いた非中性プラズマの研究と共に格段に視野を広げつつある．非中性プラズマでは中性プラズマでは見られない特性が見られる可能性があり，多粒子系の集団現象の基礎研究としても重要である．またプラズマ中に流れが存在しているときの安定性などについては，応用面での活用が期待されていながらも未だ完全には解明されていない．

人工衛星ボイジャーにより，木星の磁気圏において高ベータプラズマが安定に存在していることが明らかになった[1]．地上でプラズマを閉じ込める場合，ベータ値が高いということはより弱い磁場でのプラズマ閉じ込めが可能であることを意味する．プラズマ閉じ込めを必要とする核融合研究では，高いベータ値を実現することが一つの研究課題にもなっている．

木星磁気圏内のプラズマは木星の自転の影響により高速な流れを伴っており，この流れにより高ベータ値のプラズマが安定に存在している可能性が指摘されている．実験的にもプラズマ中に強い流れを形成することが出来れば，高ベータプラズマを実現できる可能性がある．

## 1.2 非中性プラズマ

プラズマは正と負の電荷を持つ多数の自由粒子が集まっており電氣的に中性だが，この状態から中性条件が除かれたものが非中性プラズマである．特に片方の電荷のみで構成される非中性プラズマでは，粒子は極めて長い時間に渡って閉じ込めることができる．

非中性プラズマを閉じ込める代表的な方法として **Malmberg Trap** が広く用いられている[2-5]．この方式では図 1-1 の様に一様なバイアス磁場により径方向の粒子移動を拘束し，軸方向には井戸型電位により荷電粒子を反射している．これに閉じ込められ

た非中性プラズマは、自己電場とバイアス磁場により  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  の速度で回転し、これによるローレンツ力が静電力及び遠心力と釣り合うことで平衡が維持される。

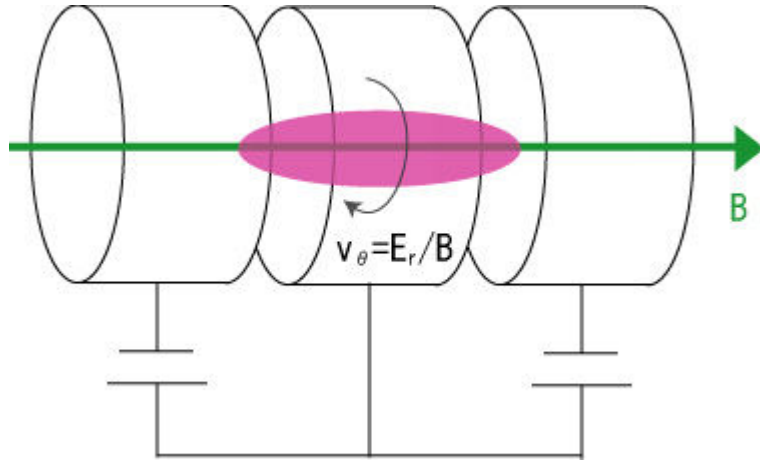


図 1-1 Malmberg Trap 概念図

非中性プラズマの閉込め時間が長い根拠としては、非中性であることと軸対称性を有することの2つが基本的要素である。質量  $m_j$ 、電荷  $q_j$  の荷電粒子が  $N$  個ある系を例にとって検討しよう[6]。円筒容器の中心を原点とし、円筒軸を  $z$  軸にとった座標系  $(r, \theta, z)$  で考える。一様磁場  $\mathbf{B}$  は軸方向を向くとする。この系は軸対称で  $\theta$  に依存しないとすると、外部からトルクが働かないかぎり全角運動量

$P_\theta = \sum_{j=1}^N (m_j v_{j\theta} r_j + q_j B r_j^2 / 2)$  は保存される。ここで括弧の中の第2項は一様磁場  $\mathbf{B}$  を

作るベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}_\theta = \mathbf{B}r/2$  に関係しており、ローレンツ力の効果を表わす。

今電子のみで構成されるプラズマを考えると、 $q_j = -e$ 、 $m_j = m$  として、

$P_\theta \approx -eB \sum_{j=1}^N r_j^2 / 2$  である。ここで第1項と第2項の比はラーマー半径と密度分布の広

がりの比となるので、この比が小さい場合強磁場条件では第1項は無視できる。こ

で、電子の一部が対称軸から遠ざかろうとすると、 $\sum_{j=1}^N r_j^2 =$  一定の拘束条件により他

の電子は対称軸に近づかなければならないことになる。このような径方向の拘束に軸方向の電位障壁を加えることで、粒子系全体として長時間の閉込めが保証される。一方通常の中性プラズマのように各場所で電荷が中和されると、第2項はゼロとなるため、このような拘束条件はなくなることになる。これが中性プラズマの閉じ込めが短い理由とも言える。

### 1.3 本研究の動機

プラズマ中に流れを駆動する方法として、プラズマの非中性化による自己電場の利用が提案されているが[7], どのようにプラズマを非中性化するかが問題である. いくつかの方法が考えられる本研究プロジェクトでは, 中性プラズマに電子プラズマを重畳させることを考えている[8-9]. それら二つのプラズマが十分に混ざり合えば, 自己電場により二流体プラズマ中でイオン流が引き起こされる可能性がある. さらに, もしその流れが十分に速ければ, 高いベータ値が得られることが理論的に指摘されているので, この流れプラズマに関する研究は学術的興味のみならず, 工学的にも大変興味深いテーマとなっている. しかし, 物理的にはプラズマの非中性化やそれによる流れ場の生成については未解明の問題になっている. そこでこれを実験的に解明するために, 本研究では Malmberg Trap に基づく直線型装置 BX-U(Beam Experiment Upgrade) を一部改良し, 実験の再立ち上げを行った. その改良に際して装置のエンドオンから中性プラズマガンをインストールし, 下流端には蛍光板を設置したため, 電子プラズマと中性プラズマを装置内で重畳させるためには電子を斜方向から入射する必要性が生じた. そこで本研究では電子を磁力線を横切り, 装置対称軸上へと導くための電子斜入射システムの開発を行った.

## 2. BX-U 装置

### 2.1 BX-U 本体について

BX-U (Beam Experiment Upgrade) は直線型の実験装置である。図 2-1 は BX-U の全体図である。電子を打ち出す電子銃部、打ち出された電子を 5 つの円筒電極により形成された井戸型ポテンシャルの底で閉じ込める閉じ込め部、同軸プラズマガンにより中性プラズマを打ち出すプラズマガン部の 3 つの部分から構成される。以下詳細な部位について説明する。

#### 井戸型ポテンシャル発生用電極（円筒電極）

電子プラズマを軸方向に閉じ込めるための井戸型ポテンシャルは 5 個の円筒電極で構成されている。円筒電極の寸法は、内径 100mm、厚さ 6mm、長さ 95mm であり、電極材は無酸素銅を用いている。5 個の電極は 5mm の隙間を持って並べられている。この電極群は、図 2-2 に示すように中心 1 つの電極を対地接地して、その中心電極電位に対して左右の電極を独立に操作することが可能である。（改造後は中心 3 つの電極を対地接地させた。）たとえば、電子プラズマを閉じ込める際には電子銃側に電極電位を高くして（ $V_{well}$ ）電子を引き入れ、一定時間の経過後、再び電位を低くすることで、電子を閉じ込めることができる。

また、円筒電極の作る電位は円柱座標系のラプラス方程式を解くことで解析できる。

$$\frac{\partial^2 \phi_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi_r}{\partial z^2} = 0 \quad (2-1)$$

これに  $\phi_r(r, 0) = 0, \phi_r(r, l) = 0, \phi_r(a, z) = \phi(z)$  とすると、解析解は

$$\begin{aligned} \phi_r(r, z) &= \sum_{m=1}^{\infty} a_m I_0\left(\frac{m\pi a}{l}\right) \sin\left(\frac{m\pi z}{l}\right) \\ a_m &= \frac{2}{I_0\left(\frac{m\pi a}{l}\right)} \int_0^l \phi(z) \sin\left(\frac{m\pi z}{l}\right) dz \end{aligned} \quad (2-2)$$

によって求めることができる。これを基に BX-U における円筒電極が作り出す電場を計算すると 図 2-3 のようになる。図 2-3 は、中心の 3 つの電極を対地接触させ端の

円筒電極電位を  $-20\text{V}$ ,  $-140\text{V}$  とした場合の  $(r, z)$  空間での電位分布である.

## 閉じ込め磁場発生用ソレノイドコイル

閉じ込めのためのガイド磁場は, 内径  $493\text{mm}$  のパンケーキコイルを  $100\text{mm}$  間隔で 20 個配列することにより生成されている. 図 2-4, 2-5 にこのコイル群によるコイル電流  $100\text{A}$  時の磁場強度分布を示す. このコイルの配位だと電流  $100\text{A}$  に対して, ミッドプレーン上の対称軸において  $(r=0, z=0)$  約  $110\text{G}$  の磁場が発生することになる. ただしこの配位は BX-U 移設時に改良が加えられた. コイル同士の間隔を端へいくほど少しずつつめることでより一様で滑らかな磁場をミッドプレーン上に作れるようになった. この改良については 3 章で述べる.

20 個のパンケーキコイルにより作り出される磁場について計算する.

I 番目のコイルの座標を円筒座標上  $(r, z) = (a, z_i)$  と定義する. ビオサバール則より

$$\vec{A}_i = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\vec{J}}{r_{i\theta}} dV \quad (2-3)$$

さらに  $\vec{J} dV = Id\vec{l} = ad\theta\vec{i}_\theta$  であること,  $\theta = \theta_0, -\theta_0$  を同時に考慮すると,

$$\vec{A}_i = \vec{i}_\theta \frac{\mu Ia}{2\pi} \int_0^\pi \frac{\cos\theta}{r_{i\theta}} d\theta$$

$r_{i\theta}^2 = (r - a\cos\theta)^2 + (a\sin\theta)^2 + (z - z_i)^2$  であること,  $\theta \rightarrow \pi - 2\theta$  とする

$$\vec{A}_i = \vec{i}_\theta \frac{\mu Ia}{2\pi} \int_0^\pi \frac{1 - 2\sin^2\theta}{\left\{ (r+a)^2 + (z-z_i)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \left\{ 1 - \frac{4ra}{(r+a)^2 + (z-z_i)^2} \sin^2\theta \right\}^{\frac{1}{2}}} d\theta$$

と変形できる. ここで  $k = \left( \frac{4ra}{(r+a)^2 + (z-z_i)^2} \right)^{\frac{1}{2}}$  とおくと

$$\vec{A}_i = \vec{i}_\theta \frac{\mu Ik}{2\pi} \sqrt{\frac{a}{r}} \left\{ \left( \frac{2}{k^2} - 1 \right) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2\theta}} - \frac{2}{k^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k^2 \sin^2\theta} d\theta \right\}$$



ソレノイドコイルのつくるベクトルポテンシャルは  $\theta$  成分のみなので

$$\vec{A}_\theta = \sum_i \frac{\mu l}{\pi k} \sqrt{\frac{a}{r}} \left\{ \left( 1 - \frac{1}{2} k^2 \right) K(k) - E(k) \right\} \quad (2-4)$$

である．よってコイルによる磁場は次式で表わせる．

$$B_r = \sum_i \frac{\mu l k (z - z_i)}{4\pi r \sqrt{ar}} \left\{ -K + \frac{a^2 + r^2 + (z - z_i)^2}{(a - r)^2 + (z - z_i)^2} E \right\} \quad (2-5)$$

$$B_z = \sum_i \frac{\mu l k}{4\pi r \sqrt{ar}} \left\{ K + \frac{a^2 - r^2 - (z - z_i)^2}{(a - r)^2 + (z - z_i)^2} E \right\} \quad (2-6)$$

これを用いて 100mm 間隔で 20 個コイルを配置した場合で計算した．図 2-4 は  $r = 0$  で，図 2-5 は  $z = 0$  で磁場強度を計算した図である．

## 真空容器

①電子プラズマ閉じ込め部 ②測定器・電圧印加用導入端子接続部 ③ポンプ接続部 ④プラズマ生成部から構成されている．①～③はアルミニウム製で，④の部分は SUS - 316L 製になっている．アルミニウムで構成されている理由は，真空容器が完全に磁化しないようにするためである．また①には，コイル間隔（100mm）に合わせて 100mm 毎に ICF34 ポートが設けてある．このポートを用いて計測器（プローブ等）を導入し，閉じ込めた電子プラズマや重畳する中性プラズマの様子を観測する．外径 160，内径 150.4，全長 740mm の寸法である．

真空容器のベーキングは，140℃程度の低温で行う．これはアルミ製の容器なので熱による変形を避けるためである．

## 真空排気系

真空ポンプは排気量 250 リッターのターボ分子ポンプを用いている．到達真空度は  $10^{-9}$ Torr 程度である．

## プラズマガン

マーシャルガン型同軸ガンであるプラズマガンからは、水素ガスプラズマが打ち出される。生成の前段階にコンデンサ ( $3.75\mu\text{F}$ ) を 6 - 9kV でチャージする。この充電が完了した後、水素ガスを同軸電極内へと封入し直ちに放電する。このとき放電電流  $j_r$  が同軸電極の間を径 ( $r$ ) 方向に流れる。同軸電極の中心電極に流れる電流が作り出す磁場は方位角 ( $\theta$ ) 方向に発生する。これらによる電磁力  $F=j_r B$  により、プラズマは軸方向へと加速され、閉じ込め部へと射出される。プラズマの径を電子プラズマ径と合わせるために、閉じ込め部の前面に、半径 2cm のアパーチャーを取り付けている。

## 電子銃

電子銃筒は、無酸素銅製の円筒（外径 38mm，内径 35mm）で作られており，先端に保持固定用のキャップを有している。

熱電子放出用フィラメントには，1 %トリエテッドタングステン線を用いている。この線は渦巻き構造となっており，これにより一様密度のビームを得ることができる。渦巻きフィラメントの直径は約 2.5cm である。フィラメントへの加熱電流は外部から供給されており使用電源は TAKASAG OGR035-20R である。

加速電極の加速電場の一様性を得るため，タングステンメッシュを渦巻きフィラメントの前面 0.5cm に平らに張るように設計されている。メッシュの透過率は 75% である。

Top hat な半径方向密度分布をした電子ビームを引き出すには，渦巻きフィラメントの中心を加熱電源の陰極に，外側の端を陽極につなぎ，さらに中心を加速電圧で引き落とすように回路を組む。（図 2-6）

渦巻きフィラメントからの引き出される電子ビームについて， $T=0$  のときでは密度の均一な電子プラズマ柱で周辺部はデバイ長程度で密度が 0 になると考えられるが，温度分布を考えると外に向かってなだらかな分布をもつと理論的には予想される。

さらに実験をしてみると数百 G 程度の比較的弱磁場で電子密度を調べると中心部より半径方向にちょっと外側のほうが密度が高いことが分かっている。

## シーケンサー

実験にはシーケンサタイマーおよび放電コントローラを使用している．これにより実験条件の均一化を図り，ショットバイショットデータの信頼性を高めている．本実験ではショット間隔を 1 分 30 秒として運転を行った．

BX-U 改造前に行った電子プラズマ・水素プラズマ重畳実験では，また放電コントローラの設定については，電子閉じ込め時間を 1ms とした後にプラズマガンを動作させた．図 2-7 に放電コントローラ部の回路を示す．

## ファラデーカップ（同軸多層終電板）

電子プラズマの径方向密度分布はファラデーカップ（同軸多層集電板）により測定される．集電板は，図 2-8 のようにステンレス製の円環状プレートが多層に重ねた構造になっており，互いに絶縁されている．これにより，各電極信号を独立に計測できる．このファラデーカップは可動式であり，電子プラズマ測定以外では電子銃軸上から外している（図 2-9）．

なお，後に述べる蛍光膜を用いたプラズマ粒子密度分布計測法を確立した後は取り外した．

## マッハプローブ

マッハプローブとは，一対の電極を用いてその電流値の違いを見ることで，流速度を計算するプローブである．BX-U 改造前に行った電子プラズマ・水素プラズマ重畳実験では閉じ込めた電子プラズマ中に入射した中性プラズマ流のイオン飽和電流からイオン流の推定を行った．図 2-10 に重畳実験時のマッハプローブの配置，図 2-11 マッハプローブの全体図，図 2-12 にマッハプローブの電極窓と浮遊電極棒の配置図，図 2-12 にマッハプローブの計測回路を示す．

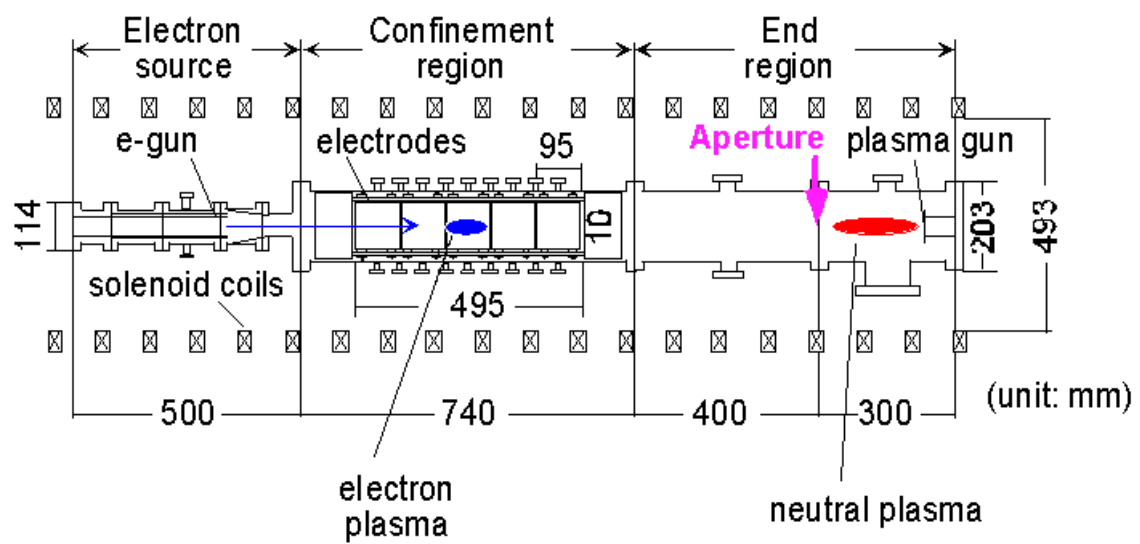


図 2-1. 改良前の BX-U 装置図

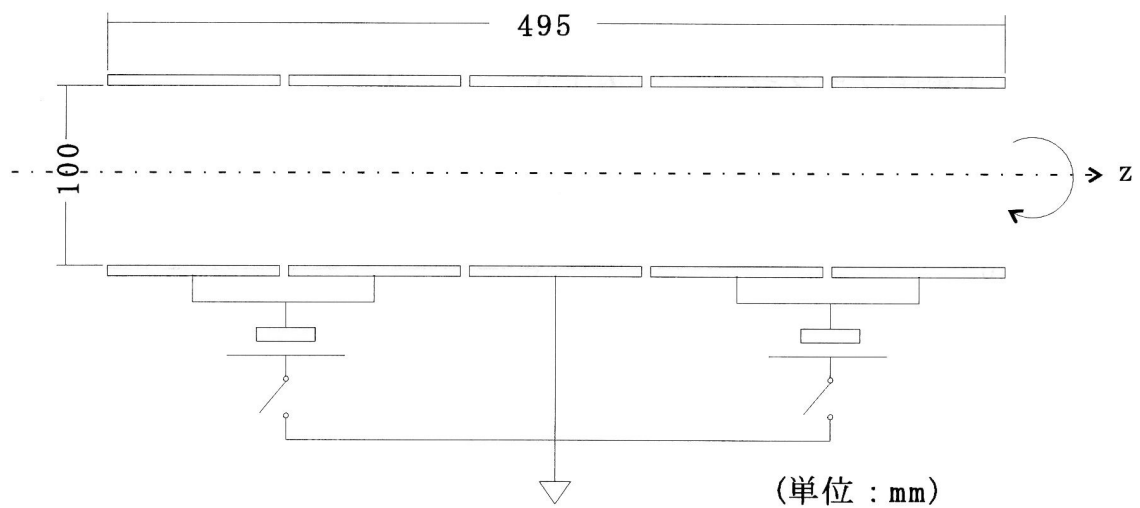


図 2-2. 円筒電極と電源の接続

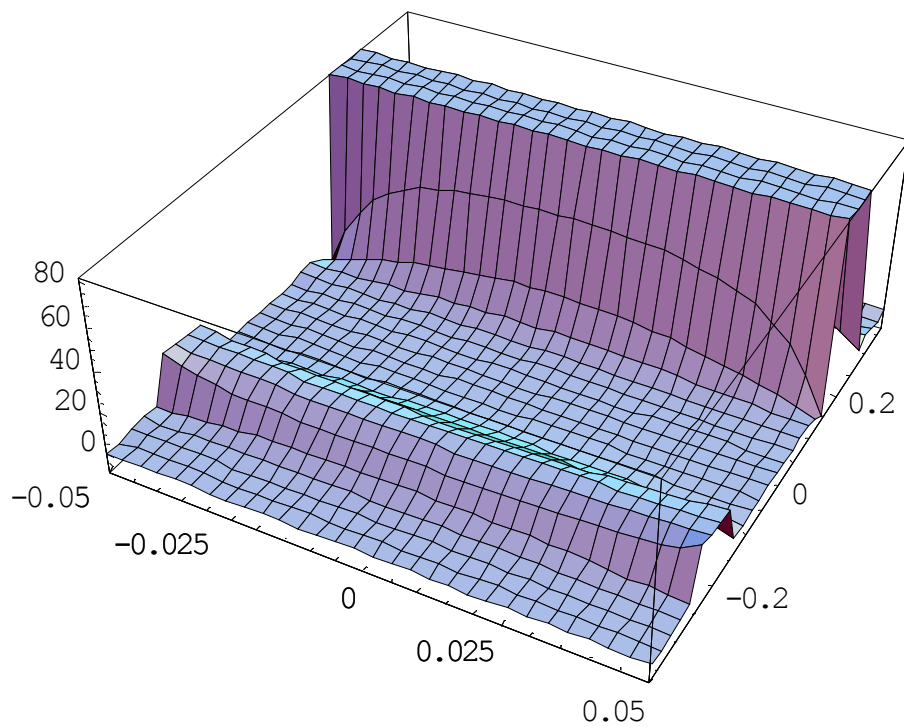


図 2-3. 円筒電極の作る電位

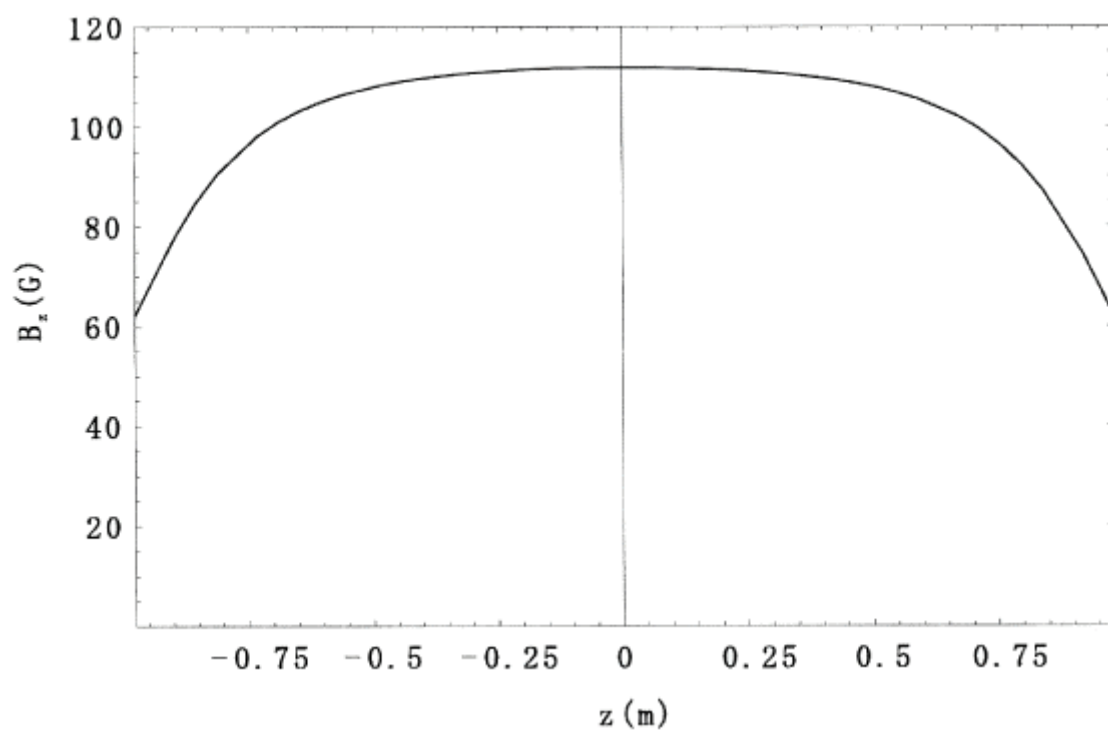


図 2-4.  $r = 0$  での磁場強度分布

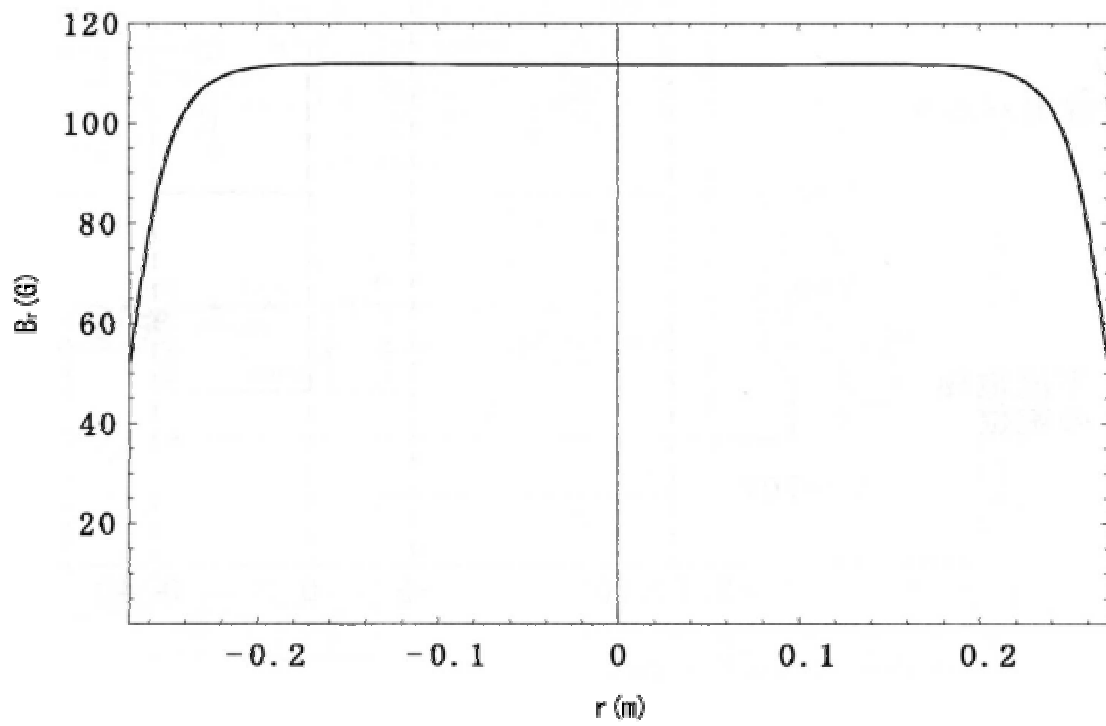


図 2-5.  $z = 0$  での磁場強度分布

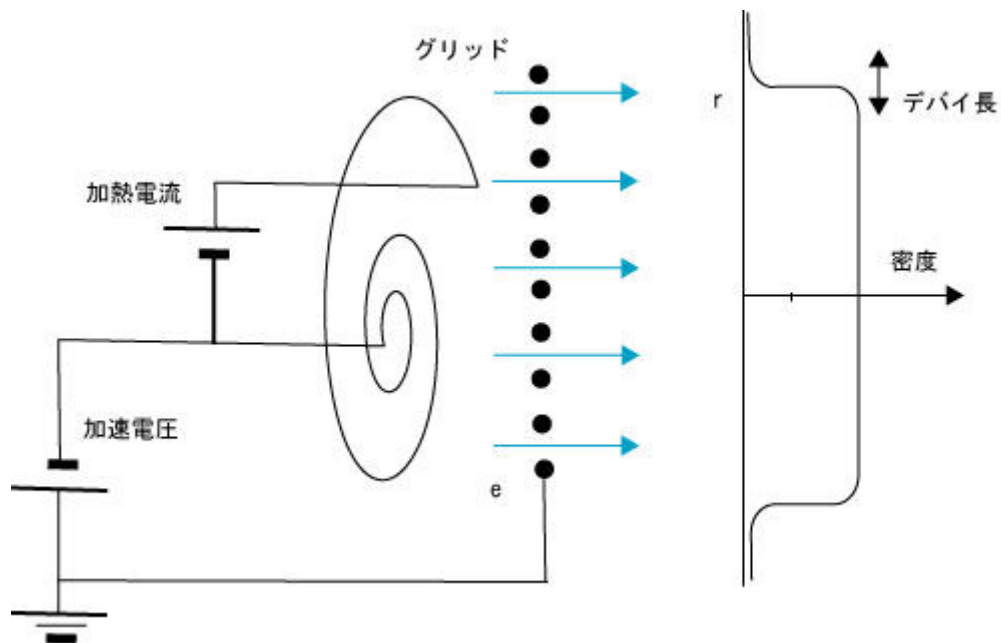


図 2-6. 渦巻きフィラメントの接続と電子ビームの密度分布 ( $T=0$ )



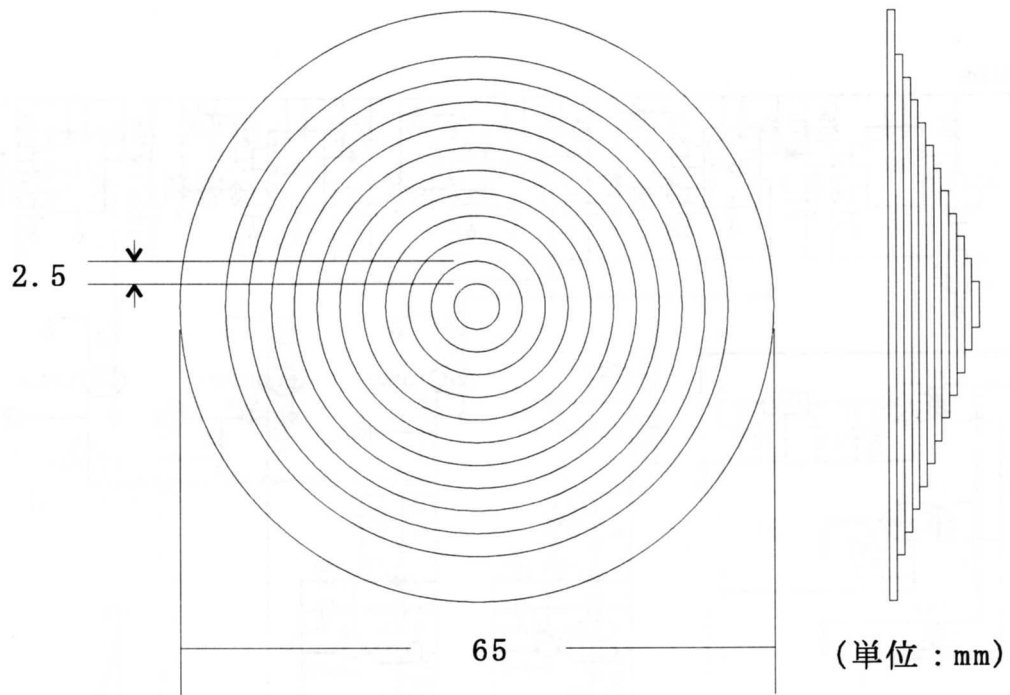


図 2-8. 電子密度計測用のファラデーカップの模式図

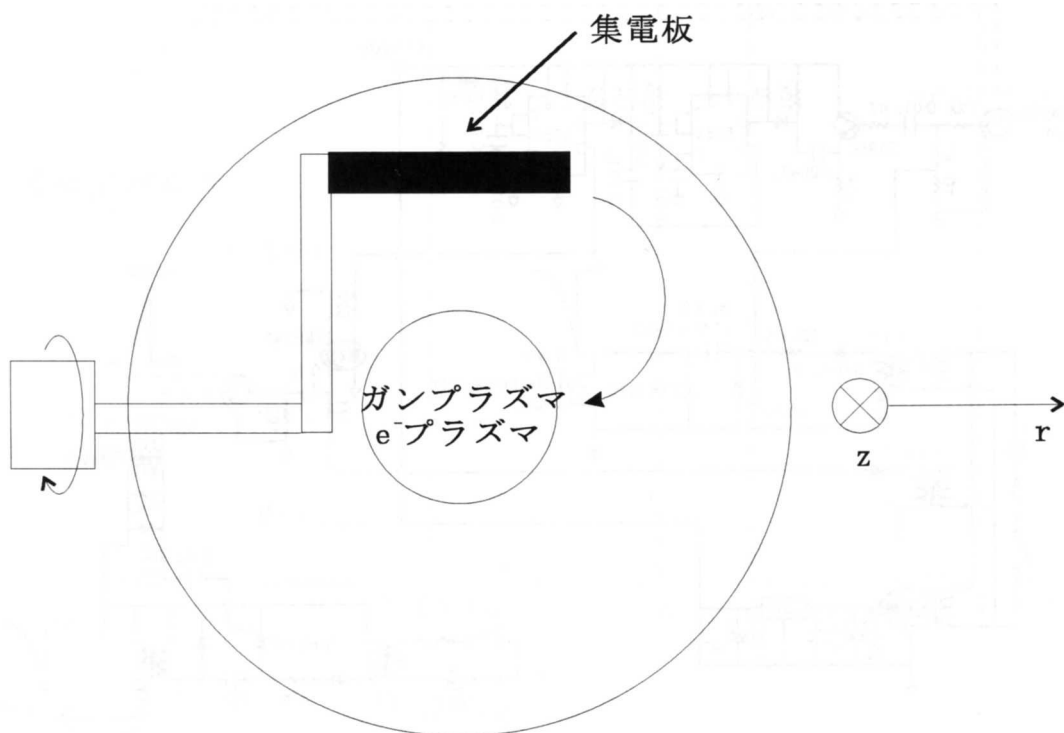


図 2-9. ファラデーカップの操作（使用する場合は回転して電子銃軸上に置く）



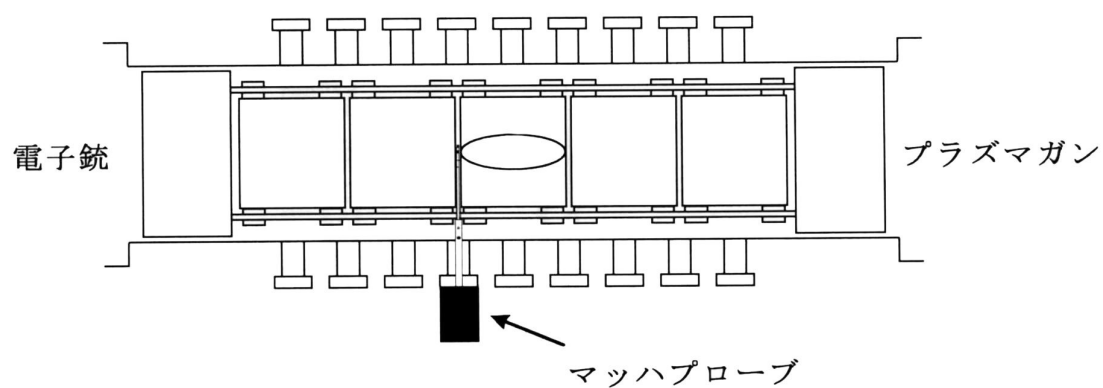


図 2-10. 重畳実験時のマッハプローブの配置図

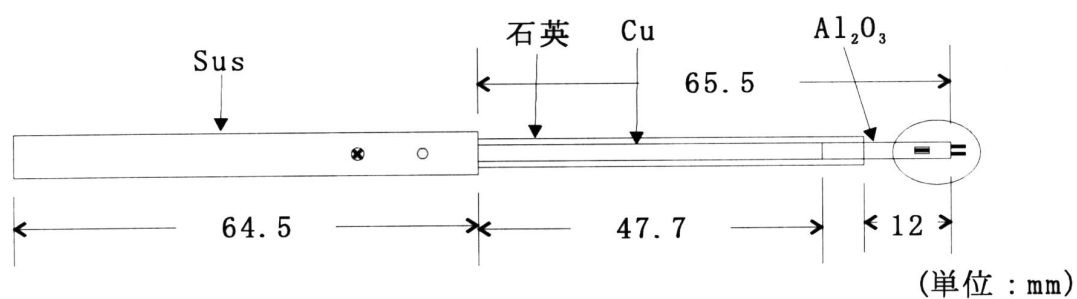


図 2-11. マッハプローブの全体図

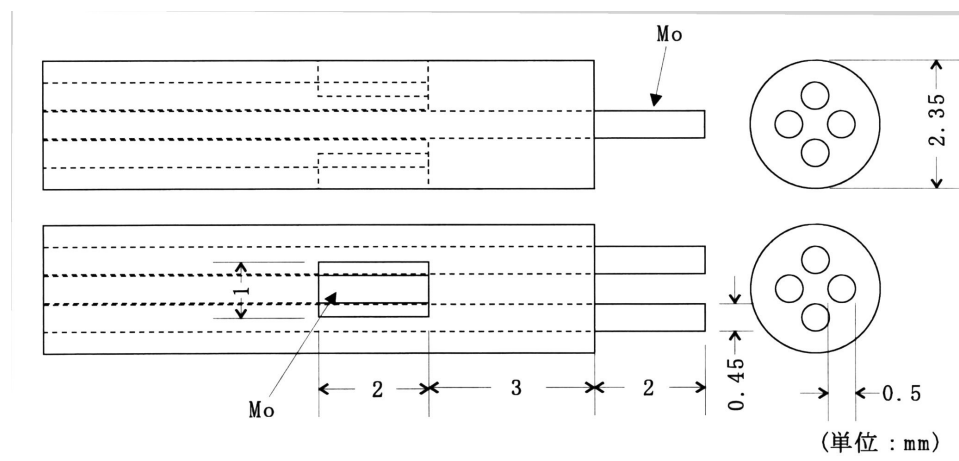


図 2-12. マッハプローブの電極窓と浮遊電極棒

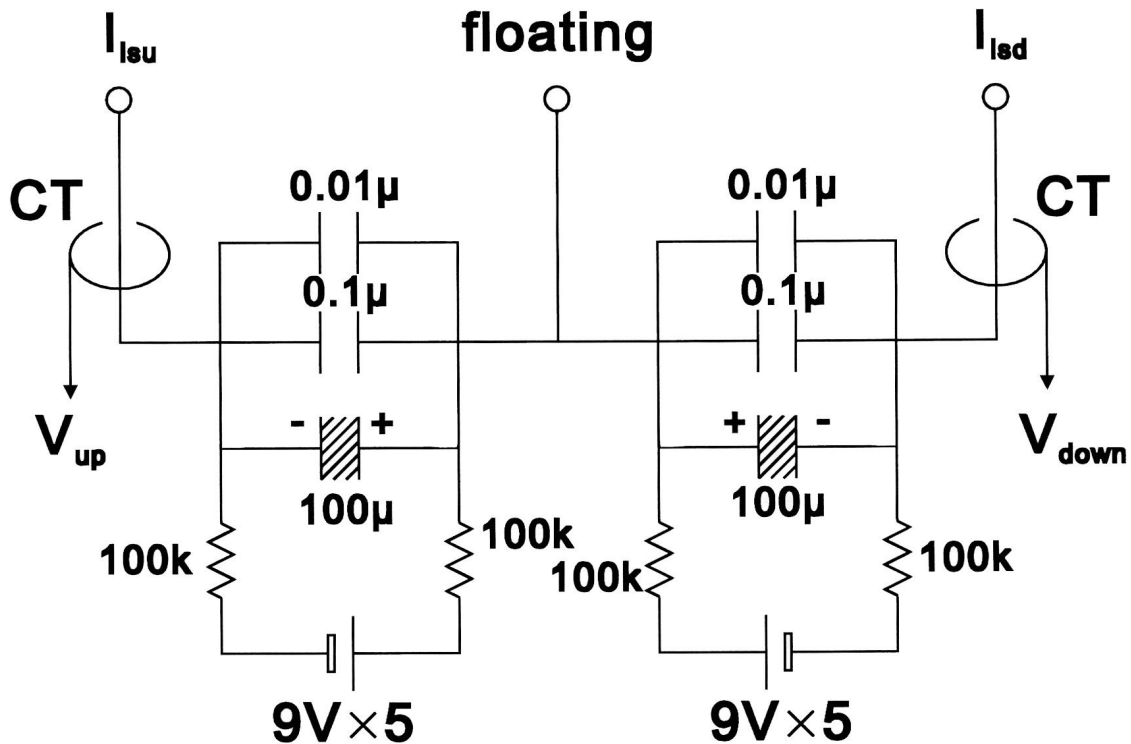


図 2-13. マッハプローブの計測回路図

## 2.2 装置の軸合わせ

Penning-Malmberg トラップの閉じ込め性能向上のために欠かせないのが、装置の軸対称性である。電位構造と磁場構造が完全な軸対称性を持つのが理想である。

BX-U では、装置に対する磁場の印加にパンケーキ型コイル群を用いている。この配位は、構造物を装置に追加するなどの拡張性には優れているが、磁気軸と装置軸がずれ得るという欠点を持っている。

そこで我々は、レーザーを用いた軸合わせの方法を確立した。手順は以下の通りである。(図 2-13)

またコイル群の両端のコイル枠中心は BX-U 設置の際、トランジットで計測し、その中心が後からでも分かるようにコイル枠の 2 本の直径と円周との交点に印を付けておいた。

### Step. 1

両端のコイル枠につけてある印に 2 本の糸を交わるように張る．この糸の交点がコイル枠の中心である．

### Step. 2

レーザーによる光学系を 図 2-14 のように組み，コイル群両端に張られた糸の交点を通るようにレーザー光を調整する．

(詳細は，まず手前の糸の交点にレーザー光があたるようにレーザーから遠い方のミラーで調節する．次に奥の糸の交点とレーザー光との相対位置を確認し，より奥の糸の交点から遠ざかるようにレーザーに近いミラーでレーザー光を振る．さらにレーザーから遠いミラーで手前の糸の交点にレーザー光が当たるように調整する．これを何度も繰り返し，両交点をレーザー光が貫くようにする．)

### Step. 3

レーザー光は動かさず，糸をコイル枠から取り外す．真空容器の端のフランジを取り外し，そこに中心の示された透明な円盤をはめる．

この円盤の中心をレーザー光に合わせるように真空装置の治具を調整する．

以上で，磁気軸と装置軸の軸合わせが完了する．この方法でレーザー光の直径程度 (1～2mm 以下) の誤差で合わせられる．

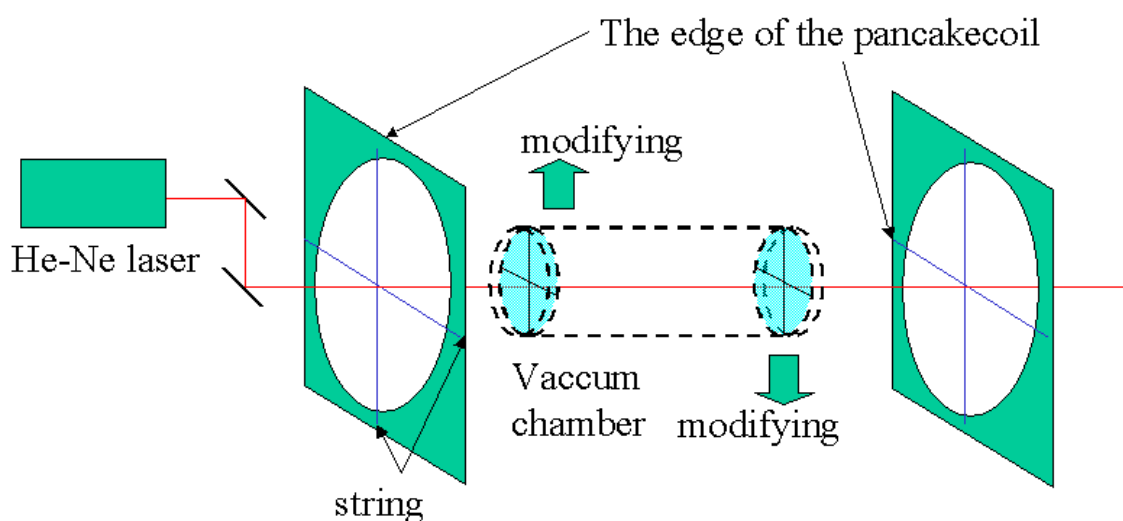


図 2-14. BX-U における軸合わせ手法

## 2.3 マッハプローブを用いた電子プラズマ・水素プラズマの重畳実験

電子プラズマ・水素プラズマの重畳実験の実験手順を示したのが 図 2-15 である。さらに電子銃，プラズマガン，閉じ込め電極の動作タイミングを示したのが，図 2-16 である。まずはフィラメント電流によりフィラメントを加熱し，フィラメントに負の加速電圧 ( $V_{acc}$ ) をかけることで円筒電極領域へ向けて射出する。それと同時に円筒電極の電子銃側の静電ポテンシャル（ファーストゲート）を上げる ( $V_{well}$ )。これにより電子ビームが円筒電極内に進入する。続いてファーストゲートの電圧値を下げることで電子プラズマを閉じ込める。

この当時，フィラメント電流 12A，加速電圧 20V で電子プラズマを形成して，ファデーカップによる電子密度計測で  $10^{12-13}\text{m}^{-3}$  ほどの電子が閉じ込められる。

その後，1ms で水素プラズマを射出する。電子を閉じ込めている障壁電圧を反対電荷のイオンは通過できる。ポテンシャルを超えたイオンは電子プラズマと重畳されると期待される。

この時のイオンの挙動を観測するために閉じ込め領域にはあらかじめマッハプローブが挿入されている。

マッハプローブによる計測結果を 図 2-17, 2-18 に示す。図 2-17 は，電子プラズマよりもプラズマガン側（上流部）で計測した結果である。つまり，水素プラズマが電子プラズマと重畳される寸前の回転を計測している。一方図 2-18 は，電子プラズマに対してプラズマガンの反対側（下流部）で計測した結果である。つまり水素プラズマが電子プラズマと重畳された後ということになる。この結果から言える事は図 2-19 における青の矢印方向に回転していることである。しかし，電子プラズマの自己電場  $E$  と装置の磁場  $B$  による  $E \times B$  ドリフトで期待される回転方向（赤の矢印）とは逆である。下流部の観測でも回転方向に変化があるとはいえない。

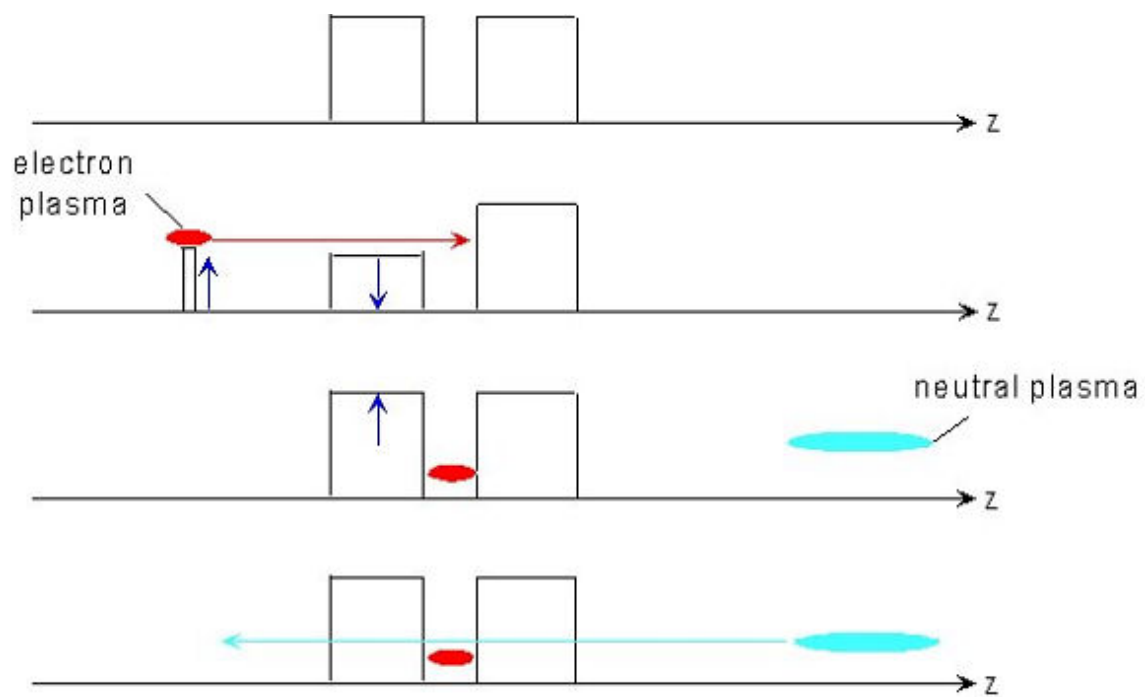


図 2-15. 電子プラズマ・水素プラズマの重畳実験手順

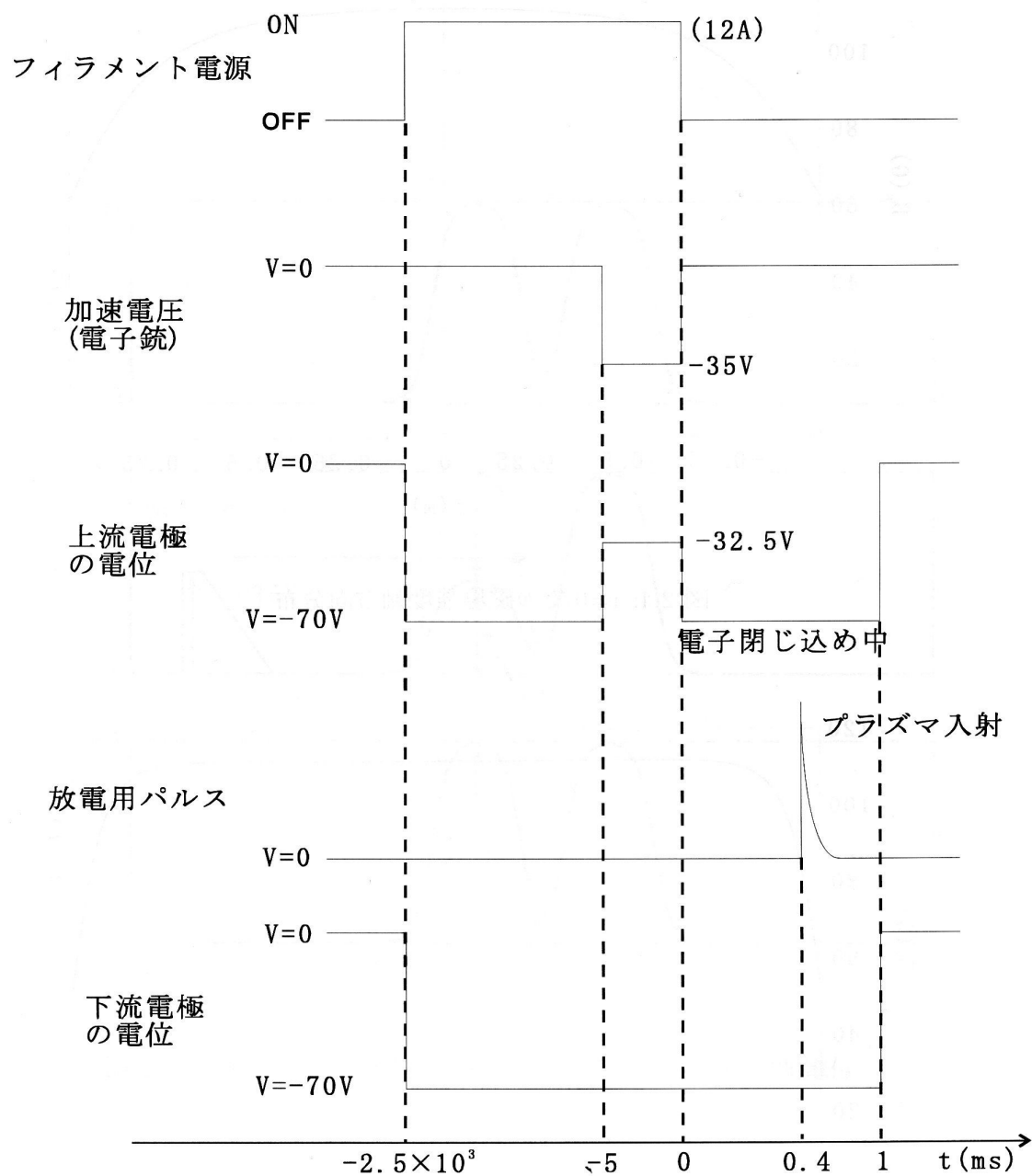


図 2-16. 重畳実験における各部位の動作シーケンス

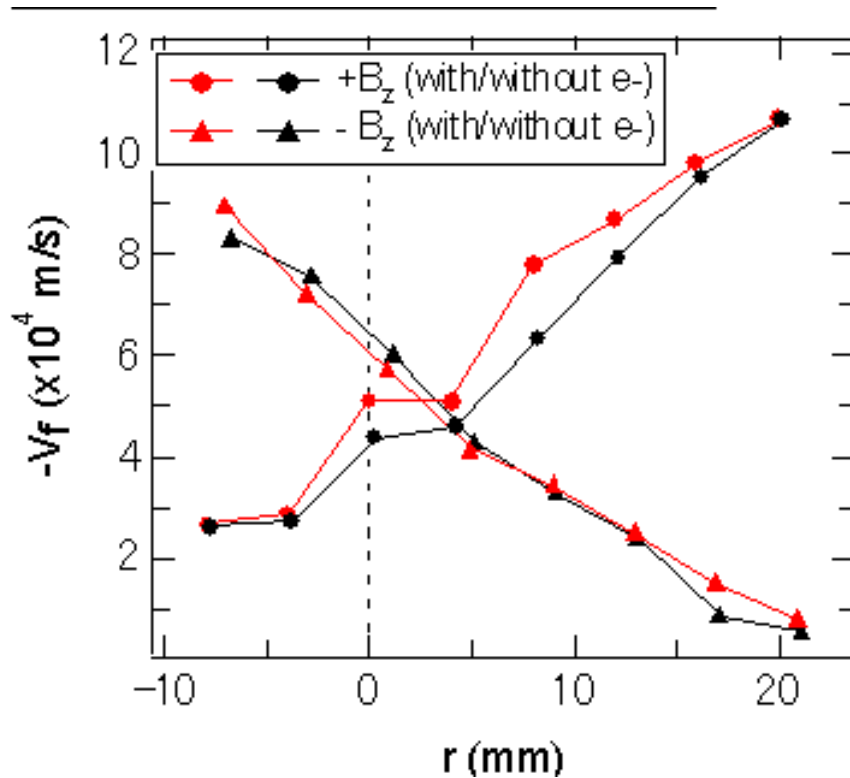


図 2-17. 重畳実験におけるマッハプローブが捉えたイオンの回転（上流部）

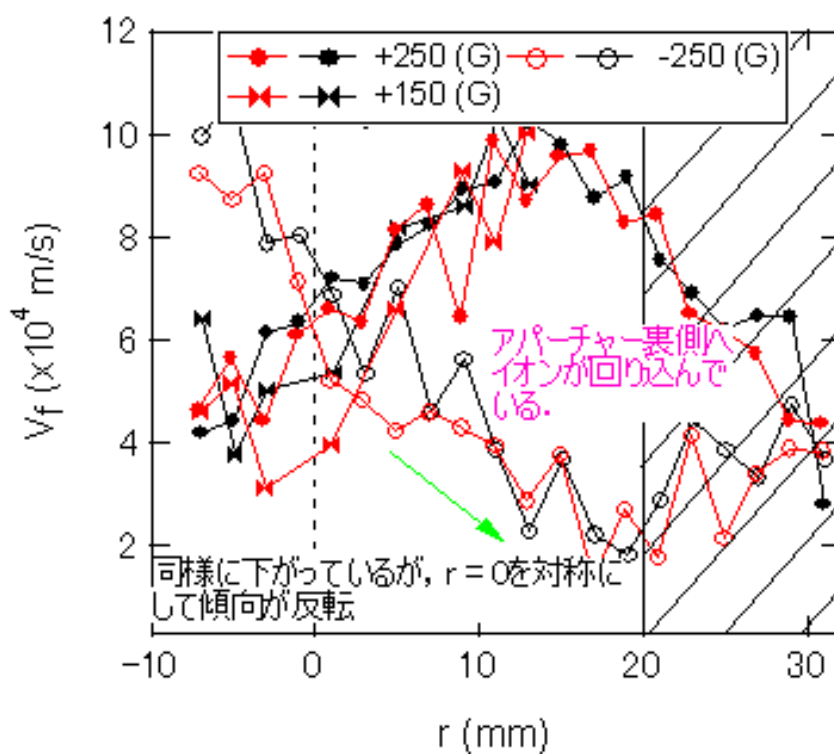


図 2-18. 重畳実験におけるマッハプローブが捉えたイオンの回転（下流部）

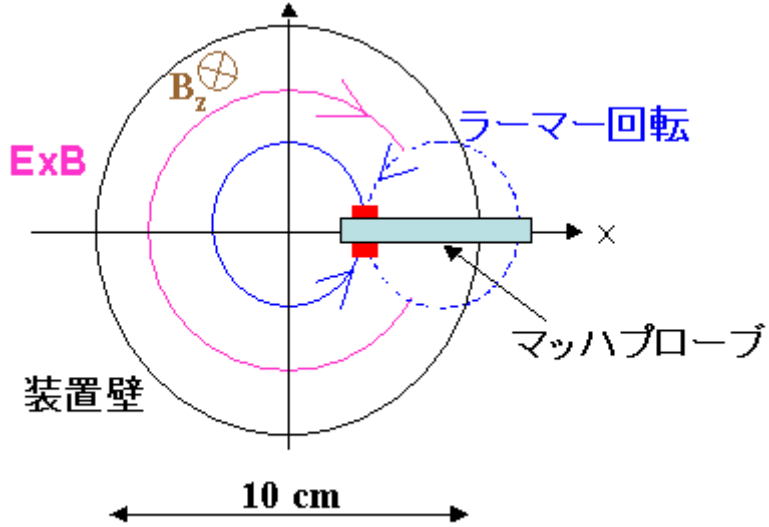


図 2-19 重畳実験で得られたイオンのダイナミクス

## 2.4 マッハプローブによる計測の問題点

マッハプローブによる計測の結果，期待とは逆の回転を観測した．  
この結果を MHD 方程式から考えてみる．

$$mn \left( \frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla) u \right) = nq(E + u \times B) - \nabla \cdot P \quad (2-10)$$

から， $u$  はプラズマ本体の速度であり，音速に比べて十分遅いとすれば，guiding-center ドリフトの速度程度と考えられる．すると左辺は右辺に比べて  $kr_L^{-2}$  のオーダー（ここで  $k$  とはその逆数がプラズマの空間的変化を表わすスケールで  $r_L$  とはラーモア半径である．）で小さいといえる．ゆえに

$$nq(E + u \times B) \approx \nabla \cdot P \quad (2-11)$$

であり，両辺に右から  $B$  で外積をとると

$$u_{\perp} = \frac{E \times B}{B^2} + \frac{B \times (\nabla \cdot P)}{nqB^2} \quad (2-12)$$

となる．第一項がこの場合， $E \times B$  ドリフトによるドリフト速度，第二項が反磁性ドリフトである．回転方向で考えると実験結果として観測された回転は反磁性ドリフトによる回転である．

ただし 図 2-18 を見るとアパーチャーの背後まで水素イオンが回りこんでいる．磁



場と垂直方向にはエネルギーを与えていないのでこれはラーモア運動による回り込みと考えられる．すると同軸ガンから発射されるイオンのラーモア半径が装置サイズに近いといえる．これは MHD 理論の小半径ラーモア運動近似に反する．

ゆえに MHD 的な扱いは不適であるが，実験的には反磁性ドリフトの方向に回転する．

さらにマッハプローブを挿入することによる電子プラズマの閉じ込め性能への影響を調べた．その結果が 図 2-20 である．プローブを装置軸から 25, 30, 50mm の位置まで挿入して 1ms 閉じ込めた時，閉じこもっていた電子密度を計測したものである．

この実験結果が示す結果は，プローブを閉じ込め領域に深く挿入するほど閉じ込め性能が劣化していることである．これはプローブの先に触れた電子がプローブから外へ抜けるとともに導体壁の回転対象性が崩れるため電子プラズマが剛体回転しにくくなり，不安定になっているためと考えられる．

つまり，我々はマッハプローブを用いた電子プラズマ・水素プラズマ重畳実験に，二つの問題点を見出した．まずマーシャル型の同軸ガンでは，イオンのラーモア半径が大きすぎる．次にプローブを挿入すると電子プラズマの閉じ込め性能が劣化することである．

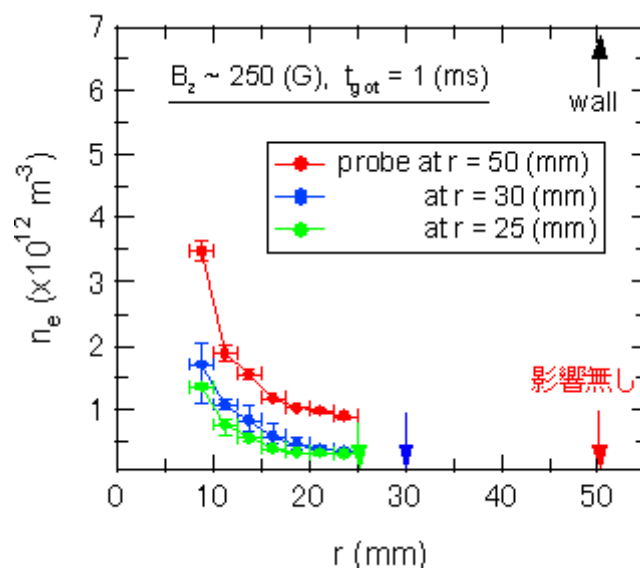


図 2-20 プローブを挿入した時の電子の閉じ込め系方向密度分布の変化

## 2.5 BX-U 本体の改造（分割電極等）

この二つの問題を解決するために我々は、BX-U 本体の改造を行うことにした。改造点と改造の目的は以下の通りである。また改造後の装置図を 図 2-21 に示す。

- (1) 円筒電極を周方向に分割 → 非接触プラズマ診断法の確立
- (2) 蛍光膜を用いた計測系の開発 → 二次元密度分布計測
- (3) チタンワッシャーガンの開発 → イオン温度の低いプラズマの生成
- (4) コイルの配置調整 → 平行磁場強度の一様化
- (5) フィードバック制御システムの開発 → ダイオコトロン不安定性の抑制
- (6)  $E \times B$  偏向システムの開発 → 電子銃と蛍光板の干渉に対する解決策

(1)と(2)は計測系について、(3)はプラズマ源について、(4)と(5)は電子プラズマの閉じ込め性能を上げる向上についての解決策である。

まず、マッハプローブに変わる新しい閉じ込めた電子プラズマに非接触な計測系の構築を目指して、(1)、(2)解決策を考える。(1)では、円筒電極を周方向四つに分割し、電氣的に独立にする。これにより電氣的に装置軸に対して回転非対称なプラズマが回転運動するときそれぞれの電極にプラズマとは反対電荷の誘導電荷がグラウンドから流れる。この電流を計測することで内部のプラズマのダイナミクスを観測する。(2)では電子・イオンを閉じ込め領域から同一磁力線上を引き出し、蛍光膜にあての発光強度を調べることで、ある瞬間の閉じ込め領域の同一磁力線上に存在する電子・イオンが何個存在するかを調べる。こうして閉じ込め領域での二次元プラズマ粒子密度分布を計測する。この(2)の計測系（蛍光板）を以前電子銃のあった位置に構築するため、電子銃を他の位置に構築する必要があった。そのために我々は電子銃を装置軸に対して斜めから入射させる必要が生じた。電子ビームを偏向させる方法には、ソレノイド磁場を用いて電子を磁場のみに誘導する方法、ブラウン管で使用されるような二対の極板を用いて静電的に偏向させる方法も考えられた。しかし、装置に印加されている磁場を有効に使う方法として、一対の極板と装置の磁場を利用した  $E \times B$  偏向システムの方が装置自体に与える影響が一番少なく済むと考え、 $E \times B$  偏向システムを構築することにした。

(4)の平衡磁場強度の一様化については始めに計算上で最適化を行い、それに基づいてコイルの再配置を行った。BX-U には 21 本のコイルが取り付けられており、中心

部分のコイル間隔を広く，端のコイル間隔を短くすることで，プラズマ閉じ込め領域部分で磁場が一様になるように設定した．図 2-21，図 2-22 に計算上での装置軸方向磁場強度，及びコイル再配置後の磁場強度測定結果を示す．どちらの場合もコイルに 122A を流した時の磁場強度である．測定結果によると閉じ込め領域内での磁場強度の偏向は 0.1% 以内であり，磁場強度は計算値よりも 1.1 倍ほど強くなっている．

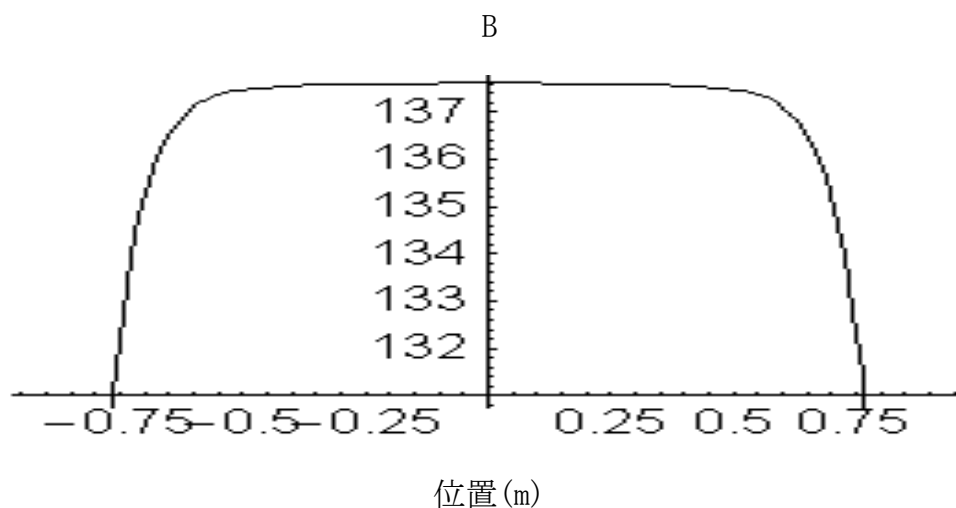


図 2-21 コイル再配置後の磁場強度計算結果

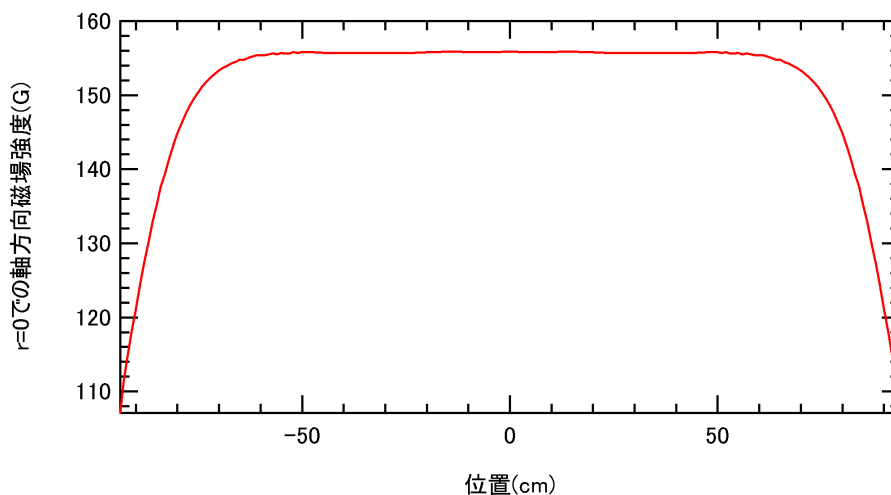


図 2-22 コイル再配置後の磁場強度測定結果

低いイオン温度のプラズマを生成するためにチタンワッシャーガンを導入する．チタンワッシャーガンは，水素を吸蔵させたチタンに真空中で高電圧をかけ放電するこ

とで、水素を放出させ、水素プラズマを生成する．同軸ガンとは違って、プラズマを加速もしくは減速する方向に電場をかけることができる．よって減速する方向に電場をかければ、よりイオン温度の低いプラズマを生成できる可能性がある．

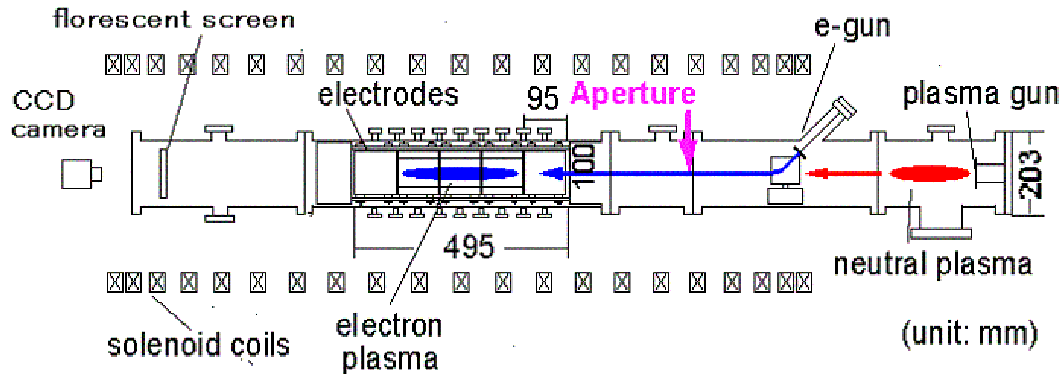


図 2-23 改造後の装置図

## 2.6 フィードバック装置

装置内に閉じ込められた電子プラズマは電氣的に非中性である．そのため電子プラズマと極板に誘起される正電荷による電場  $E$  が中心向きに生じる．電子プラズマが中心に存在すれば電場  $E$  は零になるが、一般的に電場  $E$  は存在して電子プラズマは  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  ドリフトにより回転する．さらに、電子プラズマの回転により径方向に並んだ極板の電荷が回転する．この 2 つの回転が共振することによって電子プラズマの回転のモードが成長し、より不安定になる．これを抑えて電子プラズマを中心に運ぶためにフィードバック制御装置がある．

図 2-22 にフィードバック装置の回路図を示す．左から信号を入力する．そこから順番に、バッファ部分、位相操作部分、増幅部分で右から出力する．

図 2-23 フィードバック装置接続イメージ図を示す．DL3126 は信号を計測するための横河のデジタルオシロスコープである．フィードバック装置は IN からの入力を、増幅して位相操作して OUT から出力することができる．図 x には書いていないが、つまみがあり増幅率を 2～33 倍（改造後 20～1000 倍）、位相を 0～約 90° 進めることができる．IN につなぐ電極は、右上真ん中の OUT の電極を除く 11 個の電極から任意に選ぶことができる．OUT に用いる電極は他の電極とは異なり GND との間に抵抗をつないでいないため、OUT につなぐ電極は動かすことはできない．

フィードバック装置の原理は、極板に電圧を加えることで電場をかけ、閉じ込め磁場との $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトを用いて、電子プラズマに中心向きの速度を与えることにより、電子プラズマを対称軸上に安定させる方法である。

図 2-24 にフィードバック無しと適当な電極に接続したときの分割電極から得られる電子プラズマの不安定性の信号の比較を示す。電子プラズマの不安定性の抑制をすることを目的とした実験配位では、不安定性の成長を抑えること、さらに安定させることができる。逆に、より不安定性の成長を加速する実験配位では不安定性の成長を加速することができる。

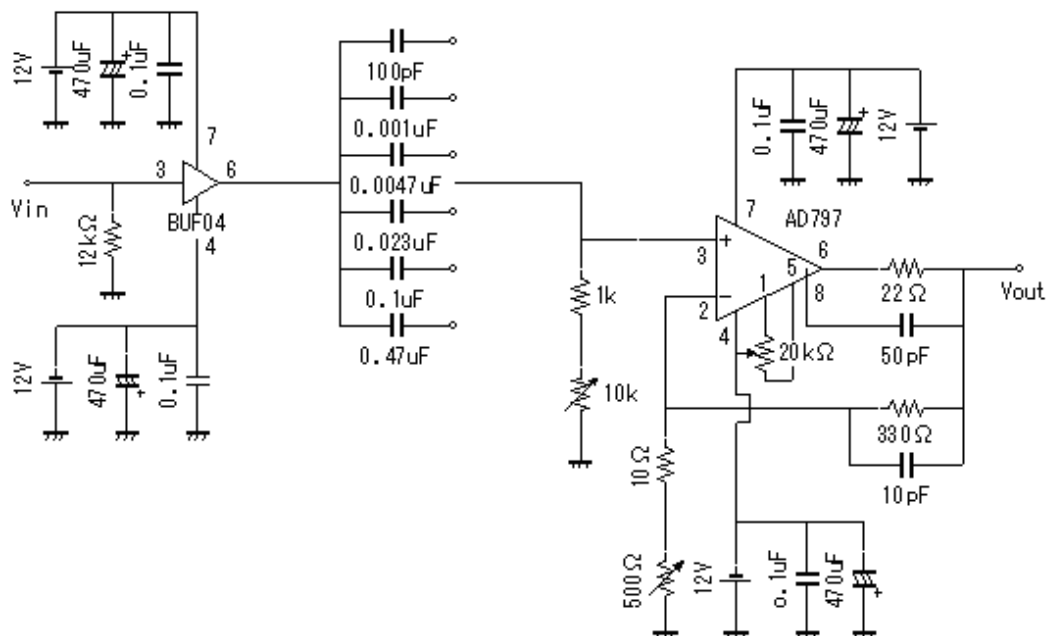


図 2-24 フィードバック装置の回路図

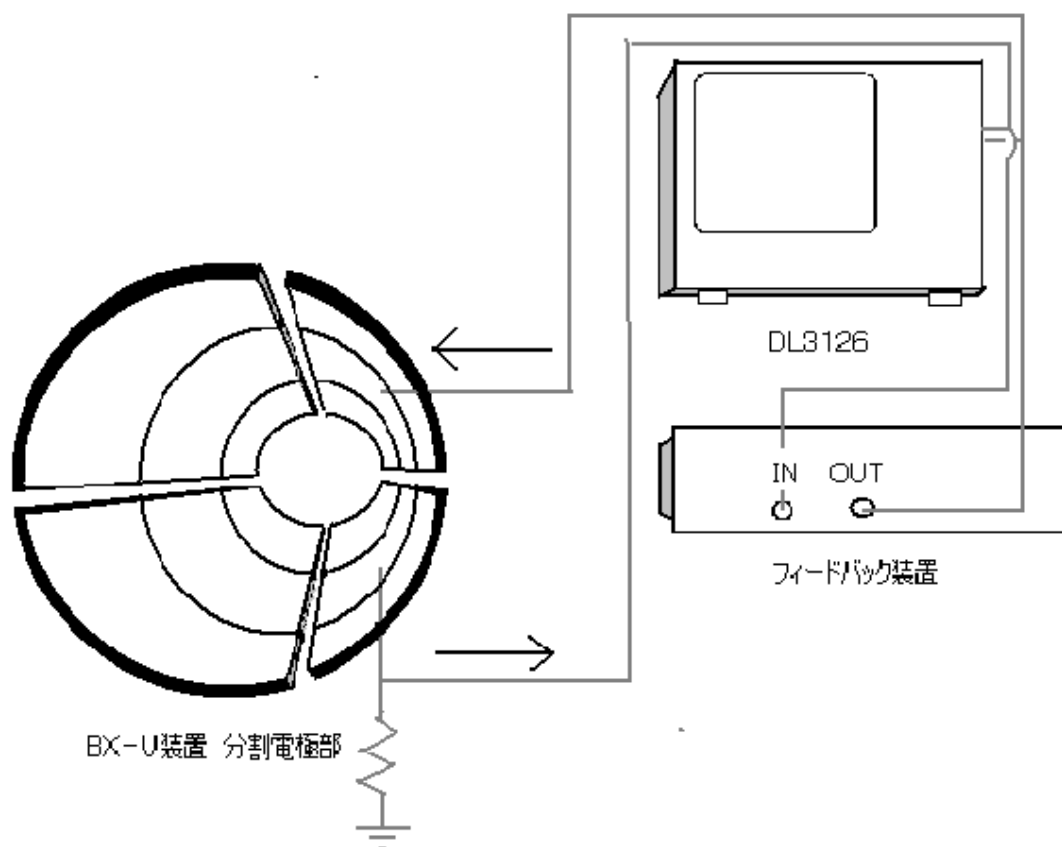


図 2-25 フィードバック装置接続イメージ図. 上からフィードバック無し, 横の電極にフィードバック, 向かいの電極にフィードバック, 逆の横の電極にフィードバック

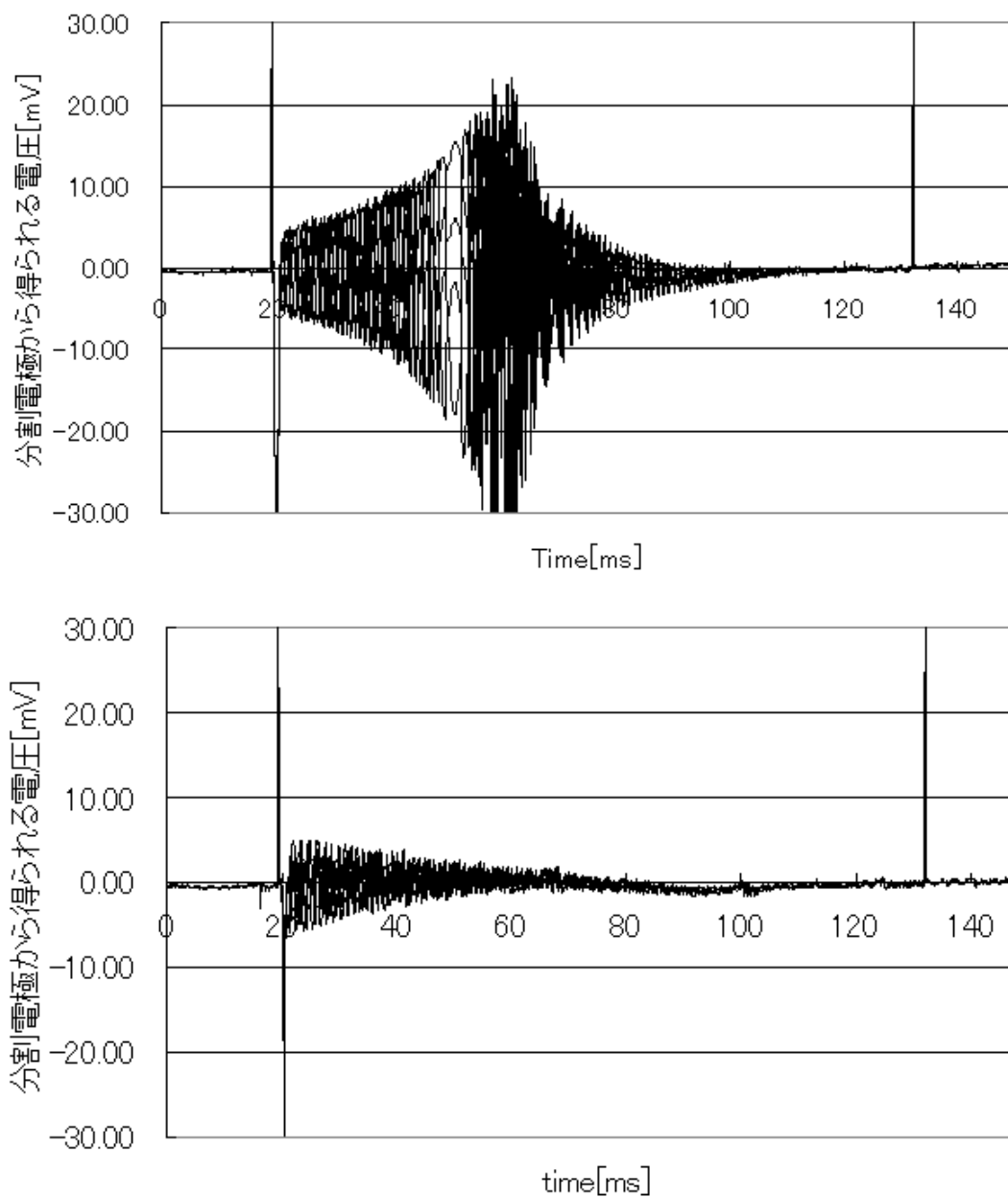


図 2-26 分割電極からの電子プラズマの回転を捕らえた信号の比較

## 2.7 チタンワッシャープラズマガン

### 2.7.1 チタンワッシャープラズマガンとは

チタンは水素や重水素を吸蔵しやすい性質を持っており，例えば  $\text{TiH}_2$  という化学

式のチタン水素化物を形成する。チタンの原子量は 48 で水素の原子量は 1 であるからチタンに対し重量比で最大 4% 弱の水素を吸蔵することになる。ここでチタンの密度は  $4.54\text{g/cm}^3$  であり、1ℓのチタンに対して最大で 190g の水素、標準状態で 2128ℓ、すなわち体積比 2128 倍の水素を吸蔵することができる。

本研究ではチタンが持つ水素を吸蔵するという性質に着目して、水素を吸蔵させたチタンワッシャーを使って水素プラズマ流を生成することを考えた。水素吸蔵チタンから水素を放出させる原理は、水素吸蔵チタンワッシャー間に放電を起こし、電流がワッシャーの表面を流れていく過程で吸蔵している水素原子を解離させ、電離させることにより水素プラズマを作り出すというものである。本研究で開発したチタンワッシャーガンの特徴として、予備電離により種火となる水素プラズマを放出させ、そのプラズマがメイン放電回路のスイッチとなりメイン放電回路を起動させるという 2 段階の放電方式でプラズマを生成していることである。図 2-25 に 2 段階の放電の概略図を示す。

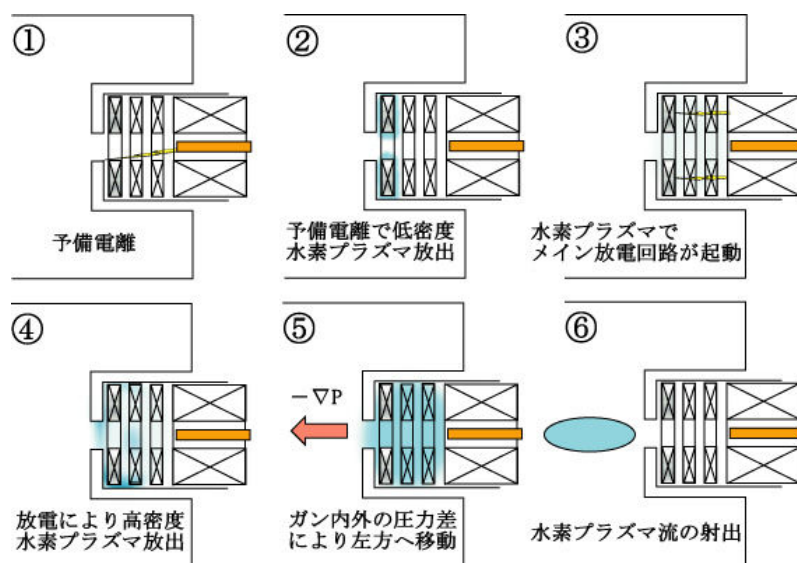


図 2-27 放電概略図

## 2.7.2 今回製作したチタンワッシャーガン

BX-U に取り付けるプラズマガンの設計図を図 2-26 に示す。



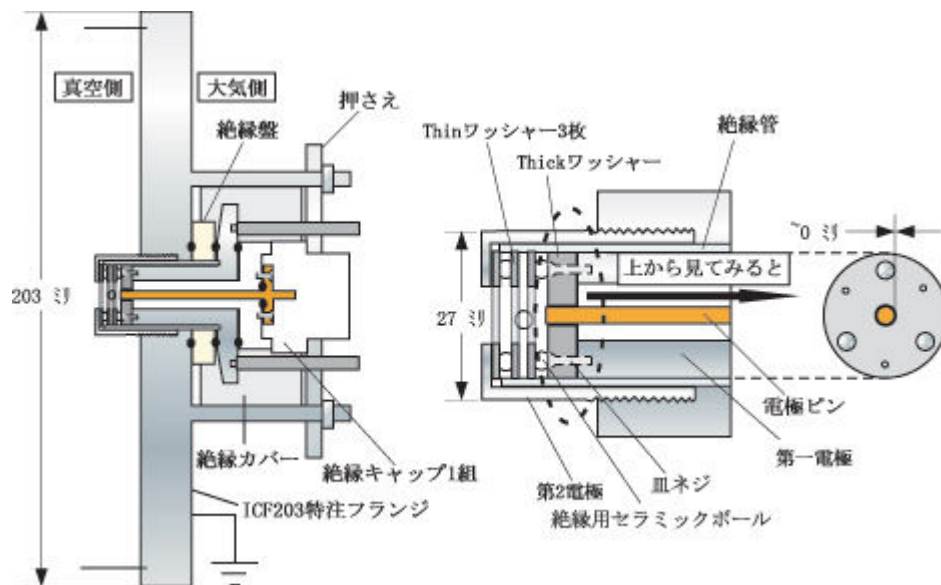


図 2-28 プラズマガンの設計図

電極ピンに入れるトリガーパルス発生回路を図 2-27 に示す.

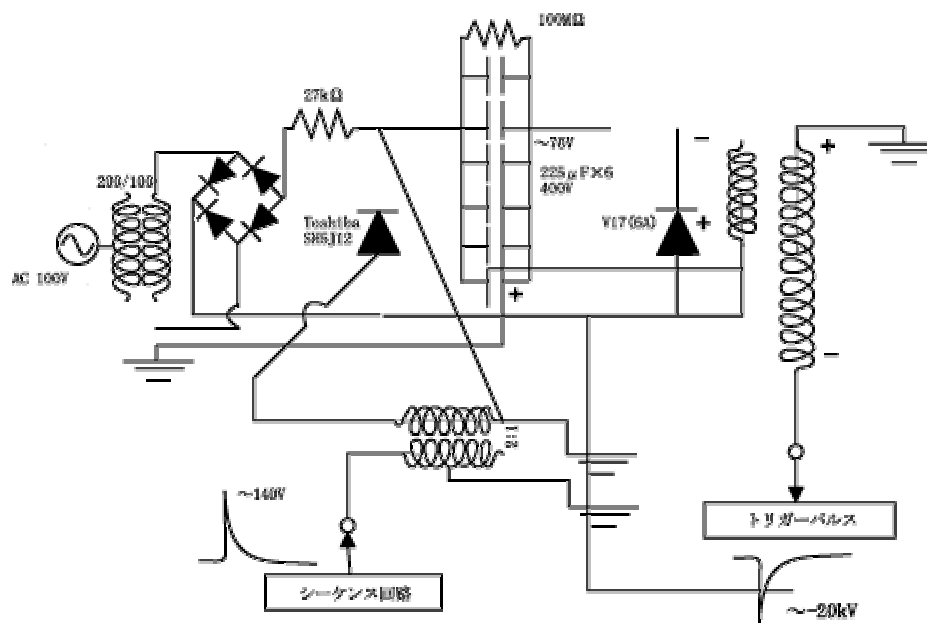


図 2-29 トリガー回路

メイン放電回路を図 2-28 に示す.

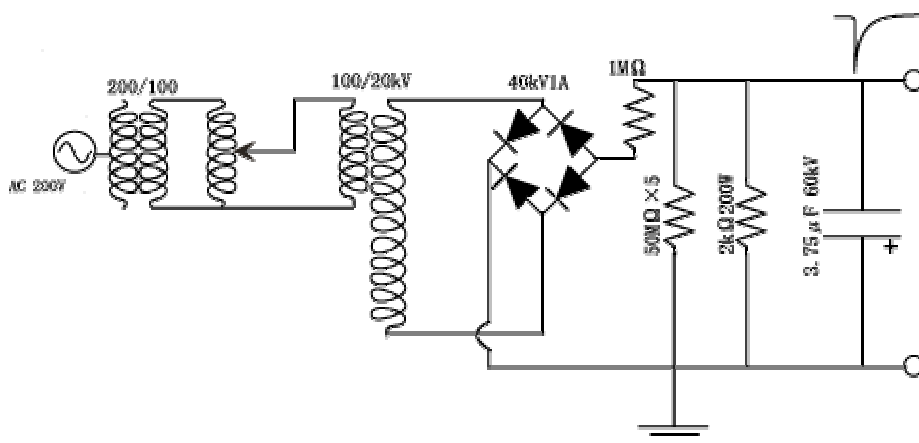


図 2-30 メイン放電回路

水素吸蔵チタンワッシャーの製作法として、まず、ワッシャー型のチタンを用意し、それらを超高真空中で  $950^{\circ}\text{C}$  まで加熱し不純物を除去した後、 $500^{\circ}\text{C}$  で水素雰囲気置き水素を吸蔵させる。この時、水素の供給量を制御して、 $\text{Ti:H}$  の原子数の比が  $1:0.5$  程度になるようにすれば、吸蔵後の加工が容易であり、プラズマガンの部品として用いるのに都合が良い。

## 2.8 電子斜入射

直線型装置 BX-U の両端の対称軸上に蛍光板と水素プラズマガンを取り付けているため、電子を斜方向から入射して装置構造対称軸上まで誘導する必要がある。ここでは電子斜入射システムの概要について述べる。

電場が無い場合、電子は磁場中では磁力線を横切ることができず、磁力線方向のみ自由に運動することができる。BX-U ではソレノイドコイルにより軸方向に一様なバイアス磁場を発生させているため、電子銃から斜方向に電子を入射する場合、装置壁付近から電子を入射するとすぐに近くの磁力線の影響を受けてしまう。一方で電子銃を BX-U 装置対称軸付近に設置すると、後方から入射する水素プラズマを遮ってしまう。そこでバイアス磁場に垂直な方向に電場を発生させることで、 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  ドリフトにより電子を偏向させる方法を採用した。

図 2-29 に電子斜入射システムの概略図を示す。電子銃の高さは後方から打ち出される中性プラズマを遮らないよう、対称軸から  $4\text{ cm}$  の位置に保たれている。電子銃

の前には平行平板電極が置かれ，ここで磁場と垂直な方向に電場を発生させている．電子銃から射出された電子は平行平板電極の間に入ると電場により旋回中心がドリフトし，ドリフト速度  $\mathbf{v}_E = \mathbf{E} \times \mathbf{B} / B^2$  で対称軸方向へと偏向しながら装置奥まで進入する．以下ではシステムの各部分について簡単に述べる．

## 電子銃

電子銃ヘッド部分の実物写真を図2-30，その概略図を図2-31に示す．電子銃のカソードにはタングステン線をコイル状に巻いたフィラメントを用いている．アノードはステンレス製のワイヤーで長方形に形作られており，そこにタングステン製のメッシュが張られている．アノードとカソードの間隔は5mmであり，アノードの中心部とカソードが同一直線上に並ぶようにしている．カソードは加熱用電流源により予熱され，熱電子を発生させる．そしてカソードに負電位を印加し，アノードを接地することで，アノードとカソードの間でそれらの熱電子を加速し，ビームとして空間に放出する．

## 平行平板電極

磁場方向に 6 cm，縦方向に 5 cm，のアルミ製の板で，ここに電圧を印加することで磁場に垂直な方向の電場を発生させる．2枚の極板の間隔は 5mm 間隔で 35 mm から 50 mm まで段階的に変更することができる．電場方向から見たとき，極板の下端は装置対称軸と同じ高さになっており，電子が対称軸を超えてドリフトを続けることを防いでいる．

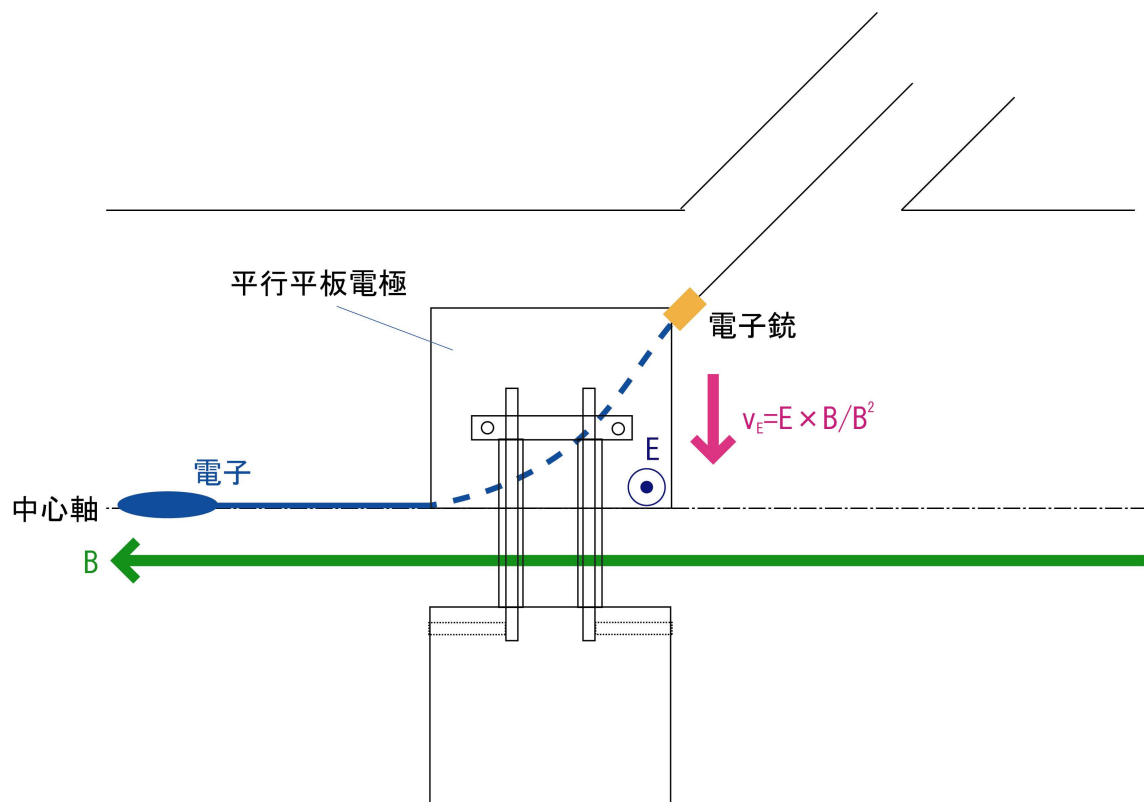


図 2-31 電子斜入射システム概略図

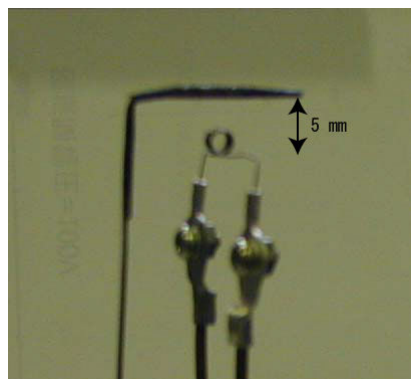


図 2-32 電子銃ヘッド部分実物写真

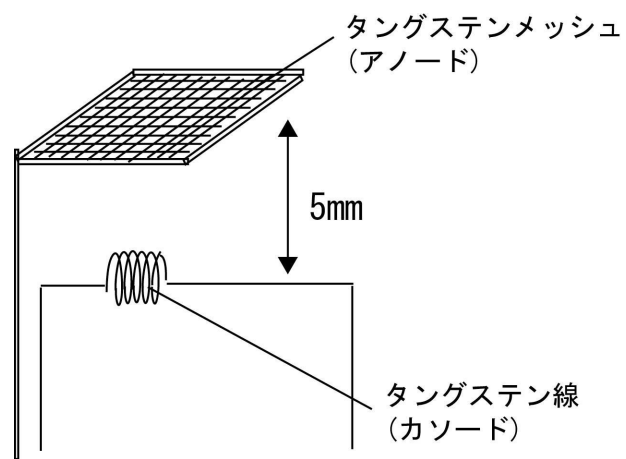


図 2-33 電子銃ヘッド部分概略図

## 第 3 章 電子斜入射システムの設計及び製作

### 3.1 電子を斜入射する諸方法

本研究では、最終的に装置中に閉じ込めてられた電子プラズマ中に、水素プラズマを重畳することになる。BX-U は直線型装置であるが、両端にはそれぞれ水素プラズマガンと蛍光板を取り付けている。したがって従来のように装置の端から直線状に電子を入射することは不可能である。その為、斜方向から電子ビームを偏向させて入射する方法を取るようになった。

電子を斜入射するために考えられる方法はいくつかある[10-15]。ここではそれらを検討し、BX-U に設置する上で最も簡便かつ有効な方法を探る。

#### 3.1.1 並行平板電極による斜入射

最初に挙げられるものとして、テレビなどのブラウン管で用いられている並行平板電極による偏向方法がある。図 3-1(a), (b)のように電場の向きは二通り考えられる。ここではこの二つの場合の有効性について検討する。

(a)では磁場と垂直な向き、すなわちソレノイドコイルの半径方向に電場を張っている。この方法では電場により電子は BX-U 装置の対称軸に寄り始めるが、同時に  $E \times B$  ドリフトにより紙面手前方向にずれてしまう。結果的に対称軸から外れることになる。

(b)では磁場と電場の向きが平行になっている。この方法では  $E \times B$  ドリフトは起こらないが、極板により電子銃の後方からくる水素プラズマを遮蔽してしまう。これを避けるために極板として金属板ではなくメッシュを置くことにより電場を生成することも考えられる。しかしながらこの場合水素プラズマが完全に遮蔽されることは無いが、2枚のメッシュを通過する際にプラズマが吸収されてしまう。吸収率はどのようなメッシュを用いるかによって変化する。より金属板に近い形の電場を形成するには目の細かいメッシュを用いるのが良いが、この場合吸収率は高くなる。またメッシュを構成する金属線が細い場合、電場を生成するためにかけられた電圧により2枚のメッシュが引き合い、膨らんでしまう。このとき電気力線も乱れるため、これを避け

るためにはある程度の太さを持った線を使用する必要がある。

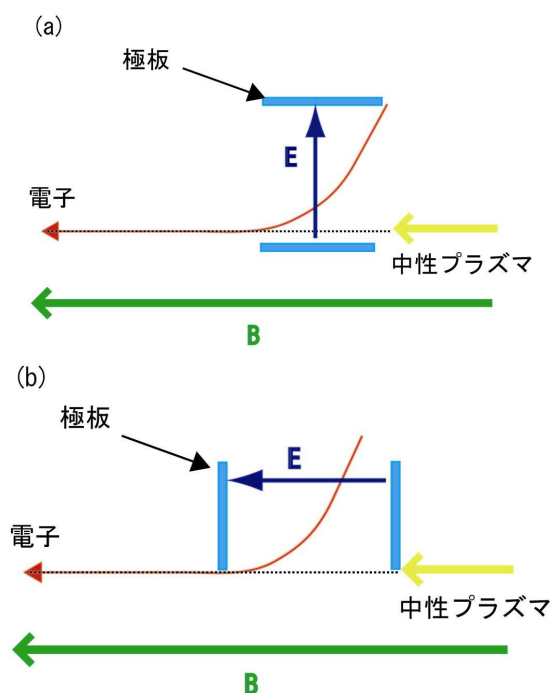


図 3-1 並行平板電極による電場での電子偏向．(a)は電場と磁場を垂直にした場合．(b)は電場と磁場を平行にした場合．

### 3.1.2 磁場による斜入射

加速器や質量分析器のように磁場を使って電子を偏向させる方法について考える．この方法では BX-U の外部に新たにコイルを設置し、そこに電流を流して磁場を発生させることになる．新たに作られた磁場は、既にソレノイドコイルにより発生している磁場を乱してしまうことが考えられる．この磁場の乱れによりプラズマ閉じ込めに影響が現れる可能性もあるため、今回この方法は採用できない．

磁場により電子を偏向させる方法としてもう一つ考えられるのは、図 3-3 に示すように曲げられたソレノイドコイルを設置し、これにより作られた磁力線に沿うように電子を入射する方法であろう．しかしこの方法でも上記の場合と同じようにソレノイド磁場を乱してしまうことが考えられるため、採用できない．

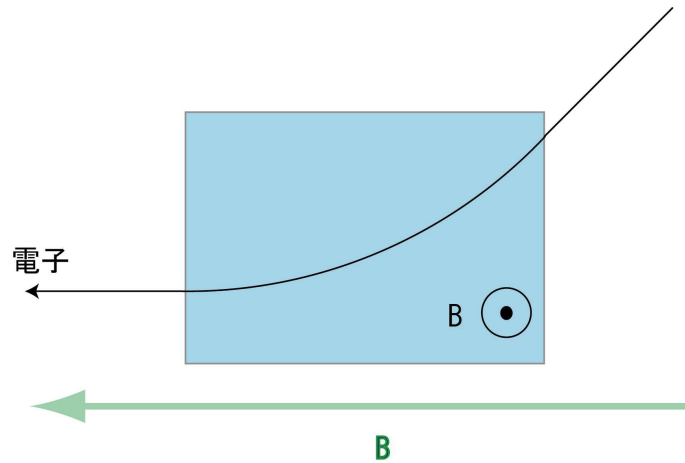


図 3-2 磁場による電子偏向

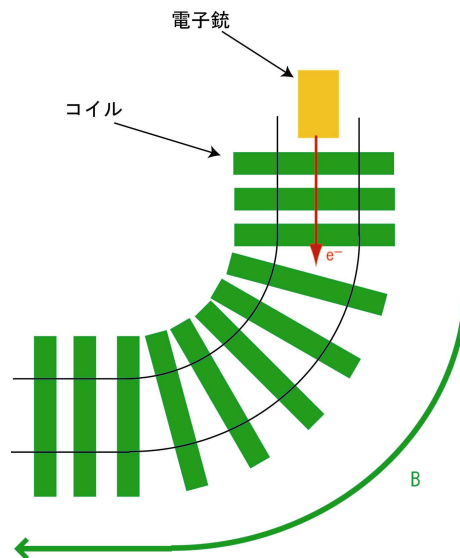


図 3-3 曲げられたソレノイドコイルによる電子入射

### 3.1.3 $E \times B$ ドリフトによる斜入射

ここまで挙げてきた方法では、電場のみ、もしくは磁場のみで電子を偏向させるというものである。しかしいずれの方法でも欠点があり、BX-U の装置条件にうまく合わない。そこで既存のソレノイド磁場に電場を組み合わせ、 $E \times B$  ドリフトにより電子を偏向させる方法を考える(図 3-4)。この場合磁場と垂直な方向に電場を形成するため、電子銃の後方から入射される水素プラズマを遮ることはない。また既存の装置に一組の並行平板電極を設置すれば良いので、ソレノイド磁場を乱すことなく電子を偏



向させることができる．よって今回，電子の斜入射システムとしてこの原理を用いて開発するにとした．

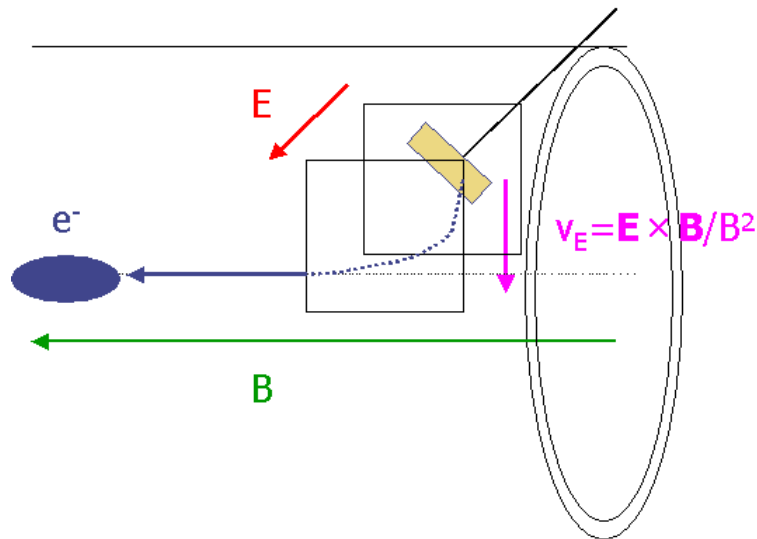


図 3-4  $E \times B$  ドリフトによる偏向

## 3.2 $E \times B$ ドリフトによる電子斜入射のシミュレーション

### 3.2.1 シミュレーションセットアップ

電子偏向システムを製作するにあたって，電子の射出位置や並行平板電極に印加する電圧，電極の大きさなど各種パラメーターを決める必要がある． $E \times B$  ドリフトの速度  $v_E$  は  $v_E = E/B$  で表されるので，磁束密度  $B$  が小さい場所に極板を置けば必要な電場強度を小さくすることができる．BX-U の磁場を形成するのは有限長のソレノイドコイルであるため，コイル中心付近での磁場強度が最も強く，外側になるにつれて磁力線が広がり，磁束密度は小さくなる．また一方で，極板が軸方向に長いほど電子が極板間に存在する時間が長くなるため，必要な電場強度は弱くなると考えられる．このような様々な条件から最適な条件を見つけるため，シミュレーションを行った．

電子銃から射出される電子は本来ビームとして扱うべきであるが，今回の計算では簡単のために単一の電子のみを入射し，偏向させるものとした．シミュレーションは軌道計算で行い，電子が極板間にあるときの運動方程式は

$$m\ddot{\vec{r}} = e(\vec{E} + \dot{\vec{r}} \times \vec{B}) \quad (3.1)$$

である．ここで  $m$  は電子の質量， $e$  は電気素量を表す．その他の条件は図 3-5 のように設定した．磁場強度は 113 G，電子の入射角度は  $45^\circ$ ，二枚の極板の間隔を 4 cm，極板の磁力線方向への長さは 5 cm としている．電子の射出位置は対称軸から 4cm の位置とする．これは BX-U の構造上からの要請によるものである．軸に近いほどそこまで電子を偏向させるために必要な電場強度は弱くなるため，電子の射出位置は可能な限り対称軸付近である方が良い．電子銃の構造についての詳細は次章で述べることになるが，電子銃のカソードとしては最終的には  $\text{LaB}_6$  を使用する予定にしている． $\text{LaB}_6$  カソードの面はほぼ両辺 1cm の正方形である．このカソードにやはり 1 cm 角のアノードを取り付けて電子を取り出す．このアノードは電子銃を覆うステンレスのケースに取り付けられている．つまり，このステンレスケースのために，この位置よりも電子射出位置を対称軸方向に置くと，後方からの水素プラズマを遮蔽してしまう恐れがある．また  $\text{LaB}_6$  カソードの中心部を 4cm の位置に置くと，4cm よりも高い位置にカソードが存在することになる．そのため，極板の対称軸からの高さを 5cm とした．

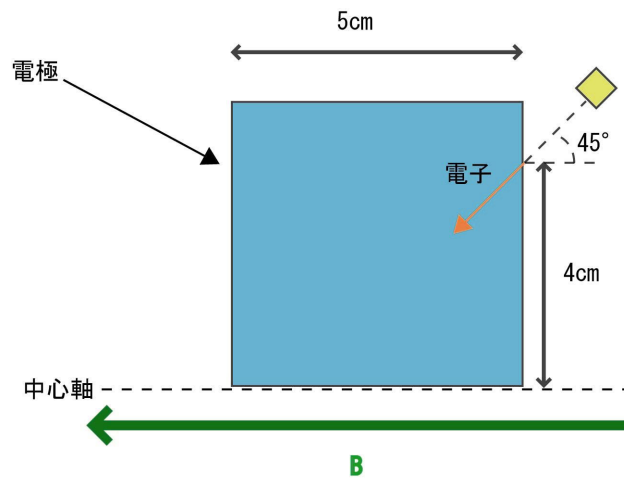


図 3-5 電子軌道計算セットアップ

### 3.2.2 シミュレーション結果

ここでは初めに端部コイル直下に電子銃を置いた場合の結果について述べる．図 3-6 は極板間電圧  $V_p=800\text{V}$  の場合の電場方向からみた電子軌道の図である．横軸は射出された電子の装置内への進入距離を示しており，縦軸は装置対称軸からの距離で

ある．図の緑色で示された部分は極板の位置を表している．電子は図の右上の赤い矢印の位置から射出されている．図から分かるように，このとき電子は対称軸上まで偏向されている．一方，図 3-7，図 3-8 はそれぞれ電場が  $V_p=4\text{kV}$ ， $V_p=100\text{V}$  の場合である．図 3-7 では必要とされている電場よりも強い電場がかかっている．そのためドリフト速度が大きくなり，対称軸を超えてドリフトしてしまい，図 3-9 にあるように外側に広がる別の磁力線に巻きつくように反射されている．図 3-8 では要請されている電場よりも弱い電場がかかっているため，対称軸付近まで偏向されていない．電子銃より装置側では，アパーチャーにより閉じ込め部に入る電子が制限される．したがって対称軸から半径約  $2\text{cm}$  の距離以内にまで電子が偏向される必要がある．

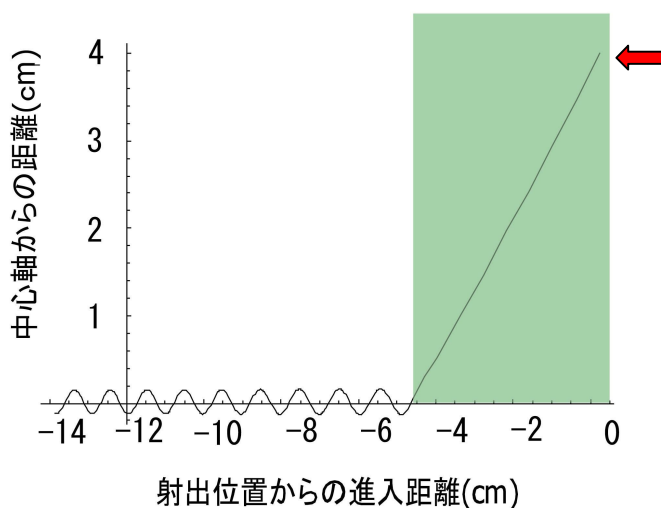


図 3-6 端部コイル直下からの電子入射 ( $V_p=800\text{V}$ )

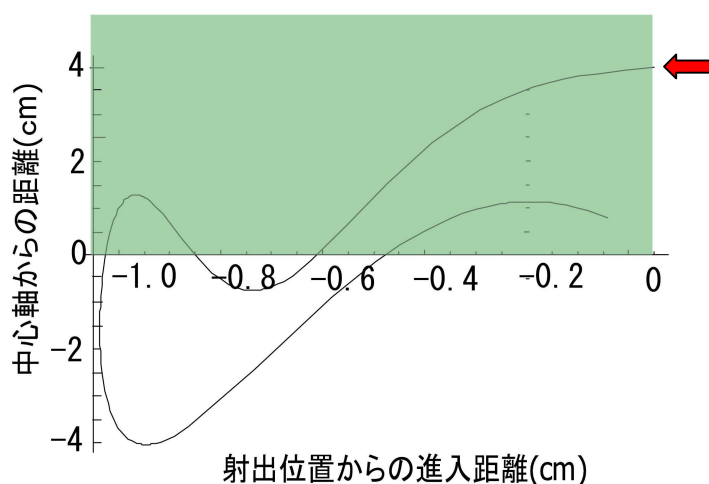


図 3-7 端部コイル直下からの電子入射 ( $V_p=4\text{kV}$ )

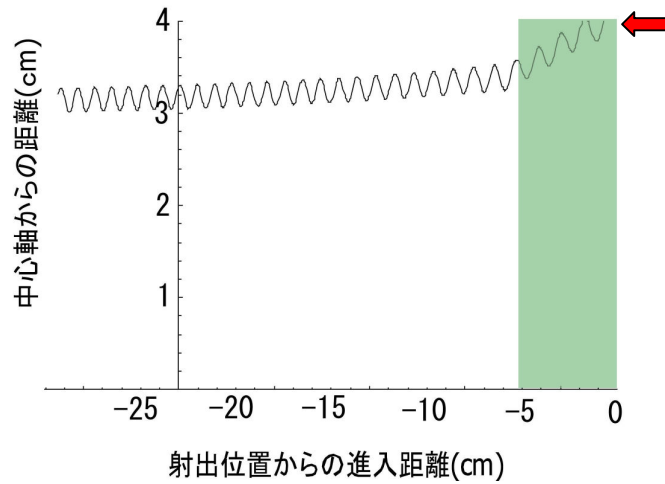


図 3-8 端部コイル直下からの電子入射 ( $V_p = 100V$ )

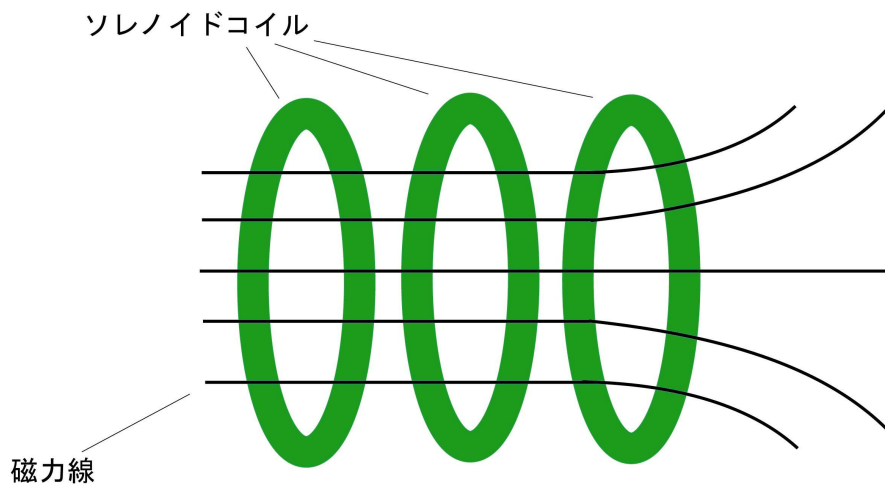


図 3-9 ソレノイド磁場端部

次にソレノイドコイル端部より外側に電子銃及び極板を設置した場合について調べる．前節で述べたようにコイルの外側では磁力線が広がり，磁束密度が小さいため，電子を装置対称軸上まで偏向させるために必要な電場強度は小さくなる．例としてコイル端部から 10cm 外側に電子銃を設置した場合について計算すると，このとき必要な電圧は 600V であった．端部コイル直下に電子銃を設置した場合の電圧は 800V であるので，偏向のための電圧が確かに低くなることが確認された．

以下ではさらに実際に実験に用いる電子銃の形状に即して電子が BX-U 内に進入していく様子を調べる．前述のように電子銃の  $\text{LaB}_6$  カソードは  $1\text{cm} \times 1\text{cm}$  の正方形とみなすことができ，これを  $45^\circ$  の角度で設置する．上記の軌道計算をカソードの

中心部から射出された電子と仮定すると，図 3-10 にあるようにそこから上部及び下部からも射出される電子が存在する．そこで上記の電圧を 600V のまま変化させることなく，カソードの上端及び下端から射出される電子の軌道計算を行った．

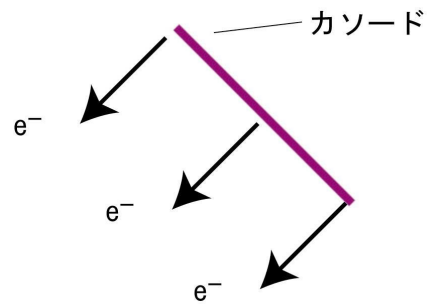


図 3-10 電子銃の各箇所から射出される電子

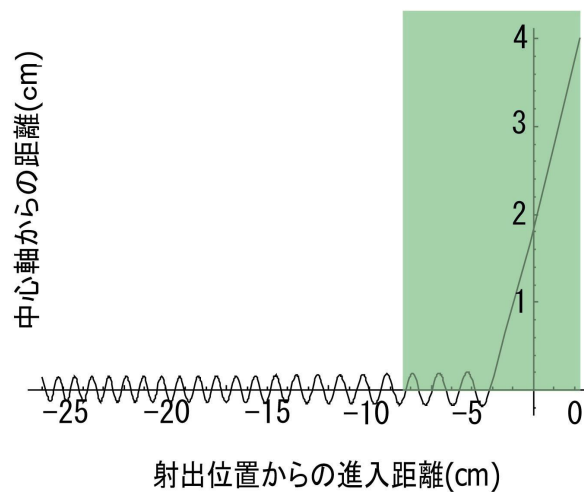


図 3-11 コイル端部から 10cm の位置に置かれた電子銃の中心部から射出された電子の軌道

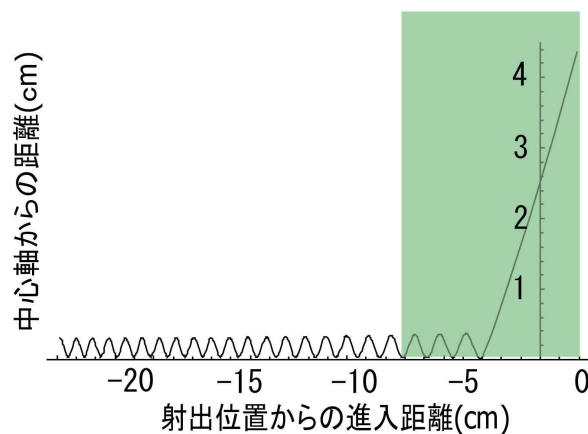


図 3-12 コイル端部から 10cm の位置に置かれた電子銃の上端部から射出された電子の軌道

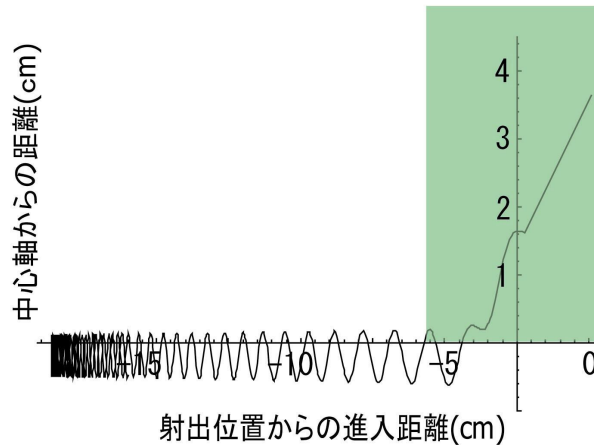


図 3-13 コイル端部から 10cm の位置に置かれた電子銃の下端部から射出された電子の軌道

図 3-11 から図 3-13 はそれぞれ電子銃の中心部，上端部，下端部から射出された電子の軌道を表している．図 3-11， 図 3-12 では電子は装置内に進入しているが，図 3-13 では 18cm ほど進入した時点で反射されている．このように電子銃のコイルからの距離，及びカソードからの射出位置によって電子は装置内深部に進入もしくは反射される．したがって，射出された全電子のうち装置内にまで進入する電子の割合は，電子銃の位置に依存すると予想される．そこで電子銃の位置を変化させ，その位置に電子銃を置いたときの必要な極板間電圧と電子の進入する割合を調べた．

進入の割合を調べる計算にあたって，電子の射出位置から電場方向への偏向を調べた．図 3-6 の軌道を装置内部，磁力線方向から見たときの様子は図 3-14 に示す．電子は図の左上から射出されている．横軸は電場方向への偏向，縦軸は装置対称軸からの距離を表す．図から読み取れるように，電子は射出されてから  $E \times B$  ドリフトにより鉛直下方 40 mm ドリフトする間に，電場方向へは 1 mm から 2 mm 移動しているのみである．つまり，縦方向への移動距離に比べると，横方向への移動距離はその 2.5%～5%程度である．これに基づき，以下のようにシミュレーションを行った．初めにカソードの中心から射出される電子が装置対称軸上まで偏向されるために必要な極板間電圧を求める．次に図 3-15 にあるように電子銃カソードの領域を 10 分割し，それぞれの領域の中心から射出される電子をその領域の代表とみなして，上記の極板間電圧を保ったまま軌道計算を行う．実験ではアパーチャーを設置するため，装置対称軸から半径 2cm 以内のもののみが装置内に進入できる．そのためこのシミュレーションでも対称軸から半径 2cm 以内に入り，かつ反射されることがなかった領域の割合を調べた．

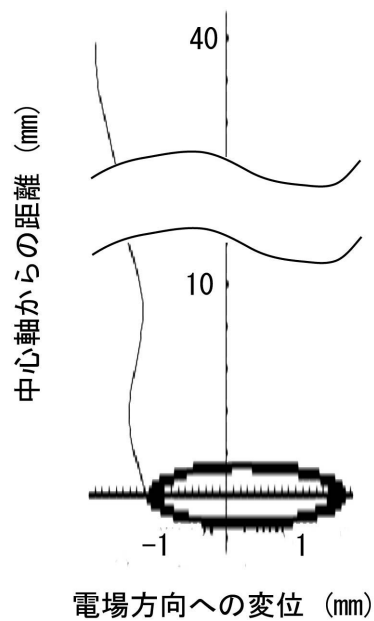


図 3-14 磁力線方向から見た電子の軌道

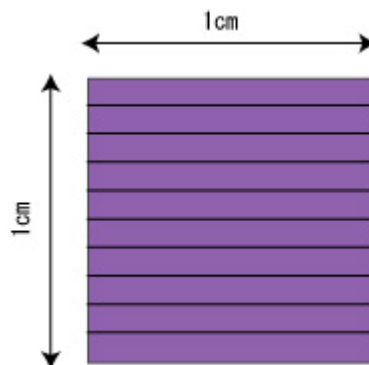


図 3-15  $\text{LaB}_6$  カソード表面の形状

シミュレーションの結果を図 3-16 及び図 3-17 に示す.

図 3-16 はコイル端部から徐々に電子銃を離していき, それぞれの場所でカソード中心部から射出された電子が装置対称軸上まで偏向されるために必要な電圧の関係を表したものである. コイル端部から距離が離れるほど磁束密度が小さくなるため, 必要な極板間電圧が小さくなっていることがわかる.

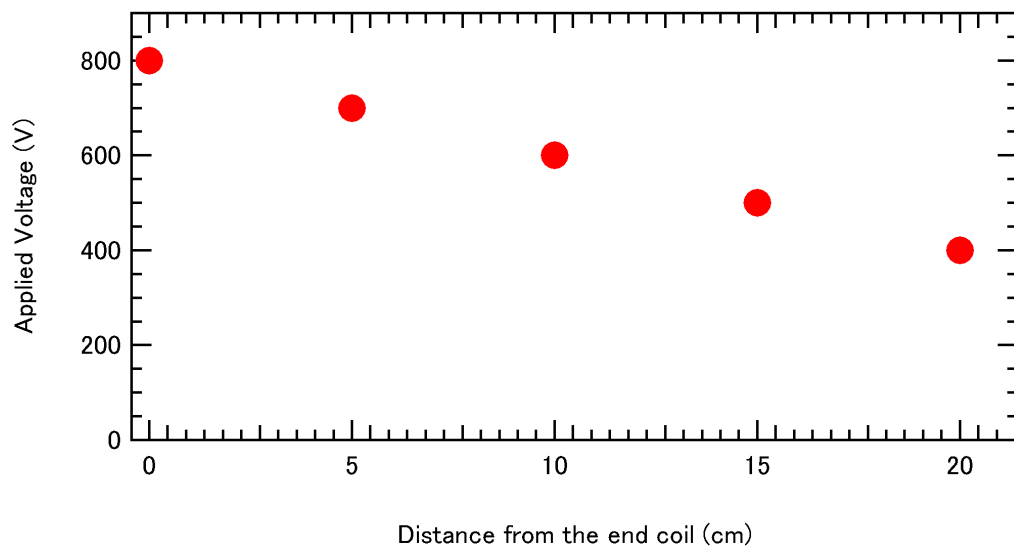


図 3-16 極板間電圧の電子銃位置依存性

図 3-17 は電子銃の位置とカソードから射出された全電子の装置内へ進入する割合の関係を表したものである。グラフからわかるように、端部コイルからの距離が離れるほど進入率は小さくなっている。特に距離が 10 cm 以上離れた場合の進入率の減少は顕著であり、特に 20 cm 以上離れた位置に置かれた電子銃から出た電子は全て反射されてしまうことがわかった。

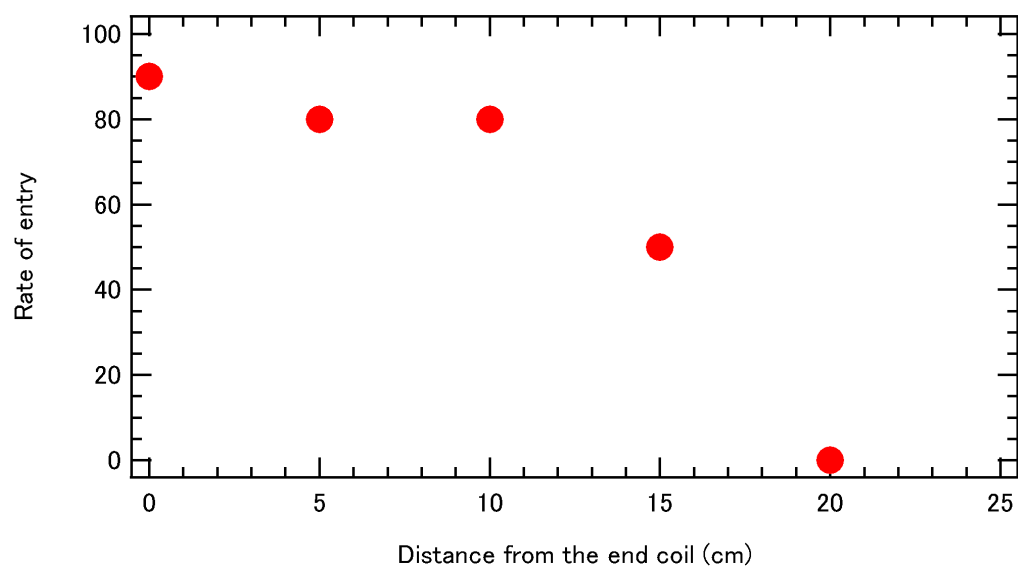


図 3-17 進入率の電子銃位置依存性



## 第 4 章 電子斜入射実験

### 4.1 斜入射装置の設計・製作

#### 4.1.1 電子銃

前章の計算結果を基に電子偏向システムの構築を行った。電子銃のカソードは最終的には  $\text{LaB}_6$  を使う予定であるが、今回はタングステンのフィラメントによる電子銃を作成した。図 4-1 から図 4-3 は電子銃の全体、カソード、アノードの図である。図 4-4 の電流導入端子を作成し、3 本の電流導入端子のうち 2 本にカソードを取り付け、1 本にアノードを取り付けている。カソードとアノードの間隔は 5mm である。カソードには直径 0.3 mm のタングステン線を使用し、これを内径 3 mm、長さ 3 mm のコイル状に巻いている。アノードは 20 mm×17.3 mm の長方形をしており、ここにタングステンのメッシュを張っている。

#### 4.1.2 偏向用並行平板電極

射出された電子を偏向させるための電場を生成する極板は以下のようにになっている。図 4-5 は極板とそれを固定する台の図である。図中の番号と図 4-6 から図 4-10 の番号は対応している。極板を立てるための台は円筒形の装置にあわせて蒲鉾型になっており、そこに絶縁を取りつつ極板を固定するためのセラミックスの棒を立て、パイレックス製の中空円筒をかぶせて極板の高さを合わせている。

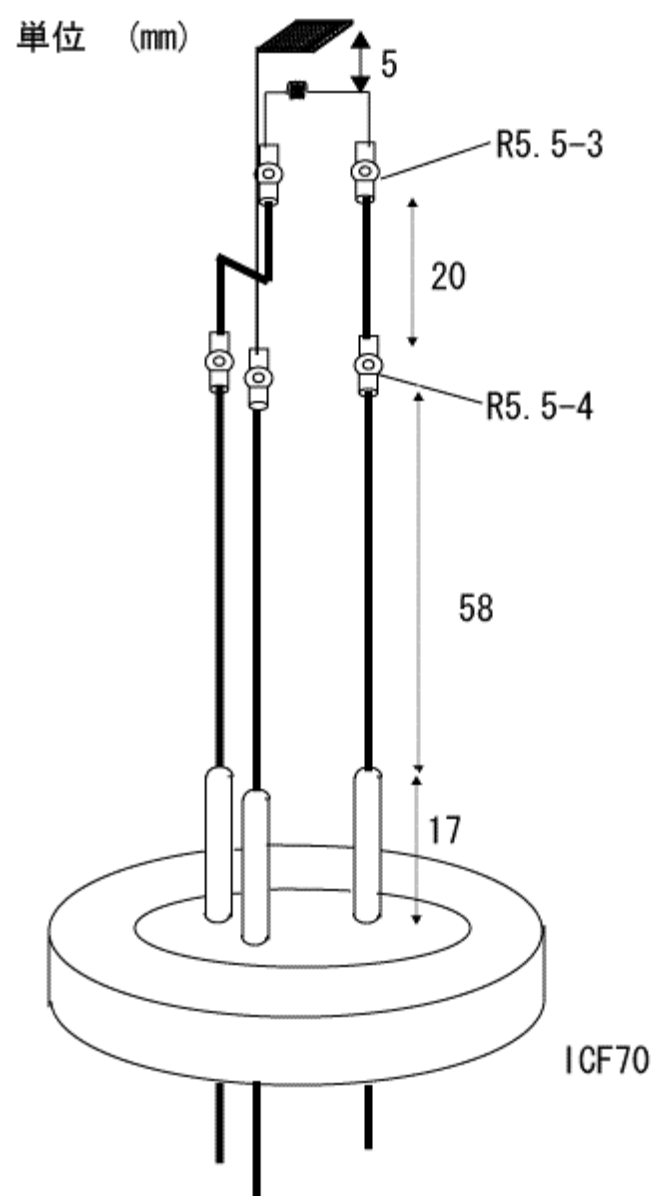


図 4-1 電子銃全体図

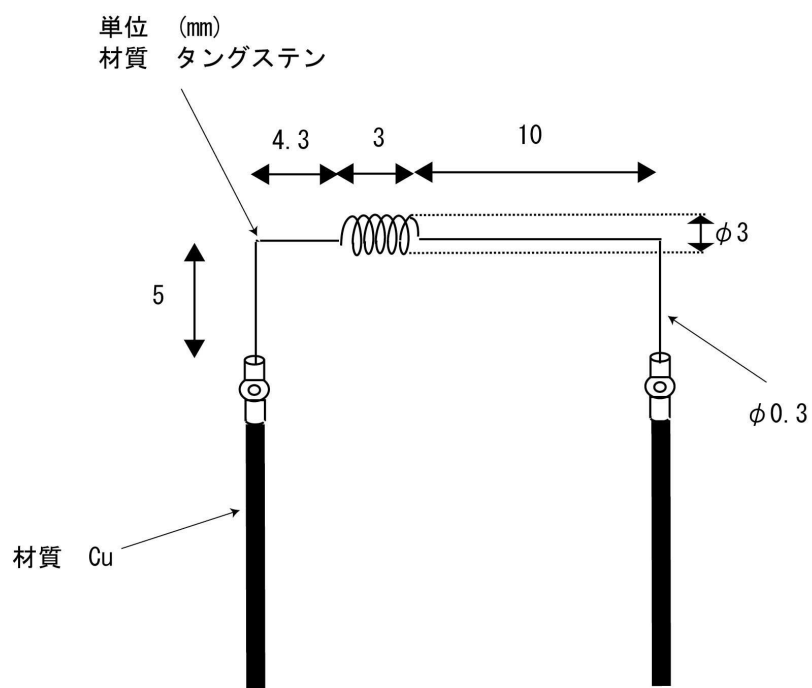


図 4-2 電子銃カソード

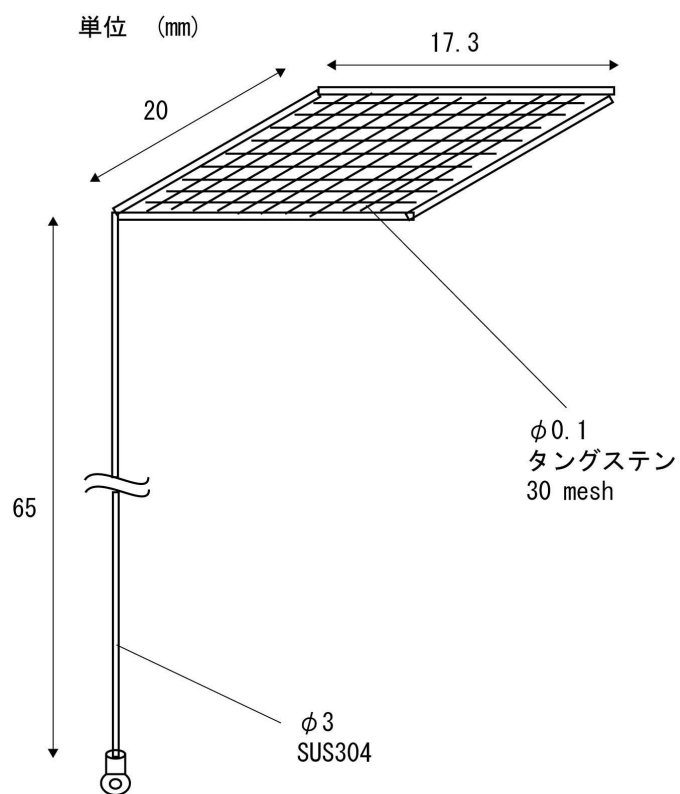
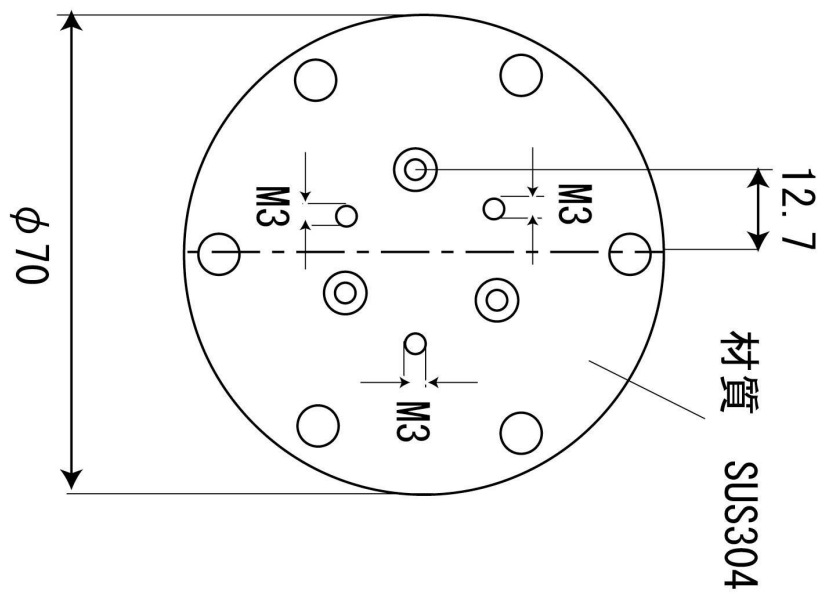
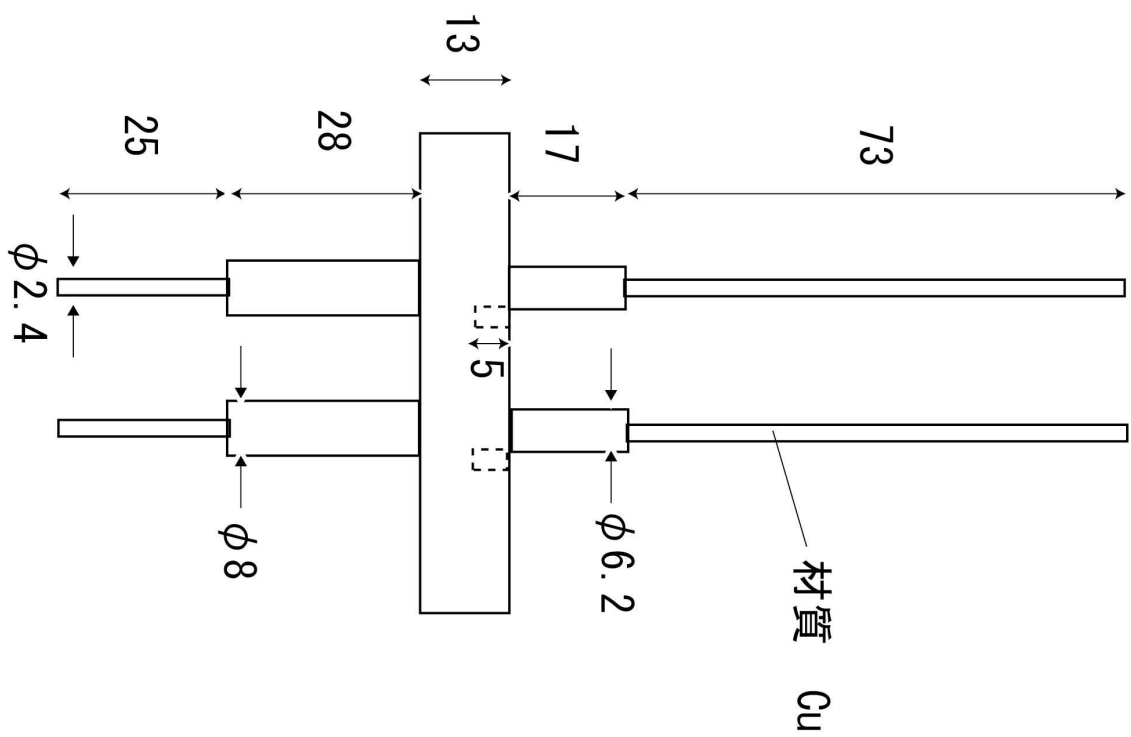


図 4-3 電子銃アノード

縮尺1:1  
単位 (mm)



上から見た図



側面から見た図

図 4-4 電流導入端子

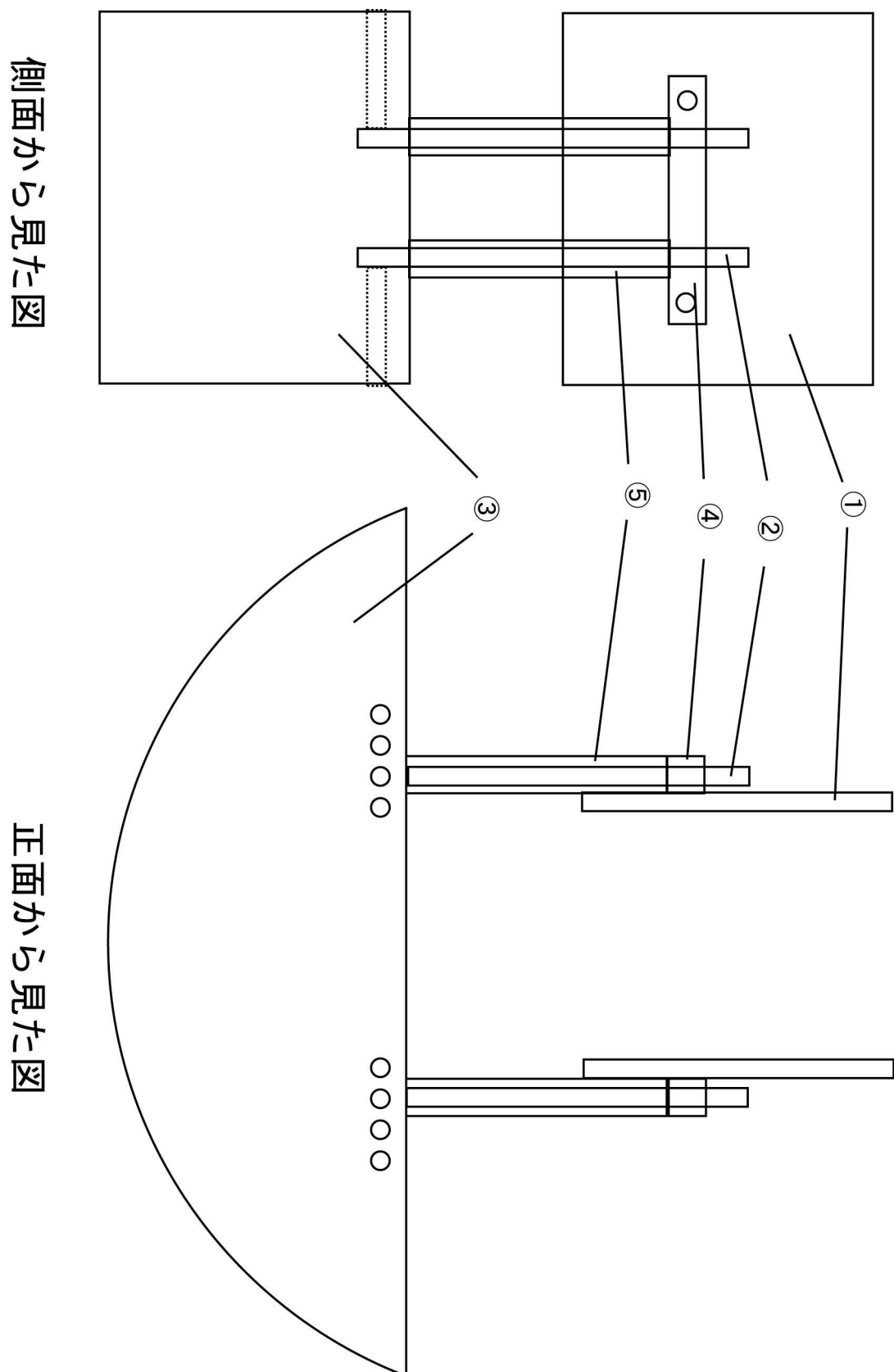


図 4-5 極板全体図

③ 極板固定台  
材質 Al  
單位 (mm)

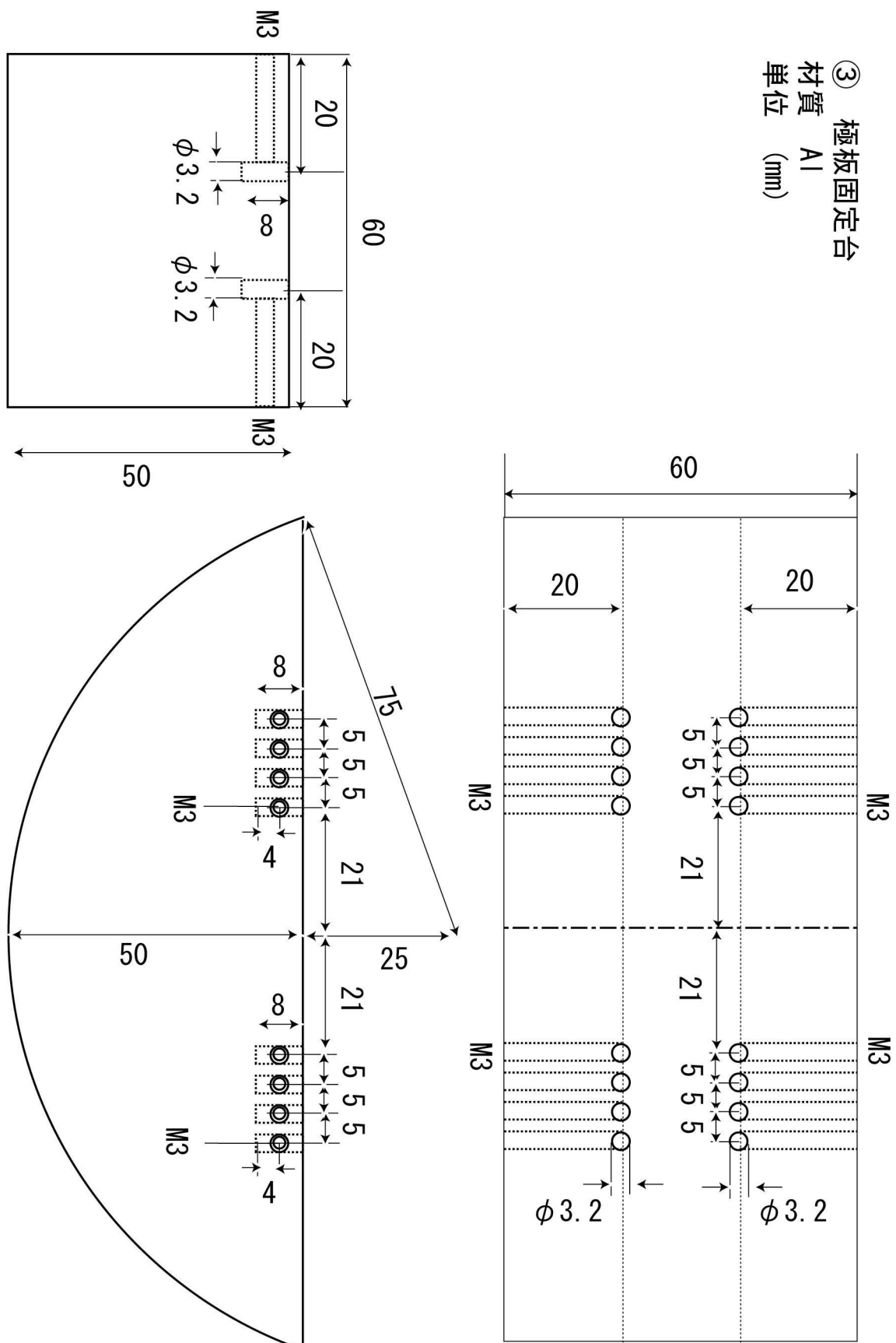


図 4-6 極板固定台

① 極板

材質 Al

単位 (mm)

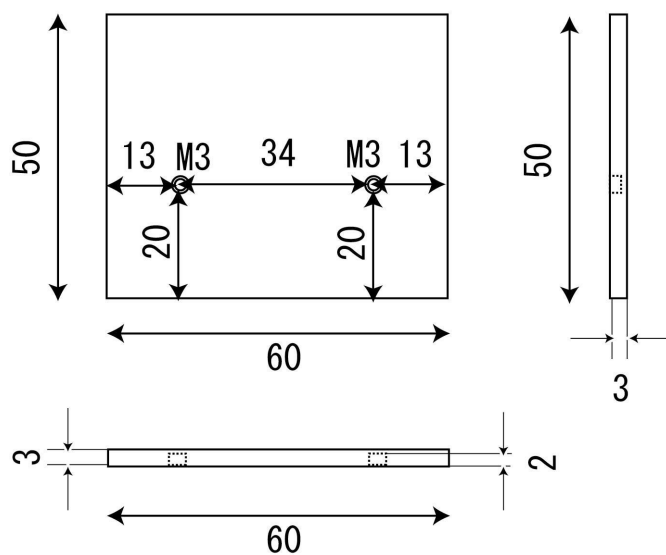


図 4-7 極板

② 極板支持棒

材質 セラミックス

単位 (mm)

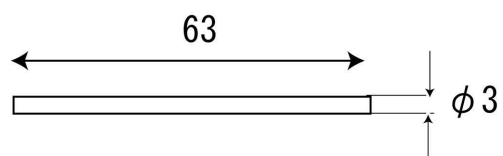


図 4-8 極板支持棒

⑤ ガラス管

単位 (mm)

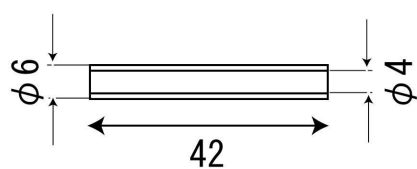


図 4-9 極板高さ固定用ガラス管

#### ④ 極板固定金具

材質 Al

単位 (mm)

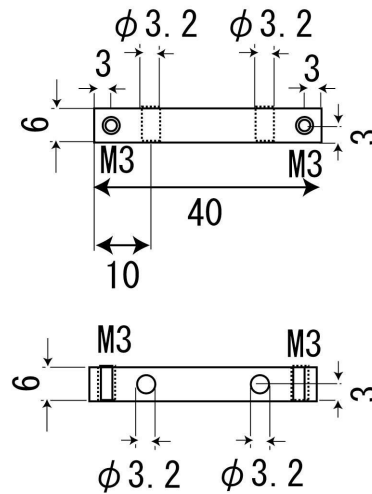


図 4-10 極板固定金具

## 4.2 ビーム偏向距離の電場及び磁場依存性

### 4.2.1 実験セットアップ

前節の電子銃と極板を図 4-11 の様に設計した斜ポート付きドリフト管に設置し、BX-Uに取り付けた。この装置を使い、電場と磁場の強度を変化させて電子の偏向する様子を調べた。実験の概念図を図 4-12 に示す。

カソードから射出された電子は大きく分けて二つの経路を取って BX-U に進入する。一つはカソードを出てすぐに近くの磁力線に巻きつき、そのまま直進するものである。BX-U のバイアス磁場は第 2 章で示したように一様であるため、磁力線に沿って射出された電子は極板間の電場で曲げられることなくそのまま装置閉じ込め領域に達する。もう一つは計算で行ったようにアノードを通過し、極板間でドリフトして装置対称軸へと近づくものである。

電子を閉じ込めない場合、電子は閉じ込め領域を通過し、後方に設置している蛍光板に達する。蛍光板は電子が衝突すると発光するので、これを CCD カメラによって撮影した。蛍光板の写真とそれを CCD カメラで撮影した画像を図 4-13 に示す。(b)



の画像では図 4-12 で示したように 2 点が光っている。上側の輝点はアノードを通過せずに磁力線に巻きついて蛍光板に達した電子であり、下側の輝点はアノードを通過しドリフトによって装置対称軸方向に偏向した電子である。この 2 点のうち、下方の点と装置対称軸との距離を測定することで、電子の偏向量を知ることができる。そこで磁場強度と電場強度を変化させながら、それぞれのに対する電子偏向量の変化について調べた。

実験においてはソレノイドコイルの中心とプラズマ閉じ込め領域の中心とを合わせたため、電子銃はコイル端部から 18cm 装置内部に設置された。極板間距離は 4cm とした。

電子を射出するため、カソードは加熱用電流源により予熱され、熱電子を発生させる。そして、負電位を印加することによりアノードとの間でそれらの電子を加速し、メッシュを通じてビームとして空間に放出する。電子銃回路の概略を図 4-14 に示す。

極板はつながれている電源を電氣的トラブルから保護するため、図 4-15 に示すような保護回路を取り付けている。これはコンデンサーにあらかじめ電荷を蓄え、これを通じて極板に電圧を印加するようになっている。もしも極板から電流が流れ込んだ際には、電源へと流れ込まずにコンデンサーに流れ込むようにして電源を保護している。コンデンサーには蓄えられた電荷を放電するための放電抵抗が取り付けられており、さらにこれを分圧してオシロスコープに接続することで、実際に電極に印加されている電圧を知ることができるようにしている。

## 4.2.2 実験結果

図 4-16 に電場強度と磁場強度を変化させたときの電子偏向距離の変化量を示す。横軸は極板間に印加された電圧を表しており、縦軸は電子の偏向距離である。図の偏向距離 40mm の位置が装置対称軸である。ここでデータにつけているエラーバーは図 4-14(b)にあるような蛍光板上の輝点の広がりを表したものである。

図から読み取れるように、電場を強くすると偏向距離は大きくなっている。一方で磁場を強くすると偏向距離は小さくなっている。これはドリフト速度の大きさが  $E/B$  となることから予想される傾向と符合している。



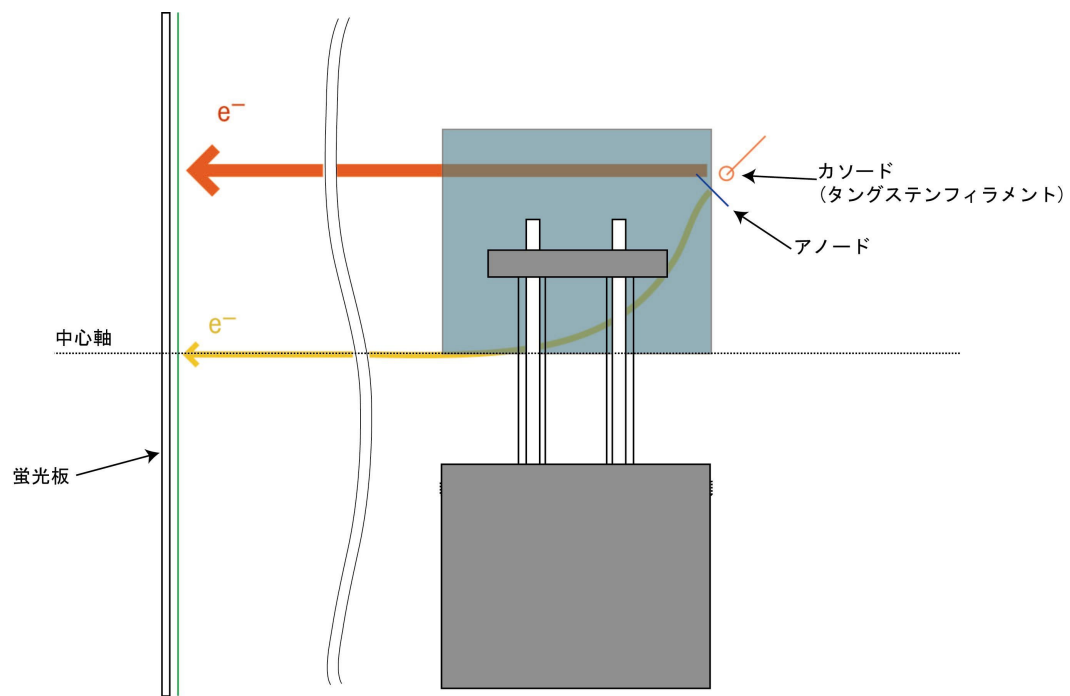
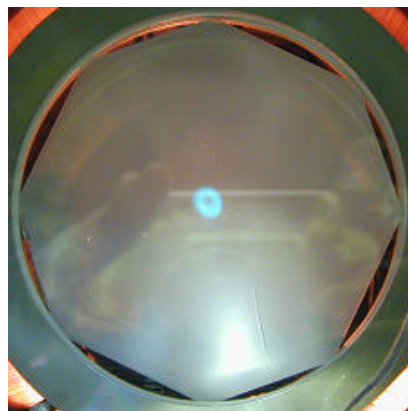


図 4-12 実験概念図

(a)



(b)

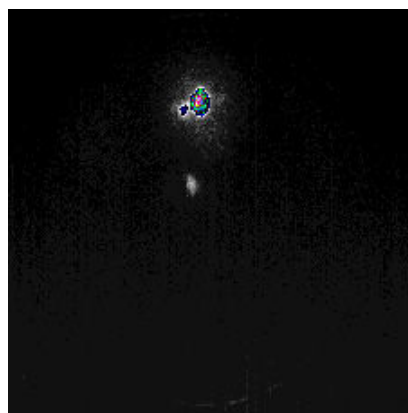


図 4-13 (a)蛍光板写真 (b)蛍光板を CCD カメラに収めたときの画像

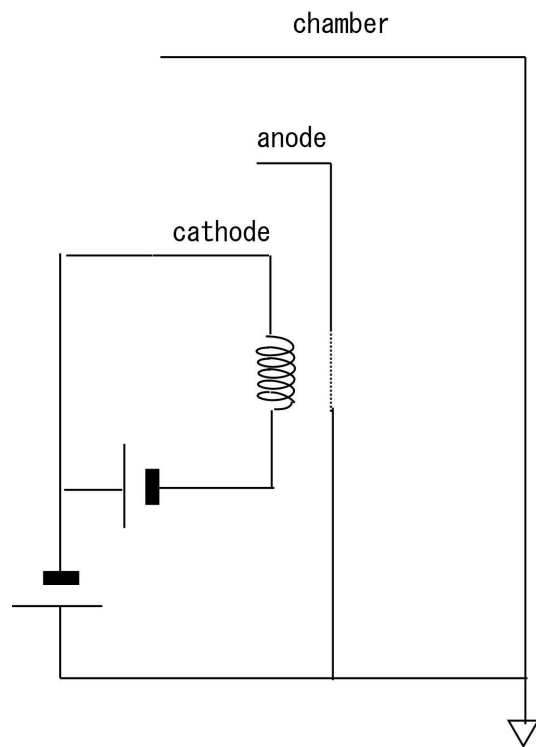


図4-14 電子射出システム概略図

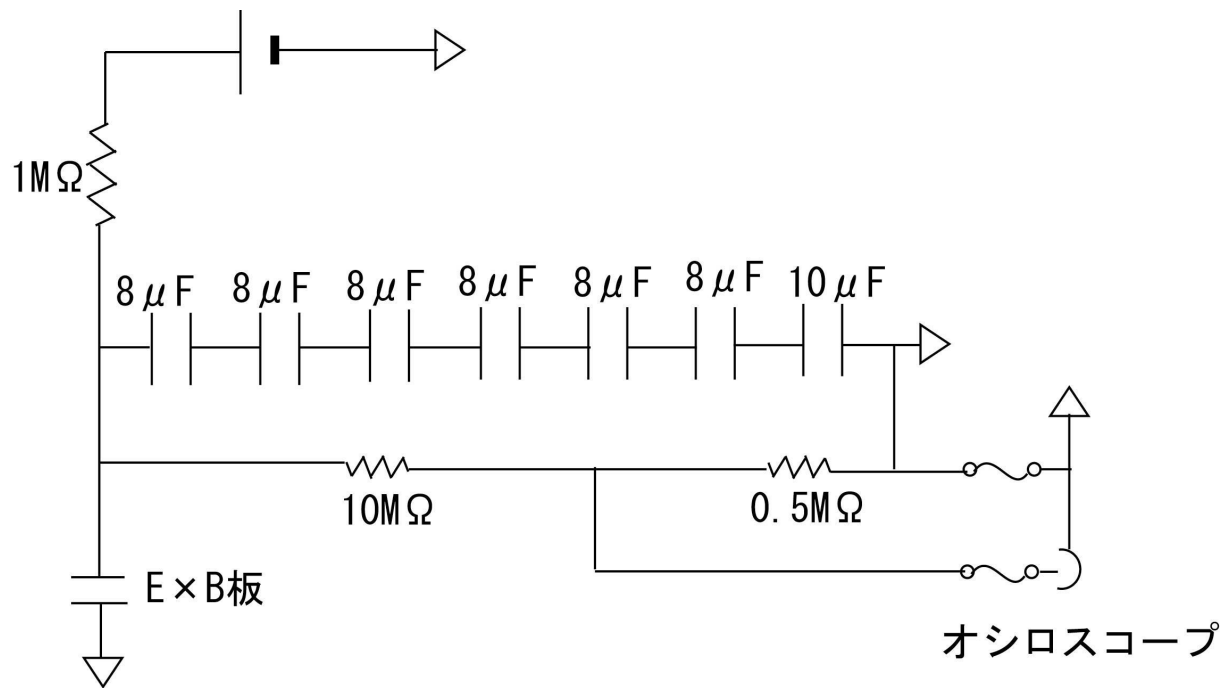


図 4-15 電源保護回路

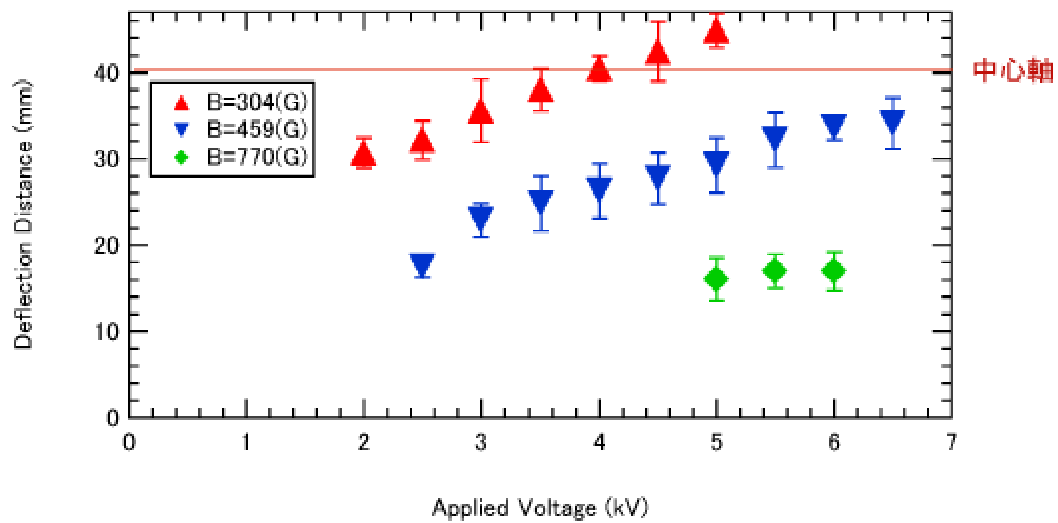


図 4-16 極板電圧と偏向距離

次に、図 4-17 は  $B=304(\text{G})$  の場合の測定値と計算値を比較したものである。計算値では偏向距離が 40 mm に達するまでは電圧と偏向距離が比例している。40 mm 以上には極板を設置していないため、これ以上偏向されることはない。また、図で示されている以上の電圧を印加すると、電子は反射される。

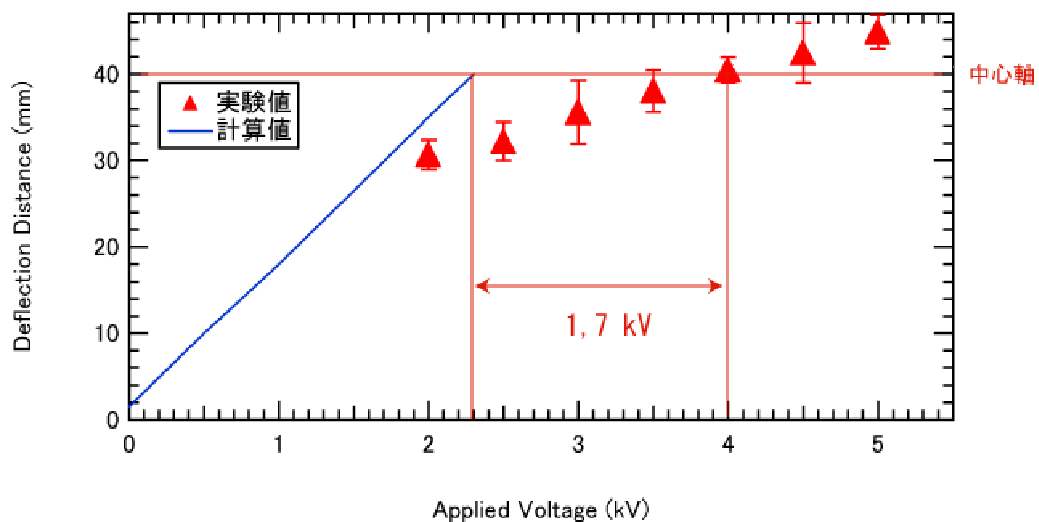


図 4-17 偏向距離の測定値と計算値の比較

計算値と測定値の差異を見ると、計算値では極板間電圧が 2.3kV の時に偏向距離が

40 mm になっているのに対して，測定値で 40mm となるのは極板間電圧が 4kV のときであり，計算値と 1.7 kV の差が生じている。この差は電圧が印加されたときに極板と装置壁との間に電場が生じてしまい，極板間のみに電場が生じた場合よりも弱い電場により電子がドリフトしているためと考えられる。シミュレーションでは極板に電圧が印加されたときに極板間にのみ電場が生じるとしたが，実験では 2 枚の極板のうち一方にのみ電圧を印加しており，他方の極板だけでなく BX-U 装置壁の電位もグラウンドになるため，それらとの間に電場が生じ，電気力線が乱れていると考えられる。

上記の事象を明らかにするために，ポテンシャル分布を計算した。計算のセットアップ図を図 4-18 に示す。簡単のため，装置が軸対称方向に無限に長いとして 2 次元ラプラス方程式

$$\frac{\partial^2 V_p(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_p(x, y)}{\partial y^2} = 0 \quad (4.1)$$

の計算を行った。ここで  $V_p(x, y)$  は空間電位である。図 4-17 では極板に印加された電圧が 4 kV のとき，射出された電子が装置対称軸上まで偏向された。これを検証するために，境界条件として，BX-U 内壁及び極板の台座，そして  $x=20$  に設置している極板の電位を 0 kV， $x=-20$  の位置に設置している極板の電位を 4 kV とした。

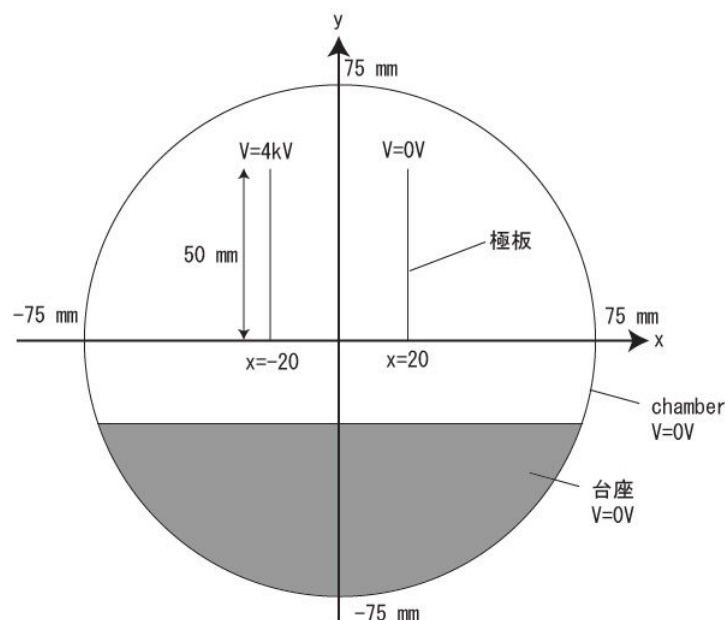


図 4-18 電位分布計算セットアップ図

電位計算結果を図 4-19，図 4-20 に示す。図 4-18 にあるように，電圧が印加された

極板の位置を中心に電位が分布していることがわかる．図 4-18 の等電位面を図 4-20 に示す．図の緑色の矢印は電気力線を表す．この図からこの条件下での空間電位は，電圧が印加された極板から他方の極板に到達する以前にほぼ完全に減衰していることがわかる．また電気力線は極板の中心付近を除いて外側に広がっていることから，極板間の電場強度はシミュレーション時に想定した電場強度よりも弱くなっていると推測される．図 3-14 からわかるように，射出された電子の電場方向への変位は小さい．そこで，電子が電子銃の中心部  $x=0$  から射出されたと仮定し， $x=0$  での電場強度の変化を図 4-21 に示す．電子銃は装置対称軸から 4 cm の位置に設置されている．したがって， $y=40$  で射出された電子は偏向されて装置対称軸  $y=0$  へと到達する． $y=0$  から  $y=40$  までの平均電場強度を計算すると  $7.6 \times 10^4$  V/m となる．シミュレーションでは，電極に 4 kV が印加されたときの電場強度  $E$  は，極板間距離  $d$  が 4cm であるので

$$E = V_p / d = 10^5 \text{ V/m} \quad (4.2)$$

となっており，電場強度はシミュレーション時の 76% になっている．BX-U のバイアス磁場が一様であることから，射出された電子のドリフト速度もシミュレーション時の 76% になっていることがわかる．すなわち，電子軌道計算時には，極板に印加した電圧と極板間距離の比が電場強度になるとしたが，電位分布計算によると，この電場強度を得るためにはさらに 32% 高い電圧を印加する必要がある． $B=304$ (G) の場合、シミュレーションで要請された電圧は 2.3 kV であるから、3.03 kV 印加すれば良いことになる．しかし、実験では必要とされた電圧は 4kV であり、なお 0.97 kV の差がある．これには別の要因を考える必要がある．その要因の一つとして、電子銃から射出された電子は単一ではなくビームなので、その中で互いに反発し合うため、これを抑えるためにより高い電圧を印加する必要があると考えられる．

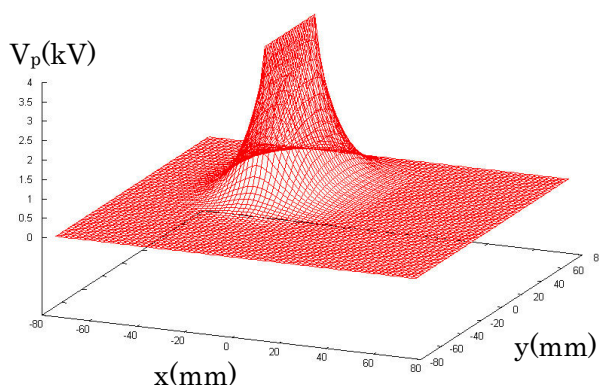


図 4-19 極板に印加された電圧により生成された電位分布

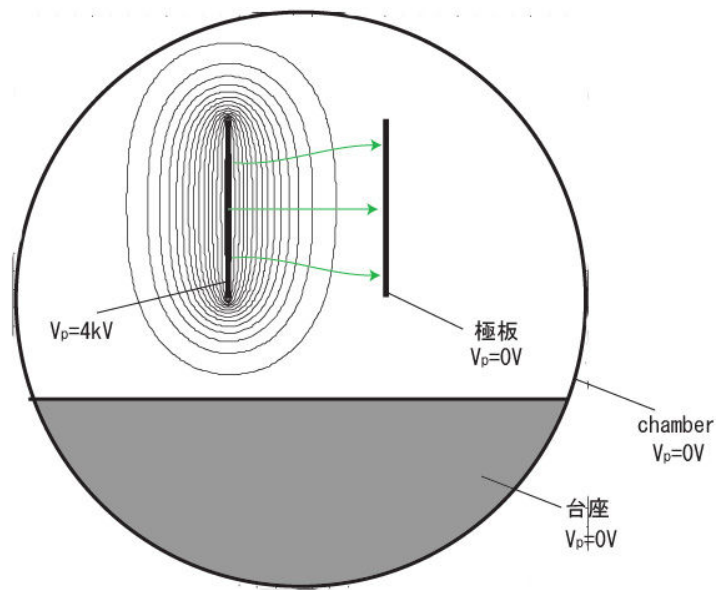


図 4-20 等電位面と電気力線

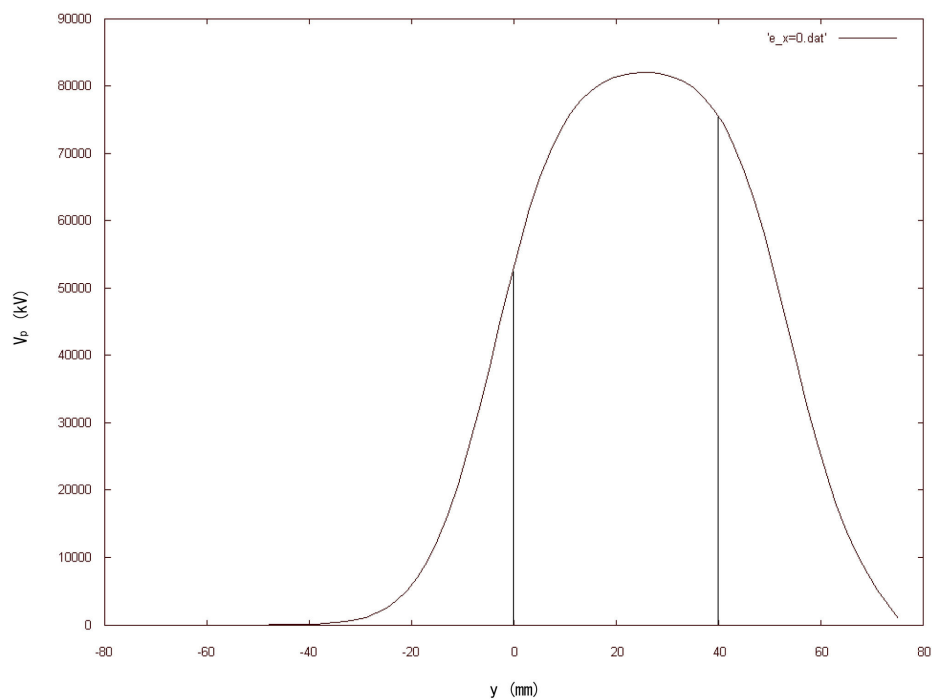


図 4-21  $x = 0$  での電場強度

計算を単一の電子で行ったため考慮していないが、実験に影響を与える特性が他にも考えられる．例えば図 4-22 に示すように、極板間に生じる電気力線は極板の端に近付くにつれて外側に膨らむ．そのため電子は極板間を通過するときに拡散されると



考えられる．また上で述べたように極板と装置壁との間にも電気力線が生じるため，これにより様々な方向に電子が拡散されることが予想される．これらはプラズマの閉じ込め実験を行う際には，装置の閉じ込め領域直前にアパーチャーによりカットされる予定である．

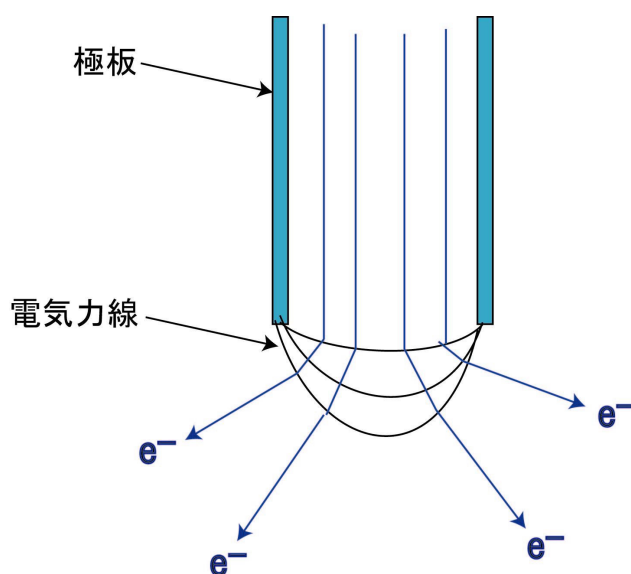


図 4-22 膨らんだ電気力線による電子の拡散

### 4.3 LaB6 カソードによる電子銃

実験では電子銃のカソードとしてタングステンを使用したが，これはいくつかの問題を孕んでいる．まずカソードに加熱電流を流した際，装置内のソレノイド磁場により  $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$  の力を受けて振動を始めるため，プラズマ閉じ込めに影響を与える可能性がある．またさらに磁場を強くするとフィラメントが歪んでしまい，実験に使用できなくなることが考えられる．これらの問題を解決するため，カソードとして六ホウ化ランタン (LaB<sub>6</sub>) を使うことを考えている．

LaB<sub>6</sub> は融点約 2700 K，電気伝導率  $7 \times 10^{-6} \text{ W} \cdot \text{cm}$  (温度 300 K のとき)，仕事関数 2.66 eV の導電性セラミック素材である．タングステンに比べて仕事関数が小さいため使用温度が低く，蒸発による消耗を小さく抑えることができる点が特徴である．また

強度が高いために強磁場中での大電流使用に耐えることが大きなメリットであるが、脆性材料のため取り扱いには注意が必要である。

図 4-23 から図 4-29 に電子銃の全体図と各部分の設計図を示す。電流導入端子には図 4-4 と同一のものを使用している。タングステンの電子銃ではカソードの前にワイヤーの上にメッシュを張ったアノードを置くだけであったため、アノードを通過しない電子でも装置内に進入することになる。そのため、この銃ではカソードをセラミックスで絶縁しつつステンレスのケースに収め、このケースにカソードと同じ大きさの穴を開けてメッシュを張ってアノードとした。このためアノードを通過した電子のみが入射されるようになっている。アノードの中心が BX-U の対称軸から 4cm の位置になるように合わせているが、1cm 程度ずつ調節が可能である。

現在、この電子銃は電極との接続方法に問題があるためまだ使用していないが、この問題を解決した後、この銃による電子の閉じ込め実験を行い、既存のデータと比較する予定である。

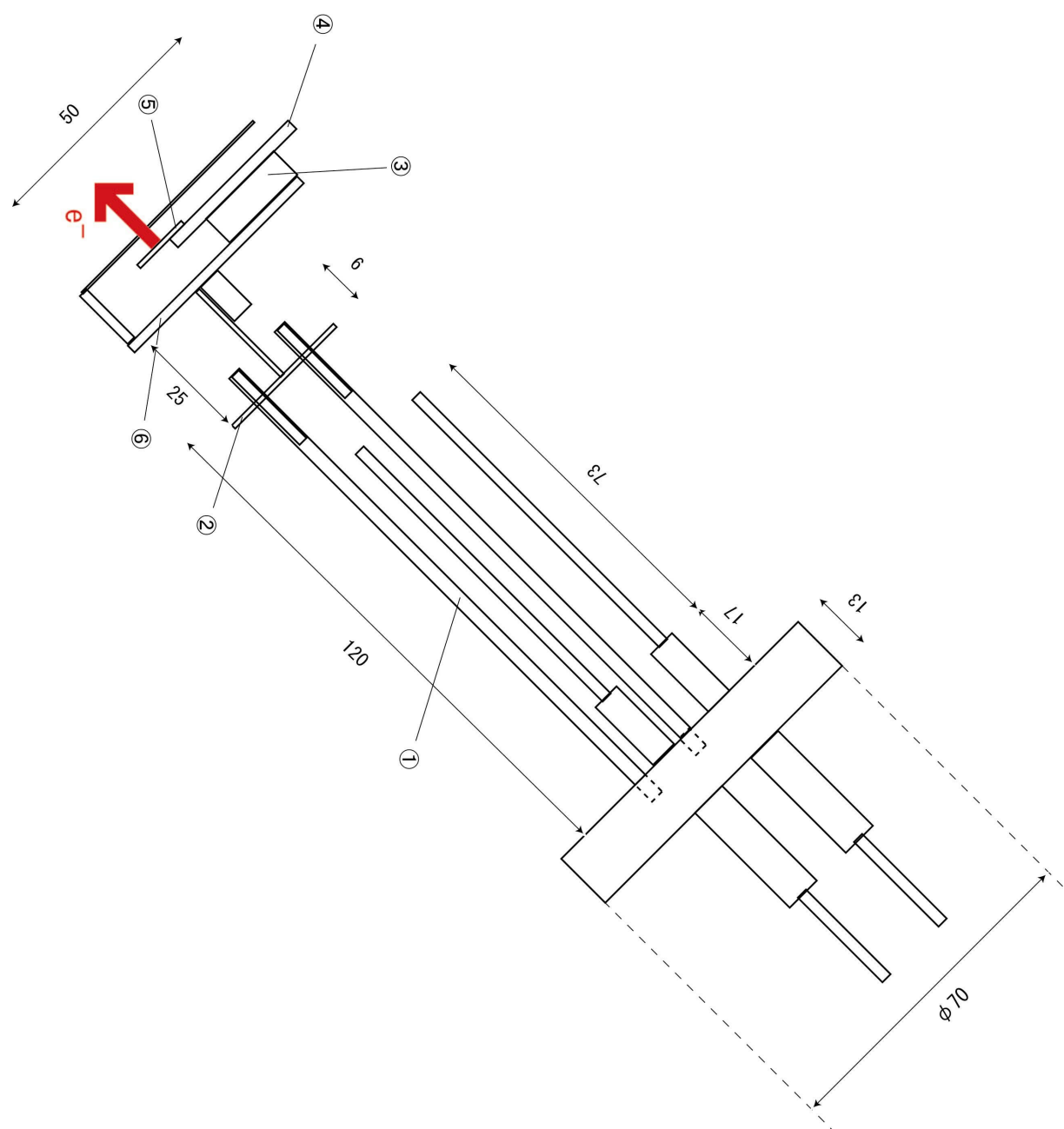


図 4-23 LaB<sub>6</sub> 電子銃全体図

① LaB<sub>6</sub>電子銃支持棒

単位 (mm)

材質 SUS304



図 4-24 LaB<sub>6</sub> 電子銃支持棒

② 電子銃ケース固定器具

単位 (mm)

材質 SUS304

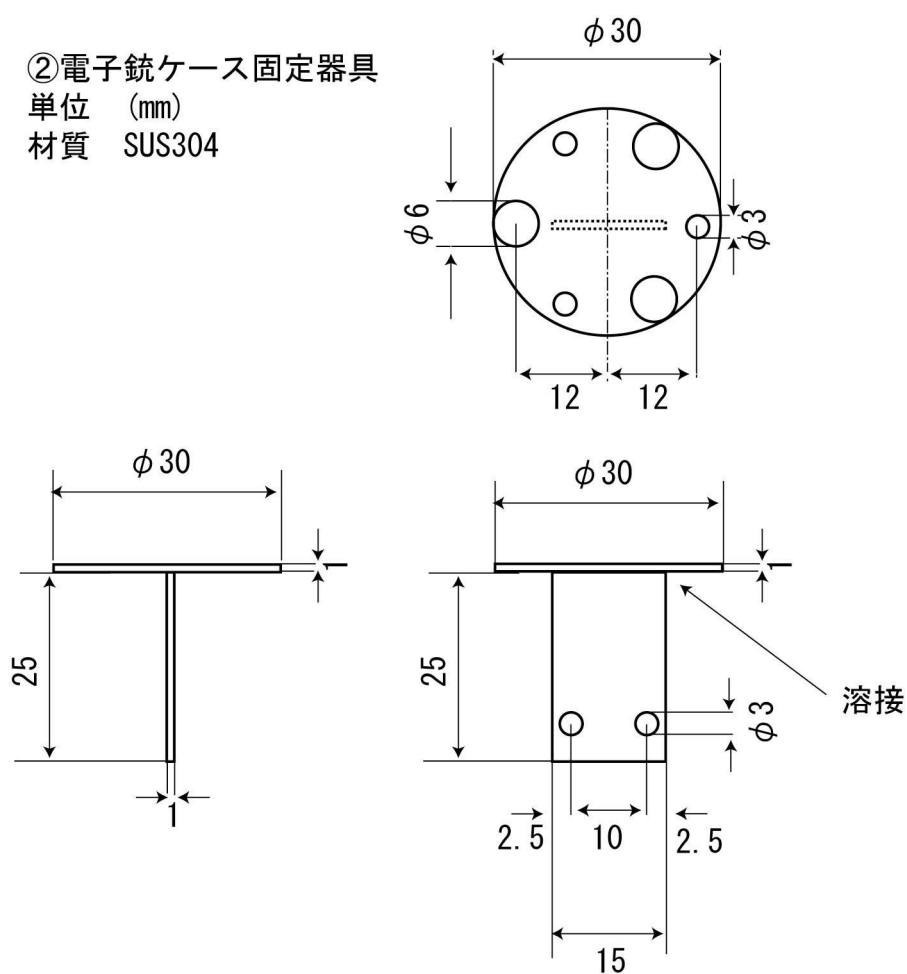


図 4-25 LaB<sub>6</sub> 電子銃ケース固定器具

⑤カソード  
単位 (mm)  
材質 LaB<sub>6</sub>

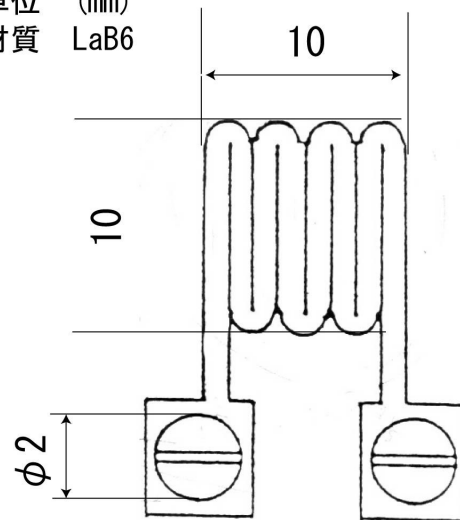


図 4-26 LaB<sub>6</sub> カソード

③  
単位 (mm)  
材質 アルミナ

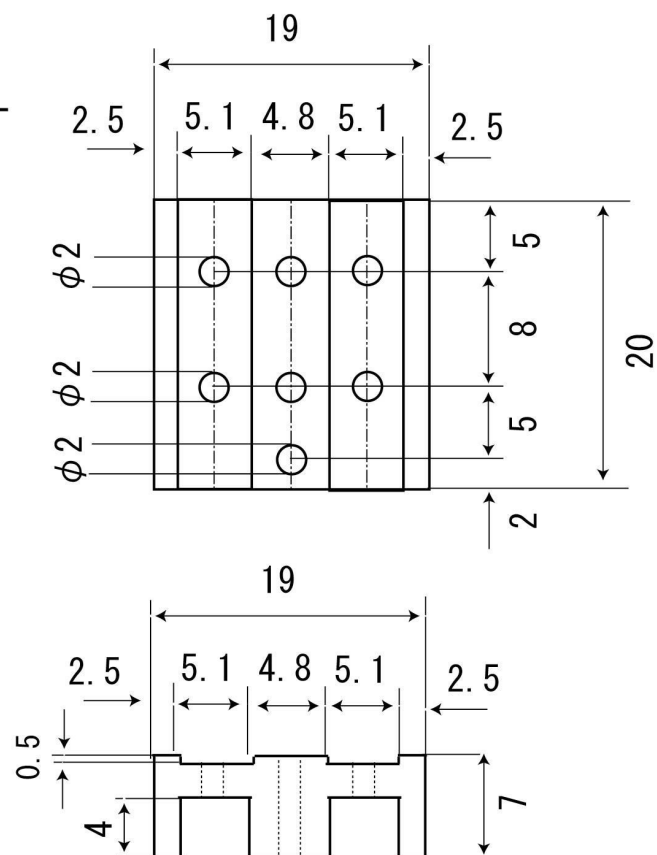


図 4-27 LaB<sub>6</sub> 電子銃電極絶縁材

## 單位 (mm)

材質 モリブデン

厚さ 2.5mm

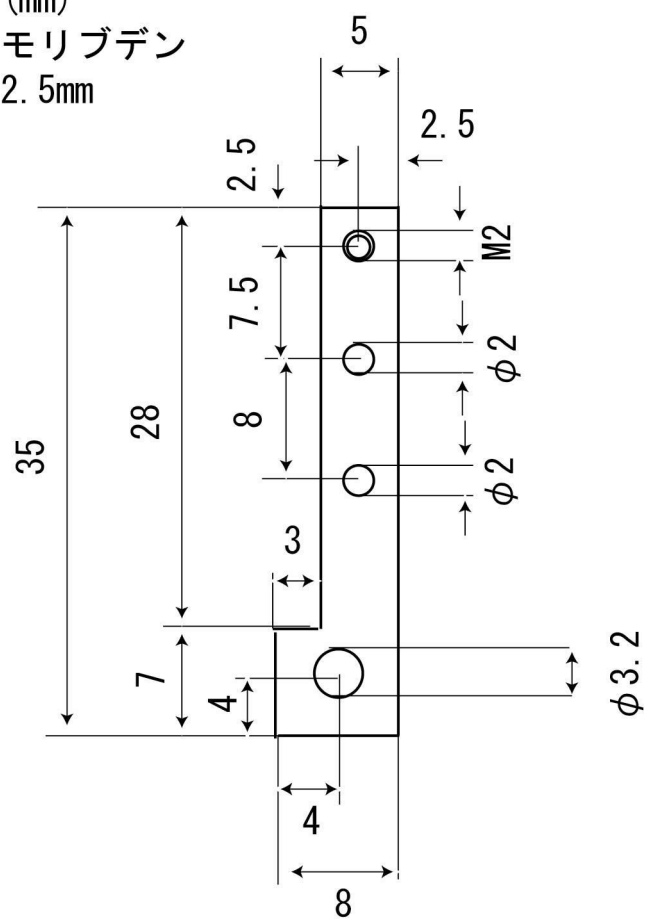
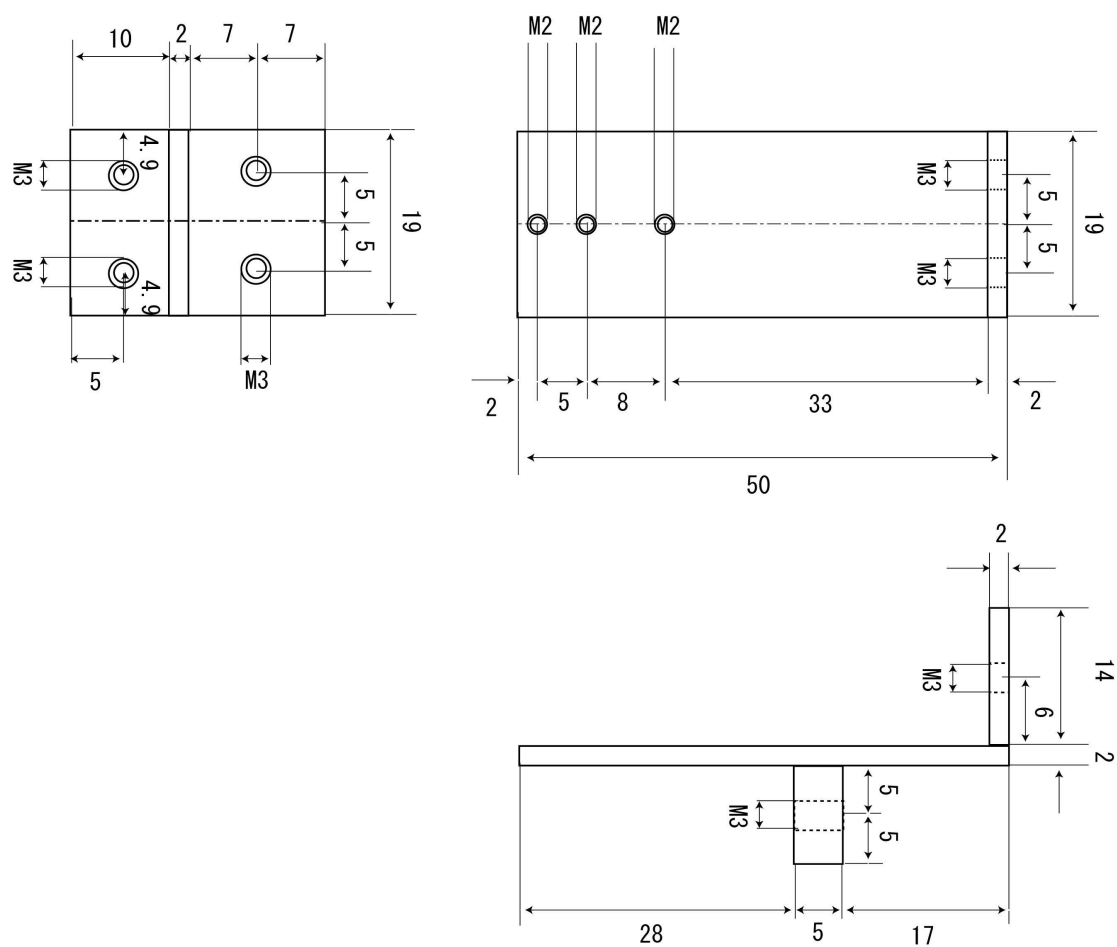


図 4-28 LaB<sub>6</sub> 電子銃電極

⑥電子銃ケース  
単位 (mm)  
材質 Al

(1) シヤーシ



(2) 異性

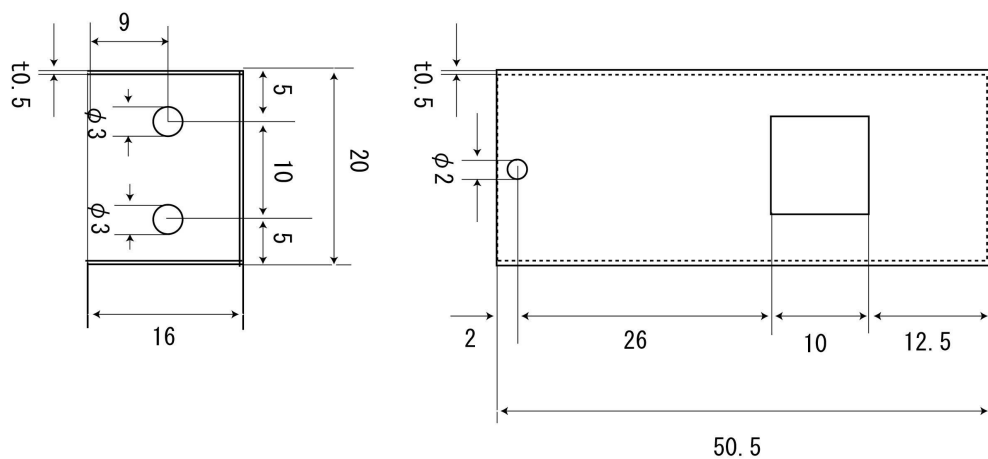


図 4-29 LaB<sub>6</sub> 電子銃ケース

## 第 5 章 結論

2 流体プラズマ生成研究への礎として、直線型装置への電子斜入射システムの開発を行った。

電子斜入射方法を検討した結果、 $E \times B$  ドリフトによる斜入射を採用した。斜入射装置開発に先立ち、電子軌道シミュレーションにより必要なパラメータの最適化を行った。計算により必要な極板の大きさや極板間電圧、電子銃の位置による進入率や反射率の変化を明らかにした。

次に、シミュレーションに基いて斜入射装置の設計を行った。電子銃のカソードにはタングステンフィラメントを用い、その直後に磁場と垂直な方向に電場を発生させるための平行平板電極を設置した。初めに極板間に電場を発生させた状態で電子を射出する実験を行い、電子を装置対称軸上まで偏向させることに成功した。射出された電子の偏向距離を装置後方に設置した蛍光板により測定した。電子を装置対称軸上まで偏向させるために必要な極板間電圧はシミュレーションにより得られた値よりも 1.7 kV 大きかった。この誤差は極板間にのみ電場が生じたとしてシミュレーションを行ったことに起因すると考えられる。この考えに基づき、円筒境界及び極板を固定する台座を境界条件として、2 次元ラプラス方程式から電位分布を計算した。この計算結果によると、極板間の電場強度は軌道計算時の電場強度と比べて 76% となった。すなわち、電子軌道計算時には、極板に印加した電圧と極板間距離の比が電場強度になるとしたが、電位分布計算によると、この電場強度を得るためにはさらに 32% 高い電圧を印加する必要がある。この結果を考慮してもなお実験で必要とされる電圧との差が残る。その要因の一つとして考えられることには、電子銃から射出される電子が単一ではなくビームであるため互いに反発しあい、これを抑えるためにより高い電圧が必要となるという可能性がある。しかし、これについては今後詳細に検討する必要がある。

本研究では電子銃のカソードとしてタングステンを使用した。より強磁場での実験を行うために  $\text{LaB}_6$  カソードを使用する予定である。今後はこの電子銃で入射した電子の閉じ込めを行い、これまでに得られた電子プラズマ閉じ込め特性と比較し、それらを基に中性プラズマの重畳実験を行う予定である。



## 補遺

本研究では電子斜入射システムの開発に伴って Mathematica による電子軌道計算を行った。以下にその計算コードを示す。

各種パラメータ；

コイル半径；

電流；

(透磁率)；

コイル間隔；

コイルの厚さ；

コイル数；

コイルの巻き数；

コイル部の全長；

電荷；

電子の質量；

$a = 0.271;$

$j = 100;$

$\mu = 4 \pi 10^{-7};$

$c_1 = 0.1;$

$c_2 = 0.027;$

$m = 21;$

$n = 11;$

$L = 2 d_{10} + c_2;$

$e = -1.6 10^{-19};$

$m_e = 9.1 10^{-31};$

$h_1 = 0.1;$

$h_2 = 0.1;$

$h_3 = 0.1;$

$h_4 = 0.099;$

$h_5 = 0.099;$

$$h_6 = 0.098;$$

$$h_7 = 0.096;$$

$$h_8 = 0.091;$$

$$h_9 = 0.071;$$

$$h_{10} = 0.055;$$

$$d_1 = h_1;$$

$$d_2 = h_1 + h_2;$$

$$d_3 = h_1 + h_2 + h_3;$$

$$d_4 = h_1 + h_2 + h_3 + h_4;$$

$$d_5 = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5;$$

$$d_6 = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + h_6;$$

$$d_7 = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + h_6 + h_7;$$

$$d_8 = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + h_6 + h_7 + h_8;$$

$$d_9 = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + h_6 + h_7 + h_8 + h_9;$$

$$d_{10} = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + h_6 + h_7 + h_8 + h_9 + h_{10};$$

$$Bx[x, y, z] = \frac{111.5}{133.1} (x[t] / \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^n \frac{j \mu}{2 \pi} \left( z[t] - \left( c_1 \left( i - \frac{m+1}{2} \right) + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right) /$$

$$\left( \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2] \right.$$

$$\left. \left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( c_1 \left( i - \frac{m+1}{2} \right) + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right)$$

$$\left( - \text{EllipticK}[(4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]) / \right.$$

$$\left. \left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( c_1 \left( i - \frac{m+1}{2} \right) + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right) \right] +$$

$$\left( a^2 + x[t]^2 + y[t]^2 + \left( z[t] - \left( c_1 \left( i - \frac{m+1}{2} \right) + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right) /$$

$$\left( (a - \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( c_1 \left( i - \frac{m+1}{2} \right) + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)$$

$$\text{EllipticE}[(4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]) /$$

$$\left. \left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( c_1 \left( i - \frac{m+1}{2} \right) + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right) \right] \right];$$

$$\begin{aligned}
\text{By}[\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}] &= \frac{111.5}{133.1} (\mathbf{y}[\mathbf{t}] / \text{Sqrt}[\mathbf{x}[\mathbf{t}]^2 + \mathbf{y}[\mathbf{t}]^2]) \\
&\sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^n \frac{j \mu}{2 \pi} \left( \mathbf{z}[\mathbf{t}] - \left( \mathbf{c}_1 \left( i - \frac{m+1}{2} \right) + \frac{\mathbf{c}_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right) / \\
&\left( \text{Sqrt}[\mathbf{x}[\mathbf{t}]^2 + \mathbf{y}[\mathbf{t}]^2] \right. \\
&\quad \left. \left( (\mathbf{a} + \text{Sqrt}[\mathbf{x}[\mathbf{t}]^2 + \mathbf{y}[\mathbf{t}]^2])^2 + \left( \mathbf{z}[\mathbf{t}] - \left( \mathbf{c}_1 \left( i - \frac{m+1}{2} \right) + \frac{\mathbf{c}_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right) \\
&\left( - \text{EllipticK}[(4 \mathbf{a} \text{Sqrt}[\mathbf{x}[\mathbf{t}]^2 + \mathbf{y}[\mathbf{t}]^2]) / \right. \\
&\quad \left. \left( (\mathbf{a} + \text{Sqrt}[\mathbf{x}[\mathbf{t}]^2 + \mathbf{y}[\mathbf{t}]^2])^2 + \left( \mathbf{z}[\mathbf{t}] - \left( \mathbf{c}_1 \left( i - \frac{m+1}{2} \right) + \frac{\mathbf{c}_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right) \right] + \\
&\quad \left( \mathbf{a}^2 + \mathbf{x}[\mathbf{t}]^2 + \mathbf{y}[\mathbf{t}]^2 + \left( \mathbf{z}[\mathbf{t}] - \left( \mathbf{c}_1 \left( i - \frac{m+1}{2} \right) + \frac{\mathbf{c}_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right) / \\
&\quad \left( (\mathbf{a} - \text{Sqrt}[\mathbf{x}[\mathbf{t}]^2 + \mathbf{y}[\mathbf{t}]^2])^2 + \left( \mathbf{z}[\mathbf{t}] - \left( \mathbf{c}_1 \left( i - \frac{m+1}{2} \right) + \frac{\mathbf{c}_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right) \\
&\quad \text{EllipticE}[(4 \mathbf{a} \text{Sqrt}[\mathbf{x}[\mathbf{t}]^2 + \mathbf{y}[\mathbf{t}]^2]) / \\
&\quad \left. \left. \left( (\mathbf{a} + \text{Sqrt}[\mathbf{x}[\mathbf{t}]^2 + \mathbf{y}[\mathbf{t}]^2])^2 + \left( \mathbf{z}[\mathbf{t}] - \left( \mathbf{c}_1 \left( i - \frac{m+1}{2} \right) + \frac{\mathbf{c}_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right) \right] \right];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Bz}[\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}] &= \\
&\frac{111.5}{133.1} \\
&\left( \sum_{l=1}^n \frac{j \mu}{2 \pi} \frac{1}{\left( (\mathbf{a} + \text{Sqrt}[\mathbf{x}[\mathbf{t}]^2 + \mathbf{y}[\mathbf{t}]^2])^2 + \left( \mathbf{z}[\mathbf{t}] - \left( \frac{\mathbf{c}_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \right. \\
&\quad \left( \text{EllipticK} \left[ \frac{4 \mathbf{a} \text{Sqrt}[\mathbf{x}[\mathbf{t}]^2 + \mathbf{y}[\mathbf{t}]^2}{(\mathbf{a} + \text{Sqrt}[\mathbf{x}[\mathbf{t}]^2 + \mathbf{y}[\mathbf{t}]^2])^2 + \left( \mathbf{z}[\mathbf{t}] - \left( \frac{\mathbf{c}_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] + \right. \\
&\quad \frac{\mathbf{a}^2 - \mathbf{x}[\mathbf{t}]^2 - \mathbf{y}[\mathbf{t}]^2 - \left( \mathbf{z}[\mathbf{t}] - \left( \frac{\mathbf{c}_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2}{(\mathbf{a} - \text{Sqrt}[\mathbf{x}[\mathbf{t}]^2 + \mathbf{y}[\mathbf{t}]^2])^2 + \left( \mathbf{z}[\mathbf{t}] - \left( \frac{\mathbf{c}_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \\
&\quad \left. \left. \text{EllipticE} \left[ \frac{4 \mathbf{a} \text{Sqrt}[\mathbf{x}[\mathbf{t}]^2 + \mathbf{y}[\mathbf{t}]^2}{(\mathbf{a} + \text{Sqrt}[\mathbf{x}[\mathbf{t}]^2 + \mathbf{y}[\mathbf{t}]^2])^2 + \left( \mathbf{z}[\mathbf{t}] - \left( \frac{\mathbf{c}_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] \right) \right] +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=1}^n \frac{j\mu}{2\pi} \frac{1}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_1 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& \left( \text{EllipticK} \left[ \frac{4a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_1 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] + \right. \\
& \quad \frac{a^2 - x[t]^2 - y[t]^2 - \left( z[t] - \left( -d_1 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2}{(a - \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_1 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \\
& \quad \left. \text{EllipticE} \left[ \frac{4a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_1 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] \right) + \\
& \sum_{l=1}^n \frac{j\mu}{2\pi} \frac{1}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_2 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& \left( \text{EllipticK} \left[ \frac{4a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_2 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] + \right. \\
& \quad \frac{a^2 - x[t]^2 - y[t]^2 - \left( z[t] - \left( -d_2 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2}{(a - \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_2 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \\
& \quad \left. \text{EllipticE} \left[ \frac{4a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_2 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] \right) + \\
& \sum_{l=1}^n \frac{j\mu}{2\pi} \frac{1}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_3 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& \left( \text{EllipticK} \left[ \frac{4a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_3 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] + \right. \\
& \quad \frac{a^2 - x[t]^2 - y[t]^2 - \left( z[t] - \left( -d_3 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2}{(a - \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_3 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \\
& \quad \left. \text{EllipticE} \left[ \frac{4a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_3 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] \right) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=1}^n \frac{j\mu}{2\pi} \frac{1}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_4 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& \left( \text{EllipticK} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_4 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] + \right. \\
& \quad \frac{a^2 - x[t]^2 - y[t]^2 - \left( z[t] - \left( -d_4 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2}{(a - \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_4 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \\
& \quad \left. \text{EllipticE} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_4 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] \right) + \\
& \sum_{l=1}^n \frac{j\mu}{2\pi} \frac{1}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_5 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& \left( \text{EllipticK} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_5 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] + \right. \\
& \quad \frac{a^2 - x[t]^2 - y[t]^2 - \left( z[t] - \left( -d_5 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2}{(a - \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_5 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \\
& \quad \left. \text{EllipticE} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_5 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] \right) + \\
& \sum_{l=1}^n \frac{j\mu}{2\pi} \frac{1}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_6 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& \left( \text{EllipticK} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_6 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] + \right. \\
& \quad \frac{a^2 - x[t]^2 - y[t]^2 - \left( z[t] - \left( -d_6 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2}{(a - \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_6 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \\
& \quad \left. \text{EllipticE} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_6 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] \right) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=1}^n \frac{j\mu}{2\pi} \frac{1}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_7 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& \left( \text{EllipticK} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_7 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] + \right. \\
& \quad \frac{a^2 - x[t]^2 - y[t]^2 - \left( z[t] - \left( -d_7 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2}{(a - \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_7 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \\
& \quad \left. \text{EllipticE} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_7 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] \right) + \\
& \sum_{l=1}^n \frac{j\mu}{2\pi} \frac{1}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_8 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& \left( \text{EllipticK} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_8 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] + \right. \\
& \quad \frac{a^2 - x[t]^2 - y[t]^2 - \left( z[t] - \left( -d_8 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2}{(a - \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_8 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \\
& \quad \left. \text{EllipticE} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_8 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] \right) + \\
& \sum_{l=1}^n \frac{j\mu}{2\pi} \frac{1}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_9 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& \left( \text{EllipticK} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_9 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] + \right. \\
& \quad \frac{a^2 - x[t]^2 - y[t]^2 - \left( z[t] - \left( -d_9 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2}{(a - \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_9 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \\
& \quad \left. \text{EllipticE} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_9 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] \right) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=1}^n \frac{j\mu}{2\pi} \frac{1}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_{10} + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& \left( \text{EllipticK} \left[ \frac{4a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_{10} + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] + \right. \\
& \quad \frac{a^2 - x[t]^2 - y[t]^2 - \left( z[t] - \left( -d_{10} + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2}{(a - \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_{10} + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \\
& \quad \left. \text{EllipticE} \left[ \frac{4a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( -d_{10} + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] \right) + \\
& \sum_{l=1}^n \frac{j\mu}{2\pi} \frac{1}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_1 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& \left( \text{EllipticK} \left[ \frac{4a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_1 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] + \right. \\
& \quad \frac{a^2 - x[t]^2 - y[t]^2 - \left( z[t] - \left( d_1 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2}{(a - \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_1 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \\
& \quad \left. \text{EllipticE} \left[ \frac{4a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_1 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] \right) + \\
& \sum_{l=1}^n \frac{j\mu}{2\pi} \frac{1}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_2 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& \left( \text{EllipticK} \left[ \frac{4a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_2 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] + \right. \\
& \quad \frac{a^2 - x[t]^2 - y[t]^2 - \left( z[t] - \left( d_2 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2}{(a - \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_2 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \\
& \quad \left. \text{EllipticE} \left[ \frac{4a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_2 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] \right) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=1}^n \frac{j\mu}{2\pi} \frac{1}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_3 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& \left( \text{EllipticK} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_3 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] + \right. \\
& \quad \frac{a^2 - x[t]^2 y[t]^2 - \left( z[t] - \left( d_3 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2}{(a - \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_3 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \\
& \quad \left. \text{EllipticE} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_3 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] \right) + \\
& \sum_{l=1}^n \frac{j\mu}{2\pi} \frac{1}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_4 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& \left( \text{EllipticK} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_4 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] + \right. \\
& \quad \frac{a^2 - x[t]^2 - y[t]^2 - \left( z[t] - \left( d_4 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2}{(a - \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_4 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \\
& \quad \left. \text{EllipticE} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_4 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] \right) + \\
& \sum_{l=1}^n \frac{j\mu}{2\pi} \frac{1}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_5 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& \left( \text{EllipticK} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_5 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] + \right. \\
& \quad \frac{a^2 - x[t]^2 - y[t]^2 - \left( z[t] - \left( d_5 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2}{(a - \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_5 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \\
& \quad \left. \text{EllipticE} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_5 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] \right) +
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& \sum_{l=1}^n \frac{j\mu}{2\pi} \frac{1}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_6 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& \left( \text{EllipticK} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_6 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] + \right. \\
& \quad \frac{a^2 - x[t]^2 - y[t]^2 - \left( z[t] - \left( d_6 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2}{(a - \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_6 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \\
& \quad \left. \text{EllipticE} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_6 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] \right) + \\
& \sum_{l=1}^n \frac{j\mu}{2\pi} \frac{1}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_7 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& \left( \text{EllipticK} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_7 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] + \right. \\
& \quad \frac{a^2 - x[t]^2 - y[t]^2 - \left( z[t] - \left( d_7 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2}{(a - \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_7 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \\
& \quad \left. \text{EllipticE} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_7 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] \right) + \\
& \sum_{l=1}^n \frac{j\mu}{2\pi} \frac{1}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_8 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& \left( \text{EllipticK} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_8 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] + \right. \\
& \quad \frac{a^2 - x[t]^2 - y[t]^2 - \left( z[t] - \left( d_8 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2}{(a - \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_8 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \\
& \quad \left. \text{EllipticE} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{(a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_8 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \right] \right) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=1}^n \frac{j \mu}{2 \pi} \frac{1}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_9 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& \left( \text{EllipticK} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_9 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)} \right] + \right. \\
& \frac{a^2 - x[t]^2 - y[t]^2 - \left( z[t] - \left( d_9 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2}{\left( (a - \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_9 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \\
& \left. \text{EllipticE} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_9 + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)} \right] \right) + \\
& \sum_{l=1}^n \frac{j \mu}{2 \pi} \frac{1}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_{10} + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \\
& \left( \text{EllipticK} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_{10} + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)} \right] + \right. \\
& \frac{a^2 - x[t]^2 - y[t]^2 - \left( z[t] - \left( d_{10} + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2}{\left( (a - \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_{10} + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2} \\
& \left. \text{EllipticE} \left[ \frac{4 a \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2]}{\left( (a + \text{Sqrt}[x[t]^2 + y[t]^2])^2 + \left( z[t] - \left( d_{10} + \frac{c_2}{n-1} \left( 1 - \frac{n+1}{2} \right) \right) \right)^2 \right)} \right] \right) \Bigg);
\end{aligned}$$

$d = 0.04;$   
 $\theta = \pi / 4.00;$   
 $V_x = 800;$   
 $V_z = 0;$   
 $v_0 = -4.1 \cdot 10^6;$

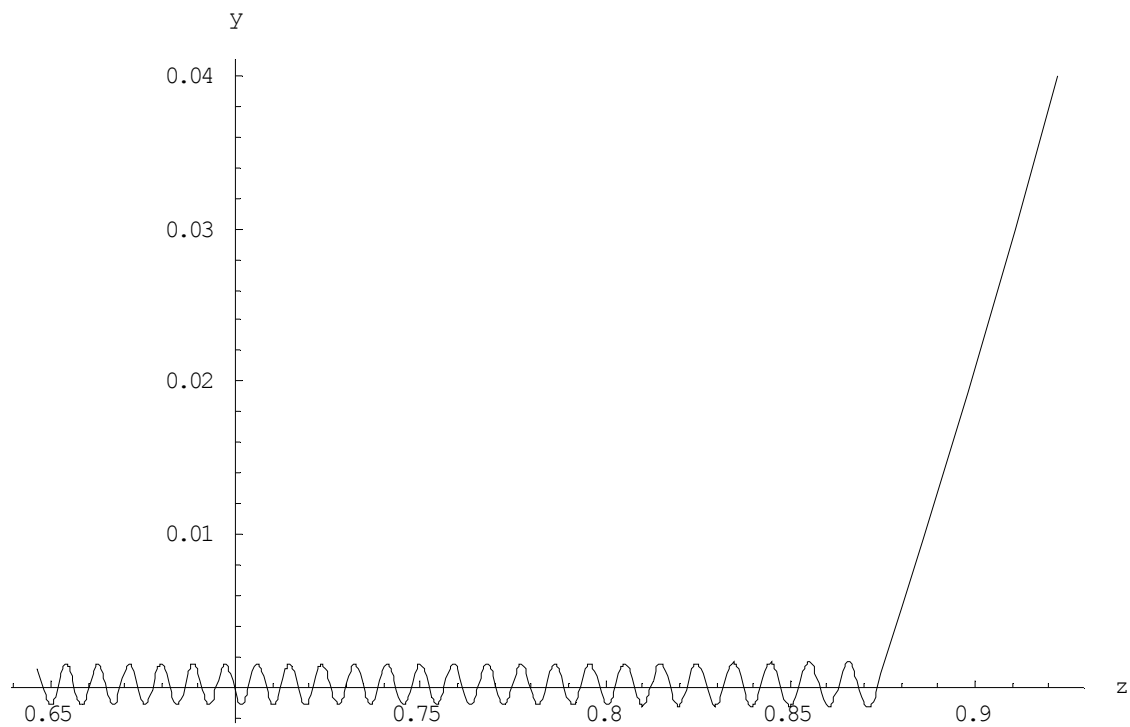
$\text{Ex}[x, y, z] = \text{Which}[-d/2 \leq x[t] \leq d/2 \ \&\& \ 0.00 \leq y[t] \leq 0.05 \ \&\& \ 0.8725 \leq z[t] \leq 0.9225,$   
 $V_x/d, \text{True}, 0];$   
 $\text{Ey}[x, y, z] = 0;$   
 $\text{Ez}[x, y, z] = 0;$

```

eq1 = {vx'[t] == (e / me) (Ex[x, y, z] + vy[t] Bz[x, y, z] - vz[t] By[x, y, z]),
      vy'[t] == (e / me) (Ey[x, y, z] + vz[t] Bx[x, y, z] - vx[t] Bz[x, y, z]),
      vz'[t] == (e / me) (Ez[x, y, z] + vx[t] By[x, y, z] - vy[t] Bx[x, y, z]),
      vx[t] == x'[t],
      vy[t] == y'[t],
      vz[t] == z'[t]};
initial = {x[0] == -0.0019, vx[0] == 0.0,
          y[0] == 0.04, vy[0] == v0 Sin[θ],
          z[0] == 0.9225, vz[0] == v0 Cos[θ]};
ndsol = NDSolve[Join[{eq1}, {initial}], {x, y, z, vx, vy, vz}, {t, 0, 10^-7},
               MaxSteps → 1000000][[1]];

ParametricPlot[Evaluate[{z[t], y[t]} /. ndsol], {t, 0, 10^-7}, AxesLabel → {z, y},
               PlotRange → All];

```



## 謝辞

指導教員である比村治彦助教授には、お忙しい中議論のための時間を割いていただき、また多大なご指導をいただきました。吉田善章教授、小川雄一教授には様々な機会にご指摘、ご助言をいただきましたことを感謝いたします。

京都工芸繊維大学のプラズマ基礎工学研究室の方々にもお世話になりました。政宗貞男教授には折に触れて研究に関するご助言などを頂きました。三瓶明希夫助手には研究内容のみならず、一般的な事柄にまで頻繁に相談にのっていただきました。

電子銃の作成に関しては株式会社笹原技研の笹原俊見社長に大変お世話になりました。描き方の未熟な図面にも対応してくださり、また細かな修正にも頻繁に応じていただきました。

斉藤晴彦さん、若林英紀さん、後藤拓也君、渡邊将君、谷塚英一君、和田篤始君、加藤肇君、坂田大輔君、矢野善久君には実験において有益な助言を頂きました。特に和田君には京都工芸繊維大学で研究を始めてからも実験で手助けしてもらうことが多く、また議論に付き合ってもらいました。彼の助けがなければ今回の研究は成り立ちませんでした。理論グループの大崎修一助手、古川勝助教授、森川惇二助手、廣田真さん、堀暖さん、白石淳也君、沼澤修平君には機会を見ては助言を頂きました。

そして京都工芸繊維大学プラズマ基礎工学研究室の池添竜也君、恩地拓己君、斎藤悠也君、田中久仁彦君、野呂紘司君、森田康平君、山本佳明君、吉井淳君にも多くの協力を頂きましたことを感謝いたします。

利根川奈美さんには東京大学での生活のみならず、京都工芸繊維大学に留学した後もお世話になりましたことを感謝いたします。

## 参考文献

- [1] 石田昭男, 比村治彦; 超高ベータ緩和配意, プラズマ・核融合学会誌 **79**(2) p.157-162 (2003)
- [2] 毛利明博, 道下敏則; 非中性プラズマのフロンティア, 日本物理学会誌 **52** (1997)
- [3] D. H. E. Dubin and T.M. O'Neil; Trapped nonneutral plasmas, liquids, and crystals (the thermal equilibrium states), Rev. Mod. Phys. **71**, 87 (1999)
- [4] J. Malmberg *et al.*; Properties of nonneutral plasma, Phys. Rev. Lett. **35**, 577-580 (1975)
- [5] J. Malmberg *et al.*; Long-time confinement of a pure electron plasma, Phys. Rev. Lett. **44**, 654-657 (1980)
- [6] F. G. Major, *et al.*; Charged Particle Traps, Springer
- [7] S. M. Mahajan, Z. Yoshida; Double Curl Beltrami Flow: Diamagnetic Structures, Phys. Rev. Lett. **81**, 4863(1998)
- [8] H. Himura *et al.*; Proposed Non-neutralized Two-Fluid Plasma Experiment, *Non-neutral Plasma Physics IV*, AIP2002 . 641
- [9] 比村治彦, 三瓶明希夫, 政宗貞男, 和田篤始, 栗原智成 ; 2 流体プラズマ生成のための非中性プラズマを用いた試行実験, 電気学会プラズマ研究会資料 PST-05-103
- [10] 高木俊宣, 電子・インビーム工学, 電気学会
- [11] 日本学術振興会第 132 委員会編; 電子・イオンビームハンドブック, 日刊工業
- [12] N. Oshima *et al.*; New Scheme for Positron Accumulation in Ultrahigh Vacuum, Phys. Rev. Lett. **93**, 195001 (2004)
- [13] N. Oshima *et al.*; Development of a cold HCI source for ultra-slow collisions, Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. B **205** (2003) 178-182
- [14] T. M. Kojima *et al.*; An ion trap for cooling MCIs with cold positrons, Riken Review **31**(November, 2000)
- [15] N. Oshima *et al.*; A new positron accumulator with electron plasma, Riken Review **31**(November, 2000)

- [16] T. O'Neil *et al.*; New Theory of Transport Due to Like-Particle Collisions, Phys. Rev. Lett. **55**, 943-946 (1985)
- [17] C. Driscoll *et al.*; Hollow electron column from an equipotential cathode, Phys. Fluids **19**, 760-761 (1976)
- [18] T. O'Neil *et al.*; Transport to thermal equilibrium of a pure electron plasma, Phys. Fluids **22**, 266-277 (1979)
- [19] Z.Yoshida and S.M.Mahajan, ; Variational Principles and Self-Organization in Two-Fluid Plasmas, Phys. Rev. Lett. **88** 095001 (2002)
- [20] R. C. Davidson; Physics of Nonneutral Plasmas (Addison-Wesley, Redwood City, California 1990)
- [21] 半田卓也; マッハプローブによる電子プラズマ中に入射した中性プラズマ流の研究, 東京大学工学部システム創成学科環境エネルギーシステムコース卒業論文 (2004)

## 学会発表

[1] 栗原智成, 和田篤始, 比村治彦, 三瓶明希夫, 政宗貞男; “ $E \times B$  ドリフトを利用した電子偏向システムの開発”, 電気学会プラズマ研究会, 2005/10/27-28, PST-05-105

[2] 栗原智成, 政宗貞男, 比村治彦, 三瓶明希夫, 和田篤始, 池添竜也, 恩地拓己; “電子の閉じ込め特性に対するプラズマの非中性二成分化の影響”, プラズマ・核融合学会第 22 回年会講演会, タワーホール船堀 (東京都江戸川区), 2005/11/29-12/2, 01pC29P