

東京大学 大学院 新領域創成科学研究科 物質系専攻 修士論文

# 磁場を用いた反磁性流体の 熱対流制御

Magnetically Controlled Diamagnetic Fluid Convection

指導教員：高木英典 教授



学籍番号： 46114

氏名： 岡野貴之

平成18年1月

第9章 強磁場科学という分野について	43
9.1 強磁場発生の歴史	43
9.2 強磁場の分類	43
第10章 謝辞	45
参考文献	46

## 第1章 始めに

結晶成長や熱輸送において物質の移動や流動の制御は重要な役割を果たす。磁場は物質に非接触で力を作用させることができるため、物質移動の制御手法としての利用が検討されている。結晶の成長過程に磁場を応用しようという研究は1960年代からなされてきた。溶融半導体の結晶成長過程において、磁場を印加することで成長縞の無い均質の結晶が得られる例が報告されている [1][2]。常温・常圧で液体の金属である水銀をベナール対流の試料として、その対流に磁場をかけた実験には [3] などがあり、その理論的取り扱い [4] に詳しい。これらを受けて、大直径シリコンの結晶成長の研究も盛んになってきた [5][6][7]。磁場印加によって融液の流れを抑制し坩堝からの酸素混入量をコントロールすることで良質の結晶を得るようになってきており、既に実用化もされている。これらは導電性物質中に生じるローレンツ力の効果による流体制御の例である。磁場中融液結晶成長に関しては、[11][12]などに詳しい。

非導電性物質の場合にはローレンツ力は働かないので、代わりに勾配磁場下で物質に作用する磁気力を利用することができる。水中への酸素溶解加速や熱対流制御 [8][9]、水の蒸発促進 [10] などのように、この磁気力によって流れの制御ができるケースが知られている。ただし、いずれも常磁性物質が関与する系においてのみ観測されている。これは、常磁性体の磁化率が大きく、また、キュリー則に従い温度に反比例して変化するため、系内に濃度差や温度差のある場合に体積磁化率の勾配が形成され、作用する磁気力に大きな差が生じやすいためである。

これに対して非伝導性で反磁性（弱磁性）の流体のみで構成される系の場合、体積磁化率も、その温度依存性も小さいため、磁場による流れの制御はほとんど検討されてこなかった。しかし、反磁性流体は、結晶成長を始めとする多くの材料プロセスや物理化学プロセスに関与し、重要な役割を果たしており、磁場によりその挙動が制御できれば、工学的な利用価値が高いと考えられる。例えば、（磁場を用いた例ではないが）微小重力の宇宙空間でたんぱく質の結晶成長を行い結晶性が向上した例が報告されているが [16]、近年容易に得られるようになった 10 T 程度の強磁場を利用して擬似的にそれと同様の環境を作り出し、結晶性が向上したという報告がなされている [17]。強磁場中での結晶性向上の原因については諸説あるが、一つには融液対流の現象があるのではないかと考えられている [14]。しかし、有機物が溶解した反磁性流体の流れに対する磁場の影響自体がよくわかっていないため、現象の解明には至っていない。

そこで本研究では、いまだ未解明な部分の多い、磁場による反磁性物質流の「自在な制御」に関する知見を集積することを目的として、反磁性流体の熱対流に対する磁場影響を評価した。

先に、反磁性のみで構成される系では流れの制御についてほとんど検討されてこなかったと述べたが、実験的に検討した例が二つある。一つは純水の熱対流の流れを熱変色液晶シートによって間接的に視覚化し、熱対流に対する磁気力の影響を評価した実験である [13]。これに対して、当研究室の中村浩之氏が行った弱磁性物質流（純水）に対する磁場効果の研究 [15] は、

(i) 磁気力を Rayleigh 数に取り込むことにより、対流の促進と抑制という現象を定量的に説明できる。

(ii) 熱対流を二次元的に可視化し、その二次元シャドウグラフから磁気力による対流の促進と抑制の様子がはっきりとわかる。

という点において画期的であった。(注：i, iiの内容については後に詳しく説明する。)

本研究では、この時に開発された装置を踏襲している。そして、「流れの自在な制御」という観点から [15] の実験結果を完全に再現した上で、特に以下の二点について研究してきた。

1) 低温 (5℃) 環境での磁場効果。

2) 一度発生した対流の流れを磁場によって止める。

低温 (5℃) とはどういうことかということ、二枚の平行平板間に試料 (純水) が封入されていて、上面を  $T_1$  に保ち、底面をヒーター加熱して  $T_1 + \Delta T$  にするのだが、そこでの上面の一定温度  $T_1$  を 5℃にするということである。(詳しくは後述)

以下おおまかに、第2章では伝導性流体の流れに磁場をかけた場合について、第3章ではベナール対流についての説明や実験装置について、第4章では  $T_1=25^\circ\text{C}$  と  $T_1=5^\circ\text{C}$  の結果について、第5章では一度発生した対流の流れが磁場によって止まった結果について、それぞれ書いてある。

## 第2章 導電性流体の場合

### MCZ法

磁場による結晶成長制御で最も成果が大きかったものが、大直径シリコンの結晶成長である。この結晶成長プロセスでは、シリコンを石英坩堝で融液にして、CZ法で引き上げながら単結晶を作成するが、この時石英坩堝から融液への酸素の混入の度合いが、即ちシリコン単結晶中における酸素混入の度合いを決定する。坩堝から融液への流れ（熱対流）が、単結晶に不純物としての酸素混入の割合を決定付けるわけである。LSI作成においてはこの不純物の低減、およびたとえ混入していたとしてもその分布の均一性が望ましいとされる。そこで導電性流体に働くローレンツ力を利用し、坩堝から引き上げ結晶部分への（不純物酸素を含む）流れを極力抑制しようとしたのがこのMCZ(Magnetic-Field-Applied Czochralski Method)法である。

しかし、LSIの材料として高純度のシリコン単結晶が必ずしも最高の材料であるとは限らない。高純度であれば、酸素による欠陥や thermal donor の発生を抑えることはできるが、intrinsic gettering の効果は急減してしまう。また、実際に高純度のシリコンもデバイス加工時の熱ショックや汚染にさらされるため、つまるところMCZまでしなくてもよいというのが現状であろう。だが近い将来、イオン打ち込み・レーザーアニーリング・高圧酸化などの新しいプロセスがこの低温処理を可能にすると考えられる。そうなると、全ての加工が900℃以下で行うことができ、そうなると低酸素濃度であり、完全度の高いMCZによって作製されたシリコン単結晶がデバイス素材として大きな価値を持つようになると思われる。

### ハルトマン数

導電性流体にローレンツ力が働くのはよく知られていることではあるが、導電性流体の磁場中での運動に関する最も基本的な量として、ハルトマン数  $M$ （無次元量）がある。

磁場  $B$ 、容器の形状のパラメタ  $L$  (図2参照)、電気伝導度  $\sigma$ 、密度  $\rho$ 、動粘性率  $\nu$  をもちいて、

$$M = BL\sqrt{\frac{\sigma}{\rho\nu}} \quad (2.1)$$

と表される。ハルトマンは絶縁で有限幅の矩形管中を電気伝導性流体が流れる場合を理論的に取り扱った。(図2)に示すように、 $y$ 方向に磁場がかけられた場合の流速  $u$  はハルトマン数  $M$  の増大とともに減少する。一方  $u \parallel B$  の時、流体には力が働かず磁場の影響は全く表れない。また、ハルトマン数は

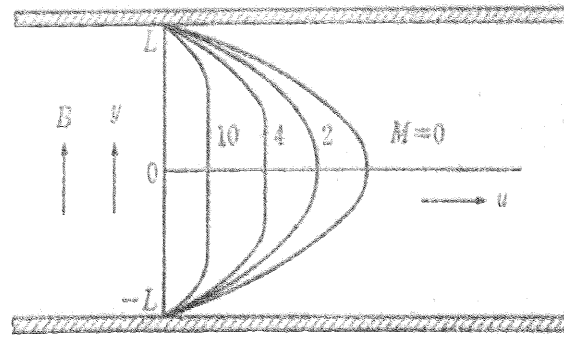


図 2.1: 伝導性流体とハルトマン数の関係。[11] より抜粋

$$M^2 = \frac{\text{磁気粘性力}}{\text{通常の粘性力}} \quad (2.2)$$

とも表される。 $M^2$  が大きくなると磁気粘性力のため、流体の速度分布は壁の近くを除いてほぼ一様になり速度も減ってしまう。

table 1: 液体の電気伝導度

	$\Omega^{-1}\text{cm}^{-1}$	$^{\circ}\text{C}$
Si	12,860	1,450
Ge	15,200	945
GaAs	6,500	1,240
	8,000	1,248
GaSb	10,580	740
InAs	7,000	950
InSb	9,350	540
Hg	10,400	20
H <sub>2</sub> O	$10^{-6}$	25

このように導電性流体には磁場中で制動力が働く。その機構はこれまでに詳しく調べられている。しかし、非導電性の物質にはローレンツ力は働かない。(table 1 からわかるように水の導電性は桁違いに小さい)そこで、非導電性流体の流れを制御するには磁気力を利用することが考えられる。(磁気力は勾配磁場下で初めて働く力のことで、第三章の説明を参照していただきたい。)そのうち、常磁性物質(酸素 [9] や常磁性塩水溶液 [8])の磁場効果は既に明らかになっている。

## 第3章 反磁性流体の熱対流における磁場効果

### 3.1 目的

従来、弱磁性物質においては

①：磁化率の絶対値が小さい

②：磁化率の温度依存性が小さい

ということが原因でその磁場効果はあまり詳しくは調べられてこなかった。①については、下の表からわかるように ( $O_2$  は常磁性で、それ以外は弱磁性。特にマイナス符号のものは反磁性。いずれも常温付近での値)、弱磁性物質の磁化率は常磁性に比べて大変小さい。このため、弱磁性物質の熱対流に関する研究は非常に少ない。

table 2:物質の質量磁化率

物質名	質量磁化率 / $10^{-6} cm^3 g^{-1}$
$O_2$ (gas)	107.8
Al(solid)	0.61
Ge(solid)	-0.106
$H_2$ (gas)	-1.98
$H_2O$ (liquid)	-0.720

また、②については、常磁性の磁化率変化が  $\chi_v \propto 1/T$  であるのに対し、反磁性の磁化率についてはラーモア際差運動が起源であるということ以外はあまり認識が無く、「ほとんど変わらない」というのが一般的な認識である。しかし、本研究では、まさにその「ほとんど変わらない」磁化率が強磁場 (10T 程度) 中では条件を整えれば観測可能であるということが重要となる。

いくつかの理論研究においては、磁気力の向きにより対流が促進・抑制されることを予測しているものの、反磁性物質の質量磁化率の温度依存性は無視できると仮定している [18][19][20][21]。また、最近の研究で液体中の熱移動を液晶シートによって間接的に可視化することで水の熱対流が抑制されたという研究が報告されている [13]。しかし、この実験では磁場効果を定量的には評価できてない (ただし [13] は体積磁化率の温度変化が対流抑制の driving force だと考えている。) ことや、流れの可視化を間接的な方法で行っていることから、どの程度の磁場効果が生じているのかは不明確であるとの指摘がなされている。

これに対して、当研究室で研究なされていた中村浩之氏の実験 [15] は、

(i) 磁気力を Rayleigh 数に取り込むことにより、対流の促進と抑制という現象を定量的に説明できる。(ii) 熱対流を二次元的に可視化し、その二次元シャドウグラフから磁気力による対流の促進と抑制の様子がはっきりとわかる。という二点において画期的であり、本研究はこの時に用いてあった装置を継承し若干の改良を重ねて、まずは中村浩之氏の研究での (i) と (ii) を再現し、それより発展させて、反磁性物質流の磁場による自在な制御に関する知見を集積することを目的として研究を行った。

## 3.2 ベナール対流

### 3.2.1 ベナール対流の定義

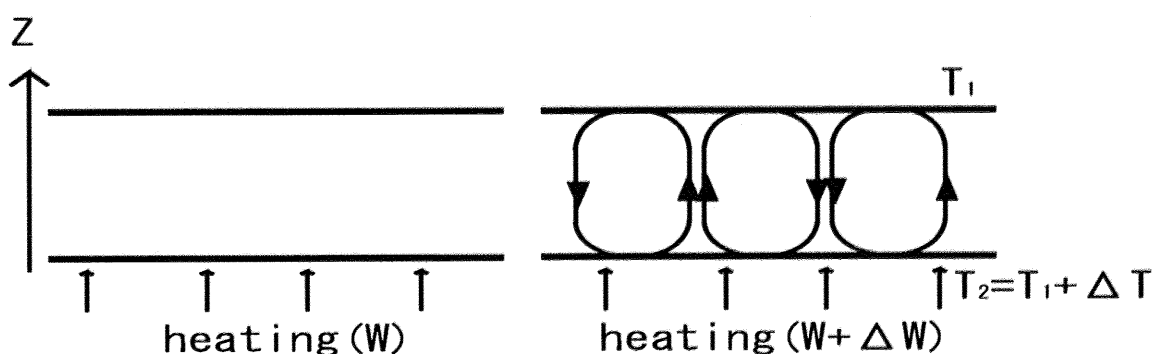


図 3.1: レイリー・ベナール対流。左: 熱伝導状態 ( $\Delta T < \Delta T_c$ ) 右: 対流状態 ( $\Delta T_c < \Delta T$ )

本研究では、反磁性物質流の流れに与える磁場影響を評価するため、二枚の無限平行平板にはさまれた流体を下から加熱したときに発生する熱対流に着目している。このような対流はベナール対流と呼ばれている。下板の温度  $T_1$ 、上板の温度  $T_2 (= T_1 + \Delta T)$  である時、 $\Delta T$  がある程度小さい (図 3.1 の左側:  $\Delta T < \Delta T_c$ ) ならば流体は静止したままで熱伝導のみが起こるが、 $\Delta T$  がある閾値を超えると (図 3.1 の右側:  $\Delta T_c < \Delta T$ )、周期的なマクロな流れ (ベナール対流) が発生する。

ベナール対流の発生は一般的に Rayleigh 数を物差しに用いる。Rayleigh 数とは以下のように定義されている (導出は対流理論の章を参照)。

$$R = \frac{\alpha g d^3 \Delta T}{\kappa \nu} \quad (3.1)$$

table 3: レイリー数を表現する物理量の定義

$\alpha (= -\frac{d\rho}{dT}/\rho)$	熱膨張率
$g$	重力加速度
$d$	流体の厚み
$\kappa (= k/(\rho C_p))$	熱拡散率
$\nu (= \eta/\rho)$	動粘性率
$\Delta T$	流体の鉛直方向の温度差



流体の上下面が固定境界条件で、流体が水平方向に無限に広がっている場合、 $R \sim 1708$ で対流が発生することが理論的に求められている。

### 3.2.2 磁場が $R$ (レイリー数) に与える影響

では、ベナール対流発生の物差しである  $R$  に磁場はどのように影響するのであろうか？そこで、まずは一般的な磁気力の話から始める。ただし、磁場の向きは  $z$  方向に限定し、考えている空間で一様であるとする。

磁場中において全ての物質は磁化される。磁場が  $B$ 、真空中での磁場の強さが  $H$  である時、この真空空間になにかしかの物質をもってくると、磁場の強さが  $H'$  になり、磁化は  $M$  になったと仮定しよう。すなわち  $B = \mu_0 H = \mu_0 (H' + M)$  であるとする。ただし磁化は外場に線形に比例し  $M = \chi H$  とする。このとき磁気エネルギーの変化は、

$$\begin{aligned}\Delta U &= \int dV \int dB(H' - H) \\ &= - \int dV \int dB M \\ &= - \int dV \int \mu_0 dH \chi H \\ &= - \frac{\mu_0 \chi H^2 V}{2}\end{aligned}$$

であるから、単位体積あたりに働く磁気力は

$$F = - \frac{\partial \Delta U}{\partial z} = \mu_0 \chi H \frac{\partial H}{\partial z} \quad (3.2)$$

となり、勾配磁場下において磁気力というものが働くということがわかる。(図 (3.2.2) 参照)

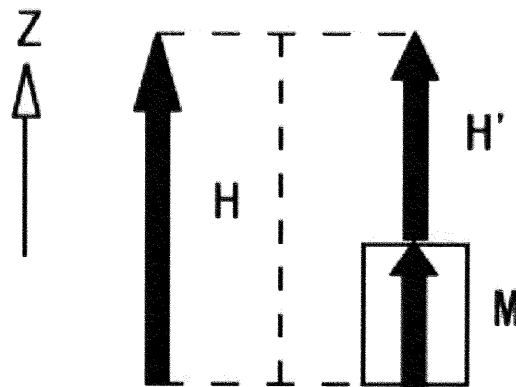


図 3.2: 磁場と磁場の強さ

そこで次に、磁場中におかれた平行平板の流体中に、温度差  $dT$  が発生状況を考えてみる。流体に働く力には浮力 ( $F_g$ ) と磁気力 ( $F_m$ ) の二つがある。温度の関数であるのは、密度  $\rho$  と体積磁化率  $\chi_v$  なので、

$$F_g = g\rho(T) \quad (3.3)$$

$$F_m = \mu_0\chi_v(T)H\frac{\partial H}{\partial z} \quad (3.4)$$

だから、温度変化が生じた時に流体が受ける力は

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dT} &= \frac{dF_g}{dT} + \frac{dF_m}{dT} \\ &= g\frac{d\rho(T)}{dT} + \mu_0\frac{d\chi_v(T)}{dT}H\frac{\partial H}{\partial z} \end{aligned} \quad (3.5)$$

となる。ここで、体積磁化率は密度と質量磁化率の積なので、

$$\chi_v(T) = \rho(T)\chi_g(T) \quad (3.6)$$

したがって、式(3.5)は

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dT} &= g\frac{d\rho}{dT} + \mu_0\left(\chi_g\frac{d\rho}{dT} + \rho\frac{d\chi_g}{dT}\right)H\frac{\partial H}{\partial z} \\ &= \left(g + \mu_0H\frac{\partial H}{\partial z}\right)\frac{d\rho}{dT} + \rho\left(\mu_0H\frac{\partial H}{\partial z}\right)\frac{d\chi_g}{dT} \\ \Rightarrow -\frac{1}{\rho}\frac{dF}{dT} &= \left(g + \mu_0\chi_gH\frac{\partial H}{\partial z}\right)\left(-\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dT}\right) + \left(\mu_0\chi_gH\frac{\partial H}{\partial z}\right)\left(-\frac{1}{\chi_g}\frac{d\chi_g}{dT}\right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

となる。従来のレイリー数が

$$R = \frac{\left(-\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dT}\right)gd^3\Delta T}{\kappa\nu}$$

で定義されていたことから類推すると、

$$\mu_0\chi_gH\frac{\partial H}{\partial z} \equiv g_m \quad (3.8)$$

$$-\frac{1}{\chi_g}\frac{d\chi_g}{dT} \equiv \alpha_m \quad (3.9)$$

と定義すれば、以下のように  $R$  を修正することができる。その基本的着想は [8] にみられる。

$$R = \frac{g\alpha d^3\Delta T}{\kappa\nu} \Rightarrow R_m = \frac{\{g\alpha + (\alpha + \alpha_m)g_m\}d^3\Delta T}{\kappa\nu} \quad (3.10)$$

実際の実験では、無磁場の時、 $R$  の臨界値： $R_c \sim 1708$  で対流が起き始める。磁場中では  $R_c \sim 1708$  とはならず、対流が促進される時には  $R_c \sim 1300$  となり、対流が抑制される時には  $R_c \sim 1900$  となる。しかし、対流が発生するのは  $R_c \sim 1708$  であるので、 $\Delta T$  の変動は重力以外に働いている力：「磁気力」が原因であると考えられる。だから、式(3.10)のように補正し、 $g_m$  の項  $\rightarrow$  大： $\Delta T \rightarrow$  小、 $g_m$  の項  $\rightarrow$  小： $\Delta T \rightarrow$  大、となることで  $R_m \sim 1708$  となれば、対流の促進・抑制は磁気力が原因であると結論付けることができる。

以下に対流の促進と抑制を支配する項の凡その値を示す。

勾配磁場 ( $g_m = \pm 2.99[\text{kgm/s}^2]$ ,  $z = \pm 150\text{mm}$ ) 中で、 $T_1 = 25^\circ\text{C}$  の時、 $\alpha, \alpha_m$  は以下のようになり、

table 4:  $25^\circ\text{C}$ での物性値

	$\alpha[\text{T}^{-1}]$	$\alpha_m[\text{T}^{-1}]$	$(\alpha + \alpha_m)g_m$	$g\alpha$
25°Cでの物性値	$2.57 \times 10^{-4}$	$-1.38 \times 10^{-4}$	$\mp 3.57 \times 10^{-4}$	$2.52 \times 10^{-3}$

およそ  $g\alpha : (\alpha + \alpha_m)g_m = 7 : 1$  なので、促進される時は  $\frac{6}{7}\Delta T$ 、抑制される時  $\frac{8}{7}\Delta T$  となる目安がつく。

ところで、純水の体積磁化率は下図のようになり、 $15^\circ\text{C}$  付近に極小値がある。即ち、 $15^\circ\text{C}$  前後で  $d\chi_v/dT$  の符号は変わり、つまり磁場効果も逆転する。

そこで、本研究では本章冒頭の (i) と (ii) を再現した後、 $T_1 = 5^\circ\text{C}$  での磁場効果を検証した。 $T_1 = 5^\circ\text{C}$  では

table 5:  $5^\circ\text{C}$ での物性値

	$\alpha[\text{T}^{-1}]$	$\alpha_m[\text{T}^{-1}]$	$(\alpha + \alpha_m)g_m$	$g\alpha$
5°Cでの物性値	$1.59 \times 10^{-5}$	$-1.43 \times 10^{-4}$	$\pm 3.79 \times 10^{-4}$	$1.56 \times 10^{-4}$

$(\alpha + \alpha_m)g_m$  の符号が  $25^\circ\text{C}$  のときとは逆になっていることがわかる。

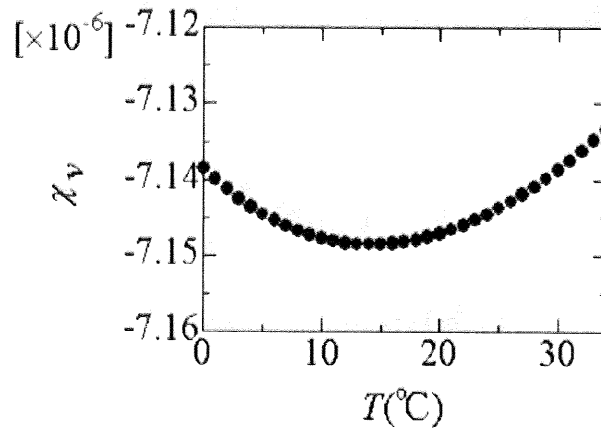


図 3.3: 体積磁化率の温度変化

### 3.3 実験装置

#### 3.3.1 強磁場発生装置

本研究で使用した磁場発生装置は住友重工業製の超伝導マグネットである。最大磁場は12Tであり、磁場発生空間は直径100mmの円筒空間である。下にこの装置の磁場特性を示す。

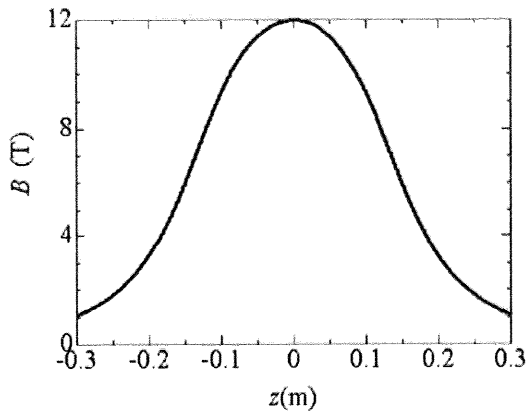


図 3.4: z-B

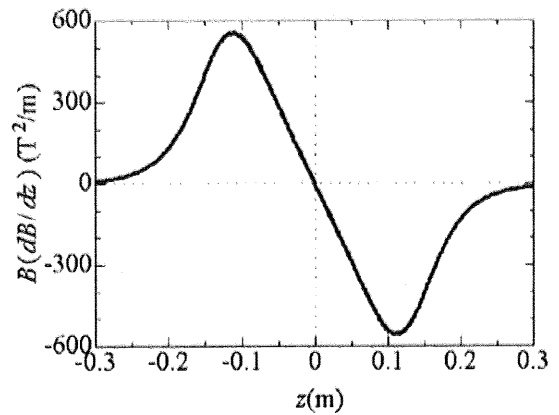


図 3.5: z-B(dB/dz)

磁場中心 (図 3.4 での  $z = 0$ ) においては磁場強度は最大であるが、磁場勾配がゼロなので物質に磁気力は作用しない。最も大きな磁気力を加えることができるのは磁場中心  $z = 0$  から  $\pm 121\text{mm}$  付近の位置で、この時  $B(dB/dz) = \pm 550[\text{T}^2\text{m}^{-1}]$  である。実際の実験では  $r - B(dB/dz)$  が最も一定である  $z = \pm 150$  の位置を選んだ。

#### 3.3.2 流体セル

流体セルはこの実験の心臓部であり最も重要な部分である。行う実験は (i) 熱測定 (レイリー数による定量評価)、(ii) (対流の) 可視化、の二つである。(図 3.6) の③部を交換する他は全て共通の装置・系で実験を行っている。それでは、まずは試料である純水が収まる流体セルについて詳しく見ていく。装置の全体像については (図 3.11) を、その装置を含めた実験系全体については (図 3.8) を参照していただきたい。

①: サファイア; 透明の円盤で流体の上部固定端およびセル内部を観察する窓として用いる。(Edmund Optics 社製品)

②: テフロンリング; 熱伝導度  $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$  は 0.3 で、水の 0.61 に近い素材を選んでいる。(大野社製品)

③: 金蒸着サファイア鏡 (可視化) またはアルミ板 (熱測定); この底板を可視化と熱測定では組み替えて使うことがポイントである。可視化に際して、普通の市販の鏡を用いては熱伝導率が悪くテフロンと水の間熱伝導度が強調されて同心円上の対流パターンができることが知られている。それではセル内部の物理現象をとらえるのに実験上好ましく

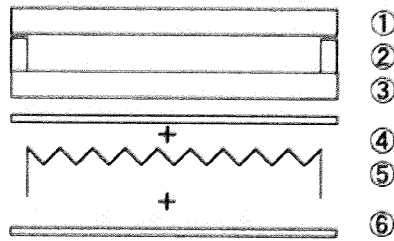


図 3.6: 流体セル

ないので、熱伝導度のよいサファイアに金を蒸着し鏡にしたものを用いた。ちなみに金の膜厚は約 400nm にした。一方、熱測定に際しては、アルミニウムの円板を用いた。アルミニウムはサファイアと違ってやわらかく、側面に熱電対用のトレンチを作ることが可能である。そのためより正確に流体の上下面の温度差を測定することができる。ちなみに温度差は①の上部に設置した熱電対と、可視化では③-④に下に設置した熱電対で、熱測定では③の中に挿入した熱電対で測定している。

④：銅板；⑤のヒーターの熱をより均一にさせるため用いている。なお③との接着には両面テープを用い、⑤と接着させる際はワニス塗ってヒーター回路の短絡を防いだ上でシリコン接着剤を用いた。

⑤：マンガニンヒーター；マンガニン線を腸のように折りたたんで円形に収まるようにした。この形状が底面加熱の均一性に効いてくるので重要である。

⑥：テフロンシート；最後に④と⑤をくっつけてパッキングするために用いる。

注：熱電対は皮膜を含めた系が 1mm 以下のアルメル-クロメル K 型熱電対を用いた。また、テフロンリングの厚みは  $d = 3\text{mm}$  にしてあるが、理由は以下の通り。

水の 25℃での物性値は

$$\text{密度： } \rho = -0.2562[\text{kgm}^{-3}]$$

$$\text{密度の温度変化： } d\rho/dT = 9.970 \times 10^{-2}[\text{kgm}^{-3}\text{K}^{-1}]$$

$$\text{熱伝導率： } \kappa = 0.6097[\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}]$$

$$\text{定圧比熱容量： } C_p = 4.1793[\text{JK}^{-1}\text{g}^{-1}]$$

$$\text{粘性率： } \nu = \eta = 0.89021 \times 10^{-3}[\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}]$$

だから、 $R=1708$  で対流が発生するとき、

$$d=4\text{mm} \Rightarrow \Delta T = 1.383$$

$$d=3\text{mm} \Rightarrow \Delta T = 3.279$$

$$d=2\text{mm} \Rightarrow \Delta T = 11.07$$

このうち実験で再現しやすいのは  $d=3\text{mm}$  の条件であるのでテフロンの高さ（流体の厚みは 3mm にした。）

先に 5℃では磁場効果が反転することを述べた。始め、5℃でも  $d=3\text{mm}$  で実験していたが低温では水の粘性が指数関数的に大きくなるため、 $\Delta T_c$  が大きくなり過ぎる。そこで  $d=6\text{mm}$  で実験を行ったが、ここで出てきた  $\Delta T_c$  の結果は  $R=1708$  で予想した値よりはるかに小さいものとなった。つまり、レイリー数は 20℃～40℃では有効なパラメータで

あるようだが ([4])、温度によっては適切なパラメータではないことがわかった。詳しくは実験結果の所で述べるが、ともかく、5℃ではd=6mm のテフロンリングを用いた。参考までに以下 (図 3.7) に水の主な物性値を掲載する。いずれも [22] より作成した。またこの時作製した近似直線の多項式を実際のレイリー数算出時にも用いた。

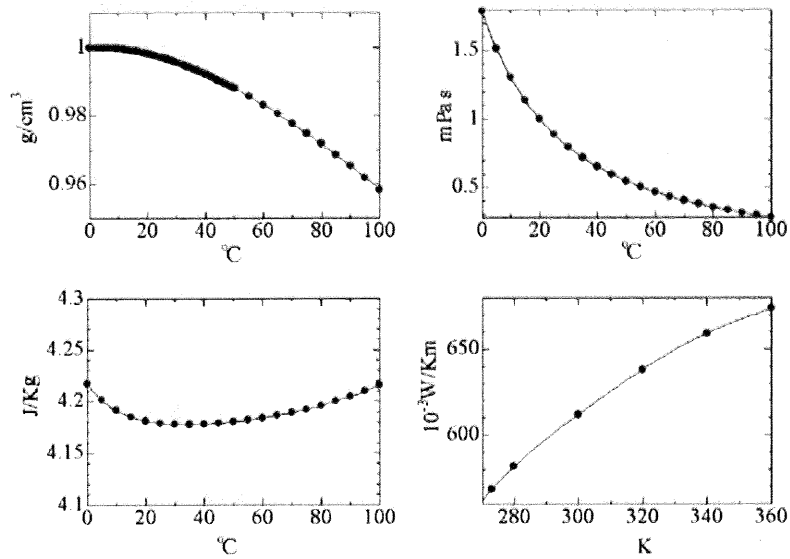


図 3.7: 水の諸物性。左上：密度、右上：粘性、左下：比熱、右下：熱伝導度

### 3.3.3 対流可視化装置

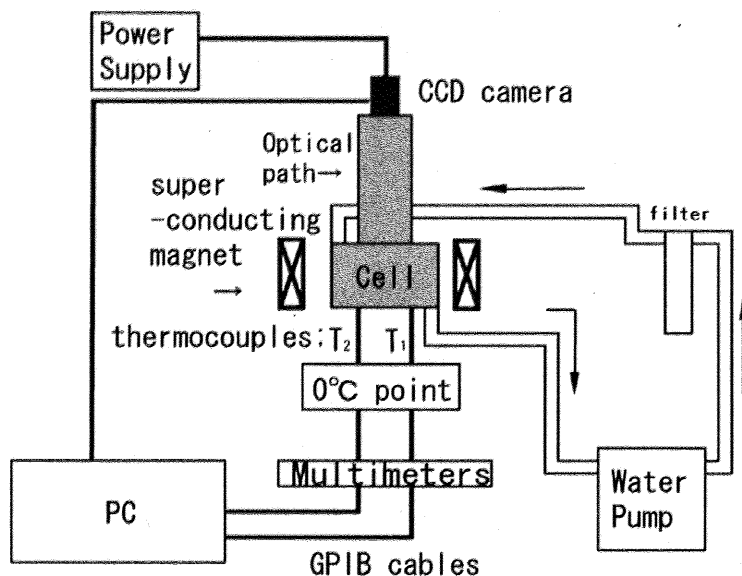


図 3.8: 系全体

既に、セルについては述べたのでここでは系全体（図 3.8）と可視化装置（図 3.11）について述べる。図に示すように、主に気をつける配置は、循環水・CCD カメラ配線・熱電対配線の三つである。

○循環水はセルの側部・上部を流れ、セル上面の温度を一定に保つ役割を果たしている。0.1℃単位で温度を設定できる（Thomas 社製品）。可視化の際にゴミが入ると邪魔なので、一度フィルターを通して、蒸留水のみで循環した。水道水では長期間使用すると藻が生えるので好ましくない。

○CCD カメラ映像は、PC に取り込み windows 上で処理してリアルタイムで見ることができるが、取り込みは連続映像ではなくスナップショットのみである。また、アイコンをクリックし、キャプチャボードを初期化する際、電源が入っていなかったり、LED 光源が光っていなかったり、（このケースが最も多いのだが）PC 裏のボードと多ピンのコネクタの接続が悪いと「デバイスエラー」になるので注意が必要である。

○熱電対は細く（被服含めて 1mm 以下）応力に弱いので、特に繊細に扱わなければならない。何かモノにはさんで圧力を加えたり、0 点校正の際銅線との接続点が直に水に触れたりすると電圧以上になり正しい温度が測定できないので注意が必要である。また、超伝導マグネットの電流値を変化させ、磁場を変えようとする際にも大きな電圧異常が出るが、これは一瞬だけなので、測定の大局に問題は無い。（図 3.11）にあるように二ヶ所で温度を測定し、マルチメーターを介してパソコンに取り込み、リアルタイムで Excel でグラフ化してある。

次に対流可視化装置の詳細について述べる。素材は、ステンレス部は非磁性ステンレス SUS316L、光経路部はアルミをアルミマイト加工したものをを用いている。（図 3.11）に示すように、LED を出た光はスプリッターで下方へ行き、コリメータレンズで平行光にな

り、流体の中を通過する。この時、流体中が熱伝導の状態であれば、一様な（金蒸着）鏡の表面が見えるわけだが（3.9と3.10の左側）、対流が発生した状態であれば、縞模様が見える（3.9と3.10の右側）。（写真は  $T_1 = 25^\circ\text{C}$ ,  $d = 6\text{mm}$  の場合）光は温度によって屈折率が異なり（図3.12）、屈折率が大きいほうへ光は曲げられるため、冷たい下降流の方へ光は集まり下降流は明るく、暖かい上昇流は暗く見える。

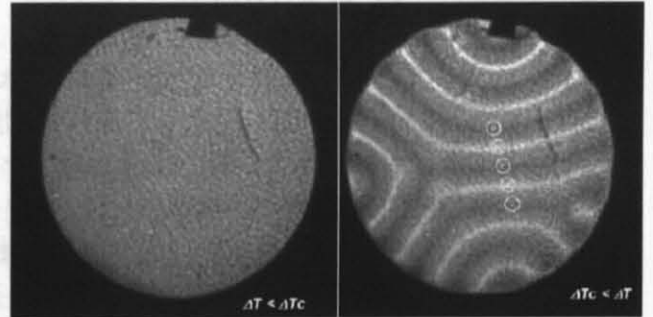
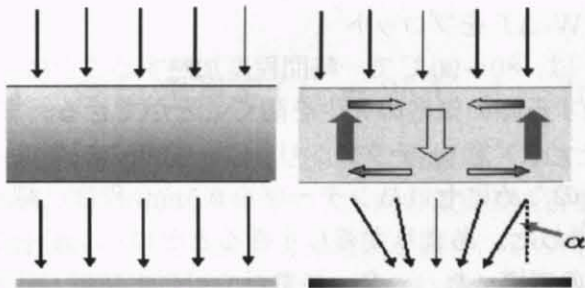


図 3.9: 熱伝導（左）と熱対流（右）の模式図 図 3.10: 熱伝導（左）と熱対流（右）の可視化

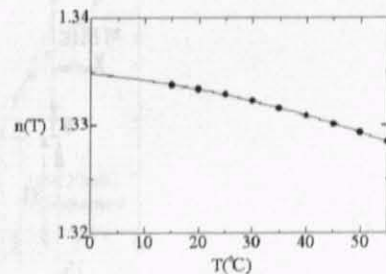
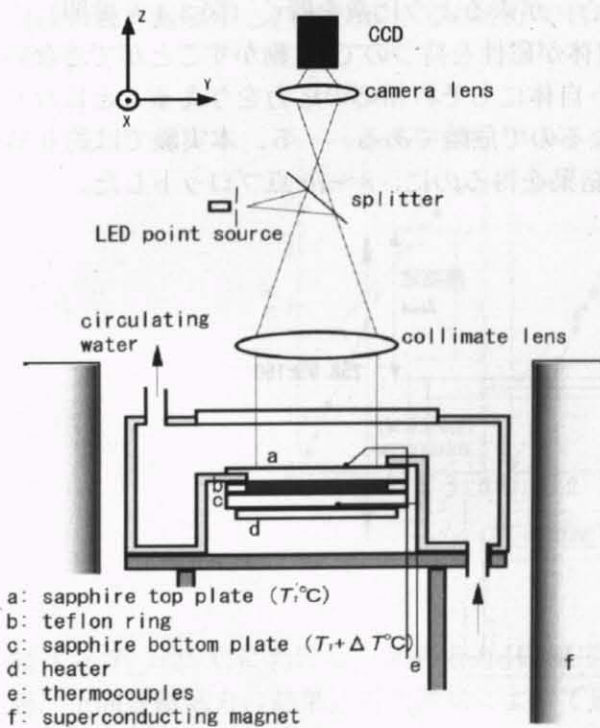


図 3.12: 水の屈折率の温度変化

図 3.11: 可視化装置詳細



### 3.4 具体的な実験手順

1. 純水の脱気・流体セルの形成
2. 系の setup
3. 恒温水の循環
4. 磁気力の印加
5. ヒーターに一定電力を加え、 $W-\Delta T$  をプロット

1. まず、試料となる流体（：純水）は、80~90℃で一時間程度加熱することにより、脱気を行った。これによって流体を加熱する際の気泡の発生を防ぐことができる。また、流体セルを形成するには、上面（サファイア窓）・テフロンリング・底板の三者をある程度固定しておかなければならない。そのためにセロハンテープを0.5mm程度に細長く切り、それを4~3箇所程度貼り付け使用した。あまり太くしすぎるとセロハンテープの箇所だけ熱伝導率が変化する恐れがあるので嫌った。

2. 熱電対や可視化装置一式の準備

3. 恒温水を循環する時には、循環水のパス（可視化の際の光学経路内）に大きな気泡が入ることがよくある。水流コックで調整するのはなかなか難しいので、セル（循環水が流れる円柱の空間の事を指す。「流体」セルを包含しているもの。本論分ではこの区別で用いている。）自体を斜めに傾けてこれを追いやるのがよい。

4.  $z=0$  のボア中心から  $z=\pm 150\text{mm}$  の地点に、「流体セルの中心」が来るように系を置く（図3.4を参照）。一旦置くと磁場がかかった空間では（セル自体が磁性を持つので）、動かすことができない。また、無理に動かそうとするとマグネット自体にもそれ相応の応力を与えることになり、超伝導線材の移動・クエンチの原因にもなるので危険である。

5. 本実験では約0.5W刻みでプロットしていき、一つの  $\Delta T_c$  の結果を得るのに、8~10点プロットした。

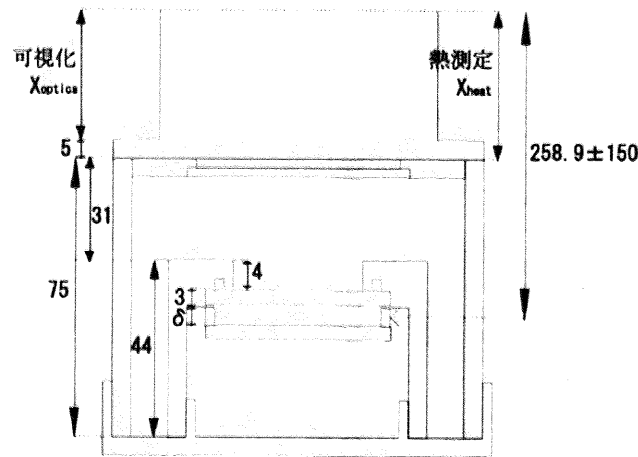


図 3.13: 流体セルのフランジ面からの位置。例えば  $\delta=3\text{mm}$  で可視化の場合、 $X_{optics} + 5 + 31 + 4 + 3 + \delta/2 = 258.9 \pm 150$  より、 $X_{optics} = 364.4(+150), 64.4(-150)$  となる。

## 第4章 実験結果

### 4.1 熱伝達測定 ( $T_1 = 25^\circ\text{C}$ , $d = 3\text{mm}$ )

熱伝達測定では前述したように底板にアルミニウム板を用いることで、(サファイア鏡と比較して) 正確に流体中の  $z$  方向の温度差を評価している。ヒーターに一定電力 ( $W$  数を  $0.5W$  刻み) を与え、十分に時間を置き、その時の  $z$  方向の温度差を記録した。始めのうちは、熱は熱伝導のみで伝わる。徐々に熱が伝わり  $\Delta T = \text{一定}$  になるのに、約  $1,000 \sim 1,500\text{sec}$  の時間を要する。これに対して、 $\Delta T$  がある程度大きくなると、伝導に加えて (マクロな流れ) 対流によっても熱は運ばれるので、 $300 \sim 500\text{sec}$  の比較的短い時間で  $\Delta T = \text{一定}$  になる。この時プロットした  $W - \Delta T$  のデータは、伝導状態のものが一次の近似直線に、対流状態のものがまた一つ別の一次直線に乗る。こうして二つの近似直線の交点から、伝導-対流の臨界温度差  $\Delta T_c$  を決定することができる。 $T_1 = 25^\circ\text{C}$  での実験結果を (図 4.1) に示す。

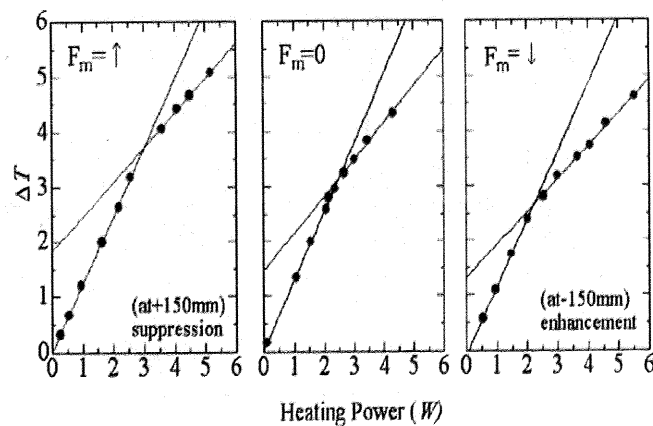


図 4.1:  $T_1 = 25^\circ\text{C}$  における、加熱電力  $W$ -温度差  $\Delta T$  の関係。左から上向き磁気力、無磁場、下向き磁気力の結果。対流開始によって近似直線の傾きが途中で変化している。

また、熱伝達測定によって得られた温度差は Rayleigh 数の計算にも用いる。(式 3.10) によって算出した  $R$  と  $R_m$  は以下のようなになった。

table 6:  $T_1=25^\circ\text{C}$ での  $\Delta T_c$ ,  $\Delta T_c$  の平均, R,  $R_m$

$T_1=25^\circ\text{C}$	$\Delta T_c$	$\Delta T_c$ ave.	R	$R_m$
上向き磁気力	2.87 2.65 2.87	2.79	1367	1551
無磁場	3.23 3.13 3.45	3.27	1671	
下向き磁気力	3.70 3.69 3.66	3.68	1818	1572

まず、無磁場において対流発生時の臨界 rayleigh 数の平均が 1671 と、理論値 1708 に非常にちかいことから、この実験は対流発生の状況をうまく作り出している環境であると言える。また、 $\Delta T_c$  ave. の大小から、上向き磁気力るとき対流促進・下向き磁気力るとき対流抑制になっていることがわかる。このことは Rayleigh 数にも反映されていて、上向き磁気力るとき  $R < R(\text{無磁場})$ ・下向き磁気力るとき  $R(\text{無磁場}) < R$  となっている。磁場に起因する磁気力で補正した  $R_m$  は無磁場の値に程よく漸近するので、対流開始の促進・抑制は上述の磁気力によるものであると言える。

## 4.2 可視化 ( $T_1 = 25^\circ\text{C}$ , $d = 3\text{mm}$ )

次に、シャドウグラフ法による実際の流れを可視化した実験からも熱伝達測定と同様の結論が得られた。

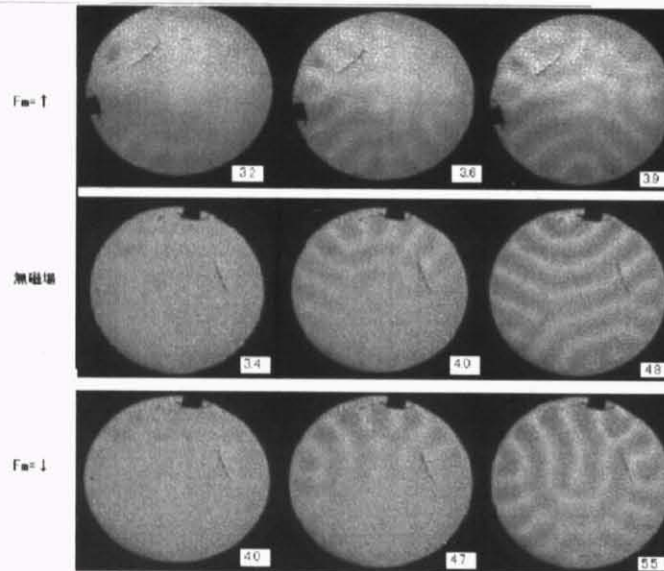


図 4.2:  $T_1 = 25^\circ\text{C}$ における対流のシャドウグラフ像。右下は温度差  $\Delta T$  を表す。上段三つは下向き磁気力。中段三つは無磁場。下段三つは上向き磁気力。

参考までに、下向き磁気力（対流開始促進）・無磁場・上向き磁気力（対流開始抑制）で一連の実験で得られた写真を次に掲載する。

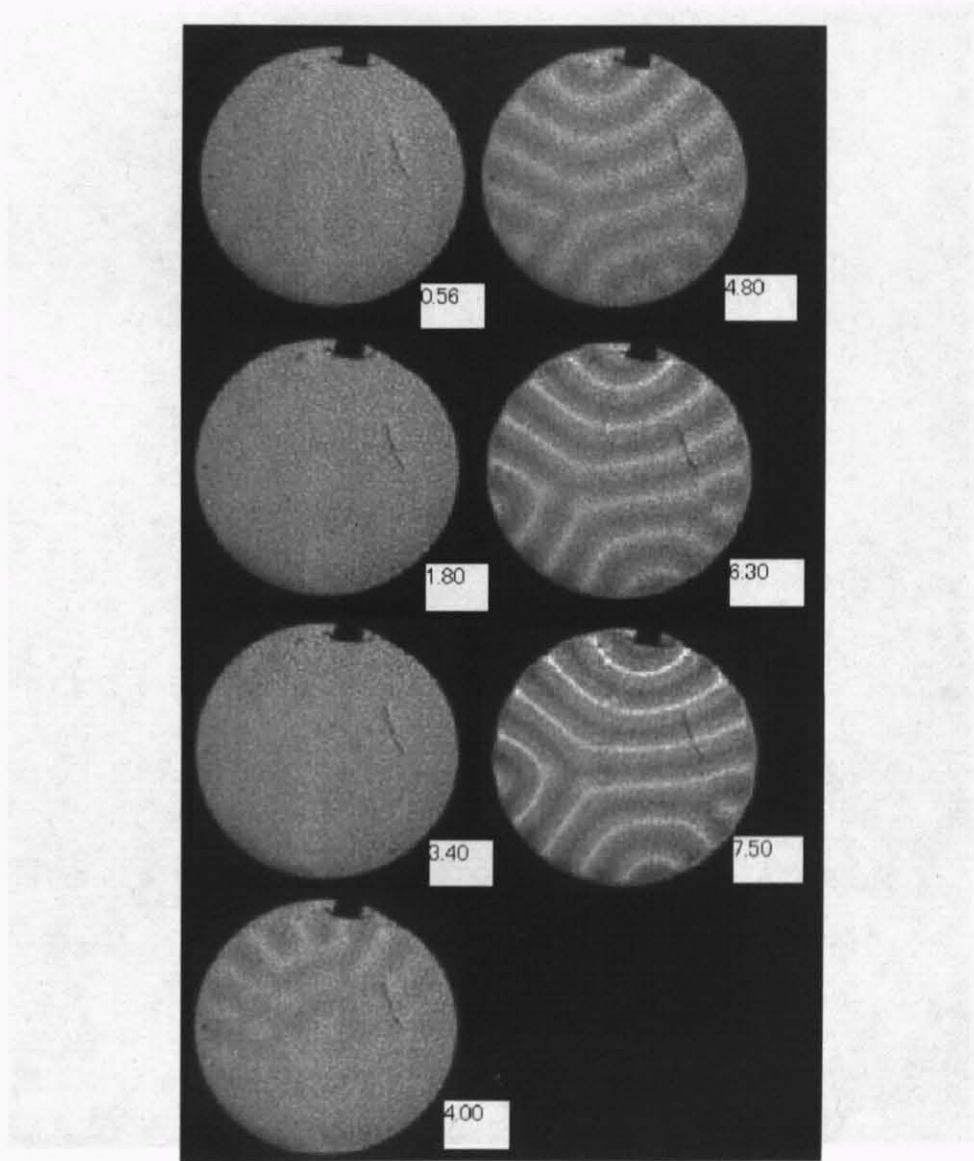


図 4.3:  $T_1 = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ , 無磁場における対流のシャドウグラフ像。右下は温度差  $\Delta T$  を表す。

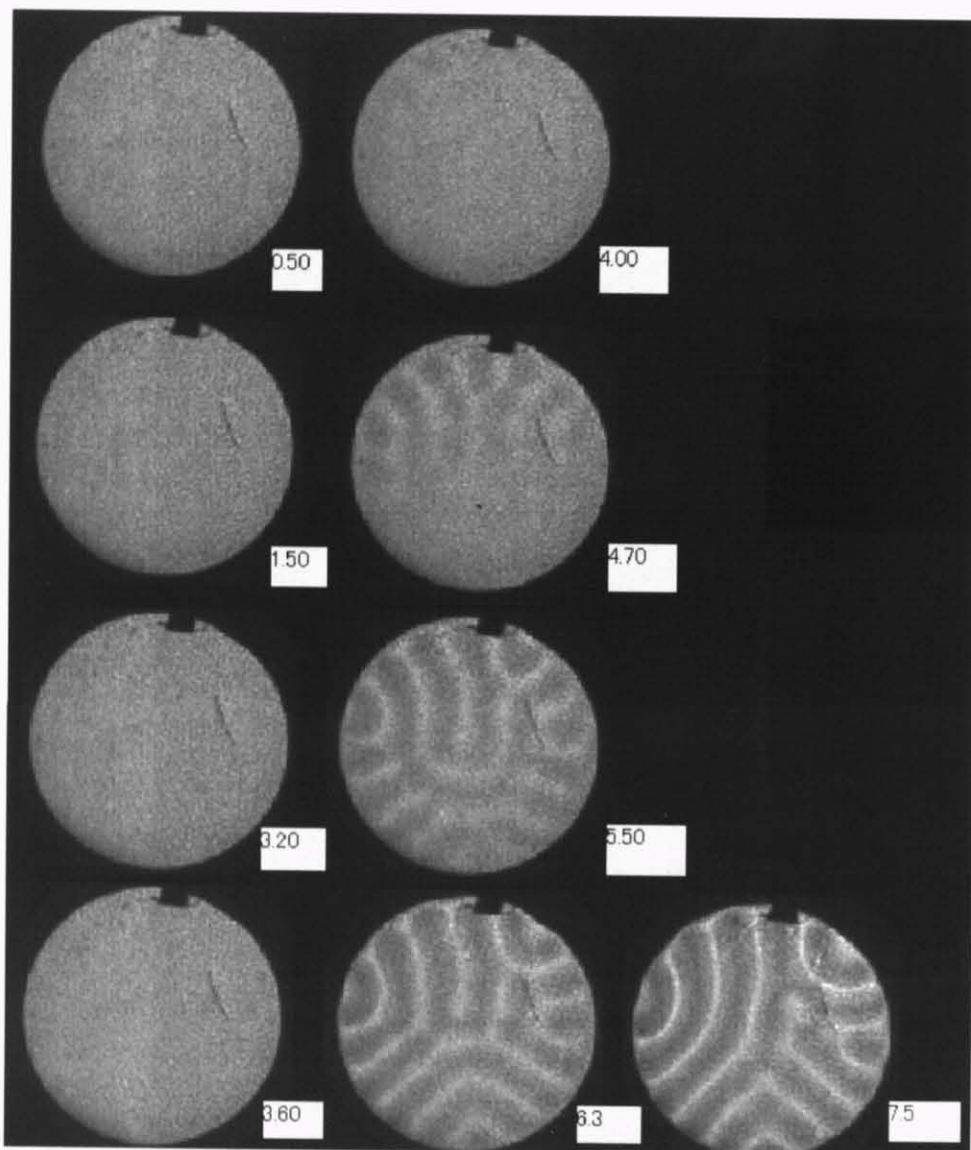


図 4.4:  $T_1 = 25^\circ\text{C}$ ,  $z = +150\text{mm}$  における対流のシャドウグラフ像。右下は温度差  $\Delta T$  を表す。

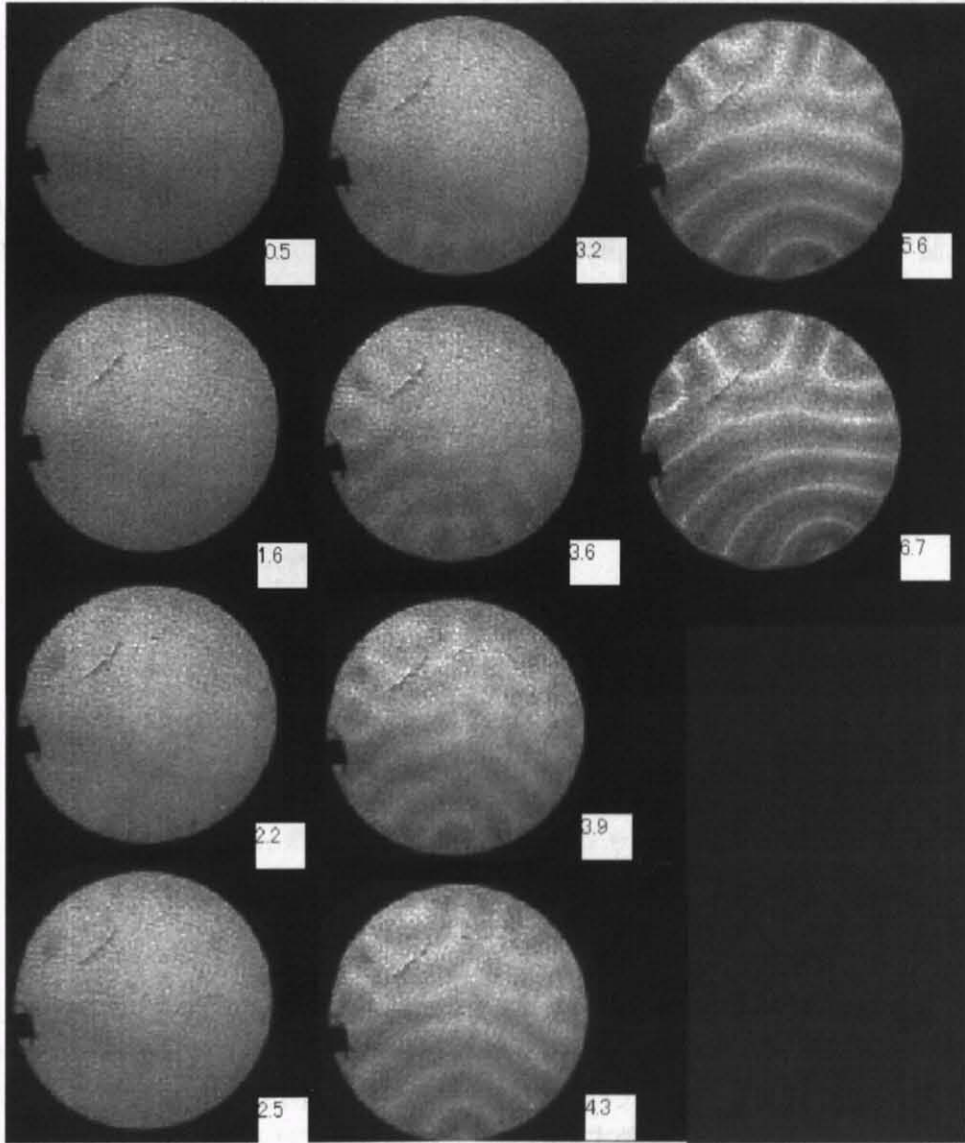


図 4.5:  $T_1 = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $z = -150\text{mm}$  における対流のシャドウグラフ像。右下は温度差  $\Delta T$  を表す。



### 4.3 熱伝達測定 ( $T_1 = 5^\circ\text{C}$ , $d = 6\text{mm}$ )

ここまでで、目的の (i)(ii) は再現することができた。そこで、 $T_1 = 5^\circ\text{C}$  とした場合について述べたい。先に述べたように体積磁化率の温度依存性から  $T_1 = 25^\circ\text{C}$  とは逆転した磁場効果が期待できる。実験当初は  $T_1 = 8^\circ\text{C}$  で行っていたが、後に  $T_1 = 5^\circ\text{C}$  で行った。

低温では水の粘性が指数関数的に大きくなることを鑑み、流体の高さを  $d=6\text{mm}$  とした。この時  $T_1 = 8^\circ\text{C}$  として  $R=1708$  で対流が発生すると仮定すると  $\Delta T_{\text{theoretical}} = 2.12^\circ\text{C}$  となる。しかし、熱伝達測定で得られた値は  $\Delta T = 1.80, 1.86^\circ\text{C}$  とずれた。加えて、温度差が非常に小さく、実験にあまり再現性が無かったため、以降は  $T_1 = 5^\circ\text{C}$  としてさらに温度差を稼いだ実験を行った。(  $T_1 = 25^\circ\text{C}$  の時は対流発生はレイリー数を既知 (1708) として、 $T_1$  を打ち込めば自ずと適切な  $\Delta T$  を求めることができたが (3.3.2 の流体セルの所参照)、低温での実験はレイリー数自体が不明なため、適切な  $\Delta T$  をしらみつぶ的に調べた。その結果  $T_1 = 5^\circ\text{C}$  が最も適していた。)

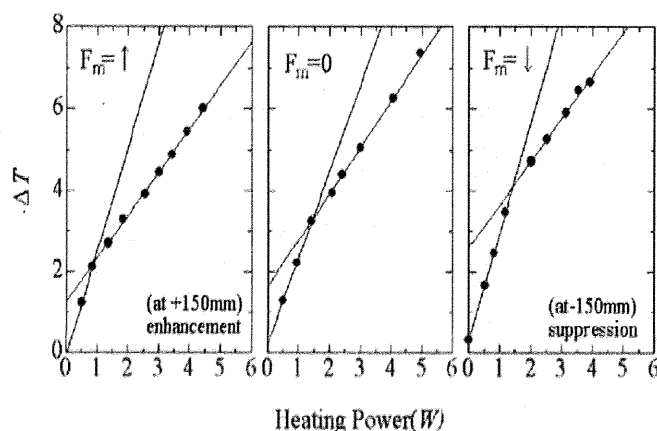


図 4.6:  $T_1 = 5^\circ\text{C}$ , 加熱電力  $W$ -温度差  $\Delta T$  の関係。左から上向き磁気力、無磁場、下向き磁気力の結果。 $T_1 = 25^\circ\text{C}$  のときとは磁場効果が逆になっている。

また、無磁場・磁場中での  $\Delta T_c$  と  $R$  を以下に示す。Rayleigh 数は  $T_1 = 25^\circ\text{C}$  のときの  $1/3$  程度になっている。その原因はよくわからないが、Rayleigh 数は低温環境でも対流発生を記述するよいパラメータ「ではない」と思われる。(図 3.7) を参照すると、各々の物性値は温度に対して特に  $\eta$  は変動するので、それもうなずける。しかし、その理論的背景は力不足でよくわからない。

table 7:  $T_1 = 5^\circ\text{C}$  での  $\Delta T_c$ ,  $\Delta T_c$  の平均、 $R$ ,  $R_m$

$T_1 = 5^\circ\text{C}$	$\Delta T_c$	$\Delta T_c$ ave.	$R$
上向き磁気力	4.10 4.66 4.91	4.56	712
無磁場	3.12 3.11 3.46	3.23	587
下向き磁気力	2.20 2.84 2.88	2.64	459

## 4.4 可視化 ( $T_1 = 5^\circ\text{C}$ )

### 4.4.1 予備実験 ( $T_1 = 25^\circ\text{C}, d=6\text{mm}$ )

次に、実際に  $T_1 = 5^\circ\text{C}$  での可視化であるが、 $T_1 = 8^\circ\text{C}$  での実験の際、今ひとつ対流パターンが見えにくかった。そこで、 $d=6\text{mm}$  とした時一体どのようなパターンが形成されるのかを知るため、 $T_1 = 25^\circ\text{C}, d=6\text{mm}$  という条件で予備実験を行った。

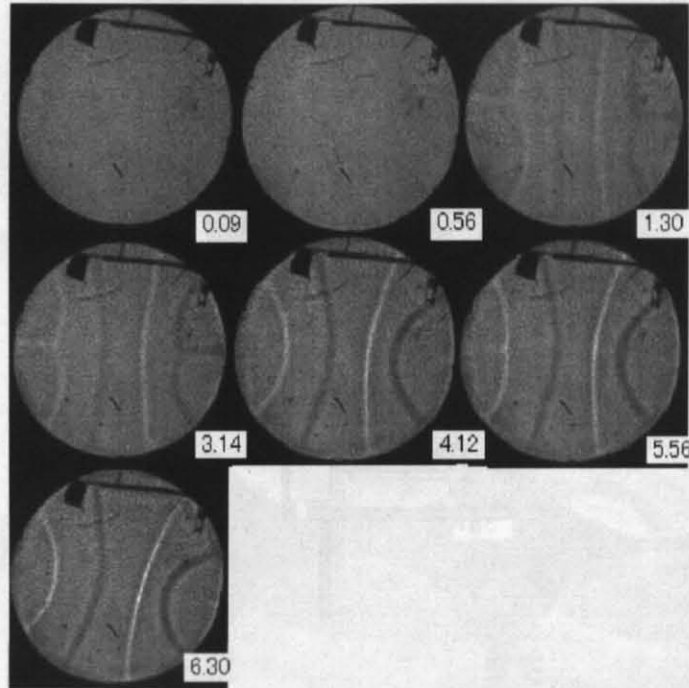


図 4.7:  $T_1 = 25^\circ\text{C}, d=6\text{mm}$ , 無磁場における対流のシャドウグラフ像。右下は温度差  $\Delta T$  を表す。

上のように明線と暗線の数少なく、つまり  $25^\circ\text{C}$  の時と比べて大きなドメインが形成されていることがわかる。これは (ドメインの数 = 円柱の直径  $d = 41/6 = \sim 6.8$  上の図ではドメイン数は 4) という事実にも近い。また、このように「模様」というより「数本の線」が見えるというところが、 $d=6\text{mm}$  のセルで対流発生を可視判定する難しさである。

### 4.4.2 装置改良点

次に、( $T_1 = 8^\circ\text{C}$  での像は解像度が悪くあまりはっきりしなかった経験から)  $T_1 = 5^\circ\text{C}$  での像を撮るには装置に若干の改良が必要である。具体的には、焦点距離の長いコリメートレンズを取り付け、それに合わせて光学経路も延長した。の前述の通り、シャドウグラフは、水の屈折率  $n$  の温度変化を利用した撮像方法である。屈折率は (図 3.12) のように変化する。(3.9) の屈折角  $\alpha$  は

$$\tan \alpha \propto \frac{d}{n} \quad (4.1)$$



であることが知られている [23]。  $T_1 = 25\text{ }^\circ\text{C}$ ,  $d=3\text{mm}$  では  $d/n \sim 2.25$ 、  $T_1 = 5\text{ }^\circ\text{C}$ ,  $d=6\text{mm}$  では  $d/n \sim 5.00$  なので、  $\tan\alpha(5\text{ }^\circ\text{C})/\tan\alpha(25\text{ }^\circ\text{C}) = 2.2$  となる。つまり、  $T_1 = 25\text{ }^\circ\text{C}$  の時と同じ程度の解像度を得ようとするなら、コリメータレンズから CCD カメラの焦点距離までの optical-path を 2.2 倍にすればよい。  $T_1 = 25\text{ }^\circ\text{C}$  の実験ではこの optical-path が 498mm であったが、  $T_1 = 5\text{ }^\circ\text{C}$  の実験では市販のレンズの性能上 optical-path を 747mm にするのが限界であった。  $747/498=1.5$  なので、  $T_1 = 25\text{ }^\circ\text{C}$  の実験に対し、68% 程度の解像度程度だと見積もることができる。

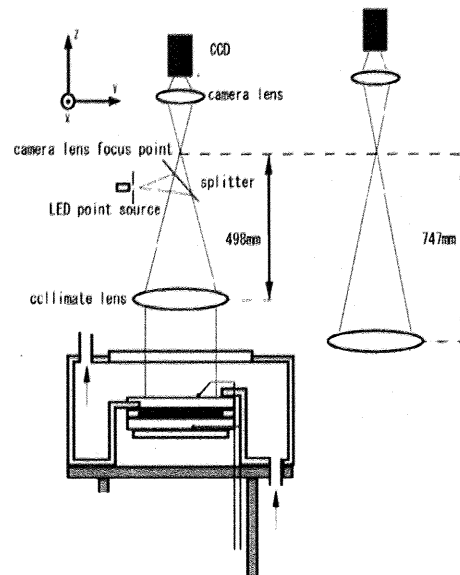


図 4.8: シャドウグラフ装置改良点。低温での結像にはより長い光学経路が必要である。

#### 4.4.3 本実験 ( $T_1 = 5\text{ }^\circ\text{C}$ , $d=6\text{mm}$ )

以上の装置で撮影を行った。(図 4.2) のように、シャドウグラフ像自体から対流開始の促進・抑制を証明することは難しいが、撮影と同時に行っている温度差測定 (図 4.3 のような測定。ただし底板はサファイア鏡のままの状態) から対流開始点を判断すると、確かに促進・抑制の事実は確認できた。

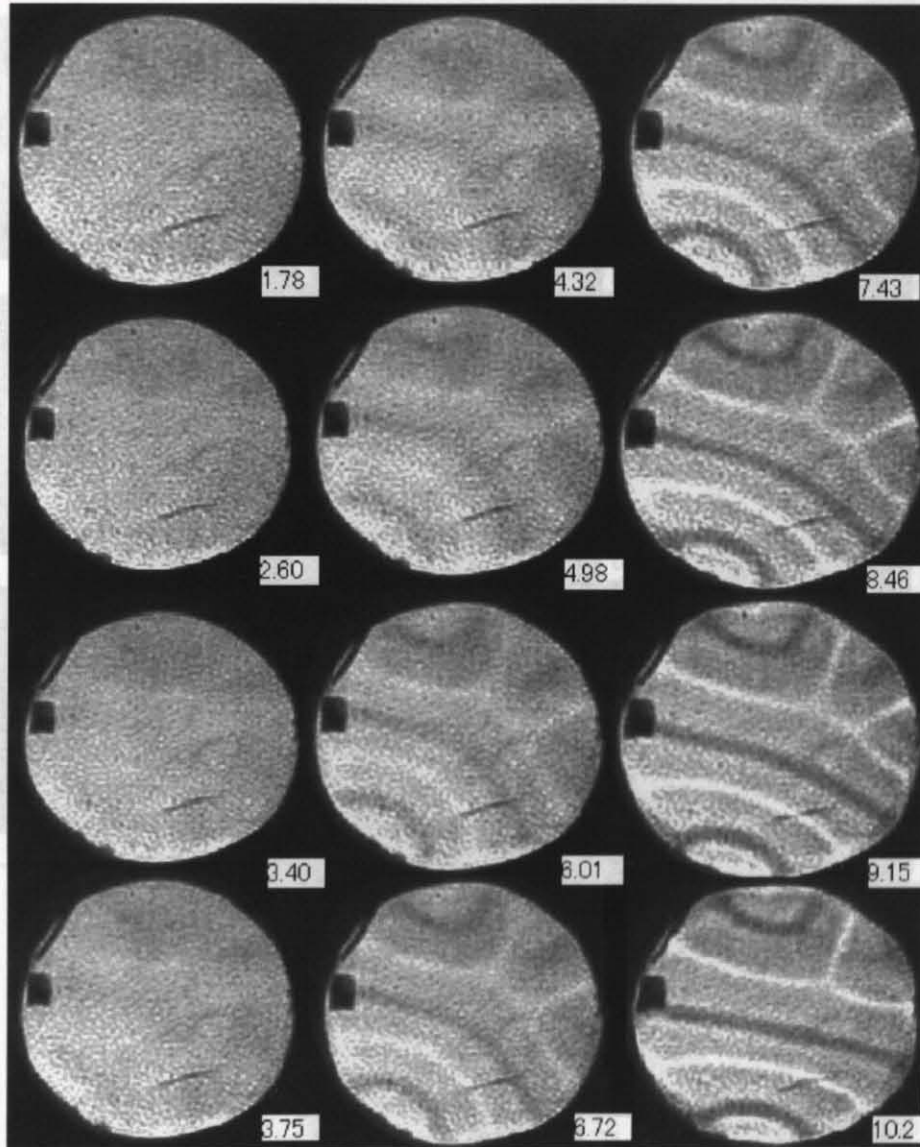


図 4.9:  $T_1 = 5^\circ\text{C}$ , 無磁場における対流のシャドウグラフ像。右下は温度差  $\Delta T$  を表す。温度差測定の結果  $\Delta T = 3.75$  が対流開始点と判断。

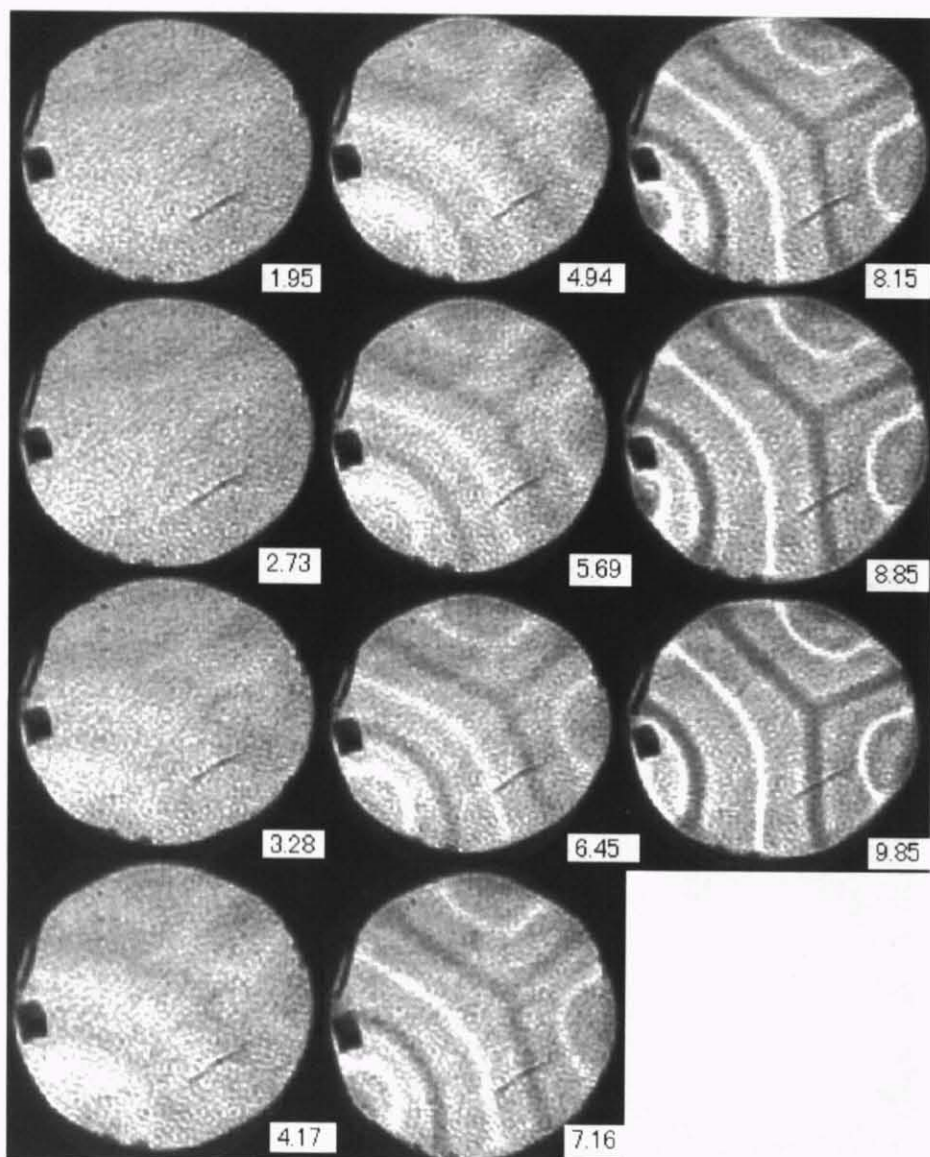


図 4.10:  $T_1 = 5^\circ\text{C}$ ,  $z = -150\text{mm}$  における対流のシャドウグラフ像。右下は温度差  $\Delta T$  を表す温度差測定の結果  $\Delta T = 3.28$  が対流開始点と判断。

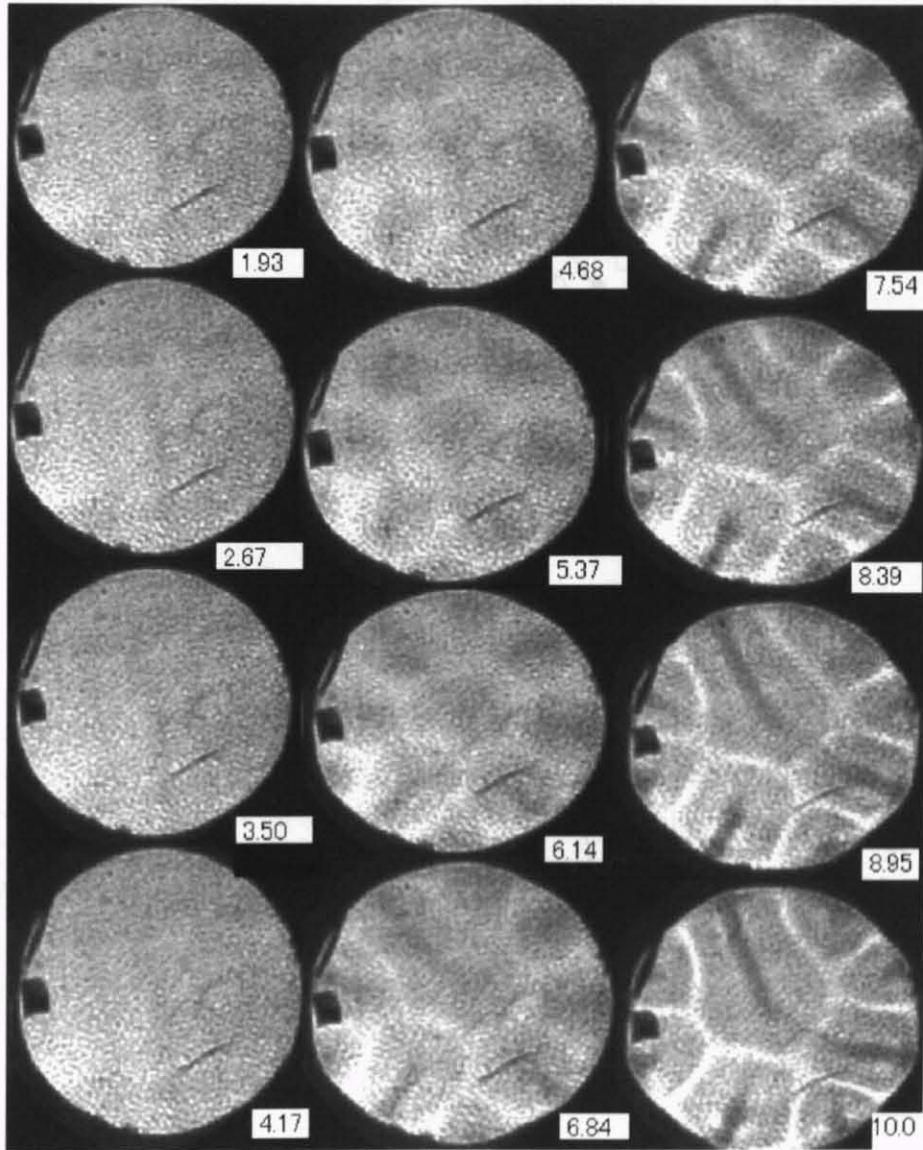


図 4.11:  $T_1 = 5^\circ\text{C}$ ,  $z = +150\text{mm}$  における対流のシャドウグラフ像。右下は温度差  $\Delta T$  を表す。温度差測定の結果  $\Delta T = 4.68$  が対流開始点と判断。

#### 4.4.4 $T_1 = 25^\circ\text{C}, d=3\text{mm}$ と $T_1 = 5^\circ\text{C}, d=6\text{mm}$ の比較

最後に、 $T_1 = 25^\circ\text{C}, d=3\text{mm}$  と  $T_1 = 5^\circ\text{C}, d=6\text{mm}$  の熱伝達測定を比較してみると磁場効果が逆転しているのがよくわかる。(図 4.12)

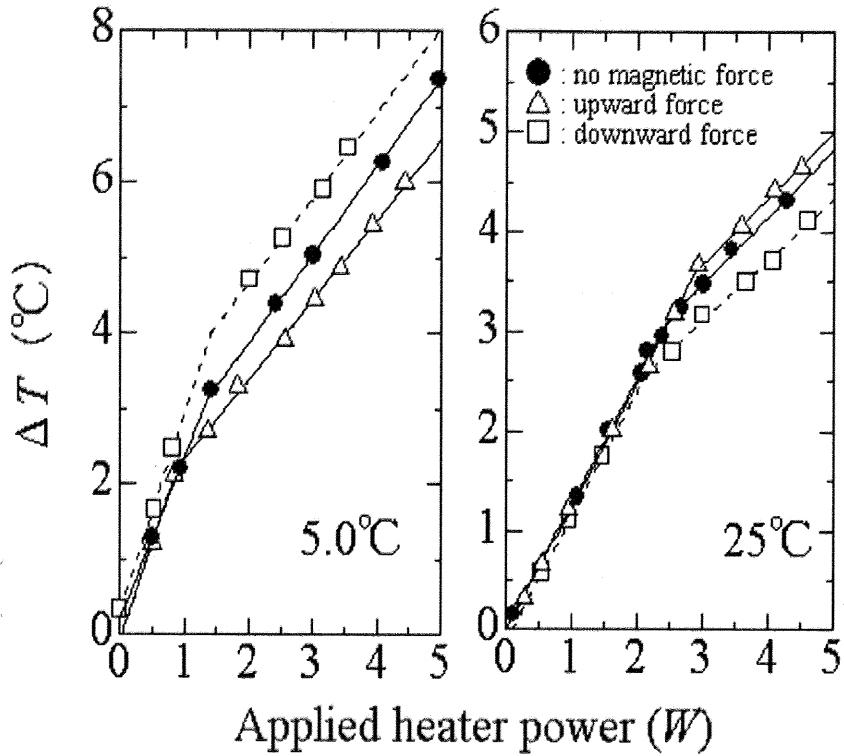


図 4.12: 左:  $T_1 = 5^\circ\text{C}, d=6\text{mm}$ 、右:  $T_1 = 25^\circ\text{C}, d=3\text{mm}$  での熱伝達測定のグラフ。●: 無磁場、△: 上向き磁気力、□: 下向き磁気力。 $T_1 =$ によって磁気力の効果は逆転する。



この事実については次のように定性的な説明ができる。(図 4.13 参照)

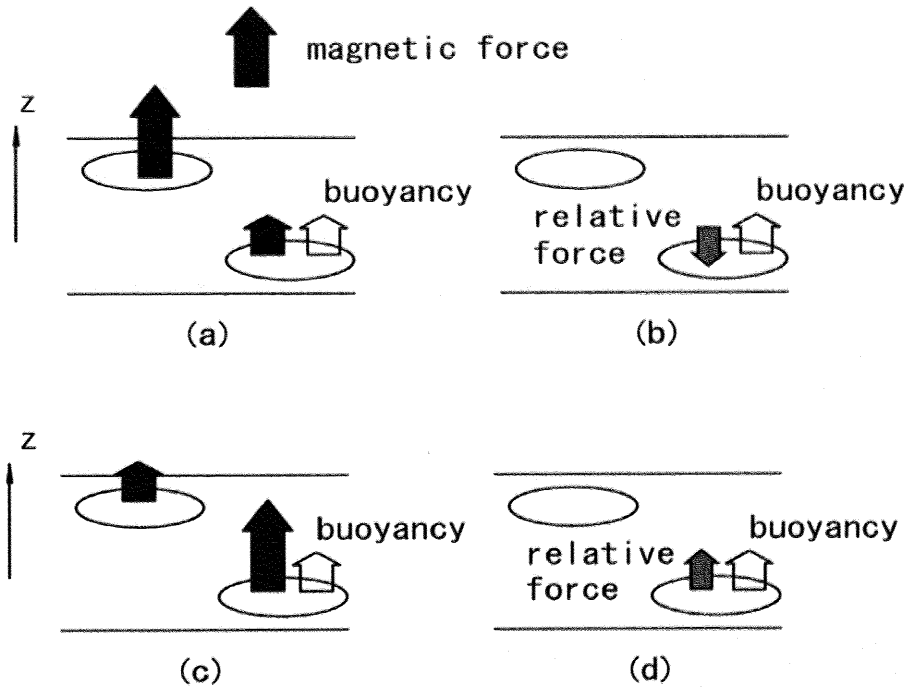


図 4.13: 上向き磁気力の場合の定性的説明。左 : (a) と (b) は  $T_1 = 25^\circ\text{C}$ 、右 : (c) と (d) は  $T_1 = 5^\circ\text{C}$  の場合に相当する。

$T_1 = 25^\circ\text{C}$  の時は、低温側が  $|\chi_v|$  が大きいので、暖かい側の流体に働く浮力に加えて、(a) に示すような磁気力がかかる。このような磁気力の差は (b) で示すように相対的磁気力を生むことになる。暖かい側の流体からみれば相対的に下向きの力を受けていることになる。

これに対して、 $T_1 = 5^\circ\text{C}$  の時は、高温側の  $|\chi_v|$  が大きいので、磁気力の大きさは暖かい側に大きくかかる (c)。暖かい側の流体からみれば相対的に上向きの力を受けていることになる (d)。

## 第5章 一度発生した流れの消去

ここまでの実験は、「定常磁場」中で上下面に温度差をつけていき、流体中に働く相対的な磁気力の差から、対流開始の閾温度差が促進・抑制されるというものであった。(図 5.1 左) ところで、流体の流れの「自在な制御」という観点からは一度発生した(安定であった熱伝導状態が破れ不安定性が増し、対流の発生となる)流れを止めることが重要である。そこで、無磁場中で一度対流を発生させて、その時対流を抑制する方向に磁気力が働くよう磁場を印加した(図 5.1 右の  $+F_m$ )。

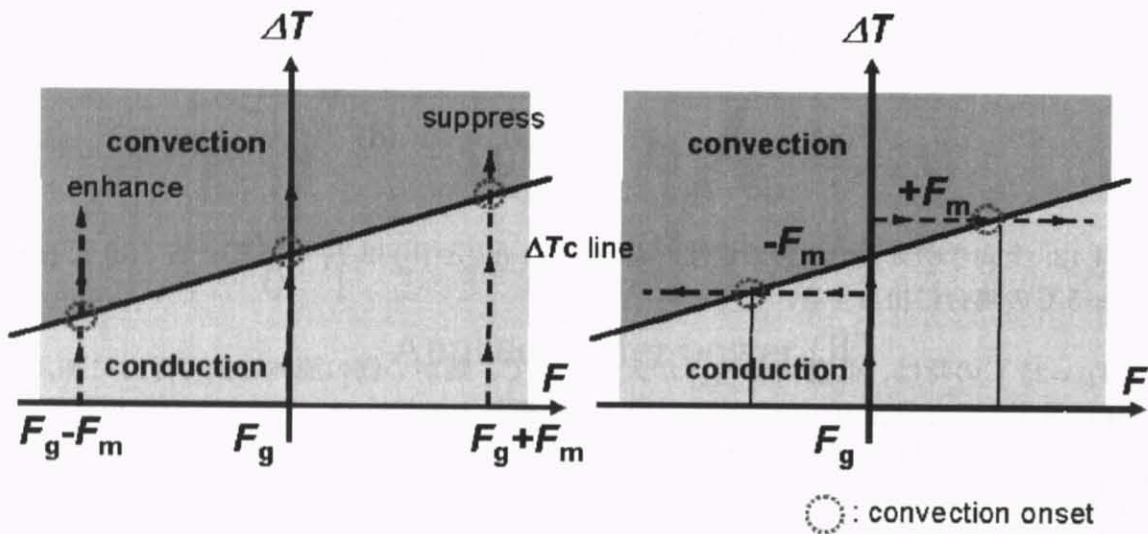
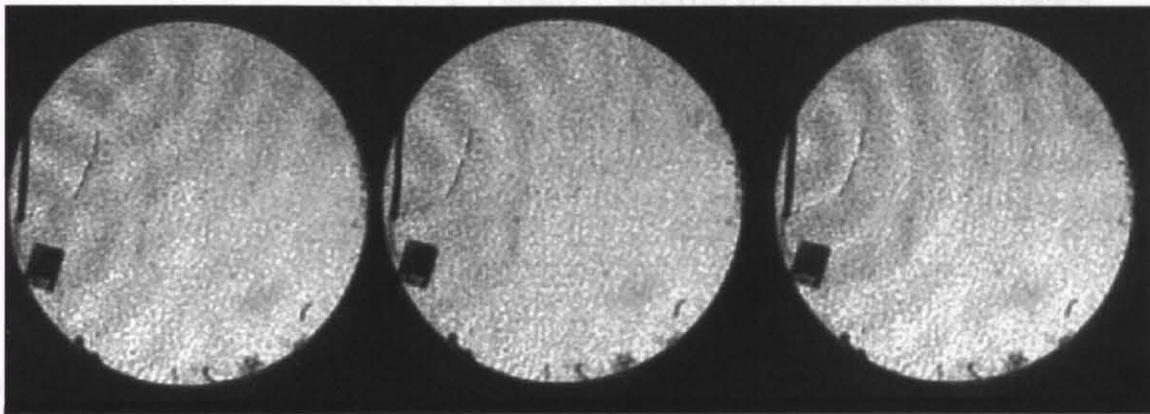


図 5.1: 左; 無磁場中での対流発生 ( $F_g$ )、磁場中での対流発生促進 ( $F_g - F_m$ )、磁場中での対流発生抑制 ( $F_g + F_m$ )。右; 無磁場中で発生した対流の抑制 ( $+F_m$ )、無磁場中の熱伝導状態を磁場によって対流状態に遷移させる ( $-F_m$ )。

実際に流れを観察して明らかになったのは、図 5.1 の右側の  $+F_m$  に相当する事実である。図 5.2 にその結果を記す。

図 5.2 の中央において、完全にパターンが消失していないのは、底面からの熱伝達が完全に均一ではないからであると考えられる。無磁場の場合の対流パターン(図 4.2)と比較してわかるように、対流発生時はこのようにある部分から徐々に出始める。



onset of convection      under magnetic field for 2000 sec      switch off the magnetic field  
 @+150mm T1=25 degrees celsius

図 5.2: 磁場による対流のスイッチング現象。左: 対流開始点。中央: 抑制の相対磁気力が働くよう磁場を印加すると対流パターンがある程度消える。つまり、パターンが消えた部分は対流が止められている。右: 磁場をなくすと再び流れ始める。



## 第6章 考察

### 6.1 質量磁化率の温度依存性

本実験は、強磁場中ならば反磁性物質でも温度によるその微小な変化が効いてくる事実を検出したものであると言え換えることができる。そこで、体積磁化率の温度依存性の根拠について少し述べたいと思う。 $\chi_v = \rho\chi_g$  であり、密度の温度依存性は既に詳しく調べられている [22]。質量磁化率の温度依存性については [24] や [25] がある。[24] は質量磁化率が線形に変化することを検出しているのだが、水の質量磁化率  $\chi_g$  には反磁性的寄与の  $\chi_d$  と常磁性的寄与の  $\chi_p$  があり ( $\chi_g = \chi_d + \chi_p$ )、 $\chi_d$  は

$$\chi_d = -\left(\frac{Ne^2}{6mc^2}\right)\langle r^2 \rangle \quad (6.1)$$

と表すことができる。電荷の球対称性を仮定して導かれる電荷の Larmor precession に起因する  $\chi_d$  は一定で、その球対称性を崩す水素結合等の効果を  $\chi_p (\propto 1/T)$  に取り込み、 $\chi_g$  の温度依存性を説明している。[25] は SQUID を用いてさらに精度良く測定したもので、 $\chi_g$  を 20℃～60℃ の範囲で測定している。そこで得られたほぼ線形の近似式を、本実験では低温まで「外挿して」用いている。結局のところこの線形性のために、密度との積をとると  $\chi_v$  が下に凸になる。この事実は本実験において最も重要な点である。(図 6.1) 参照

### 6.2 理論値と不整合の Rayleigh 数について

次に低温でのレイリー数について少し述べたい。実験結果では  $T_1 = 5^\circ\text{C}$  でのレイリー数は平均で 590 となり、25℃ の 1/3 程度となった。次章の対流理論に示すように、両固定端ではさまれた本実験のような系では  $R \sim 1708$  で対流が発生することが理論的に考えられている。その  $\sim 1708$  を導く過程で唯一用いた仮定「Boussinesq 近似」を導入する上で、「10℃ の温度差を付けた時密度の温度変化はせいぜい 1% 程度で、他の物性値もその程度である。」との記述が [4] にある。低温 ( $T_1 = 5^\circ\text{C}$ ) とするとき、この Boussinesq 近似を唯一破りそうなのが粘性である (図 3.7 参照)。事実  $T_1 = 5^\circ\text{C}$ 、 $\Delta T = 4^\circ\text{C}$  とした時、粘性の温度変化率は 11.4% になる。しかし、確かに粘性率変化は最も大きい、それよりも、 $\alpha = -(dp/dT)/\rho$  が 4℃ 以下で正・4℃ 以上で負という事実を考えると気がつくように、低温域で果たしてレイリー数なるものが定義できるのかよくわからない。

もしかすると、低温でレイリー数が  $\sim 1708$  にならない理由は、厚みを変えた事に起因するのかもしれない。そもそもベナール対流は無限平行平板に閉じ込められた流体の現象

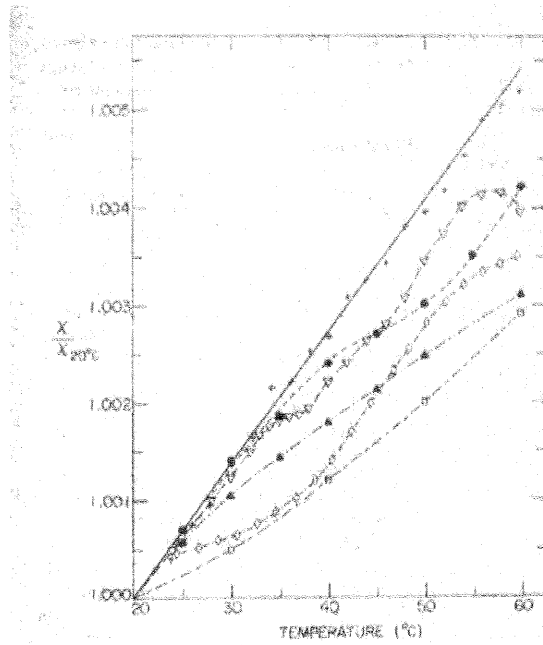


FIG. 2. Temperature dependence of the diamagnetism of water, as reported by various authors. This work is shown by the solid line, Eq. (1). The other data are from Ergin and Kostrova (Ref. 8),  $\circ$ ; Cini and Torrini (Ref. 9),  $*$ ; Seely (Ref. 4),  $\bullet$ ; Wills and Boeker (Ref. 3),  $\nabla$ ; Auer (Ref. 6),  $\blacktriangle$ ; and (theory) Tietz (Ref. 16),  $\triangle$ .

図 6.1: 質量磁化率の測定。[25] より抜粋。図中一番上の直線が [25] での測定結果。それ以前の他者の測定結果と比較している。

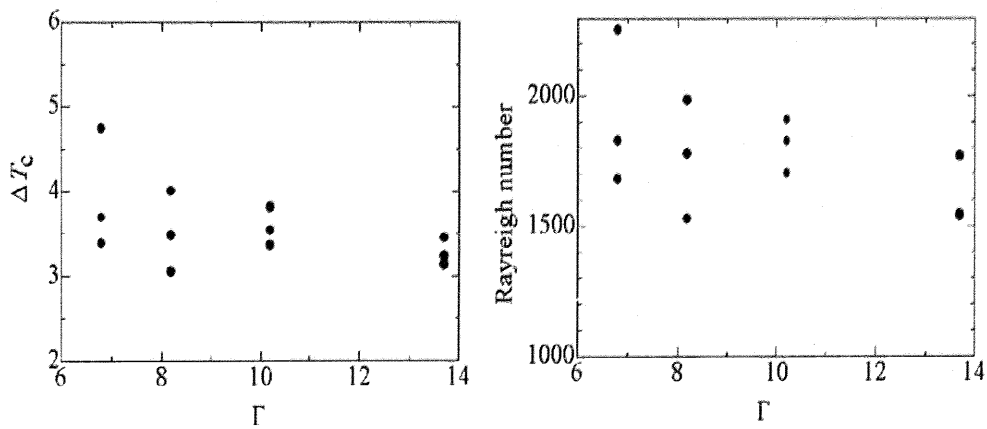


図 6.2: アスペクト比と対流発生閾値温度差の関係

である。円柱空間に閉じ込めた試料の aspect 比は、 $d=3\text{mm}$  で  $\Gamma=2r/d=41/3\sim 13.7$ 、それに対して  $d=6\text{mm}$  では  $\Gamma\sim 6.8$  となっている。そこで、 $d=3\text{mm}$  のままに、側面のテフロンリングの厚みを変えることで、 $\Gamma$  を 10.2, 8.2, 6.8, 5.3 と変えて  $\Delta T_c$  を測定してみた。(図 6.2) 参照

$T_1 = 25\text{ }^\circ\text{C}$ ,  $d = 3$ ,  $\Gamma \sim 13.7$  での理論値が  $\Delta T_c = 3.279$  であるのに対し、 $\Gamma$  を小さくしていくと  $\Delta T_c$  は値自体に加えて、その不確実性も大きくなった。確かに table 6,7 を比較してみると  $5\text{ }^\circ\text{C}$  での table 7 は  $\Delta T_c$  のばらつきがやや大きいものの、(図 6.2) からわかるように、アスペクト比がレイリー数を押し下げるとは言えない。やはり、レイリー数自体が小さくなることは低温独特の結果であると言える。それゆえ  $5\text{ }^\circ\text{C}$  でのレイリー数は「この温度域では定義できない」ものとして取り扱った。

## 第7章 対流の理論

ここでは  $R_c$  の詳しい定量的な導出を記す。

### 7.1 微分方程式の導入

始めに、基礎方程式の導入として Boussinesq 近似を取り込んだ形からスタートする。Boussinesq 近似とは「厄介な非線形偏微分方程式を解くための簡素化の手法の一つである。密度の温度変化を厳密に取り扱うことを避けて、その対流の動力への寄与のみを考えた、近似的な方程式の解法の一つ」であり、この近似により式の扱いは随分楽になる。この近似でもって扱う方程式は

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (7.1)$$

$$\rho = \rho_0(1 - \alpha(T - T_0)) \quad (7.2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \kappa \nabla^2 T \quad (7.3)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \left(1 + \frac{\delta \rho}{\rho_0}\right) X_i + \nu \nabla^2 u_i \quad (7.4)$$

となる。ただし  $i, j$  は  $(x, y, z) = (x_1, x_2, x_3)$  とした表現であり、 $T(x_i, t)$  は温度、 $u(x_i, t)$  は流線ベクトル、 $p(x_i)$  は圧力でありそれぞれ引数の関数。 $\alpha$  は熱膨張率、 $\kappa$  は熱拡散率、 $\nu$  は動粘性率であり、おのおの定数である。 $X_i$  は外力の一般的表現であり加速度の次元をもつ。 $\rho_0$  は温度  $T_0$  における密度をあらわす。(7.1) 式は流体が非圧縮性であること条件、(7.2) はシステムの設定上の都合で、(7.3) は熱拡散方程式、(7.4) は Navier-Stokes 方程式で流れを記述する基礎方程式である。

解くべき方程式の舞台は以下のように設定する。 $x - y$  方向に無限に広い平行平板に流体は閉じ込められている。平行平板の下部から加熱しており、 $z$  方向に温度差がついているがその閉空間で流れは発生していない。まずは定常状態を考え、初期状態を以下のように定める。

$$u_j = 0, \quad T \equiv T(z) \quad (7.5)$$

またこの時

$$\frac{\partial p}{\partial x_i} = \rho X_i = (0, 0, -\rho g) \equiv -g \rho \lambda_i \quad (7.6)$$

となる。考えているのは定常状態だから、(7.3) 式は

$$\nabla^2 T = 0 \quad (7.7)$$

(7.7) 式を解いて

$$T = T_0 - \beta z \quad (7.8)$$

ただし、 $\beta = -\frac{T_0 - T}{H}$  :  $H$  は平行平板の厚み。

ここで、この熱伝導状態の線形安定性を調べる。そこで、 $T$  に摂動を与え、その安定性を議論する。つまりは、

$$T' = T_0 - \beta z + \theta \quad (7.9)$$

と置いて (7.3) と (7.4) の連立方程式を解くわけだが、その際  $\theta$  と  $u_j$  が特性方程式の解として表される。その特性方程式の四根の実部が全て非正であれば、摂動は徐々に時間とともに消滅し、熱伝導が安定状態となる。しかし、ある波数（根は波数で表現される）領域においてはこの摂動が時間とともに増大していき、ついには熱伝導状態は破れ、マクロな流れ即ち熱対流が発生することとなる。方程式の解は特徴的なパラメーターであるレイリー数とリンクしていて、この熱伝導から熱対流へと遷移する臨界点は、レイリー数（の極小値）で決定されるという寸法の話となるわけである。

式 (7.3) と式 (7.4) に式 (7.1), 式 (7.2), 式 (7.9) を代入し、それぞれ

$$(7.3) \Rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial t} + \beta \lambda_j u_j = \kappa \nabla^2 T \quad (7.10)$$

$$(7.4) \Rightarrow \frac{\partial u_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\delta p}{\rho_0} \right) + g \alpha \theta \lambda_i + \nu \nabla^2 u_i \quad (7.11)$$

ここで、式 (7.10) と式 (7.11) の回転を計算し、もって  $\frac{\delta p}{\rho_0}$  の項を消去する。（実は、この回転を計算するその真意が未だによくわかりません。この文章を読まれる方がおられましたら、そここのところはご自分で理解を補って下さい。）

$$\omega_i = \epsilon_{ijk} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \quad (7.12)$$

と定義すると、回転一回目の計算

$$(7.11) \Rightarrow \frac{\partial \omega_i}{\partial t} = g \alpha \epsilon_{ijk} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \lambda_k + \nu \nabla^2 \omega_i \quad (7.13)$$

(注： $p$  は高々2の二次関数である。)

回転二回目の計算

$$(7.13) \Rightarrow \frac{\partial \nabla^2 \omega_i}{\partial t} = g \alpha \left( \lambda_i \nabla^2 \theta - \lambda_j \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_i \partial x_j} \right) + \nu \nabla^4 \omega_i \quad (7.14)$$

参考程度に、以下の関係式に気がつけば容易である。

$$\epsilon_{ijk}\epsilon_{klm} = \delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl} \quad (7.15)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{ijk}\frac{\partial\omega_k}{\partial x_j} &= \epsilon_{ijk}\epsilon_{klm}\frac{\partial^2 u_m}{\partial x_j\partial x_l} \\ &= \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j\partial x_i} - \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j\partial x_j} \\ &= \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_j}\right) - \nabla^2 u_i = -\nabla^2 u_i \end{aligned} \quad (7.16)$$

$$\epsilon_{ijk}\epsilon_{klm}\frac{\partial^2\theta}{\partial x_l\partial x_j}\lambda_m = \frac{\partial^2\theta}{\partial x_i\partial x_j}\lambda_j - \frac{\partial^2\theta}{\partial x_j\partial x_j}\lambda_i = \frac{\partial^2\theta}{\partial x_i\partial x_j}\lambda_j - \lambda_i\nabla^2\theta \quad (7.17)$$

さらに

$$w = \lambda_j u_j \quad (7.18)$$

と定義すれば、最終的には

$$(7.10) \Rightarrow \frac{\partial\theta}{\partial t} = \beta w + \kappa\nabla^2\theta \quad (7.19)$$

$$(7.18) \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}\nabla^2 w = g\alpha\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}\right) + \nu\nabla^4 w \quad (7.20)$$

の二式になる。解くべき系の設定上、

$$W = W(z)\exp[i(k_x x + k_y y) + qt] \quad (7.21)$$

$$\theta = \Theta\exp[i(k_x x + k_y y) + qt] \quad (7.22)$$

と表すことができる。境界条件の都合上、 $z = H$ の $H$ で長さを、 $q$ を時間の $\nu/H^2$ でスケールしておくで見通しがよくなる。 $a \equiv kH$ ,  $\sigma = qH^2/\nu$ とすると、

$$(7.19) \Rightarrow (D^2 - a^2 - \sigma\nu/\kappa)\Theta = -\beta H^2 W/\kappa \quad (7.23)$$

$$(7.20) \Rightarrow (D^2 - a^2)(D^2 - a^2 - \sigma)W = (g\alpha H^2 a^2/\nu)\Theta \quad (7.24)$$

ただし、

$$D \equiv \frac{d}{d(z/H)} \quad (7.25)$$

一般的に安定状態（熱伝導状態）から最初の不安定状態（対流状態）に遷移する時を記述するには、 $\sigma = 0$ として(7.23)と(7.24)を解けばよいことが知られていて、(7.23)、(7.24)において $\Theta$ を消去し、

$$(D^2 - a^2)^3 W = -Ra^2 \quad (7.26)$$

ただし

$$R \equiv \frac{g\alpha\beta}{\kappa\nu} H^4 = \frac{g\alpha|\Delta T|d^3}{\kappa\nu} \quad (7.27)$$

この時、境界条件は以下のようなになる。境界で摂動は無いので  $\Theta = 0$ 、だから (7.24) より

$$(D^2 - a^2)^2 = 0 \quad (7.28)$$

また、境界で  $z$  方向の流れ  $w (= u_z)$  はないので

$$W = 0 \quad (7.29)$$

また、境界では  $u (= u_x) = v (= u_y) = 0$  なので、連続の式から

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial z} &= 0 \text{ なので、} \\ DW &= \left( \frac{\partial W}{\partial z} \right) = 0 \end{aligned} \quad (7.30)$$

## 7.2 数値解

これまでより、解くべき方程式は以下の一つに集約される。

$$(D^2 - a^2)^3 W = -Ra^2 W \quad (7.31)$$

ただし境界条件は両固定端条件とし、以下の通り。

$$W = DW = (D^2 - a^2)^2 W = 0, \quad z = \pm \frac{1}{2} \quad (7.32)$$

オペレーター： $(D^2 - a^2)^3$  の偶数性 ( $2 \times 3 = 6$ : even number) と  $z = \pm \frac{1}{2}$  での同一の境界条件より、(7.31) 式の適切な解は even solution と odd solution の二種類になることがまず最初に見て取れる。普通に考えると、最もエネルギー的に低い状態は  $z = 0$  で node が無い even solution であり、次安定なのが  $z = 0$  で node 有りの odd solution であろう。

(7.31) 式の一般解が、

$$W = e^{\pm qz} \quad (7.33)$$

の解の重ね合わせで表すことができることは明らかである。ここで、

$$Ra^2 = \tau^2 a^6 \quad (7.34)$$

となる  $\tau$  を導入すると、(7.31) 式をみたく  $q$  は、

$$q^2 = -a^2(\tau - 1), \quad q^2 = a^2 \left[ 1 + \frac{1}{2}\tau(1 \pm i\sqrt{3}) \right] \quad (7.35)$$

つまり、

$$\pm iq_0, \pm q_1, \pm q_1^* \quad (7.36)$$

ただし、

$$q_1 \equiv q_a + iq_b \quad (7.37)$$

$$q_a \equiv a\sqrt{\frac{\sqrt{\tau^2 + \tau + 1} + \frac{\tau+2}{4}}{2}}, \quad q_b \equiv a\sqrt{\frac{\sqrt{\tau^2 + \tau + 1} - \frac{\tau+2}{4}}{2}} \quad (7.38)$$

(a) 第一偶数解

初めに偶数解を考える。偶数解は定数  $A_0, A_1$  を用いて以下のように書ける。

$$W = A_0 \cos q_0 z + A_1 \cosh q_1 z + A_1^* \cosh q_1^* z \quad (7.39)$$

ここで、境界条件を考えるが、境界で満たされるべき式は、

$$DW = -A_0 q_0 \sin q_0 z + A_1 q_1 \sinh q_1 z + A_1^* q_1^* \sinh q_1^* z \quad (7.40)$$

$$(D^2 - a^2)^2 W = A_0 (q_0^2 + a^2)^2 \cos q_0 z + A_1 (q_1^2 - a^2)^2 q_1 \cosh q_1 z + A_1^* (q_1^{*2} - a^2)^2 \cosh q_1^* z \quad (7.41)$$

であるが、特に (7.35) を用いると、(7.11) はもう少し簡略化されて、

$$(D^2 - a^2)^2 W = \frac{1}{2} a^4 \tau^2 \{ 2A_0 \cos q_0 z + (i\sqrt{3} - 1)A_1 \cosh q_1 z - (i\sqrt{3} + 1)A_1^* \cosh q_1^* z \} \quad (7.42)$$

となる。(7.39),(7.40),(7.42) より、

$$\begin{pmatrix} \cos q_0 z & \cosh q_1 z & \cosh q_1^* z \\ -q_0 \sin q_0 z & q_1 \sinh q_1 z & q_1^* \sinh q_1^* z \\ \cos q_0 z & \frac{1}{2}(i\sqrt{3} - 1) \cosh q_1 z & \frac{1}{2}(i\sqrt{3} + 1) \cosh q_1^* z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_1^* \end{pmatrix} = 0 \quad (7.43)$$

となる。だから  $A_0, A_1, A_1^* \neq 0$  となるために、

$$\begin{vmatrix} \cos q_0 z & \cosh q_1 z & \cosh q_1^* z \\ -q_0 \sin q_0 z & q_1 \sinh q_1 z & q_1^* \sinh q_1^* z \\ \cos q_0 z & \frac{1}{2}(i\sqrt{3} - 1) \cosh q_1 z & \frac{1}{2}(i\sqrt{3} + 1) \cosh q_1^* z \end{vmatrix} = 0 \quad (7.44)$$

であればよい。determinant の値は  $z = \pm \frac{1}{2}$  で同じであるので、結局のところ

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -q_0 \tan \frac{1}{2} q_0 & q_1 \tanh \frac{1}{2} q_1 & q_1^* \tanh \frac{1}{2} q_1^* \\ 0 & \sqrt{3} - i & \sqrt{3} + i \end{vmatrix} = 0 \quad (7.45)$$

でありさえすればよいことになる。展開して、

$$\text{Im}\{(\sqrt{3} + i)q_1 \tanh \frac{q_1}{2}\} + q_0 \tan \frac{q_0}{2} = 0 \quad (7.46)$$



これより、

$$-q_0 \tan \frac{q_0}{2} = \frac{(q_a + q_b \sqrt{3}) \sinh q_a + (q_a \sqrt{3} - q_b) \sin q_b}{\cosh q_a + \cos q_b} \quad (7.47)$$

ただしここで、 $q_1$  については、(7.36) での表現  $q_a, q_b$  を用いた。このようにして得られた超越方程式 (7.17) は  $a$  を parameter にして ( $0 \leq a \leq \infty$ )、 $\tau$  について数値的に解かなくてはならない。対応する  $R$  は (7.34) より算出する。結果、横軸を  $a$ 、縦軸を  $R$  にとると、ある  $a$  で  $R$  が最小値をもつ下に凸の形になることが知られている [4]。その  $R$  の最小値が 1707.762 であり、このとき  $a = 3.117$ ,  $q_0 = 3.973639$ ,  $q_a = 5.195241$ ,  $q_b = 2.126096$  である。

(b) 第一奇数解

奇数解は定数  $A_0, A_1$  を用いて以下のように書ける。

$$W = A_0 \sin q_0 z + A_1 \sinh q_1 z + A_1^* \sinh q_1^* z \quad (7.48)$$

以下、境界条件は偶数解と同じであるので省略する。結果は (図 7.1 の曲線 1 : 偶数解の  $R$  の最小値) < (図 7.1 の曲線 2 : 奇数解の  $R$  の最小値) となる。

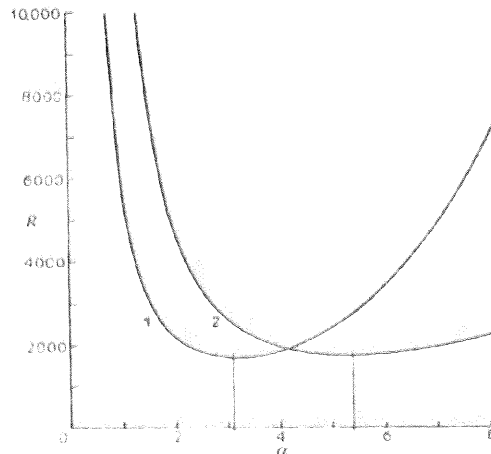


FIG. 2. The Rayleigh numbers at which instability sets in for disturbances of different wave numbers  $a$  for the first even (curve labelled 1) and the first odd (curve labelled 2) mode.

図 7.1: 第一偶数解と第一奇数解の  $a$ - $R$  プロット。[4] より抜粋

## 第8章 総括

本論文は、代表的な反磁性物質である水が10T程度の強磁場によってどのような影響を受けるかということ、熱対流という現象に着目し行った実験をまとめたものである。[15]と同様に、 $T_1=5^\circ\text{C}$ でも対流の促進・抑制は明らかになり、さらに、一度発生した流れを磁場が止めうるのだということを実験的には初めて明らかにしたものと考えている。磁場の応答を考える際、微弱な磁性の水ですら現象が体積磁化率に支配されているというのが感慨深かった。本実験では「熱対流」という現象について詳しく実験を行ってきたが、つまるところ体積磁化率の不均一性が系内での相対磁気力を生むので、水溶液の濃度の不均一部分に対しても同様の効果が起こると考えられる。それゆえ本実験は、磁場を用いた有機系物質作成や反応制御を行う上での指針となると考えられる。磁場中作製のたんぱく質の結晶性向上の話の際、この熱対流制御がその一因として登場するが、本研究もそのような現象解明の要素となれば幸いだと思う。

たんぱく質の結晶成長には[26]のように、対流の影響を「あえて」受けないように微小空間で結晶作製の最適条件を探ることも試みられているが、磁気力は体積力で効くので、よりマクロの結晶作製や反応制御に適しているわけで、そういう時にこそ最も磁場による恩恵を受ける。将来的に高温超伝導の機構解明・超伝導線材の $T_c$ 向上などによって、超伝導磁石による磁気力を利用することがもっと身かつ容易になれば、弱磁性物質全般に興味が行くことになり、そうなればこの研究の意義も深まるのではないかと考えている。

## 第9章 強磁場科学という分野について

ここでは「磁気科学」という分野がどういう位置づけにあるのか自分なりに述べたい。

### 9.1 強磁場発生の歴史

まず、近代的な「磁気」の「科学」の発祥は、1820年 H.C.Oersted が電流脇の磁針が通電の際振れた発見に始まる。以下は時系列的に出来事をあげるが、1822年に A.M.Ampere が有名なアンペールの法則を、1831年に M.Faraday が電磁誘導の法則を発見し、これによって電気と磁気がお互いに相補的なものとして知られるようになった。Faraday は1845年には、物質中を光 ( $\parallel$  磁場) が通過すると直線偏光の偏光面が回転する、いわゆる Faraday 効果を発見している。1800年代後半には、P.Weiss が鉄心にコイルを巻いたコンパクトなワイス磁石を発明し 1T の磁場を得ることに成功している。これらは常磁性物質のキュリー則・キュリーワイスの法則・ゼーマン効果の発見等を生み、また、強磁性分子場説からハイゼンベルグ交換相互作用の概念を導くことになる。また、同時期に J.A.Ewing は同様の電磁石で 3.58T まで発生させることに成功しているが、このことは逆に、(強磁場の限界) = (強磁性体の飽和磁化の限界) という壁にぶつかることになり、以降はひたすら大電流を流すことによって強い磁場を得ることに執着していくことになる。

大電流で強い磁場を得ようとすると、導線が溶解してしまうので装置の方に限界がくる。そこで、装置の破壊はやむをえないが瞬間だけでも強磁場を得ることが実現されるようになった。いわゆるパルス磁場である。1924年 P.Kapitza は copper-coil に瞬間通電し、 $10^{-3}$ sec 間に 30~50T という強磁場を得ることに成功した。1957年には Furth と Wanick が cooper の巻き法で  $10^{-6}$ sec 間に 160T を得る事に成功している。1960年には K.Fowler が爆縮法で  $10^{-6}$ sec 間に 1400T を得ることに成功したという報告がなされている。また、1966年には E.C.Cnare が電磁濃縮法を用い  $10^{-6}$ sec 間に 200T を得る事に成功している。これに対して、定常強磁場の開発は、1930年代に F.Bitter が水冷電磁石 (いわゆるビッター形) を用い 10T を発生させている。大電力を消費しているが安定して長時間、強磁場の発生が可能となった。1976年には D.B.Montgomery 達が電磁石と超伝導磁石を併用したハイブリッドマグネットを開発し安定して 30T を得ることに成功している。

### 9.2 強磁場の分類

強磁場の発生方法を (図 9.2) のように分類してみた。現在の定常強磁場の最大値は 45T で、パルス磁場との間には 50T の壁がある。定常強磁場の限界は、すなわち線材の耐熱技術と冷却技術等の限界であり、強い磁場が欲しいから可能な限り大きな電流を流せばよいというわけにもいかない。電磁石には、copper にひたすら大電流を流しその際のジュール

熱を冷却する極めて大型の電磁石 (a2)、超伝導線材に大電流を流すことで大きな磁場を得る超伝導マグネット (a3)、この二つを組み合わせたハイブリッドマグネット (a4) の三種がある。その性能を知る目安としては、磁場の強さもさることながら、磁場を発生させるポアの大きさ、またそのポア内での磁場の均一度がある。このように、定常強磁場が得られるようになり、特に 10T クラスならば研究室単位でもつこともできるようになり、化学反応や材料作製といった長時間安定した磁場を要する研究ができるようになった。この利点を生かし、「化学反応や材料作製のプロセスに何か新しい磁場の可能性を提示できないか」というのが磁気科学という分野であろうと思う。

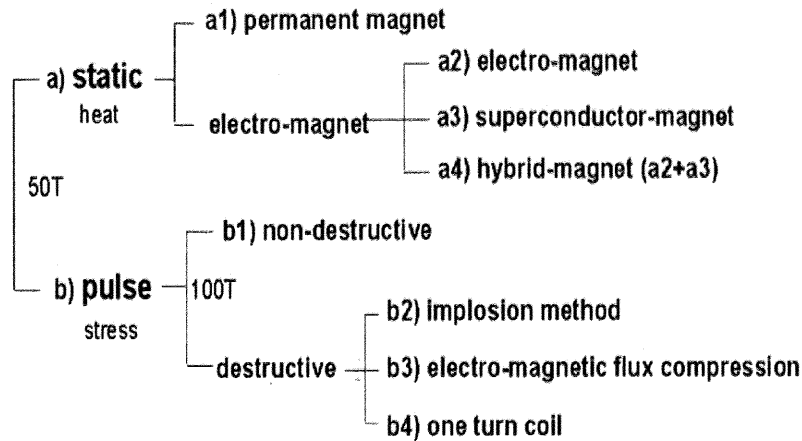


図 9.1: 磁場発生方法の分類。

参考までにパルス磁場についても述べる。パルス強磁場には破壊型 (b2,b3,b4) と非破壊型 (b1) がある。通電する電流 (I) から発生した磁場 (B) の応力に装置が耐えられるか否かが破壊型と非破壊型の違いであり、そこには 100T の壁がある。また、非破壊型は磁場発生時間が  $10^{-3}$ sec と比較的長時間であるのに対し、破壊型は  $10^{-6}$ sec と短い。これは非破壊型が LCR 回路をうまく用いて時間を稼いでいるためである。(b2) は爆縮法と呼ばれる方法で、(b1) と同じくコンデンサーバンクで発生させた初期磁束を爆薬によって急激に濃縮する方法である。最も強力な磁場を発生させることができるが、危険であり物性測定にはあまり向いていない。cylinder type に加えて、cascade liner や flat type といった爆縮法もある。(b2) は電磁濃縮法と呼ばれるもので原理としては爆縮法と同じである。コンデンサーバンクからの初期電流は、スチール内部に配置された銅製のライナーに逆向き誘導電流を発生させる。そして初期の磁束は、その銅製リングがローレンツ力によって収縮することで濃縮される。(b4) は (b2,3) が implosion であったのに対し、コンデンサーバンクに電流を瞬間通電し、ローレンツ力で copper coil が外側に破壊されるので、explosion である点の特徴である。このため測定サンプルは生き残るので何回でも同じ測定ができ、精度・再現性の面で優れている。

## 第10章 謝辞

最初のグループ決めの第二志望で「磁気」と書いていたのが縁で、大学院の二年間を磁気科学グループの一員として過ごすことになりました。理科大の卒業研究で「拡張ハバードモデルの厳密基底状態」なる理論計算をやっていると感じたのですが、理論と実証のやり取りが見えるものをやってみたい、と思ったのが実験系に移った大きな動機でした。

高木先生には超ご多忙の中、色々と面倒を見ていただきありがとうございました。野原先生も超ご多忙の中、時々私がするトリビアな質問にも丁寧にお答えいただきまして非常に感謝しております。非常勤で物材機構の廣田さんには、グループ配属後から今日に至るまで、研究の全てにおいてお世話になりました。特に自分の研究内容を外部に発表する時の準備に対する力の入れようは並々ならぬものがあり、文章の書き方からスライドのフォントの大きさ・色・配置に至るまで実に事細かに教えていただきました。裏を返せば、そこが私に最も欠落している部分の一つでした。この研究室に来て、また、廣田さんに指導していただいて最も印象に残ったのはその点であり、「自分の研究をいかに外部の人にわかってもらうか」ということに注力することは、研究を進めていく上で最も基本的なものの一つだと感じ入りました。

地下の実験室が和田研究室に変わったこともあり、和田先生には調子はどうかと時々お声をかけていただき、また助手の安藤さんには測定系や発表練習等でお世話になりました。尾崎さんには超伝導マグネットの開発や原理といったことをご教授いただきました。ありがとうございました。

実験装置を引き継いだこともあり、博士課程の中村浩之さんにも非常にお世話になりました。熱電対すら知らなかった私ですので、ご自身の研究も忙しい中、本当に色々ご迷惑をおかけしたと思います。この場を借りてお詫び申し上げます。実に巧みに工夫されて実験系を構築されていることが、実験を進めていくにつれてわかり、中村さんの偉大さを痛感する日々でした。会食での中村さんの発表も、難しい事を話しているのにその説明は常に明快・簡潔であり、深く感銘を受けました。今後ますます活躍されることをお祈りしております。原さんと斉藤さんには、私が修士一年生の時の一年間お世話になりました。お二人とも自分の信念を容易には曲げない胆の据わった方達であり、尊敬に値する方達でした。

kt-labのスタッフの方々や博士課程の岡本さんや高島さんには、実験・測定装置のことで色々教えていただきありがとうございました。非常に感謝しております。また、同期のM2の皆さんにも色々お助けいただき、また、お互いに良き相談役として信頼ある関係を築くことができたと思います。これから先もよろしく願います。M1やB4の皆さんには蹴球や籠球の戦闘要員として重宝してもらいました。その気遣いに感謝いたします。ここまで書いてきて、非常に多くの人に支えられて二年間を送ることができたことと改めて実感いたしました。皆様誠に有難う御座いました。

## 参考文献

- [1] Harvey P. Utech and Merton C. Flemings, *J. Appl. Phys.* **37**, 2011 (1966)
- [2] H.A.Chedzey and D.T.J.Hurle, *Nature* **210**, 933 (1966)
- [3] Yoshinori Nakagawa, *Nature* **175**, 417 (1955)
- [4] S.Chandrasekhar, *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*, (Dover Publications, NY, 1981)
- [5] A.F.Witt, C.J.Herman and H.C.Gatos, *J. Mater. Sci.* **5**, 822 (1970)
- [6] Keigo Hoshikawa, *Jpn. J. Appl. Phys.*, **21**, L545 (1982)
- [7] Hiroshi Hirata and Keigo Hoshikawa, *J. Crystal Growth*, **96**, 747 (1989)
- [8] D.Braithwaite,E.Beaugnon and R.Tournier, *Nature*, **354**, 134 (1991)
- [9] Hiromichi Uetake *et al.*, *J. Appl. Phys.*, **87**, 6310 (2000)
- [10] Jun Nakagawa *et al.*, *J. Appl. Phys.*, **86**, 2923 (1999)
- [11] 西沢潤一編, プロセスの基礎 (半導体研究 / 半導体研究振興会編 ; 20 . 超 LSI 技術 ; 7) p253~p284
- [12] シリーズ結晶成長のダイナミクス 7巻 流れのダイナミクスと結晶成長 共立出版
- [13] Iwao Mogi *et al.*, *Jpn. J. Appl. Phys.*, **42**, L715 (2003)
- [14] 磁気科学-磁場が拓く物質・機能および生命科学のフロンティア- 監修 北澤宏一  
Industrial Publishing and Consulting, Inc.
- [15] Hiroyuki Nakamura *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 144501 (2005)
- [16] L.J.Delucas *et al.*, *Science*, **246**, 651 (1989)
- [17] D.C.Yin *et al.*, *J. Crystal Growth* **270**, 184 (2004)
- [18] J.Huang *et al.*, *Phys. Rev. E* **58**, 5164 (1998)
- [19] J.Qi *et al.*, *J. Crystal Growth* **204**, 408 (1999)
- [20] Toshio Tagawa *et al.*, *Int. J. Heat Mass Transfer* **460**, 4097 (2003)

- [21] Syou Maki and Mitsuo Ataka, J. Appl. Phys. **96**, 1696 (2004)
- [22] 改訂3版 科学便覧 日本化学会編 丸善
- [23] S.Rasenat *et al.*, Experiments in Fluid **7**, 412-420 (1989)
- [24] R.Cini and M.Torrini, J. Chem. Phys., **49**, 2826 (1968)
- [25] J.S.Philo and W.M.Fairbank, J. Chem. Phys., **72**, 4429 (1980)
- [26] Todd M.Squires and Stephan R.F Quake, Rev. Mod. Phys., **77**, 977 (2005)