

重合メッシュ法による有限被覆法の精度向上に関する研究

環境学専攻 人間人工環境コース
36786 嶋村 寿文 (2005年9月修了)
指導教員 鈴木 克幸 助教授

Recently, Computer Aided Engineering (CAE), which the structural analysis is used the computer for all the processes from a design to a simulation, has established widely in the engineering design field. But, in complex 3D solids, it is impossible to generate meshes automatically. It depends for it on specialists of mesh generation. Although, there is also a method of carrying out the voxel subdivision of the model and analyzing it, the boundary of a model doesn't fit geometrical forms. In this paper, the mesh superposition method is used to solve this problem. As a global mesh, it used having carried out the voxel subdivision of the whole model, and, a local mesh is overlapped and analyzed to the position which we wants to analyze detailed stresses. It compared with the stresses of the reference mesh.

Key words : Mesh superposition method, Voxel Analysis, FCM, Conjugated Projected Gradient method

1. 緒言

近年, 工学設計現場では, 設計からシミュレーションまでのプロセスを全て計算機上で行う Computer Aided Engineering (CAE)が, 広く定着している. 一方, CAE にはいまだ解決されていない課題も存在する. 複雑な 3 次元ソリッドにおいて, 完全に自動でメッシュ生成することは不可能である. この為, 設計現場ではアプリケーションが自動生成したメッシュを, 専門知識をもつ人間が手作業で修正しているのが現状である. このメッシュ生成の問題に対し, すべてボクセルに切って解析するボクセル解析もある. このボクセルの手法を発展させた有限被覆法(FCM)の研究が, 本研究室でも行われてきた. 被覆という概念を取り入れ境界要素の積分領域を工夫することで, ボクセルモデルに対して, 物体形状の情報をより豊かに表現でき, 精度の向上を実現している. しかし, この手法でも境界表現がギザギザな部分は, 解析精度が悪くなってしまう. そこで, 有限被覆法と重合メッシュ法の統合をすることで, これらの問題の解決を図った. また, FCM では, 節点に直接拘束を与えられない場合の変位拘束条件として, 共役射影勾配法を用いるが, それを FCM 重合メッシュ法に適用できるように, 拡張した.

2. 理論

2.1 重合メッシュ法

重合メッシュ法では, グローバルなモデルのメッシュと, ローカルな領域のメッシュをそれぞれ独立に定義する. それぞれの領域に対して, グローバルモデルにおける変位 \mathbf{u}^G とローカルモデルの変位 \mathbf{u}^L を定義し, 物理的な変位を式(1)のようにこれらの重ね合わせで表現する.

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^G + \mathbf{u}^L \quad (1)$$

ただし, 変位の連続性を保証するため, 領域 Ω と領域 Ω^L の境界 Γ^{GL} 上では $\mathbf{u}^L = \mathbf{0}$ とする. これを通常の有限要素法と同様に離散化を行うことで, 重合メッシュ法の基礎方程式が導かれる.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}^G & \mathbf{K}^{GL} \\ \mathbf{K}^{LG} & \mathbf{K}^L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^G \\ \mathbf{u}^L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}^G \\ \mathbf{f}^L \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{K}^G = \int_{\Omega^G} \mathbf{B}^{GT} \mathbf{D} \mathbf{B}^G d\Omega, \quad \mathbf{f}^G = \int_{\Omega} \mathbf{N}^{GT} \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma_i} \mathbf{N}^{GT} \mathbf{t} d\Gamma$$

$$\mathbf{K}^L = \int_{\Omega^L} \mathbf{B}^{LT} \mathbf{D} \mathbf{B}^L d\Omega, \quad \mathbf{f}^L = \int_{\Omega_L} \mathbf{N}^{LT} \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma_i^L} \mathbf{N}^{LT} \mathbf{t} d\Gamma$$

$$\mathbf{K}^{GL} = \int_{\Omega^L} \mathbf{B}^{GT} \mathbf{D} \mathbf{B}^L d\Omega$$

$$\mathbf{K}^{LG} = \int_{\Omega^L} \mathbf{B}^{LT} \mathbf{D} \mathbf{B}^G d\Omega = \mathbf{K}^{GLT} \quad (3)$$

である. なお(2)式において \mathbf{K}^G , \mathbf{K}^L はそれぞれ, グローバルモデル, ローカルモデル上で定義される通常の剛性マトリクスである. また \mathbf{K}^{GL} が両モデル間の連成効果を表すマトリクスである.

2.2 有限被覆法 (FCM)

Fig.1 のように, ボクセル要素に物体の境界が交わる場合, ボクセルでは境界を考慮せずに要

素剛性を計算するが、FCM では、物体領域内（斜線部）で、要素剛性を計算する。

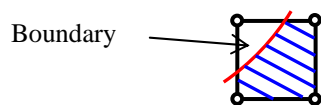


Fig.1 Element and boundary

2.3 FCM と重合メッシュ法の統合

式 (2) において、グローバル \mathbf{K}^G を、物体領域を考慮した \mathbf{K}_{FCM}^G にする。

3. 2次元解析

3.1 参照メッシュと重合メッシュ

Fig.2 のモデルで解析する。Fig.3 が参照メッシュ（336 節点）Nastran 解析と、重合メッシュ法によるグローバルメッシュ（859 節点）とローカルメッシュ（153 節点）である。ローカルは、参照メッシュの一部を von Mises 応力の一番高い部分に重ねる。また、赤線は境界である。

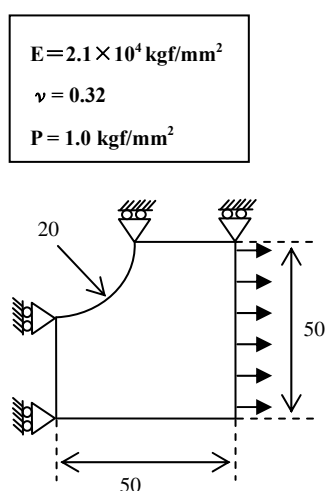


Fig.2 Analysis model

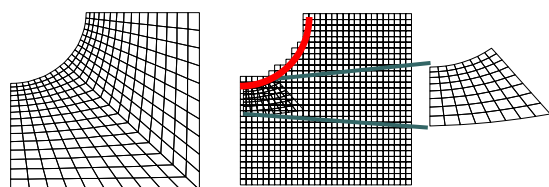


Fig.3 Reference mesh and Mesh super position method

Fig.4 に参照メッシュ、von Mises 応力分布と、最大 von Mises 応力部分の拡大図を示す。

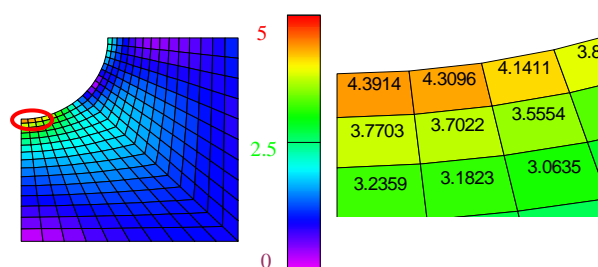


Fig.4 von Mises stress distribution of a reference mesh (Nastran Analysis)

3.2 FCM 重合メッシュ法解析

Fig5 に von Mises 応力分布と、最大 von Mises 応力部分の拡大図を示す。

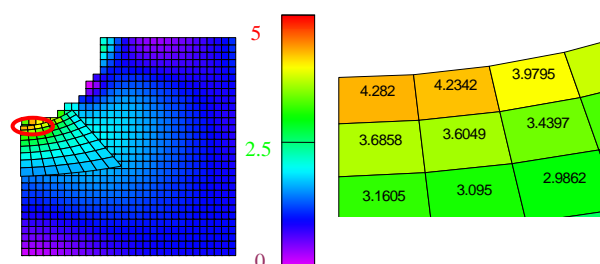


Fig.5 von Mises stress distribution of Mesh superposition method (FCM+MSM)

FCM 重合メッシュ法では、参照メッシュとの最大 von Mises 応力誤差は、2(%)と精度の良い結果が出た。

4. 3次元解析

4.1 V-CAD

3次元では、CAD データを自動的にボクセルメッシュする V-CAD を使用する。V-CAD 特有のデータとして、サブボクセルデータ、境界面データがある。前者は、FCM の境界要素剛性計算の際に利用し、後者は、境界条件として利用した。ただ、V-CAD はメッシャー機能だけで、プリポストとして使えないので、Fig.6 のように FEMAP に V-CAD のメッシュデータを入力して、解析後の可視化にも使用した。

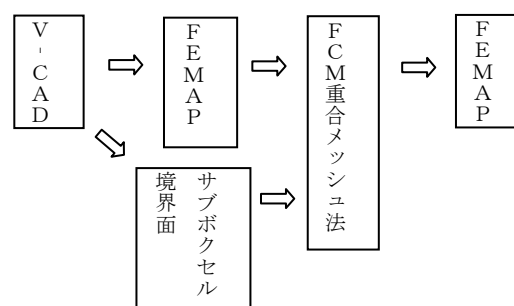


Fig.6 Process

4.2 解析の条件

解析モデルとして、文献値[1]に載っている理論解があるものを用いた。このモデルに対して、自動の四面体メッシュ、手動の六面体メッシュ、そして、グローバル：ボクセル、応力集中部にモデル形状のローカルメッシュを重ねた、重合メッシュの3種類で比較した。詳細な比較を行なうための条件は下のようにした。

- ① 応力集中部のメッシュ分割数は同じにする。
- ② 自由度を近づける。
- ③ 四面体は精度の良い2次要素を使う。

4.3 解析例題

『半円形環状ノッチを持つ丸棒が引っ張りを受ける場合』

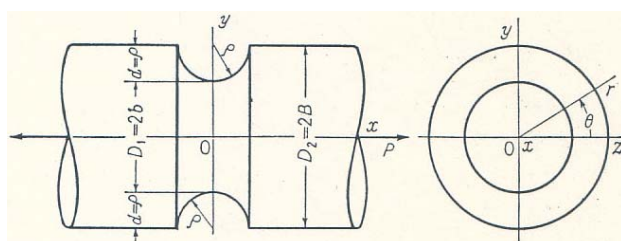


Fig.7 Analysis model

$$E = 2.1 \times 10^4 \text{ kgf/mm}^2$$

$$\nu = 0.30$$

Table 1 Parameter of model

Parameter	Value
D	100
b	40
d	10
ρ	10
ρ/B	0.2
P	7854
σ	1

一般部応力

4.4 文献の理論解

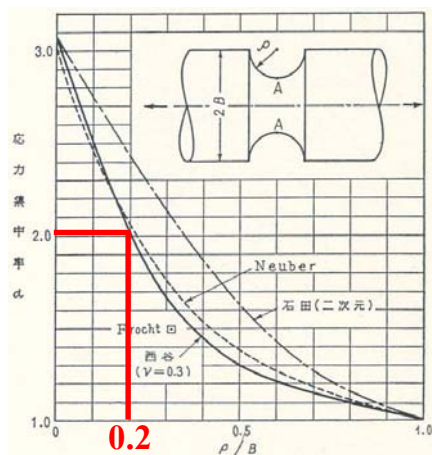


Fig.8 Rate of Stress concentration

Fig.8 から、応力集中率の理論解は、 $\alpha = 2.02$

4.5 四面体メッシュ、六面体メッシュ、重合メッシュ

最小断面 $x=0$ におけるノッチの底すなわち $r=b$ の円周 A 上の σ_x が最大応力となり、最小断面の σ_x 平均値 $\sigma_0 = 1.56$ で応力集中部（赤印）の応力を割った

$$\alpha = \frac{(\sigma_x)_{x=0, r=b}}{\sigma_0} \quad (4)$$

が応力集中率である。また、Fig.9 の黄色領域がローカルメッシュの部分である。

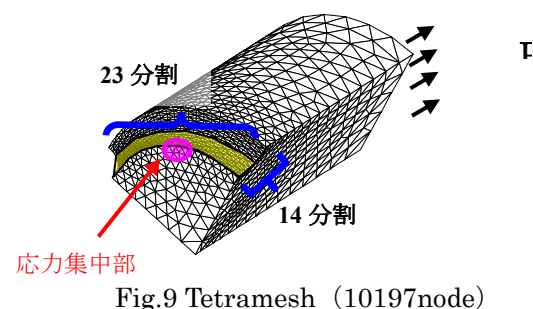


Fig.9 Tetramesh (10197node)

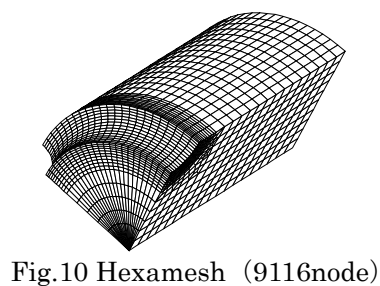


Fig.10 Hexamesh (9116node)

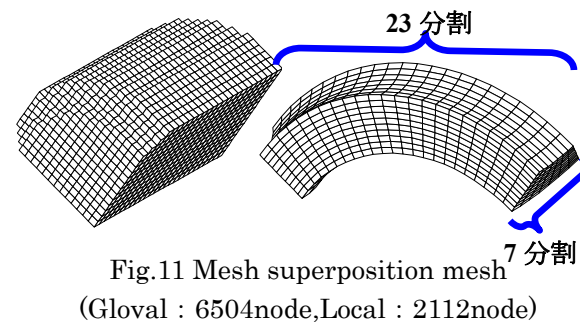


Fig.11 Mesh superposition mesh

(Global : 6504node, Local : 2112node)

Fig.12,13,14 に四面体メッシュ、六面体メッシュ、重合メッシュ法の x 方向の応力を示す。

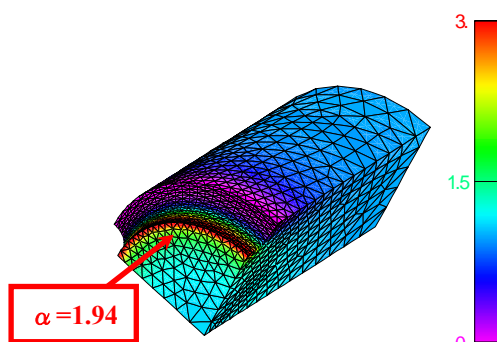


Fig.12 StressX of Tetramesh(Nastran)

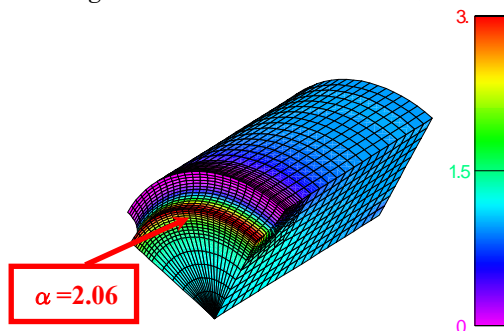


Fig.13 StressX of Hexamesh(Nastran)

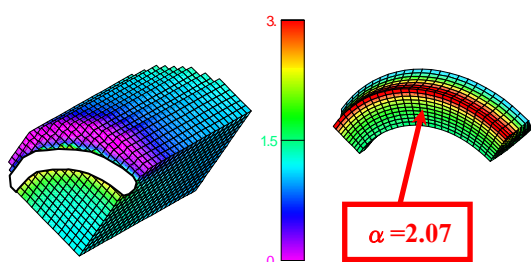


Fig.14 StressX of Mesh superposition mesh (FCM+MSM)

Table2 Comparison

	最大 σ_x	α	誤差(%)
理論値		2.02	
四面体	3.04	1.94	4
六面体	3.22	2.06	1.9
FCM重合メッシュ法	3.23	2.07	2.4

FCM 重合メッシュ法は、四面体よりも精度が良く、六面体と比べてもほとんど差はなかった。

5. 変位拘束条件

5.1 重合メッシュ法の問題点

FCM の変位拘束条件は、鈴木康祐（2005 修論）が、CPG 法によって解決した。しかし、FCM 重合メッシュは、(2)式にあるようにマトリクスの形が特殊な形をしている為、そのまま適用することができない。それは、変位拘束の射影マトリクスがグローバルだけしか掛からないことと、通常、反復法は前処理行列を掛け合わせるが、重合メッシュ法のマトリクスでは、前処理行列をつくることができないことである。

5.2 対角ブロック ICCPG 法

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}^G & \mathbf{K}^{GL} \\ \mathbf{K}^{LG} & \mathbf{K}^L \\ \mathbf{Q}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}, \mathbf{Q} = \int_{\Gamma} \mathbf{N}^T d\Gamma, \mathbf{Q}^T \mathbf{u} = 0 \quad (5)$$

対角ブロックのみを不完全コレスキー分解した「対角ブロック ICCPG 法」による反復法を

提案する。この手法は前処理行列として、重合メッシュ法のグローバル、ローカルモデルそれぞれの剛性マトリクスを不完全コレスキー分解したものを用いるというものである。また、射影マトリクスがグローバルだけにかかるようにアルゴリズムの変更を行なった。

5.3 検証

円環モデルで行なった。参照メッシュと FCM 重合メッシュ法の vonMises 応力を Fig.15 に示す。また、対角ブロック ICCPG 法と FCM の ICCPG 法の比較を、Fig.16 に示す。

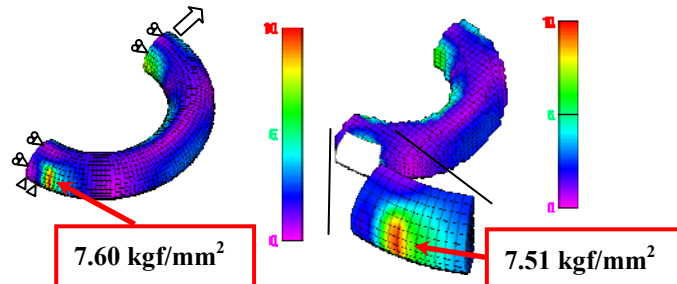


Fig.15 von Mises stress

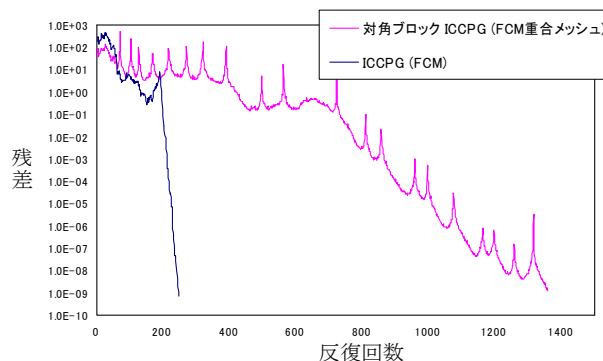


Fig.16 Comparison between FCM+MSM and FCM

FCM の ICCPG 法に比べて 4 倍の反復を要したが、FCM 重合メッシュ法でも変位拘束条件を与えられるようになった。また、参照メッシュとの誤差も 1.2% と良い精度であった。

6. 結論

FCM 重合メッシュ法は、FEM のように、どこでも境界条件を与えることができる。また、グローバル、ローカルメッシュを自動生成でき、自動メッシュできる四面体よりも精度が良く、自動メッシュできない六面体並みの精度であることから、この 2 つの方法よりも優位性がある。

文 献

- 1) 西田正孝,応力集中 増補版,森北出版,1988