

修士論文

レーザー干渉計型重力波検出器のための
Fabry-Perot 共振器の共振引き込み研究

東京大学大学院理学系研究科天文学専攻 和泉究

2009 年 2 月

Abstract

本論文は重力波検出器における Fabry-Perot 共振器の共振引き込みに関する実験的研究についてまとめたものである。現在レーザー干渉計型重力波検出器の大形化・高感度化の将来計画が具体化するなか、検出器の一部である Fabry-Perot 共振器の共振引き込みがさらに困難になるということが非常に重要な問題になってきている。

共振引き込みとは非共振状態から、制御を用いて共振状態へ移行する行程を指す。引き込みの困難は、共振器長制御に使うアクチュエータとセンサーが重力波感度を最大にするように最適化されていることに起因している。加えて共振器を構成する鏡はワイヤーにより懸架されているため、非制御時には大きな速度で振動している。この速度が大きい場合には共振引き込みはさらに難しくなると予想される。

このような背景のなか我々は次世代検出器計画に向けた共振引き込みの性能試験のためにガイドロックを TAMA300 にインストールし、その性能評価を行った。ガイドロックはデジタル制御を用いたインテリジェントな制御系で、共振器の速度を減速させながら共振点まで誘導する手法である。この手法はこれまでの先行研究から、減速性能に限界があることが経験的に知られていたが、定量的な試験は行われておらず、はっきりした原因はわかっていなかった。今回我々はこのガイドロックの性能評価試験を通じて、その性能限界が加速度成分にあることを突き止めた。

さらにこの結果を受けて我々は、加速度を測定しその効果を打ち消すような新しいインテリジェント制御を考案した。実際に新方式を TAMA300 へ実装した結果 0.15 倍程度まで速度を減速することが可能であることを実験的に証明することに成功した。これはアクチュエータ効率に換算して実に 44 倍も効率を上昇させたことに相当する。

序章

重力波とは光速 c で伝播する時空のさざ波である。重力波は 1916 年に A.Einstein が発表した一般相対性理論から予言される [1]。これまで重力波の直接検出は達成されていないが、その存在は 1975 年に電波天文学者の Hulse と Taylor が発見した PSR1913+16[2] の数 10 年にわたるスピンドアウンの観測から間接的に証明されている [3], [4]。また、最近ではクエーサー OJ287 を black hole 連星であるとモデル化すると、伴星 black hole が主星 black hole 周りのディスクへ突入することで起きるアウトバーストのタイミングが重力波放出の補正を加えることで一致するという間接的な検証もなされている [5]。

重力波は物質との相互作用が電磁波のそれと比較して、非常に小さいためその検出は非常に難しい。一方でその透過力ゆえに電磁波では観測することのできなかった非常に密度の高い天体や天体現象 (e.g. 初期宇宙, 超新星爆発時のコア, ...) の情報が取り出せると予想されている。したがって重力波の検出により一般相対論の検証をするとともに天文学の新しい窓の開拓、すなわち「重力波天文学」の創成が期待されている。

現在世界中で人類初の重力波の直接検出を目指し、TAMA300[6], VIRGO[7], GEO600[8], LIGO[9] などの長基線長レーザー干渉計型重力波検出器が稼働しており、科学的なデータを蓄積しつつある。これらの観測によりすでに 2007 年 2 月のガンマ線バーストの放射起源に制限をつけるなどの天文学的な貢献も始まっている [10]。上記の検出器はそれぞれ次世代に向けたグレードアップを計画しており、さらに重力波感度を上昇させる予定である。

これらのレーザー干渉計型検出器では、Fabry-Perot 共振器を装備している。さらに自由質点の再現と防振のために Fabry-Perot 共振器を構成する鏡はワイヤーにより懸架されている。この共振器長は能動制御により、最も重力波に対する感度の大きくなる共振状態に常に維持されている必要がある。また観測時には重力波により引き起こされる共振器長変動も制御され、その負帰還制御信号から重力波信号を抽出している。

共振器長制御には主に共振引き込みと共振維持の 2 つの役割がある。共振時には共振器長変動に対して線形な応答をするが、一方でひとたび共振から外れ、引き込みの段階になると非常に非線形な信号が表れる。このとき頻繁に共振を通過するのが観測され、共振通過のたびに得られるごくわずかな線形信号を用いて、共振状態に戻さなければならない

め一般的に引き込みは容易ではない。また、引き込みに時間がかかってしまえばその分観測時間が減ってしまうため、引き込みはレーザー干渉計型検出器における重要な問題の 1 つである。

近年、検出器の高感度化の計画が具体化するにつれて、この共振引き込みの問題がさらに深刻になりつつある。これは共振器長制御用アクチュエータの効率の低減化、高フィネス化に起因する。これによりアクチュエータの加えることのできる最大の力に制限が付くため、限られた力で共振引き込みを達成しなければならず、加えてフィネスが高いほど線形信号の得られる領域は狭くなってしまう。この問題を解決する方法として現在 suspension point interferometer[26], auxiliary laser[17], digital interferometer[27], ガイドロック [24] などが提案されている。

このような背景のなか我々は次世代計画に向けた共振引き込みの性能試験のために比較的簡易に採用可能なガイドロックを TAMA300 にインストールし、その性能評価を行った。ガイドロックはデジタル制御を用いたインテリジェントな制御系で、共振器の速度を減速させながら共振に誘導する手法である。この手法はこれまで減速性能に限界があることが経験的に知られていたが、定量的な試験は行われず、はっきりした原因はわかっていなかった。今回我々はこのガイドロックの性能評価試験を通じて、その性能限界が加速度成分にあることを理論的にも実験的にも矛盾しないことを突き止めた。

この結果を受けて我々はさらに、加速度を測定しその効果を打ち消すような新たなインテリジェント制御を考案した。実装した結果 0.15 倍まで速度を減速できることを実験的に証明したのでここにまとめる。

本論文の構成を述べる。第 1 章では重力波についてその特性や放射理論、期待される重力波源についてまとめたのち、レーザー干渉計型重力波検出器についてその検出原理等を述べる。第 2 章でその検出器に使われる Fabry-Perot 共振器の特性についてまとめる。第 3 章では Fabry-Perot 共振器の制御の詳細を述べ、今回用いた引き込み技術であるガイドロックを導入する。さらに第 4 章で従来のガイドロックは鏡の加速度により性能が制限されていることを実験的に示す。第 5 章では加速度を考慮した新方式のガイドロック試験の結果をまとめ、最後に第 6 章で本論文をまとめる。

目次

第 1 章	重力波とその検出	1
1.1	重力波の導出	1
1.2	重力波の特性	4
1.3	重力波の輻射	6
1.4	重力波源	8
1.5	レーザー干渉計型重力波検出器	11
1.6	FPMI による重力波検出	15
1.7	世界の大型干渉計型検出器	17
第 2 章	Fabry-Perot 共振器	19
2.1	Fabry-Perot 共振器の特性	19
2.2	Pound Drever Hall 法	22
2.3	過渡応答	28
第 3 章	Fabry-Perot 共振器の共振引き込み	30
3.1	共振器変位とその速度	30
3.2	アクチュエータと制御系	33
3.3	共振引き込み	39
3.4	引き込み可能な速度	41
3.5	共振引き込み技術	44
3.6	ガイドロック	47
第 4 章	ガイドロックにおける加速度の影響	52
4.1	セットアップ	52
4.2	共振通過速度の校正	53
4.3	加速度の取扱い	55
4.4	加速度の減速効果への影響	60

4.5	帰還率	61
4.6	引き込み確率と最適化	64
4.7	本章のまとめ	68
第 5 章	加速度を考慮した新ガイドロック	69
5.1	新方式のガイドロック	69
5.2	自由質量フィルタ	77
5.3	帰還する割合	77
5.4	引き込み可能な割合	79
5.5	議論	80
第 6 章	まとめ	85
付録 A	加速度 1 次の効果の考察	86
付録 B	デジタルフィルタ	88
B.1	構成	88
B.2	遅延時間	89
付録 C	パワーリサイクリング状態での動作	91
謝辞		93
参考文献		95

第 1 章

重力波とその検出

本章では重力波とその検出について述べる。重力波は線形化された Einstein 方程式から、波動方程式の解として与えられる。重力波は自由質量間の固有距離を変化させるため、検出方法としてレーザー干渉計を用いた方法がある。以下ではこれらを詳しく見て行く。

本章の構成を述べる。まず重力波に対する波動方程式の導出を示したのち、重力波の特性と期待される重力波源を紹介する。その後重力波の特性を利用したレーザー干渉計型重力波検出器の検出原理を述べて行く。章の最後には世界の大型干渉計型検出器計画について少しふれる。

1.1 重力波の導出

1.1.1 重力場の方程式

一般相対性理論において時空の 2 点間の距離 ds は計量テンソル $g_{\mu\nu}$ を用いて次のように定義する。

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (1.1)$$

ギリシャ文字の添字は $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3, 4$ を表し、時間と空間は $x^\mu = (ct, x, y, z)$ と四次元に統一されて表される。さらに重力場を含む時空は Einstein 方程式、

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1.2)$$

で記述される [11]。ここで $G_{\mu\nu}$ は Einstein テンソル、 $R_{\mu\nu}$ は Ricci テンソル、 $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$ は Ricci スカラー曲率、 $T_{\mu\nu}$ は stress energy momentum テンソルである。また $R_{\mu\nu}$ は

計量テンソル $g_{\mu\nu}$ の関数である。

$$R_{\mu\nu} = \Gamma_{\mu\nu,\rho}^\rho - \Gamma_{\mu\rho,\nu}^\rho + \Gamma_{\mu\nu}^\rho \Gamma_{\rho\sigma}^\sigma - \Gamma_{\mu\sigma}^\rho \Gamma_{\nu\rho}^\sigma \quad (1.3)$$

$$\Gamma_{\rho\sigma}^\mu = \frac{1}{2} g^{\mu\nu} (g_{\sigma\nu,\rho} + g_{\rho\nu,\sigma} - g_{\rho\sigma,\nu}) \quad (1.4)$$

ここで $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$ は Christoffel 記号である。したがって Einstein 方程式は $g_{\mu\nu}$ の関数であることがわかる。 $g_{\mu\nu}$ は時空の計量を表すので、すなわち Einstein 方程式が重力場（時空の歪み）を記述する方程式であることを意味する。

1.1.2 Einstein 方程式の線形化

さて続いてミンコフスキー計量 $\eta_{\mu\nu}$ について微小線形摂動 $h_{\mu\nu}$ を考える ($|h_{\mu\nu}| \ll 1$)。また今後は添字の昇降は $\eta_{\mu\nu}$ で行えるとする (e.g. $A^\alpha = \eta^{\alpha\beta} A_\beta$)。以下ではこの微小摂動 $h_{\mu\nu}$ を用いて Einstein 方程式を書き直す。摂動を含む計量テンソル $g_{\mu\nu}$ は

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad (1.5)$$

のように書き表される。ただしミンコフスキー計量 $\eta_{\mu\nu}$ は非対角成分は全てゼロで、対角成分に $\text{diag}(\eta_{\mu\nu}) = (-1, 1, 1, 1)$ を持つ行列である。最終的にはこの $g_{\mu\nu}$ を Einstein 方程式へ代入し、 $h_{\mu\nu}$ に対する方程式を導きたい。そこで具体的な計算に先立っていくつか準備をしておく。

まず trace reverse tensor $\bar{h}_{\mu\nu}$ を導入する。

$$\bar{h}_{\mu\nu} \equiv h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} h \quad (1.6)$$

ただし $h_{\mu\nu}$ のトレースを $h = h^\alpha{}_\alpha$ と置いた。また $\bar{h}_{\mu\nu}$ は、その名前の由来である

$$\bar{h} = \bar{h}^\alpha{}_\alpha = -h \quad (1.7)$$

の関係を満たす。これらを用いて $h_{\mu\nu}$ を書き直すと

$$h_{\mu\nu} = \bar{h}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} h \quad (1.8)$$

と表される。

では実際に Einstein テンソル $G_{\mu\nu}$ を計算してみる。

$$G_{\mu\nu} = -\frac{1}{2} [\bar{h}_{\mu\nu,\sigma}{}^{,\sigma} + \eta_{\mu\nu} \bar{h}_{\sigma\rho}{}^{,\sigma\rho} - \bar{h}_{\mu\sigma,\nu}{}^{,\sigma} - \bar{h}_{\nu\sigma,\mu}{}^{,\sigma} + O(h_{\mu\nu}^2)] \quad (1.9)$$

このままでは式が煩雑であるのでローレンツゲージ条件、

$$\bar{h}^{\mu\nu}{}_{,\nu} = 0 \quad (1.10)$$

を課す。加えて微分演算公式

$$f^{,\mu}_{;\mu} = \left(-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \right) f \quad (1.11)$$

を利用する。ただしローマ字の添字は $i = 1, 2, 3$ のように空間要素に対して数えるものとする。すると Einstein テンソルは結局

$$G_{\mu\nu} = -\frac{1}{2} \left(-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \right) \bar{h}_{\mu\nu} \quad (1.12)$$

と簡単になる。したがって計量に微小摂動がある系では Einstein 方程式は次の形に書き直される。

$$\left(-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \right) \bar{h}_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1.13)$$

以上の一連の流れを Einstein 方程式の線形化と呼ぶ。

1.1.3 重力波解

ここでは簡単のために真空の場合、すなわち $T_{\mu\nu} = 0$ の場合の Einstein 方程式を考える。式 (1.13) から

$$\left(-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \right) \bar{h}_{\mu\nu} = 0 \quad (1.14)$$

が得られる。これは重力波 $\bar{h}_{\mu\nu}$ に対する波動方程式である。またその伝搬速度は上式の時間微分の係数より光速 c であることがわかる。波動方程式の解は一般に

$$\bar{h}_{\mu\nu} = A_{\mu\nu} \exp(ik_\alpha x^\alpha) \quad (1.15)$$

の重ね合わせで表される。ここで $A_{\mu\nu}$ は振幅を表すテンソルである。 k_α は 4 次元波数ベクトルで 3 次元の波数ベクトル \mathbf{k} を用いて $k_\alpha = (\omega, \mathbf{k})$ となる。また関係式 $|\mathbf{k}|^2 = \omega^2/c^2$ を満たしている。さらにローレンツゲージ条件 (1.10) を思い出すと、振幅テンソルに対して次の制限が課される。

$$A_{\mu\nu} k^\nu = 0 \quad (1.16)$$

これは重力波 $\bar{h}_{\mu\nu}$ が横波であることを示している。

続いて TT(Transverse Traceless) ゲージ条件を課す。

$$A^\alpha_\alpha = 0 \quad (1.17)$$

$$A_{\mu\nu} U^\nu = 0 \quad (1.18)$$

ただし U^μ は任意の時間的 (timelike) な 4 次元単位ベクトルである。すると結局式 (1.6) から

$$\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} \quad (1.19)$$

となることに注意されたい。

以上を加味して $U^\mu = \delta^\mu_0$ を基底に z 方向に伝搬する ($k_\alpha = (\omega, 0, 0, \omega/c)$) 平面波解を記述すると次の式にまとめられる。

$$h_{\mu\nu} = A_{\mu\nu} \exp(i\omega(t - z/c)) \quad (1.20)$$

$$A_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.21)$$

となる。ここで h_+ , h_\times は2つの独立な偏光モードを表している。

次節では重力波の特性について見て行く。

1.2 重力波の特性

1.2.1 自由質点に与える影響

ここでは重力波が自由質点に与える影響を見て行く。自由質点は次の測地線方程式に従って運動する。

$$\frac{d}{d\tau} U^\alpha + \Gamma^\alpha_{\mu\nu} U^\mu U^\nu = 0 \quad (1.22)$$

ただし U^μ は質点の4次元速度ベクトルである。初期に静止していた質点の運動は

$$\frac{d}{d\tau} U^\mu = -\Gamma^\mu_{00} \quad (1.23)$$

$$= -\frac{1}{2} \eta^{\mu\nu} (h_{\nu 0,0} + h_{0\nu,0} - h_{00,\nu}) \quad (1.24)$$

$$= 0 \quad (1.25)$$

となり、重力波による加速度が表れない。しかしこれは TT ゲージを採用したためにこのような結果になっただけであり、物理的な解釈は難しい。

そこで2質点間の距離に着目する。1つは原点に位置し、他方は $x^i = (\epsilon, 0, 0)$ に位置しそれぞれ初期状態では静止しているとする。両者の間の固有距離 Δl は

$$\Delta l \equiv \int |ds^2| \quad (1.26)$$

$$= \int_0^\epsilon |g_{11}|^{1/2} dx \quad (1.27)$$

$$\approx \epsilon + \frac{1}{2} h_{11} \epsilon \quad (1.28)$$

となる。したがって重力波は自由質量の間の固有距離を変化させることがわかる。もちろん一般相対性理論では時間と空間の区別がないため、これを光が到達する時刻が変化したととらえても良い。

1.2.2 偏光

重力波には TT ゲージにおいて 2 つの偏光モード h_+ と h_\times が存在する。このことについてもう少し詳しく述べる。

前節と同様に 2 質点を考え、そこに z 軸方向に重力波を入射させる。2 質点間の固有距離は $\epsilon^i = (\epsilon^x, \epsilon^y, \epsilon^z)$ だけ離れているとする。式 (1.20) に従う重力波を仮定するとその固有距離は

$$\begin{pmatrix} \epsilon^x \\ \epsilon^y \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} h_+ & h_\times \\ h_\times & -h_+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon^x \\ \epsilon^y \end{pmatrix} \exp(i\omega(t - z/c)) \quad (1.29)$$

$$= \frac{1}{2} h_+ \begin{pmatrix} \epsilon^x \\ -\epsilon^y \end{pmatrix} e^{i\omega(t-z/c)} + \frac{1}{2} h_\times \begin{pmatrix} \epsilon^y \\ \epsilon^x \end{pmatrix} e^{i\omega(t-z/c)} \quad (1.30)$$

と計算できる。したがって偏光モードは次の 2 つに纏められる。

- h_+ (プラスモード) は x 軸方向に伸ばすと同時に y 方向に縮める
- h_\times (クロスモード) は h_+ を 45 度回転させたモードである

図 1.1 は、2 つの重力波モードが入射した場合の質点間の応答を模式的に表している。

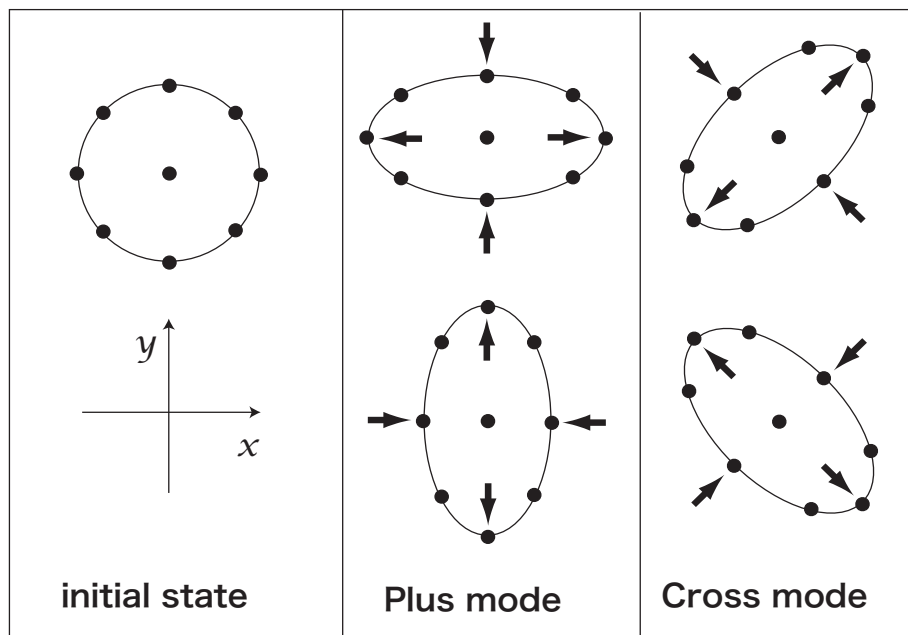


図 1.1 重力波の偏光モード模式図。左の図が初期状態を表し、円環状に質点を x - y 平面状に配置しておく。中央図が重力波のプラスモード h_+ が z 方向に入射した場合の質点間の固有距離変化を表す。上下に時間的に振動する。右図はプラスモードと同様にクロスモード h_\times の効果を表す。

1.3 重力波の輻射

電磁波輻射の類推から重力波は質量が加速度を持つことで輻射されることがわかる。ただし電磁波は主に双極子モーメントの輻射によるが、重力波には双極子モーメントが存在しないため、続く 4 重極子モーメントからの輻射となる。以下では、重力波の輻射について式を追いながら説明する。

始めに双極子モーメントから輻射される電磁波の光度 L_{em} は次のように書けたことを思い出す (*Larmor* の式)。

$$L_{\text{em}} \equiv \frac{dE}{dt} = \frac{2}{3c^2} \ddot{\mathbf{d}}^2 \quad (1.31)$$

ここで \mathbf{d} は各点電荷の双極子モーメントの和、 $\mathbf{d} = \sum_i q_A \mathbf{r}_A$ である。したがって双極子モーメントが時間変動することで電磁波が輻射されることがわかる。

続いて電磁波の双極子放射の式を重力波に適用する。次元解析から適当な係数を与える

とその光度は

$$L_{\text{GW}} \propto \frac{G}{c^3} \ddot{\mathbf{d}}^2 \quad (1.32)$$

$$\mathbf{d} = \sum_A m_A \mathbf{r}_A = \sum_A \dot{\mathbf{P}}_A \quad (1.33)$$

となることが類推できる。ただし \mathbf{P}_A は A 番目の粒子の持つ運動量である。しかし系全体での運動量は保存することから、重力波には双極子放射が存在しない。

そこで4重極子放射を考える。4重極子放射で放射される重力波は

$$h_{jk}(t, \mathbf{r}) = \frac{2}{r} \frac{G}{c^4} \ddot{I}_{jk} \quad (1.34)$$

$$I_{jk} \equiv \sum_A \left[x_j^A x_k^A - \frac{1}{3} \delta_{jk} (x^A)^2 \right] \quad (1.35)$$

で表される [12]。また、このときの重力波の光度は

$$L_{\text{GW}} = \frac{1}{5} \frac{G}{c^5} \langle (\ddot{I}_{jk})^2 \rangle \quad (1.36)$$

と書き表される。

さて、重力波が輻射するエネルギーを概算してみる。四重極モーメントの時間3階微分のオーダーは

$$\ddot{I}_{jk} \sim \frac{MR^2}{T^3} \sim \frac{Mv^3}{R} \quad (1.37)$$

のように近似できる。ここでそれぞれ M , R , T , v は考えている系の特徴的な質量, サイズ, 時間スケール, 速度を表している。これを用いて式 (1.36) のオーダーを求めると、

$$L_{\text{GW}} \sim \frac{G}{c^5} \left(\frac{M}{R} \right)^2 v^6 \sim 3.6 \times 10^{59} [\text{erg/s}] \left(\frac{r_{\text{sch}}}{R} \right)^2 \left(\frac{v}{c} \right)^6 \quad (1.38)$$

と計算できる。ここで r_{sch} は Schwarzschild 半径で $r_{\text{sch}} = 2GM/c^2$ である。さらに重力波源を天体だけにしぼって議論していく。天体は普通重力的に束縛されていることから virial 定理、

$$Mv^2 \sim \frac{GM^2}{R} \quad (1.39)$$

が成り立つとする。これを用いて式 (1.38) を纏めると、

$$L_{\text{GW}} \sim 3.6 \times 10^{59} [\text{erg/s}] \left(\frac{r_{\text{sch}}}{R} \right)^5 \quad (1.40)$$

となる。したがって、中性子星や black hole などのコンパクトな天体が重力波にとって非常に重要な波源の候補になることがわかる。

重力波によるエネルギー放出効率を ε として次のようにパラメタ化する。

$$\Delta E = \varepsilon M c^2, \quad \varepsilon \sim \left(\frac{r_{\text{sch}}}{R} \right)^{7/2} \quad (1.41)$$

これを用いて振幅を概算すると次のようになる。

$$h \sim \varepsilon^{2/7} \frac{r_{\text{sch}}}{r} \sim 3 \times 10^{-18} \left(\frac{\varepsilon}{0.1} \right)^{2/7} \frac{(M/M_\odot)}{(r/10[\text{kpc}])} \quad (1.42)$$

天体までの距離 r は銀河中心程度にスケーリングした。非常に楽観的なエネルギー効率 10 % をとったが、それでもその振幅は非常に小さい。例えば式 (1.28) より、300[m] 離れた場所に質量を置いた場合にはその固有距離は $4.5 \times 10^{-16}[\text{m}]$ 程度変化するだけである。

1.4 重力波源

以上で見てきたように重力波は 4 重極子放射によって輻射される。しかし、その振幅は非常に小さい。したがって、地上の実験室で重力波を生成しそれを検出するいわゆるベルの実験のような検出方法は非常に困難である。そこで、より質量スケールの大きな天体現象などにその波源を求めるのが自然な流れである。以下ではいくつかの有力な天文学的な重力波源を紹介する。詳細な導出、議論は参考文献 [13] によく纏まっているので、そちらを参照していただきたい。

コンパクト連星とその合体

中性子星や白色矮星、black hole などの連星系は質量 4 重極モーメントが時間とともに変化しているため重力波が輻射される。輻射される重力波の振幅はその連星系の chirp 質量

$$\mathcal{M} = \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}} \quad (1.43)$$

で特徴づけられる。連星系の回転にともなう重力波の振幅は

$$h \approx \frac{4}{r} \left(\frac{G \mathcal{M}}{c^2} \right)^{5/3} \left(\frac{\pi f_{\text{GW}}}{c} \right)^{2/3} \quad (1.44)$$

と計算される。重力波の周波数 f_{GW} は重力波の放出とともに徐々に大きくなっていく。最終的に合体するまでの残り時間を $\tau = t_{\text{coal}} - t$ と定義すると、その周波数は

$$f_{\text{GW}} = (\tau) \approx 134[\text{Hz}] \left(\frac{1.21 M_\odot}{\mathcal{M}} \right)^{5/8} \left(\frac{1[\text{s}]}{\tau} \right) \quad (1.45)$$

となる。ここで $1.21 M_\odot$ は系の主星が中性子星であるとし、伴星が同程度の質量であると仮定した場合を表している。地上のレーザー干渉計型検出器は 100[Hz] 付近に感度の中

心周波数があるため、中性子星連星の合体は地上の検出器にとって最も有力な波源の 1 つであると考えられている。

中性子星の自転からの重力波

重力波は式 (1.36) に見るように回転軸対称な質量分布の変化では重力波が放出されない。そこでまずは一般的な 3 次元回転楕円体を考える。主軸をそれぞれ a , b , c と置いたとき、慣性モーメントはそれぞれ

$$I_1 = \frac{m}{5}(b^2 + c^2) \quad (1.46)$$

$$I_2 = \frac{m}{5}(a^2 + c^2) \quad (1.47)$$

$$I_3 = \frac{m}{5}(a^2 + b^2) \quad (1.48)$$

となり、慣性モーメントテンソルは対角成分しか持たない。いま楕円体が z 軸まわりに回転しているとすると、重力波の振幅は次のように纏められる。

$$h = \frac{4\pi^2 G}{c^4} \frac{I_3 f_{\text{GW}}^2}{r} \epsilon \quad (1.49)$$

ただし波源と観測者の間の幾何配置は考慮しておらず、その距離 r だけで表記した。ここで ϵ は楕円率を表し $\epsilon \equiv (I_1 - I_2)/I_3 \approx (b - a)/a$ である。また $f_{\text{GW}} = 2f_0$ で、 f_0 は自転周波数である。

上式において重力波振幅を中性子星の典型的な物理量でスケールすると、

$$h_0 \approx 1.06 \times 10^{-25} \left(\frac{\epsilon}{10^{-6}} \right) \left(\frac{I_3}{10^{38} [\text{kg m}^2]} \right) \left(\frac{10 [\text{kpc}]}{r} \right) \left(\frac{f_{\text{gw}}}{1 [\text{kHz}]} \right)^2 \quad (1.50)$$

程度の振幅が予想される。さらに歳差角を含む場合の自転についても考えられているが、劇的な重力波振幅のオーダー変化は期待できない。

超新星爆発

完全球対称な超新星爆発からは重力波は放出されないが、爆発に非対称性が伴う場合には重力波がバースト的に放出されると考えられている。計算は状態方程式や諸パラメタに強く依存するため、多くはモデルをもとにした数値計算に依っているが、その振幅上限は

$$h \leq 10^{-20} \frac{10 [\text{kpc}]}{r} \quad (1.51)$$

程度だと予想されている。またその周波数は大きくとも数 [kHz] よりも上にはいかないと考えられている [14]。

宇宙背景重力波

宇宙論的起源から輻射される重力波で、さまざまなモードが重ね合わさっているため stochastic background などと呼ばれる。宇宙論パラメータの 1 つである重力波のエネルギー密度と重力波の振幅は

$$h = 1.5 \times 10^{-20} \sqrt{\Omega_{\text{GW}}} \left(\frac{100[\text{Hz}]}{f} \right) \quad (1.52)$$

で関係づけられる。したがって、背景重力波の観測により宇宙論パラメータに制限が付けられる。周波数 f に反比例するため、低周波での観測が有利となる。

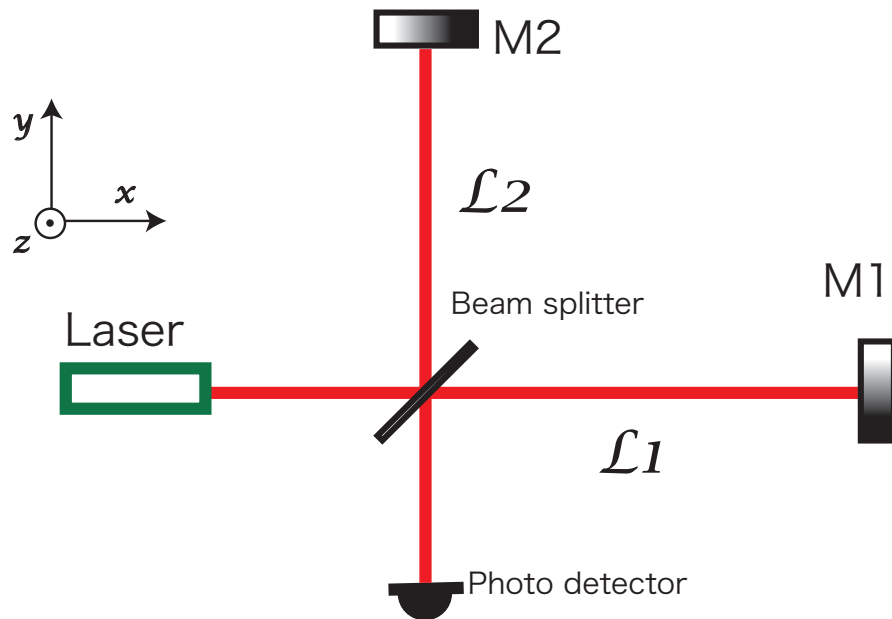


図 1.2

1.5 レーザー干渉計型重力波検出器

重力波の検出方法は多岐にわたり、電波望遠鏡を用いたパルサーからのクロックタイミングをもとに検出する pulsar timing array や、重力波に対する物質の固有応答をモニターする共振型検出器などが存在する。そのなかでも現在主流とされているのがレーザー干渉計型検出器である。

ここでは本実験で用いたレーザー干渉計型検出器について Michelson 干渉計を基に重力波検出の原理を説明する。Michelson 干渉計はレーザー干渉計のなかでも簡単な光学系である。この干渉計の概念は実際に現在稼働している大型検出器 TAMA300, GEO600, VIRGO, LIGO 等の検出原理の根底となっている。加えて重力波に対する応答の計算が容易であるため非常に重要な概念である。以下では Michelson 干渉計についてさらに詳しく見てみる。

1.5.1 Michelson 干渉計による位相検出

Michelson 干渉計は図 1.2 に示すように、レーザーから出射された光を中央の 50 %-50 % ビームスプリッターで 2 つの光路に分ける。各腕の光路を通った光は奥の鏡 (図中 M1, M2) で反射され再びビームスプリッターに戻ってくる。このときビームスプリッター上

で2光束による干渉が起こり、これを光検出器 (photo detector) を用いて観測すると明暗が検出される。

では数式を使って具体的に計算してみる。いまレーザーから発振角周波数 Ω の

$$E_{\text{in}} = E_0 e^{i\Omega t} \quad (1.53)$$

の電場を持った入射光が今ビームスプリッターへ向かって出射しているとする。2つの光路それぞれ、ビームスプリッターを通過して端の鏡で反射され再び、ビームスプリッターに戻ってくる。このときのビームスプリッターでの電場は

$$E = \frac{1}{2} E_0 e^{i(\Omega t + \phi_1)} + \frac{1}{2} E_0 e^{i(\Omega t + \phi_2)} \quad (1.54)$$

となる。ここで $\phi_i \equiv \omega L_i/c$ はそれぞれの腕を折り返し戻ってくるまでに生じる位相変化成分である。これを光検出器で検出する。光検出器は電場のパワー $|E|^2$ に比例した信号を出力する。そのパワーは

$$|E|^2 = \frac{1}{2} P_{\text{in}} (1 - \cos \Delta\phi) \quad (1.55)$$

である。ここで $\Delta\phi \equiv \phi_1 - \phi_2$ 、 $P_{\text{in}} \equiv |E_0|^2$ とした。したがって光検出器の信号は2光路の光路長差による位相変化 $\Delta\phi$ に応答する。これが Michelson 干渉計による位相検出原理である。

1.5.2 重力波の検出

Michelson 干渉計の重力波に対する応答を考える。簡単のため重力波は Michelson 干渉計の2つの腕のなす平面に対して、垂直に入射するとする (図 1.2 で z 方向に入射)。さらに鏡は自由質点であると仮定する。

今重力波が1偏光モード,

$$h_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.56)$$

で表されたとする。計量はミンコフスキー計量から重力波の分だけ摂動を受けた $\eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$ の形となるため、固有距離 ds は

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + (1+h)dx^2 + (1-h)dy^2 \quad (1.57)$$

となる。これは $h > 0$ の時刻帯では x 方向の固有距離が伸び、 y 方向には縮む効果が現れることを意味している。光子が描く世界線線素 ds^2 は測地線に沿って $ds^2 = 0$ であるこ

とに注意して計算を進める。まず x 方向の腕に関しての光路を考える (図 1.2 での L1)。式 (1.57) より

$$cdt = \sqrt{1-h}dx \quad (1.58)$$

である。続いてそれぞれ両辺を積分する。積分の範囲は光子がビームスプリッターから L1 の光路を往復して再びビームスプリッターに戻ってくるまでである。したがって積分は

$$\int_t^{t+\Delta t_1} \frac{dt'}{\sqrt{1-h(t')}} = \frac{2L_1}{c} \quad (1.59)$$

となる。ただし Δt_1 はその往復にかかる時間である。ここで $h \ll 1$ より $(1-h)^{-1/2} \approx 1 + 1/2h$ を用いて Δt_1 について整頓する。

$$\Delta t_1 = \frac{2L_1}{c} + \frac{1}{2} \int_t^{t+\Delta t_1} h(t')dt' \quad (1.60)$$

この式の積分について $h \ll 1$ より積分範囲の上限を $t + 2L_1/c$ と近似する。したがって

$$\Delta t_1 \approx \frac{2L_1}{c} + \frac{1}{2} \int_t^{t+2L_1/c} h(t')dt' \quad (1.61)$$

となる。以上から $\phi_1 = \Omega\Delta t_1$ より x 方向の腕 L1 についての位相差は

$$\phi_1 = \frac{2L_1\Omega}{c} + \frac{\Omega}{2} \int_t^{t+2L_1/c} h(t')dt' \quad (1.62)$$

となる。

同様に y 方向の腕 L_2 についての重力波による位相変化を計算すると

$$\phi_2 = \frac{2L_2\Omega}{c} - \frac{\Omega}{2} \int_t^{t+2L_2/c} h(t')dt' \quad (1.63)$$

が得られる。

Michelson 干渉計は 2 つの腕の光路差による位相変化 $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$ に感度を持っている。すなわち

$$\Delta\phi = \frac{2(L_1 - L_2)\Omega}{c} + \Delta\phi_{\text{GW}} \quad (1.64)$$

$$\Delta\phi_{\text{GW}} \equiv \Omega \int_{t_0}^{t_0+2L/c} h(t)dt \quad (1.65)$$

となる。ただし $L_1 \simeq L_2 = L$ とした。上式 (1.64) の第 1 項は 2 つの腕の長さの違いに起因する静的な位相変化である。それに対して、第 2 項は重力波によって引き起こされた位相変化を表している。

1.5.3 応答関数と基線長

h の時間変化が十分ゆっくりな場合には式 (1.65) は

$$\Delta\phi_{\text{GW}} \approx \frac{4\pi}{\lambda} h(t) L \quad (1.66)$$

となる。従って重力波に対して大きな応答を得るためには Michelson 干渉計の腕を長くすればよいことがわかる。

さらに詳しく見てみるために、重力波成分の Fourier 変換を考える。

$$h(t) = \int h(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (1.67)$$

とすると

$$\Delta\phi_{\text{GW}} = \Omega \int h(\omega) e^{i\omega t} H_M(\omega) d\omega \quad (1.68)$$

$$H_M(\omega) \equiv \frac{2\Omega}{\omega} \sin\left(\frac{L\omega}{c}\right) e^{-i\frac{L\omega}{c}} \quad (1.69)$$

と計算できる。ここで $H_M(\omega)$ は Michelson 干渉計の重力波に対する応答関数である。この応答関数について $\omega = \omega_0$ のようにある観測周波数を固定して、基線長 L の関数だと考えると $L\omega_0/c = \pi/2$ で $|H_M|$ が最大値をとる。さらに基線長 L を伸ばしても感度の向上はない。これは光が往復するまでに重力波の影響が積分されて感度が落ちることに相当する。また、周波数 1[kHz] の重力波に対して最大感度を得るためには $L = 75[\text{km}]$ が必要となる (図 1.3)。現実的にはこのような長い干渉計を地上に建設することは不可能であるため、光路長を稼ぐために多重干渉を利用した Fabry-Perot 方式が広く用いられる。

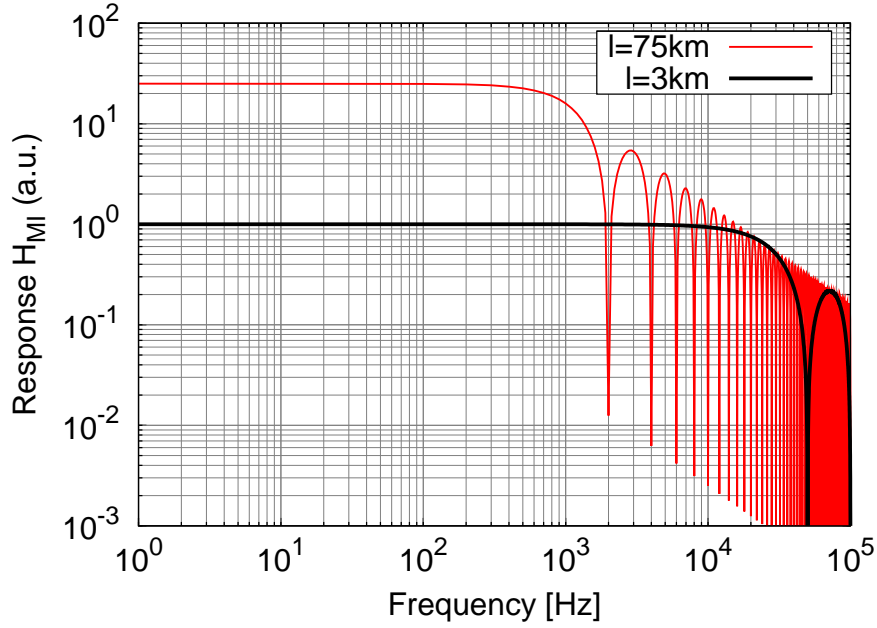


図 1.3 Michelson 干渉計の重力波に対する応答関数 H_M の周波数に対するプロット。
75[km] と 3[km] の基線長の場合を示す。

1.6 FPMI による重力波検出

Michelson 干渉計の重力波応答を上昇させるためには、光路長を伸ばす必要があることは前節で述べた。ここではその光路長を伸ばす方式として Michelson 干渉計の両腕に Fabry-Perot 共振器を付加した Fabry-Perot-Michelson 干渉計 (FPMI) について述べる。

1.6.1 FPMI

FPMI は Michelson 干渉計の両腕を合わせ鏡で構成される Fabry-Perot 共振器で置き換えた光学配置を採用する (図 1.4)。両腕の Fabry-Perot 共振器に進入したレーザー光は器内で何度も往復したのち多重干渉して再びビームスプリッターに戻ってくる。Fabry-Perot 共振器は入射レーザーに対して共振条件

$$2\Omega L/c = 2\pi n \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (1.70)$$

を満たしている場合に、その光路長が有効的に、

$$N_{\text{FP}} = \frac{2}{\pi} \mathcal{F} \quad (1.71)$$

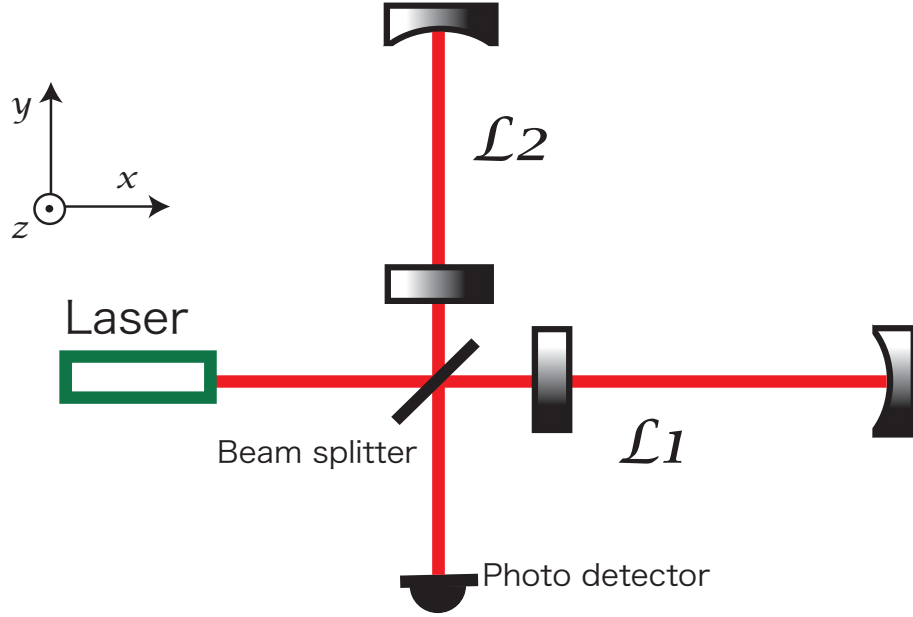


図 1.4 Fabry-Perot-Michelson 干渉計概略図

だけ伸びる。ここでフィネス \mathcal{F} は共振の鋭さを特徴づけるパラメータで、

$$\mathcal{F} \equiv \frac{\pi \sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2} \quad (1.72)$$

と定義される。ただし r_i は共振器を構成する鏡の振幅反射率である。

1.6.2 応答関数

FPMI を用いた場合の重力波によって及ぼされる位相変化 $\Delta\phi_{GW}$ は

$$\Delta\phi_{GW}(t) = \int h(\omega) e^{i\omega t} H_{FPMI}(\omega) d\omega \quad (1.73)$$

$$H_{FPMI}(\omega) = \frac{\alpha\Omega}{\omega} \sin\left(\frac{\omega L}{c}\right) \frac{1}{1 - r_1 r_2 \exp(-2i\omega L/c)} \quad (1.74)$$

$$\alpha = \frac{t_1^2 r_2}{(t_1^2 + r_1^2) r_2 - r_1} \quad (1.75)$$

となる。ここで r_i と t_i は鏡 i の振幅反射率と振幅透過率である。応答関数の絶対値をとると

$$|H_{FPMI}(\omega)| = \frac{\alpha\Omega}{\omega(1 - r_1 r_2)} \frac{|\sin(\omega L/c)|}{\sqrt{1 + F \sin^2(\omega L/c)}} \quad (1.76)$$

$$F = \frac{4r_1 r_2}{(1 - r_1 r_2)^2} = \left(\frac{2\mathcal{F}}{\pi}\right)^2 \quad (1.77)$$

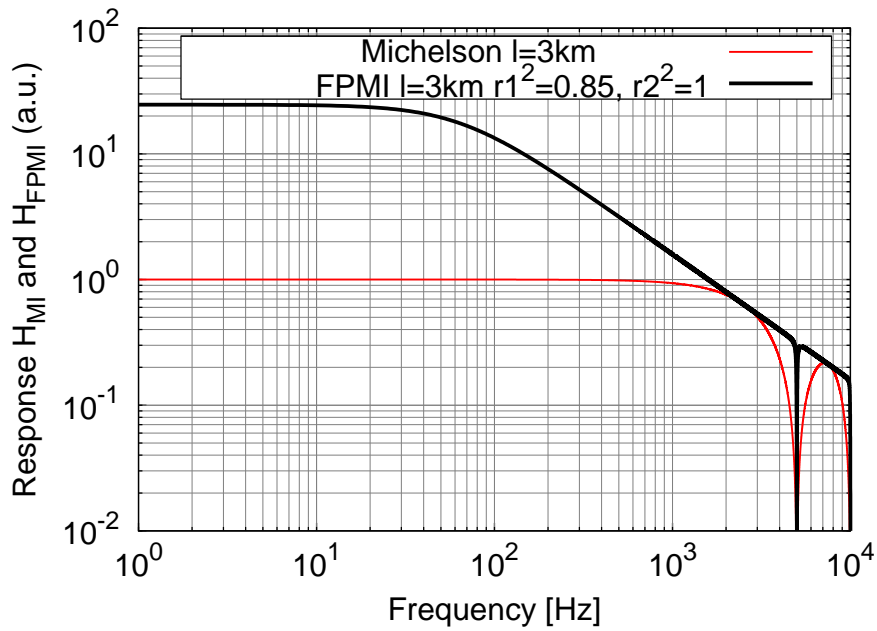


図 1.5 FPMI 方式の応答関数 H_{FPMI} のプロット。比較のため同じ基線長での Michelson の応答 H_M もプロットする。

となる。図 1.5 に応答関数 H_{FPMI} の絶対値の周波数依存性を示す。また、同図では比較のために同じ基線長の Michelson 干渉計の応答関数もプロットした。FPMI 方式で実効的に基線長を伸ばすことにより、Michelson 干渉計の応答をさらに改善させることができる。

1.7 世界の大型干渉計型検出器

TAMA300

本論文のための実験を行ったレーザー干渉計型検出器である。基線長 300m のパワーリサイクリングを用いた FPMI 方式である [6]。国立天文台三鷹キャンパス敷地内に建設され 1995 年より観測を開始し、当時世界初の長基線長レーザー干渉計を用いた 1000 時間観測に成功した。

LCGT

Large Cryogenic Gravitational wave Telescope の略名で日本の次世代計画である [15]。岐阜県の神岡鉱山内に建設される予定であり、その基線長は 3[km] を予定している。光学セットアップはパワーリサイクリングと RSE(resonant signal extraction) と呼ぶ技術を用いた FPMI 干渉計である。特に LCGT の特徴として、20[K] まで鏡を冷やすこと

でその熱雑音を低減するという技術が挙げられる。

LIGO

米国のプロジェクトで、ワシントン州ハンフォードに基線長 4km, 2km の干渉計とルイジアナ州リビングストンに基線長 4km の干渉計の計 3 台を有する [9]。光学セットアップはパワーリサイクリングを用いた FPMI 干渉計である。設計感度をほぼ達成し 15[Mpc] 程度の中性子星連星からの重力波を捉えることのできる感度を持つ。今後は大幅な機器の改善を予定しており、2013 年から advanced LIGO としての観測を目標に現在アップグレード中である。

VIRGO

イタリアとフランスの共同プロジェクトである。3[km] 基線長のパワーリサイクリング型 FPMI 干渉計で、イタリアのピサに建設された [7]。特に大型低周波防振装置の開発により、低周波感度はここに列挙された検出器のなかで最も優れている。LIGO と同様に advanced VIRGO へのアップグレードを予定している。

GEO600

ドイツとイギリスの共同計画で、ドイツのハノーファーに基線長 600[m] として建設された [8]。上記の他の干渉計とは違い多重反射である delay-line 方式で腕長を稼いでいる。またデュアルリサイクリングと呼ばれる技術を導入している。

第 2 章

Fabry-Perot 共振器

本章では Fabry-Perot 共振器の特性について説明する。前章で述べたように、TAMA300 を始めとするレーザー干渉計型重力波検出器では Fabry-Perot 共振器を装備している。Fabry-Perot 共振器は共振状態にすることで重力波に対する感度を最大にすることができる。実際には鏡が常微地面振動などの外乱により振動しているため、動的な特性も考慮する必要がある。

本章ではまず、いくつか Fabry-Perot 共振器の特性について述べたあと、共振器長の取得法である Pound Drever Hall 法を導入し、最後に動的な共振器の特性について触れる。

2.1 Fabry-Perot 共振器の特性

2.1.1 透過光と反射光

図 2.1 に示すように、いま振幅反射率が r_1, r_2 の 2 枚の鏡から構成される Fabry-Perot 共振器を考える。共振器に向かって周波数 Ω のレーザーが入射する。その電場を

$$E = E_0 e^{i\Omega_0 t} \quad (2.1)$$

と書き表す。Fabry-Perot 共振器の反射光は

$$E_{\text{ref}} = -E_0 r_1 e^{i\Omega_0 t} + E_0 (t_1)^2 r_2 e^{i(\Omega_0 t + \phi)} + E_0 (t_1)^2 r_1 (r_2)^2 e^{i(\Omega_0 t + 2\phi)} + \dots \quad (2.2)$$

$$= -E_0 e^{i\Omega_0 t} \left(r_1 + (t_1)^2 \sum_{n=0}^{\infty} r_1^n (r_2)^{n+1} e^{i(n+1)\phi} \right) \quad (2.3)$$

と複数回の足し合わせとなる。ただし

$$\phi \equiv \frac{2\Omega_0 L}{c} \quad (2.4)$$

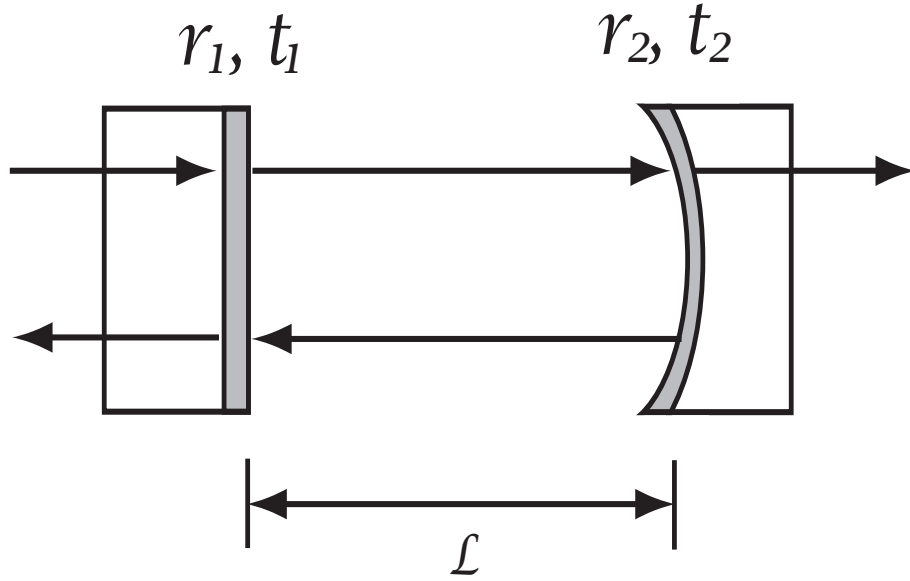


図 2.1 Fabry-Perot 共振器の概略図。

は共振器を折り返す間に受ける位相変化である。したがって、Fabry-Perot 共振器の振幅反射率は

$$r(\phi) = -r_1 + \frac{t_1^2 r_2 e^{i\phi}}{1 - r_1 r_2 e^{i\phi}} \quad (2.5)$$

となる。反射率が最も大きくなるのは $\phi = 2\pi n (n: \text{整数})$ のときである。反射率の位相に対する絶対値を図 2.2 に示す。同図には上方の横軸に共振器変位を付加しておいた。図中の λ はレーザーの波長である。

同様の計算を振幅透過率 t についても行うと

$$t(\phi) = \frac{t_1 t_2 e^{i\phi/2}}{1 - r_1 r_2 e^{i\phi}} \quad (2.6)$$

となる。透過率の位相と共振器長に対する絶対値を図 2.3 に示す。

2.1.2 折り返し回数とストレージタイム

共振状態を満たしている共振器にレーザーを入射している状態を考える。ある瞬間に突然レーザーの前を遮ると、共振器が器内に溜まった光を出すのにある時間がかかる。そのパワーの減衰が $1/e$ になるタイムスケール τ_s をストレージタイムと呼ぶ。その定義は次

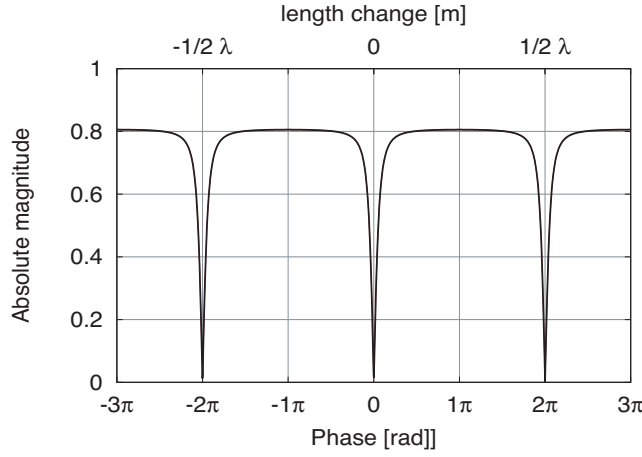


図 2.2 Fabry-Perot 共振器の振幅反射率

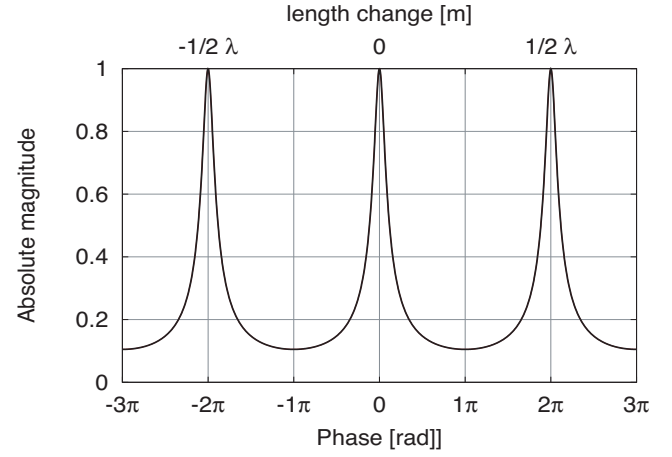


図 2.3 Fabry-Perot 共振器の振幅透過率

のようになる。

$$\tau_s = \frac{2L}{c} \frac{1}{|\ln(r_1 r_2)|} \quad (2.7)$$

また、一般的に Fabry-Perot 共振器の共振の鋭さを表す物理量にフィネス (finesse) \mathcal{F} がある。

$$\mathcal{F} \equiv \frac{\pi \sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2} \quad (2.8)$$

これは例えば、共振器のエンド鏡を全反射鏡 ($r_2 = 1$) としたときに、

$$\mathcal{F} = \frac{\pi \sqrt{r_1}}{1 - r_1} \quad (2.9)$$

となる場合を考えると重力波による位相変化は $\mathcal{F}L/c$ となる。したがって Fabry-Perot 共振器の内部で

$$N_{\text{FP}} \equiv \frac{2}{\pi} \mathcal{F} \quad (2.10)$$

だけ光が折り返していることに相当する。また、フィネスとストレージタイムは密接に関係しており、

$$\mathcal{F} = \frac{\pi}{2 \sinh(L/c\tau_s)} \approx \frac{\pi c\tau_s}{2L} \quad (2.11)$$

で関係づけられる。

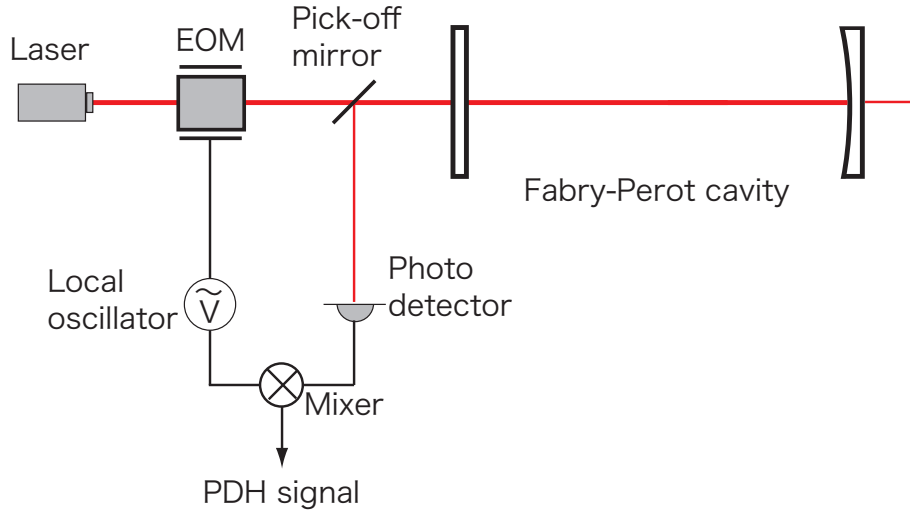


図 2.4 Pound Drever Hall 法のセットアップ概略図。

2.2 Pound Drever Hall 法

重力波検出・及び共振器長制御には共振器長変動（位相変化）を読みとることが必要である。そこで Fabry-Perot 共振器の変位信号取得には Pound Drever Hall(PDH) 法 [16] が広く使われている。PDH 法は共振器内に進入する前のレーザー光に変調を加え、共振器からの反射光を復調する pre-modulation、もしくは frontal modulation と呼ばれる技術の 1 つである（図 2.4）。PDH 法は原理的には反射光の微分を求めていることに相当し、これにより共振器長が共振点近傍にある場合は非常に精度よく位相を測定できる。しかし一方で共振以外では線形な信号が得られないという難点も持っている。

2.2.1 位相変調

PDH 法では共振器入射前に pockels 効果を利用した電気光学素子：Electro-optic modulator(EOM) 等によりレーザーの位相を変調する。式 (2.1) のような入射レーザーの電場を考える。この電場は EOM で変調され、

$$E_{\text{in}} = E_0 e^{i(\Omega_0 t + \beta \sin \Omega_m t)} \quad (2.12)$$

となる。ここで β は変調指数 (modulation depth) と呼ばれ、変調の深さを表す量である*¹。また、 Ω_m は変調角周波数と呼ばれ EOM に印加するサイン波電圧の周期に等しいさて、さらに第 1 種ベッセル関数 $J_n(\beta)$ を用いて上式を展開すると

$$E_{\text{in}} = E_0 e^{i\omega_0 t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^{(1+n)} J_n(\beta) e^{in\Omega_m t} \quad (2.13)$$

$$\sim E_0 e^{i\omega_0 t} [J_0(\beta) + J_1(\beta) e^{i\Omega_m t} - J_1(\beta) e^{-i\Omega_m t}] \quad (2.14)$$

となる*²。

式 (2.14) からわかるように位相変調されたレーザーの電場は 3 つの異なる電場の重ね合わせで表されることに注目してもらいたい。式 (2.14) において初項は搬送波 (carrier) と呼ばれ、位相変調される前のレーザーと同じ角周波数 Ω_0 で振動している。それに対して側波帯 (sideband) は第 2 項と第 3 項を表し、角周波数 $\Omega_0 + \Omega_m$ を持つ成分を upper sideband, $\Omega_0 - \Omega_m$ を持つ成分を lower sideband と一般に呼ぶ。

さて、実際に我々が観測できる量は電場が光検出器に入射したのちの電圧信号である。光検出器から得られる信号は電場を 2 乗したエネルギーに比例したものである。一般に 3 つの成分で表される電場 E

$$E = E_0 e^{i\omega_0 t} + E_1 e^{i(\Omega_0 + \Omega_m)t} + E_{-1} e^{i(\Omega_0 - \Omega_m)t} \quad (2.15)$$

に対して、その強度 I は

$$I = |E|^2 \quad (2.16)$$

$$= |E_0|^2 + |E_1|^2 + |E_{-1}|^2 \quad (2.17)$$

$$+ 2\text{Re}[(E_0 E_1^* + E_0^* E_{-1}) e^{-i\Omega_m t}] \quad (2.18)$$

$$+ 2\text{Re}[E_1^* E_{-1} e^{2i\Omega_m t}] \quad (2.19)$$

となる。したがって、位相変調されたレーザーを光検出器で観測すると、DC 成分と変調角周波数 Ω_m 付近の信号と、その倍波 $2\Omega_m$ 付近の信号が見出される。

2.2.2 復調

変調されたレーザーは光検出器で観測すると DC 成分と変調角周波数 Ω_m 付近の信号と、その倍波 $2\Omega_m$ 付近の信号の 3 成分が見出された。

いまわれわれが欲しい情報は角振動数 Ω_m に載って搬送されている。そこでミキサ (mixer) と呼ばれる装置を用いて復調する必要がある。ミキサで復調することにより 2 つ

*¹ 一般に変調指数は EOM 結晶に印加する電圧で決まる。電圧が大きければ大きいほど変調指数は大きくなり、例えば EOM の仕様書には $0.01[\text{rad/V}]$ といった 1 次の値が表記されている。

*² Bessel 関数を用いないでも、 $\beta = 0$ 近傍で Taylor 展開しても同様の結果を得る

の独立な信号を取り出すことが可能となる。ミキサの具体的な役割は、変調周波数と同じ周波数の信号を光検出器からの信号に掛け合わせ、さらに適当なフィルタにより余分な帯域を抑圧することである。

さて、光検出器で観測される電圧 V に関して、特に Ω_m 付近の信号だけに着目すると

$$V' = 2\text{Re}[(E_0 E_1^* + E_0^* E_{-1})e^{-i\Omega_m t}] \quad (2.20)$$

$$= 2\text{Re}[E_0 E_1^* + E_0^* E_{-1}] \cos \Omega_m t - 2\text{Im}[E_0^* E_1 + E_0 E_{-1}^*] \sin \Omega_m t \quad (2.21)$$

のようにサインとコサインの2つの成分で表現することが可能である。(ただし光の強度から電圧の変換係数 $\eta[\text{V}/\text{J}]$ を簡単のため $\eta = 1$ と置いた。)

いま、ミキサに局部発振器 (local oscillator) からの信号として、レーザー変調と位相差のない $\sin \Omega_m t$ という信号を用いたとする。その場合、

$$V_I = -2\text{Im}[E_0 E_1^* + E_0^* E_{-1}] \sin^2 \Omega_m t \quad (2.22)$$

$$\langle V_I \rangle = -\text{Im}[E_0 E_1^* + E_0^* E_{-1}] \quad (2.23)$$

という成分が DC 付近に現れる。またブラケットは時間平均フィルタ (Low Pass Filter など) を表す。このような変調と復調の間に位相差のない復調を in phase と呼ぶ。

同様にして復調信号として変調信号に対して $\pi/4$ だけ位相をずらした $\cos \Omega_m t$ を用いた場合の出力電圧は

$$\langle V_Q \rangle = \text{Re}[E_0 E_1^* + E_0^* E_{-1}] \quad (2.24)$$

となることがわかる。この場合を in phase に対して、quadrature phase と呼ぶ。

以上で見てきたように変調された信号は in phase と quadrature phase を用いた復調により、2つの独立な成分 (実数か虚数) を取り出すことが可能となる。次節で述べるように PDH 法では復調信号に in phase を用いる。

2.2.3 位相変化に対する応答

PDH 法は共振器に入射するレーザーを入射前に位相変調し、それを in phase で取り出すという一連の技術を言う。ここでは Fabry-Perot 共振器に対する PDH 法の応答を述べる。

以降文中では共振器の反射率は $r(\phi)$ について、レーザー角周波数依存性をあらわに $r(\Omega)$ と表記する。共振器で反射される光の電場 E_r は式 (2.15) から、次のように書き表される。

$$E_r = r(\Omega_0) E_0 e^{i\Omega_0 t} + r(\Omega_0 + \Omega_m) E_1 e^{i(\Omega_0 + \Omega_m)t} + r(\Omega_0 - \Omega_m) E_{-1} e^{i(\Omega_0 - \Omega_m)t} \quad (2.25)$$

すなわち、異なる角周波数を持った電場成分に対して共振器はそれぞれ異なる反射率で応

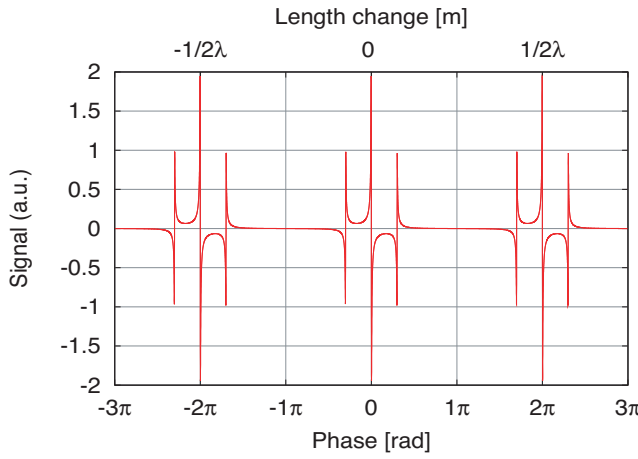


図 2.5 Pound Drever Hall 信号 (計算値)

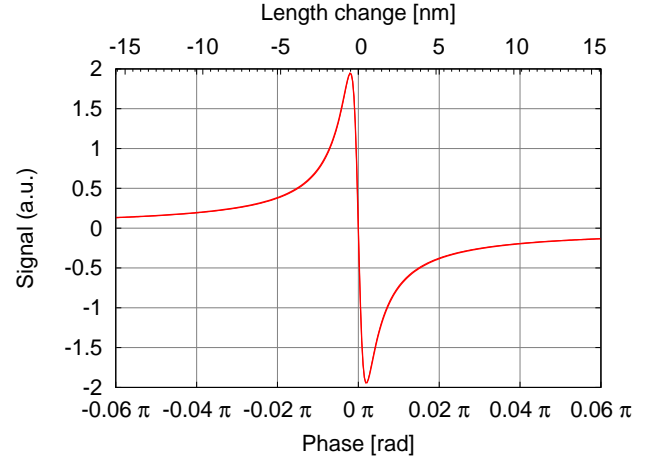


図 2.6 Pound Drever Hall 信号の共振付近 (計算値)

答している。この電場を光検出器で検出し、かつ in phase で復調した場合、その信号は

$$V_{PDH} = \text{Im}[r(\Omega_0)E_0r^*(\Omega_0 + \Omega_m)E_1^* + r^*(\Omega_0)E_0^*r(\Omega_0 - \Omega_m)E_{-1}] \quad (2.26)$$

となる。これを Pound Drever Hall 信号と呼ぶ。ただしブラケット表示は省いている。さらに具体的に式 (2.14) を代入すれば、

$$V_{PDH} = J_0J_1E_0^2\text{Im}[r(\Omega_0)r^*(\Omega_0 + \Omega_m) - r^*(\Omega_0)r(\Omega_0 - \Omega_m)] \quad (2.27)$$

が得られ、これが Fabry-Prot 共振器における PDH 信号を表す。位相に対する PDH 信号を TAMA パラメータ (表 2.1) を用いて計算したものを図 2.5, 図 2.6 に示す。また同図にはレーザー周波数を一定とした場合の変位換算も横軸に付加しておいた。共振点 $\phi = 2\pi n$ の近傍 $\sim 1[\text{nm}]$ で線形な信号が得られているのに対し、共振点からはずれると、線形な信号が得られないことが見て取れる。

2.2.4 共振状態での応答

PDH 信号で重要なのは共振点近傍での位相変化に対する応答である。

簡単のため、共振状態付近 ($\phi \sim 0$) を仮定し、 $r(\Omega_0 + \Omega_m) = r^*(\Omega_0 - \Omega_m) = r_f$ とする。すると、式 (2.27) は次のように書ける。

$$V_{PDH} = 2J_0J_1E_0^2r_f \text{Im}[r(\Omega)] \quad (2.28)$$

$$= \frac{2J_0J_1E_0^2t_1^2r_2r_f}{(1 + r_1r_2)^2 - 4r_1r_2 \cos^2(\phi/2)} \sin \phi \quad (2.29)$$

となる。さらに $\phi \ll 1$ の場合で、 $r_f = -1$ おくと

$$V_{\text{PDH}} \approx -2\sqrt{P_c P_s} \mathcal{F}^2 \left(\frac{t_1^2}{\pi^2 r_1} \right) \phi \quad (2.30)$$

と書ける。したがって PDH 法は共振付近で ϕ に線形応答する。ただし P_c , P_s はそれぞれ搬送波と側波帯の強度である。すなわち

$$P_c \equiv (J_0 E_0)^2 \quad (2.31)$$

$$P_s \equiv (J_1 E_0)^2 \quad (2.32)$$

とした。もしもレーザー角周波数 Ω_0 が一定であれば、共振点からの微小変位 δL に対して

$$V_{\text{PDH}} \approx -8\sqrt{P_c P_s} \mathcal{F}^2 \frac{t_1^2}{\pi r_1} \frac{\delta L}{\lambda} \quad (2.33)$$

となり、変位 δL に線形な信号が共振近傍で得られる。

2.2.5 線形領域

PDH 法は $\phi \sim 0$ 付近では線形な応答を示す。この線形な領域の大きさは

$$\frac{dV_{\text{PDH}}}{d\phi} = 0 \quad (2.34)$$

になるまでは確保されていると考える。具体的に式 (2.29) より計算を行うと

$$\cos \phi = \frac{2r_1 r_2}{1 + (r_1 r_2)^2} \quad (2.35)$$

物理量	notation	value
共振器長	L	300[m]
入射鏡反射率	r_1^2	0.988
入射鏡透過率	t_1^2	0.012
透過鏡反射率	r_2^2	0.9999
透過鏡透過率	t_2^2	0.0001
レーザー波長	λ	1064[nm]
フィネス	\mathcal{F}	516

表 2.1 TAMA300Fabry-Perot 共振器の諸光学パラメータ。

となる。ここで $\phi \sim 0$ として $\cos \phi$ を 2 次まで展開すると、

$$\phi = \frac{\pi}{\mathcal{F}} \sqrt{\frac{2r_1r_2}{1 + (r_1r_2)^2}} \quad (2.36)$$

となり、さらに $r_1r_2 \approx 1$ と置くと

$$\phi = \frac{\pi}{\mathcal{F}} \quad (2.37)$$

と計算できる。したがって、線形域の全幅は変位に換算すると

$$\Delta L = \frac{\lambda}{2\mathcal{F}} \quad (2.38)$$

となることがわかる。TAMA300 ではフィネス $\mathcal{F} \approx 500$ 、レーザー波長 $\lambda = 1064[\text{nm}]$ であるので、 $\Delta L = 1.0[\text{nm}]$ 程度となる。共振は $\lambda/2 \approx 0.5[\mu\text{m}]$ ごとに存在しているので、制御に使える信号は全体の $1.0[\text{nm}]/0.5[\mu\text{m}] = 1/500$ の領域であると言える。

2.3 過渡応答

2.3.1 動的な取扱いの条件

これまでの節では常に共振器が準静的であると仮定して述べてきた。ここでいう準静的とは共振器の鏡の相対速度が v_{cr} よりも十分にゆっくりな場合である。この v_{cr} は共振幅全幅^{*3} $\Delta L = \lambda/2\mathcal{F}$ をストレージタイム τ_s で通過したときの速度に相当する。すなわち

$$v_{cr} = \frac{\Delta L}{\tau_s} \approx \frac{\pi c \lambda}{4L\mathcal{F}^2} \quad (2.39)$$

である [20]。それ以上の速さで共振を通過すると共振器内に十分レーザーパワーが溜まる前に共振を過ぎてしまうため、動的特性が顕著に現れるようになってくる。また、この閾速度 v_{cr} は \mathcal{F} の2乗と共振器長 L に反比例するため、フィネスが高く基線長の長い共振器ほど動的特性が現れやすい。したがって、重力波検出器のような長基線長・高フィネスの共振器は動的な応答を十分に考慮する必要がある。TAMA の場合はこの閾速度は $v_{cr} = 3.1[\mu\text{m/s}]$ と計算される。TAMA では数 $[\mu\text{m/s}]$ 程度で鏡が振動しているため、動的な応答が現れることは珍しくない。

2.3.2 ドップラー効果

では v_{cr} を越えた場合の共振器からの応答を簡単に述べる。詳しい共振器の動的特性については参考文献 [21] に網羅的に述べられているので、詳細はそちらを参照していただきたい。

動的特性は速度を持った鏡にレーザーが反射されることにより、その周波数がドップラーシフトすると考えると理解しやすい。1回の反射でレーザーは速度 v の鏡から

$$\delta\Omega = \frac{c-v}{c+v}\Omega \quad (2.40)$$

だけ周波数変化を受ける。さらに、これを器内で N_{FP} 回だけ反射を繰り返すことでそのドップラー成分 $\delta\Omega$ が観測可能な周波数まで卓越してくる。この現象は次の式でまとめられる。

$$E(t) = t_1 A + r_1 r_2 E(t - 2T) \exp(-2ikv(t - T)) \quad (2.41)$$

ここで A はレーザー光の入射電場、 T はレーザー光が共振器長を進むのにかかる時間で $T \equiv L/c$ 、 k はレーザーの波数を表す。この式は時刻 t における器内の電場を表しており、

^{*3} 共振全幅と PDH 信号の線形域の広さは対応している。

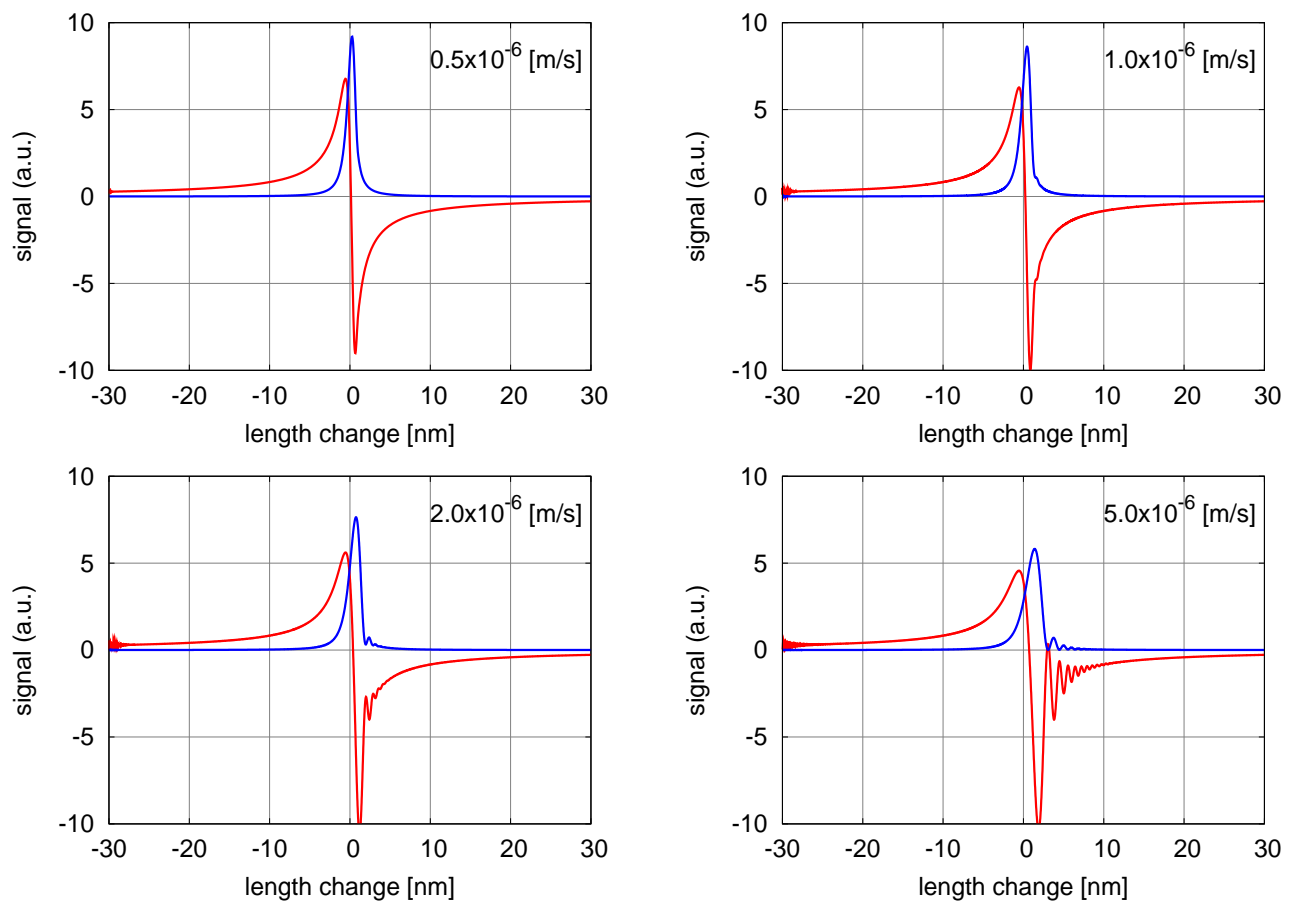


図 2.7 違った共振器速度での PDH 信号と透過光の応答の計算値。赤の実線は PDH 信号を表し、青の実線は透過光を表している。横軸は共振器の速さに依らず、全て共振器長で表した。ただし共振器長がゼロのときを共振点と定義した。

電場は過去の時刻 $t - 2T$ での情報が反映され、ドップラー成分は \exp の項として付加される。

実際に式 (2.41) をもとに TAMA パラメータでいくつかの速度で信号を数値計算したものを図 2.7 に示す^{*4}。ドップラー効果により、共振通過後に減衰振動成分が表れているのが特徴である。この振動現象をリングングと呼ぶ。リングングは透過光と、PDH 信号の両方に表れる。

^{*4} PDH 信号は共振器内電場の虚数部に相当する

第 3 章

Fabry-Perot 共振器の共振引き込み

本章では Fabry-Perot 共振器の共振引き込みについて述べる。重力波検出器の Fabry-Perot 共振器は鏡で懸架されているため、光学定盤に硬く固定された鏡よりも非制御時には大きな速度で常に揺れている（TAMA では数 $[\mu\text{m/s}]$ 程度）。観測時には共振器を共振状態に常に維持されていなければならない。そのために非共振状態から、共振状態への引き込みが必要となる。しかし共振器を制御するに当たり、PDH 信号の線形域が非常に狭いことと、アクチュエータの力が制限されていることから引き込みは一般に容易ではない。本章ではこれら共振引き込みについてまとめる。

本章の構成を述べる。始めに TAMA300 の Fabry-Perot 共振器の動的な成分、すなわち変位と速度について述べたのち、引き込みに用いるアクチュエータと周辺の制御系について述べる。続いて共振引き込みについて述べたのち、いくつか共振引き込みの技術を紹介する。最後に本論文の要旨となるガイドロックについて述べる。

3.1 共振器変位とその速度

図 3.1 に示すように、非共振状態では共振器は自由に振動し頻繁に共振を通過するのが観測される。ここではその共振器の変位と速度について述べる。

3.1.1 速度と変位

共振器は能動制御をしていないときには、常微動地面振動の励起により常に振動している。そこで実際にどの程度振動しているのか測定した。

測定時には共振器を共振状態に能動制御で維持しながら、その制御で与えた負帰還制御信号から変位と速度のスペクトルを求めた。測定結果を図 3.2 に示す。主として 1[Hz] 以下の低周波により rms 振幅が決定されている。また rms 振幅として変位は

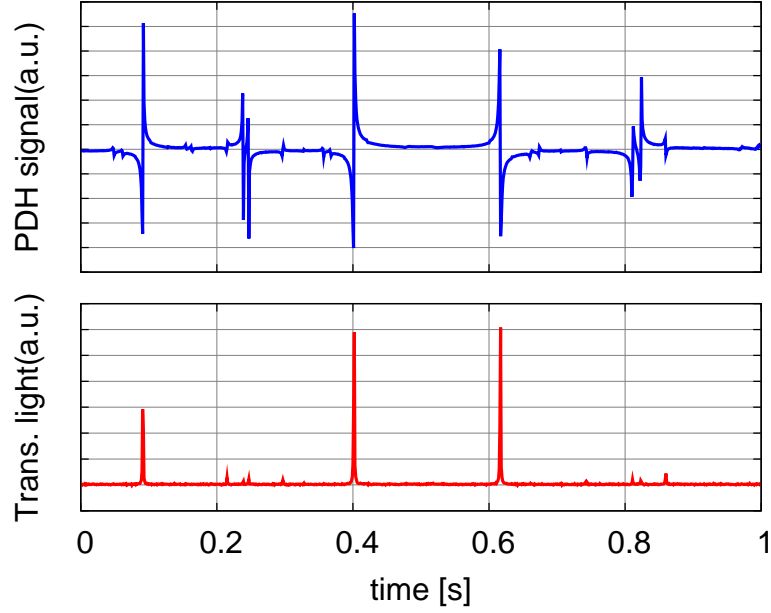


図 3.1 非制御時の Fabry-Perot 共振器からの信号。上段が PDH 信号，下段が透過光を示す。0.1[s], 0.4[s], 0.6[s] 付近が共振通過時になっている。

$x_{\text{rms}} \sim 1[\mu\text{m/s}]$ ，速度は $v_{\text{rms}} \sim 2[\mu\text{m/s}]$ であることがわかる。ただし、ある周波数スペクトル $A(f)$ の rms 振幅の計算には

$$A_{\text{rms}}(f) = \sqrt{\int_f^\infty A(f')^2 df'} \quad (3.1)$$

を用いた。これは高い周波数からある低周波 f までの rms への寄与を表したものである。

3.1.2 共振通過速度

後述の速度測定法（PDH 信号 + 透過光情報）を用いて共振器が自由に運動している状態の共振通過速度を測定した。測定結果を図 3.3 に示す。この日の平均共振通過速度は $1.9[\mu\text{m/s}]$ であることがわかる。

この測定結果を簡単なモデルを用いて説明してみる。いま共振通過速度分布がある統計分布 $f(v)dv$ で記述されるとする。ただし $f(v)dv$ は確率規格化条件、

$$\int_0^\infty f(v)dv = 1 \quad (3.2)$$

を満たすとする。共振を通過するときは、鏡の速度が速いほど共振を通過し易い。特に $v = 0$ で共振することはあり得ない。また、速度一定で考えた場合には速度 v に比例して

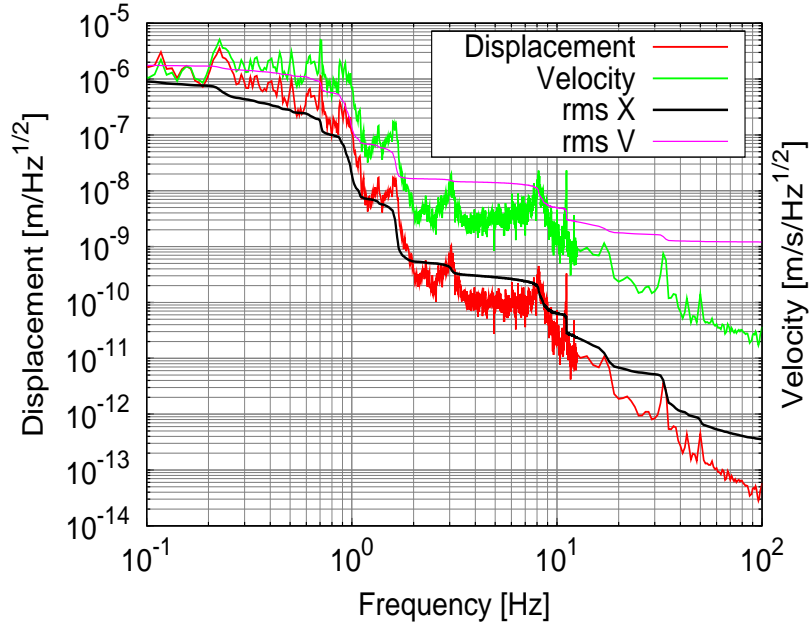


図 3.2 TAMA300 Fabry-Perot 共振器の変位と速度スペクトル

共振に現れる確率が上昇する。したがって

$$f(v) \propto v \quad (3.3)$$

の条件が得られる。さらに、鏡は常時振動しておりその平均速度はゼロ $\langle v \rangle = 0$ であることと、鏡の速さ分布はガウス分布に従うことから、

$$f(v) \propto \exp\left(-\frac{v^2}{2v_{\text{rms}}^2}\right) \quad (3.4)$$

の条件が導かれる。以上の2条件を統合して鏡の共振通過速度は以下の式に従うと考えられる。

$$f(v)dv \equiv \frac{v}{v_{\text{rms}}^2} \exp\left(-\frac{v^2}{2v_{\text{rms}}^2}\right)dv \quad (3.5)$$

また、その速度平均値は

$$\langle |v| \rangle = \int_0^\infty v f(v) dv \quad (3.6)$$

$$= \sqrt{\frac{\pi}{2}} v_{\text{rms}} \quad (3.7)$$

となる。実際に $\langle |v| \rangle = 1.9[\mu\text{m/s}]$ としてモデル曲線を描くと、実測値に一致する (図 3.3)。

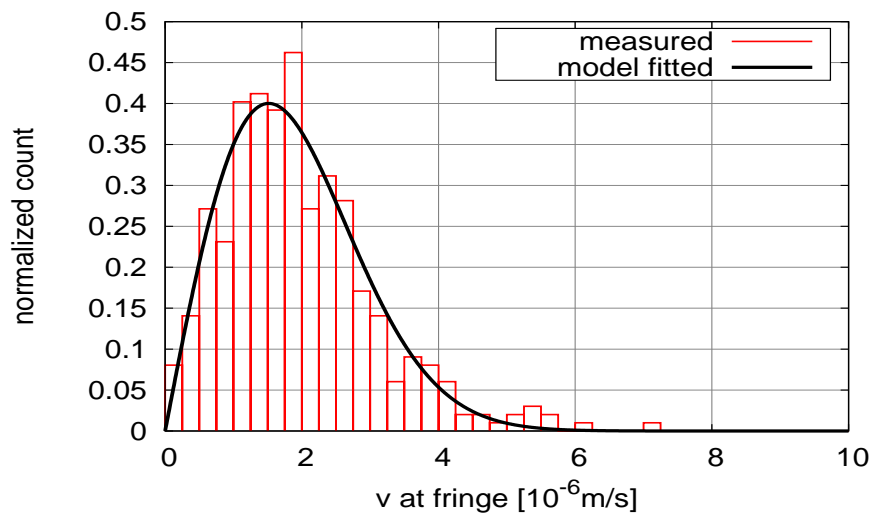


図 3.3 共振通過時の速度の度数分布

3.2 アクチュエータと制御系

ここでは共振器長制御のためのアクチュエータとその周りの制御系を見ていく。

3.2.1 アクチュエータの応答

アクチュエータの詳細を述べる前に、Fabry-Perot 共振器の鏡が懸架されていることを述べておく。重力波検出器では次の 2 つの理由から Fabry-Perot 共振器の鏡を懸架している。

- (1). 自由質量の再現
- (2). 鏡の防振

(1) 懸架系を用いることで、懸架系の共振周波数以上の帯域で自由質量と見なせる特性を使っている。

(2) 鏡は地上実験室においては必ずなんらかの形で地面振動による揺動を受ける。また鏡が重力波以外の効果で振動していても我々には重力波かどうか見分けがつかない。したがって地面振動は重力波観測における雑音となるため、それを低減するために懸架を用いた防振を取り入れている。

以下では TAMA のアクチュエータについて説明する。

いま共振器の鏡の 1 つに対して概略図 3.4 に示すような制御機構を考える。鏡の片面には常磁性磁石が接着されており、それに対してもう 1 つの懸架系に設置されたコイルに電

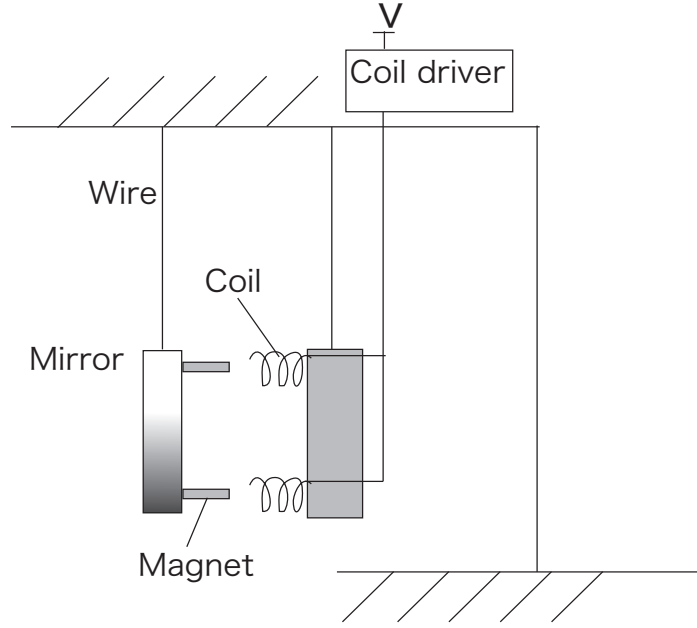


図 3.4 Fabry-Perot 共振器の制御に用いるコイルマグネットアクチュエータ概略図。

流を流すことで、コイルマグネットアクチュエータを形成している。

アクチュエータの応答を見てみる。アクチュエータが与える力を F_{act} として鏡の運動方程式は

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{\gamma}{m} \frac{dx}{dt} + kx = F_{\text{act}}(t) \quad (3.8)$$

となる。ここで γ は減衰係数であり、速度に比例した減衰力を与える。 k は復元力で、これらから基本共振周波数 $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ が決定される。続いて運動方程式を Fourier 変換すると

$$-\omega^2 \tilde{X}(f) + i\omega\gamma \tilde{X} + \omega_0^2 \tilde{X} = \tilde{F}(f) \quad (3.9)$$

となる。ただしチルダ表記の物理量は Fourier 空間に変換したものを表す。これを整頓して

$$\tilde{A}(f) \equiv \frac{\tilde{X}}{\tilde{F}} = \frac{1/\omega_0^2}{1 + i\omega/(\omega_0 Q) - (\omega/\omega_0)^2} \quad (3.10)$$

とすることで、アクチュエータの力-変位応答関数 $\tilde{A}(f)$ が求まる。ここで $Q = \omega_0/\gamma$ はこの系の Q 値で、共振 $\omega = \omega_0$ での共振の鋭さを表す。

実際に使うアクチュエータは電圧を与えて駆動させるので、アクチュエータ伝達関数は電圧-変位で表すほうが勝手がよい。そこで新たにアクチュエータ伝達関数 $A[\text{m/V}]$ を定

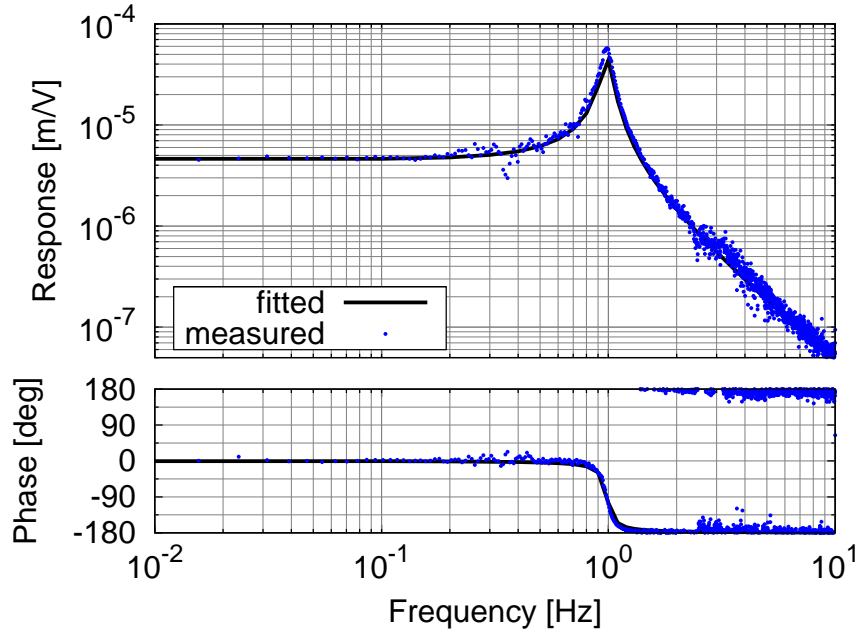


図 3.5 アクチュエータの電圧-変位伝達関数。新井宏二氏提供

義する。

$$A(f) \equiv \frac{\tilde{X}(f)}{\tilde{V}(f)} \quad (3.11)$$

$$= \frac{\tilde{X}(f) \tilde{F}(f)}{\tilde{F}(f) \tilde{V}(f)} \quad (3.12)$$

$$= \frac{A_0}{1 + if/(f_0 Q) - (f/f_0)^2} \quad (3.13)$$

ただし、電圧から力への伝達関数 \tilde{F}/\tilde{V} は周波数依存がないとした。 A_0 は DC 極限 $f \rightarrow 0$ での $A(f)$ の絶対値を与える。実際に実験に用いたアクチュエータの応答関数を図 3.5 に示す。測定から $Q = 10.0$, $f_0 = 1.0[\text{Hz}]$ であることが分かっている。また $A_0 = 4.59 \times 10^{-6}[\text{m/V}]$ であることから、最大印加電圧 $10[\text{V}]$ のときに $45.9[\mu\text{m}]$ までの可動範囲を持っている。これは共振の間隔 $\lambda/2 \approx 0.5[\mu\text{m/s}]$ に比べて十分な可動範囲である。

3.2.2 自由質量近似と加速度

共振引き込みなどの比較的速い時間スケールでアクチュエータの応答を考える場合には自由質量近似が便利である。自由質量近似はすなわち鏡の運動方程式を

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_{\text{act}}(t) \quad (3.14)$$

と扱うことである。これは式 (3.13) において $f \gg f_0$ の近似に等しい。つまり

$$A(f) = A_0 \left(\frac{f}{f_0} \right)^{-2} \quad (3.15)$$

と置くことと等価である。

続いて、アクチュエータ伝達関数 $A(f)[\text{m/V}]$ から、アクチュエータが鏡に与える加速度を求める。周波数空間では加速度 a と変位 x は $a = -4\pi^2 f^2 x$ で関係づけられる。したがって、自由質量近似のもとでそのアクチュエータの与える加速度 a_0 は

$$|a_0| = 4\pi^2 f_0^2 A_0 \quad (3.16)$$

となる。図 3.5 に示したアクチュエータでは $a_0 = 1.81 \times 10^{-4} [\text{m/s}^2/\text{V}]$ となる。ただし自由質量近似が成り立つのは共振周波数 f_0 よりも速い応答のみである。時間スケールで言うと $1[\text{s}]$ よりも短い場合に成り立つ。

3.2.3 アクチュエータへの要求

アクチュエータ効率 A_0 はどこまでも強くしてよいわけではない。一般に重力波検出器の光共振器アクチュエータは、感度要求から A_0 の上限が与えられる。これはコイルを駆動する電気回路の雑音流入により、余計に鏡を揺らしてしまうのを防ぐためである。実際に TAMA300 では 100Hz 付近で感度目標が $1 \times 10^{-19} [\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}]$ という要求値がある。このときコイルを駆動する回路の雑音が典型的に $1 [\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}]$ であるとして、回路の抵抗値 $50[\Omega]$ を用いて、アクチュエータ効率 $A_0[\text{m/V}]$ は

$$A_0 \times 1 \times 10^{-9} [\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}] \times \left(\frac{100[\text{Hz}]}{f_0} \right)^{-2} \leq 1 \times 10^{-19} \quad (3.17)$$

を満たす必要がある。ただし安全係数として 10 倍のマージンをとった。さらに $f_0 = 1.0[\text{Hz}]$ であるのでアクチュエータ効率は

$$A_0 \leq 1 \times 10^{-5} [\text{m/V}] \quad (3.18)$$

を満たす必要がある。これが感度から制限されるアクチュエータ効率である。実際に我々が実験に用いたアクチュエータの効率は $A_0 = 4.59 \times 10^{-6} [\text{m/V}]$ であり、感度からの要求値をクリアしている。

しかし共振引き込みの観点から言うと、後述するように A_0 は大きい方が有利であり、これが引き込みを困難にする要因の 1 つである。

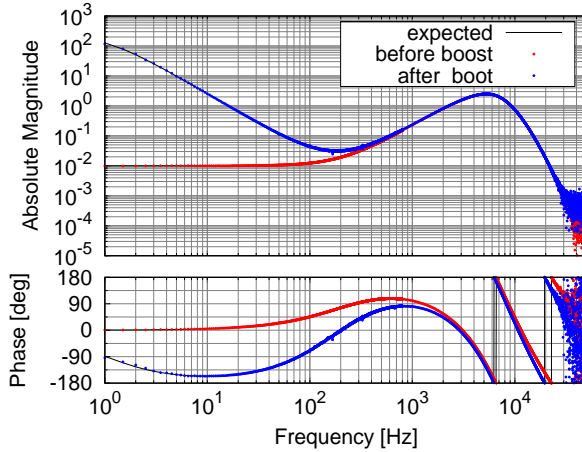


図 3.6 デジタルフィルタ伝達関数。赤がブースト前、青がブースト後のフィルタを表し、それぞれ実測値である。

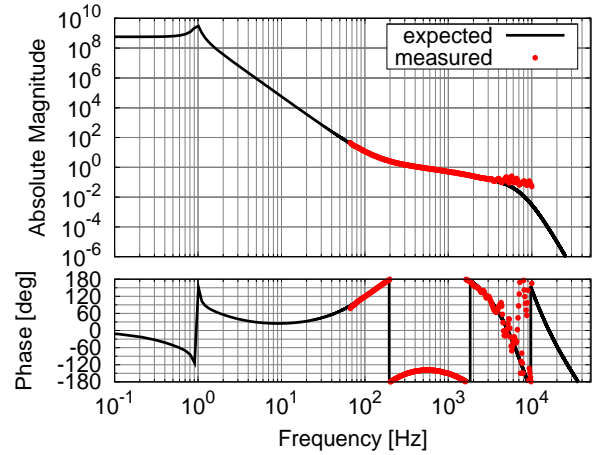


図 3.7 オープンループ伝達関数（ブースト後）。

3.2.4 制御系フィルタ

デジタルフィルタ

共振器長制御には DSP(Digital Signal Processor) で構築したデジタルフィルタを介した負帰還制御を行う。図 3.6 にその伝達関数を示す。制御には 2 とおりの制御フィルタを用いている。1 つはブーストがないフィルタで、共振引き込み段階で使用する。共振引き込みが完了すると同時にブーストフィルタを加え、1[Hz] 以下の低周波で共振器を強く制御する。

ところで、デジタルシステムを用いたフィルタにはデジタル特有の性質が入ってくることを付記しておく。特に Shannon のサンプリング定理に由来する振幅の減衰と、入出力の間の信号伝達遅延の 2 つがある。両者の効果を合わせて、デジタルフィルタで再現される伝達関数 F_{digital} は

$$F_{\text{digital}}(f) = F(f) \left| \frac{\sin(\pi f / f_s)}{\pi f / f_s} \right| e^{2\pi i f \Delta t} \quad (3.19)$$

と表される。 $F(f)$ は再現したいフィルタ特性を表し、 f_s はサンプリング周波数で、実験では $f_s = 200[\text{kHz}]$ と設定した。 Δt は信号が AD(Analog to Digital) 入力されてから演算処理などを受けて DA(Digital to Analog) 出力されるまでの遅延時間である。本実験に用いた DSP は測定から $\Delta t = 7.9 \times 10^{-6}[\text{s}]$ であることが分かっている。上式右辺の \sin を含む 2 項は、サンプリング定理によりサンプリング周波数に近づくほど振幅を小さめに AD 変換してしまう効果を表す。続く \exp の 3 項は遅延時間による位相遅れを示している。

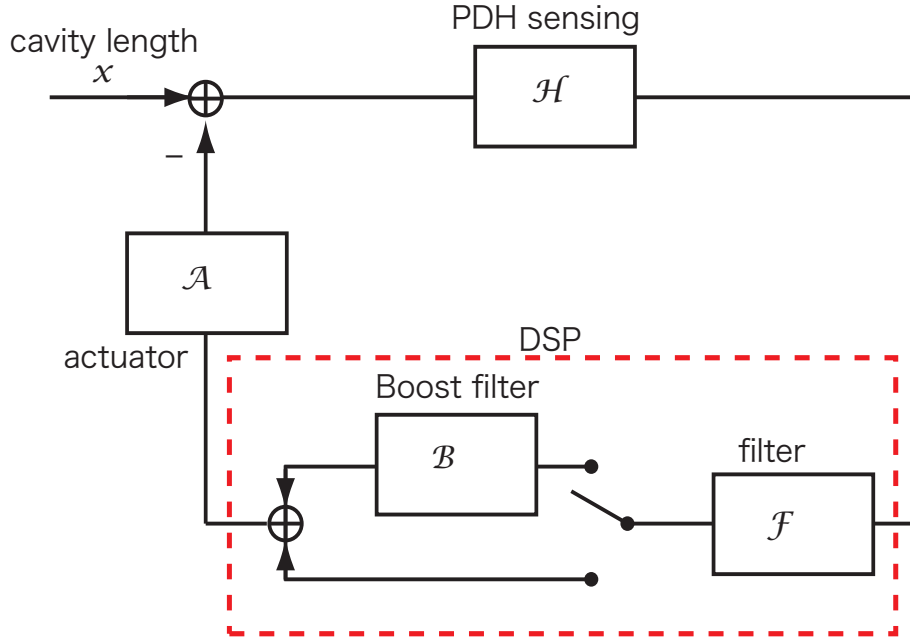


図 3.8 制御ダイアグラム

PDH センサー

PDH 法を用いた信号取得を伝達関数として周波数空間で表す場合、Fabry-Perot 共振器の特性をもう一度考える必要がある。Fabry-Perot 共振器はストレージタイム τ_s で特徴づけられるように、low-pass フィルタの特性を持っている。これはストレージタイムよりも速い振動に対して、共振器内に蓄えられたレーザーパワー量は鈍感であると言い換えられる。以上から PDH 法を使った Fabry-Perot 共振器の応答は

$$H(f) = \frac{H}{1 + i(f/f_c)} \quad (3.20)$$

と表される。ここで f_c はキャビティポール (cavity pole) と呼ばれ、

$$f_c = \frac{1}{2\pi\tau_s} \quad (3.21)$$

で定義される。 $\mathcal{F} = 500$, $L = 300[\text{m}]$ では $f_c = 500[\text{Hz}]$ となる。係数 $H[\text{V/m}]$ はレーザーパワーに依存し、入射光学系のアラインメントに依っても変化してしまうが、実験ではおおむね $2 \times 10^{10}[\text{V/m}]$ 程度であった。以上が PDH 法を基にした共振器長信号取得の伝達関数である。

制御ループ

共振器長制御全体の制御ダイアグラムを図 3.8 に示す。オープンループ伝達関数（図 3.7）は感度要求から以下の 2 つの要求を満たすように設計されている。1 つはレーザーの強度雑音とカップリングしないために DC 成分で 10^4 より大きなゲインを持つこと。21[kHz] で鏡の共振 ($Q \sim 10^4$) を励起しないように 21[kHz] では 10^{-4} よりも小さなゲインにすることの 2 つである。オープンループ伝達関数の unity gain frequency(UGF) は 600[Hz] 程度で位相余裕は 32° である。

3.3 共振引き込み

3.3.1 定義

Fabry-Perot 共振器は PDH 信号をもとに制御される。しかし、一端共振状態から外れてしまうと PDH 信号の特性から共振以外の場所では線形な信号が得られず、共振状態に戻すのは容易ではない。この非共振状態では鏡は自由に運動しているため、頻繁に共振点を通過するのが観測される（図 3.1）。

共振引き込みとは共振していない状態から、アクチュエータ制御を使って共振状態へ移行する過程のところを言う。より具体的に言えば、各時刻で鏡の相対距離 $x(t)$ ，相対速度 $v(t)$ で自由に振動している共振器を終状態として

$$x \leq \frac{1}{2}(\lambda n \pm \Delta L) \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2) \quad (3.22)$$

$$v \approx 0 \quad (3.23)$$

とすることが引き込みであると定義できる。

3.3.2 引き込み条件

どのような条件の下で共振状態に引き込むことが可能かを述べる。

いま共振器長が相対速度 v_0 で共振点に進入してきたとする。共振幅は非常に狭いので ($\sim 1[\text{nm}]$)、速度は等速度であると仮定する。

以下では分かり易くするために一方の鏡は静止しており、制御される鏡が運動していると考える。共振状態に引き込むためには少なくとも一度線形幅 ΔL の範囲内で鏡の速度がゼロにならないといけない。もしも速度を 1 度もゼロにできなければ共振を通過してしまう。鏡の運動方程式は簡単には

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_{\text{act}}(t) \quad (3.24)$$

と表すことができる。ただし $F_{\text{act}}(t)$ はアクチュエータが鏡に与える力である。両辺に dx/dt を演算してエネルギー積分を実行すると

$$\frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) = \int_{-\Delta L/2}^{\Delta L/2} F(t)dx \quad (3.25)$$

と計算される。ここで力を与える範囲を PDH 信号の線形域の幅 ΔL と置いた*¹。もしもアクチュエータが常に最大の力 F_{max} を与えていたと仮定すると、 $v = 0$ の静止できる限界は

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = F_{\text{max}}\Delta L \quad (3.26)$$

と表される。したがって共振引き込み可能な共振進入速度 v_0 は次の条件を満たしている必要がある。

$$\frac{1}{2}mv_0^2 \leq F_{\text{max}}\Delta L \quad (3.27)$$

ただし $F_{\text{max}} = ma_{\text{max}}$ とし、 a_{max} はアクチュエータが鏡に与えられる最大加速度である。また、引き込み可能な通過速度 v_0 の上限は

$$v_{\text{lock}} = \sqrt{2a_{\text{max}}\Delta L} \quad (3.28)$$

で与えられる。実際に TAMA のパラメータ $a_{\text{max}} = 1.81 \times 10^{-4} [\text{m s}^{-2}/\text{V}] \times 10 [\text{V}]$ と、 $\Delta L = 1 [\text{nm}]$ を代入すると $v_{\text{MAX}} = 1.9 [\mu\text{m/s}]$ が得られる。しかし、実際には引き込みの際に鏡に与える力は常に最大ではなく、負帰還フィルタを通じた時間変動する力である。負帰還フィルタを用いた場合にも引き込み速度に上限があることは Jordan Camp らの数値計算により示されている [24]。以上を加味すると実際に引き込み可能な速度の上限は式 (3.28) よりも小さな値になると考えられる。そこで典型的な上限速度 v_{lock} を次のように定義し直す。

$$v_{\text{lock}} = \epsilon \sqrt{2a_{\text{max}}\Delta L} \quad (3.29)$$

ここで ϵ はアクチュエータ制御の効率を表し、 $0 \leq \epsilon \leq 1$ の値をとる。次節で述べるように、測定から求められた v_{lock} は $0.9 [\mu\text{m/s}]$ となっており、効率にして $\epsilon = 0.47$ に相当する。つまり TAMA300 では速度上限が

$$v_{\text{lock}} = 0.9 \times 10^{-6} \left(\frac{\epsilon}{0.47} \right) [\text{m/s}] \quad (3.30)$$

である。この速度よりも遅い速度で共振に進入してきた場合は引き込みが可能となる。また TAMA では非制御時に数 $[\mu\text{m/s}]$ 程度の rms 振幅で揺れているため、幸運にも

*¹ 実際に引き込み実験では線形域に共振器がいる時だけ負帰還制御を行うように設定した。これは線形域以外でも負帰還制御を行うと、鏡の回転自由度の 1 つである pitch 運動を余分に励起してしまうことを避けるためである。

0.9[μm/s] 以下の速度で共振に進入してきたものに対して引き込みが成功しているという状況である。

3.4 引き込み可能な速度

実際に負帰還制御で引き込み可能な速度の大きさを測定した。引き込み可能な速度の測定は以下に述べる 3 工程で行った。(1) 負帰還制御系を ON にしてから、どれくらいの試行回数で共振に引き込めるか測定する。ただし 1 回の共振通過を試行回数 1 と数えるように定義する。例えば最初に進入した共振では負帰還制御したが引き込めず、次に進入した共振点で引き込みに成功した場合は試行回数 2 と数える。(2) その測定から 1 回の共振通過でどれほどの割合で共振引き込みしているか求める。(3) 次に、共振を通過する速さの度数分布図 3.3 と先に求めた共振引き込みの割合から、低速のものから引きこんでいるとして引き込み可能な上限速度 v_{lock} を求める。

3.4.1 引き込みするまでの試行回数

従来の負帰還制御を用いて何回の試行回数（共振通過の回数）で引き込みに成功するか測定した。ここでいう従来の制御系は図 3.9 に示すような制御手順で進むものとする。まず透過光量をサンプリングし、あるしきい値^{*2}を越えたかどうかで共振かどうかを常に監視させる。共振であった場合には制御フィルタを ON にしアクチュエートを始める。もしも制御中に透過光がしきい値よりも下回った場合には共振引き込みに失敗したと判定し、余分な力を共振器に与えないように制御を OFF にする。また、制御 ON の状態で T_s [s] の間透過光量が閾値以上の値を保っていれば、引き込みに成功したと判断しブーストフィルタを追加して、共振状態をより強固なものにする。なお本実験では一貫して $T_s = 0.1$ [s] とした。

共振引き込みにかかる試行回数の測定結果を図 3.10 に示す。一回の引き込み成功率を P_{lock} とすると、一回の共振通過で $1 - P_{\text{lock}}$ だけ失敗する。したがって $N = 2$ 回目の引き込み成功率は $(1 - P_{\text{lock}})P_{\text{lock}}$ となる。したがって N 回目の共振通過で引き込みに成功する確率は

$$P(N) = P_{\text{lock}}(1 - P_{\text{lock}})^{N-1} \quad (3.31)$$

^{*2} 透過光量最大値 3[V] に対してしきい値は 0.1[V] に設定している。

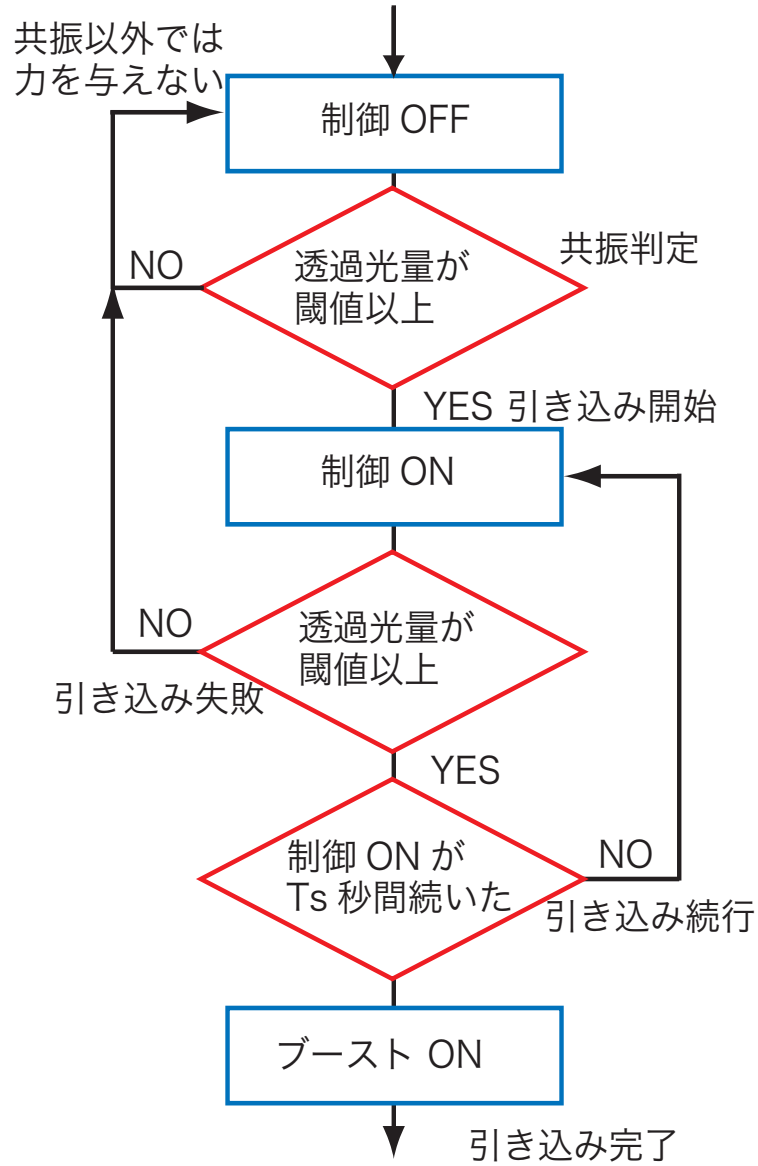


図 3.9 共振引き込みのフローチャート

となることがわかる。その引き込みにかかる回数の平均（期待値）は

$$\langle N \rangle = \sum_{N=1}^{\infty} NP(N) \quad (3.32)$$

$$= \frac{1}{P_{\text{lock}}} \quad (3.33)$$

となる。したがって、測定の結果から平均の試行回数 $\langle N \rangle$ から 1 回の共振確率 P_{lock} が求まることがわかる^{*3}。実際の測定結果（図 3.10）から $\langle N \rangle = 9.09$ であった。これは

^{*3} $P(N=1)$ の値からも P_{lock} はわかる。

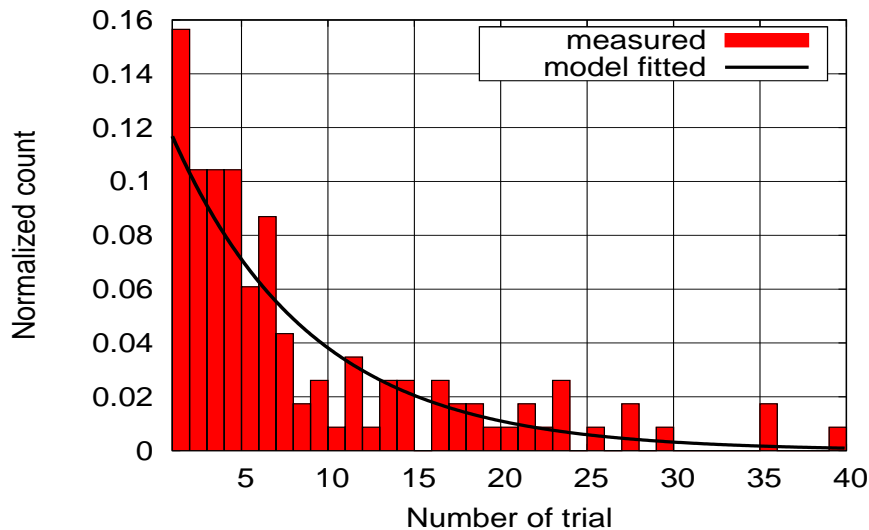


図 3.10 従来の負帰還制御を用いた場合の引き込みにかかる試行回数の度数分布

$P_{\text{lock}} = 0.11[\text{/fringe}]$ に相当する*4。つまり 1 回の共振通過の間に共振に引き込む確率は 11 % である。ただし測定の間隔・測定日によって地面振動レベルも変化し、その都度に鏡の揺れの大きさが違うため、時には数%程度しか引き込めないような悪環境の場合もある。

3.4.2 引き込み可能速度の推定

図 3.3 に示す共振通過速度の実測スペクトルについて低い速度のサンプルから選んでいき、選んだ総数が全サンプル数の 11 % となる速度を v_{lock} とすると $v_{\text{lock}} = 0.9[\mu\text{m/s}]$ であることが分かった。

妥当性検証のためにモデルに依存した方法でも v_{lock} を求めてみる。式 (3.5) より、

$$P_{\text{lock}} = \int_0^{v_{\text{lock}}} \frac{v}{v_{\text{rms}}^2} \exp\left(-\frac{v^2}{2v_{\text{rms}}^2}\right) dv \quad (3.34)$$

$$= 1 - \exp\left(-\frac{v_{\text{lock}}^2}{2v_{\text{rms}}^2}\right) \quad (3.35)$$

が得られる。11 % の引き込み確率を得るためには上式で \exp 中の値に次の制限が付く。

$$-\frac{v_{\text{lock}}^2}{2v_{\text{rms}}^2} = \ln(1 - 0.11) \quad (3.36)$$

*4 fringe とはこの場合共振を指すものとする。

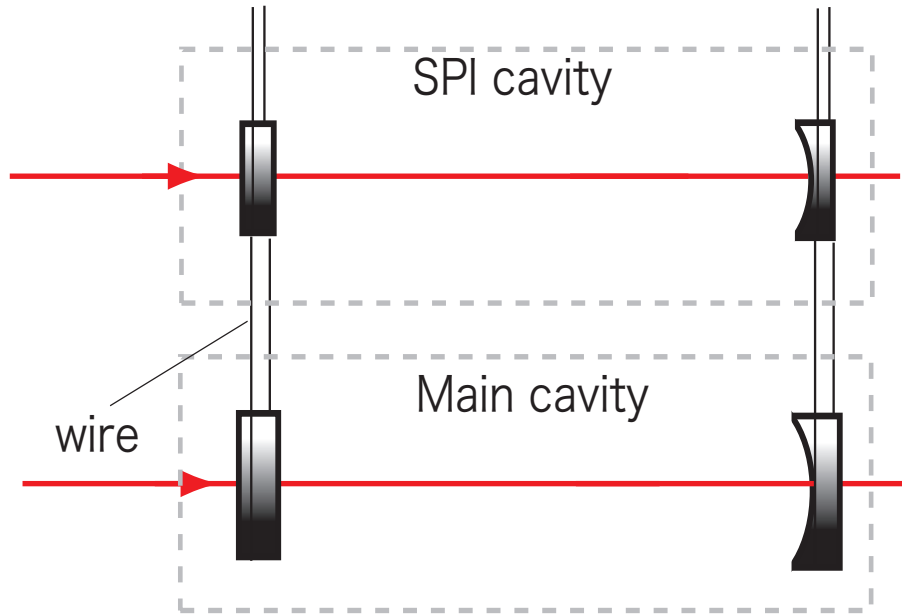


図 3.11 Suspension point interferometer(SPI) の概念図

実際に $v_{\text{rms}} = 1.9[\mu\text{m/s}]$ とすると $v_{\text{lock}} = 0.95[\mu\text{m/s}]$ となり、上述のモデルを含まない測定結果とよく一致する。以降では $v_{\text{lock}} = 0.9[\mu\text{m/s}]$ であるとして話を進めて行く。

3.5 共振引き込み技術

以上に見てきたように Fabry-Perot 共振器の制御系は重力波観測に最適化されており、限られたアクチュエータ効率と狭い線形信号のため、共振引き込みは容易ではない。共振への引き込みを改善するためには式 (3.29) において、 v_{lock} が大きくなるようなパラメータを選ぶか、共振通過速度そのものを小さくすればよい。すなわち

- 線形域 ΔL を大きくする (フィネス \mathcal{F} を小さくする)
- アクチュエータの与える加速度 a_0 を大きくする
- 共振通過速度 v_0 を小さくする

の3通りである。

現在、この引き込みの改善に関していくつかの技術が提案されている。ここではそれらについて主なもの4つを紹介する。これらの詳細な比較については参考文献 [9] によく纏められているので、そちらを参照されたい。

(1). SPI

SPI(Suspension Point Interferometer) は鏡の速度を減少させる機構である。これは図 3.11 に示すように、懸架された Fabry-Perot 共振器の上段懸架点にもう 1 つ Fabry-Perot 共振器を構成させ、かつその共振器長を能動制御によりリジッドに固定してしまうことで主共振器の共振通過速度 v_0 を小さくするという機構である [26]。

一方で SPI 共振器と主共振器 2 つが同時に共振状態を満たすようなアラインメントがとりにくいという難点もある。日本の次世代レーザー干渉計型重力波検出器 LCGT では SPI を用いた引き込み改善が提案されている。

(2). ガイドロック (guided lock acquisition)

インテリジェントな制御を使って、共振通過時の速度 v_0 を減速させる手法である。また線形域以外でもアクチュエートするため、 ΔL を広くとったことと同等の減速効果が得られる。この手法についての詳細は次節で述べる。

(3). Digital interferometer

Digital interferometer は複合キャビティの共振引き込みを目的に提案されたものである。宇宙重力波探査計画 LISA の開発に関係して発展してきたもので、この手法の特徴は pre-modulation 法において変調をランダムに行うことである [27]。PDH 法では単一周波数でのみ変調しているのに対し、この手法ではランダムに変調を加えて各光共振器のストレージタイム τ_s ごとに復調タイミングを変化させることで、複数の共振器があった場合でもそれぞれの信号を取り出せるというメリットがある。

現在の digital interferometer の課題は雑音レベルを下げることである。現在、あるセットアップにおいて $10[\text{nm}/\sqrt{\text{Hz}}]$ 程度の雑音レベルとなっており [28]、TAMA などの大型干渉計では $1[\text{nm}]$ 以下の分解能が必要であるため、さらなる研究・開発が続けられている [29]。

(4). Auxiliary laser

この手法は共振器に異なる波長のレーザーを入射させる方法である。例えば $1064[\text{nm}]$ の半波長の $532[\text{nm}]$ の緑色のレーザーを付加的に共振器に入射させる。緑色レーザーに対して $1064[\text{nm}]$ のレーザーに比べてフィネスが低くなるように鏡の反射率等をあらかじめ設計しておく。こうすることで、PDH 信号の線形領域 ΔL を拡大させることが可能となる。緑色レーザーで動作点に引き込んだのちは、メインレーザーに対して共振条件を満たすように制御しながら徐々に動作点をずらして行き、最終的にメインレーザーへ信号取得・制御を全て受け渡す。図 3.12 に示すような複合共振器でも複数のレーザーを入射さ

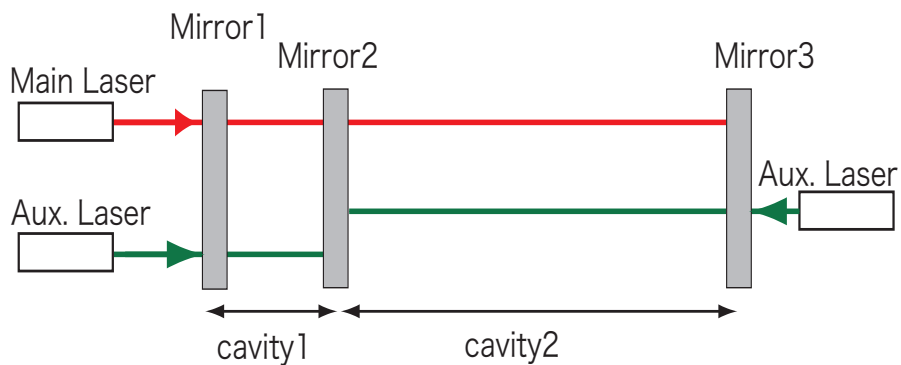


図 3.12 CALVA グループの Auxiliary laser を用いた共振引き込み実験概念図。

せることで独立に信号取得できるというメリットを持つ。

この手法は VIRGO の次世代検出器である advanced VIRGO の引き込み改善手法として、現在 CALVA グループによりシュミレーションと実験両方の研究が進められている [30]。また advanced LIGO でもこの手法を使うことが現在有力視されている。

3.6 ガイドロック

ガイドロック (guided lock acquisition) はインテリジェント制御の一種で、共振点以外でも共振器長を制御し、減速させた状態で共振へ進入させる方法である。これにより、線形域よりも広い (時間が長い) 制御が可能となり、十分な減速が可能となる。それと同時に減速させた状態で鏡を共振まで誘導させるため、共振引き込みが改善される。この方法は 1995 年に Jordan Camp らにより、提案・実験がなされ、共振器鏡の速度を落とすことで引き込み確率の上昇に成功している [24]。広義のガイドロックは 3 つの段階を順に進む。

- (1). 共振通過時の速度の測定
- (2). 共振通過後に測定された速度をもとに運動を予測しながら、減速させる
- (3). 減速させた状態で再び共振に戻し、負帰還制御を用いて共振引き込みを達成させる

ただし各段階の実現手法は複数あるため、ガイドロックと言っても複数の実現方法が存在することに注意されたい。ここでは、我々が行ったガイドロックを上記の 3 段階の順番に沿って説明する。なお以降文中では特に断らない限り、ガイドロックは我々が行った方法を指すこととする。

3.6.1 共振通過速度の測定

ガイドロックでは十分な減速効果を得るために、共振以外の線形信号が得られない領域でもアクチュエートを行う。これは信号が得られない領域での変位や速度は共振通過時の速度からその後の運動 (変位, 速度) を予測できるからである。したがってガイドロックではまず共振通過速度の測定が必要となる。

共振通過時の速度 v_0 の測定は単純には次の式で求まることが予想できる。

$$v_0 = \frac{1}{H} \frac{dV_{\text{PDH}}}{dt} \quad (\text{around a resonance}) \quad (3.37)$$

ここで、 V_{PDH} は PDH 法により取得される変位信号で、その単位は [V] である。 H は PDH 法を用いた場合の Fabry-Perot 共振器の感度係数で、次元は [V/m] である。しかし、実際にはこの方法では正しい速度が求まらない場合がある。速度があるしきい値を越えた場合過渡応答成分が付加されてしまい、測定値が真の速度からずれていく。図 3.13 に示すようにその傾向は速度が速いほど顕著である。

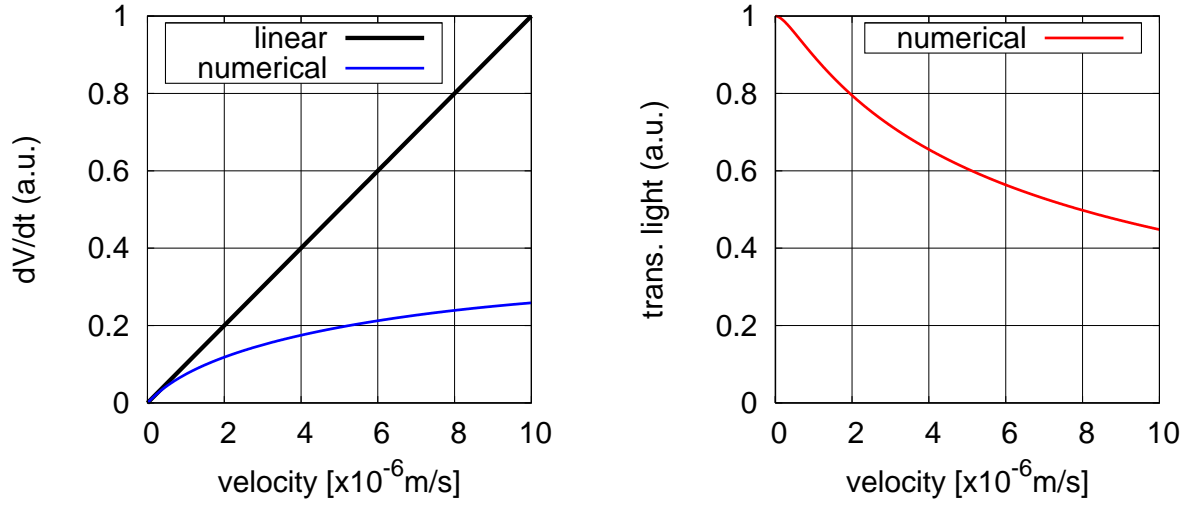


図 3.13 (左) PDH 信号の傾きと共振通過速度の関係。黒の実線は $f(x) = ax$ の一次関数である。青の実線は数値計算の結果を表す。(右) 透過光のピーク値と共振通過速度。

そこで、我々は共振通過時の透過光の最大値が速度とともに減少する性質（図 3.13）を利用し、速度の測定には以下のような式を考案した。

$$v = \frac{1}{H} \frac{dV_{\text{PDH}}}{dt} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\Gamma} \quad (3.38)$$

ただし T は共振通過時の透過光のピークの値を表し、共振時の最大透過光量 T_0 で規格化している。 $\Gamma = -1.4$ についての数値計算の結果を図 3.14 に示す。 $1.0[\mu\text{m/s}]$ 以上の速度では数%以内の誤差で速度が測定できることがわかる。

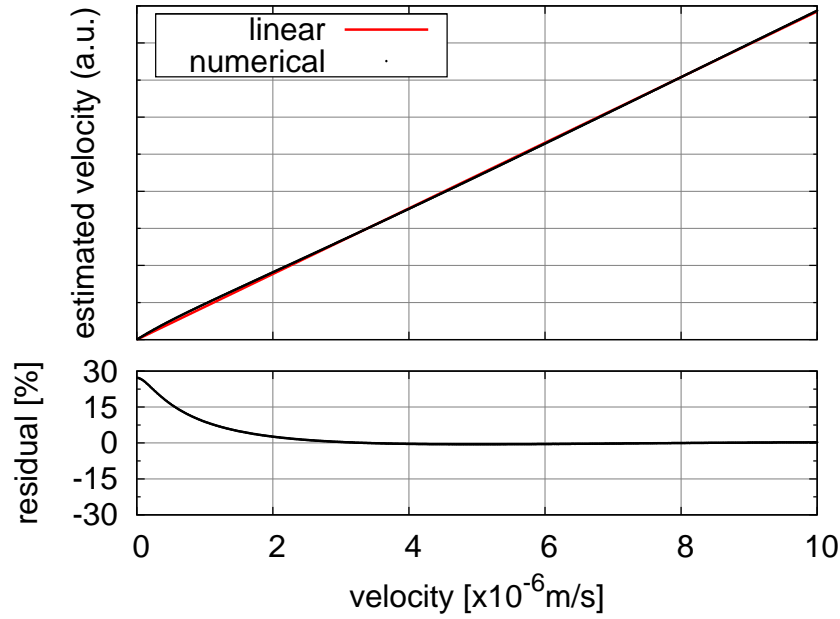


図 3.14 $\Gamma = -1.4$ のときの速度測定（数値計算）下段はリニアフィットとの残差である。

3.6.2 減速

共振通過時の速度がわかると線形信号が得られない領域でも自由質量を仮定することで、その後の運動を予測することが可能である。共振通過の時刻を $t = 0$ とおいて、そのときの速度と変位を v_0, x_0 とする。鏡の運動が自由質量であると置くと、共振通過後の時刻 t における運動の時間発展は

$$v(t) = v_0 + \int a(t) dt \quad (3.39)$$

$$x(t) = x_0 + \int v(t) dt + \int a(t) t dt \quad (3.40)$$

のように書ける。ここで、もしも鏡に与える加速度 $a(t)$ が既知であれば、 $v(t)$ と $x(t)$ は完全に決まる。

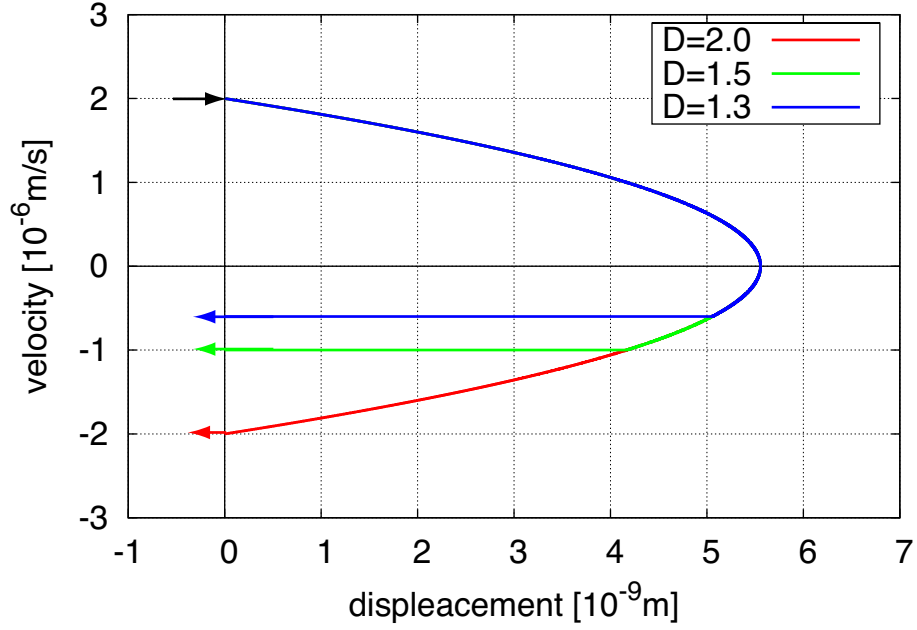
そこで、我々は以下のようなアクチュエートを考えた。

$$a(t) = \begin{cases} +a_0 & \text{when } 0 \leq t \leq D\tau \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (3.41)$$

ただし、

$$\tau = \frac{v_0}{a_0} \quad (3.42)$$

$$1 \leq D \leq 2 \quad (3.43)$$

図 3.15 x - v 空間上での鏡の軌跡。

と定義した。また初期位置は簡単のため $x_0 = 0$ として計算した。特徴的時間スケール τ はアクチュエーションを始めて、鏡が1度完全に静止するまでの時間を表している。また、 D は減速の具合を表すパラメータで、1に近づくほど減速効果が大きくなる。例えば $D = 2$ のときは共振に戻ってくるまでアクチュエートし続ける場合を意味し、減速効果は全く得られない。一方で $D = 1$ のときには共振以外の場所で鏡の速度をゼロに減速する。いくつかの D について、その x - v 空間での軌跡を図 3.15 に示す。

このように再び同じ共振点に戻す理由は不定性を減らすためである。ガイドロックは位置と速度を外挿しているため、信号が得られない状況が長く続くとその分不定性が積もってしまうためなるべく早く共振に戻す必要がある。共振を通過してから τ 後の鏡の位置は共振からオーダーで 10[nm] 程度離れている。一方で次の共振に行くには $\lambda/2 \approx 500$ [nm] は進まなければならない。したがって同じ共振に戻すのが一番速く、不定性も少ないのである。

さらに詳しい運動を見てみる。式 (3.39), (3.40) は力を加えている時刻帯と、その後の時刻帯に分けて次のように書き下せる。

$$v(t) = \begin{cases} v_0 - a_0 t & (\text{when } 0 \leq t \leq D\tau) \\ (1 - D)v_0 & (\text{else}) \end{cases} \quad (3.44)$$

$$x(t) = \begin{cases} x_0 + v_0 t - \frac{1}{2} a_0 t^2 & (\text{when } 0 \leq t \leq D\tau) \\ \frac{x_0 a_0}{2v_0^2} + (D - 1)v_0 t & (\text{else}) \end{cases} \quad (3.45)$$

例えば共振点を v_0 で通過した鏡に対して、 $D = 2.0$ とした場合には図 (3.15) に示すように、 $-v_0$ の速度で再び共振に戻ってくる。 $D = 1.5$ とすると、 $-0.5v_0$ で共振に戻ってくるのがわかる。このように力を与える時間の長さを調節することで所望の減速が得られる。しかし、実際には次章で述べるように減速性能は加速度成分で制限されてしまう。

第 4 章

ガイドロックにおける加速度の影響

ここでは実験によるガイドロックの性能評価について述べる。TAMA300 の Fabry-Perot 共振器を用いた実験の結果、0.35 倍減速までで性能が制限されることがわかった。これは鏡に加速度が働いているとするとよく説明がつく。

本章ではまず速度測定の校正について述べたあと、加速度の取扱いについて理論的な考察と測定結果を交えて述べる。その後ガイドロックを用いたときに共振に戻ってくる割合、そのときの減速効果について述べ、鏡に働く加速度によってガイドロックの性能が制限されていることを示す。

4.1 セットアップ

セットアップを図 4.1 に示す。測定に使った Fabry-Perot 共振器は共振器長 $L = 300[\text{m}]$ 、フィネス $\mathcal{F} \sim 500$ である。レーザー光源には Nd:YAG 結晶を用いており、そ

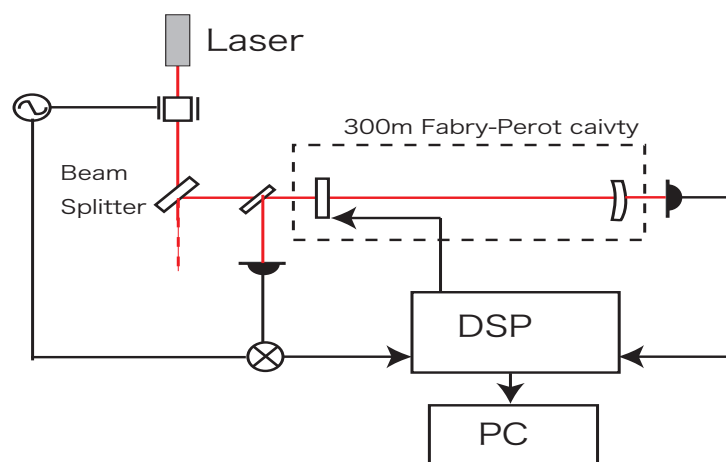


図 4.1 実験セットアップ概略図

の波長は $\lambda = 1064[\text{nm}]$ である。共振器からの透過光, Pound Drever Hall 信号はともに Digital Signal Processor (DSP) を介して取得・モニタされ、共振器長は DSP からの信号で制御される。もう一方の Fabry-Perot 共振器はレーザー周波数安定化のためにの基準として用いている。

4.2 共振通過速度の校正

ガイドロックでは共振通過時の速度測定が不可欠である。ここでは速度測定の校正法について述べる。

4.2.1 校正基準：ターンバック法

ターンバック法を速度の基準にし、PDH 信号の傾きと透過光情報を用いた速度測定の感度係数 H を決める。

ターンバック法は力学的に速度を求めるものである。この方法の原理はアクチュエータで加速度を与え、その力積と速度変化から共振通過速度を知るというものである。具体的には以下の手順で測定を行う。

(1) 共振を通過した直後にその進行方向とは逆向きに一定の加速度を与え続ける。(2) 共振に再び帰ってきたらアクチュエータを止める。(3) そのターンバックするまでにかかったアクチュエータ時間 τ を測定する。以上の操作を時系列として図 4.2 に示す。鏡にアクチュエータの力だけが作用しているとすると、鏡は v_0 で共振通過後に再び共振に速度 $-v_0$ で戻ってくる。したがって共振通過時の速度は力積の関係からアクチュエーション時間 τ を用いて次の式で表される。

$$2v_0 = a_0\tau \quad (4.1)$$

ここで a_0 はアクチュエータが与えた既知の加速度である。したがって、測定した τ から共振通過時の速度 v_0 が求められる。この方法は PDH 信号と透過光を用いた測定と独立に、かつ同時に行えるという利点があるため、速度測定の校正基準に用いた。また次章で述べる新方式のガイドロックではターンバック法を鏡に働く加速度の測定に用いている。

4.2.2 校正

ガイドロックに用いる速度測定法は共振通過時にその共振点まわりで PDH 信号の微分値をとり、透過光のピーク値を用いてそれを補正すればよかった。式で表すと次のように

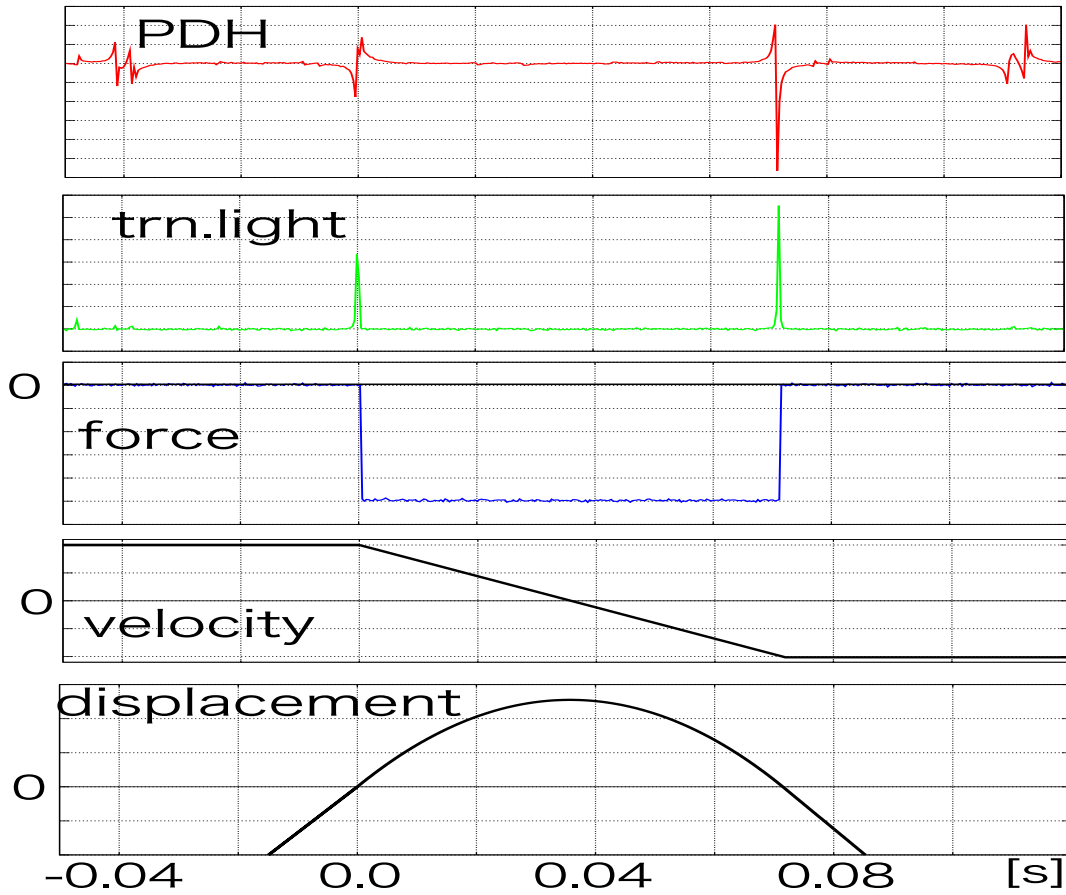


図 4.2 ターンバック法の時系列プロット。PDH 信号と透過光，アクチュエータが与えた加速度 (図中 force) は実測データである。一方で変位と速度は測定後に運動を満たすように計算したものをプロットした。

書けた。

$$v = \frac{1}{H} \frac{dV_{\text{PDH}}}{dt} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{-1.4} \quad (4.2)$$

まずこの式が機能するかを見る前に、ターンバック法を行いながら同時に各要素 (PDH 成分と透過光成分) の測定を行う。

まず PDH 信号の傾きである $\frac{dV_{\text{PDH}}}{dt}$ について測定した。測定では共振通過時に PDH 信号がゼロを横切った際の傾きを DSP を介して取得した。ただし雑音耐性を持たせるために、100[μs] 間離れた 2 点で傾きを採るようにした。測定の結果を図 4.3 に示す。理論どおりに共振器の過渡応答効果が見られていることがわかる。

続いて透過光のピーク値についても同様に共振通過時の値を取得した。なお前述の PDH 信号の傾きとすべて同時の共振について測定したものである。図 4.4 に測定結果を示す。ただし値は共振状態における最大透過光量 T_0 で規格化しているため、最大値は 1 となる。これも理論曲線とよい一致を見せている。

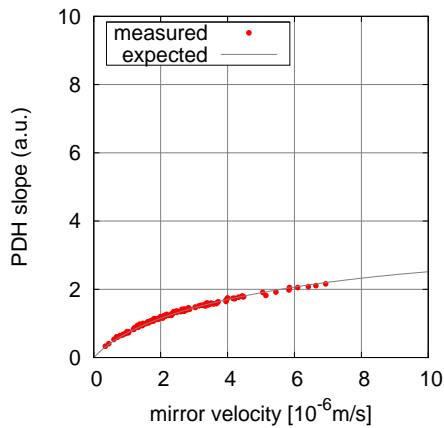


図 4.3 PDH 信号の傾きを利用した速度の測定結果。横軸はターンバック法から求めた鏡の速さ、縦軸は PDH 信号の傾きから求めた速さである。

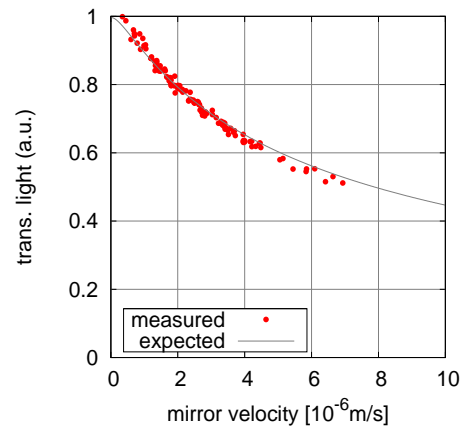


図 4.4 透過光の共振通過時ピーク値の測定結果。横軸はターンバック法から求めた鏡の速さ、縦軸は透過光のピーク値 (T_0 で規格化) を表す。

最後に式 (4.2) をいま検証したデータを代入し、ターンバック法から求めた速度にあうように感度係数 H をフィッティングから求める。測定結果を図 4.5 に示す。フィッティングの結果から $H = 1.7 \times 10^{10} [\text{V/m}]$ 程度であることがわかった。また rms にして 7 % 以内の精度で速度が求まるということがわかる。図中で $4 [\mu\text{m/s}]$ 以上でのサンプルの広がり、ターンバック法において共振に戻るまでの時間が鏡の持つ加速度の影響により変わってしまうことに起因する分散であると予想される。この校正法は実験を行う日には少なくとも 1 回は行いその都度 H の値を更新するように心がけた。

4.3 加速度の取扱い

鏡の加速度は一定で、かつガウス分布に従って取り扱えることを示す。

4.3.1 単振動モデル

ここでは加速度の取扱いについて簡単なモデルを導入する。結論から先に述べると、振動成分が特徴的周波数 f_0 で支配された単振動の場合、タイムスケール δt について $1/f_0 \gg \delta t$ のときには加速度を一定として扱ってよい。

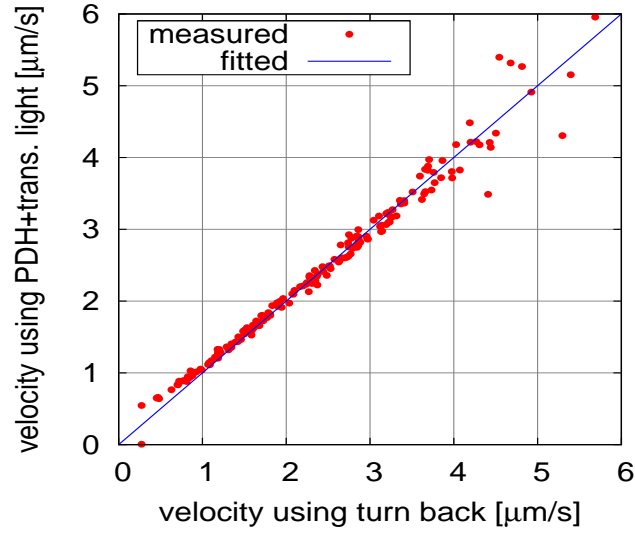


図 4.5 PDH 信号の傾きと透過光情報を利用した速度測定の結果

ある時刻 t_0 での鏡の速度を

$$v(t_0) = v' \sin(2\pi f_0 t_0) \quad (4.3)$$

と置く。このとき時刻が $t_0 + \delta t$ だけ経過するとその速度は $v(t_0)$ から δv だけ変化する。

$$\delta v = \int_{t_0}^{t_0 + \delta t} \left(\frac{dv}{dt} \right) dt \quad (4.4)$$

$$= \left[v' \sin(2\pi f_0 t) \right]_{t_0}^{t_0 + \delta t} \quad (4.5)$$

ここで、 $f_0 \delta t \ll 1$ がとすると上式は結局

$$\delta v \approx v' \delta t \cos(2\pi f_0 t_0) \quad (4.6)$$

となる。ただし δt について 1 次までを考えている。したがって等速度からのずれは考えている時間 δt に比例して大きくなる。これは言い換えれば、等加速度が働いていると言える。

通常ならば単振動の系は時間とともに運動が減衰していくが、いま考えているような系では常に地面振動等の外乱により鏡の運動が励起されているため、振動が完全に収束することはない。実際には時系列図 4.6 に示すように $\sim 1[\text{Hz}]$ の成分で運動が決まっていることがわかる。

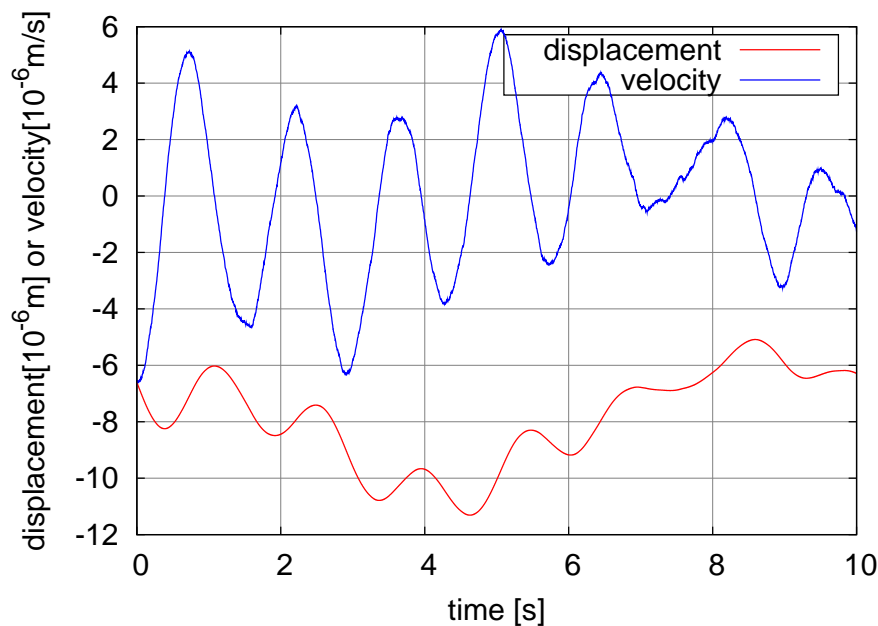


図 4.6 速度と変位の時系列の例図。負帰還制御信号から適当なフィルタ処理をして得た。

4.3.2 Allan 分散

速度の時間変動（加速度成分）を見るために Allan 分散を使用した。ここではまず Allan 分散について説明する。Allan 分散はある時間スケール τ において対象とする物理量 $y(t)$ の変動の具合を表す。この手法は主にレーザー周波数や原子時計の精度の安定度の評価のために開発されてきた経緯がある。

Allan 分散 σ_y の定義は次の式で表される。

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{\langle (\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k)^2 \rangle}{2} \quad (4.7)$$

$$\bar{y}_k = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_k+\tau} y(t) dt \quad (4.8)$$

したがって Allan 分散は時間間隔 τ で区切った区間における $y(t)$ 平均値 \bar{y}_k と次の区間 τ での平均値 \bar{y}_{k+1} との間の分散である。したがって $y(t)$ の値が τ の時間スケールでどれだけ変化してしまうのかを表す。

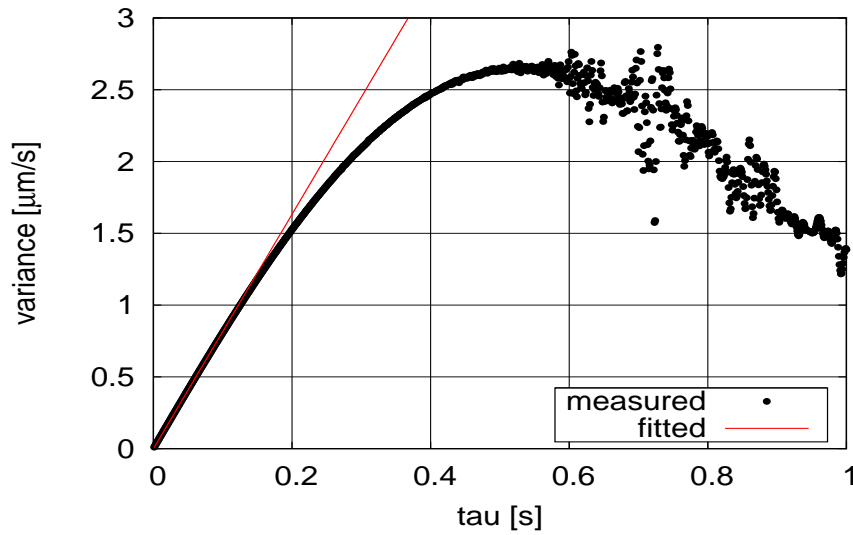


図 4.7 鏡の（相対）速度の Allan 分散

4.3.3 速度 Allan 分散の測定

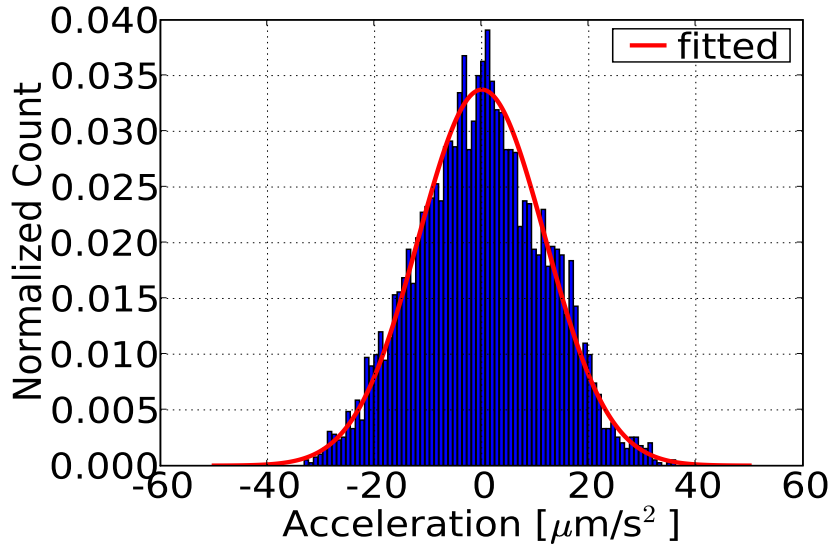
測定時には変位/速度スペクトルの測定時と同様に、共振維持状態での負帰還制御信号を測定した。ただしここでは負帰還制御信号を時系列で取得している。さらにその時系列データに対してアクチュエータ伝達関数を演算して速度時系列へ変換したのち、Allan 分散を計算するという手順をとった。速度の Allan 分散の結果を図 4.7 に示す。

測定から 0.1[s] 以下のタイムスケールでは速度の安定度が一次関数 $f(\tau) = B\tau$ で悪化していくことが分かった。これは 0.1[s] よりも長い周期で変動する加速度成分で支配されているためであると考えられる。さらに 0.5[s] でピークを得ることから、鏡の速度は懸架系の共振周波数 1[Hz] で決定していると言える。言い換えれば、0.1[s] 以下で見た振り子の共振周波数成分は十分ゆっくりと滑らかに動いている。以上よりガイドロックの典型的な時間スケールは現在 $\sim 0.01[s]$ のオーダーであるので、鏡には一定の加速度が働いているということがわかる。 $f(\tau) = B\tau$ でフィッティングした結果、 $B = 8.2 \times 10^{-6}[\text{m/s}^2]$ となった。

4.3.4 加速度スペクトル

鏡に働く加速度は 0.1[s] 以下の時間スケールでは $a'[\text{m/s}^2]$ のまま変動していない。ところが実際には 1 回 1 回のガイドロック試行のたびに a' は違う値をとりうる。したがって a' がとりうる値は確率分布で表されると考えられる。

さていま Allan 分散式 (4.7), (4.8) において、分散をとる個々のサンプルの間で次のよ

図 4.8 $\tau = 0.02[\text{s}]$ での加速度 a_k の度数分布

うに加速度を定義する。

$$a_k(\tau) \equiv \frac{\bar{v}_{k+1} - \bar{v}_k}{\tau} \quad (4.9)$$

ただし \bar{v}_k は k 番目のセクションにおける速度の平均値である。 a_k はしたがって、ある時間スケール τ で見たときの鏡に働く加速度に相当する。また速度の Allan 分散 σ_v と a_k は

$$\langle (a_k - \bar{a}_k)^2 \rangle = 2(\sigma_v)^2 \quad (4.10)$$

の関係で結ばれる。

タイムスケール $\tau = 0.02[\text{s}]$ において、 a_k の度数分布の計算結果を図 4.8 に示す。計算に使用した時系列データは総じて $100[\text{s}]$ であるので、約 1000 個についての度数分布となっている。フィッティングの結果 $\sigma = 12 \times 10^{-6}[\text{m/s}^2]$ のガウス分布とよい一致を見せている。また、その他のタイムスケールで同じ計算を行っても $0.1[\text{s}]$ 以下であれば図 4.8 と同じ分布図が得られ、かつガウス分布は $\sigma = 12 \times 10^{-6}[\text{m/s}^2]$ 程度でフィットできた。これは理論予想とよい一致を示している。これは式 (4.10) より、Allan 分散からの結果 $B = 8.2 \times 10^{-6}[\text{m/s}^2]$ を $\sqrt{2}$ 倍したものに相当し、Allan 分散の測定結果との一致が確認できる。

以上から $0.1[\text{s}]$ 以下では加速度はガウス分布にしたがうと考えてよいことがわかる。

4.4 加速度の減速効果への影響

アクチュエータの力以外に $a' = \text{const.}$ の加速度成分が存在している場合のガイドロックを考える。計算は次の2段階の手順で進めていく。

- (i) $0 \leq t \leq t_a$ で、鏡に加わる加速度を $a_0 + a'$ として速度・変位を計算する。
- (ii) $t \geq t_a$ で、加速度 a' が鏡に加わっているとして速度・変位を計算する。

ただし時刻 $0 \leq t \leq t_a$ はアクチュエーションを行っている時間とする。まずは時刻 $0 \leq t \leq t_a$ について変位と速度を計算する。アクチュエートし終えた時点の速度は

$$v'(t_a) = v_0 - (a_0 + a')t_a \quad (4.11)$$

$$= (1 - D)v_0 - Dv_0 \frac{a'}{a_0} \quad (4.12)$$

となる。ただし $t_a = D\tau$ を用いた。ここで $a' > 0$ の場合は共振に引き戻すように加速度が働いており、逆に $a' < 0$ の場合には共振から遠ざけるような加速度が働いているときを表していることに注意されたい。このとき共振からの距離 $x'(t_a)$ は

$$x'(t_a) = v_0 t_a - \frac{1}{2}(a_0 + a')t_a^2 \quad (4.13)$$

$$= D \frac{v_0^2}{2a_0} \left(2 - D - D \frac{a'}{a_0} \right) \quad (4.14)$$

だけ離れている。

次にアクチュエートを止めてからの $t \geq t_a$ の時刻について考える。共振に戻ってきたときの速度 v'_{back} は運動エネルギー保存則

$$(v'_{\text{back}})^2 = (v'(t_a))^2 + 2a'x'(t_a), \quad (4.15)$$

から、

$$v'_{\text{back}} = -v_0 \left((1 - D)^2 + D^2 \frac{a'}{a_0} \right)^{1/2} \quad (4.16)$$

と計算される。ただし、上式の平方根の中身が負になる場合、すなわち

$$D^2 \frac{a'}{a_0} \leq -(1 - D)^2 \quad (4.17)$$

のときには共振点に帰還することができない。これは例えば、 $D = 1.2$, $a_0 = 3.6 \times 10^{-4} [\text{m/s}^2]$ として計算すると $a' \leq -10 [\mu\text{m/s}^2]$ の加速度が働いていた場合に相当する。図 4.9 にいくつかの加速度について x - v 空間での鏡の軌跡の例を示す。

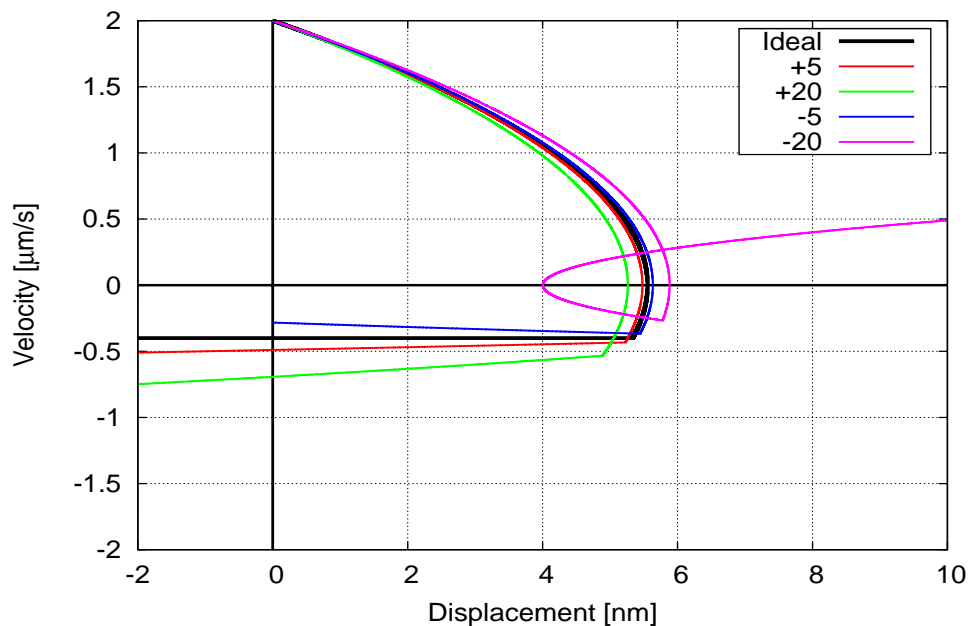


図 4.9 x-v 空間での $D = 1.2$ 減速の軌跡。黒い実線は加速度がない場合の理想的な減速を表す。凡例の数字はそれぞれ、加速度 a' の大きさを表し、単位は $[\mu\text{m}/\text{s}^2]$ である。符号が正のものは共振に引っ張りこむような加速度の向き、負は共振から遠ざけるような加速度を表す。

4.5 帰還率

4.5.1 定義

まず帰還率の定義する。帰還率はある減速パラメタ D において、 N 回ガイドロックを試行したときに

$$[\text{帰還率}] \equiv \frac{\text{共振に戻ってきた試行}}{N} \quad (4.18)$$

と定義する。したがって、帰ってきたかどうかだけで定義されるため、それが引き込み可能な速度に減速されているかどうかは考えないことに注意されたい。

4.5.2 予測

加速度一定の取扱いの範囲では式 (4.17) の条件に当てはまる試行は、共振点に帰還できずに失敗に終わる。この条件に当てはまるかどうかは、あるアクチュエータ加速度 a_0 、減速パラメタ D を決めた場合、その加速度の大きさ a' だけに依存する。

加速度が図 4.10 に示すような $a_{\text{rms}} = 12 \times 10^{-6} [\text{m}/\text{s}^2]$ のガウス分布であるときを考え

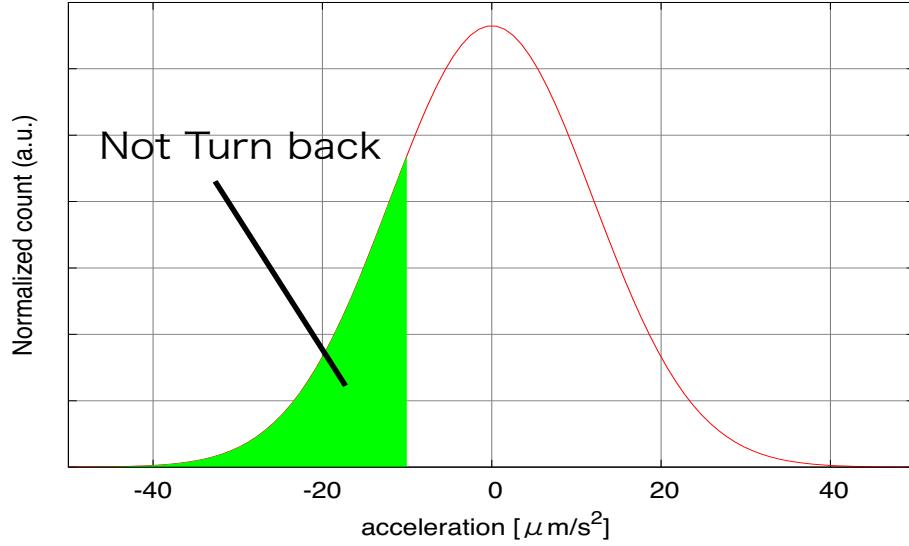


図 4.10 加速度の分布と帰還できない割合。赤の実線が加速度のガウス分布を表す。緑に色づけされた領域の加速度が働いた場合、その試行は共振に戻ってこれない。

てみる。このとき帰還率は

$$\text{帰還率} \equiv g(a_{\text{rms}}) = \sqrt{\frac{1}{2\pi a_{\text{rms}}}} \int_{a_{\text{cr}}}^{\infty} \exp\left(-\frac{a^2}{2a_{\text{rms}}^2}\right) da \quad (4.19)$$

で計算可能である。ただし、積分の下限值 $a_{\text{cr}}[\text{m/s}^2]$ は

$$a_{\text{cr}} \equiv -\left(\frac{1-D}{D}\right)^2 a_0 \quad (4.20)$$

で定義され、共振に帰還可能かどうかのしきい値を与える。

例えば $a_0 = 360 \times 10^{-6}[\text{m/s}^2]$, $D = 1.2$ とした場合、式 (4.17) より、 $a' \leq -10 \times 10^{-6}[\text{m/s}^2]$ の試行は、帰還できないこの場合帰還できないものはガウス分布の裾の 38 % を占めることになる（図の緑の領域）。したがって帰還率は 62 % と計算される。

4.5.3 測定結果

いくつかの減速パラメータ D において、実際にどの程度の割合の試行が鏡を共振まで帰還させられるか測定した。測定結果を図 4.11 に示す。各サンプル点は $N = 200$ 回程度の試行によって得られた結果である。図上において実線で引いた線は $a_{\text{rms}} = 17[\mu\text{m/s}^2]$ の加速度を想定した場合の予想曲線である。

ある程度減速させすぎると、帰還する割合が減って行く傾向が見られた。この傾向は予想と一致する。ただし $D = 1.3$ 以下での理論との差異は共振に戻るまでの時間が長くなることにより、加速度一定の仮定から外れてしまうためではないかと予想される。

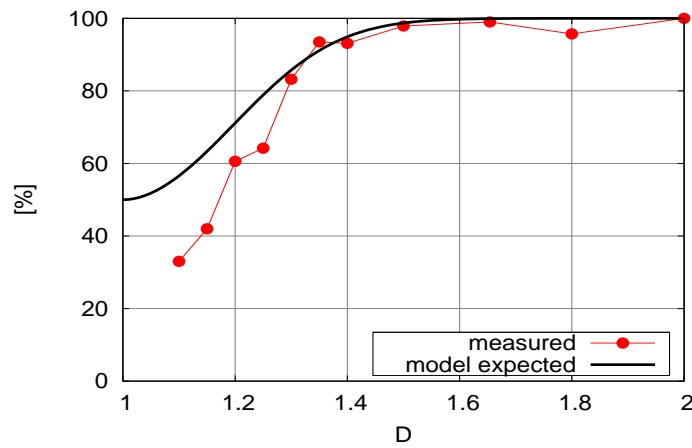
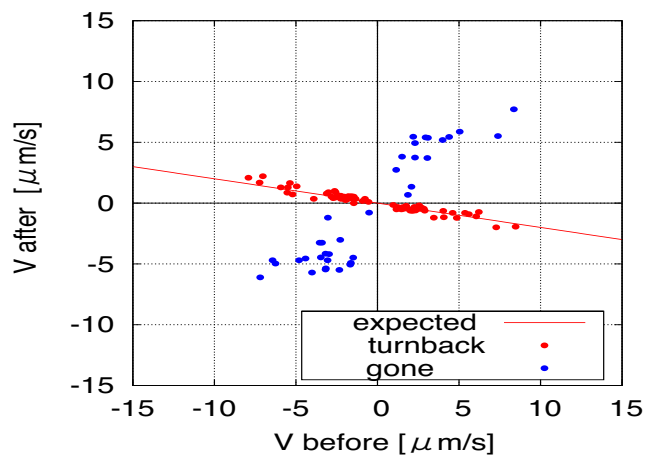
図 4.11 減速パラメタ D と帰還に成功する割合

図 4.12 $D = 1.2$ でのガイドロックの減速効果。横軸は減速前の共振通過速度，縦軸は減速させたのちの共振通過速度をあらわす。青いサンプルは共振に戻ってこなかった試行をあらわす。

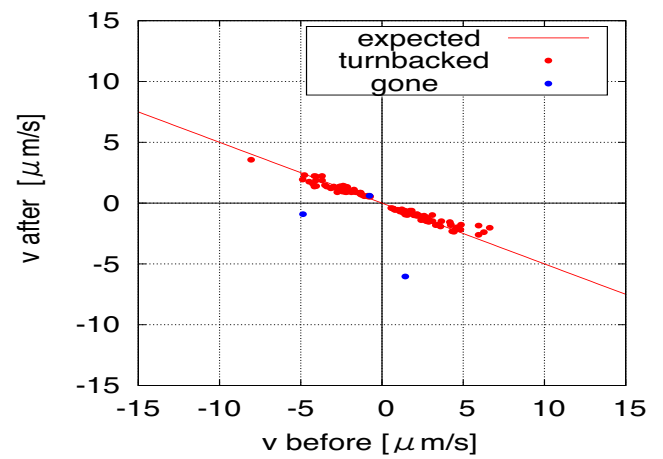


図 4.13 $D = 1.5$ でのガイドロックの減速効果。横軸は減速前の共振通過速度，縦軸は減速させたのちの共振通過速度をあらわす。青いサンプルは共振に戻ってこなかった試行をあらわす。

4.6 引き込み確率と最適化

4.6.1 定義

まず引き込み確率の定義をする。 N 回の試行 (N 回の共振通過) を行ったときに、その引き込み確率を次のように定義する。

$$\text{引き込み確率} \equiv \frac{v_{\text{lock}} \text{以下に減速された試行の数}}{N} \quad (4.21)$$

この場合、暗に帰還に成功していることを仮定している。

4.6.2 最適化

帰還率の測定によると $D = 1.4$ 程度から D が小さくなるに連れて帰還率が悪化していることがわかる (図 4.11)。帰還できなかった試行に関しては、原理的に減速効果が望めない。例えば、図 4.12, 4.13 に示すように、帰還に失敗したサンプルは第 1 象限, 第 3 象限に分布し、その傾きは大雑把に 1 である。つまりこれは減速効果が見られていない。また、先の測定結果にあるように $D \rightarrow 1$ であるほど帰還できないものが増えてくる。この帰還しない試行は言い換えればガイドロックに失敗したと言える。

以上からガイドロックには以下の 2 つの相反する問題が生じる。

- (1) 共振引き込み確率を上昇させるにはなるべく減速させる必要がある。
- (2) 一方で 減速させすぎると帰還率が減ってしまい、結局減速効果が得られない。

そこで、この 2 つの問題の妥協点を探すことで最適な減速パラメータ D を決定できる。ただしここで言う最適化は共振引き込み確率をもっとも高くなる D を選ぶことである。

さて、全ての D において帰還率が 1 の理想的な状態をまず考える。このときガイドロックにより共振に引き込むことが可能な割合、すなわち引き込み確率は

$$P_{\text{lock}} = \int_0^{v/(1-D)} f(v) dv \quad (4.22)$$

となる。これは減速効果により実効的に引き込み可能な速度の上限が増したことに相当する。しかし実際には共振に戻って来る試行の割合は 1 ではなく、式 (4.19) であらわされた。したがって総合した引き込み確率は

$$P_{\text{lock}} = \int_0^{v/(1-D)} dv f(v) g(a_{\text{rms}}) \quad (4.23)$$

となることがわかる。実際に $a_{\text{rms}} = 17[\mu\text{m/s}^2]$, $v_{\text{rms}} = 2.6[\mu\text{m/s}]$ としたとき、 P_{lock} は図 4.14 のようにある D で最大値を持つことがわかる。

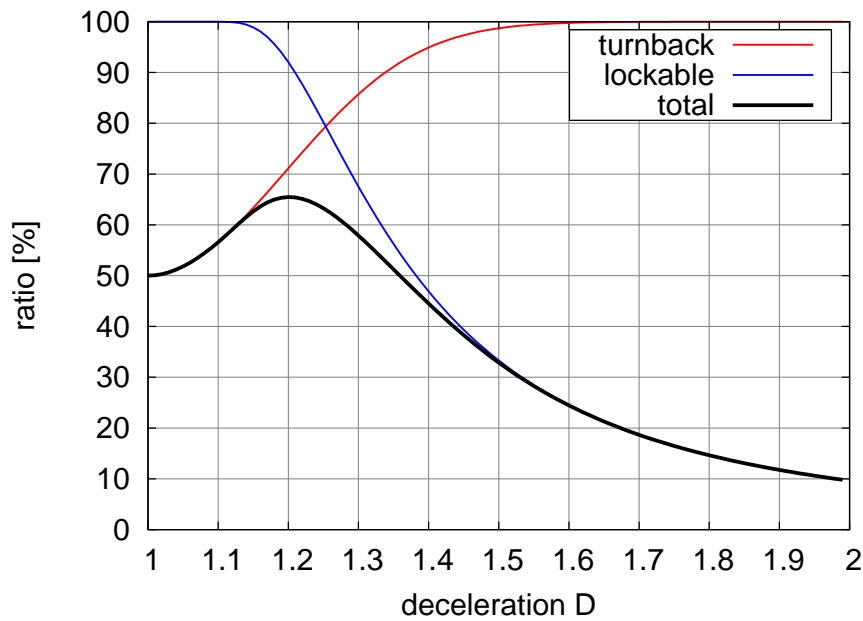


図 4.14 共振引き込み確率の減速パラメタ依存性。黒い実線が引き込み確率 P_{lock} ，赤の実線が帰還率 $g(a_{\text{rms}})$ ，青の実線が全ての試行が共振に帰還したと仮定した場合の共振引き込み確率を表す。

この最適点は帰還率がカットオフするあたりに存在することがわかる。カットオフは式 4.17 より D について二次方程式を解くと、

$$D_c \approx \frac{\sqrt{-x}}{\sqrt{-x} - 1} \quad (4.24)$$

$$x \equiv \frac{a_0}{a'} \quad (4.25)$$

で表される。実際に $a' = 17[\mu\text{m}/\text{s}^2]$ ， $a = 360[\mu\text{m}/\text{s}^2]$ として計算すると $D = 1.3$ となることが予想できる。

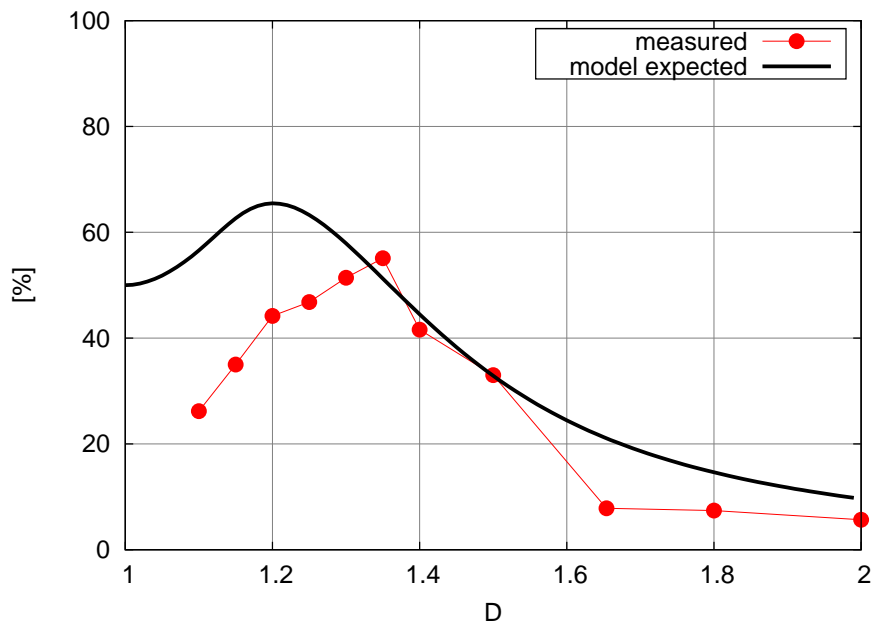


図 4.15 共振引き込み確率の減速パラメタ D 依存性の測定結果。

4.6.3 測定結果

実際には引き込み確率はどの減速パラメータで極大になるのか測定を行った (図 4.15)。引き込み可能速度は $v_{\text{lock}} = 0.9[\mu\text{m/s}]$ とした。図からわかるように $D = 1.35$ 近傍で極大を迎えて、それ以上減速させようとする引き込み確率が減少してしまうことがわかる。これは共振に戻ってくる試行の割合が減少してしまうことに直接起因している。また $D = 1.35$ 以上では、引き込み確率を上昇させるのに十分な減速ができていないために引き込み確率が低くなっている。以上から $D = 1.35$ が共振引き込みに最適なパラメータであると判断した。

4.6.4 引き込み試験

引き込み確率の測定から、 $D = 1.35$ が最適であることがわかった。そこで実際に $D = 1.35$ のパラメータで共振に帰還したものに対して、従来の負帰還制御を用いて共振引き込みに臨んだ。測定の結果を図 4.16 に示す。また図 4.17 にガイドロック動作の時系列を示す。ガイドロックを用いた場合には、1 回の試行で 80 % 程度の確率で共振引き込みに成功している。全試行で平均すると 1 回の共振通過に対して、42 % の引き込み確率となっている。比較のため、減速なしの通常の負帰還制御の引き込み頻度も同じグラフにプロットした。減速なしでは 5 % の引き込み確率であった。両者の比較を考えると、引き

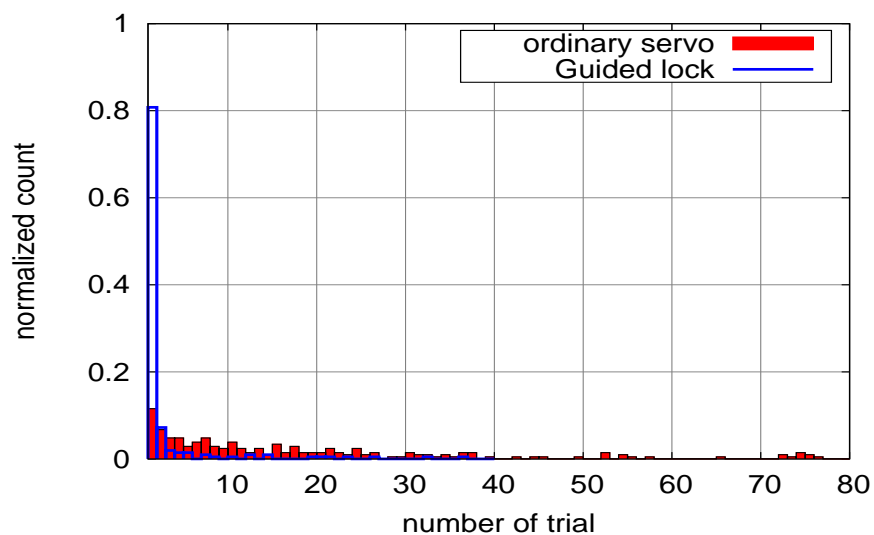


図 4.16 共振引き込みまでにかかる試行回数

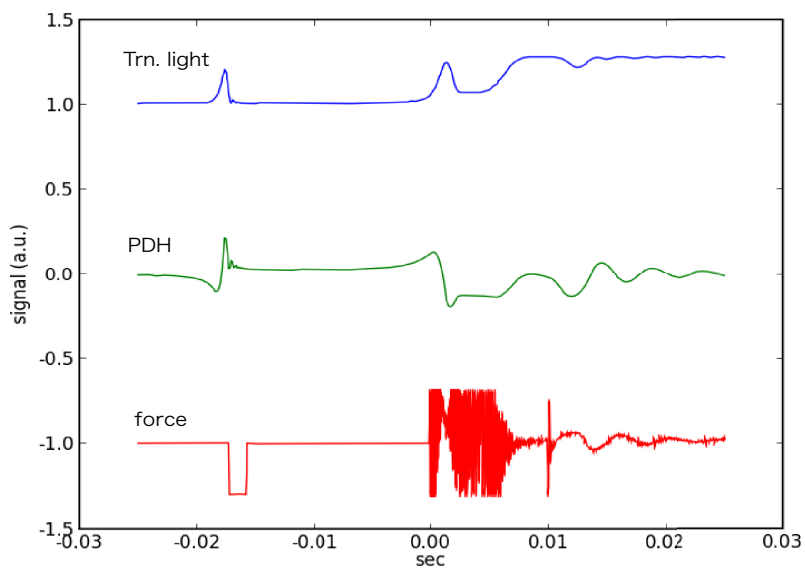


図 4.17 ガイドロックの動作。時刻 0.01[s] で引き込みに成功している。

込み確率は 8 倍程度改善していることがわかる。

4.7 本章のまとめ

TAMA300 の環境では減速パラメータ $D = 1.35$ が最適であることがわかった。最適点を決める要素は帰還率と、引き込み確率である。帰還率は鏡に働いている加速度の大きさ a_{rms} で決まるとするとよく説明がつく。最適化された状態での測定では引き込み確率は 42 % となり、これはガイドロックを用いない場合の 5 % に比べ、8 倍程度の改善である。また、

$$\frac{1}{2}v_0^2 \sim a_0\Delta L \quad (4.26)$$

の関係式から、 v_0 は $v_0|1 - D| = 0.35v_0$ となり、アクチュエータ効率に換算すると $a_0 \rightarrow 8a_0$ に相当することがわかる。したがって、TAMA では実効的にアクチュエータ効率を 8 倍強くしたと等価な性能が得られた。

また重要なこととして、この減速性能限界は加速度が $17[\mu\text{m}/\text{s}^2]$ 程度働いているとすると実験結果をよく説明できる。加速度がガイドロックに与える影響は特に帰還する割合に顕著で、帰還できないものは減速効果が得られないため、より減速させるためには帰還率を確保するような制御機構が必要である。

第 5 章

加速度を考慮した新ガイドロック

前章では通常のガイドロックでは鏡の持つ加速度の影響により、減速させるほど共振に戻って来れず減速効果が得られないことを示した。ここでは新たに加速度を考慮したガイドロックを提案する。この新方式を TAMA に実装した結果帰還する割合を 90 % 以上確保することに成功し、0.15 倍減速まで可能であることを実証した。

なお本章で述べる実験のセットアップは前章と同じものを用いた。

5.1 新方式のガイドロック

新方式のガイドロックでは加速度まで考慮して軌道を計算する。その狙いは大きな減速をした際にも帰還率を減少させないことにある。新方式の制御手順は次に示す 3 段階で進む。

- (1). ターンバック法を用いた加速度の測定
- (2). 加速度成分を考慮して鏡をアクチュエートする力時間を調節し、共振に減速状態で引き戻す
- (3). 通常の負帰還制御を用いて共振状態に引き込む

以下ではそれぞれの手順について、順を追って述べて行く。

5.1.1 (1). ターンバック法を用いた加速度の測定

新方式ではまず、系に働く加速度情報をターンバック法を用いて測定する。

ターンバック法について復習する。ターンバック法は共振通過した際に、速度と逆向きの力を鏡に与える。その後一定の力を与え続け、再び共振に戻ってきた際に力を与えるの

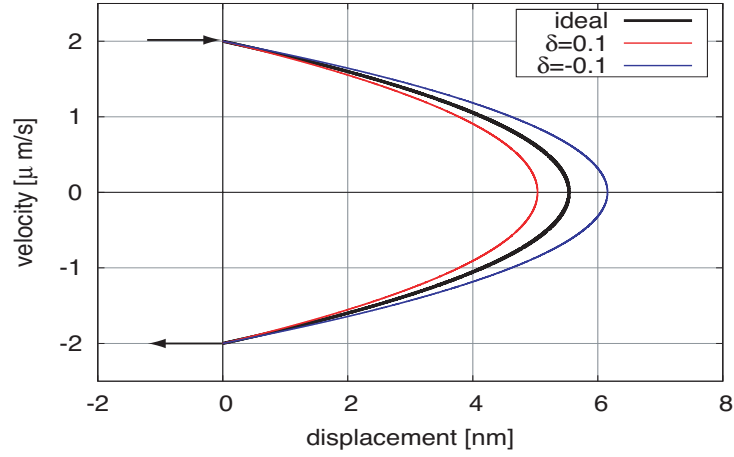


図 5.1 加速度が存在する場合のターンバック法の x - v 空間での軌跡。初速度 $v_0 = 2.0[\mu\text{m/s}]$ として計算した。

をやめる。したがって初速度 v_0 で進入してきた場合には、その帰還時の速度 v_{back} は

$$v_{\text{back}} = -v_0 \quad (5.1)$$

となる。このとき加速度がない場合にはその帰還にかかる時間は

$$T_b = \frac{2v_0}{a_0} \quad (5.2)$$

となる。

ではいま、加速度として $a' = \text{const.}$ が働いている場合を考える。このとき再び共振に戻ってきたときの速度は

$$v'_{\text{back}} = -v_0 \quad (5.3)$$

となり、速度からは加速度情報が得られないことがわかる。そこで、帰還にかかる時間に着目する。一定のが働く場合にはその帰還にかかる時間は次のように変化する。

$$T'_b = \frac{2v_0}{a_0 + a'} \quad (5.4)$$

したがって、共振通過時の初速度 v_0 とアクチュエータの与える加速度 a_0 が定まった状態で T_b を測定すれば原理的に鏡の加速度 a' が求まることがわかる。これが加速度測定の原理である。

実際にはアクチュエータの力を ON/OFF するタイミングは透過光量があるしきい値を越えたときに設定するため、完全対称に $v_{\text{back}} = -v_0$ とすることは難しい。そこで実験では

$$T_b = \frac{|v_0| + |v_{\text{back}}|}{a_0} \quad (5.5)$$

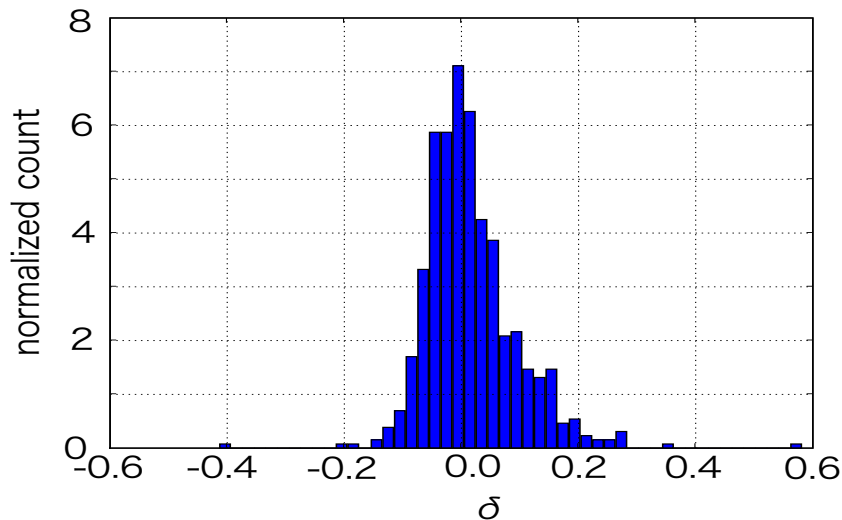


図 5.2 ターンバック法を用いた加速度の測定結果。

として扱った。 v_0 と v_{back} は PDH 信号の傾きと透過光のピーク値から測定する。加速度が働く場合には

$$T_b = \frac{|v_0| + |v_{\text{back}}|}{a_0 + a'} \quad (5.6)$$

となる。以降では計算上取扱いやすいように加速度比 δ

$$T_b/T'_b = 1 + \delta \quad (5.7)$$

$$\delta \equiv \frac{a'}{a_0} \quad (5.8)$$

を導入する。 $\delta = \pm 0.1$ の場合の x - v 空間でのターンバック法の軌跡を図 5.1 に示す。

図からわかるように $\delta > 0$ の場合にはターンバックするアクチュエータを助ける向きに加速度が働くので、 $\delta = 0$ の理想的な場合よりも短い距離、短い時間で共振に戻ってくる。 $\delta < 0$ の場合にはアクチュエータを妨害する向きに加速度が働くため、理想的な場合よりも長い距離を走り、帰還にかかる時間が延びる。

実際に測定した δ の度数分布を図 5.2 に示す。rms で $\sqrt{\langle \delta^2 \rangle} = 0.08$ という結果が得られた。これは加速度に換算すると $0.08 \times a_0 = 28.8 [\mu\text{m/s}^2]$ に相当する。この測定時に非常に大きな加速度が働いていたことがわかる。

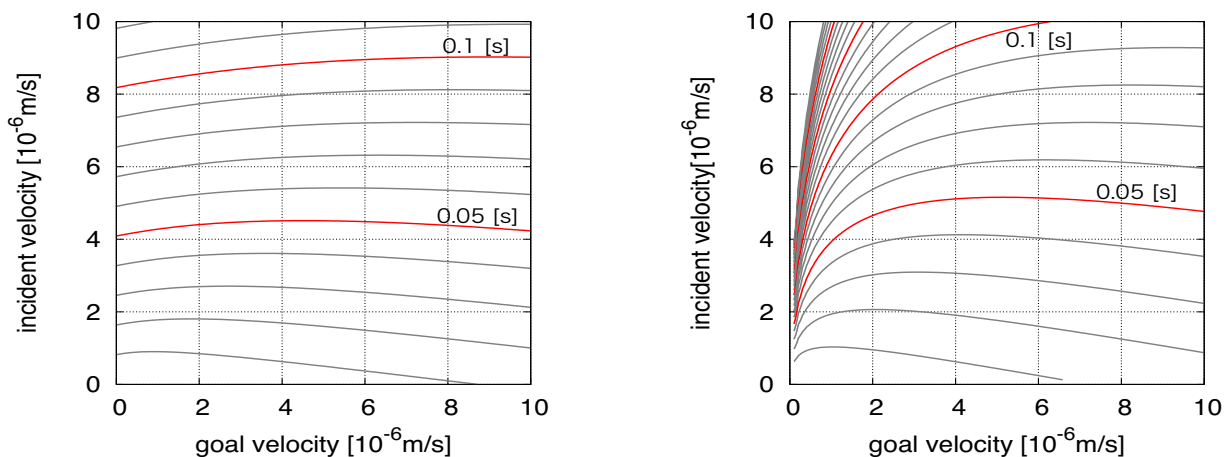


図 5.3 (左図) 新方式の場合にかかる時間。加速度がない $\delta = 0$ の場合の計算で、等高線でその時間を表した。等高線は 0.01[s] ごとに引き、0.05[s] ごとに赤い等高線を引いた。(右図) 同様にガイドロックでの帰還にかかる時間。

5.1.2 (2). 加速度を考慮した減速アクチュエート

ターンバック法を用いた加速度測定から加速度の量を表す δ と、共振通過速度 v が分かっているの、あとは減速力を適当な時間だけ与えて、減速状態で共振に引き戻せば良い。ただし、ここで重要なことは 0.1[s] 以内にガイドロックを終了させなければならないということである。これは加速度の典型的な変動スケール 1[s] よりも十分小さいこと、Allan 分散からの要求でもある。この時間スケールを越えた場合にはターンバック法で測定した加速度情報について、加速度一定の仮定が破れてしまう。以上の要求から、これまでの単パルス型の減速方式をやめ、ソフトランディング型の減速力に切り替えた。

これまでの減速パルスを与えるだけの場合には目標減速速度 v_{back} と初速度 v_0 を用いてその帰還にかかる時間はターンバック時間も含めて

$$T = \frac{2v_0}{a_0} + \frac{v_0}{2a_0} [v_0/v_{\text{back}} + 1 + v_{\text{back}}/v_0] \quad (5.9)$$

となり、目標速度 v_{back} を小さくしようとする v_{back} の-1 乗で帰還するまでの時間が増えてしまう。 v_{back} と v_0 の依存性を図 5.3 に示す。減速させるほど、アクチュエーションなしで共振まで鏡が自走する時間帯が増加し、帰還までの時間が増大することがわかる。そこで自走時間のないソフトランディング (soft landing) と呼ぶ方式を採用した。

ソフトランディング方式では、次ような順序でアクチュエーションを行う。

- 1. 引き戻し段階。鏡の運動の向きを共振に帰ってくるような方向になるまで力を

かけ続ける。

- 2. ブレーキ段階。共振に帰ってきたときに、任意の速度になっているように速度を減速させて調節する。

このようなアクチュエーションを完全に決定するには引き戻し動作からブレーキ動作へ、どのタイミングで切り替えるかの時刻 T_1 と、ブレーキをかけ続ける時刻の長さ T_2 が決まれば良い。ただし与える加速度は一定とする。以下ではこのソフトランディングのタイミング T_1 , T_2 を導出する。まず一般的に引き戻し段階とブレーキ段階における x - v 位相空間での軌道を考える。軌道はそれぞれ

$$x = \frac{1}{2a_0(1-\delta)}(v_0 + v)(v_0 - v) \quad (5.10)$$

$$x' = \frac{1}{2a_0(1+\delta)}(v + v_{\text{back}})(v - v_{\text{back}}) \quad (5.11)$$

と表される。ここで δ の取扱いについて注意しておく。1つ目の引き戻し段階では、ターンバック法を用いて測定した δ が、引き戻すアクチュエータの力を削るように働くため、実効的な加速度は $a = a_0(1 - \delta)$ となる。逆にブレーキの段階では加速度を強めるように働くため $a = a_0(1 + \delta)$ と表される。

さて、軌道乗り換えのタイミング T_1 を求めるためには2つの軌道が交わるような速度 v_x を求めて、その速度を達成するために必要な時間を導けば良い。式 (5.10), (5.11) より $x = x'$ として

$$(v_x)^2 = \frac{1 - \delta^2}{2} [(1 - \delta)v_0'^2 + (1 + \delta)v_{\text{back}}'^2] \quad (5.12)$$

が得られる。ただし初速度と終速度を δ を用いて

$$v_0' \equiv \frac{v_0}{1 - \delta} \quad (5.13)$$

$$v_{\text{back}}' \equiv \frac{v_{\text{back}}}{1 + \delta} \quad (5.14)$$

と定義し直した。

いま引き戻し段階を考えると初速度 v_0 で共振を通過した鏡に対して速度が v_x になるまで T_1 の時間だけアクチュエーションすればよい。したがって T_1 は

$$T_1 = \frac{|v_0| + |v_x|}{a_0(1 - \delta)} \quad (5.15)$$

$$= \tau_0' + \left(\frac{1 + \delta}{2(1 - \delta)} \right)^{1/2} \left[(1 - \delta)\tau_0'^2 + (1 + \delta)\tau_{\text{back}}'^2 \right]^{1/2} \quad (5.16)$$

とすればよいことがわかる。ただし特徴的時間スケールとして

$$\tau'_0 \equiv \frac{v'_0}{a_0} \quad (5.17)$$

$$\tau'_{\text{back}} \equiv \frac{v'_{\text{back}}}{a_0} \quad (5.18)$$

と定義した。

次に残りのソフトランディングを決める物理量 T_2 を求める。これには $v_{\times} \rightarrow v_{\text{back}}$ という制動を考えればよい。したがって T_2 は

$$T_2 = \frac{v_{\times} - v_{\text{back}}}{a_0(1 + \delta)} \quad (5.19)$$

$$= -\tau'_{\text{back}} + \left(\frac{1 - \delta}{2(1 + \delta)} \right)^{1/2} \left[(1 - \delta)\tau_0'^2 + (1 + \delta)\tau_{\text{back}}'^2 \right]^{1/2} \quad (5.20)$$

となることがわかる。以上の計算から任意の v_0 , v_{back} に対するソフトランディングのタイミング T_1 , T_2 が求まった。

ソフトランディングを用いた新方式全体でかかる時間はターンバック法による加速度測定にかかる時間 (式 (5.6)) も含めて

$$T_{\text{total}} = \frac{2v_0}{a_0(1 + \delta)} + T_1 + T_2 \quad (5.21)$$

となる。総時間 T_{total} について任意の v_0 , v_{back} について計算したものを図 5.3 に示す。ただし加速度がない $\delta = 0$ の場合についての計算結果である。ソフトランディングでは $v_{\text{back}} \rightarrow 0$ としても、これまでのアクチュエーションとは違い、帰還にかかる時間は有限となる。また、0.1[s] 以上かかる場合は総じて 8[μm/s] 以上の初速度の場合のみにとどめることが可能である。

ソフトランディング型でのアクチュエーションの時系列のプロットと、 x - v 空間での軌跡を図 5.4, 5.5 に示す。

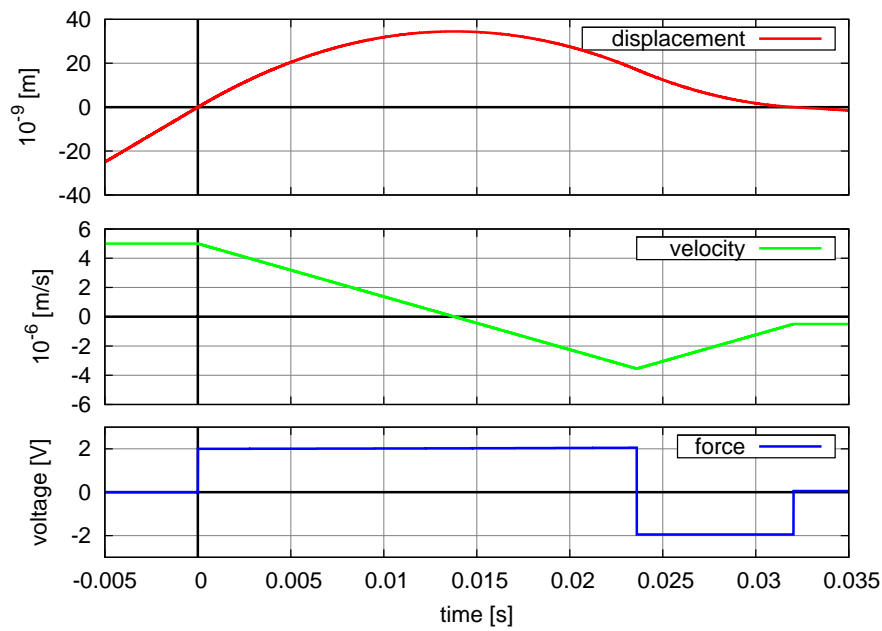
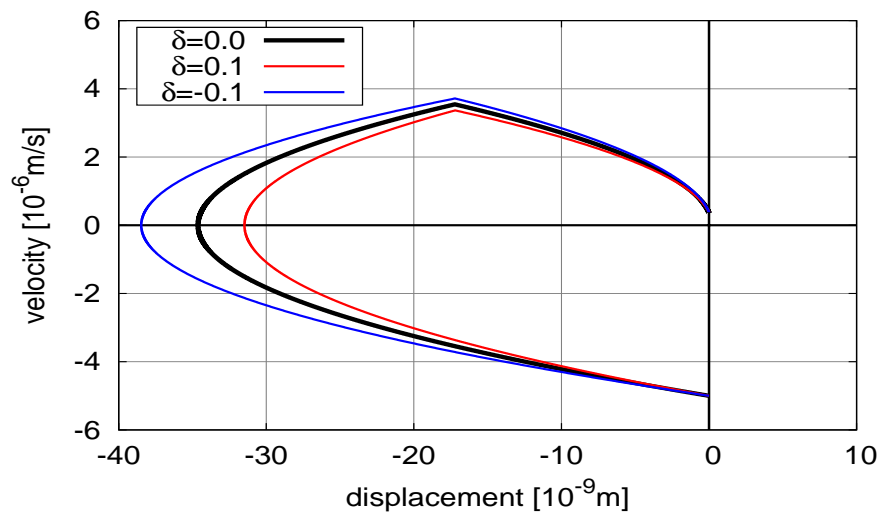


図 5.4 ソフトランディング型の時系列。

図 5.5 ソフトランディングにおける x - v 位相空間での軌跡

5.1.3 (3). 負帰還制御フィルタを用いた引き込み

これまでと同様に引き込みの際には負帰還制御フィルタを用いる。実際に動作したときの時系列を図 5.6 に示す。また新方式でのターンバック法による測定と、その後のソフトランディングを用いた全体の軌跡を図 5.7 に示す。

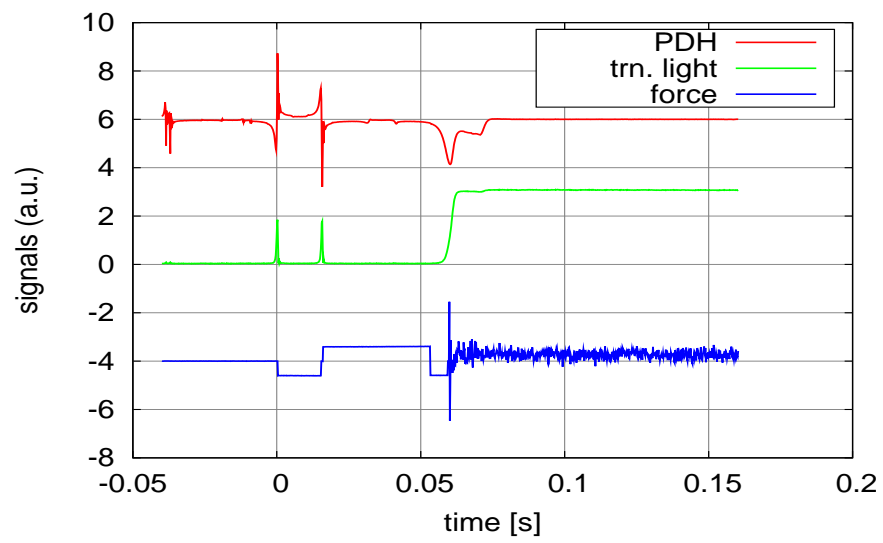


図 5.6 新方式の動作時系列図。0.07[s] で共振引き込みに成功している。

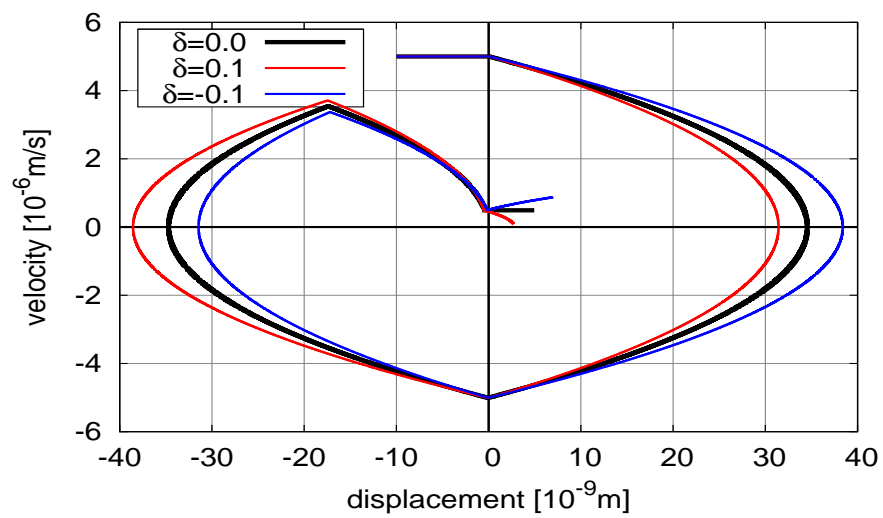
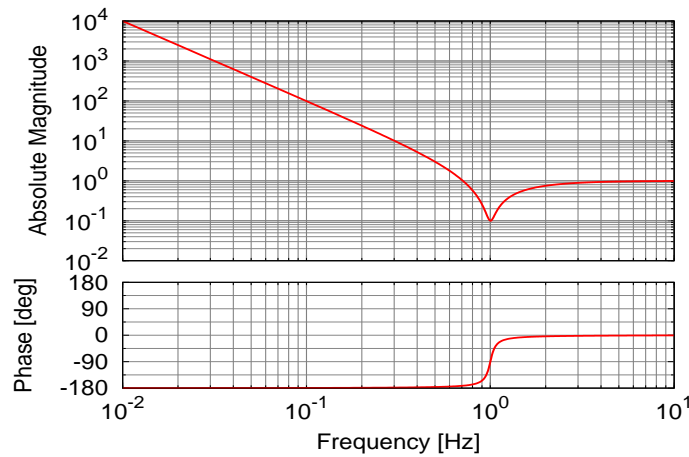


図 5.7 新方式全体 $x-v$ 位相空間での軌跡

図 5.8 自由質量応答のためのフィルタ $T(f)$ 伝達関数

5.2 自由質量フィルタ

これまでの計算は完全な自由質量に対しての計算であった。しかし実際には鏡はワイヤーで懸架されているため、自由質量近似から差異が生じてしまう。そこで我々はアクチュエータの力を鏡に与える前に、一度適当なフィルタを介すことで、実効的に自由質量応答するようにした。つまり

$$A'(f) = A(f)T(f) = \frac{A_0}{f^2} \quad (5.22)$$

となるようなフィルタ $T(f)$ を適用した。ただし $A(f)$ はアクチュエータ伝達関数である。式 (3.13) にあるようにアクチュエータは Q 値と共振周波数 f_0 で特徴づけられる。したがって、自由質量フィルタとして

$$T(f) = A_0 A(f)^{-1} f^{-2} = \frac{1 + f/f_0/Q - (f/f_0)^2}{f^2} \quad (5.23)$$

というデジタルフィルタを DSP 内部に構築した。図 5.8 にその伝達関数を示す。こうすることで実効的に自由質量として鏡を扱ってよい。DSP による自由質量フィルタとアクチュエータの関係を図 5.9 に示す。

5.3 帰還する割合

ガイドロックは共振に戻ってこれなかった場合、予想どおりの減速効果が得られない。我々の提案した新方式ではこの帰還する割合を加速度を考慮することにより上昇させるものである。

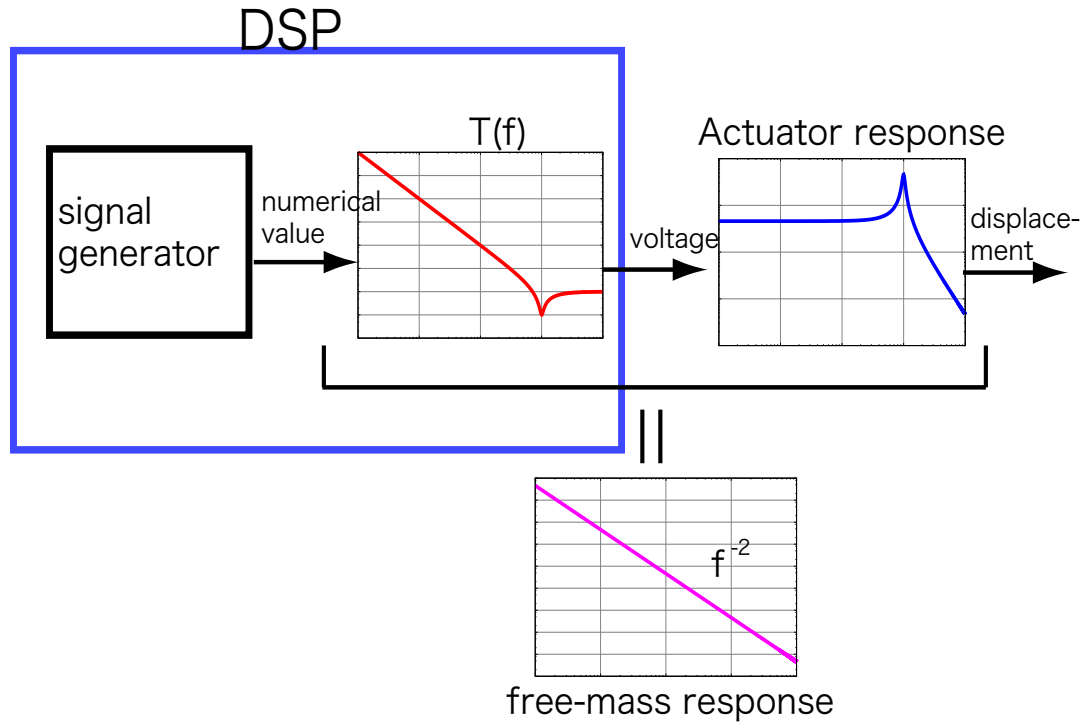


図 5.9 自由質量応答のためのフィルタ ($T(f)$) とそのセットアップ概略図。

加速度を考慮することで、実際に帰還する割合が上昇するか検証するために、ある減速率 D に設定した状態で減速を行い、帰ってきた割合を測定した。ただし D の定義は引き続き

$$v_{\text{back}} = (1 - D)v_0 \quad (5.24)$$

である。この測定を各 D ごとに 100 回程度行い共振に帰還する割合を測定した。なお減速試行は 1 回ごと 10[s] のインターバルを置いて行った。これはアクチュエータの応答が 1[Hz] で $Q = 10$ の値をとるため、一度鏡に力を与えると定常状態（フリーラン状態）から 10[s] 間は励起状態にあるため、励起状態が緩和するのを待つためである。

実際の実験結果を図 5.10 に示す。比較のため、ターンバック法による加速度測定を行わなかった場合（ソフトランディング方式）も同図上にプロットした。加速度を考慮しなかった場合には戻ってくる割合は減速を大きくとるほど減少する傾向が見られる。新方式では、帰還する割合は測定した範囲内では 90 % 以上であった。したがって加速度の考慮により帰還する割合が優位に改善していることがわかる。

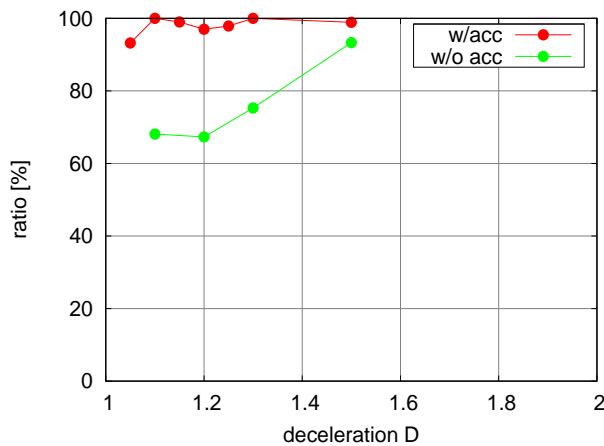


図 5.10 共振に帰還する割合。赤の点は加速度を考慮した場合、緑の点は加速度を考慮しなかった場合である。

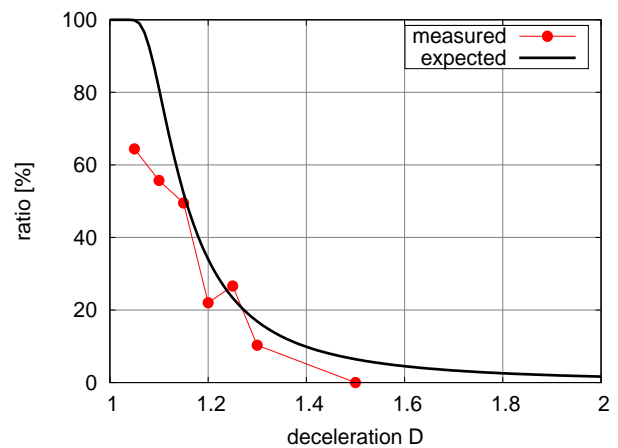


図 5.11 引き込み可能速度である割合

5.4 引き込み可能な割合

新方式では帰還する割合が増加することが確認された。あとは予想どおりに減速されており、かつそれが引き込み可能であることが重要である。上記のデータセットに関してその引き込み可能な速度以下の割合を測定した。

結果を図 5.11 に示す。同図上にはモデル計算式 (3.35) による予想曲線もプロットしておく。モデル予想では $v_{\text{rms}} = 5.6[\mu\text{m/s}]$ を想定している。測定から $D = 1.05$ でおよそ 60 % が引き込み可能なまでに減速されていることがわかる。実際に $D = 1.1$ で測定した共振引き込み試験結果を図 5.12 に示す。この測定の日には特に鏡の振動が大きかったことを付記しておく。その証拠として、通常の減速もなにもない負帰還制御だけでは 1.7 % しか共振に引き込めなかった (同図)。

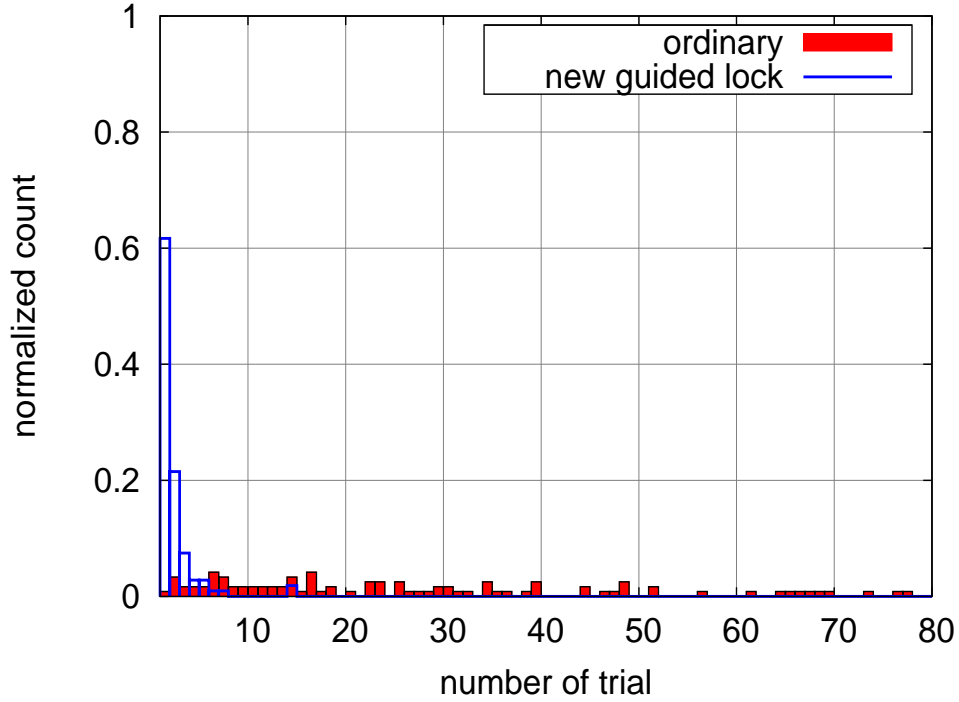


図 5.12 新方式のガイドロックを用いた場合の共振引き込みまでの試行回数。比較のために通常の負帰還制御による引き込みの場合もプロットする。

5.5 議論

5.5.1 減速限界

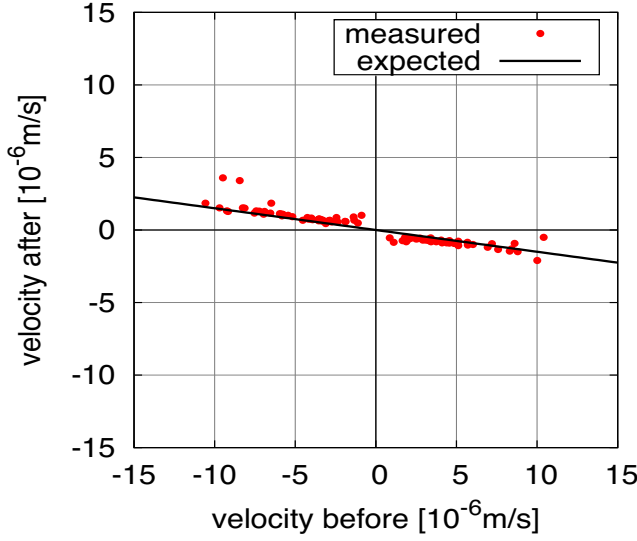
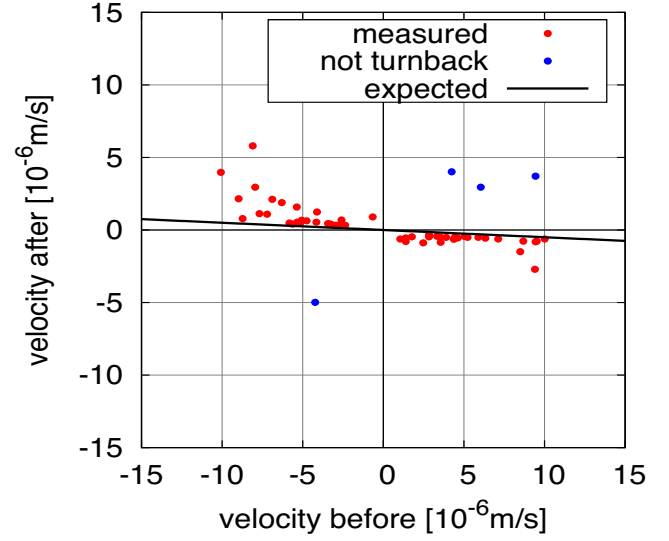
図 5.11 からわかるように $D = 1.15$ 程度から、予想曲線からの差異が大きくなる。実際 $D = 1.05$ 減速の場合には図 5.14 に示すように減速効果が見られなくなっている。その効果は図 5.13 に示す $D = 1.15$ の結果と比べれば明らかである。この減速効果の減衰は加速度の 1 次成分からの寄与であると推測する。以下では加速度の 1 次の成分の効果が減速限界に十分効いてくることを示す。鏡の運動が支配的な周波数 f_0 で決定している場合、

$$\delta v = a_{\text{ext}} \int_{t_0}^{t_0 + \delta t} \sin(2\pi f_0 t) dt \quad (5.25)$$

で速度の変化が表される。被積分関数について 1 次まで展開して積分を実行すると

$$\delta v = a_{\text{ext}} \delta t \sin(2\pi f_0 t_0) + \frac{a_{\text{ext}} \pi f_0 \delta t^2}{2} \cos(2\pi f_0 t_0) \quad (5.26)$$

となる。ここで初項は一定加速度成分 (0 次) を表し、第 2 項は 1 次の加速度の成分を表す。今回実装した新方式のガイドロックでは上式の 0 次の加速度を打ち消すようにアク

図 5.13 $D = 1.15$ 減速の測定結果図 5.14 $D = 1.05$ 減速での測定結果

チューエートしているため、ここでは 1 次の加速度に注目する。

1 次の加速度について 2 乗平均すると

$$\langle \delta v^2 \rangle = \frac{1}{2} \left(\frac{a_{\text{ext}} \pi f_0}{2} \delta t^2 \right)^2 \quad (5.27)$$

となり、速度変化としては

$$\sqrt{\langle \delta v^2 \rangle} = \frac{a_{\text{rms}} \pi f_0}{2} \delta t^2 \quad (5.28)$$

が鏡に加わることがわかる。ただし $a_{\text{rms}} \equiv a_{\text{ext}}/\sqrt{2}$ とした。ではこの 1 次の加速度が速度に及ぼす影響をオーダー計算してみる。共振通過速度 $5[\mu\text{m/s}]$ 程度のものに対して、の速度ずれは

$$\delta v = \frac{a_{\text{rms}} \pi f_0}{2} T_{\text{total}}^2(D) \quad (5.29)$$

である。ここで T_{total} はガイドロックにかかる時間で式 (5.21) から

$$T_{\text{total}} = (4 - D)\tau_0 + \frac{\tau_0}{2} [1 + (1 - D)^2]^{1/2} \quad (5.30)$$

と表される。ただし簡単のため $\delta = 0$ として加速度への補正は考えていない。また $\tau_0 \equiv v_0/a_0$ である。

典型的に減速効果が得られなくなる極限を次式のように減速後の速度と、加速度 1 次成分の速度揺らぎが同程度となる時だとする。すなわち、

$$(1 - D)v_0 \sim \delta v \quad (5.31)$$

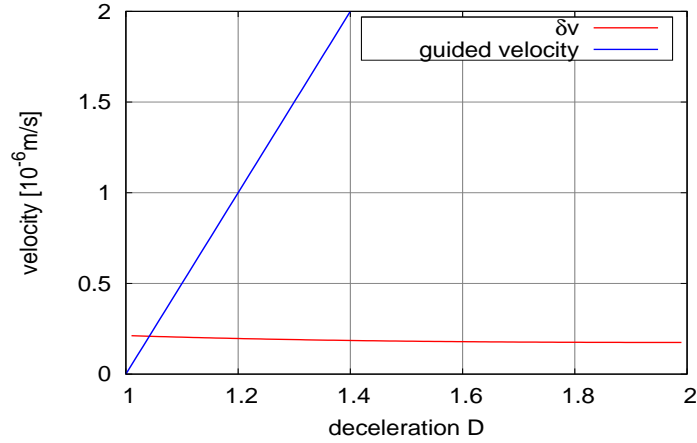


図 5.15 減速後の速度（青の実線）と加速度 1 次成分の大きさ（赤い実線）

の時である。共振通過速度 $5.0[\mu\text{m/s}]$ について左辺の減速後の速度 $(1-D)v_0$ と、 $a_{\text{rms}} \approx \delta a_0$ として $\delta = 0.1$ 程度の加速度が及ぼす速度のずれを図 5.15 に示す。 $D = 1.05$ 程度で 2 つの量が同程度となることから、加速度の 1 次成分が制限しているとする、実験結果を説明できる。したがって加速度の 1 次成分が新方式での減速性能を制限していると考えられる。

また妥当な減速性能としては、控えめであるがモデル曲線からのずれが始まる直前の $D = 1.15$ であると結論する。

5.5.2 LCGT への適用

日本の次世代計画 LCGT は TAMA300 のある国立天文台三鷹キャンパスよりも地面振動の静かな岐阜県の神岡鉱山内に建設される予定である。しかし LCGT では TAMA よりも重力波感度を上昇させるためにアクチュエータ効率や共振幅への制限はさらに厳しい。

LCGT デザインから計算される原理的に引き込み可能な速度は

$$v_{\text{lock}} = 31[\text{nm}] \quad (5.32)$$

となっている。計算には表 5.1 に示す物理量を用いた。

では新方式のガイドロックの有用性を示すために非常にナイーブではあるが、次のようなセットアップについて考えることにする。

- TAMA300 の低周波防振装置をそのまま移植
- 地面振動は神岡鉱山での実測値を使用
- 低温系による振動流入, SPI による防振効果は考えない

鏡の質量： m	30[kg]
アクチュエータ効率： A	$3.0 \times 10^{-9}[\text{m/V}]$
アクチュエータの力： F	$3.6[\mu\text{N/V}]$
最大印加電圧： V_{max}	10[V]
フィネス： \mathcal{F}	1250
レーザー波長： λ	1064[μm]

表 5.1 LCGT における諸物理量。

図 5.16, 5.17 にそれぞれ神岡鉱山内の地面振動スペクトル, TAMA 低周波防振装置の防振性能を示す。このような場合、計算から予想される速度の rms は 200[nm/s] 程度となる。これは原理的に引き込み可能な速度の 7 倍程度である。したがって定常的に引き込みを達成するためには少なくとも原理的に引き込み可能な 31[nm/s] と同程度の速度まで減速させる必要がある。そのためには $1/7 \approx 0.14$ 倍減速させればよい、非常に楽観的に考えて TAMA300 での結果がそのまま LCGT に適用できるならば、0.15 倍まで減速できるため、共振引き込みは非常に有利になると予想される。

また、SPI を導入した際に考えられるガイドロックの活用法として以下のようなものを提案する。SPI を用いた場合鏡の振動が非常に静かになるため、共振がなかなか表れないということが予想される。そこで考えられるシナリオは PDH 信号が得られない領域で、鏡を適当な向きにアクチュエーターで加速させてやり、強制的に共振を通過させる。この際にせっかく SPI で防振してあったものを加速させてしまい、共振引き込みを難しくしてしまう虞れがある。しかし本方式のガイドロックを用いれば、ある程度の加速であれば共振引き込み状況を劣化させずにすむと予想される。

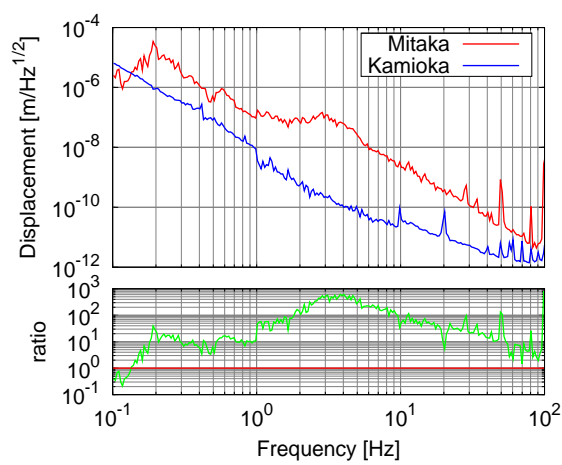


図 5.16 神岡鉱山での地面振動スペクトル。比較のために三鷹での地面振動スペクトルも付加しておく。高橋竜太郎氏提供。

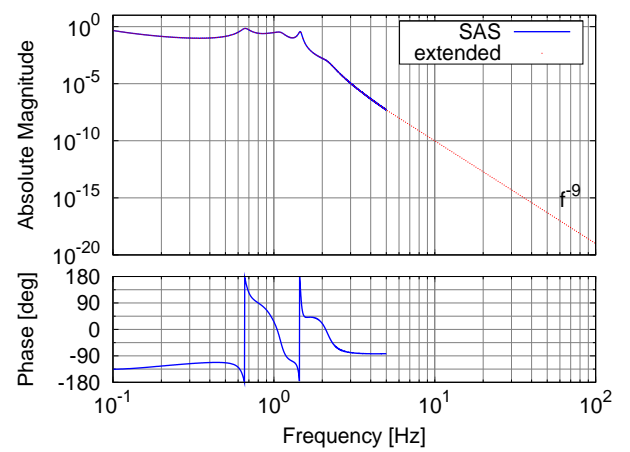


図 5.17 TAMA 低周波防振装置の防振性能。高橋竜太郎氏提供。

第 6 章

まとめ

レーザー干渉計型重力波検出器において Fabry-Perot 共振器の引き込みは非常に重要である。共振引き込み条件は鏡の速度 v と、共振の幅 ΔL 、アクチュエータの強さ F を用いて $mv^2 \sim F\Delta L$ で決定される。次世代検出器ではさらにこの引き込みの条件が難しくなることが予想される。そこで引き込み技術の 1 つであるガイドロックを用いた場合にどれほど共振に引き込めるかを検討し、かつ TAMA300 に実装することで実験的にガイドロックの性能を検証した。

ガイドロックの減速性能と加速度

実験検証の結果 TAMA300 の光学セットアップと試験環境（地面振動等）では最大で 0.35 倍まで減速することが可能であるという結果を得た。これはアクチュエータ効率に換算して 8 倍程度強くした場合に相当する。この性能は加速度により限界が与えられ、実験では $17[\mu\text{m}/\text{s}^2]$ 程度が存在しているとする計算予想とよい一致が見られた。

加速度を考慮した新ガイドロック

従来のガイドロックは加速度により性能が制限されてしまうという結果を受け我々はさらに加速度を考慮したガイドロックを考案・実装した。アクチュエーションでは加速度をキャンセルするようにした。またアクチュエーションは加速度が一定であると見なせる時間スケール 0.1[s] 以内に終わらせるようにソフトランディング型を用いた。これらを TAMA にインストールした結果、帰還する割合は 90 % 以上確保され 0.15 倍まで減速可能であることを実験実証した。これはアクチュエータ効率に換算して 44 倍の上昇に相当する。

付録 A

加速度 1 次の効果の考察

新方式のガイドロックでは加速度の 0 次成分（DC 成分）を測定することで、その効果を打ち消すようなアクチュエーションを行っている。この方法での減速限界は原理的に加速度の 1 次の成分で制限されると考えられる。

減速性能限界は式 (5.31) にあるように

$$(1 - D)v_0 \approx \frac{a' \pi f_0 v_0}{2a_0^2} T_{\text{total}}^2 \quad (\text{A.1})$$

で決まると推測される。したがってこの方程式を D について解くことで、その限界カットオフ D_c が求まる。そこで実際に数値計算を用いて D_c を求め、それぞれ入射速度 v_0 依存性と外乱加速度 a' 依存性について調査した。それぞれ計算の結果を図 A.1, A.2 に示す。

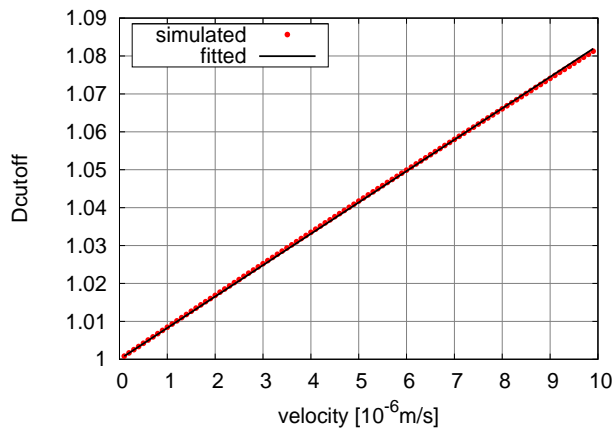


図 A.1 減速カットオフ D_c の初速度 v_0 依存性。ただし $\delta = 0.1$ に固定した。

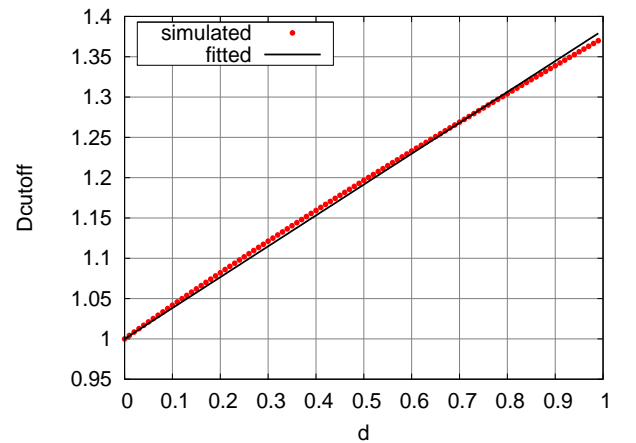


図 A.2 減速カットオフ D_c と外乱加速度成分 δ 依存性。ただし $v = 5.0 [\mu\text{m/s}]$ に固定した。

ただし図中で δ は外乱加速度成分の比 $\delta \equiv a'/a_0$ である。それぞれ計算の範囲内ではおまかに線形近似できることがわかる。近似の結果それぞれ

$$D_c = 1 + 0.04 \left(\frac{v_0}{5.0 \times 10^{-6} [\text{m/s}]} \right) \quad (\text{A.2})$$

$$D_c = 1 + 0.04 \left(\frac{\delta}{0.1} \right) \quad (\text{A.3})$$

が得られた。これは v_0 が大きいほど減速が難しく、 δ が大きいほど加速度成分が効いてくることを意味しており、直感と矛盾しない。この結果からさらに外挿し、 v_0 と δ の間に余計なカップリングがないとすると D_c は次の式に纏めることができると考えられる。

$$D_c = 1.0 + 0.04 \left(\frac{v_0}{5.0 \times 10^{-6} [\text{m/s}]} \right) \left(\frac{\delta}{0.1} \right) \quad (\text{A.4})$$

これが減速効果に与える加速度 1 次の影響である。したがって、さらに性能を上昇させるには共振通過初速度 v_0 を減らす、若しくは外乱加速度成分 δ を減らせばよい。どちらも、鏡の振動成分に由来する物理量であるため、本ガイドロックを用いる場合の防振系への要求値が上式から算出できる。

付録 B

デジタルフィルタ

B.1 構成

本実験に用いたデジタルシステムについて述べる。デジタルフィルタは次の 4 点のボードで構築される。

- DSP(Digital Signal Processor) ボード
- 入力 AD ボード
- 出力 DA ボード
- ethernet 互換ドーターカード

DSP ボードの上に入出力ボードとドーターカードをスタックさせ (図 B.1)、電源とクロックタイミングを共有させている。特に AD/DA 変換のクロックタイミングは AD ボードがマスタとなり、その他のボードがスレイブとして駆動される。実験ではサンプリングタイミング内に計算が終わらせることと、広帯域制御フィルタ実現のために 200kHz サンプリングを採用した。

DSP TMS320C6713 (Texas Instruments)	
CPU clock	225MHz
浮動小数点演算器	

表 B.1 DSP の主要パラメタと特徴

DSK6713IF/AI2 DSK6713IF/AO2 (平塚エンジニアリング)	
AD 変換	16bit-4ch
DA 変換	16bit-4ch
サンプリング周波数	最大 500Hz

表 B.2 入出力ボードの主要パラメタ

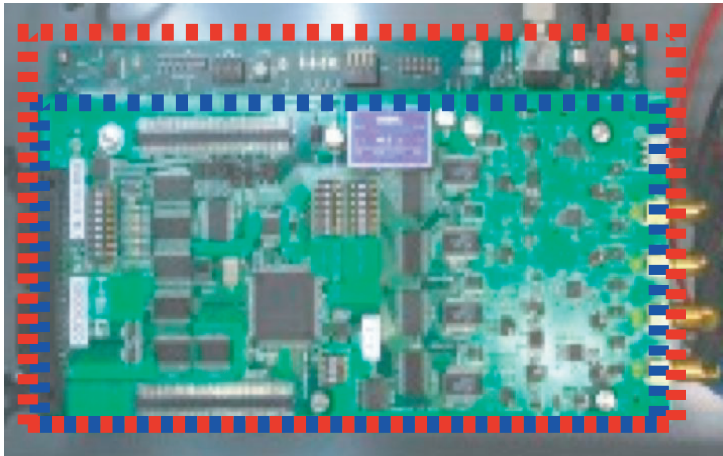


図 B.1 DSP と入出力ボード。DSP ボード（赤い破線）の上に入力ボード、出力ボード（青い破線）をスタックさせている。

B.2 遅延時間

AD タイミングから DA タイミングまでには遅延が生じる。特にデジタル系の場合、一度アナログ信号を離散化し、適当な処理をしたあとでアナログ信号として再び出力するため、時間遅延がアナログのそれよりも大きい。今回のセットアップでは時間遅延として $\Delta t = 7.9[\mu\text{s}]$ が実測値として測定された。測定では AD 変換された値をそのまま DA 出力するスルーフィルタに設定し、その位相遅れを測定した。遅延時間によって起こる位相変化は

$$\Delta\phi = -2\pi f\Delta t \quad (\text{B.1})$$

と表される。ここで負符号は位相が遅れることを表す。測定結果を図 B.2 に示す。

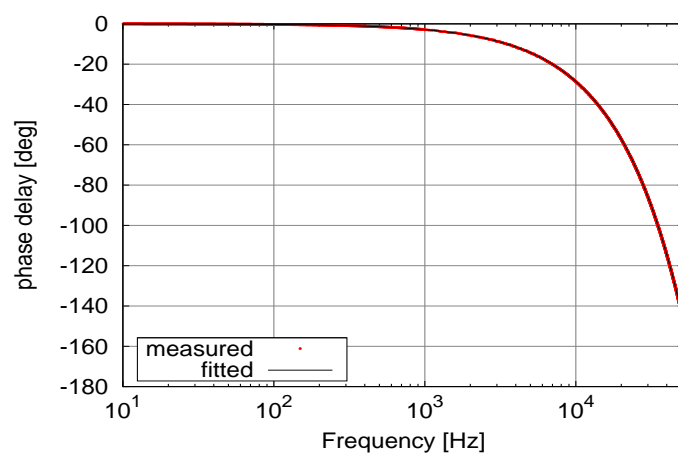


図 B.2 DSP の位相遅延測定結果

付録 C

パワーリサイクリング状態での動作

観測モードに移行する際には、Fabry-Perot 共振器の自由度の他にパワーリサイクリングキャビティとマイケルソン部を動作点に維持しながら、Fabry-Perot 共振器を引き込むという手順をとっている [31]。ここではパワーリサイクリング状態でも原理的にガイドロックが動作可能であることを報告する。

セットアップ

図 C.1 に示すように FPMI 干渉計のレーザー入射側にパワーリサイクリングミラーを配置する。パワーリサイクリングミラーの導入により実効的にレーザーパワーが増加する。

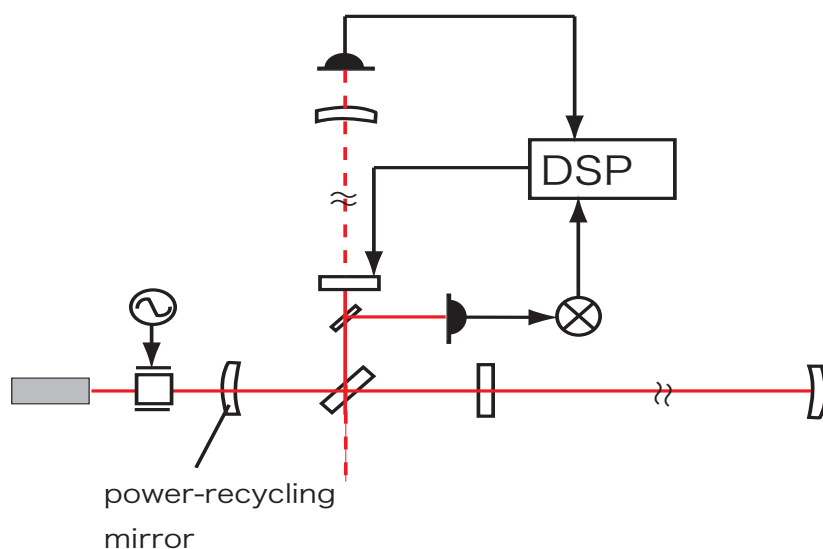


図 C.1 パワーリサイクリング時のガイドロック動作時系列。

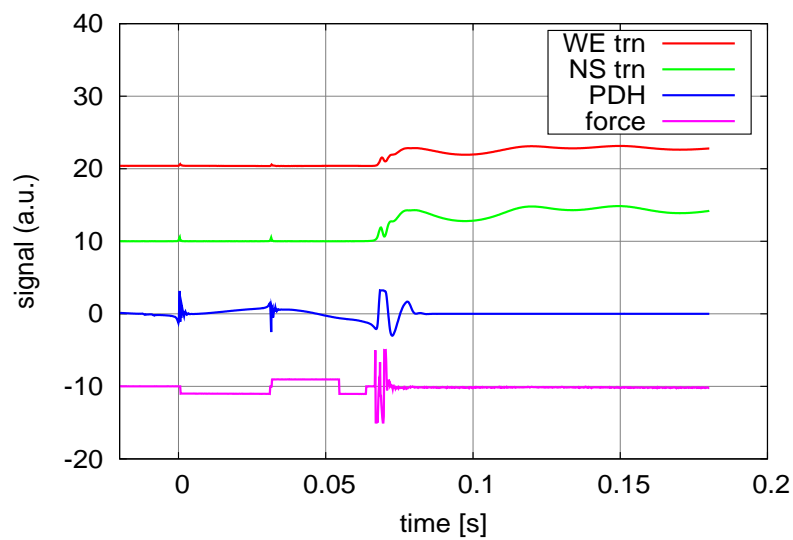


図 C.2 パワーリサイクリング時のガイドロック動作時系列。

動作

今回提案した加速度を考慮したガイドロックがパワーリサイクリング状態でも動作することを実験的に確認した。その時系列データを図 C.2 に示す。Fabry-Perot 共振器単体としては特性は変わらないと考えられるが、実践的には他の制御系からの影響が PDH 信号に表れるため、単体の Fabry-Perot 共振器だけの時よりも引き込み確率は減少したように思われる。

謝辞

本研究を遂行するにあたって多くのみなさまにご協力頂きました。ここにその感謝の意を述べます。

まず指導教官である藤本眞克教授には、重力波実験に携わる機会を与えてくださったことに深く感謝します。そもそも私は学部生時代に出席した藤本教授の重力波集中講義に感銘を受け、教授の下で学ぶことを決意しました。その講義に出席していなければ、現在の私はなかったかも知れません。また、まだ研究者として未熟な私に国際会議で口頭発表という大変貴重な機会を快く与えて下さいました。折にふれて宇宙物理や相対論、量子力学に関する私の稚拙な質問に明解なご回答をいただき、その知識と知恵の深さに感服しました。

国立天文台準教の川村静児氏には、修士課程から重力波業界に飛び込んだ初心者の私に基礎的な重力波検出器のレクチャーを丁寧にしていただきました。氏からは常に激励の言葉をいただき、実験がうまくいかないときでも前向きな精神を保つことができ非常に感謝しています。

国立天文台助教の辰巳大輔氏に感謝します。氏には普段からの実験レポートや、計算機科学、宇宙物理まで全てにおいて熱意あるご指導を頂きました。なかなか実験の進まない私に付き添って、データ解析や実験を補助してもらったのは一度や二度ではありません。そのたびに科学に対する厳格な精神を注入していただきました。

同助教の新井宏二氏に感謝します。TAMA300 を使いこなせない未熟な私に丁寧に手ほどきをして下さいました。特に休日に実験する際、トラブルになるたびにリモートで氏にトラブルシュートしてもらったことは数え切れません。また氏が運転する TAMA300 が水を得た魚の如く円滑に動作する様はいつ見ても痛快なものがあります。そのレーザー干渉計技術への熱意と熟練度には勉強させられるばかりでした。

同助教の高橋竜太郎氏には TAMA300 での制御系を整備していただくとともに、私の実験を忍耐を持って見守って下さいました。また突然の停電からの復旧や、鏡の交換等一緒に作業して下さいましたことにも深く感謝します。

東大宇宙線研助教の宮川治氏に感謝します。本実験のテーマは氏の仕事から派生したものであり、実験の進みに応じて非常に有益な意見をいただきました。

法政大学準教の佐藤氏には多忙ななか検出器について頻繁に質問に答えていただいたことを感謝します。

国立天文台重力波プロジェクト室のスタッフと学生みなさまに感謝します。特に同研究室で京都大学博士課程の西澤篤志氏に感謝します。論文を読んでいてわからないところは氏との議論でほとんど解決することができました。

最後に私を生活面・精神面で支えて下さった多くの友人たちと、研究の道を選んだ私を暖かく見守って下さった両親と祖父母に木曾谷よりも深く感謝します。

参考文献

- [1] A.Einstein, "Die Grundlage der allgemeinen Relativit stheorie", Annalen der Physik, 49 (1916)
- [2] R.A.Hulse and J.H.Taylor, "Discovery of a pulsar in a binary system", APJ letter, 195 51(1975)
- [3] J.H.Taylor and J.M.Weisberg, "Further experimental tests of relativistic gravity using the binary pulsar PSR 1913+16", APJ, 345 434 (1989)
- [4] J.M.Weisberg and J.H.Taylor "The relativistic binary pulsar B1913+16", arXiv:astro-ph/021121v1 (2002)
- [5] M.J.Valtonen, et al., "A massive binary black-hole system in OJ287 and a test of general relativity", Nature 452 851(2008)
- [6] M.Ando, et al., "Current status of the TAMA300 gravitational-wave detector", Class. Quantum Grav. 22 S881 (2005)
- [7] F. Acernese, et al., "The VIRGO status", Class. Quantum Grav. 23 S635 (2006)
- [8] B Willke, et al., "Status of GEO600", Class. Quantum Grav. 21 S417
- [9] A Abramovici et al, "LIGO:Laser Interferometric Gravitational-Wave Observatory", Science 256 325 (1992)
- [10] B. Abbot et al, "Implications for the origin of the GRB 070201 from LIGO observations", APJ 681 1419 (2008)
- [11] B.F.Schutz, "A first course in general relativity", Cambridge univ. press (1985)
- [12] S.L.Shapiro and S.A.Teukolsky, "Black holes, White dwarfs and Neutron stars", Wiley-interscience (1983)
- [13] Michele Maggiore, "Gravitational Waves volume1", Oxford univ. press (2008)
- [14] R.M.Monchmeyer et al., "Gravitational waves from collapse of rotating stellar cores", AandA 246 417 (1991)
- [15] K. Kuroda et al, "Large-scale cryogenic gravitational wave telescope", Int. J. Mod. Phys. D, 8 557 (1999)
- [16] R.W.P.Drever, J.L. Hall, et al., "Laser frequency stabilization using Optical Res-

- onator", Applied Physics B, 31 97 (1983)
- [17] Bram Slagmolen, et al., "Adv. LIGO Arm Cavity Pre-Lock Acquisition System", LIGO internal document, LIGO-T080139-00-I (2008)
- [18] Osamu Miyakawa, et al., "Lock Acquisition Scheme For The Advanced LIGO Optical Configuration", JPCConf, 32 265 (2006)
- [19] Kyungwon An, et al., "Cavity ring-down technique and its application to the measurement of ultraslow velocities", Optics letters 20 9 (1995)
- [20] Malik Rakmanov, "Doppler-induced dynamics of fields in Fabry-Perot cavities with suspended mirrors", Applied Optics, 40 12 (2001)
- [21] Malik Rakmanov, "Dynamics of Laser Interferometric Gravitational Wave Detectors", PhD. Thesis , Caltech (2000)
- [22] Matthew Evans, "Lock Acquisition in Resonant Optical Interferometers", PhD. thesis, Caltech(2002)
- [23] 中川憲保, "レーザー干渉計型重力波検出器のデジタル制御", 東京大学修士論文 (2006)
- [24] Jordan Camp, et al., "Guided lock acquisition in a suspended Fabry-Perot cavity", Optics Letter, 20 24 (1995)
- [25] Yoichi Aso, "Active Vibration Isolation for a Laser Interferometric Gravitational Wave Detector using a Suspension Point Interferometer", PhD. Thesis Univ. of Tokyo(2006)
- [26] Yoichi Aso, et al., "Stabilization of a Fabry-Perot interferometer using a suspension-point interferometer", Physics letter A, 327 1 (2004)
- [27] Daniel A Shaddok, et al., "Digitally enhanced heterodyne interferometry", Optics letter 32 22 (2007)
- [28] David Rabeling, et al., "Digital interferometry for Lock Acquisition in Advanced LIGO", talk in GWADW2008, at Elba, Italy (2008)
- [29] O.P. Lay, et al., "Coherent range-gated laser displacement metrology with compact optical head", Optics letter, 32 20 (2007)
- [30] <http://calva.lal.in2p3.fr>
- [31] Koji Arai, et al., "New signal extraction scheme with harmonic demodulation for power -recycled Fabry-Perot-Michelson interferometers", Physics Letters A 273 15 (2000)