

**2008 年度 修士論文**

**窓ガラスの音響透過損失に関する数値解析  
板振動場における周辺支持部のモデル化について**

**Numerical analysis of sound transmission loss of glass pane  
Study on modeling of edge support system of plate vibration field**

**江川 健一**

**Kenichi, Egawa**

**2009 年 1 月 26 日**

**東京大学大学院新領域創成科学研究科**

**社会文化環境学専攻**



# 目次

|       |                     |    |
|-------|---------------------|----|
| 第 1 章 | 序論                  | 1  |
| 1.1   | 研究の背景               | 1  |
| 1.2   | 既往関連論文              | 3  |
| 1.2   | 研究の目的               | 4  |
| 1.3   | 本論文の構成              | 4  |
| 第 2 章 | 音場・板振動場数値解析の基礎理論    | 7  |
| 2.1   | はじめに                | 7  |
| 2.2   | 音場の数値解析理論           | 7  |
| 2.2.1 | 音場の基礎方程式            | 7  |
| 2.2.2 | 境界要素法による音場の定式化      | 8  |
| 2.3   | 板振動場の理論             | 11 |
| 2.3.1 | 板振動場の基礎方程式の導出       | 11 |
| 2.3.2 | 板振動場の境界条件           | 14 |
| 2.3.3 | 有限要素法による定式化         | 16 |
| 2.4   | 音響振動連成系の定式化         | 22 |
| 第 3 章 | 入射条件・解析周波数の設定に関する検討 | 23 |
| 3.1   | はじめに                | 23 |
| 3.2   | 入射条件に関する検討はじめに      | 23 |
| 3.2.1 | 解析モデル               | 23 |
| 3.2.2 | 透過損失計算              | 24 |
| 3.2.3 | 解析対象                | 25 |
| 3.2.4 | 結果と考察               | 26 |
| 3.3   | 解析周波数に関する検討         | 26 |
| 3.3.1 | 1/3 オクターブ帯域値の算出法    | 26 |
| 3.3.2 | 結果と考察               | 27 |
| 3.4   | まとめ                 | 29 |
| 第 4 章 | 周辺支持部のエネルギー損失に関する検討 | 31 |

|             |                          |    |
|-------------|--------------------------|----|
| 4.1         | はじめに                     | 31 |
| 4.2         | 窓ガラスの周辺支持部のモデル           | 31 |
| 4.2.1       | T モデル                    | 32 |
| 4.2.2       | TR モデル                   | 33 |
| 4.2.3       | TRM モデル                  | 33 |
| 4.2.4       | T <sub>c</sub> RM モデル    | 35 |
| 4.3         | 板のインピーダンス                | 37 |
| 4.4         | 板端部のエネルギー吸収率             | 38 |
| 4.5         | 周辺支持部のエネルギー損失に関する検討      | 40 |
| 4.5.1       | パラメータの設定                 | 40 |
| 4.5.2       | 結果と考察                    | 42 |
| 4.6         | まとめ                      | 52 |
|             |                          |    |
| 第 5 章       | 端部損失を反映した音響透過損失予測値に関する検討 | 53 |
| 5.1         | はじめに                     | 53 |
| 5.2         | 集中バネモデル・弾性連続体モデルに関する考察   | 53 |
| 5.2.1       | 解析手法                     | 53 |
| 5.2.2       | 解析対象                     | 53 |
| 5.2.3       | 結果と考察                    | 54 |
| 5.3         | 音響透過損失予測式との比較            | 57 |
| 5.3.1       | 音響透過損失の予測式               | 57 |
| 5.3.2       | 結果と考察                    | 57 |
| 5.4         | 実測値との比較                  | 66 |
| 5.4.1       | 模型実験の概要                  | 66 |
| 5.4.2       | 結果と考察                    | 67 |
| 5.5         | まとめ                      | 77 |
|             |                          |    |
| 第 6 章       | 総括                       | 79 |
|             |                          |    |
| 参考文献        |                          |    |
| 謝辞          |                          |    |
| 付録 A 修士論文要旨 |                          |    |
| 付録 B 学会発表論文 |                          |    |



# 第 1 章

## 序論

### 1.1 研究の背景

近年、都市部において六本木ヒルズに代表される超高層ビルや集合住宅の建設が進んでおり、今後もこの傾向は継続されると思われる。居住者は住環境の利便性・安全性・保健性に加え、眺望の良さ等の快適性を好む傾向がある。しかし都市部においては居住空間と外部騒音の高い環境が隣接することが多い。そこで建築物の遮音性能向上が快適な住環境を得る上での重要な条件となっており外部騒音を遮断するための遮音設計が重要になってくる。遮音設計に関して、日本建築学会環境工学委員会音環境小委員会は外周壁の遮音設計予測フロー [1] を提示している。

建築物の遮音性能で特に空気伝搬音による建築物の遮音性能は窓の性能によるところが大きいといえる。こうした建築物の部位性能の評価方法は実験的手法と数値解析手法に大きく二分される。共に長短があるため、ケースに応じて適切な使い分けが必要である。

実験による手法は、1930 年代以前は基準となる音源と測定する音を耳で聴いて比較したりするなど、文字通り、音の測定からはじまった。しかし、1930 年代にメータで騒音レベルを読み取る支持騒音計が登場してから目覚しく進歩を遂げ、今では測定器と測定方法を記したマニュアルさえあれば、どんな測定でも可能となる時代が近づきつつある [2]。

窓ガラスの遮音性能測定に関する実験的手法としては JIS A 1416: 2000 で厳密に規定されている「実験室における建築部材の空気音遮断性能の測定方法」がある [3]。この手法は ISO 140-1,3 に整合されて改訂されている [4]。JIS A 1416: 2000 は壁、床、ドア、窓、外周壁部材、外周壁等の建築部材の空気音遮断性能を実験室で測定することを目的としたものであり、窓ガラスの性能判断の拠り所となる遮音性能測定方法として一般的に用いられている。しかしこの方法に即して、均質で様な厚さの材料で測定したにもかかわらず、公表される音響透過損失の測定結果が測定ごとに一致するものではないといわれている。その原因としては実験室である残響室の影響や板サイズの影響など様々な要因が考えられるものの、どのように影響を及ぼしているかわかっていないのが現状である。この影響の解明のため、パラメトリックスタディによる検討が考えられるが、実験室実験法では大掛かりな設備が必要になること、設定の変更が容易ではないこと、コストがかかるなど様々な問題点がある。

## 第 1 章 序論

---

一方、数値解析手法では、解析精度への信頼が不十分なことやソフトウェアのブラックボックス化などの欠点はあるものの、パラメトリックスタディが容易に行えることや、大規模な実験設備・実験コストが不要なこと、改修計画の検討に再利用が可能など様々な利点を有している。これらの理由から数値シミュレーションは有用である。

数値解析手法は音の波動性を無視した幾何音響的手法と音場の波動方程式に基づく波動音響的手法に大別される。幾何音響的手法は、虚像法 (Image Source Method) や音線法 (Ray Tracing Method)、改良手法 (Backtracing, Cone Tracing, Beam Tracing) 等に代表される。この手法の特徴は、音の波動性を無視し、エネルギーの伝搬を幾何学的に取り扱っていることである。波動音響手法と比較すると厳密性には欠けるものの、計算コストの削減によりコンサートホールなどの大規模音場の音響設計等に有効である。しかし解析精度に限界があるのがこの手法の欠点である。

波動音響的手法は、有限差分法 (Finite Difference Method : FDM)、有限要素法 (Finite Element Method : FEM)、境界要素法 (Boundary Element Method : BEM)等に代表される。いずれも理論的に音の波動性を考慮しており、空間領域・時間領域・周波数領域において高精度の解析が可能である。しかし FDM では境界形状・境界条件の取り扱いに注意が必要なこと、FEM では計算コストが大きいこと、BEM では特異積分や外部問題における解の一意性への注意が必要なこと等、各手法は未だ改良の余地があり実用化の域には達していない。

実際の音響透過現象は、(1) 音源室の音場条件と壁体への入射条件、(2) 音波が入射する壁体のサイズや剛性等の物性値、(3) 間柱等壁体の支持条件、(4) 周辺支持部でのエネルギー損失、(5) 受音室の音場条件等に影響を受ける極めて複雑な現象である。また音波の入射による板振動場から放射の影響など考慮すべき事項は多々あるが、その中でも周辺支持部でのエネルギー損失が音響透過損失に及ぼす影響は大きい。

そこでこうした複雑な現象を解明し多様な部材への適用可能性の観点から、佐久間ら [5, 16] は離散系波動解析に基づく手法の構築を行っている。そこでは部材の振動系については有限要素法を、音響系には境界要素法を適用し連成させ、透過損失予測値を求める手法が提案されている。しかしこの手法による検討では簡易化のため、境界条件として固定・単純支持を仮定し、端部損失は板の内部損失を反映させていた。しかしながら、実際に用いられるパテやシリコン等で支持された窓ガラスの音響透過現象を模擬するには、上述したように周辺支持部に板振動により生じる振動のエネルギー損失を適切に組み込んだモデル化が不可欠である。その上で周辺支持部の端部損失を適切に評価する必要がある。

## 1.2 既往関連研究

前節では研究の背景から音場の評価における実験的手法・数値解析手法の概要とそれぞれの遮音性能測定・または予測手法について述べた。また音響透過損失予測において周辺支持条件を考慮することの重要性について言及した。ここでは窓ガラスの遮音性能また板ガラスの端部損失について取り扱った既往の研究について整理する。

窓ガラスの遮音性能に関する研究は数多く行われている。実験室におけるガラスの音響透過損失の測定に関する研究としては、吉村ら [6, 7, 8] が周辺支持部でのエネルギー吸収について、パテ・シリコン・ガスケット支持を用いて評価を行っている。

壁体部材の遮音性能予測に関する研究では、SEA 法[9] やモード展開法 [10] による研究が行われている。SEA 法を用いた研究としては黒木 [9] が SEA 法を用いて単層壁の遮音性能の解析を行っている。またモード展開法による研究としては川井 [10] が平面波が垂直に入射した場合の円形板の遮音気候を振動している板への媒質の反作用力及び内部損失をも考慮して解析を行っている。また大鶴ら [29]は、有限要素法を用いて板の遮音特性を求める研究をしている。真田ら [30] は音響透過損失値に及ぼす試料サイズの影響について、入射条件を考慮して検討を行っている。Roman Vinokur [31] や Bong-Ki Kim [32]はニッシェ効果に着目した研究を行っている。A. Osipov ら [33] は低周波の空気音伝搬について音場入射透過損失を用いて検討を行っている。

板の端部損失に関する研究としては、実験的手法としては吉村らがガラス自身の内部損失及び周端損失を含む試料の総合損失を実験的に把握し、任意のガラスサイズ及び端部損失におけるこれらの影響を把握する方法について検討をしている [6, 7, 8]。またガラスの支持条件に試料周端での損失係数から吸収係数 (= エネルギー吸収率) [11] を求め検討を行っている。数値解析手法としては黒木ら [12, 13] が SEA 法に残響室で測定した損失係数を反映させた解析を行っている。周辺支持部における損失の定量化として周辺吸収率を算出しているが、この際周辺支持部で用いている釘内支持は再現性が困難であるという問題がある。また朝倉ら [14, 15] が FDTD 法を用いてガラスの端部損失を反映させた音響振動連成解析を行っているが、端部損失を考慮する際に与える係数は実測されたエネルギー吸収率から算出しているためパラメトリックスタディが困難な点など課題も多い。

## 1.3 研究の目的

以上のような背景、既往研究を踏まえ、本論文の目的を以下のように設定する。

- 1) 窓ガラスを想定した音響透過損失の予測手法において、板振動場における周辺支持部の適切なモデル化を行うこと
- 2) 既往の実測値 [1] との比較により、周辺支持部のモデル化の妥当性を検証すること
- 3) ケーススタディを通して、周辺支持部のエネルギー損失の挙動を把握し、これに関する知見を得ること

## 1.4 本論文の構成

第 1 章では研究の背景、既往関連論文を概観し、本研究の位置付け及び目的を述べる。また、本論文の構成を示す。

第 2 章では、遮音性能数値解析手法を具体的に構築する。はじめに音場の基礎方程式について述べ、境界要素法 (BEM) による音場の定式化を行う。また板振動場には有限要素法 (FEM) を適用し、これらを連成させ、音響振動連成場の数値解析アルゴリズムを構築する。

第 3 章では、1/3 オクターブ帯域音響透過損失値を離散系波動解析に基づいて計算する上で問題となる音波入射条件の設定及び解析周波数の設定について検討を行う。

第 4 章では板ガラスの周辺支持部のエネルギー損失について考察を行う。周辺支持部のモデル化を行い、拡散振動場における端部のエネルギー損失について理論的に考察を行う。

第 5 章では前章で構築したモデルを用いた音響振動連成数値解析を行い、得られた透過損失値について理論値・実測値との比較検討を行い、端部損失に関する知見を得る。

第 6 章は総括であり、本論文の成果、及び今後の課題について述べる。

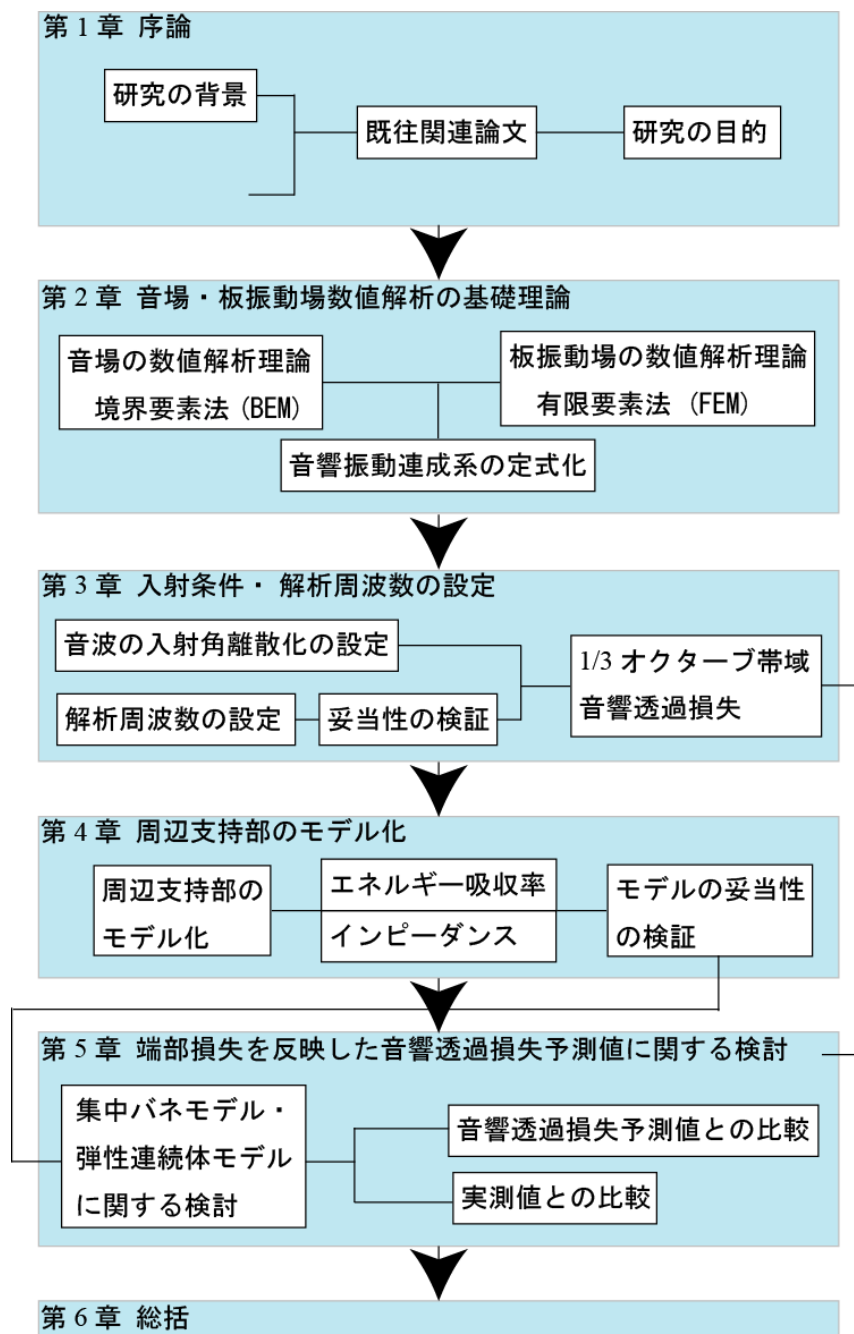


Fig. 1.1. Flow chart of this thesis.



## 第 2 章

# 音場・板振動場数値解析の基礎理論

### 2.1 はじめに

本章では、本論文において用いる数値解析手法について述べる。音場解析には境界要素法、板振動場には有限要素法を適用し、それらを連成させることにより、音響振動連成場の解析を行う。

### 2.2 音場の数値解析理論

#### 2.2.1 音場の基礎方程式

空気が均質かつ粘性が無いものと仮定する。空気中を伝播する音波は以下のような連続の式と運動方程式が成り立つ。

$$k_0 \frac{\partial P}{\partial t} + \nabla \mathbf{V} = 0 \quad (2.1)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla P = 0 \quad (2.2)$$

但し、 $P$ ：音圧、 $\mathbf{V}$ ：粒子速度ベクトル、 $\rho_0$ ：空気密度、 $k_0$ ：体積弾性率。  
これより、音圧  $P$  に関して以下の波動方程式が成り立つ。

$$\nabla^2 P - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0 \quad (2.3)$$

ここで時間因子を  $e^{j\omega t}$  として調和振動を仮定する。音圧は  $P = p(\mathbf{r})e^{j\omega t}$  であり、次の Helmholtz 方程式が得られる。

$$\nabla^2 P + k_0^2 P = 0 \quad (2.4)$$

但し、 $k_0 = \omega/c_0 = 2\pi f/c_0 = 2\pi/\lambda$ ：波数、 $\omega$ ：角周波数、 $f$ ：周波数、 $\lambda$ ：波長。

## 2.2.2 境界要素法による音場の定式化

### 音場の境界条件

図 2.1 に示すような、滑らかな境界面  $\Gamma$  を持つ 3 次元音場を想定する。境界は、剛壁境界  $\Gamma_0$ 、振動境界  $\Gamma_1$ 、吸音境界  $\Gamma_2$  の 3 種類からなるものとする。粒子速度に関しても音圧と同様に調和振動を仮定すると、 $\mathbf{V} = \mathbf{v}(\mathbf{r})e^{j\omega t}$  となり、式 (2.2) より、 $p$  と  $\mathbf{v}$  の関係は次式で表される。

$$\nabla P = -j\omega\rho_0\mathbf{v} \quad (2.5)$$

各々の境界では局所作用が成り立つものと仮定する。式 (2.5) より、各種境界では次の境界条件が成り立つものとする。

$$\frac{\partial p(\mathbf{r}_q)}{\partial n_q} = 0 \quad \mathbf{q} \in \Gamma_0 \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial p(\mathbf{r}_q)}{\partial n_q} = j\omega\rho_0 v(\mathbf{r}_q) \quad \mathbf{q} \in \Gamma_1 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial p(\mathbf{r}_q)}{\partial n_q} = -jk \frac{p(\mathbf{r}_q)}{z(\mathbf{r}_q)} \quad \mathbf{q} \in \Gamma_2 \quad (2.8)$$

但し、 $\partial/\partial n_q$ ：点  $\mathbf{q}$  における境界面外向きの法線方向微分、 $v$ ：内向き法線方向振動速度、 $z$ ：境界面外向き比音響インピーダンス。

以上の式において、剛壁境界および振動境界は Neumann 型境界条件（第 2 種境界条件）、吸音境界は Robin 型境界条件（第 3 種境界条件）である。

### Kirchhoff-Helmholtz 積分方程式に基づくマトリクス方程式の導出

式 (2.4) に重み関数  $G$  をかけて音場領域  $\Omega$  で積分し、さらに Green の定理を適用すると、以下の Kirchhoff-Helmholtz 積分方程式が得られる。

$$\alpha p(\mathbf{r}_p) + \iint_{\Gamma} \left[ p(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} - \frac{\partial p(\mathbf{r}_q)}{\partial n_q} G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) \right] dS = 0 \quad (2.9)$$

但し、 $\alpha$ ：受音点  $\mathbf{p}$  から音場領域  $\Omega$  を見込む角度の全方位  $4\pi$  に対する割合、 $\mathbf{r}_p$ ：受音点  $\mathbf{p}$  の位置のベクトル、 $\mathbf{r}_q$ ：境界上の点  $\mathbf{q}$  の位置のベクトル、 $\partial/\partial n$ ：境界面外向き法線方向微分。

ここで  $G$  は基本解と呼ばれるもので、以下の式の解である。

$$\nabla^2 G + k_0^2 G = -\delta(\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q) \quad (2.10)$$



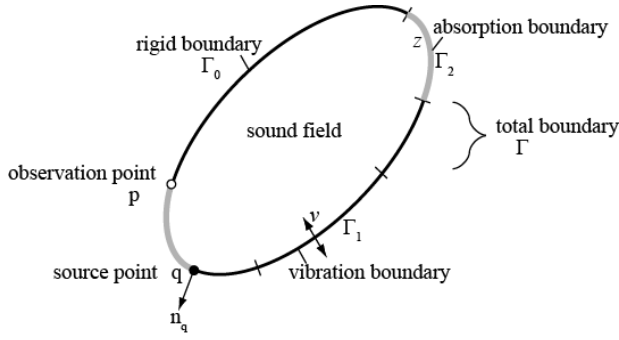


Fig.2.1: Illustration of a sound field with three kind of boundary.

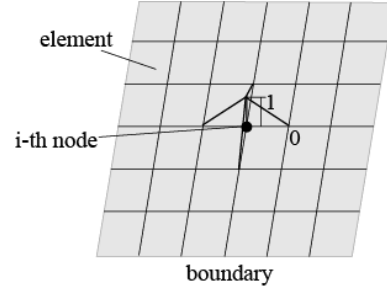


Fig.2.2: Illustration of an interpolation function.

基本解及びその法線方向微分は 3 次元空間では以下のように表される。

$$G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) = \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial \mathbf{n}_q} = -\frac{(1 + jk_0 r)e^{-jk_0 r}}{4\pi r^2} \cos(\mathbf{n}_q, \mathbf{r}_{pq}) \quad (2.12)$$

但し、 $r = |\mathbf{r}_{pq}|$ 、 $\mathbf{r}_{pq} = \mathbf{r}_q - \mathbf{r}_p$ 、 $\cos(\mathbf{n}_q, \mathbf{r}_{pq}) = \mathbf{n}_q \cdot \mathbf{r}_{pq} / |\mathbf{n}_q| |\mathbf{r}_{pq}|$ 。

解析対象とする 3 次元音場が 3 次元 Helmholtz 方程式を満たす場合、音圧に関する Kirchhoff-Helmholtz 積分方程式が境界上の点 p ( $\alpha = 1/2$ ) についてのように成り立つ。

$$\alpha p(\mathbf{r}_p) + \iint_{\Gamma} \left[ p(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial \mathbf{n}_q} - \frac{\partial p(\mathbf{r}_q)}{\partial \mathbf{n}_q} G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) \right] dS = p_D(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_s) \quad (2.13)$$

但し、 $p_D$ : 音源からの寄与。

また  $p_D$  が点音源の場合には、次式で表される。

$$p_D(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_s) = j\omega\rho_0 Q G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_s) \quad (2.14)$$

但し、 $Q$ : 点音源の体積速度。

式 (2.13) に境界条件として式 (2.6, 2.7, 2.8) を代入すると次式が得られる。

$$\alpha p(\mathbf{r}_p) + \iint_{\Gamma} p(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial \mathbf{n}_q} dS + jk_0 \iint_{\Gamma_2} \frac{p(\mathbf{r}_q)}{z(\mathbf{r}_q)} G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) dS = j\omega\rho_0 \iint_{\Gamma_1} v(\mathbf{r}_q) G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) dS + p_D(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_s) \quad (2.15)$$

ここで音場境界を図 2.2 のように有限個の境界要素に分割し、境界要素内には節点を設定する。また対応する節点においては関数値 1、それ以外の接点では関数値 0 をとる内挿関数  $N$  を導入すると、境界上の任意の点における音圧と振動速度は以下の式で近似される。

$$p(\mathbf{r}_q) = \sum_{j=1}^n N_j(\mathbf{r}_q) p_j \quad (2.16)$$

$$vp(\mathbf{r}_q) = \sum_{j=1}^n N_j(\mathbf{r}_q) v_j \quad (2.17)$$

但し、 $n$ : 総節点数、 $N_j$ : 節点  $j$  の内挿関数、 $p_j$ : 節点音圧、 $v_j$ : 節点振動速度。

比音響インピーダンスは要素内で一定として、式 (2.15) を離散化すると、最終的に以下のマトリクス方程式が得られる。

$$(\mathbf{A} + jk_0 \mathbf{B}_2) \cdot \mathbf{p} = j\omega \rho_0 \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{v} + \mathbf{d} \quad (2.18)$$

但し、 $\mathbf{p}$ : 節点音圧ベクトル、 $\mathbf{v}$ : 節点振動速度ベクトル、 $\mathbf{d}$ : 直接音ベクトル。

各行列および直接音ベクトルの成分は以下の式により表される。

$$A_{ij} = \frac{1}{2} \delta_{ij} + \iint_{\Gamma} N_j(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS \quad (2.19)$$

$$B_{1ij} = \iint_{\Gamma_1} N_j(\mathbf{r}_q) G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_q) dS \quad (2.20)$$

$$B_{2ij} = \iint_{\Gamma_2} \frac{1}{z(\mathbf{r}_q)} N_j(\mathbf{r}_q) G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_q) dS \quad (2.21)$$

$$d_i = p_D(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_s) \quad (2.22)$$

但し、 $\delta_{ij}$ : Kronecker のデルタ、 $\mathbf{r}_i$ : 節点  $i$  の位置ベクトル。

境界上の音圧は式 (2.18) を数値的に解くことによって求められる。

また領域内の任意 ( $\alpha=1$ ) の点における音圧は、次式で求められる。

$$p(\mathbf{r}_p) + \iint_{\Gamma} p(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS + jk_0 \iint_{\Gamma_2} \frac{p(\mathbf{r}_q)}{z(\mathbf{r}_q)} G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) dS = j\omega \rho_0 \iint_{\Gamma_1} v(\mathbf{r}_q) G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) dS + p_D(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_s) \quad (2.23)$$

これを先ほどと同様に内挿関数を導入して離散化し、式 (2.18) から得られた境界上の音圧ベクトルを用いて、次式により領域内の任意の点  $\mathbf{p}$  の音圧を算出する。

$$p(\mathbf{r}_p) = -(\mathbf{a}^T + jk_0 \mathbf{b}_2^T) \cdot \mathbf{p} + j\omega \rho_0 \mathbf{b}_1^T \cdot \mathbf{v} + \mathbf{d} \quad (2.24)$$

ここでベクトル  $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}_1$ 、 $\mathbf{b}_2$  の各成分は以下の通りである。

$$a_j = \iint_{\Gamma} N_j(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS \quad (2.25)$$

$$b_{1j} = \iint_{\Gamma_1} N_j(\mathbf{r}_q) G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) dS \quad (2.26)$$

$$b_{2j} = \iint_{\Gamma_2} \frac{1}{z(\mathbf{r}_q)} N_j(\mathbf{r}_q) G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) dS \quad (2.27)$$

## 局所座標への変換

前述のマトリクスの各要素の計算は、各要素内の任意の点  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  の座標を局所座標系  $\xi, \eta$  へ変換することにより行われる。

$$\iint_{\Gamma} f(\mathbf{r}) dS = \int_{\xi} \int_{\eta} f(\xi, \eta) |\mathbf{J}(\xi, \eta)| d\xi d\eta \quad (2.28)$$

$$\mathbf{J}(\xi, \eta) = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \xi} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \eta} \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \xi} = \left( \frac{\partial x}{\partial \xi}, \frac{\partial y}{\partial \xi}, \frac{\partial z}{\partial \xi} \right) \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \eta} = \left( \frac{\partial x}{\partial \eta}, \frac{\partial y}{\partial \eta}, \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) \quad (2.31)$$

ここで要素内の任意の点の座標  $\mathbf{r}$  は要素内に設けた節点の座標と形状関数  $M$  の線形結合として以下のように近似される。

$$\mathbf{r}(\xi, \eta) = \sum_{j=1}^m M_j(\xi, \eta) \mathbf{r}_j \quad (2.32)$$

但し、 $m$ : 要素内の総節点、 $M_j$ : 節点  $j$  の形状関数、 $\mathbf{r}_j$ : 節点  $j$  の座標。

内挿関数と形状関数が一致するものをアイソパラメトリック要素と呼び、境界要素法ではしばしば用いられる。一方、要素上で音圧や振動速度を一定とする一定要素 (0 次要素) もよく用いられる。この場合は内挿関数と形状関数は一致しない。なお本研究の解析では 4 角形一定要素を用いることとする。

## 2.3 板振動場の理論

### 2.3.1 板振動場の基礎方程式の導出 [17]

#### 応力度について

文献 [17] をもとに板振動場の力学について整理する。板 (厚さ:  $h_p$ 、密度:  $\rho_p$ 、ヤング率:

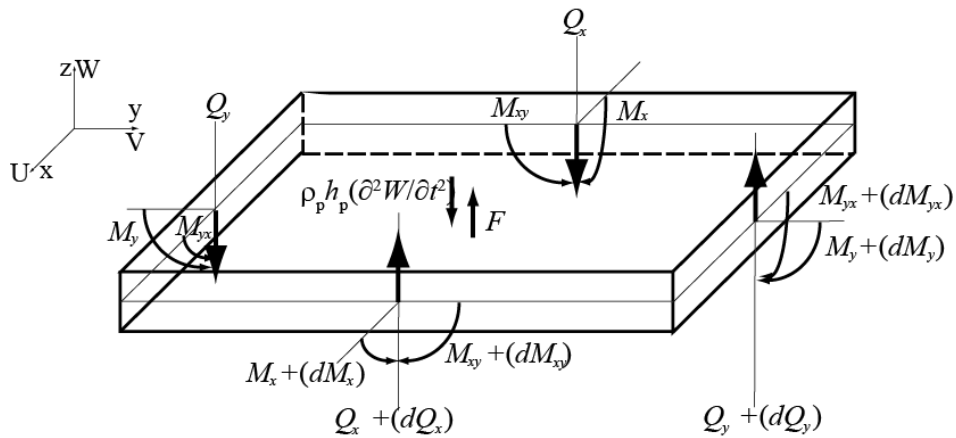


Fig.2.3: Illustration of elastic plate.

$E_p$ 、損失係数:  $\eta_p$ 、ポアソン比:  $\nu$  の微小部分のつり合いを考える。図 2.3 に示すように、板には外力として、板表面に垂直な単位面積当たり  $F$  の力が作用している。これに抵抗する内力として、単位面積あたりの質量は  $\rho_p h_p$  となるので慣性力  $\rho_p h_p (\partial^2 W / \partial t^2) dx dy$ 、また微小板の周辺には、曲げモーメント  $M_x, M_y$ 、ねじりモーメント  $M_{xy}, M_{yx}$ 、板に直角に働いて板にせん断変形を生じさせるせん断力  $Q_x, Q_y$  が作用している。

$x$  軸方向に働く垂直応力度を  $\sigma_x$ 、 $y$  軸方向に働く垂直応力度を  $\sigma_y$  とする。またせん断力が単位断面積当りに働く応力度をせん断応力度とする。垂直応力度とせん断応力度の符号は図 2.3 の各軸の正側前方の面に作用する応力度が座標軸の正の方向を向いているときに正とする。 $x$  軸に垂直な面に働く  $y$  方向のせん断応力度を  $\tau_{xy}$ 、 $y$  軸に垂直な面に働く  $x$  方向のせん断応力度を  $\tau_{yx}$  とする。 $F, M_x, M_y, M_{xy}, M_{yx}, Q_x, Q_y$  は図 2.3 に示す方向を正とする。ただし  $M_{xy} = -M_{yx}$  である。

平板の変形について考える。図 2.4 に平板の変形のモデルを示す。平板の変形について、「中央面に垂直な直線上の点は、変形後も変形した中央面の法線上にある」という仮定を用いる。 $x$  軸方向の変位を  $U$ 、 $y$  軸方向の変位を  $V$  とすると、 $z$  方向の変位  $W$  により

$$U = -z \frac{\partial W}{\partial x} \quad V = -z \frac{\partial W}{\partial y} \quad (2.33)$$

が生じる。また単位断面積当りに作用する応力度により、ひずみが生じる。垂直ひずみ  $\epsilon_x, \epsilon_y$ 、せん断ひずみ  $\gamma_{xy}, \gamma_{yx}$  は変位との関係式により

$$\epsilon_x = \frac{\partial U}{\partial x} \quad \epsilon_y = \frac{\partial V}{\partial y} \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \quad \gamma_{yx} = -\frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial x} \quad (2.34)$$

と表される。 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{yx}$  は平面応力のフックの法則より

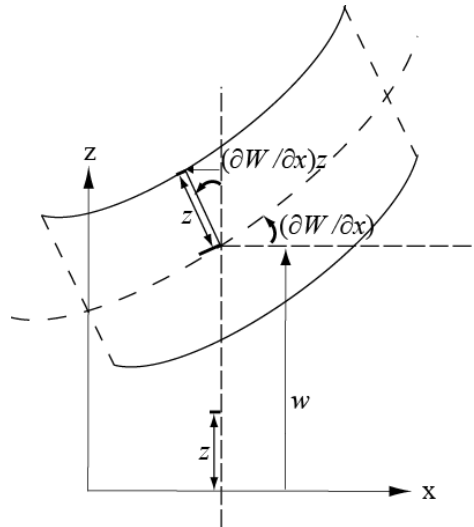


Fig.2.4: Transformation of elastic plate.

$$\sigma_x = \frac{E_p}{1-\nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) \quad \sigma_y = \frac{E_p}{1-\nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x) \quad \tau_{xy} = \frac{E_p}{2(1+\nu)}\gamma_{xy} \quad \tau_{yx} = \frac{E_p}{2(1+\nu)}\gamma_{yx} \quad (2.35)$$

と表される。以上より垂直応力度  $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$ 、せん断応力度  $\tau_{xy}$ 、 $\tau_{yx}$  は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -z \frac{E_p}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) & \sigma_y &= -z \frac{E_p}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \\ \tau_{xy} &= -z \frac{E_p}{1+\nu} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right) & \tau_{yx} &= z \frac{E_p}{1+\nu} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right) \end{aligned} \quad (2.36)$$

### モーメント・力のつりあい

曲げモーメント  $M_x$ 、 $M_y$ 、ねじりモーメント  $M_{xy}$ 、 $M_{yx}$  は、応力度が作用する微小断面について、応力度と中立軸からの距離をかけあわせたものを全断面積について積分して得られるので

$$M_x = \int_{-h_p/2}^{h_p/2} \sigma_x z dz \quad M_y = \int_{-h_p/2}^{h_p/2} \sigma_y z dz \quad M_{xy} = \int_{-h_p/2}^{h_p/2} \tau_{xy} z dz \quad M_{yx} = \int_{-h_p/2}^{h_p/2} \tau_{yx} z dz \quad (2.37)$$

となる。式 (2.36) より曲げモーメント  $M_x$  と  $M_y$ 、ねじりモーメント  $M_{xy}$  と  $M_{yx}$  は

$$\begin{aligned} M_x &= -\frac{E_p h_p^3}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) & M_y &= -\frac{E_p h_p^3}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} &= -M_{yx} = -\frac{E_p h_p^3}{12(1-\nu^2)} (1-\nu) \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (2.38)$$

と表される。ここで

$$D = \frac{E_p h_p^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2.39)$$

とおくと  $M_x$ 、 $M_y$ 、 $M_{xy}$ 、 $M_{yx}$  は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} M_x &= -D \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) & M_y &= -D \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} &= -M_{yx} = -D(1-\nu) \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (2.40)$$

y 軸に平行な軸まわりのモーメントの釣合いを考えると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} (M_x + dM_x)dy - (M_{yx} + dM_{yx})dx - (Q_x + dQ_x)dxdy - M_x dy + M_{yx} dx &= 0 \\ \therefore Q_x &= \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.41)$$

同様に x 軸に平行な軸まわりのモーメントの釣合いを考えると、次式が得られる。

$$\therefore Q_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \quad (2.42)$$

また、z 軸方向に働く力のつり合いを考えると次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 (Q_x + dQ_x - Q_x)dy + (Q_y + dQ_y - Q_y)dx - \rho_p h_p \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} dxdy + Fdxdy = 0 \\
 \therefore \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} - \rho_p h_p \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + F = 0
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

### 板振動場の振動方程式の導出

式 (2.41, 42) より式 (2.43) は次式で表される。

$$D \left( \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} \right) + \rho_p h_p \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} - F = 0 \tag{2.44}$$

板の内部損失を考慮すると板の曲げ振動方程式は以下の形になる。

$$D \nabla^4 W(\mathbf{r}, t) + \rho_p h_p \frac{\partial^2 W(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = F(\mathbf{r}, t) \tag{2.45}$$

但し、 $\nabla^4 = \nabla^2 \cdot \nabla^2 = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) = \left( \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right)$ 、 $D = \frac{E_p(1+j\eta_p)h_p^3}{12(1-\nu^2)}$ ：板の曲げ剛性、 $\eta_p$ ：板の損失係数。

ここで、振動変位と外力が調和振動をしていると仮定すると、次式が得られる。

$$D \nabla^4 w(\mathbf{r}) - \rho_p h_p \omega^2 w(\mathbf{r}) = f(\mathbf{r}) \tag{2.46}$$

但し、 $W(\mathbf{r}, t) = w(\mathbf{r})e^{j\omega t}$ 、 $F(\mathbf{r}, t) = f(\mathbf{r})e^{j\omega t}$ 。

### 2.3.2 板振動場の境界条件 [17]

文献 [17] をもとに板振動場の境界条件について述べる。有限板の境界条件としては、固定支持、単純支持など様々なものが考えられるが、本研究では、ISO 140 及び JIS A 1416: 2000 で規定されているようなパテ支持、また実際の現場でガラスの支持によく用いられるシリコン支持により固定されている板状試料を想定し、境界上での面外変位  $w$  及び境界を軸と

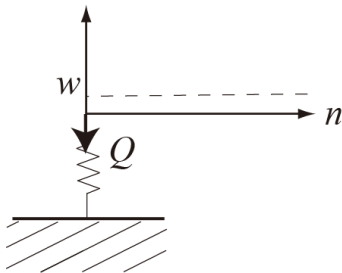


Fig.2.5: Displacement and shear force.

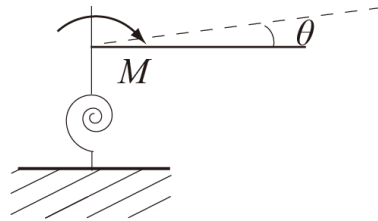


Fig.2.6: rotational angle and moment.

した回転角  $\theta$  が生じるモデルを考える。それぞれの反作用として、弾性力及び弾性モーメントが生じる。境界条件のモデルを図 2.5, 2.6 に示す。力の向き、変位  $w$  の向き、回転角  $\theta$  の向きは図に表す方向を正とする。

図 2.5 より力のつりあいは次式で表される。

$$Q = -Z_Q w \quad (2.47)$$

但し、 $Z_Q$ ：並進インピーダンス。

式 (2.41, 42) よりせん断力  $Q$  は次式で表される。 $\partial/\partial n_B$  は境界上の内向き法線方向微分、 $\partial/\partial l_B$  は境界上の接線方向微分を表す。

$$Q = D \frac{\partial}{\partial n_B} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial n_B^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial l_B^2} \right) \quad (2.48)$$

式 (2.47, 48) より境界条件は

$$D \frac{\partial}{\partial n_B} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial n_B^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial l_B^2} \right) = -Z_Q w \quad (2.49)$$

と表される。一方、図 2.7 に示すように辺 BC にはねじりモーメント  $M_{xy}$  が  $y$  方向に、辺 AB には  $M_{yx}$  が  $x$  方向に分布している。 $M_{xy}$  が  $y$  方向に、 $M_{yx}$  が  $x$  方向に分布していることは、 $\partial M_{xy}/\partial y$  のせん断力が  $y$  方向に、 $\partial M_{yx}/\partial x$  のせん断力が  $x$  方向に分布していることと等価である。以上より、辺 BC には単位長さ当たり式 (2.50) の有効せん断力が、辺 AB には式 (2.51) の有効せん断力が分布していることとみなすことができる。

$$\overline{Q}_x = Q_x + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \quad (2.50)$$

$$\overline{Q}_y = Q_y + \frac{\partial M_{yx}}{\partial x} \quad (2.51)$$

またこの時、辺 BC と辺 BA が交差するコーナー部 B ではねじりモーメントの 2 倍 ( $2 M_{xy}$ ) の集中反力が作用する。

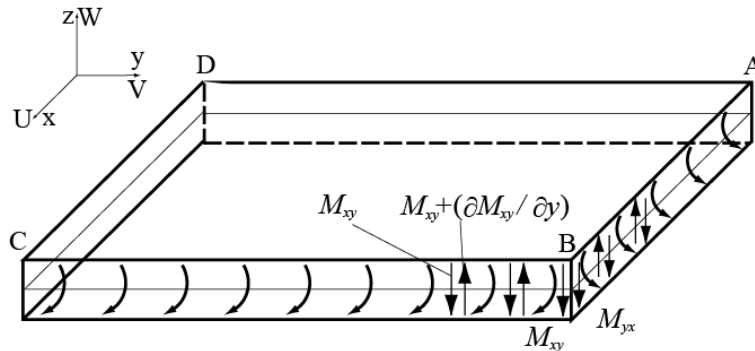


Fig.2.7: Distributions of moment on boundary.

式 (2.40, 48, 50, 51) より、有効せん断力  $\bar{Q}$  は次式で表すことができる。

$$\bar{Q} = D \frac{\partial}{\partial n_B} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial n_B^2} + (2 - \nu) \frac{\partial^2 w}{\partial l_B^2} \right) \quad (2.52)$$

式 (2.47, 52) より境界条件は

$$D \frac{\partial}{\partial n_B} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial n_B^2} + (2 - \nu) \frac{\partial^2 w}{\partial l_B^2} \right) = -Z_Q w \quad (2.53)$$

と表すことができる。

図 2.6 よりモーメントのつりあいは次式で表される。

$$M = -Z_M \theta \quad (2.54)$$

但し、 $Z_M$ : 回転インピーダンス。

式 (2.40) より曲げモーメント  $M$  は次式で表される。

$$M = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial n_B^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial l_B^2} \right) \quad (2.55)$$

式 (2.54, 55) より境界条件は

$$D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial n_B^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial l_B^2} \right) = Z_M \theta = Z_M \frac{\partial w}{\partial n_B} \quad (2.56)$$

と表される。

### 2.3.3 有限要素法に基づく板振動場の数値解析理論 [18, 26, 27, 28]

#### 要素内変位と内挿関数

板面を有限要素に分割して節点を設け、内挿関数を導入する。ここでは 4 つの頂点節点がそれぞれ 3 自由度を有する 12 自由度の長方形要素を用いる。節点  $n$  での変位を  $\mathbf{a}_n$  とする。節点変位は、 $z$  方向の変位  $w_n$ 、 $x$  軸まわりの回転角  $\theta_{xn}$ 、 $y$  軸まわりの回転角  $\theta_{yn}$  の 3 つの成分からなる。回転角は 図 2.8 のように定義する。各節点変位は以下のように  $\mathbf{a}_i$  で表す。

$$\mathbf{a}_i = \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} w_i \\ -(\partial w / \partial y)_i \\ (\partial w / \partial x)_i \end{Bmatrix} \quad (2.57)$$

要素内の各節点変位をまとめると以下のように表される。

$$\mathbf{a}^e = \begin{Bmatrix} \mathbf{a}_i \\ \mathbf{a}_j \\ \mathbf{a}_l \\ \mathbf{a}_k \end{Bmatrix} \quad (2.58)$$



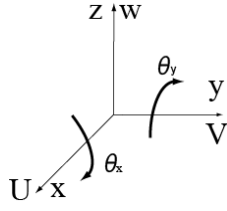


Fig. 2.8: Illustration of rotational angle.

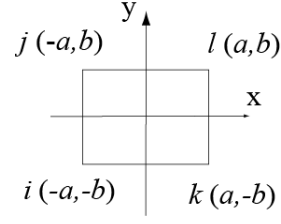


Fig. 2.9: Illustration of a coordinate of Element node.

要素内の  $z$  方向変位を近似する多項式としては式 (2.59) を用いる。

$$w \equiv \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^3 + \alpha_8 x^2 y + \alpha_9 xy^2 + \alpha_{10} y^3 + \alpha_{11} x^3 y + \alpha_{12} xy^3 \equiv \{P\}^T \{\alpha\} \quad (2.59)$$

ここで  $\mathbf{P}^T$ 、 $\mathbf{a}$  は以下のとおりである。

$$\mathbf{P}^T = \{1, x, y, x^2, xy, y^2, x^3, x^2 y, xy^2, y^3, x^3 y, xy^3\} \quad (2.60)$$

$$\mathbf{a}^T = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8, \alpha_9, \alpha_{10}, \alpha_{11}, \alpha_{12}\} \quad (2.61)$$

回転角は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \theta_x &= -\alpha_3 - \alpha_5 x - 2\alpha_6 y - 2\alpha_8 x^2 - 2\alpha_9 xy - 3\alpha_{10} y^2 - \alpha_{11} x^3 - 3\alpha_{12} xy^2 \\ \theta_y &= \alpha_2 + 2\alpha_4 x + \alpha_5 y + 3\alpha_7 x^2 + 2\alpha_8 xy + \alpha_9 y^2 + 3\alpha_{11} x^2 y + \alpha_{12} y^3 \end{aligned}$$

$\alpha_1$  から  $\alpha_{12}$  までの定数を求めるため、各節点の座標値と各節点変位を代入し連立方程式を、節点  $(i, j, k, l)$  についてたてる。これら 12 個すべての方程式は、まとめて以下のようなマトリクスとベクトルにより表現できる。

$$\mathbf{a}^e = \mathbf{C} \mathbf{a} \quad (2.62)$$

$\mathbf{C}$  は節点座標の値により決まる  $12 \times 12$  のマトリクスである。これを以下のように解く。

$$\mathbf{a} = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{a}^e \quad (2.63)$$

ここで要素内の  $z$  方向変位を以下のように表すことができる。

$$w \equiv \mathbf{P}^T \mathbf{a} = \mathbf{P}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{a}^e = \mathbf{N}_p \mathbf{a}^e \quad (2.64)$$

$$\mathbf{N}_p = \mathbf{P}^T \mathbf{C}^{-1} \quad (2.65)$$

$\mathbf{N}_p$  は要素内  $z$  方向変位  $w$  のための内挿関数である。また  $\mathbf{C}$  及び  $\mathbf{C}^{-1}$  は図 2.9 に示すような基準化された要素節点座標を規定すると式 (2.66, 67) で表される。

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & -a & -b & a^2 & ab & b^2 & -a^3 & -a^2b & -ab^2 & -b^3 & a^3b & ab^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & a & 2b & 0 & -a^2 & -2ab & -3b^2 & a^3 & 3ab^2 \\ 0 & 1 & 0 & -2a & -b & 0 & 3a^2 & 2ab & b^2 & 0 & -3a^2b & -b^3 \\ 1 & -a & b & a^2 & -ab & b^2 & -a^3 & a^2b & -ab^2 & b^3 & -a^3b & -ab^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & a & -2b & 0 & -a^2 & 2ab & -3b^2 & a^3 & 3ab^2 \\ 0 & 1 & 0 & -2a & b & 0 & 3a^2 & -2ab & b^2 & 0 & 3a^2b & b^3 \\ 1 & a & -b & a^2 & -ab & b^2 & a^3 & -a^2b & ab^2 & -b^3 & -a^3b & -ab^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -a & 2b & 0 & -a^2 & 2ab & -3b^2 & -a^3 & -3ab^2 \\ 0 & 1 & 0 & 2a & -b & 0 & 3a^2 & -2ab & b^2 & 0 & -3a^2b & -b^3 \\ 1 & a & b & a^2 & ab & b^2 & a & a^2b & ab^2 & b^3 & a^3b & ab^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -a & -2b & 0 & -a^2 & -2ab & -3b^2 & -a^3 & -3ab^3 \\ 0 & 1 & 0 & 2a & b & 0 & 3a^2 & 2ab & b^2 & 0 & 3a^2b & b^3 \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

$$\mathbf{C}^{-1} = \frac{1}{8} \times \begin{bmatrix} 2 & -b & a & 2 & b & a & 2 & -b & -a & 2 & b & -a \\ -\frac{3}{a} & \frac{b}{a} & -1 & -\frac{3}{a} & -\frac{b}{a} & -1 & \frac{3}{a} & -\frac{b}{a} & -1 & \frac{3}{a} & \frac{b}{a} & -1 \\ -\frac{3}{b} & 1 & -\frac{a}{b} & \frac{3}{b} & 1 & \frac{a}{b} & -\frac{3}{b} & 1 & \frac{a}{b} & \frac{3}{b} & 1 & -\frac{a}{b} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{a} & 0 & 0 & -\frac{1}{a} & 0 & 0 & \frac{1}{a} & 0 & 0 & \frac{1}{a} \\ \frac{4}{ab} & -\frac{1}{a} & \frac{1}{b} & -\frac{4}{ab} & -\frac{1}{a} & -\frac{1}{b} & -\frac{4}{ab} & \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & \frac{4}{ab} & \frac{1}{a} & -\frac{1}{b} \\ 0 & \frac{1}{b} & 0 & 0 & -\frac{1}{b} & 0 & 0 & \frac{1}{b} & 0 & 0 & -\frac{1}{b} & 0 \\ \frac{1}{a^3} & 0 & \frac{1}{a^2} & \frac{1}{a^3} & 0 & \frac{1}{a^2} & -\frac{1}{a^3} & 0 & \frac{1}{a^2} & -\frac{1}{a^3} & 0 & \frac{1}{a^2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{ab} & 0 & 0 & -\frac{1}{ab} & 0 & 0 & -\frac{1}{ab} & 0 & 0 & \frac{1}{ab} \\ 0 & -\frac{1}{ab} & 0 & 0 & \frac{1}{ab} & 0 & 0 & \frac{1}{ab} & 0 & 0 & -\frac{1}{ab} & 0 \\ \frac{1}{b^3} & -\frac{1}{b^2} & 0 & -\frac{1}{b^3} & -\frac{1}{b^2} & 0 & \frac{1}{b^3} & -\frac{1}{b^2} & 0 & -\frac{1}{b^3} & -\frac{1}{b^2} & 0 \\ -\frac{1}{a^3b} & 0 & -\frac{1}{a^2b} & \frac{1}{a^3b} & 0 & \frac{1}{a^2b} & \frac{1}{a^3b} & 0 & -\frac{1}{a^2b} & -\frac{1}{a^3b} & 0 & \frac{1}{a^2b} \\ -\frac{1}{ab^3} & \frac{1}{ab^2} & 0 & \frac{1}{ab^3} & \frac{1}{ab^2} & 0 & \frac{1}{ab^3} & -\frac{1}{ab^2} & 0 & -\frac{1}{ab^3} & -\frac{1}{ab^2} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

### 要素内外力と内挿関数

各節点  $i$  の外力としては  $z$  方向のみを規定し  $f_i$  で与える。要素内の各節点外力をまとめると以下のように表される。

$$\mathbf{b}^e = \begin{Bmatrix} f_i \\ f_j \\ f_l \\ f_k \end{Bmatrix} \quad (2.68)$$

要素に働く外力を近似する多項式としては式 (2.69) を用いる。

$$f \equiv \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 xy \equiv \mathbf{Q}^T \boldsymbol{\beta} \quad (2.69)$$

ここで  $\mathbf{Q}^T$ 、 $\boldsymbol{\beta}$  は以下のとおりである。

$$\mathbf{Q}^T = \{1, \quad x, \quad y, \quad xy\} \quad (2.70)$$

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{Bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{Bmatrix} \quad (2.71)$$

$\beta_1$  から  $\beta_4$  までの定数を求めるため、各節点の座標値と外力を代入し連立方程式をたてる。これら 4 個すべての方程式は、まとめて以下のようなマトリクスとベクトルにより表現できる。

$$\mathbf{b}^e = \mathbf{E}\boldsymbol{\beta} \quad (2.72)$$

$\mathbf{E}$  は節点座標の値により決まる  $4 \times 4$  のマトリクスである。これを以下のように解く。

$$\boldsymbol{\beta} = \mathbf{E}^{-1}\mathbf{b}^e \quad (2.73)$$

ここで要素に働く外力を以下のように表すことができる。

$$\mathbf{f} \equiv \mathbf{Q}^T \boldsymbol{\beta} = \mathbf{Q}^T \mathbf{E}^{-1} \mathbf{b}^e = \mathbf{N}_f \mathbf{b}^e \quad (2.74)$$

$$\mathbf{N}_f = \mathbf{Q}^T \mathbf{E}^{-1} \quad (2.75)$$

$\mathbf{N}_f$  は外力  $\mathbf{f}$  のための内挿関数である。また  $\mathbf{E}$  及び  $\mathbf{E}^{-1}$  は図 2.8 に示す要素節点座標を用いると以下のように表される。

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & -a & -b & ab \\ 1 & -a & b & -ab \\ 1 & a & -b & -ab \\ 1 & a & b & ab \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

$$\mathbf{E}^{-1} = \frac{1}{4ab} \times \begin{bmatrix} ab & ab & ab & ab \\ -b & -b & b & b \\ -a & a & -a & a \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

## 仮想仕事の原理

上記の板に対して仮想仕事の原理を適用する。仮想仕事の原理は力が釣り合いの状態にある場合、変位をごくわずかにだけ変化させる際の外部仕事（外力のする仕事）と内部仕事（内力のする仕事）の和は 0 になる、という関係を表すものである。上記の板では、外部仕事として、外力の仕事を、内部仕事としてはひずみによる仕事、板の運動による仕事、境界上の弾性力の仕事、境界上の弾性モーメントの仕事を考慮する必要がある。

まずひずみについて整理する。ひずみ成分は、式 (2.33, 34) より次のように求められる。

$$\varepsilon_x = \frac{\partial U}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = zk_x, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial V}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = zk_y, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = zk_{xy} \quad (2.78)$$

## 第 2 章 音場・板振動場数値解析の基礎理論

ここで、 $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_{xy}$  は変形後の平面の曲率あるいはねじれ率であり、次式で定義される。

$$k_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad k_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad k_{xy} = -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.79)$$

応力-ひずみ関係式を式 (2.35)、モーメント成分を式 (2.37) で定義すると、モーメントと曲率の関係式は、次のようにマトリクス形で整理できる。

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.80)$$

$$\text{但し、} \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 \mathbf{P}^T}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 \mathbf{P}^T}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 \mathbf{P}^T}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{a}^e = \mathbf{R}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{a}^e, \quad \mathbf{D} = \frac{E_p(1+j\eta_p)h^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{R}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & -6x & -2y & 0 & 0 & -6xy & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & -2x & -6y & 0 & -6xy \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & -4x & -4y & 0 & -6x^2 & -6y^2 \end{bmatrix}.$$

仮想仕事の原理より、板面の境界に接している要素には以下の式が成り立つ。

$$\iint_{\Gamma_e} \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dS + \iint_{\Gamma_e} w \rho_p h_p \ddot{w} dS = \iint_{\Gamma_e} w f dS - \int_{\Lambda_e} w Z_Q w dL - \int_{\Lambda_e} \boldsymbol{\theta} Z_M \boldsymbol{\theta} dL \quad (2.81)$$

但し、 $\mathbf{e}$ : 要素、 $L$ : 境界に接している辺、 $S$ : 要素の面積、 $\Lambda$ : 境界、 $\Gamma$ : 板面、 $\Lambda_e$ : 境界に接している要素、 $\Gamma_e$ : 板面の要素、 $\iint_{\Gamma_e} \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dS$ : ひずみによる仕事、 $\iint_{\Gamma_e} w \rho_p h_p \ddot{w} dS$ : 板の運動による仕事、 $\iint_{\Gamma_e} w f dS$ : 外力の仕事、 $\int_{\Lambda_e} w Z_Q w dL$ : 境界上の弾性力による仕事、 $\int_{\Lambda_e} \boldsymbol{\theta} Z_M \boldsymbol{\theta} dL$ : 境界上の弾性モーメント。

また境界に接していない要素には以下の式が成り立つ。

$$\iint_{\Gamma_e} \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dS + \iint_{\Gamma_e} w \rho_p h_p \ddot{w} dS = \iint_{\Gamma_e} w f dS \quad (2.82)$$

式 (2.81, 82) 中の各項は以下のように表すことができる。

[ひずみによる仕事]

$$\iint_{\Gamma_e} \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dS = \iint_{\Gamma_e} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} dS = \mathbf{a}^{eT} \mathbf{C}^{-1T} \iint_{\Gamma_e} \mathbf{R} \mathbf{D} \mathbf{R}^T dS \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{a}^e = \mathbf{a}^{eT} \mathbf{K}_e \cdot \mathbf{a}^e \quad (2.83)$$

[板の運動による仕事]

$$\iint_{\Gamma_e} w \rho_p h_p \ddot{w} dS = -\mathbf{a}^{eT} \omega^2 \rho_p h_p \iint_{\Gamma_e} \mathbf{N}_p^T \mathbf{N}_p dS \cdot \mathbf{a}^e = -\mathbf{a}^{eT} \omega^2 \rho_p h_p \mathbf{C}^{-1T} \iint_{\Gamma_e} \mathbf{P} \mathbf{P}^T dS \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{a}^e = -\mathbf{a}^{eT} \omega^2 \mathbf{M}_e \cdot \mathbf{a}^e \quad (2.84)$$

[外力の仕事]

$$\iint_{\Gamma_e} w f dS = \mathbf{a}^{eT} \iint_{\Gamma_e} \mathbf{N}_p^T \mathbf{N}_p dS \cdot \mathbf{b}^e = \mathbf{a}^{eT} \mathbf{C}^{-1T} \iint_{\Gamma_e} \mathbf{P} \mathbf{Q}^T dS \mathbf{E}^{-1} \cdot \mathbf{b}^e = \mathbf{a}^{eT} \mathbf{Q}_e \cdot \mathbf{b}^e \quad (2.85)$$

[境界上の弾性力の仕事]

$$\int_{\Lambda_e} w Z_Q w dL = \mathbf{a}^e{}^T Z_Q \int_{\Lambda_e} \mathbf{N}_p^T \mathbf{N}_p dL \cdot \mathbf{a}^e = \mathbf{a}^e{}^T Z_Q \mathbf{C}^{-1T} \int_{\Lambda_e} \mathbf{P} \mathbf{P}^T dL \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{a}^e = \mathbf{a}^e{}^T \mathbf{K}_{BQ_e} \cdot \mathbf{a}^e \quad (2.86)$$

[境界上の弾性モーメントの仕事]

$$\int_{\Lambda_e} \theta Z_M \theta dL = \mathbf{a}^e{}^T Z_M \int_{\Lambda_e} \frac{\partial \mathbf{N}_p^T}{\partial n} \frac{\partial \mathbf{N}_p}{\partial n} dL \cdot \mathbf{a}^e = \mathbf{a}^e{}^T Z_M \mathbf{C}^{-1T} \int_{\Lambda_e} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial n} \frac{\partial \mathbf{P}^T}{\partial n} dL \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{a}^e = \mathbf{a}^e{}^T \mathbf{K}_{BM_e} \cdot \mathbf{a}^e \quad (2.87)$$

式 (2.83~87) より、式 (2.81) は以下のように表すことができる。ただし  $\mathbf{e}$  は境界に接している要素を表す。

$$\mathbf{K}_e \cdot \mathbf{a}^e - \omega^2 \mathbf{M}_e \cdot \mathbf{a}^e = \mathbf{Q}_e \cdot \mathbf{b}^e - \mathbf{K}_{BQ_e} \cdot \mathbf{a}^e - \mathbf{K}_{BM_e} \cdot \mathbf{a}^e \quad (2.88)$$

これを整理すると以下ようになる。

$$(\mathbf{K}_e + \mathbf{K}_{BQ_e} + \mathbf{K}_{BM_e} - \omega^2 \mathbf{M}_e) \cdot \mathbf{a}^e = \mathbf{Q}_e \cdot \mathbf{b}^e \quad (2.89)$$

また、式 (2.82) は以下のように表すことができる。ただし  $\mathbf{e}$  は境界に接していない要素を表す。

$$(\mathbf{K}_e - \omega^2 \mathbf{M}_e) \cdot \mathbf{a}^e = \mathbf{Q}_e \cdot \mathbf{b}^e \quad (2.90)$$

多数の要素からなる系の方程式は要素の方程式を全て加え合わせたものとなる。よって式 (2.89, 90) より以下のマトリクス方程式が得られる。

$$(\mathbf{K} + \mathbf{K}_{BQ} + \mathbf{K}_{BM} - \omega^2 \mathbf{M}) \cdot \mathbf{a} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{b} \quad (2.91)$$

$$\mathbf{a} = \begin{Bmatrix} \mathbf{w} \\ \boldsymbol{\theta}_x \\ \boldsymbol{\theta}_y \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{K} : \mathbf{K}_e = \mathbf{C}^{-1T} \iint_{\Gamma_e} \mathbf{R} \mathbf{D} \mathbf{R}^T dS \mathbf{C}^{-1}$$

$$\mathbf{K}_{BQ} : \mathbf{K}_{BQ_e} = Z_Q \mathbf{C}^{-1T} \int_{\Lambda_e} \mathbf{P} \mathbf{P}^T dL \mathbf{C}^{-1}$$

$$\mathbf{K}_{BM} : \mathbf{K}_{BM_e} = Z_M \mathbf{C}^{-1T} \int_{\Lambda_e} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial n} \frac{\partial \mathbf{P}^T}{\partial n} dL \mathbf{C}^{-1}$$

$$\mathbf{M} : \mathbf{M}_e = \rho h \mathbf{C}^{-1T} \iint_{\Gamma_e} \mathbf{P} \mathbf{P}^T dS \mathbf{C}^{-1}$$

$$\mathbf{Q} : \mathbf{Q}_e = \mathbf{C}^{-1T} \iint_{\Gamma_e} \mathbf{P} \mathbf{Q}^T dS \mathbf{E}^{-1}$$

但し、 $\mathbf{K}_{BQ_e}$ 、 $\mathbf{K}_{BM_e}$  では  $L$  は境界に接している辺、 $\mathbf{e}$  は境界に接している要素を表し、 $\mathbf{K}_e$ 、 $\mathbf{M}_e$ 、 $\mathbf{Q}_e$  では  $S$  は要素の面積、 $\mathbf{e}$  は全ての要素を表す。

## 2.4 音響振動連成系の定式化

### 連成系の離散化方程式

板振動場の外力  $f$  は板両面の音圧差により生じる。板両面の境界  $\Gamma_a$ 、 $\Gamma_b$  における音圧を  $p_a$ 、 $p_b$  とおくと外力  $f$  は以下のように表される。ただし  $\Gamma_a$  から  $\Gamma_b$  の方向を正とする。

$$f = p_a - p_b = \Delta p \quad (2.92)$$

板面を有限要素に分割する際の節点で式 (2.92) が成り立つ。よって次式のようになる。

$$\mathbf{b} = \mathbf{p}_a - \mathbf{p}_b = \Delta \mathbf{p} \quad (2.93)$$

$\mathbf{b}$  : 外力ベクトル、 $\mathbf{p}_a$ 、 $\mathbf{p}_b$  : 境界  $\Gamma_a$ 、 $\Gamma_b$  の板面音圧ベクトル

よって式 (2.91, 93) より板振動場に関して以下の式が成り立つ。

$$(\mathbf{K} + \mathbf{K}_{BQ} + \mathbf{K}_{BM} - \omega^2 \mathbf{M}) \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{w} \\ \boldsymbol{\theta}_x \\ \boldsymbol{\theta}_y \end{Bmatrix} = \mathbf{Q} \cdot \Delta \mathbf{p} \quad (2.94)$$

式 (2.23) より板両面の音圧差に関する積分方程式を求め BEM を適用すると、次式が得られる。

$$\Delta \mathbf{p} = 2\mathbf{p}_d + 4\omega^2 \rho_0 \mathbf{G} \mathbf{w}_f \quad (2.95)$$

ここで、板材の通気性を考慮しないので振動変位  $w$  と板材表面の粒子変位  $w_f$  を等しいと考えると式 (2.94, 95) から以下のマトリクス方程式が得られる。

$$(\mathbf{K} + \mathbf{K}_{BQ} + \mathbf{K}_{BM} - \omega^2 \mathbf{M} - 4\omega^2 \rho_0 \mathbf{Q}[\mathbf{G} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}]) \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{w}_f \\ \boldsymbol{\theta}_x \\ \boldsymbol{\theta}_y \end{Bmatrix} = 2\mathbf{Q} \cdot \mathbf{p}_d \quad (2.96)$$

式 (2.96) から板の変位、回転角を求める。

## 第 3 章

# 入射条件・解析周波数の設定に関する検討

### 3.1 はじめに

近年、計算機性能の向上に伴って窓ガラスを対象としてコインシデンス周波数を含む高周波数域までの計算が可能となりつつある。本論文で用いる音響振動連成解析手法では、平面波入射時の解析結果より音場入射時またはランダム入射時における透過損失値を算出する。そのため、平面波の入射角離散化についての設定が必要となる。特にコインシデンス周波数域においては、コインシデンス効果の入射角依存性が非常に高いことから、入射角離散化への十分な注意が必要と考えられる。また、本手法は調和振動を仮定した定常音場解析手法に基づいているため、透過損失の帯域値を得るには単一周波数における解析結果から重み付き平均操作により算出することとなる。透過損失の帯域値は板の固有振動に起因する狭帯域ディップの影響を強く受けるため、これを評価するために解析周波数の適切な設定が必須といえる。本章では窓ガラスの 1/3 オクターブ帯域音響透過損失を計算する際に問題となる音波入射条件及び解析周波数の設定について検討を行う。特に、板ガラスの寸法及び損失係数との関係、コインシデンス限界周波数との関係に着目して考察を行う。

### 3.2 入射条件に関する検討

#### 3.2.1 解析モデル

最も一般的な 3 次元音響透過モデルとして、図 3.1 に示すような無限大剛バフル中の板材に単位振幅平面波が入射する問題を想定する。部材形状は矩形（寸法  $a \times b$  [m<sup>2</sup>]）とし、バフルの厚さはゼロを仮定する。平面波の入射角に関しては、図 3.2 に示すように立体角  $\pi/2$  内の相当範囲、音場入射条件では ( $0 \leq \theta \leq 78, 0 \leq \varphi \leq 90$  [deg])、ランダム入射条件では ( $0 \leq \theta \leq 90, 0 \leq \varphi \leq 90$  [deg]) を概ね均等に全方位を離散化する。各方位からの平面波入射条件における解析結果に対して透過率の統計的平均操作を行うことにより透過損失値を算定する。 $\theta$  方向分割数  $N_\theta$  をパラメータとして、次式により離散方位幅  $\Delta\theta_{ij}$ ,  $\Delta\varphi_{ij}$  および離散方位  $\theta_{ij}$ ,  $\varphi_{ij}$  を設定する。

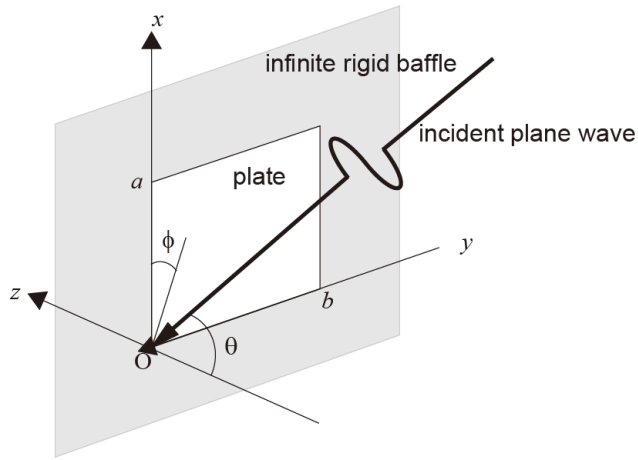


Fig. 3.1: Geometry of a three-dimensional sound transmission model.

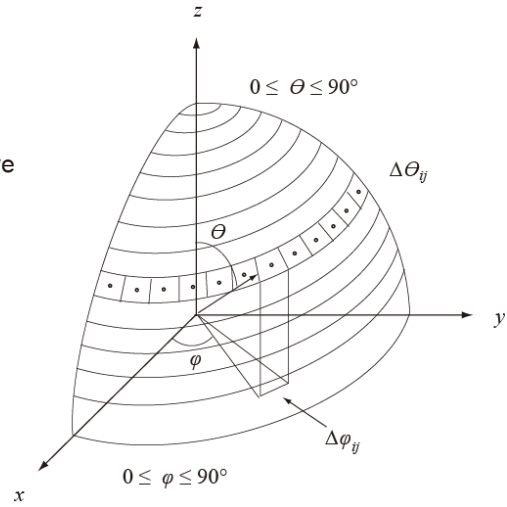


Fig. 3.2: Schematic of a discrete direction model for random incidence.

[音場入射時]

$$\Delta\theta_{ij} = \frac{78^\circ}{N_\theta}, \quad \theta_{ij} = \left(i - \frac{1}{2}\right)\Delta\theta_{ij}, \quad (i=1, 2, \dots, N_\theta) \quad (3.1)$$

$$\Delta\varphi_{ij} = \frac{90^\circ}{N_\varphi^i}, \quad \varphi_{ij} = \left(j - \frac{1}{2}\right)\Delta\varphi_{ij}, \quad (i=1, 2, \dots, N_\varphi^i) \quad (3.2)$$

但し、 $N_\varphi^i = \lceil 1.15N_\theta \cdot \sin\theta_{ij} \rceil$ .

[ランダム入射時]

$$\Delta\theta_{ij} = \frac{78^\circ}{N_\theta}, \quad \theta_{ij} = \left(i - \frac{1}{2}\right)\Delta\theta_{ij}, \quad (i=1, 2, \dots, N_\theta) \quad (3.3)$$

$$\Delta\varphi_{ij} = \frac{90^\circ}{N_\varphi^i}, \quad \varphi_{ij} = \left(j - \frac{1}{2}\right)\Delta\varphi_{ij}, \quad (i=1, 2, \dots, N_\varphi^i) \quad (3.4)$$

但し、 $N_\varphi^i = \lceil N_\theta \sin\theta_{ij} \rceil$ .

### 3.2.2 透過損失計算

板振動場と音場の連成方程式は式 (2.96) で表される。これを数値的に解くことにより、板材表面における節点粒子変位を算出することができる。部材透過表面の節点音圧は得られた節点変位から次式により算出される。



Table 3.1: Parametric properties of glass plates.

| x-width $a$ [m] | thickness $h_p$ [mm] | damping $\eta$    |
|-----------------|----------------------|-------------------|
| 0.9, 1.215      | 5, 10, 20            | 0.002, 0.01, 0.05 |

$$\mathbf{P}_t = -2\omega^2 \rho_0 \mathbf{G} \mathbf{w}_f \quad (3.5)$$

但し、 $\mathbf{P}_t$ ：部材透過表面の音圧ベクトル。

従って、斜め入射透過率は節点透過音圧と節点粒子変位から次式により算出される。

$$\tau(\theta, \varphi) = \frac{\omega \rho_0 c_0}{ab \cos \theta} \text{Im}(\mathbf{P}_t' \mathbf{S} \mathbf{w}_f^*) \quad (3.6)$$

但し、 $\mathbf{S}$ ：面積行列： $S_{ij} = \delta_{ij} S_{e_i}$ ， $S_{e_i}$ ：要素面積。

最終的に、音場入射透過損失は入射角による重み付けを考慮して次式により算出される。

$$TL = -10 \log_{10} \left( A \sum_{i=1}^{N_\theta} \sum_{j=1}^{N_\varphi} w_{ij} \tau(\theta_{ij}, \varphi_{ij}) \right) \quad (3.7)$$

但し、 $w_{ij} = \sin \theta_{ij} \cos \theta_{ij} \Delta \theta_{ij} \Delta \varphi_{ij}$ 、 $1/A = \frac{\pi}{2} \int_0^{\theta \text{lim}} \sin \theta \cos \theta d\theta$ 、 $\theta \text{lim}$ ：音場入射 ( $\theta \text{lim} = 78^\circ$ )・ランダム入射 ( $\theta \text{lim} = 90^\circ$ )。

### 3.2.3 解析対象

解析対象は単層板ガラス、周辺支持条件は固定支持条件とした。また、各物性値は密度 2500 [kg/m<sup>3</sup>]、ヤング率 7.5×10<sup>10</sup> [N/m<sup>2</sup>]、ポアソン比 0.22 とした。板の  $y$  方向長さを  $b = 0.9$  [m] と固定し、 $x$  方向長さ  $a$  [m]、板厚  $h_p$  [mm]、損失係数  $\eta \cdot p$  を表 3.1 の通り変化させた。コインシデンス限界周波数  $f_c$  は板厚 5 [mm] では 2327 [Hz]、10 [mm] では 1164 [Hz]、20 [mm] では 581 [Hz]である。要素分割は解析周波数毎に波長の 1/6 以下になるように設定した。また音波の入射条件について表 3.2 に離散方位幅と総方位数の関係を示す。

Table 3.2: Properties of the discrete direction model (random incidence).

| $\Delta \theta_{ij}$ [deg] | total direction number |
|----------------------------|------------------------|
| 3                          | 586                    |
| 6                          | 151                    |
| 15                         | 25                     |
| 30                         | 7                      |

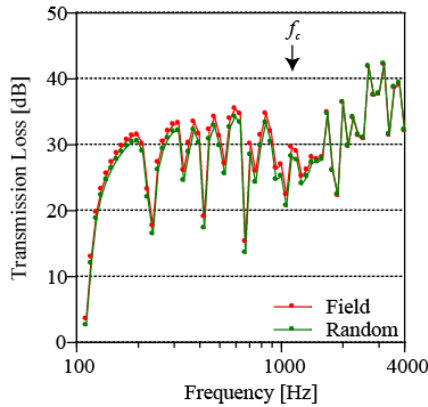


Fig. 3.3: Difference between field incidence transmission loss and random incidence transmission loss ( $a = 0.9$ ,  $h_p = 10$ ,  $\eta_p = 0.002$ ,  $\Delta\theta_{ij} = 3$ ).

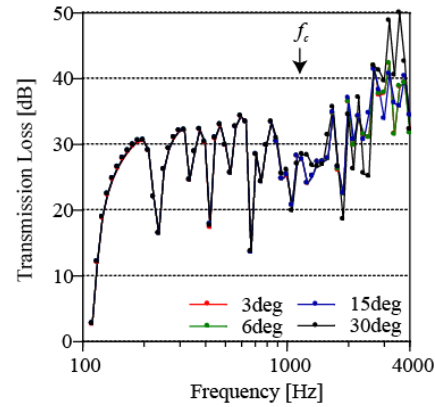


Fig. 3.4: Effect of the incidence angle step  $\Delta\theta_{ij}$  to random incidence transmission loss ( $a = 0.9$ ,  $h_p = 10$ ,  $\eta_p = 0.002$ ).

### 3.2.4 結果と考察

図 3.3 に離散方位幅  $\Delta\theta_{ij} = 3$  [deg] における音場入射透過損失とランダム入射透過損失を示す ( $a = 0.9$ ,  $h_p = 10$ ,  $\eta_p = 0.002$ , 1/12 オクターブ中心周波数での値)。音場入射透過損失とランダム入射透過損失の比較では、低周波数域において 2 [dB] 程度の系統的な差が生じているが、 $f_c$  以上の高周波数域では差が現れていない。低周波数域ではランダム入射における擦過角付近の入射により質量効果が低下したためと考えられる。

図 3.4 に離散方位幅 4 水準 ( $\Delta\theta_{ij} = 3, 6, 15, 30$  [deg]) におけるランダム入射透過損失を示す ( $a = 0.9$ ,  $h_p = 10$ ,  $\eta_p = 0.002$ )。  $f_c$  以下では、 $\Delta\theta_{ij} = 30$  でも十分な離散化であることがわかる。一方  $f_c$  以上では、 $\Delta\theta_{ij} = 15, 30$  の場合に透過損失値が  $\Delta\theta_{ij} = 3, 6$  と比べて大きく異なっている。顕著に高い値を示している。コインシデンス周波数域ではコインシデンス効果の入射角選択性が高いことから、 $f_c$  以下の周波数域と比べて離散方位幅を細かく設定する必要があるといえる。以上の結果から、コインシデンス周波数領域を含む高周波数域までの解析においては、離散方位幅が  $\Delta\theta_{ij} = 6$  以下とする必要があると考えられる。以降の検討では  $\Delta\theta_{ij} = 6$  に固定し、ランダム入射透過損失を算出することとする。

## 3.3 解析周波数に関する検討

### 3.3.1 1/3 オクターブ帯域値の算出法

本解析手法では 1/3 オクターブ帯域透過損失値は単一周波数での解析で得られた値から

平均操作により算出することとなる。一方、 $1/3$  オクターブ帯域透過損失値は板の固有振動に起因する透過損失の狭帯域ディップの影響を受けるため、これを適切に評価する必要がある。このため、解析を実行する周波数の選択が非常に重要である。[19] ではコインシデンス限界周波数以下の周波数域において、定差幅を前提として解析周波数の検討を行った。しかしながら、コインシデンス限界周波数以上の高周波数域まで解析を拡張するには、定差幅による検討では計算時間が著しく増大してしまう。そこで解析周波数を定比幅で設定することを前提として、 $1/6$ ,  $1/12$ ,  $1/24$ ,  $1/48$ ,  $1/96$  オクターブ帯域中心周波数の解析結果から  $1/3$  オクターブ帯域値を算出し、予測精度の確保に必要な解析周波数の設定について検討を行った。

## 3.3.2 結果と考察

### 損失係数の影響

板の  $x$  方向長さ  $a = 0.9$  の場合の  $1/3$  オクターブ帯域値を損失係数毎に図 3.5 に示す。以下では  $1/96$  オクターブ中心周波数の解析結果から算出した  $1/3$  オクターブ帯域値（以下  $1/96\text{-oct.}$ ）を基準とし、それとの差が全ての帯域値で概ね  $2$  [dB] 以内となる解析周波数の設定を収束したものとみなす。

板の内部損失程度を仮定した損失係数  $\eta_p = 0.002$  の場合では、 $1/48\text{-oct.}$  を採用した時のみ  $1/96\text{-oct.}$  との差が  $2$  [dB] 以下となっている。 $\eta_p = 0.01$  の場合では板の固有周波数におけるディップがより浅いため、 $1/24\text{-oct.}$  で収束している。パテ支持程度を仮定した  $\eta_p = 0.05$  の場合ではさらにディップが浅いため、 $1/6\text{-oct.}$  で十分収束している。またいずれの損失係数の場合でも帯域による収束の違いは小さい。

以上のように、損失係数は精度を確保する解析周波数の設定に大きく影響するといえる。特に板の内部損失の  $\eta_p = 0.002$  では解析周波数の離散化を十分細かくする必要がある。

### 板厚の影響

$\eta_p = 0.002$  の時、板厚  $h_p = 0.005$  では、同条件で  $h_p = 0.01$  の場合と比較して固有周波数の密度が高くなるが、 $h_p = 0.01$  の場合と同様、 $1/48\text{-oct.}$  で収束している。また板厚  $h_p = 0.02$  では  $h_p = 0.01$  の場合と比較して固有周波数の密度が低くなるが、ここでも  $1/48\text{-oct.}$  で収束している。 $\eta_p = 0.01$  の時、 $h_p = 0.02$  では、同条件で  $h_p = 0.01$  の場合と同様、 $1/24\text{-oct.}$  で収束している。以上より、同サイズ、同損失係数の板の場合、板厚は精度を確保する解析周波数の設定にあまり影響しないと考えられる。

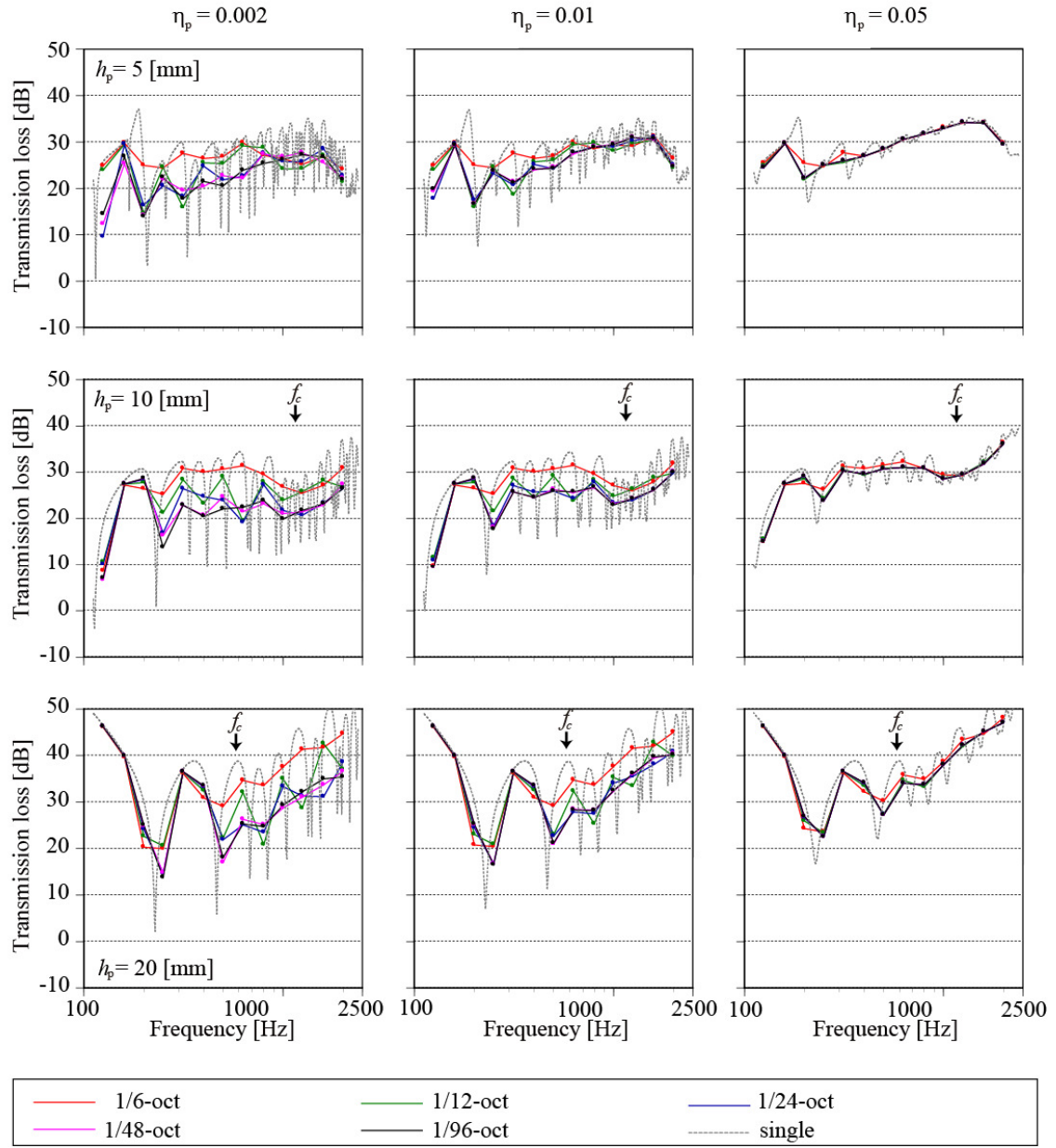


Fig. 3.5: 1/3-oct-band transmission loss calculated from the values at 1/6, 1/12, 1/24, 1/48 and 1/96 oct-band center frequencies ( $a = 0.9$  [m]).

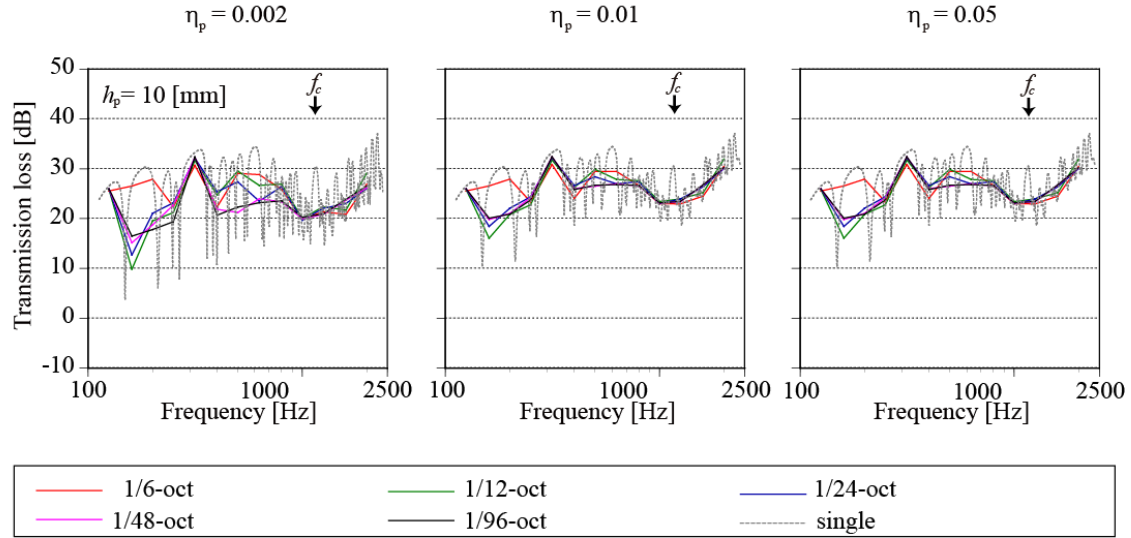


Fig. 3.6: 1/3-oct-band transmission loss calculated from the values at 1/6, 1/12, 1/24, 1/48 and 1/96 oct-band center frequencies ( $a = 1.215$  [m],  $h_p = 10$  [mm]).

### 板サイズの影響

板の  $x$  方向長さ  $a = 1.215$ 、板厚  $h_p = 10$  の場合の損失係数毎に 1/3 オクターブ帯域値を図 3.6 に示す。 $a = 0.9$  の場合と比較して固有周波数の密度が高くなるが、損失係数  $\eta_p = 0.002$  では 1/48-oct. で収束し、 $\eta_p = 0.01$  では 1/24-oct. で収束しており、 $a = 0.9$  の場合と同様の結果となった。以上より、板厚と同様、板サイズは精度を確保する解析周波数の設定にあまり影響しないと考えられる。

## 3.4 まとめ

離散系波動解析に基づく窓ガラスの 1/3 オクターブ帯域音響透過損失値を計算する際に問題となる、音波入射条件及び解析周波数の設定について検討を行った。音波入射条件のための入射角離散化に関しては、音場入射条件、ランダム入射条件によらず、またコインシデンス周波数領域かどうかにかかわらず離散方位幅  $\Delta\theta_{ij} = 6$  [deg] で十分な精度が得られることがわかった。また 1/3 オクターブ帯域透過損失値を算出する際の解析周波数の設定については、精度確保に必要な解析周波数の数が板の損失係数の値に大きく依存する一方、固有周波数分布を変化させる板厚や板サイズにはあまり依存しないことがわかった。またこれは端部損失を無視した固定支持条件における結果であり、端部損失を考慮すると固有周波数のディップが浅くなるため、解析周波数の設定はより荒くなると考えられる。



## 第 4 章

# 周辺支持部のエネルギー損失に関する検討

### 4.1 はじめに

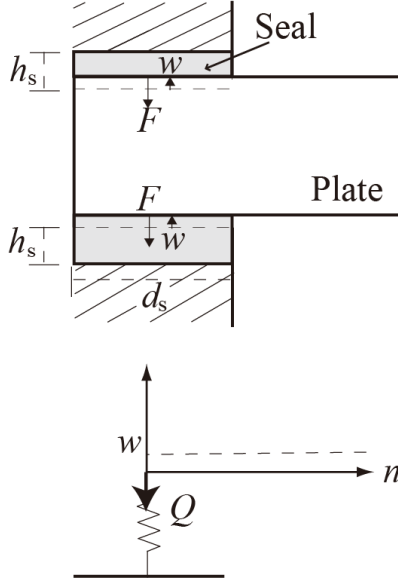
第 2 章で構築した音響振動連成系の数値解析アルゴリズムについて、前章では 1/3 オクターブ帯域音響透過損失を計算する際の、音波の入射条件と解析周波数の設定を行った。その際、周辺支持部は便宜的な取り扱いとして、板振動場の境界条件に単純または固定支持を仮定し、端部損失を板の内部損失として反映させていた。しかし実際にシール材で支持された窓ガラスの音響透過損失を数値解析により求めるには、周辺支持部の振動エネルギー損失の模擬が重要となるため、周辺支持部の精密なモデル化が必要となる。そこで本章では、周辺支持部のエネルギー損失について考察を行う。

### 4.2 窓ガラスの周辺支持部のモデル化

窓ガラスの周辺支持部のモデル化を行う。2.3.2 でも示したように、ガラス板周辺のシール材が端部の変位・傾斜に対して各々反作用するものと仮定し、弾性体と等価な並進・回転バネ、またそれぞれのバネに対して等価質量からなる集中バネモデルを想定する。さらにシール材の並進振動に対して、弾性連続体の挙動を考慮して 1 次元縦振動を想定したモデルについても検討する。こちらは集中バネモデルと区別して弾性連続体モデルとする。検討は最も単純な並進バネのみを考慮したモデルから、最も複雑な弾性連続体モデルまで以下の 4 モデルについて行う。

1. T モデル: 並進バネのみを考慮したモデル
2. TR モデル: 並進バネ、回転バネを考慮したモデル
3. TRM モデル: 並進バネ、回転バネの両方に等価質量を考慮したモデル
4. T<sub>c</sub>RM モデル: 並進振動に対して弾性連続体の挙動を考慮したモデル  
(回転については TRM モデルと同じ)

translational spring



rotational spring

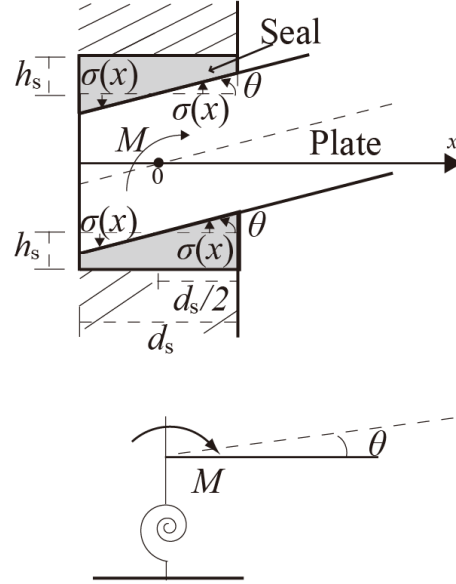


Fig. 4.1 Numerical model of edge support system.

## 4.2.1 T モデル

初めに、周辺支持部を最も単純な振動系を想定し 1 自由度系の減衰自由振動をしている場合を考える。窓ガラスの周辺支持部に関して板ガラスの振動により生じる境界上での面外変位  $w$  に対して並進バネが作用し、端部損失はバネの内部減衰によって生じるモデルを想定する。これを T モデルとする。図 4.1 に並進バネのつり合いの様子を示す。板に変位が生じることによって並進バネが行う仕事  $W_{\text{外}}$  とシール材内部が行う仕事  $W_{\text{内}}$  がつり合う。 $W_{\text{外}}$ 、 $W_{\text{内}}$  を次式で表す。

$$W_{\text{外}} = \frac{1}{2} (k_q) w^2 \quad (4.1)$$

$$W_{\text{内}} = \int_0^w \overline{E_s} d_s \frac{w}{h_s} dw = \frac{d}{2} \overline{E_s} \frac{w}{h_s} \frac{w}{h_s} h_s = \frac{1}{2} \frac{\overline{E_s} d_s}{h_s} w^2 \quad (4.2)$$

但し、 $k_q$ : 並進バネ定数、 $\overline{E_s} = E_s(1 + j\eta_s)$ 、 $E_s$ : シール材のヤング率、 $\eta_s$ : シール材の損失係数、 $d_s$ : シール材の幅、 $h_s$ : シール材の厚さ。  
 式 (4.1) と式 (4.2) が釣り合うので  $k_q$  は

$$k_q = \frac{\overline{E_s} d_s}{h_s} \quad (4.3)$$



#### 第 4 章 周辺支持部のエネルギー損失に関する検討

となる。板の上下のシール材を考慮すると  $k_q$  は

$$k_q = \frac{2\overline{E_s}d_s}{h_s} \quad (4.4)$$

となる。よって板端部の機械インピーダンス  $Z_q$  は次式で表すことができる。

$$Z_q = \frac{Q}{v} = \frac{Q}{j\omega w} = \frac{2\overline{E_s}d_s}{j\omega h_s} \quad (4.5)$$

### 4.2.2 TR モデル

次に、T モデルに境界を軸とした回転角が生じるものを考える。この回転角  $\theta$  に対して回転バネが作用し、端部損失はバネの内部減衰によって生じるモデルを想定する。これを TR モデルとする。TR モデルの機械インピーダンスは T モデルと同様である。図 4.1 に回転バネのつり合いの様子を示す。板に回転角が生じることによって回転バネが行う仕事  $W_{\text{外}}$  とシール材内部が行う仕事  $W_{\text{内}}$  が釣り合う。  $W_{\text{外}}$ 、 $W_{\text{内}}$  を次式で表す。

$$W_{\text{外}} = \frac{1}{2}(k_m)\theta^2 \quad (4.6)$$

$$W_{\text{内}} = \int_0^w \int_{-\frac{d_s}{2}}^{\frac{d_s}{2}} \overline{E_s} \frac{w}{h_s} dx dw = \int_0^w \int_{-\frac{d_s}{2}}^{\frac{d_s}{2}} \overline{E_s} \frac{\theta x}{h_s} dx dw = \frac{1}{2} \frac{\overline{E_s}}{h_s} \theta^2 \frac{d_s^3}{12} \quad (4.7)$$

但し、 $k_m$ ：回転バネ定数。

式 (4.6) と式 (4.7) が釣り合うので  $k_m$  は

$$k_m = \frac{\overline{E_s}d_s^3}{12h_s} \quad (4.8)$$

となる。板の上下のシール材を考慮すると  $k_m$  は

$$k_m = \frac{\overline{E_s}d_s^3}{6h_s} \quad (4.9)$$

となる。よって板端部のモーメントインピーダンス  $Z_m$  は次式で表すことができる。

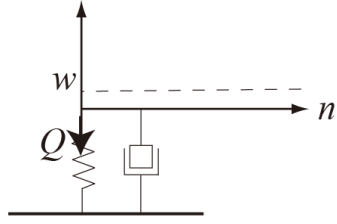
$$Z_m = \frac{M}{\gamma} = \frac{M}{j\omega\theta} = \frac{\overline{E_s}d_s^3}{6j\omega h_s} \quad (4.10)$$

### 4.2.3 TRM モデル

図 4.2 に TR バネモデルに、シール材の質量を考慮した場合の垂直方向の力の様子を示す。板に変位が生じることによってシール材の質量が垂直方向に行う仕事  $W_{\text{外}}$  とシール材内部の変位を押し戻す力が行う仕事  $W_{\text{内}}$  が釣り合う。  $W_{\text{外}}$ 、 $W_{\text{内}}$  を次式で表す。

$$W_{\text{外}} = \frac{1}{2}(m_q)(\dot{w})^2 \quad (4.11)$$

translational spring



rotational spring

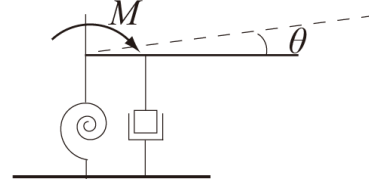


Fig. 4.2 Numerical model of edge support system.

$$W_{\text{内}} = \int_0^{h_s} \frac{1}{2} \rho_s d_s dz \dot{w}(z)^2 = \frac{1}{2} \rho_s d_s \int_0^{h_s} \left( \frac{\dot{w}}{h_s} z \right)^2 dz = \frac{1}{2} \rho_s d_s \frac{\dot{w}^2 h_s^3}{3} \quad (4.12)$$

但し、 $m_q$ ：並進振動時の等価質量、 $\rho_s$ ：シール材の密度。

式 (4.11) と式 (4.12) が釣り合うので  $m_q$  は

$$m_q = \frac{\rho_s d_s h_s}{3} \quad (4.13)$$

となる。板の上下のシール材を考慮すると  $m_q$  は

$$m_q = \frac{2\rho_s d_s h_s}{3} \quad (4.14)$$

となり機械インピーダンス  $Z_q$  は

$$Z_q = \frac{1}{j\omega} \left( \frac{2E_s d_s}{h_s} - \omega^2 \frac{2\rho_s d_s h_s}{3} \right) \quad (4.15)$$

と表すことができる。

また図 4.2 にシール材の質量を考慮した場合の回転方向の力の様子を示す。板に回転角が生じることによってシール材の質量が回転方向に行う仕事  $W_{\text{外}}$  とシール材内部の変位を押し戻す力が行う仕事  $W_{\text{内}}$  が釣り合う。  $W_{\text{外}}$ 、 $W_{\text{内}}$  を次式で表す。

$$W_{\text{外}} = \frac{1}{2} (m_m) (\dot{\theta})^2 \quad (4.16)$$

$$W_{\text{内}} = \int_0^{h_s} \int_{\frac{z}{2}}^{\frac{d_s}{2}} \frac{1}{2} \rho_s dz dx [\dot{w}(z)]^2 = \int_0^{h_s} \int_{\frac{z}{2}}^{\frac{d_s}{2}} \frac{1}{2} \rho_s dz dx \left[ \frac{zx\dot{\theta}}{h_s} \right]^2 = \frac{1}{2} \frac{\rho_s h_s d_s^3}{36} \quad (4.17)$$

但し、 $m_m$ ：回転時の等価質量。

式 (4.16) と式 (4.17) が釣り合うので  $m_m$  は

$$m_m = \frac{\rho_s d_s^3 h_s}{36} \quad (4.18)$$

となる。板の上下のシール材を考慮すると  $m_m$  は

$$m_m = \frac{\rho_s d_s^3 h_s}{18} \quad (4.19)$$

となりモーメントインピーダンス  $Z_m$  は

$$Z_m = \frac{1}{j\omega} \left( \frac{\overline{E_s} d_s^3}{6h_s} - \omega^2 \frac{\rho_s d_s^3 h_s}{18} \right) \quad (4.20)$$

と表すことができる。

#### 4.2.4 T<sub>C</sub>RM モデル

シール材の並進振動のみに対して、弾性連続体の挙動を考慮して 1 次元縦振動を想定する。図 4.3 に示す弾性連続体における力のつり合いを示す。板に変位  $w$  が生じたとき微小な弾性体の両面に働く外力  $dF$  は以下の式で表される。

$$dF = \frac{\partial F}{\partial z} dz = \frac{\partial^2 w(z,t)}{\partial z^2} \overline{E_s} d_s dz \quad (4.21)$$

またシール材の密度を  $\rho_s$  とすると、微小な弾性体が受ける慣性力  $F_i$  は

$$F_i = \frac{\partial^2 w(z,t)}{\partial t^2} \rho_s d_s dz \quad (4.22)$$

で表される。式 (4.21) と式 (4.22) はつり合うので、力のつりあい式は

$$\frac{\partial^2 w(z,t)}{\partial z^2} \overline{E_s} d_s dz = \frac{\partial^2 w(z,t)}{\partial t^2} \rho_s d_s dz \quad (4.23)$$

となる。式 (2.47) より  $w(z,t) = w(z)e^{j\omega t}$  であり、ここで  $c_s = \sqrt{\frac{\overline{E_s}}{\rho_s}}$ 、 $\overline{k_s} = \frac{\omega}{c_s}$  とすると式

(4.23) は以下のようにになる。

$$\frac{\partial^2 w(z)}{\partial z^2} + \overline{k_s}^2 w(z) = 0 \quad (4.24)$$

となる。 $w(z)$  の一般解は  $a_1$ 、 $a_2$  を定数として

$$w(z) = a_1 e^{j\overline{k_s}z} + a_2 e^{-j\overline{k_s}z} \quad (4.25)$$

となる。式 (4.25) は  $z=0$  で  $w(z) = a_1 + a_2 = 0$  となるので、

$$w(z) = a_2 \left( e^{j\overline{k_s}z} - e^{-j\overline{k_s}z} \right) \quad (4.26)$$

$z = h_s$  での力とせん断力  $Q = -Z_Q w(h_s)$  がつり合うので、式 (4.26) は

$$\frac{\partial w(h_s)}{\partial z} \overline{E_s} d_s = j\overline{k_s} a_2 \left( e^{j\overline{k_s}h_s} + e^{-j\overline{k_s}h_s} \right) \overline{E_s} d_s = -Q \quad (4.27)$$

となり、弾性連続体モデルの板端部のインピーダンス  $Z_Q$  は

$$Z_Q = \frac{-Q}{w(h_s)} = \frac{j\overline{k_s} a_2 \left( e^{j\overline{k_s}h_s} + e^{-j\overline{k_s}h_s} \right) \overline{E_s} d_s}{a_2 \left( e^{j\overline{k_s}h_s} - e^{-j\overline{k_s}h_s} \right)} = j\overline{k_s} \overline{E_s} d_s \frac{e^{j\overline{k_s}h_s} + e^{-j\overline{k_s}h_s}}{e^{j\overline{k_s}h_s} - e^{-j\overline{k_s}h_s}} \quad (4.28)$$

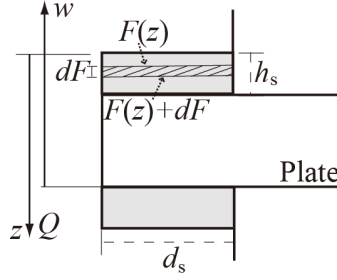


Fig.4.3 Illustration of the continuum model.

で表すことができる。また  $\overline{k_s}$  は次式のように変形できる。

$$\overline{k_s} = \frac{\omega}{c_s} = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{E_s(1+j\eta_s)}{\rho_s}}} = k_s \frac{1}{\sqrt{1+j\eta_s}} = k_{sr} - jk_{si} \quad (4.29)$$

$$k_s = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{E_s}{\rho_s}}} \quad (4.30)$$

ここで  $\frac{k_{sr}}{k_s} - j\frac{k_{si}}{k_s} = \frac{1}{\sqrt{1+j\eta_s}}$ ,  $\frac{k_{sr}}{k_s} = k_1$ ,  $\frac{k_{si}}{k_s} = k_2$  とおくと  $k_1$  と  $k_2$  は次式で表される。

$$k_1 = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{1+\eta_s}{1+\eta_s^2}} + \sqrt{\frac{1-\eta_s}{1+\eta_s^2}} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{1+\eta_s} + \sqrt{1-\eta_s}}{\sqrt{1+\eta_s^2}} \right) \quad (4.31)$$

$$k_2 = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{1+\eta_s}{1+\eta_s^2}} - \sqrt{\frac{1-\eta_s}{1+\eta_s^2}} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{1+\eta_s} - \sqrt{1-\eta_s}}{\sqrt{1+\eta_s^2}} \right) \quad (4.32)$$

以上より式 (4.28) は

$$Z_Q = \overline{jk_s E_s d_s} \frac{e^{j\overline{k_s} h_s} + e^{-j\overline{k_s} h_s}}{e^{j\overline{k_s} h_s} - e^{-j\overline{k_s} h_s}} = \overline{jk_s E_s d_s} \frac{\cos k_{sr} h_s (e^{k_{si} h_s} + e^{-k_{si} h_s}) + j \sin k_{sr} h_s (e^{k_{si} h_s} - e^{-k_{si} h_s})}{\cos k_{sr} h_s (e^{k_{si} h_s} - e^{-k_{si} h_s}) + j \sin k_{sr} h_s (e^{k_{si} h_s} + e^{-k_{si} h_s})} \quad (4.33)$$

となる。ここで  $e^{k_{si} h_s} + e^{-k_{si} h_s} = e^A$ ,  $e^{k_{si} h_s} - e^{-k_{si} h_s} = e^B$  とおくと、上式は以下のように表される。

$$\begin{aligned} Z_Q &= \overline{jk_s E_s d_s} \frac{e^A \cos k_{sr} h_s + j e^B \sin k_{sr} h_s}{e^B \cos k_{sr} h_s + j e^A \sin k_{sr} h_s} = \overline{jk_s E_s d_s} \frac{e^A e^B - j(e^{2A} - e^{2B}) \cos k_{sr} h_s \sin k_{sr} h_s}{e^{2B} \cos k_{sr} h_s + e^{2A} \sin k_{sr} h_s} \\ &\therefore Z_Q = \overline{jk_s E_s d_s} \frac{e^{2k_{si} h_s} - e^{-2k_{si} h_s} - 2j \sin 2k_{sr} h_s}{(e^{2k_{si} h_s} + e^{-2k_{si} h_s}) - 2 \cos 2k_{sr} h_s} \end{aligned} \quad (4.34)$$

但し  $e^{2A} - e^{2B} = 4$ ,  $e^{2A} = e^{2k_{si} h_s} + 2 + e^{-2k_{si} h_s}$ ,  $e^{2B} = e^{2k_{si} h_s} - 2 + e^{-2k_{si} h_s}$ ,  $\cos k_{sr} h_s \sin k_{sr} h_s = \frac{1}{2} \sin 2k_{sr} h_s$ .

Table 4.1 An outline of the spring model and continuum model.

|          | モデル名 | 並進バネ        |   | 回転バネ | 等価質量 |      |
|----------|------|-------------|---|------|------|------|
|          |      | 弾性連続体の挙動を考慮 |   |      | 並進バネ | 回転バネ |
| 集中バネモデル  | T    | ○           |   |      |      |      |
|          | TR   | ○           |   | ○    |      |      |
|          | TRM  | ○           |   | ○    | ○    | ○    |
| 弾性連続体モデル | TRM  |             | ○ | ○    | ○    | ○    |

板の上下のシール材を考慮すると並進インピーダンス  $Z_Q$  は

$$Z_Q = 2jk_s \overline{E_s} d_s \frac{e^{2k_{si}h_s} - e^{-2k_{si}h_s} - 2j \sin 2k_{sr}h_s}{(e^{2k_{si}h_s} + e^{-2k_{si}h_s}) - 2 \cos 2k_{sr}h_s} \quad (4.35)$$

となり機械インピーダンスは

$$Z_q = \frac{1}{j\omega} \left( 2jk_s \overline{E_s} d_s \frac{e^{2k_{si}h_s} - e^{-2k_{si}h_s} - 2j \sin 2k_{sr}h_s}{(e^{2k_{si}h_s} + e^{-2k_{si}h_s}) - 2 \cos 2k_{sr}h_s} \right) = \frac{2\rho_s c_s d_s}{j \tan \omega h_s / c_s} \quad (4.36)$$

と表すことができる。

またモーメントインピーダンス  $Z_m$  は、TRM モデルと同じ

$$Z_m = \frac{1}{j\omega} \left( \frac{\overline{E_s} d^3}{6h} - \omega^2 \frac{\rho_s d^3 h}{18} \right)$$

である。

以上の 4 つモデルを整理し、表 4.1 に示す。

### 4.3 板のインピーダンス [21]

板端部の機械インピーダンス  $Z_q$ 、モーメントインピーダンス  $Z_m$  は、式 (4.5, 10) に示したとおり、次式で表される。

$$Z_q = \frac{Q}{v} = \frac{Q}{j\omega w} = \frac{Z_Q}{j\omega} \quad (4.37)$$

$$Z_m = \frac{M}{\gamma} = \frac{M}{j\omega \theta} = \frac{Z_M}{j\omega} \quad (4.38)$$

但し、 $Z_Q$ : 並進インピーダンス、 $Z_M$ : 回転インピーダンス。

一方、板の屈曲波の固有インピーダンスは、波数  $k_b$  に対して  $Z_{q0} = Dk_b^3/\omega$  および  $Z_{m0} = Dk_b/\omega$  となる。この固有インピーダンスと、機械・モーメントインピーダンスの不整合が大きくなれば、端部における反射が大きくなる。この固有インピーダンスとの不整合(インピーダンス比)  $z_q$  と  $z_m$ 、をパラメータとして次のように表す。

$$z_q = Z_q / Z_{q0} \quad (4.39)$$

$$z_m = Z_m / Z_{m0} \quad (4.40)$$

## 4.4 板端部のエネルギー吸収率 [20, 21]

板端部のエネルギー損失は、板ガラス周辺のエネルギー吸収率で評価する。ここではエネルギー吸収率の導出について述べる。

直線状の屈曲波が無限長の境界に対して角度  $\theta$  で入射する場合を想定する。振動が正弦的であるとすると、屈曲の振動方程式は 4 階になり、以下の式で表される。

$$\nabla^4 w(x, y) - k^4 w(x, y) = 0 \quad (4.41)$$

ここで、 $k_x = k \cos \theta = ka$ 、 $k_y = k \sin \theta = kb$ 、 $w(x, y) = w(x)e^{-jk_y y}$  とおくと、上式は

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} - k_y^2 \right) \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} - k_y^2 \right) w(x) - k^4 w(x) = 0 \quad (4.42)$$

となり、 $w(x) = Ce^{\alpha x}$  とおくと次式が得られる。

$$(\alpha^2 - k_y^2)^2 - k^4 = 0 \quad (4.43)$$

$$\alpha = \pm jk \cos \theta \quad (4.44)$$

このとき、 $w(x)$  は

$$w(x) = A_+ e^{jk \cos \theta x} + A_- e^{-jk \cos \theta x} + C_+ e^{k \sqrt{1 + \sin^2 \theta} x} + C_- e^{-k \sqrt{1 + \sin^2 \theta} x} \quad (4.45)$$

となる。ここで  $A_+$ 、 $A_-$ 、 $C_+$ 、 $C_-$  は境界条件で決定する複素振幅である。前の 2 項は進行波（正負方向に伝搬）を表し、後ろの 2 項は境界付近に存在する境界近接波である。

$\sqrt{1 + \sin^2 \theta} = c$  とおくと式 (4.45) は

$$w(x) = A_+ e^{jkax} + A_- e^{-jkax} + C_+ e^{kcx} + C_- e^{-kcx} \quad (4.46)$$

で表すことができる。片近傍場の場合、 $C_+$  が存在するが、本論文では板が十分長いために減衰して無視できるとして考える。よって  $w(x)$  は次式で整理できる。

$$w(x) = A_+ e^{jkax} + A_- e^{-jkax} + C_- e^{-kcx} \quad (4.47)$$

板振動場の境界条件は式 (2.54) と (2.57) で表される。有効せん断力による釣り合いの式 (2.54) と式 (4.47) より次式が得られる。

$$(-ja^3 - j(2-\nu)ab^2)A_+ + (ja^3 + j(2-\nu)ab^2)A_- + (-c^3 + (2-\nu)cb^2)C_- = \frac{-k_q}{Dk^3}(A_+ + A_- + C_-) \quad (4.48)$$

ここで式 (4.39)、 $a^2 + b^2 = 1$ 、 $c^2 = 1 + b^2$  より、上式は

$$\{a[a^2 + (2-\nu)b^2] - z_q\}A_+ - \{a[a^2 + (2-\nu)b^2] + z_q\}A_- - \{jc[c^2 - (2-\nu)b^2] + z_q\}C_- = 0 \quad (4.49)$$

#### 第 4 章 周辺支持部のエネルギー損失に関する検討

となる。また式 (4.47) と式 (2.57) より次式が得られる。

$$(-a^2 - vb^2)A_+ + (-a^2 - vb^2)A_- + (c^2 - vb^2)C_- = \frac{-k_m}{Dk} (jaA_+ - jaA_- - cC_-) \quad (4.50)$$

ここで式 (4.40)、 $c^2 - vb^2 = (2-v) - (1-v)a^2 = \beta$ 、 $a^2 + vb^2 = v + (1-v)a^2 = \gamma$  より、上式は

$$(\gamma - az_m)A_+ + (\gamma + az_m)A_- - (\beta + jc z_m)C_- = 0 \quad (4.51)$$

となる。

式 (4.49) と式 (4.51) より、エネルギー吸収率  $\alpha(\theta)$  は

$$\alpha(\theta) = 1 - \left| \frac{A_-}{A_+} \right|^2 = 1 - \left| \frac{a\beta^2 - 2z_q + az_q z_m + j[-\gamma^2 c + 2acz_m - cz_q z_m]}{a\beta^2 + 2z_q + az_q z_m + j[\gamma^2 c + 2acz_m + cz_q z_m]} \right|^2 \quad (4.52)$$

となり、ランダム入射時における吸収率  $\alpha_{\text{rand}}$  は次式で表される。

$$\alpha_{\text{rand}} = \frac{\int_0^\pi \alpha(\theta) \cos \theta d\theta}{\int_0^\pi \cos \theta d\theta} = \int_0^\pi \alpha(\theta) \cos \theta d\theta \quad (4.53)$$

また式 (4.52) で、 $z_m = 0$  のとき、吸収率  $\alpha(\theta)$  は

$$\alpha(\theta) = \frac{8a\beta^2 \Re(z_q)}{|a\beta^2 + jc\gamma^2 + 2z_q|^2} = \frac{2a\beta^2 \Re(z_q)}{\left| \frac{a\beta^2 + jc\gamma^2}{2} + z_q \right|^2} \quad (4.54)$$

となる。ここで  $z_q = z(\eta_s - j)$  とおくと式 (4.54) は

$$\alpha(\theta) = \frac{2a\beta^2 \eta_s z}{\left( \eta_s z + \frac{a\beta^2}{2} \right)^2 + \left( z - \frac{c\gamma^2}{2} \right)^2} = \frac{2a\beta^2 \eta_s z}{(1 + \eta_s^2)z^2 + (a\beta^2 \eta_s - c\gamma^2)z + \frac{a^2 \beta^4 + c^2 \gamma^4}{4}} \quad (4.55)$$

となる。このとき  $\alpha(\theta)$  は  $z$  についての関数であり、 $\partial \alpha(\theta) / \partial z = 0$  のとき  $\alpha(\theta)$  が最大値となる。

このとき  $z$  を  $z(\theta)$  とすると、 $z(\theta)$  は

$$z(\theta) = \sqrt{\frac{a^2 \beta^4 + c^2 \gamma^4}{4(1 + \eta_s^2)}} \quad (4.56)$$

となる。これを式 (4.55) に代入すると、 $\alpha(\theta)$  の最大値  $\alpha(\theta)_{\text{max}}$  は次式で表される。

$$\alpha(\theta)_{\text{max}} = \frac{2a\beta\eta_s \sqrt{a^2 \beta^4 + c^2 \gamma^4}}{\sqrt{1 + \eta_s^2} (a^2 \beta^4 + c^2 \gamma^4) + (a\beta^2 \eta_s - c\gamma^2) \sqrt{a^2 \beta^4 + c^2 \gamma^4}} \quad (4.57)$$

$\theta = 0$  では、 $\alpha(\theta)_{\text{max}}$  は

$$\alpha(0)_{\text{max}} = \frac{2\eta_s}{\sqrt{2(1 + \eta_s^2)} + (\eta_s - 1)} \quad (4.58)$$

となり、このとき  $z(\theta)$  は

$$z(0) = \sqrt{\frac{1}{2(1 + \eta_s^2)}} \quad (4.59)$$

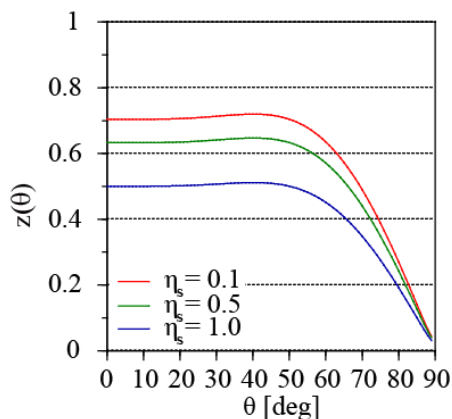


Fig.4.4: Incidence characteristic of the the impedance when the absorption coefficient is the maximum.

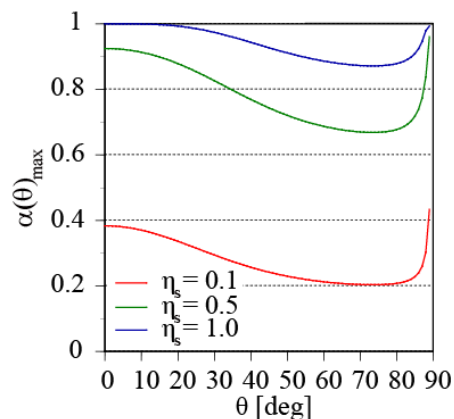


Fig.4.5: Incidence characteristic of the the maximum value of absorption coefficient

となる。式 (4.56), (4.57) より求めた T モデルの  $\alpha(\theta)_{\max}$ ,  $z(\theta)$  をそれぞれ図 4.4, 4.5 に示す。図 4.5 より、 $\alpha(\theta)_{\max}$  は入射角が大きくなるにつれて小さくなっていくものの、擦過角に近づくにつれて再び大きくなることがわかる。

## 4.5 周辺支持部のエネルギー損失に関する検討

### 4.5.1 パラメータの設定

解析対象とシール材の物性値を示す。解析対象としては単層板ガラスとし、板厚は  $h_p = 5, 10, 15$  [mm] とする。シール材は ISO パテ、シリコンを想定した。シール材の寸法は、パテ支持は JIS A 1416: 2000 に従った。シール材の物性値は [22, 23] を参考にした。測定値を表 4.2 に示す。

#### 周辺支持部について

本論文では、第 2 章でも示したように、ガラスの支持条件として ISO 140 及び JIS A 1416 で規定されているようなパテ支持 (図 4.6)、また実際の現場でガラスの支持によく用いら

Table 4.2 Seal's properties measured by Yamaguchi [22, 23].

|        | ヤング率 [N/m <sup>2</sup> ]  | 損失係数        |
|--------|---------------------------|-------------|
| ISO パテ | $3 \times 10^7 \sim 10^8$ | 0.6 ~ 0.8   |
| シリコン   |                           |             |
| A 社    | $4 \times 10^7$           | 0.04 ~ 0.07 |
| B 社    | $10^8 \sim 2 \times 10^8$ | 0.03 ~ 0.07 |
| C 社    | $10^8 \sim 2 \times 10^8$ | 0.05 ~ 0.07 |



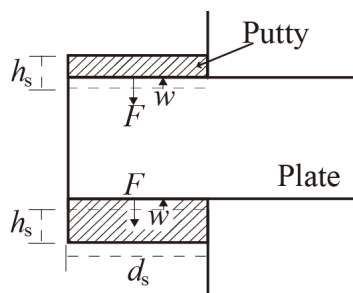


Fig.4.6: Schematic representation of glass mounting using putty.

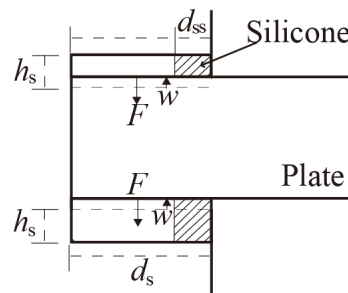


Fig.4.7 Schematic representation of glass mounting using silicone.

れるシリコン支持（図 4.7）を想定している。

パテ支持では JIS A 1416:2000 の『5.2.2.3 ガラスの設置』及び附属書 2（規定）「ガラス測定用試験開口及びガラス固定用パテ」の『2. ガラス固定用パテ』に規定される方法に従い、シール材充填部の深さ  $d_s = 15$  [mm]、シール材厚さを  $h_s = 5$  [mm] とする[3]。

シリコン支持ではシール材充填部の深さ  $d_{ss}$  は熱収縮で剥がれ易くなるのを防ぐため、3 ~ 5 [mm] 程度と薄く施工するといわれている。パテ支持でのシール材充填部の深さ  $d_s$  と比較すると、シリコン支持でのシール材充填率は 1/5 から 1/3 程度になる。またバックアップ材には一般的にポリエチレンフォームや発砲ゴムなどの材料が用いられるが、そのヤング率はシリコンのヤング率に比べて小さい。

そこでバックアップ材とシリコンを一つのシール材として、そのヤング率を  $E_s$  とすると、 $E_s$  はシリコンのヤング率によって決まる。よって表 2 より、 $E_s$  は  $8 \times 10^6$  から  $6 \times 10^7$  となる。またシール材の密度は、パテについてはパテメーカー D 社の金属製建具用ガラスパテの比重 2.1 を、シリコンについてはシリコンメーカー A 社のシリコンの比重 1.05 を参考にした。以上より、パテ支持とシリコン支持を考慮するため、シール材のヤング率と損失係数、密度は表 3 としてパラメータの設定を行った。

Table 3 Properties of seal.

|                                  |                    |
|----------------------------------|--------------------|
| ヤング率 $E_s$ [N/m <sup>2</sup> ]   | $10^6, 10^7, 10^8$ |
| 損失係数 $\eta_s$                    | 0.1, 0.5 1.0       |
| 密度 $\rho_s$ [kg/m <sup>3</sup> ] | 1000, 2000         |

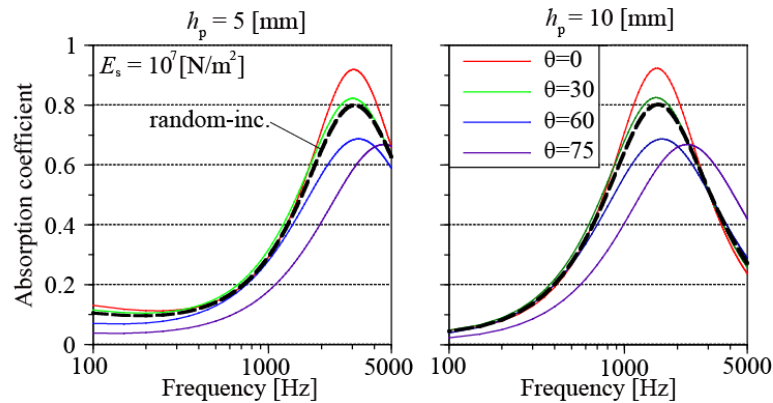


Fig.4.8: Incidence angle dependence of the absorption coefficient of the edge (seal:  $E_s = 10^7$  [N/m<sup>2</sup>],  $\eta_s = 0.5$ ).

#### 4.5.2 結果と考察

各モデルで計算した垂直入射吸収率・ランダム入射吸収率について示す。集中バネモデルについて斜め入射の入射角の影響、回転バネの影響とシール材の質量の影響を、また弾性連続体モデルによる影響を考察する。

##### 入射角による影響

集中バネモデルである TR モデルにおいてガラス板内の屈曲波の入射角を変化させた場合のエネルギー吸収率を図 4.8 に示す。吸収率は一つの明確なピークを持ち、垂直入射から 60 度入射付近にかけてはピーク値が低下するのに対して、75 度にかけてはピーク周波数が高音域に変化している。但し、入射角依存性は比較的緩やかである。

##### 回転バネの影響

T モデルと TR モデル 2 の垂直入射吸収率を図 4.9、ランダム入射吸収率を図 4.10 に示す。また  $\eta_s = 0$  の時の TR モデルの  $z_q$ 、 $z_m$  を図 4.15 に示す。

吸収率は明確なピーク値を持ち、その周波数は板厚が薄いほど、またシール材が硬いほど高音側に移動している。垂直入射吸収率の場合、ピーク値は  $\eta_s = 0.1$  で  $\alpha = 0.4$ 、 $\eta_s = 0.5$  で  $\alpha = 0.9$  に達し、 $\eta_s = 1$  では  $\alpha = 1$  となっている。ランダム入射吸収率では、 $\eta_s$  によらずピーク値は垂直入射吸収率に比べて若干小さくなる。

また板厚が薄く、また硬いシール材の低音域で回転バネの有無による差が生じているが、シール材が柔らかいときは回転バネの影響が小さいことがわかる。これは図 4.15 において  $z_m$  が  $z_q$  に比べて非常に小さいこと、また板厚が薄く、かつ硬いシール材では  $z_m$  が 1 に近づくが、板厚が厚く、かつ柔らかいシール材では  $z_m$  が 1 を大きく下回ることと対応して

いる。

### シール材の質量の影響

TRM モデルについて、シール材の密度  $\rho_s$  を 0, 1, 2 とした時の垂直入射吸収率を図 4.11、ランダム入射吸収率を図 4.12 に示す。 $\eta_s = 0$  の場合、TRM モデルと TR モデルは等しくなる。また  $\eta_s = 0$  の時の TRM モデルの  $z_q$ 、 $z_m$  を図 4.16, 17 に示す。

板厚が薄く、硬いシール材で吸収係数のピーク値付近から高周波数域にかけてシール材の質量によりピーク値の上昇と低域側への移動が若干生じている。しかし板厚が厚くなると差は殆ど見られない。

また式 (4.15)、(4.20) より、 $M_q \propto M_m \times 10^6$  となるため  $M_m$  の影響は殆ど無い。

### 集中バネモデルと弾性連続体モデルの比較

集中バネモデルである TRM モデルと弾性連続体モデルである T<sub>C</sub>RM モデルの垂直入射吸収率を図 4.13、ランダム入射吸収率を図 4.14 に示す。また  $\eta_s = 0$  の時の T<sub>C</sub>RM モデルの  $z_q$ 、 $z_m$  を図 4.18, 19 に示す。

シール材の質量は集中バネモデルでの検討と同様に弾性連続体モデルにおいても吸収率のピーク値に若干影響を及ぼしている。また T<sub>C</sub>RM モデルでは、 $E_s = 10^6$  [N/m<sup>2</sup>] のとき  $\rho_s = 1000$  [kg/m<sup>3</sup>] では 2000 [Hz]、 $\rho_s = 2000$  [kg/m<sup>3</sup>] では 3000 [Hz] 付近以降で固有モードが生じている。これはシール材自体の共振によるものである。

以上より、シール材の質量は吸収率のピークに対して若干影響を及ぼすとともに、シール材が柔らかい場合に高音域ではシール材自体の共振の影響が顕著に表れていることがわかった。

### 実測の損失係数から計算した吸収率との比較

吉村らは実測した総合損失係数を測定し、これが端部の損失のみに依存していると仮定して周端での吸収率を求めている [24]。これを図 4.20 に示す。両方の支持条件とも吸収率の大きさは理論的に求めた吸収率と同程度の値を示している。

しかし損失係数から計算した吸収率では、理論的に算出した吸収率に見られる周波数特性は確認できない。さらに吸収率は理論的には板サイズの影響は受けないものの、板サイズによる違いが表れていること、また集中バネモデルと比較すると高周波数域での吸収率が高くなっていることなど、理論的に算出した吸収率とは違う傾向を示している。これは実際の現場が、シール材を固定している押し縁や板ガラスのセッティングブロックなどによって構成される複雑な振動場であること、また測定誤差による影響など様々な要因が考えられる。しかし弾性連続体モデルでは共振の影響を受け高周波数域における吸収率が高くなることなどから、集中バネモデルより弾性連続体モデルのほうが、より実際の支持条件の端部損失を反映しているといえる。

## T, TR model

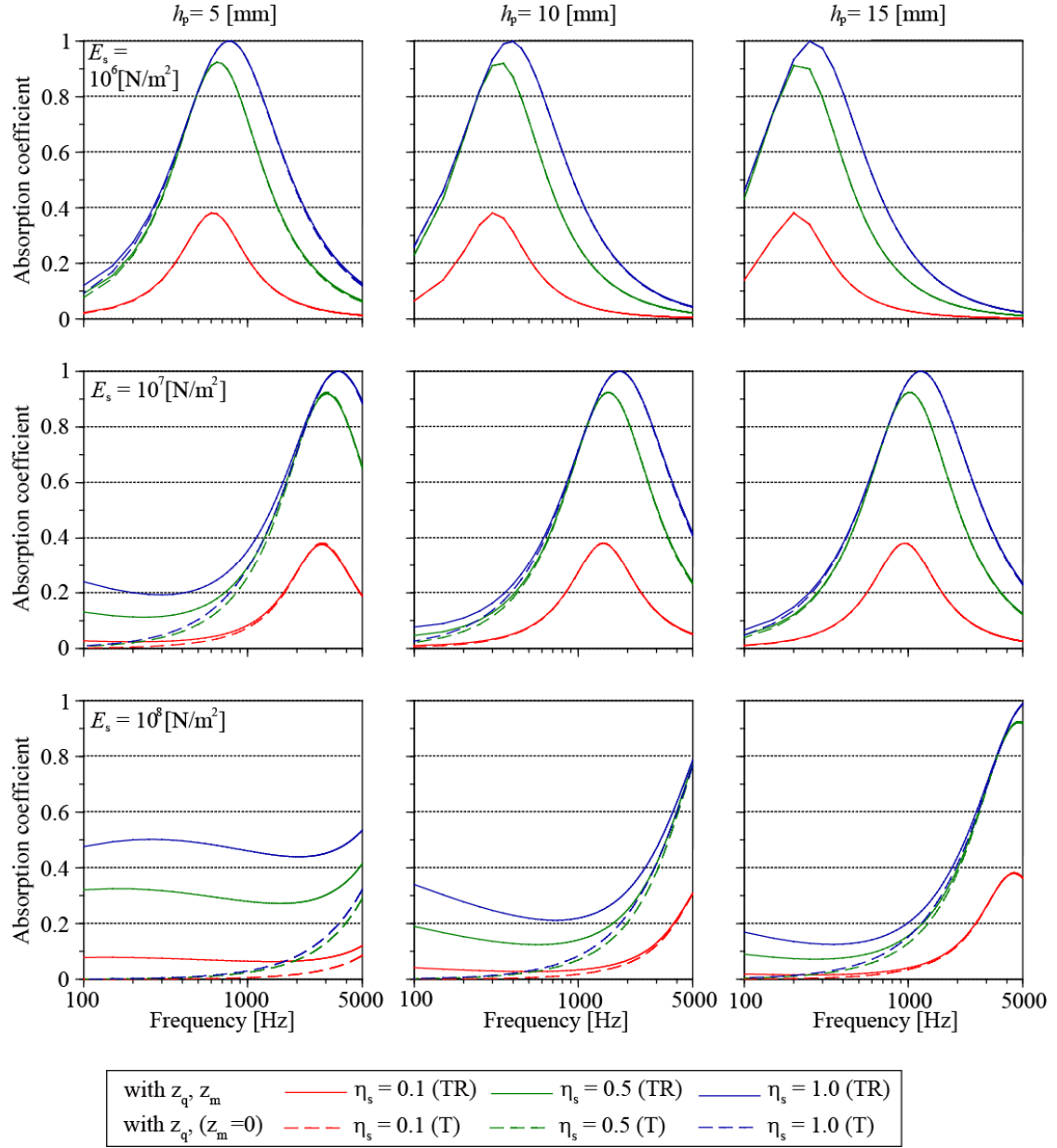


Fig. 4.9: Frequency characteristics of the normal-incidence absorption coefficients of the edge support models.

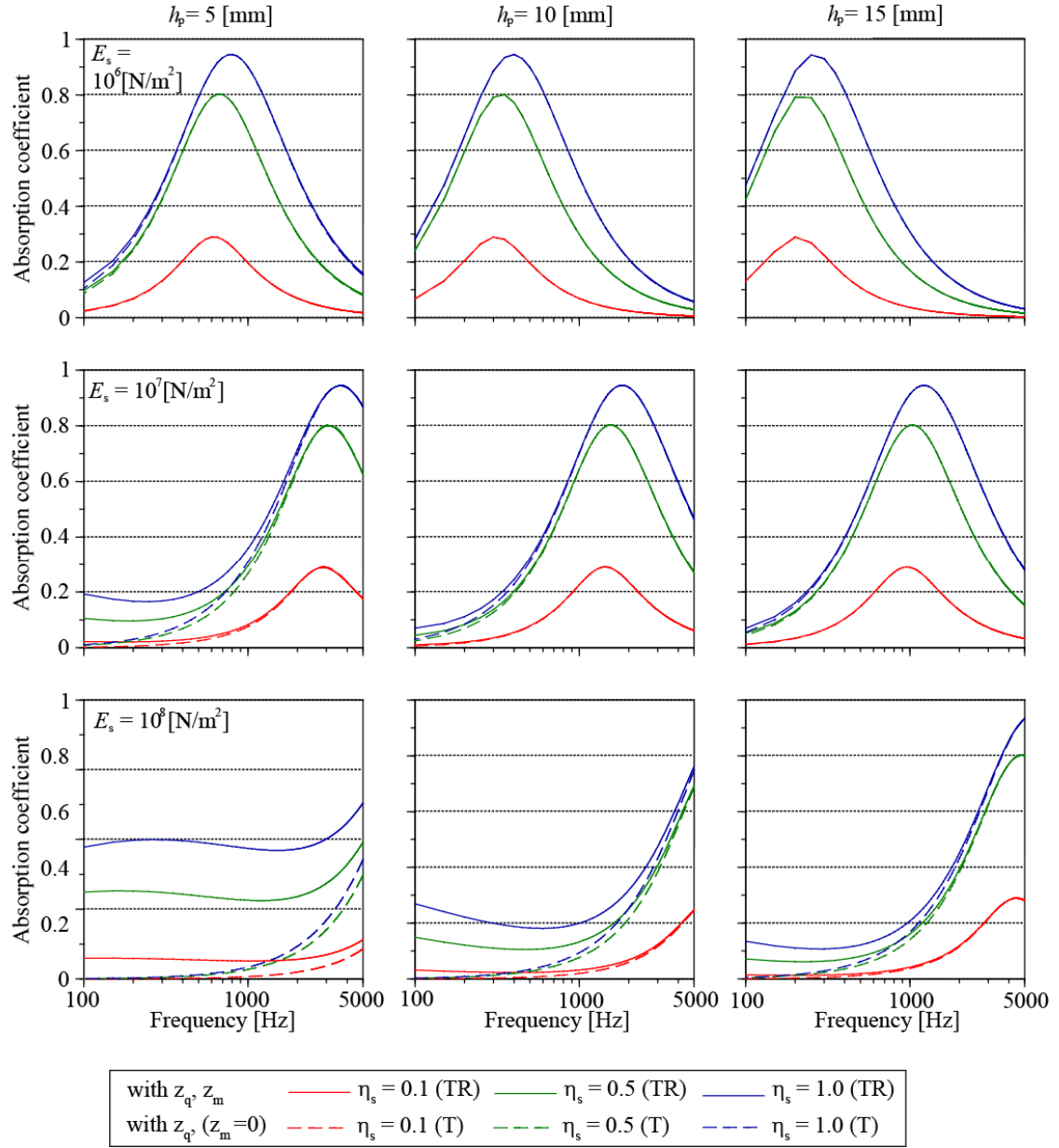


Fig. 4.10: Frequency characteristics of the random-incidence absorption coefficients of the edge support models.

## TR, TRM model

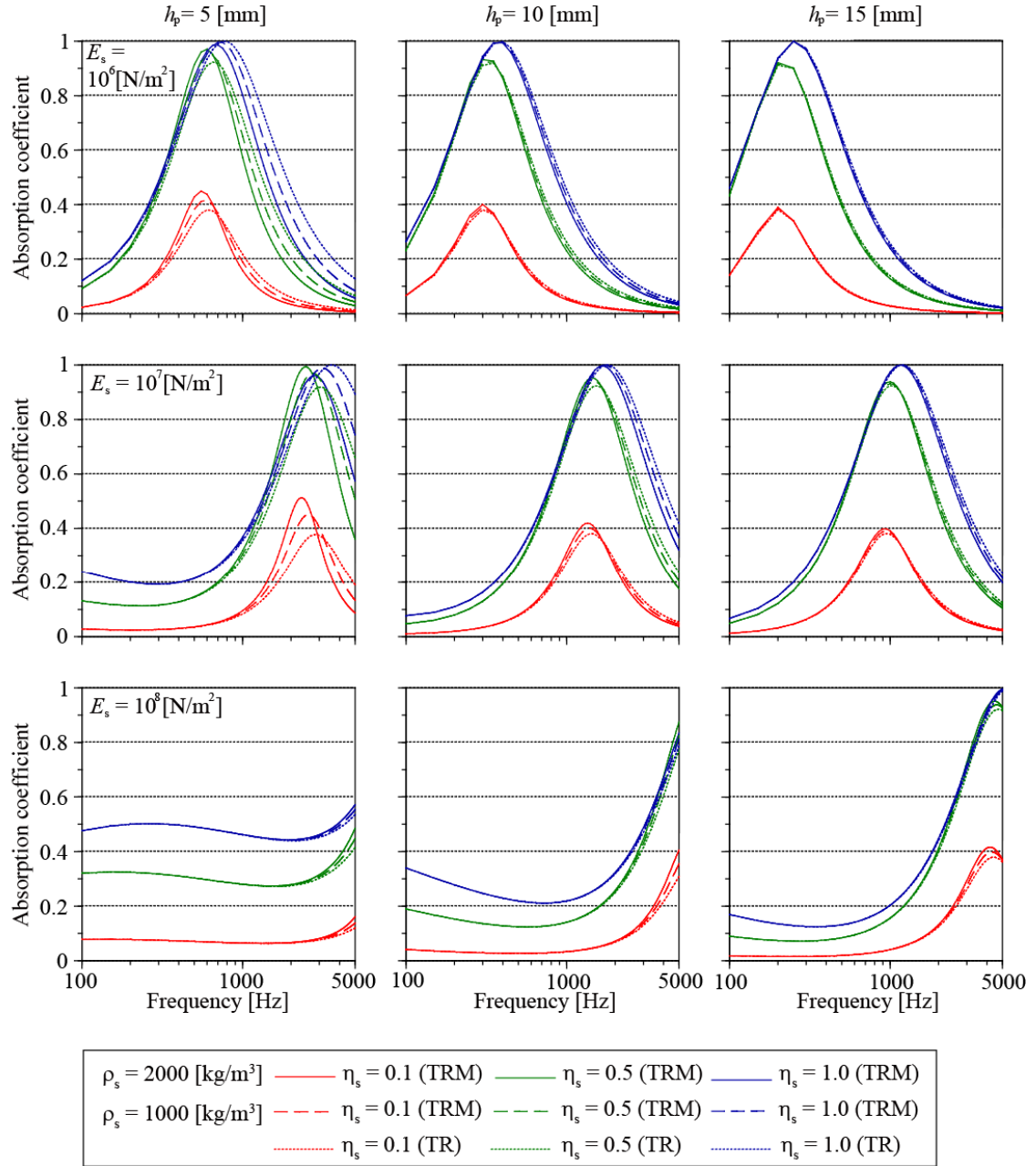


Fig. 4.11: Frequency characteristics of the normal-incidence absorption coefficients of the edge support models.

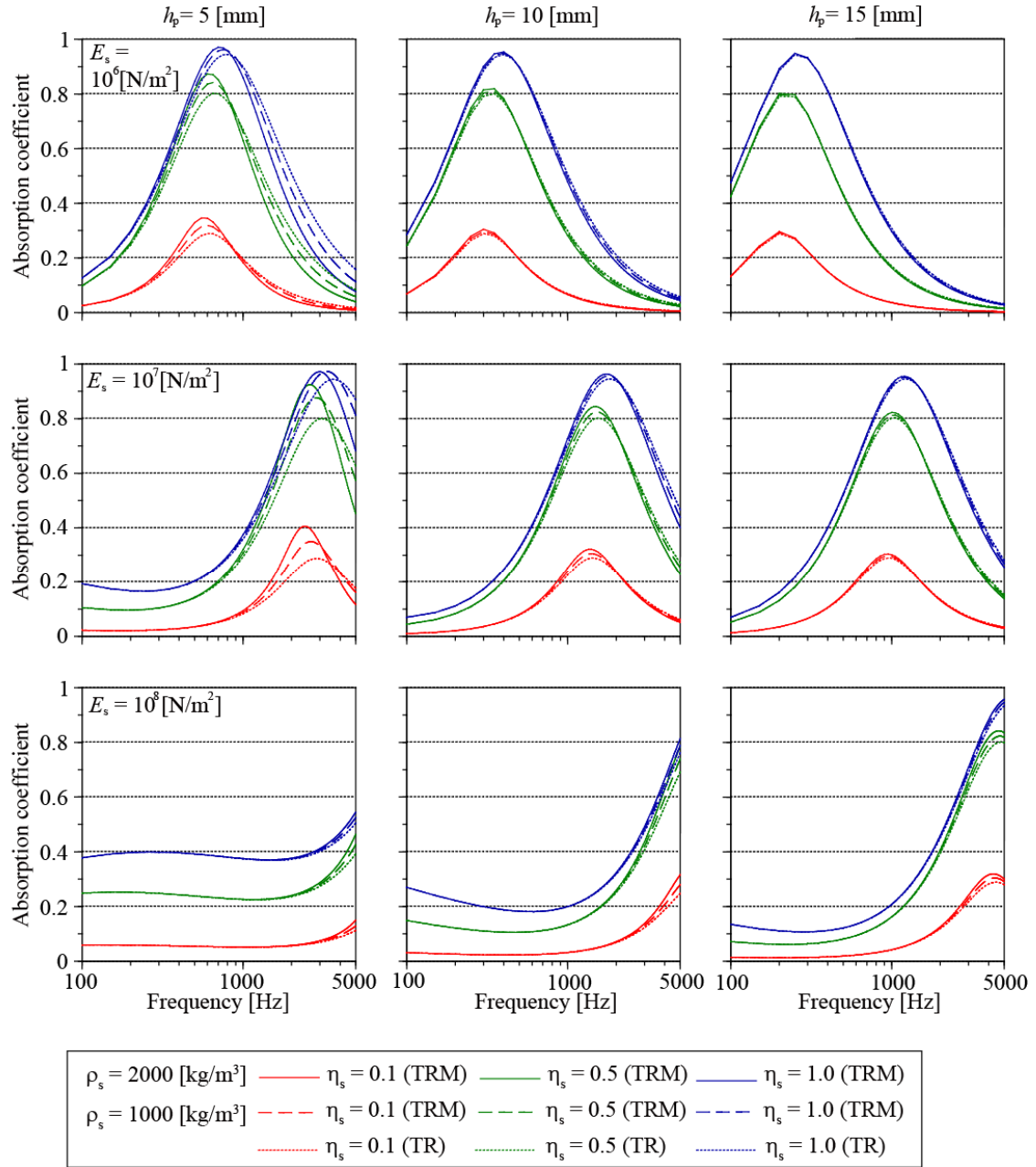


Fig. 4.12: Frequency characteristics of the random-incidence absorption coefficients of the edge support models.

## TRM, T<sub>c</sub>RM model

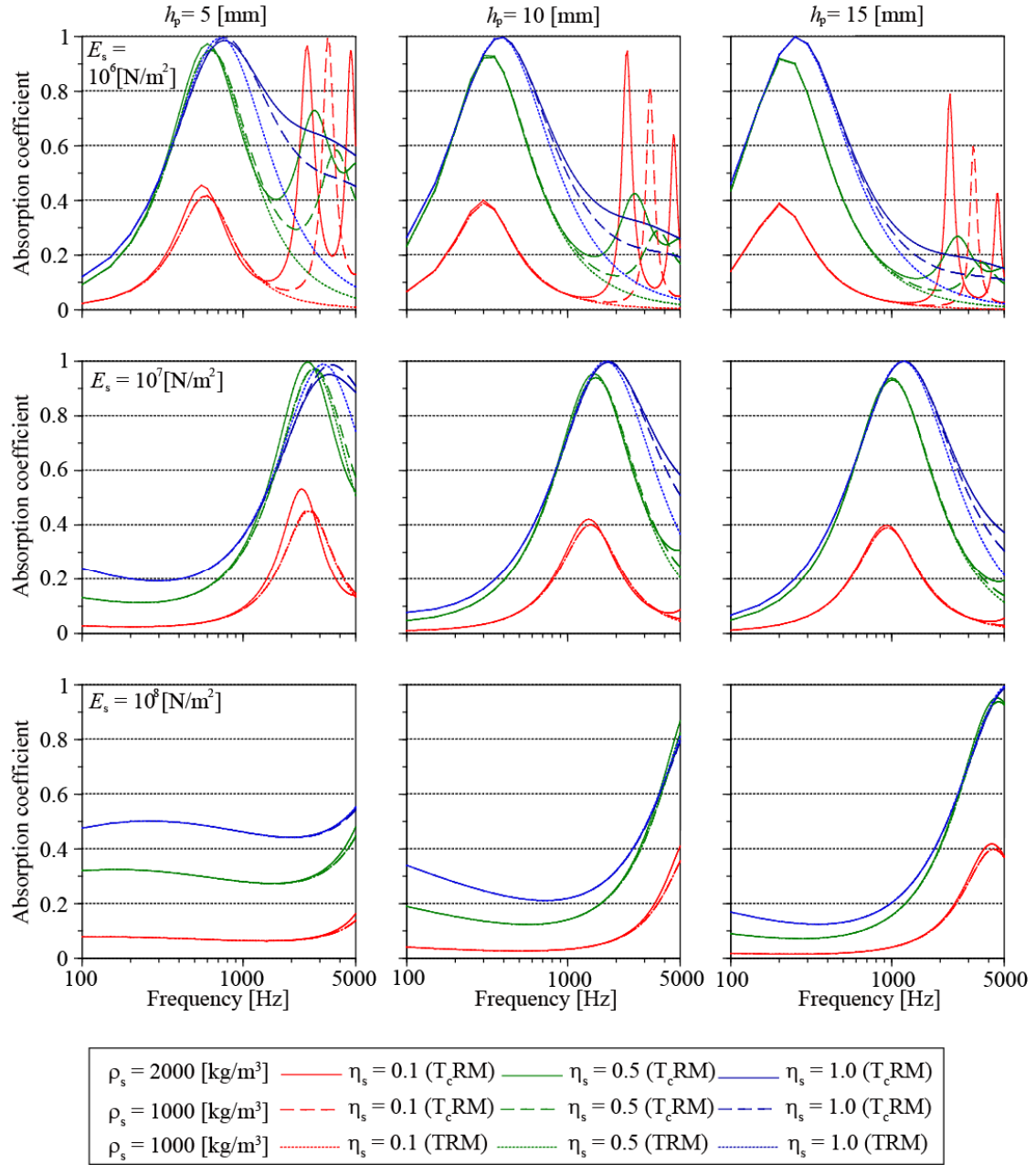


Fig. 4.13: Frequency characteristics of the normal-incidence absorption coefficients of the edge support models.



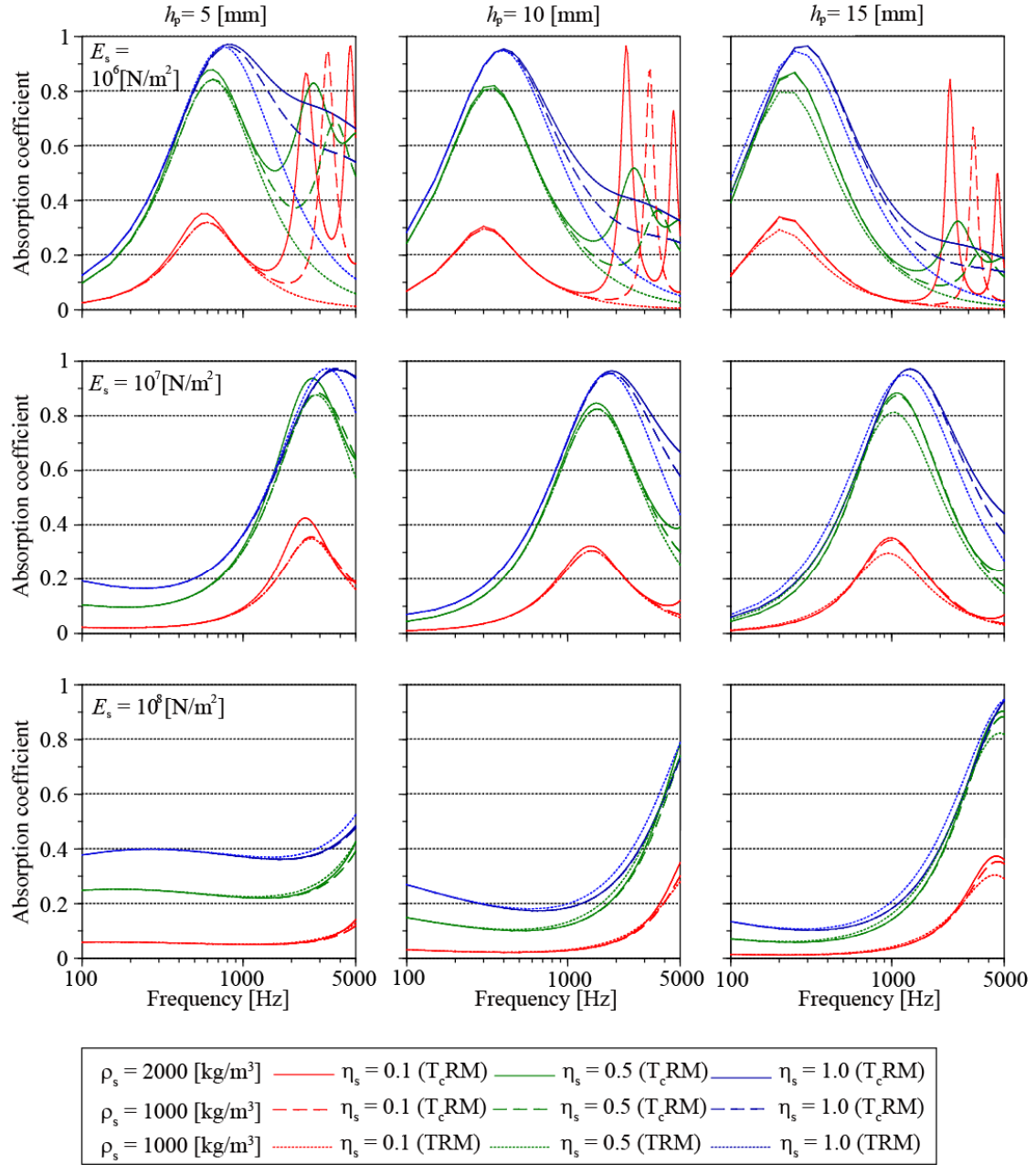


Fig. 4.14: Frequency characteristics of the random-incidence absorption coefficients of the edge support models.

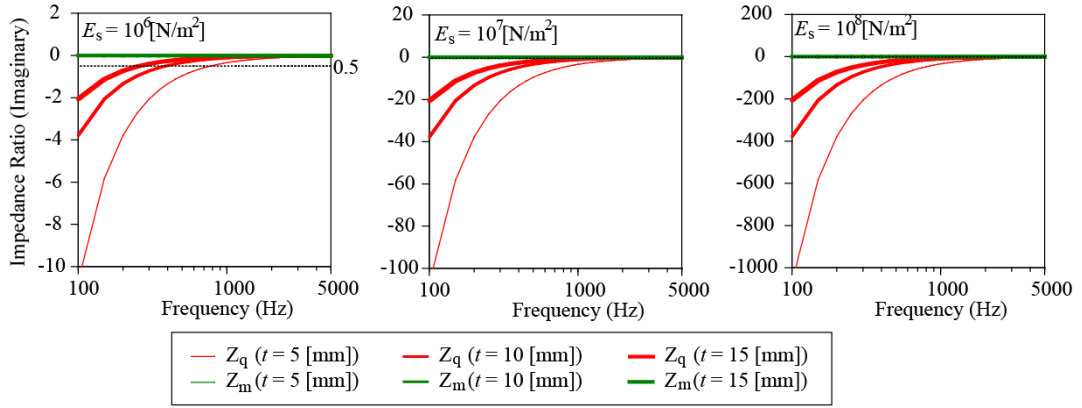


Fig. 4.15: Impedance of the TR model

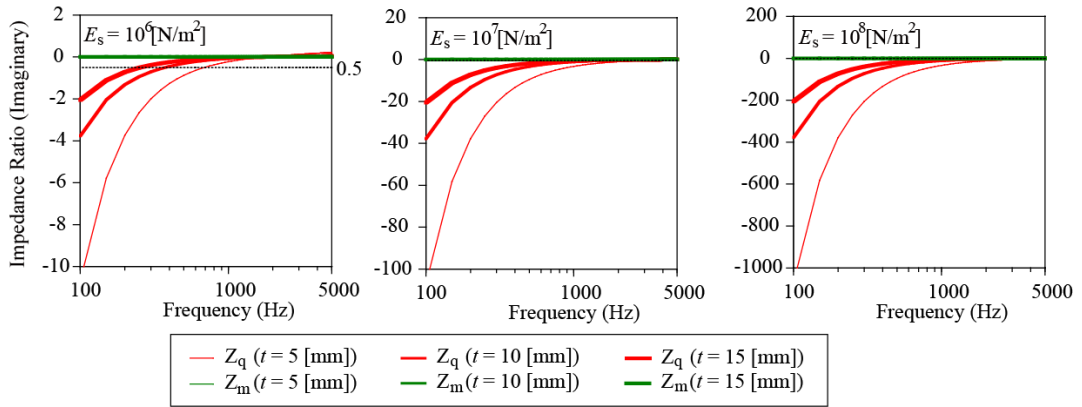


Fig. 4.16: Impedance of the TRM model (seal:  $\rho_s = 1000$  [kg/m<sup>3</sup>]).

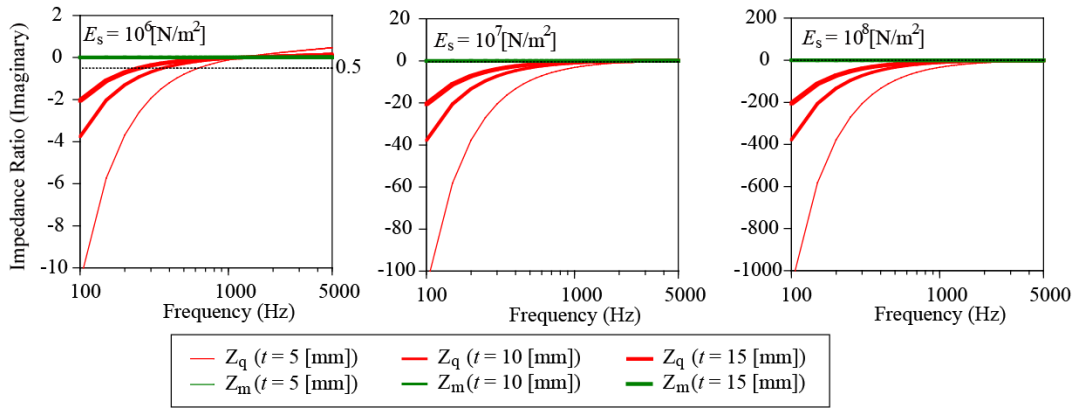


Fig. 4.17: Impedance of the TRM model (seal:  $\rho_s = 2000$  [kg/m<sup>3</sup>]).

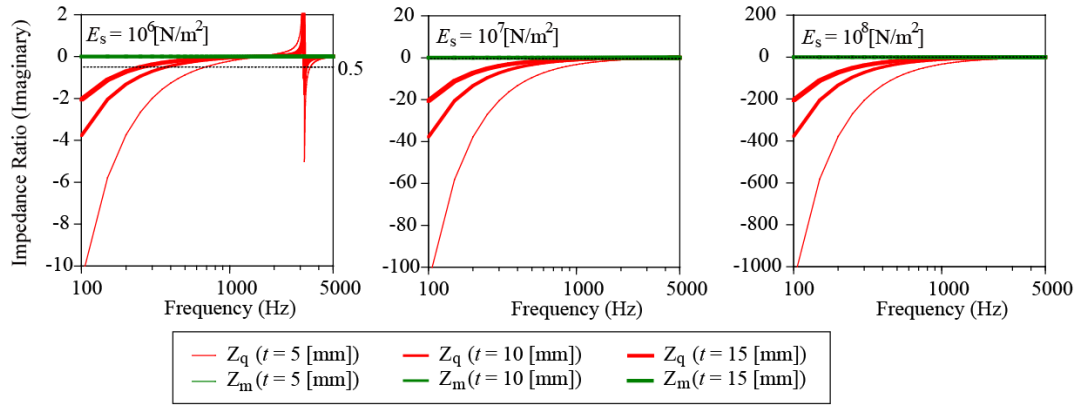


Fig. 4.18: Impedance of the T<sub>c</sub>RM model (seal:  $\rho_s = 1000$  [kg/m<sup>3</sup>]).

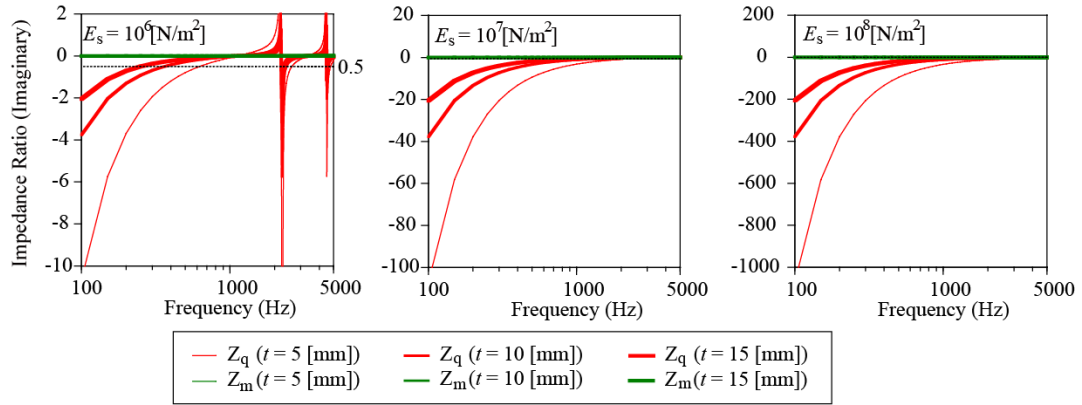


Fig. 4.19: Impedance of the T<sub>c</sub>RM model (seal:  $\rho_s = 2000$  [kg/m<sup>3</sup>]).

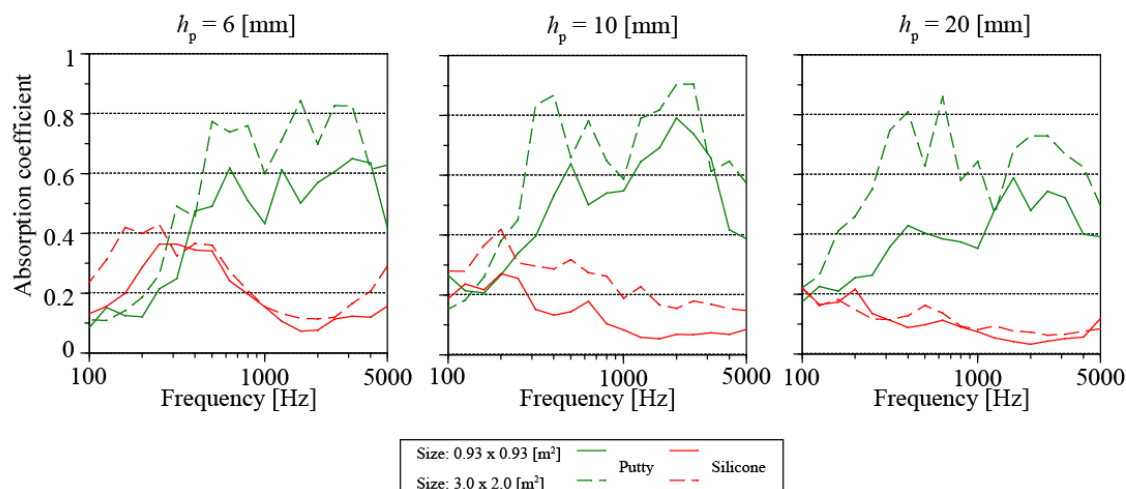


Fig. 4.20: Calculated results of boundary absorption coefficients from total loss factors.

## 4.6 まとめ

本章では、板ガラスの周辺支持部に集中バネモデルと弾性連続体モデルを想定し、拡散振動場における端部のエネルギー損失について理論的に考察を行った。集中バネモデルはガラス板周辺のシール材が端部の変位・傾斜に対して各々反作用するものと仮定し、弾性体と等価な並進バネおよび回転バネを考慮したものである。弾性連続体モデルはシール材の並進振動のみに対して弾性連続体の挙動を考慮して 1 次元縦振動を想定したものである。周辺支持部のエネルギー損失の挙動より回転バネの影響は低域で生じること、集中バネモデルではシール材の等価質量による影響は吸収率のピーク値において表れるが微小であること、弾性連続体モデルではシール材の質量はピーク値に若干影響を及ぼすと共にシール材が柔らかい場合に高域でシール材の共振の影響が顕著に表れることを確認した。

以上より周辺支持部のモデル化を行うにはシール材の並進振動モデルとしては、弾性連続体の挙動を考慮したモデル化が必要と考えられる。

## 第 5 章

# 端部損失を反映した音響透過損失予測値に関する検討

### 5.1 はじめに

前章では窓ガラスの周辺支持部に並進・回転バネを考慮した集中バネモデルと弾性連続体モデルを想定し、屈曲波の斜め入射・ランダム入射時における端部のエネルギー損失について理論的考察を行った。本章では前章で検討を行ったモデルについて周辺支持部の物性値を与えて音響振動連成数値解析を行い、得られた透過損失値について各モデルに関する考察と、音響透過損失の予測式・実測値と比較検討する。

### 5.2 集中バネモデル・弾性連続体モデルに関する考察

前章での検討で用いた並進バネと回転バネを並置した集中バネモデル [TR モデル] と弾性連続体モデル [T<sub>C</sub>RM モデル] について音響振動連成数値解析を行う。

#### 5.2.1 解析手法

解析モデルは 3 章での検討と同様に無限大剛バフル中の板材に単位振幅平面波が入射する問題を想定する。音場入射条件はランダム入射条件とする。式 (4.37, 38) より各モデルの  $Z_Q, Z_M$  を算出し、それぞれ式 (2.96) の  $K_{BQ}, K_{BM}$  に与え、式 (3.7) より音響透過損失を算出する。1/24 オクターブ帯域中心周波数においてランダム入射透過損失を算出し、得られた値をエネルギー合成することで 1/3 オクターブ帯域値を 2000 Hz まで算出している。

#### 5.2.2 解析対象

解析対象は単層板ガラスとし、寸法  $1.25 \times 1.5$  [m<sup>2</sup>]、 $0.9 \times 0.9$  [m<sup>2</sup>] の 2 水準、板厚  $h_p$  は前章での検討と同様に 3 水準を考えた。板ガラスの物性値は密度 2500 kg/m<sup>3</sup>、ヤング率  $7.5 \times 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>、ポアソン比 0.22、損失係数 0.002 とした。またシール材も前章での検討と

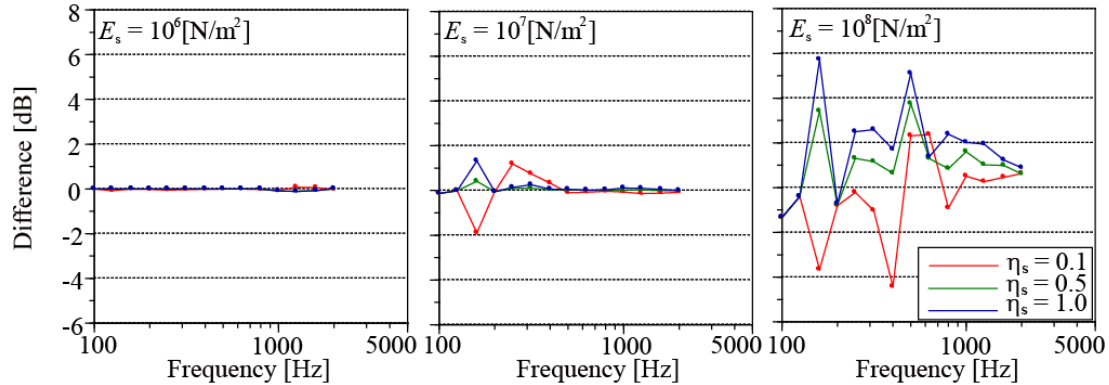


Fig. 5.1: Difference of 1/3-oct-band transmission loss caused by neglecting rotational springs (glass:  $0.9 \times 0.9$  [m<sup>2</sup>],  $h_s = 10$  [mm]).

同様、寸法  $d_s = 15$  [mm]、厚さ  $h_s = 5$  [mm]とし、ヤング率  $E_s$ 、損失係数  $\eta_s$  はそれぞれ 3 水準で検討を行った。本検討ではシール材の損失係数を与えて考察を行うため、固定支持条件で検討を行った 3 章での透過損失値に比べて固有周波数におけるディップは浅くなるので、解析周波数は 1/24 オクターブ帯域中心周波数とした。

### 5.2.3 結果と考察

#### 回転バネの影響

板サイズ  $0.9 \times 0.9$  [m<sup>2</sup>]、板厚  $h_s = 10$  [mm] の場合の集中バネモデルにおける、回転バネの有無による透過損失値の差（「回転バネ有り」－「無し」）を図 5.1 に示す。前章の図 4.9, 10 の結果と同様、 $E_s = 10^6$  [N/m<sup>2</sup>] では影響が表れていないが、シール材が硬い  $E_s = 10^7$ ,  $10^8$  [N/m<sup>2</sup>] では顕著に影響が表れている。よって周辺支持部のモデル化では回転バネを考慮する方が望ましいといえる。

#### 集中バネモデルと弾性連続体モデルの比較

次に集中バネモデルと弾性連続体モデルの比較を行う。弾性連続体モデル適用時と集中バネモデル（回転バネ有り）適用時での透過損失値の差（「弾性連続体」－「集中バネ」）を示す。板サイズ  $0.9 \times 0.9$  [m<sup>2</sup>]、 $E_s = 10^6$  [N/m<sup>2</sup>] での透過損失値を図 5.2 に、 $E_s = 10^7$  [N/m<sup>2</sup>] での結果を図 5.3 に示す。また板サイズ  $1.25 \times 1.5$  [m<sup>2</sup>]、 $E_s = 10^6$  [N/m<sup>2</sup>] での透過損失値を図 5.4 に、 $E_s = 10^7$  [N/m<sup>2</sup>] での結果を図 5.5 に示す。

図 5.2, 5.4 より、シール材のヤング率  $E_s = 10^6$  [N/m<sup>2</sup>] のとき、前章の図 4.11, 4.12 で端部

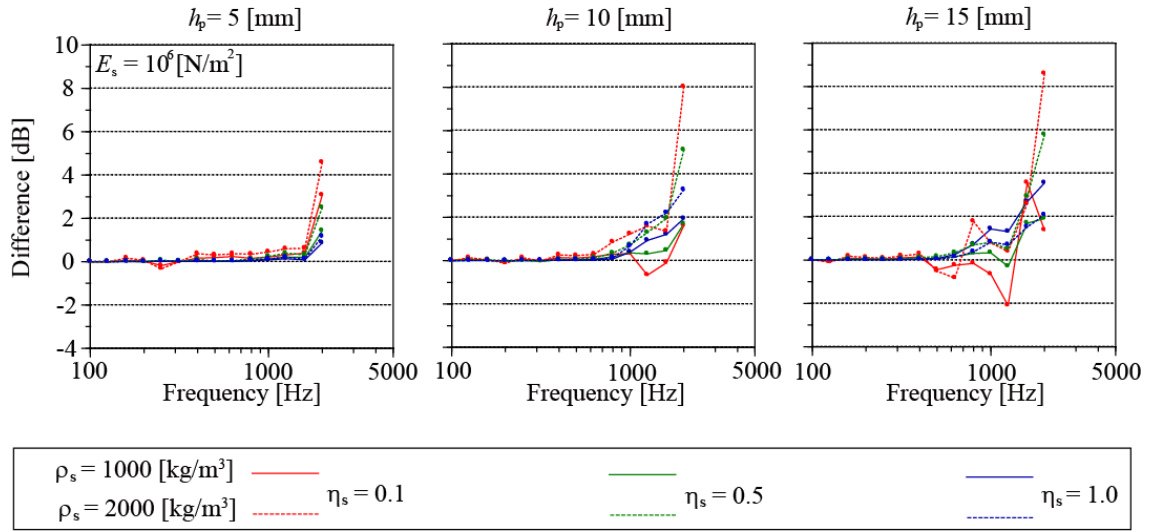


Fig. 5.2: Difference between 1/3-oct-band transmission loss with the spring model and that with the continuum model (glass:  $0.9 \times 0.9$  [m<sup>2</sup>], seal:  $E_s = 10^6$  [N/m<sup>2</sup>]).

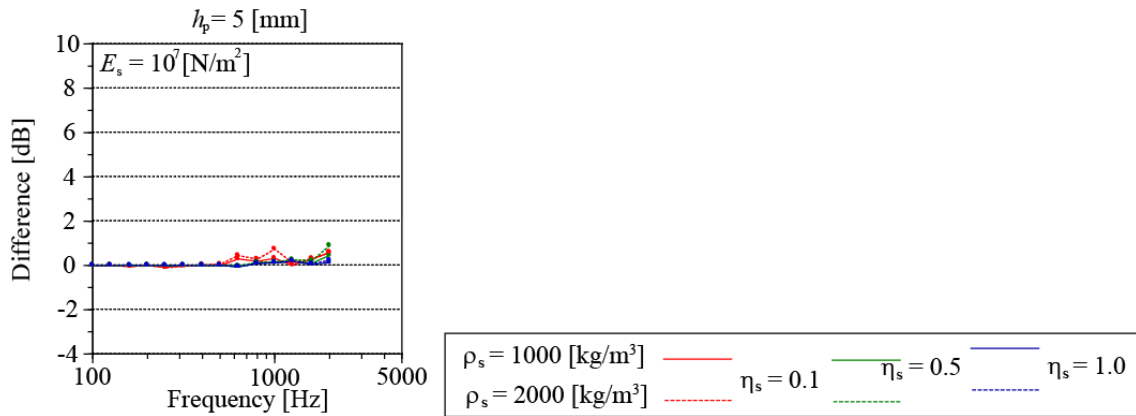


Fig. 5.3: Difference between 1/3-oct-band transmission loss with the spring model and that with the continuum model (glass:  $0.9 \times 0.9$  [m<sup>2</sup>],  $h_p = 5$  [mm], seal:  $E_s = 10^7$  [N/m<sup>2</sup>]).

吸収係数に差が見られた高域においてシール材の共振の影響が顕著に現れている。またシール密度を大きくした場合に共振の周波数が低い側に移動するため差は大きくなっている。以上より弾性連続体モデルを適用した場合の透過損失値のほうが概して大きい。

また図 4.11, 4.12 より  $E_s = 10^7$  [N/m<sup>2</sup>] において最も弾性連続体の影響が表れている板厚 5 [mm] において計算した等価損失値を図 5.2, 5.4 に示す。しかし、等価損失値における差

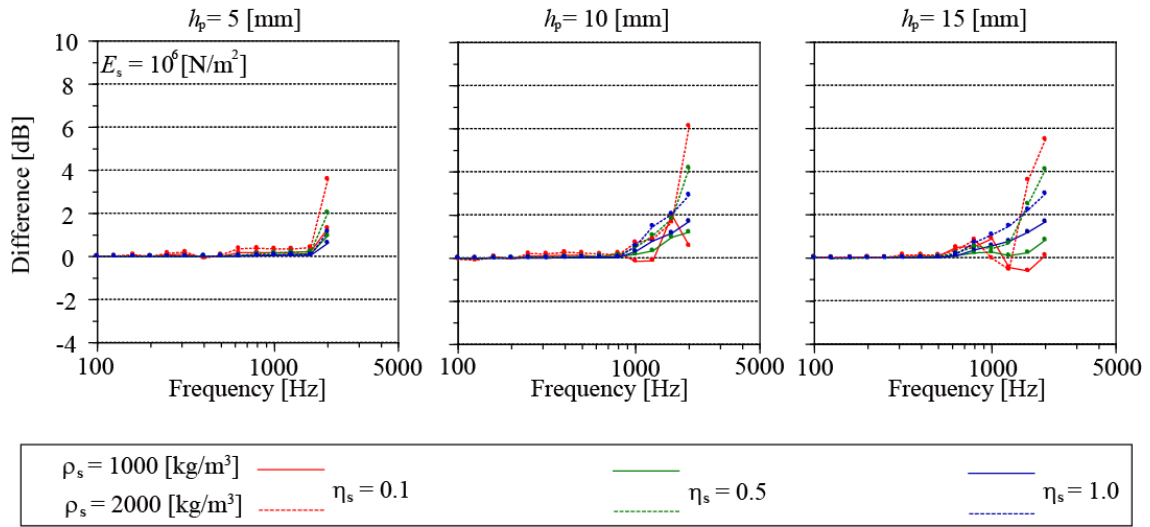


Fig. 5.4: Difference between 1/3-oct-band transmission loss with the spring model and that with the continuum model (glass:  $1.25 \times 1.5$  [m<sup>2</sup>], seal:  $E_s = 10^6$  [N/m<sup>2</sup>]).

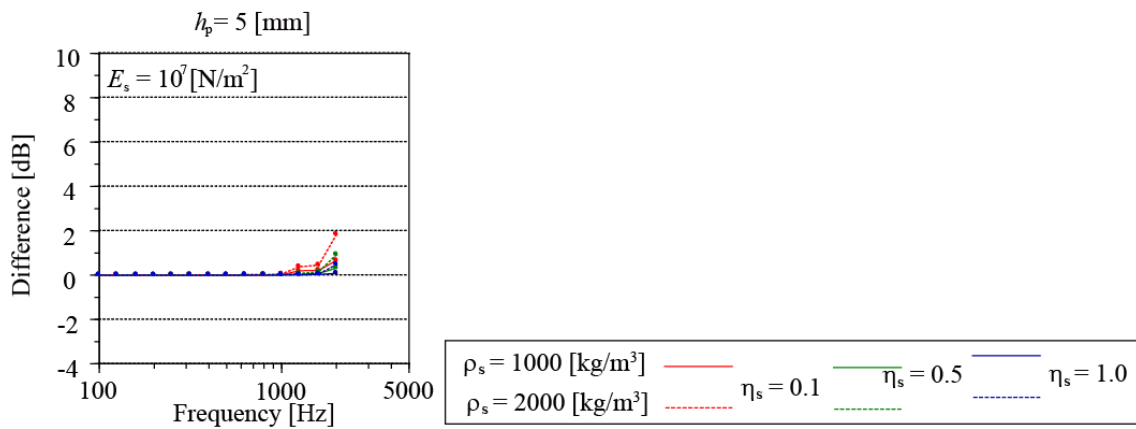


Fig. 5.5: Difference between 1/3-oct-band transmission loss with the spring model and that with the continuum model (glass:  $1.25 \times 1.5$  [m<sup>2</sup>],  $h_p = 5$  [mm], seal:  $E_s = 10^7$  [N/m<sup>2</sup>]).

は微小であり、以上から吸収率のピーク値における差は非常に小さいことがわかる。なお、ここに非表示の  $E_s = 10^7, 10^8$  [N/m<sup>2</sup>] の結果については、前章の図 4.11, 12 と図 5.2, 5.4 より本報の解析周波数の範囲では、シール材密度の影響による端部吸収係数の差が微小であったことから、透過損失値の差も微小であると考えられる。



## 5.3 音響透過損失の予測式との比較

### 5.3.1 音響透過損失の予測式

音響透過損失の予測式としては無限大板を仮定したランダム入射質量則や有限の大きさの板の強制振動を板の寸法で整理した Sewell の式 [25] が得られている。ここでは音響振動連成数値解析により得られた透過損失値をランダム入射の質量則、Sewell の式と比較し考察する。以下にランダム入射時の質量則と Sewell の式について示す。

#### ランダム入射の質量則

無限大板に角速度  $\omega = 2\pi f$  の平面波がランダムに入射する場合の透過損失  $TL$  [dB] は次式で表される。

$$TL = TL_0 - 10 \log_{10}(0.23 \cdot TL_0) \quad (5.1)$$

但し、 $TL_0$ ：垂直入射時の透過損失 [dB] ( $TL_0 = 20 \log_{10}(f \cdot m) - 43$ )、 $m$ ：面密度 [ $\text{kg}/\text{m}^2$ ]、 $f$ ：周波数 [Hz]。

#### Sewell の式 ( $f_c$ 以下の周波数領域の透過損失)

Sewell は剛バッフル中内矩形パネルの共振現象を考慮し、コインシデンス限界周波数  $f_c$  以下の音響透過損失を次式のように導出している [25]。

$$TL = TL_0 - 10 \log_{10} \left\{ \ln(k\sqrt{A}) \right\} + 20 \log_{10} \left\{ 1 - (f/f_c)^2 \right\} \quad (5.2)$$

但し、 $TL_0$ ：垂直入射時の透過損失 [dB]、 $k$ ：波数、 $A$ ：ガラスの面積 [ $\text{m}^2$ ]、 $m$ ：面密度 [ $\text{kg}/\text{m}^2$ ]、 $f$ ：周波数 [Hz]。

### 5.3.2 結果と考察

板サイズ 2 水準での集中バネモデルと弾性連続体モデルにおける透過損失の計算値 (1/3 オクターブ帯域値) とランダム入射時の質量則、Sewell の式から求めた値を図 5.6, 5.8, 5.10, 5.12 に示す。また 1/3 オクターブ帯域値算出に用いた単一周波数における解析結果を図 5.7, 5.9, 5.11, 5.13 に示す。

## Spring model

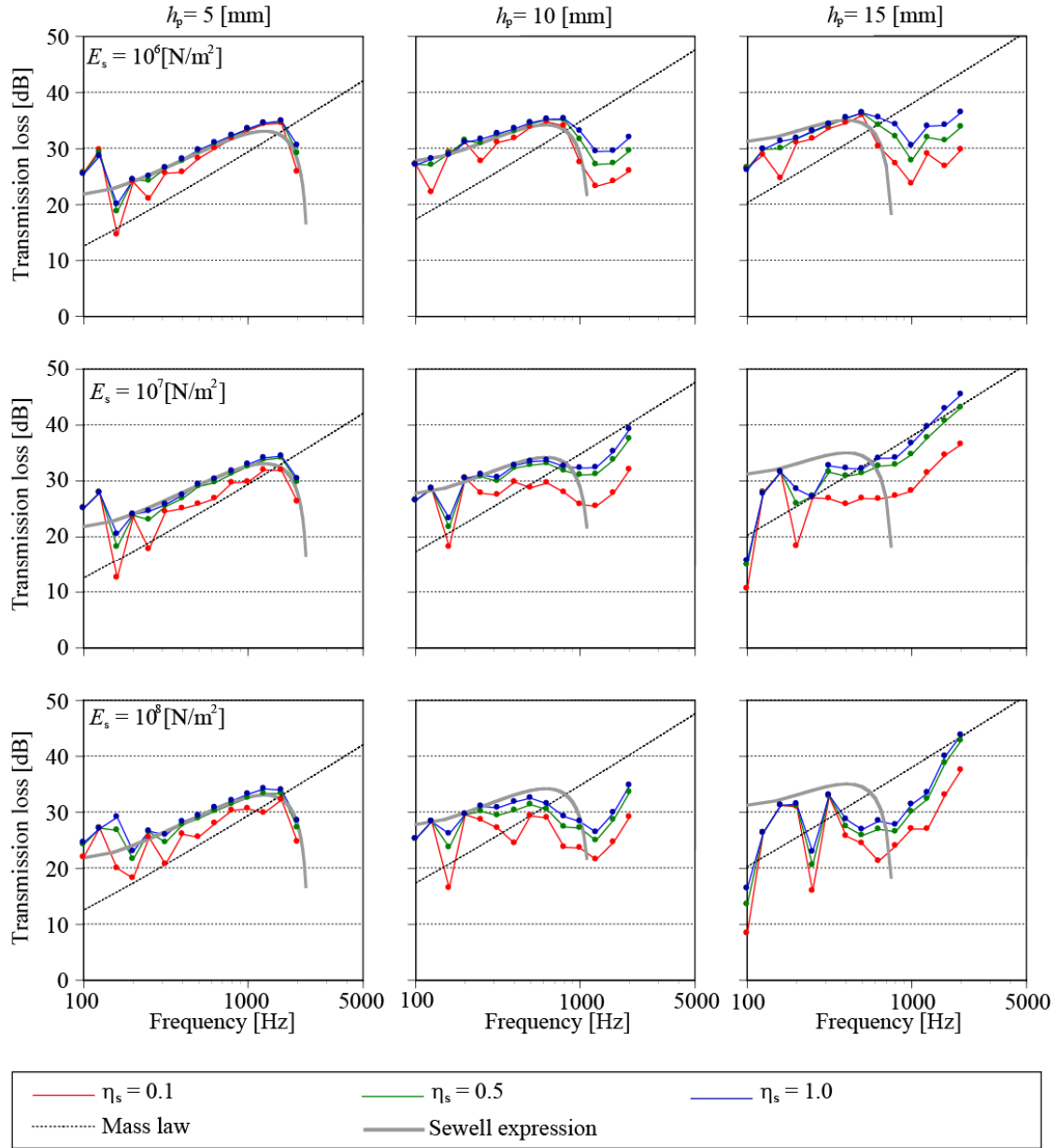


Fig. 5.6: Comparison of calculated values of 1/3-oct-bands transmission loss and theoretical ones (Glass: 0.9 x 0.9 [m<sup>2</sup>]).

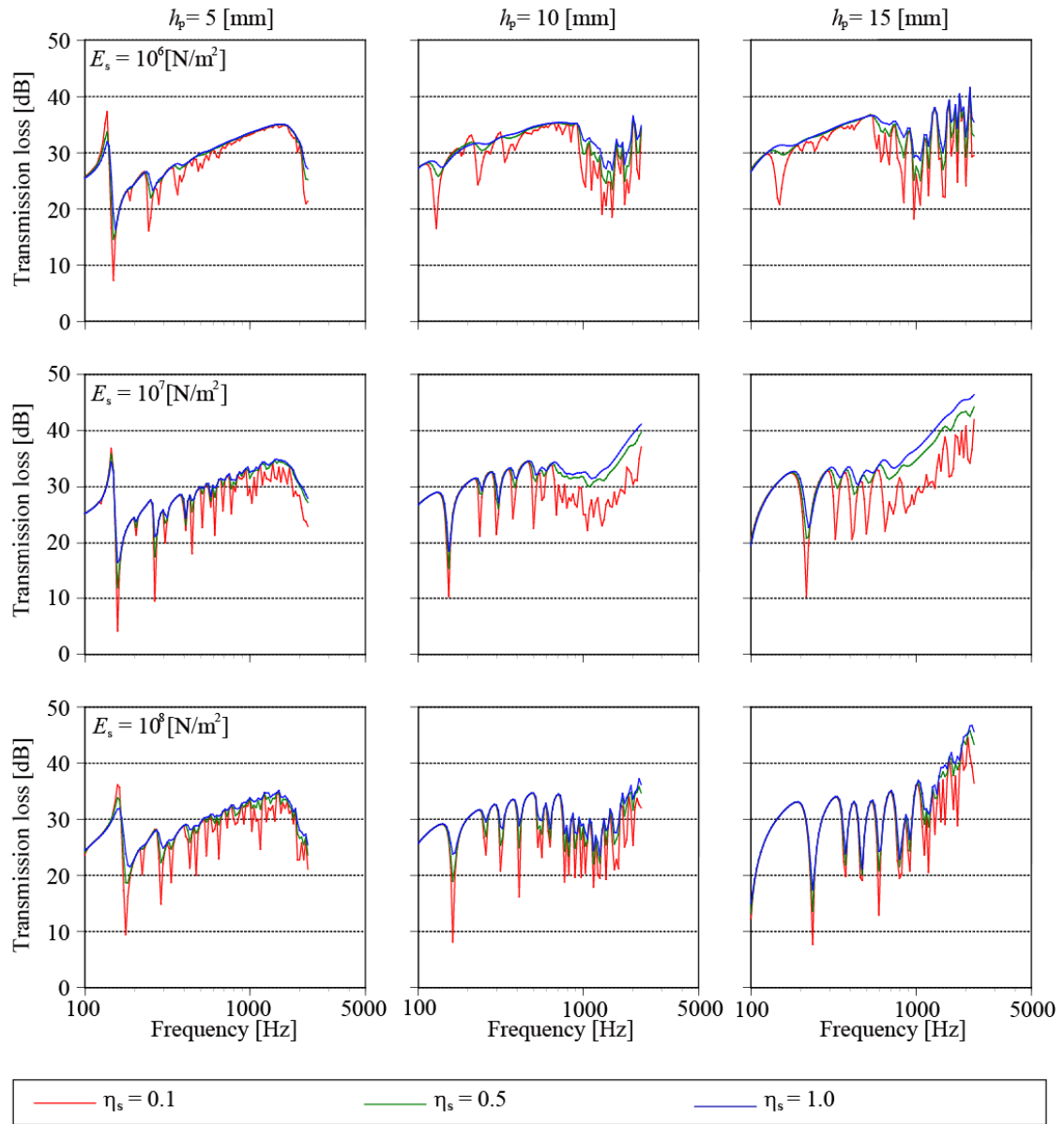


Fig. 5.7: Frequency characteristics of the random-incidence transmission loss (Glass:  $0.9 \times 0.9$  [m<sup>2</sup>]).

## Continuum model

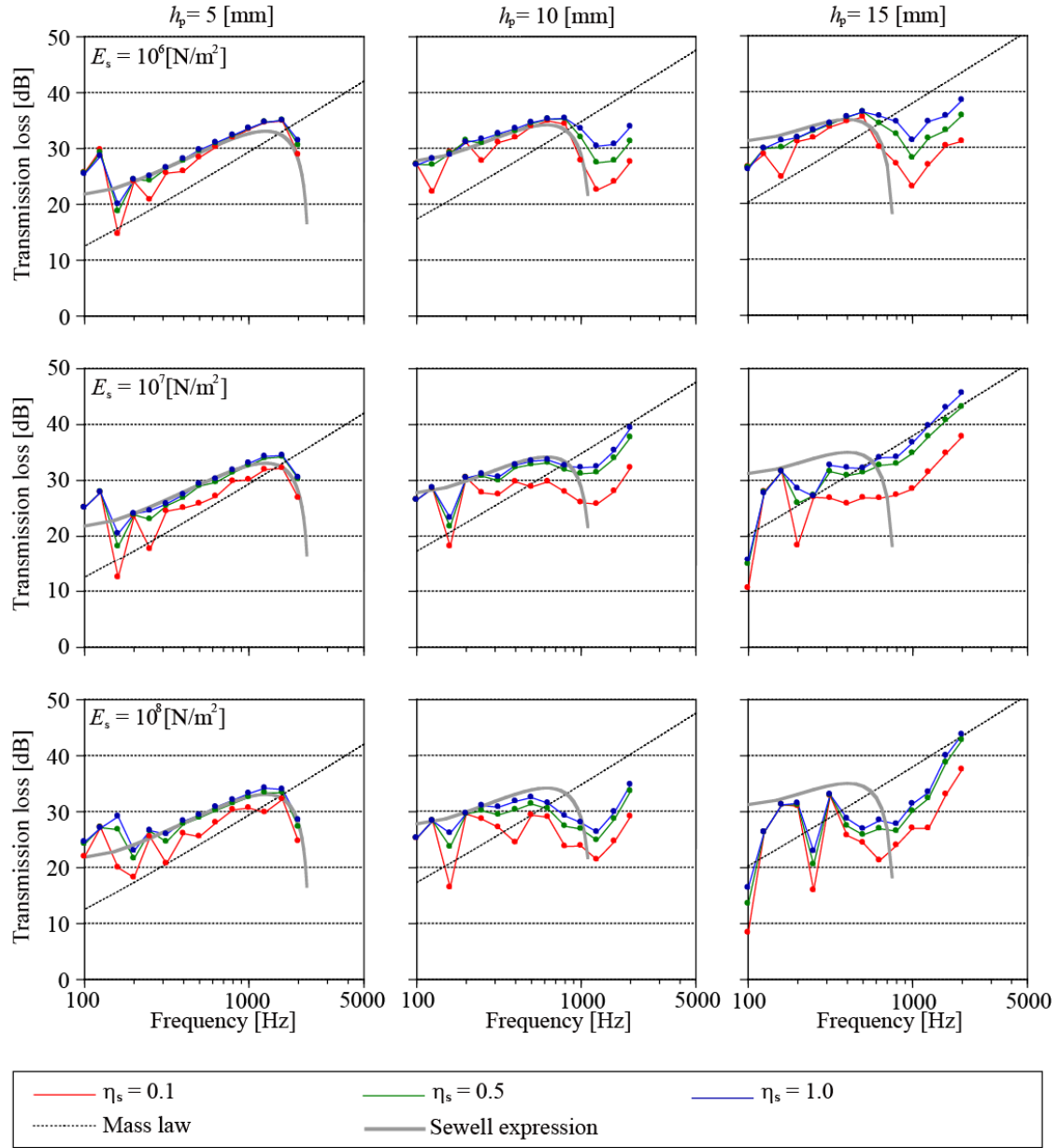


Fig. 5.8: Comparison of calculated values of 1/3-oct-bands transmission loss and theoretical ones (Glass:  $0.9 \times 0.9$  [m<sup>2</sup>], Seal:  $\rho_s = 1000$  [kg/m<sup>3</sup>]).

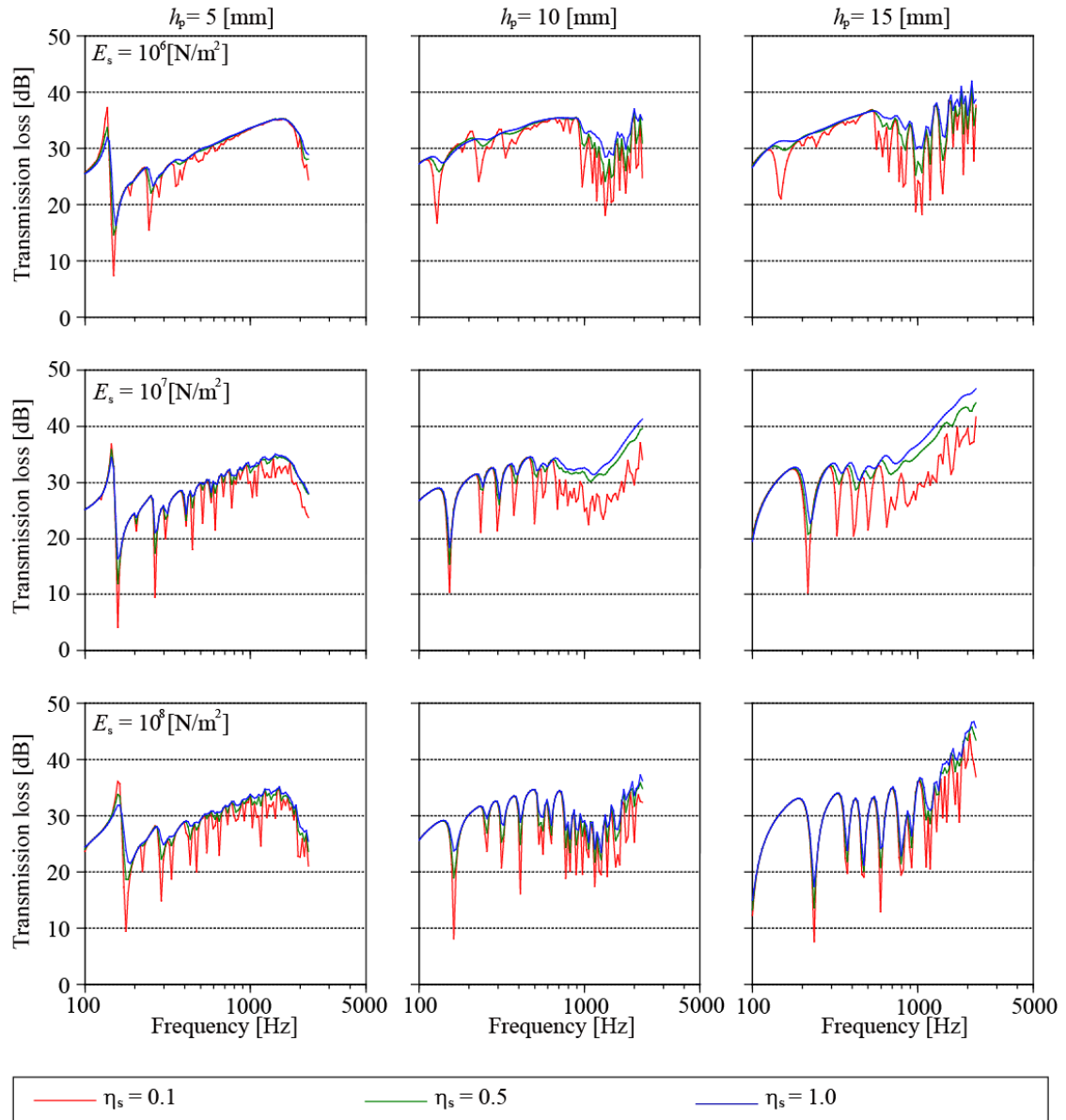


Fig. 5.9: Frequency characteristics of the random-incidence transmission loss (Glass:  $0.9 \times 0.9$  [m<sup>2</sup>], Seal:  $\rho_s = 1000$  [kg/m<sup>3</sup>]).

## Spring model

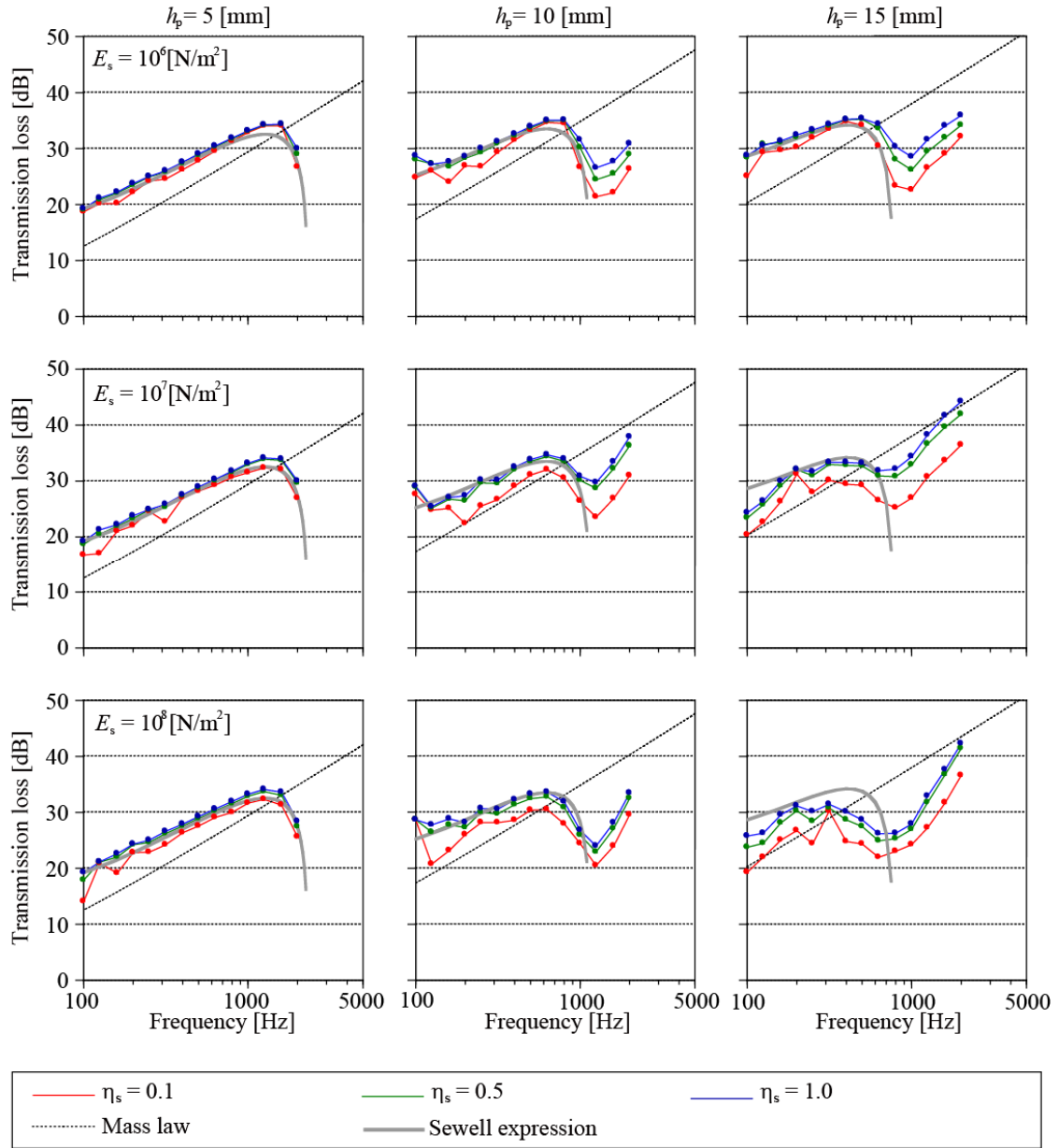


Fig. 5.10: Comparison of calculated values of 1/3-oct-bands transmission loss and theoretical ones (Glass: 1.25 x 1.5 [m<sup>2</sup>]).

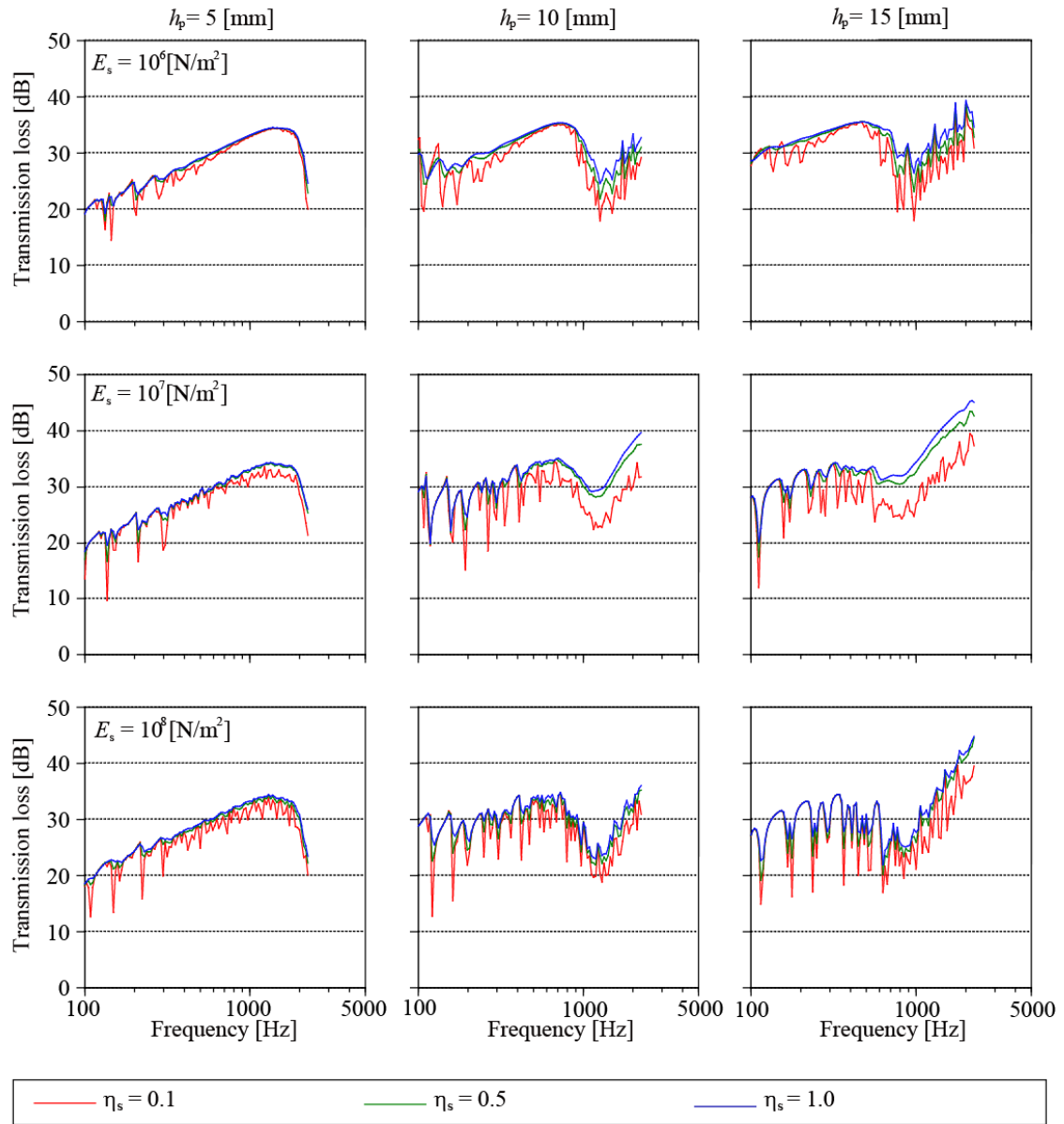


Fig. 5.11: Frequency characteristics of the random-incidence transmission loss (Glass: 1.25 x 1.5 [m<sup>2</sup>]).

## Continuum model

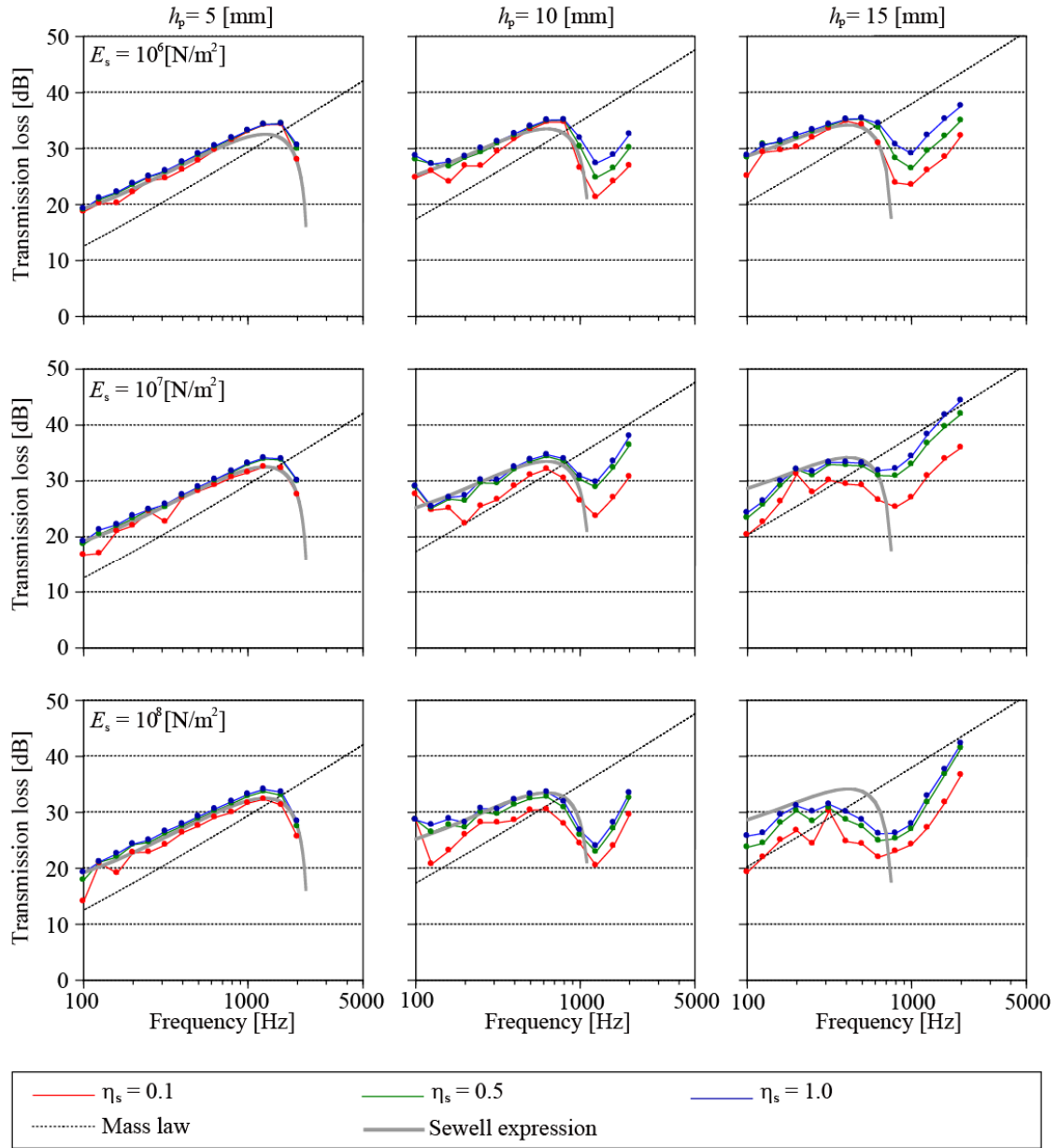


Fig. 5.12: Comparison of calculated values of 1/3-oct-bands transmission loss and theoretical ones (Glass:  $1.25 \times 1.5$  [m<sup>2</sup>], Seal:  $\rho_s = 1000$  [kg/m<sup>3</sup>]).



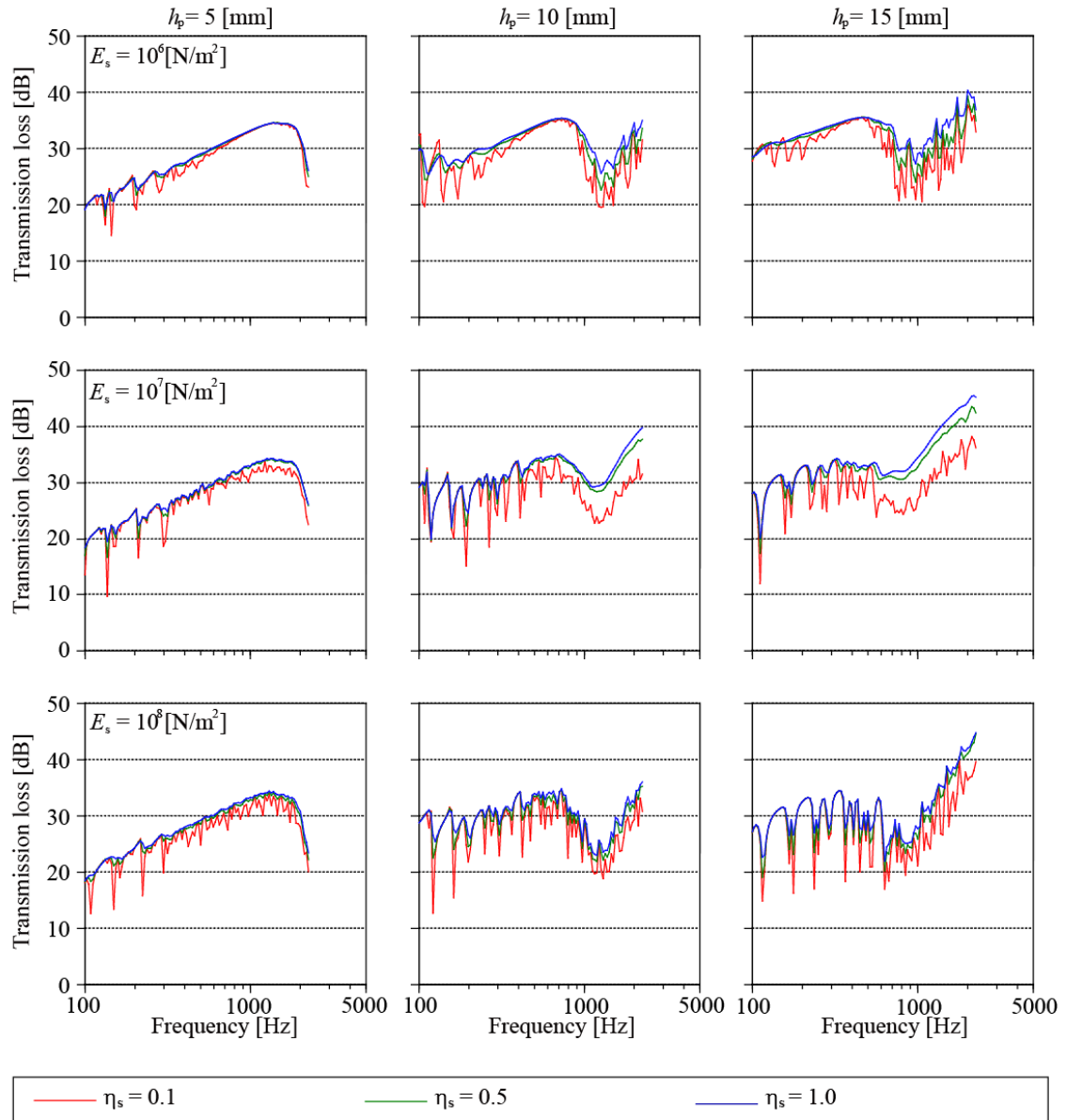


Fig. 513: Frequency characteristics of the random-incidence transmission loss (Glass:  $1.25 \times 1.5$   $[\text{m}^2]$ , Seal:  $\rho_s = 1000$   $[\text{kg/m}^3]$ ).

## 第 5 章 端部損失を反映した音響透過損失予測値に関する検討

実験室実験に用いられる残響室・残響室法透過損失の測定では、試料の面積が比較的小さい場合には、その測定値はランダム入射質量則より大きな値を示す傾向があるといわれている。図より計算値も概ね同様の傾向を示しているといえる。

また Sewell の式との比較では、両寸法とも  $E_s = 10^6, 10^7$  [N/m<sup>2</sup>] では、端部損失の小さい  $\eta_s = 0.1$  を除きコインシデンス限界周波数  $f_c$  以下で Sewell の式と良く対応している。特に板サイズが小さい場合、 $E_s = 10^6$  [N/m<sup>2</sup>] では、低域の板の剛性と周辺指示条件によるステイフネス制御領域での対応も良い。また全体的にコインシデンス限界周波数  $f_c$  以下では柔らかいシール材の場合で端部損失による共振のディップの緩和が若干大きく見える。

しかし  $E_s = 10^8$  [N/m<sup>2</sup>] では、板厚が厚くなると  $f_c$  以下で Sewell の式より小さい値となっている。これは寸法が小さい場合に顕著に現れる。この原因としてはシール材が硬いほど低域の板の固有周波数におけるディップが深くなり、帯域値がコインシデンスによる落ち込みよりこのディップによる落ち込みの影響を受けるためと考えられる。これは寸法が小さく板厚が厚い場合に固有周波数密度が低くなるため顕著に表れるためである。

## 5.4 実測値との比較

### 5.4.1 模型実験の概要 [6]

吉村らは、実験室において音響透過損失を測定している。ここでは音響振動連成数値解析により得られた透過損失の計算値と吉村らが行った実験室における実測値との比較を行い、解析手法の有効性を検証する。

吉村らが行った実験室におけるガラスの音響透過損失測定の概要を述べる。音響透過損失の測定には、JIS A 1416 に規定される方法に則り、財団法人 小林理学研究so試験棟のタイプ II 試験室 [室容積: 56.7 [m<sup>3</sup>], 51.4 [m<sup>3</sup>]、試験開口 3.65 [m] (w) x 2.74 [m] (h)] で実施した。実験室における試料の設置方法は、JIS A 1416:2000 の『5.2.2.3 ガラスの設置』及

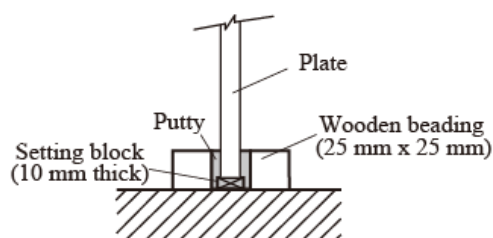


Fig. 5.14 Schematic representation of typical glass mounting used for laboratory test method.



Fig. 5.15 Schematic representation of glass mounting using silicone caulking.

Table 5.1 Transmission loss prescribed by JIS A 1416.

| 周波数(Hz) | 音響透過損失(dB) |
|---------|------------|
| 1600    | 31.3       |
| 2000    | 35.6       |
| 2500    | 39.2       |
| 3150    | 42.9       |

び附属書 2 (規定) 「ガラス測定用試験開口及びガラス固定用パテ」の『2. ガラス固定用パテ』に規定される方法 (図 5.14) によった。また実際の現場ではシリコンシーリングを取り付け材とした固定方法が用いられるので、図 5.15 に示すように、実験室で用いられるパテの代わりにバックアップ材を介して、幅 5 [mm] 厚さ 3 ~ 5 [mm] のシリコンシーリング材を充填する方法により、現場の取り付けを模した設置方法により測定を行った。

室内平均音圧レベルの測定及び残響時間の測定には、両室に 5 点の固定受音点を設け、各室 6 箇所の音源位置における値及び測定方法を替えて測定した 6 箇所における値の、計 12 個の値を算術平均することによりその試料の音響透過損失の値として求めた。

## 5.4.2 結果と考察

図 5.6, 5.8, 5.10, 5.12 に示した音響透過損失の計算値と文献実測値を図 5.16, 5.17, 5.18, 5.19 に示す。また弾性連続体モデルにおいてシール材の密度を 2000 [kg・m<sup>3</sup>] とした場合の計算値と文献実測値を図 5.20, 5.21, 5.22, 5.23 に示す。

### JIS A 1416: 2000 に規定されているパテ取り付け時の遮音性能との比較

始めに JIS に規定されているパテ取り付け時の遮音性能との比較を行う。JIS A1416: 2000 では「附属書 2 (規定) ガラス測定用試験開口及びガラス固定用パテ」として、ガラスをパテで取り付けした際の遮音性能について明記されている [3]。測定対象は寸法 1.23 x 1.48 [m<sup>2</sup>]、板厚 10.0±0.3 [mm] のソーダ石灰けい砂ガラス板で、物性値は密度 2500 [kg/m<sup>3</sup>]、ヤング率  $E = 7 \times 10^4$  [MPa] =  $7 \times 10^{10}$  [N/m<sup>2</sup>]、測定は中心周波数 1600 ~ 3150 [Hz] の 1/3 オクターブバンド毎に行い、その測定結果が表 5.1 に示す数値の ±2.0 dB の範囲に入らなければならないとしている。

この JIS での規定値を寸法 1.25 × 1.5 [m<sup>2</sup>] の図 5.18, 5.19, 5.22 の板厚 10 [mm] の結果に重ねて表示する。パテ支持程度の値とみなせる  $E_s = 10^7 \sim 10^8$  [N/m<sup>2</sup>]、 $\eta_s = 0.5 \sim 1.0$  において両モデルとも概ね対応が良い。

## Spring model

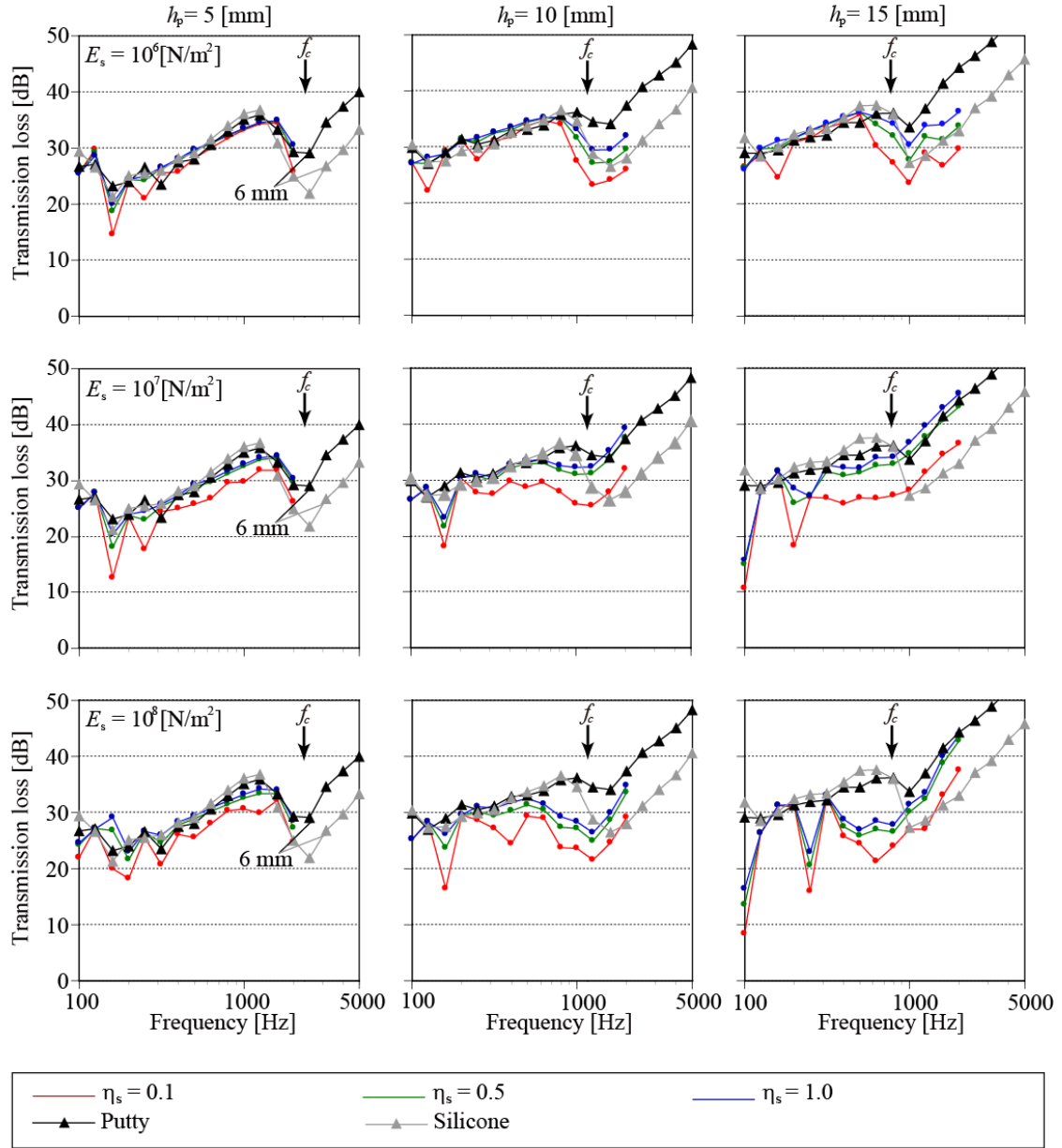


Fig. 5.16: Comparison of measured and calculated values of 1/3-oct-bands transmission loss (calculated values: Glass size = 0.9 x 0.9 [m<sup>2</sup>], measured values: Glass size = 0.93 x 0.93 [m<sup>2</sup>]).

## Continuum model

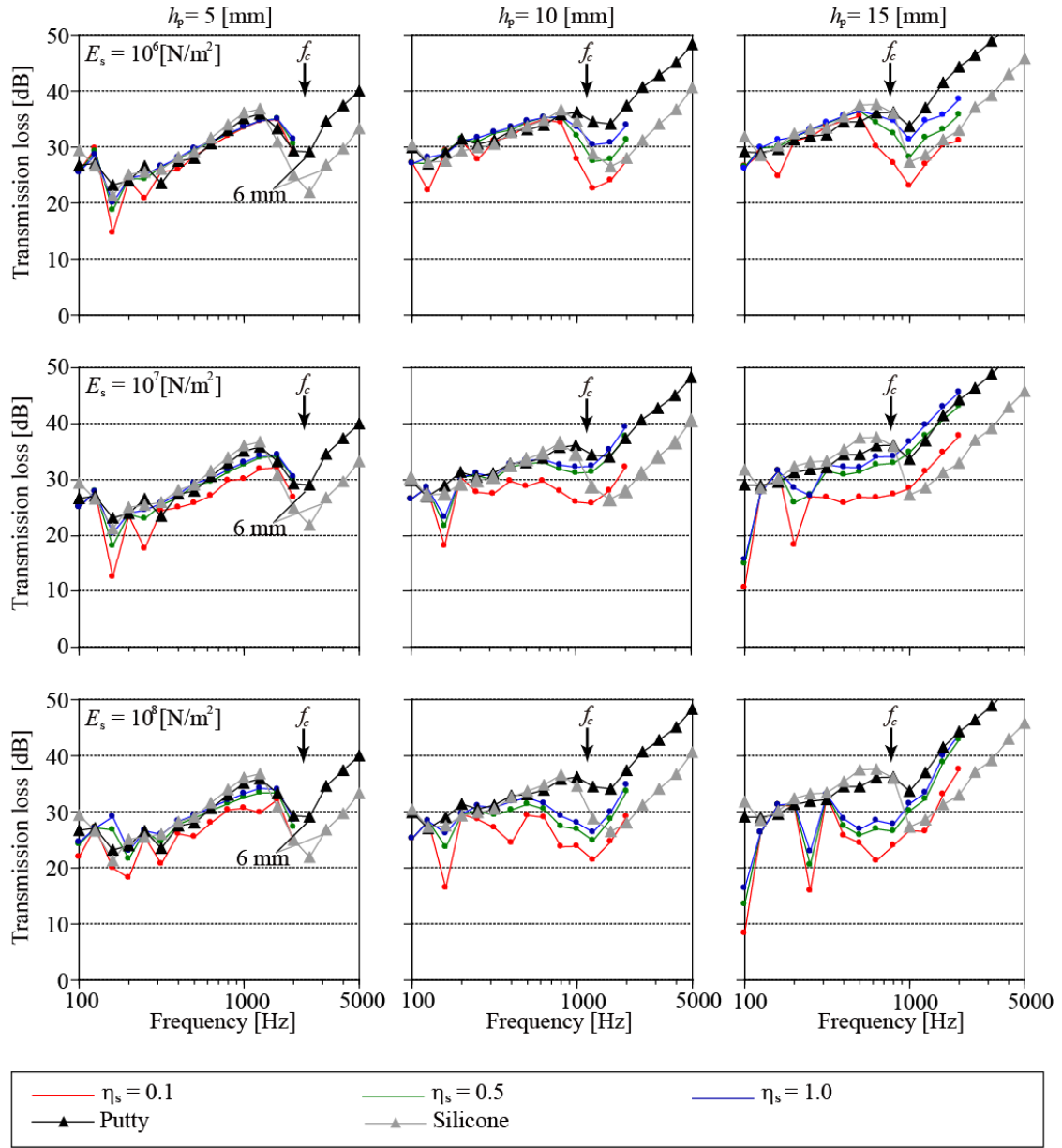


Fig. 5.17: Comparison of measured and calculated values of 1/3-oct-bands transmission loss (calculated values: glass size =  $0.9 \times 0.9$  [m<sup>2</sup>],  $\rho_s = 1000$  [kg/m<sup>3</sup>], measured values: glass size =  $0.93 \times 0.93$  [m<sup>2</sup>]).

## Spring model

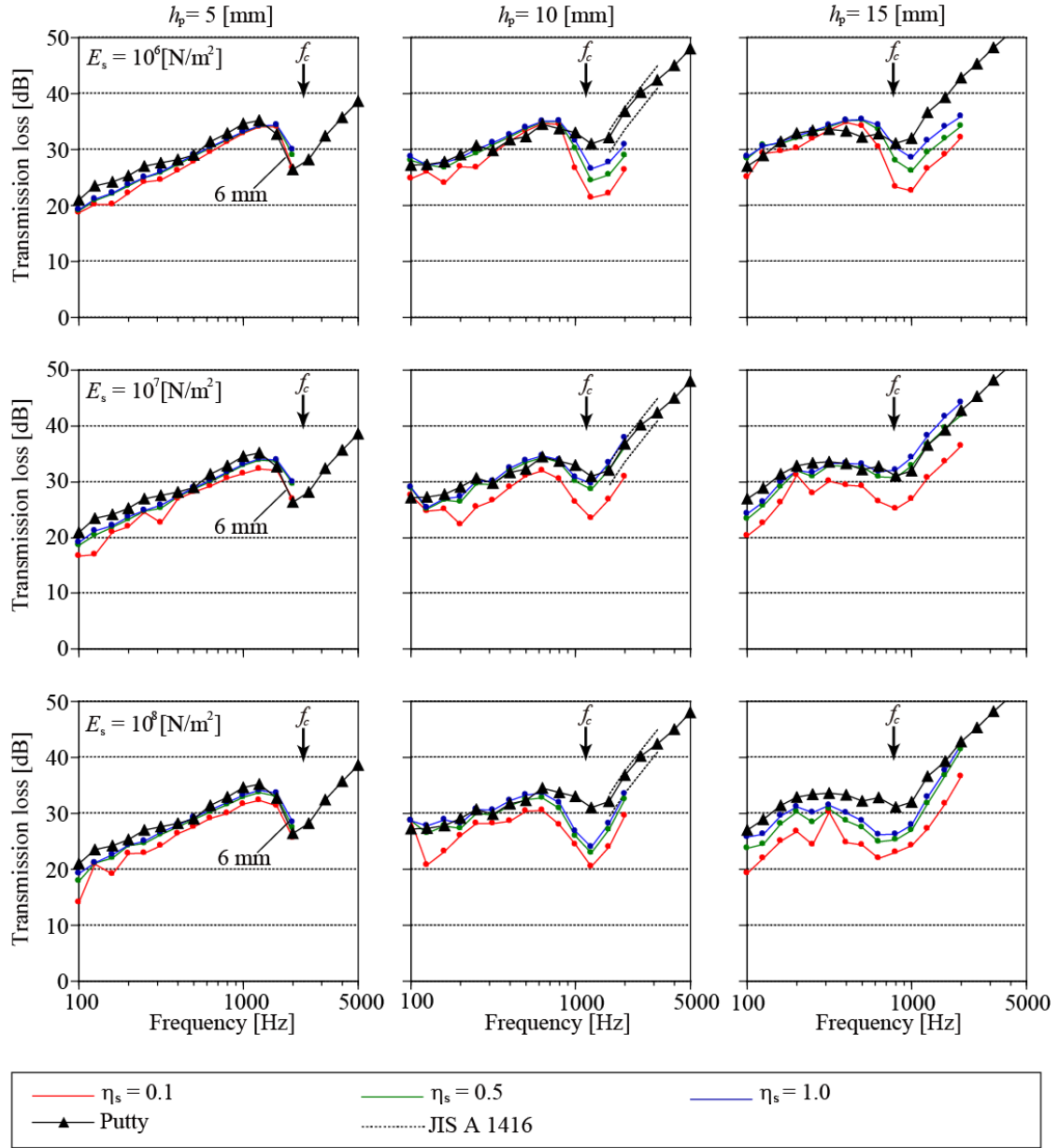


Fig. 5.18: Comparison of measured and calculated values of 1/3-oct-bands transmission loss (Glass: 1.25 x 1.5 [m<sup>2</sup>]).

## Continuum model

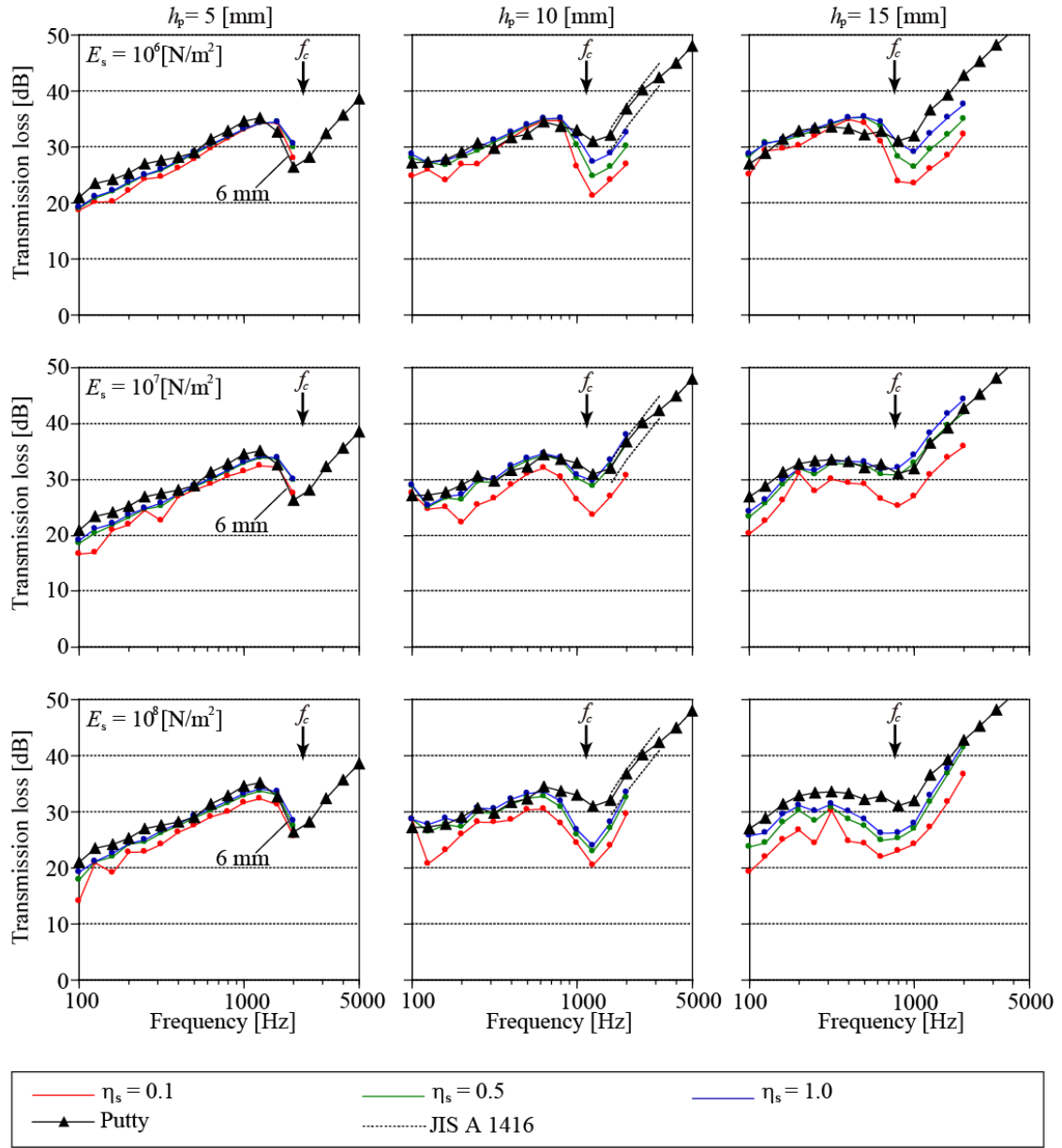


Fig. 5.19: Comparison of measured and calculated values of 1/3-oct-bands transmission loss (Glass:  $1.25 \times 1.5$  [m²], Seal:  $\rho_s = 1000$  [kg/m³]).

## Continuum model

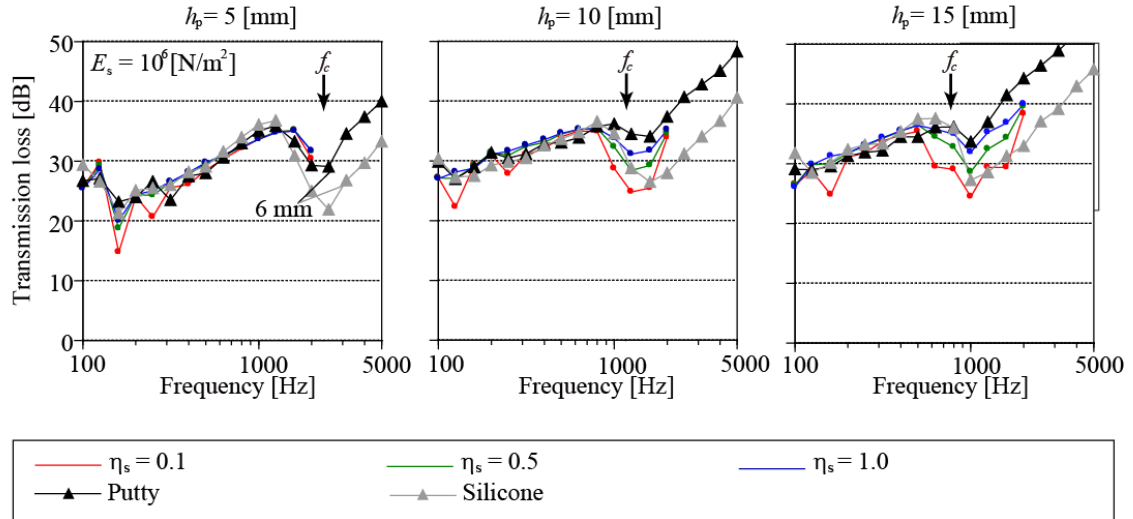


Fig. 5.20: Comparison of measured and calculated values of 1/3-oct-bands transmission loss (calculated values: glass size =  $0.9 \times 0.9$  [m<sup>2</sup>],  $E_s = 10^6$  [N/m<sup>2</sup>],  $\rho_s = 2000$  [kg/m<sup>3</sup>], measured values: glass size =  $0.93 \times 0.93$  [m<sup>2</sup>]).

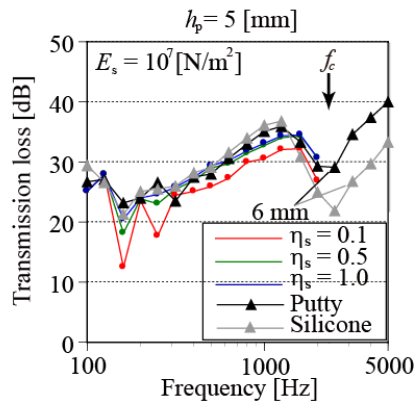


Fig. 5.21: Comparison of measured and calculated values of 1/3-oct-bands transmission loss (calculated values: glass size =  $0.9 \times 0.9$  [m<sup>2</sup>],  $h_p = 5$  [mm],  $E_s = 10^7$  [N/m<sup>2</sup>],  $\rho_s = 2000$  [kg/m<sup>3</sup>], measured values: glass size =  $0.93 \times 0.93$  [m<sup>2</sup>]).



## Continuum model

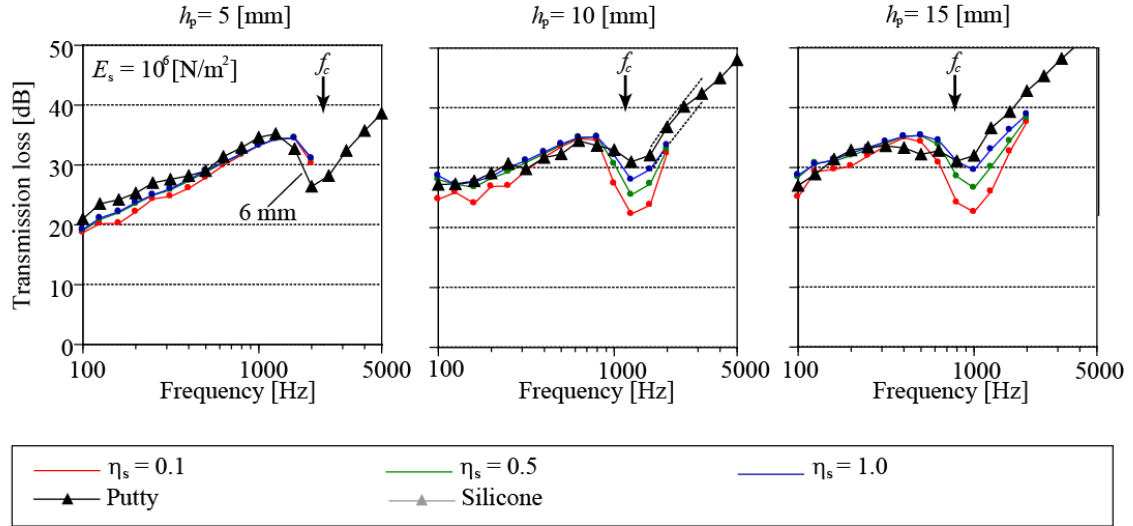


Fig. 5.22: Comparison of measured and calculated values of 1/3-oct-bands transmission loss (Glass:  $1.25 \times 1.5$  [m<sup>2</sup>], Seal:  $E_s = 10^6$  [N/m<sup>2</sup>],  $\rho_s = 2000$  [kg/m<sup>3</sup>]).

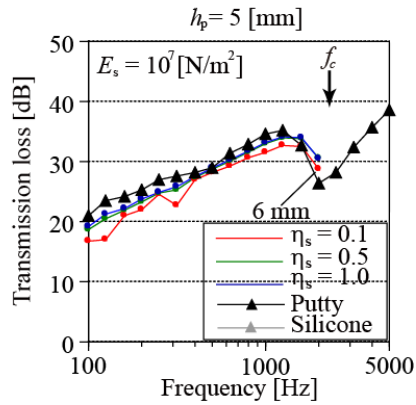


Fig. 5.23: Comparison of measured and calculated values of 1/3-oct-bands transmission loss (Glass:  $1.25 \times 1.5$  [m<sup>2</sup>],  $h_p = 5$  [mm], seal:  $E_s = 10^7$  [N/m<sup>2</sup>],  $\rho_s = 2000$  [kg/m<sup>3</sup>]).

## 実測値との比較

### (コインシデンス限界周波数 $f_c$ 以下)

コインシデンス限界周波数  $f_c$  以下では、シール材のヤング率  $E_s = 10^6, 10^7$  [N/m<sup>2</sup>] の時寸法によらずパテ支持・シリコン支持の両実測値とシール材の損失係数  $\eta_s = 0.5, 1.0$  の計算値がよく一致している。一方、 $\eta_s = 0.1$  の計算値については板厚が厚くシール材が硬いほど他と比べ値が小さくなっており、同程度の  $\eta_s$  を持つシリコン支持時の実測値とも差が見られる。シール材のヤング率  $E_s = 10^8$  [N/m<sup>2</sup>] の時は理論式での対応でも記したように低域の板の固有周波数におけるディップが深くなり、帯域値がコインシデンスによる落ち込みよりこのディップによる落ち込みの影響を受けるため  $\eta_s = 0.5, 1.0$  の計算値も両実測値より小さい値になっている。

### (コインシデンス限界周波数 $f_c$ 以上)

コインシデンス限界周波数  $f_c$  以上では、シール材のヤング率  $E_s = 10^7$  [N/m<sup>2</sup>] の時は実測値と計算値が概ね重なっている。これは  $E_s = 10^7$  [N/m<sup>2</sup>] では各板厚ともエネルギー吸収率のピーク値が 1000 ~ 2000 [Hz] 帯域になるためコインシデンス限界周波数域での端部損失が十分にあり板の固有周波数のディップが抑制されることが原因と考えられる。

一方シール材のヤング率  $E_s = 10^6, 10^8$  [N/m<sup>2</sup>] で板厚が厚い場合に実測値と計算値の差が見られる。これは上記とは逆の理由でエネルギー吸収率のピーク値が 1000 ~ 2000 [Hz] 帯域から外れコインシデンス限界周波数域での端部損失が十分でないため板の固有周波数のディップによる影響を強く受けるためと考えられる。しかしシール材が柔らかい場合図 5.2, 5.4 より、集中バネモデルと比べると弾性連続体モデルの方が実測値に近い結果であるといえる。これは弾性連続体モデルではシール材自体の共振の影響により  $f_c$  以上の端部損失が集中バネモデルより大きくなるためである。

### (板サイズの影響)

図 5.24 ~ 5.26 に弾性連続体モデルでパテ支持相当における板サイズによる計算値の違いを示す。シール材のヤング率  $E_s = 10^8$  [N/m<sup>2</sup>] では、コインシデンスでの落ち込みが大きくなる。これはコインシデンス限界周波数帯域でのディップが鋭くなるためと考えられる。また低域でのディップが鋭くなるため、固有周波数密度が小さい  $0.9 \times 0.9$  [m<sup>2</sup>] サイズでは平均化後のばらつきが大きくなる。また全体的に  $1.25 \times 1.5$  [m<sup>2</sup>] に比べて  $0.9 \times 0.9$  [m<sup>2</sup>] の透過損失の落ち込みは小さくなっている。これは単位面積当たりの周辺長が短い小試料ほど試料の周端のエネルギー損失を強く受けるためである。

### (コインシデンス周波数での板の挙動)

参考までに弾性連続体モデルにおいてコインシデンス限界周波数での振動変位分布を図 5.27 に示す。端部損失により振動変位が大きくなることとなることがわかる。

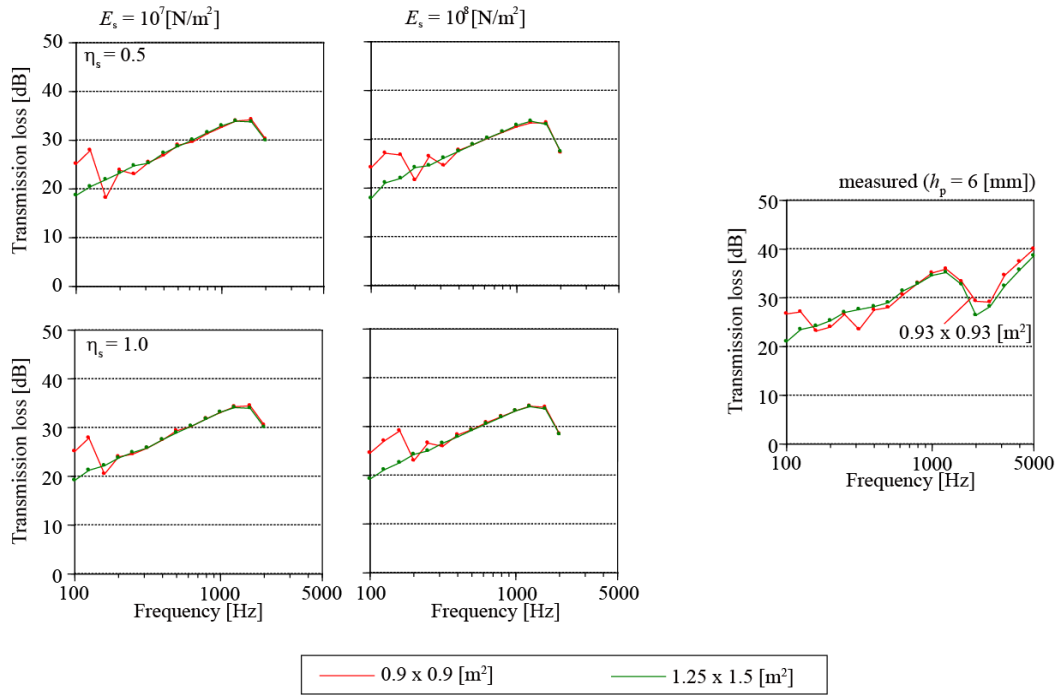


Fig. 5.24: Effect of the size on the random incidence transmission loss (Glass:  $h_p = 5 \text{ [mm]}$ , seal:  $\rho_s = 2000 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ ).

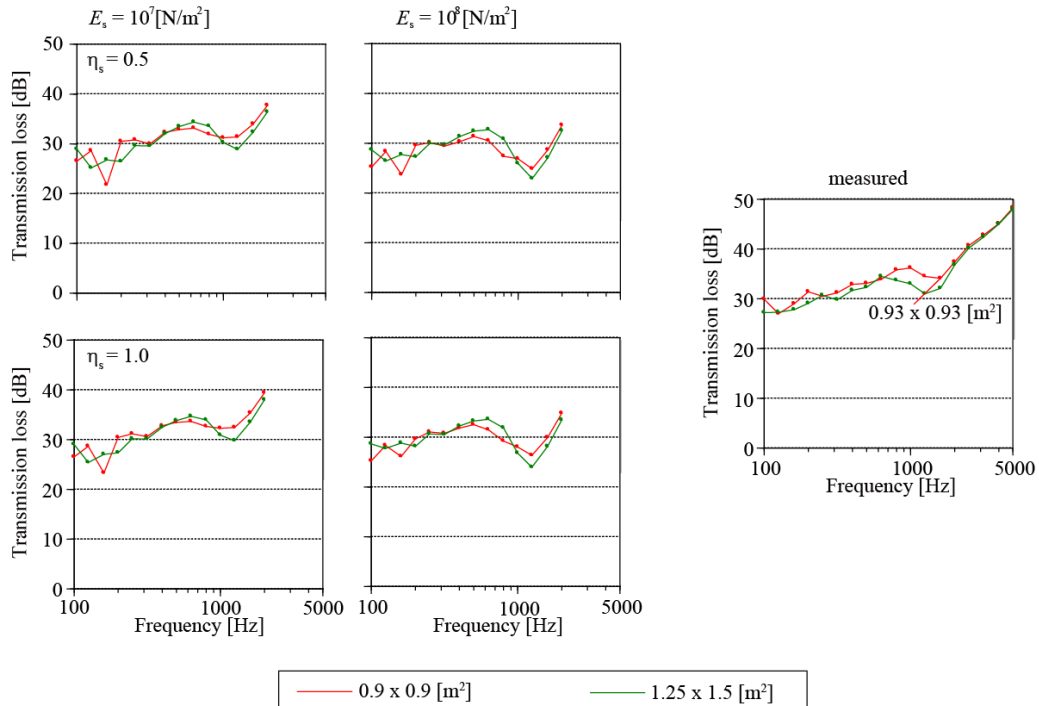


Fig. 5.25: Effect of the size on the random incidence transmission loss (Glass:  $h_p = 10 \text{ [mm]}$ , seal:  $\rho_s = 2000 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ ).

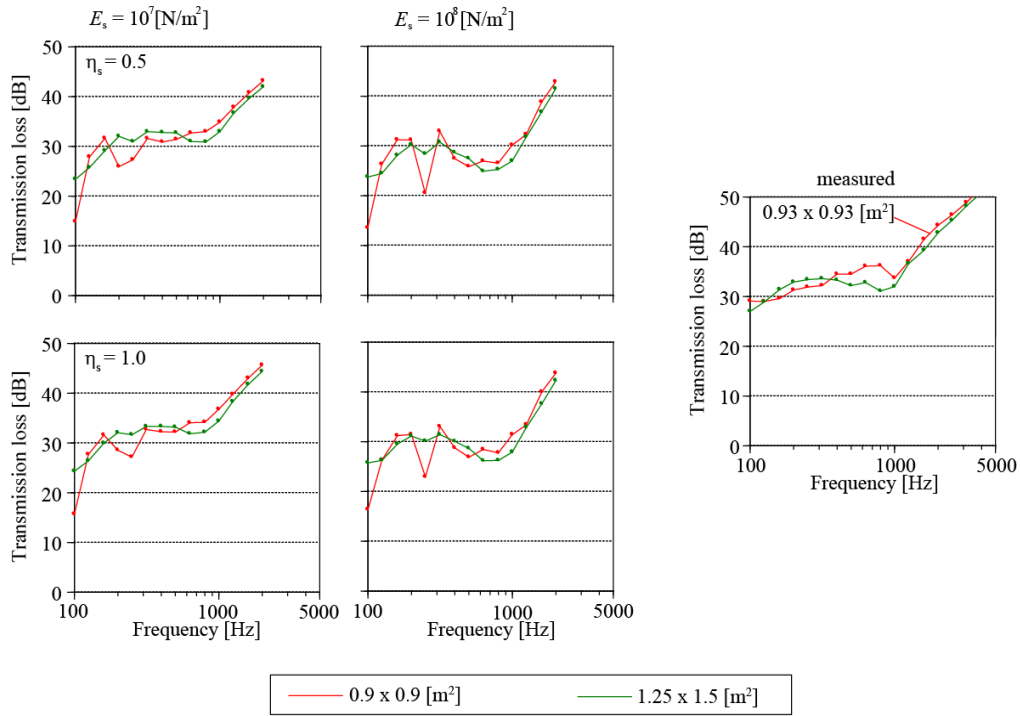


Fig. 5.26: Effect of the size on the random incidence transmission loss (Glass:  $h_p = 15$  [mm], seal:  $\rho_s = 1000$  [kg/m<sup>3</sup>]).

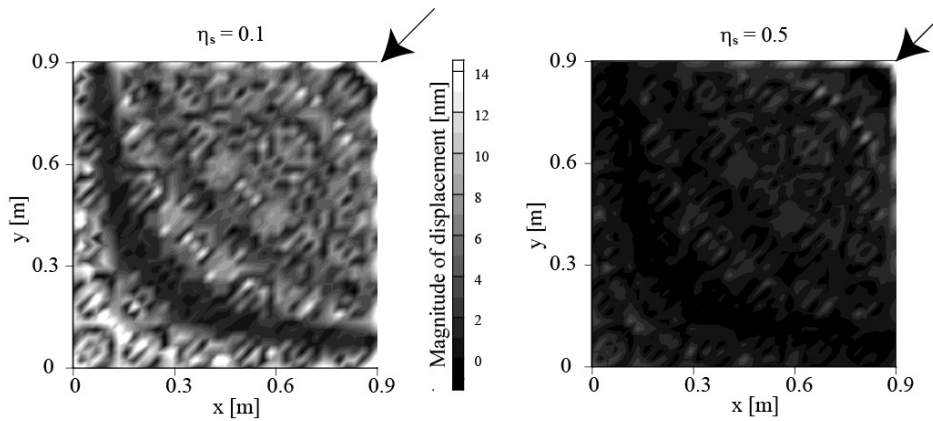


Fig. 5.27: Distributions of vibration displacement magnitude of the plate of 10 mm thickness an the coincidence frequency for the oblique incidence  $f(\theta = 45) = 2320$  [Hz] ( $\phi = 0$ , glass size =  $0.9 \times 0.9$  [m<sup>2</sup>],  $E_s = 10^7$  [N/m<sup>2</sup>],  $\rho_s = 1000$  [kg/m<sup>3</sup>]).

## 5.5 まとめ

音響振動連成解析による板ガラスの音響透過損失予測値について周辺支持部に集中バネモデルを想定した場合回転バネの影響は低域で表れること、弾性連続体モデルと集中バネモデルの違いは高域で表れることを確認した。

理論値との比較では  $E_s = 10^6, 10^7$  [N/m<sup>2</sup>] では  $\eta_s$  がパテ程度の場合に対応が良いこと、特に板サイズが小さい場合に  $E_s = 10^6$  [N/m<sup>2</sup>] では低域のスティフネス制御領域との対応も良いことを示した。しかし  $E_s = 10^8$  [N/m<sup>2</sup>] では低域の板の固有周波数におけるディップが深くなり、帯域値がコインシデンスによる落ち込みよりこのディップの影響を受けるため対応が悪くなることがわかった。

実測値との比較ではコインシデンス限界周波数  $f_c$  以下でシール材のヤング率  $E_s = 10^6, 10^7$  [N/m<sup>2</sup>] の時寸法によらずパテ支持・シリコン支持の両実測値との対応が良いこと、コインシデンス限界周波数  $f_c$  以上では集中バネモデルより弾性連続体モデルの方が実測値との対応が良いことを示した。また板サイズが小さい場合、試料の周端のエネルギー損失を強く受けるため透過損失の落ち込みは小さくなっていることを示した。



## 第 6 章

### 総括

本研究は窓ガラスの遮音性能予測を音響振動連成解析により行うことを大きな目標と見据えた上で、透過損失予測値の高精度な予測を行う上で不可欠な周辺支持部の精密なモデル化を行った。想定したモデルについて板の周辺支持部のエネルギー損失に関する理論的考察と数値解析によって得られた透過損失予測値について理論値・実測値との比較考察を行いその有効性を検証した。本章では、本研究で行われた成果を総括し、今後の課題について述べる。

第 1 章では、研究の背景、既往関連論文を概観したあとに、本研究の目的及び構成を示した。

第 2 章では、本論文で用いた遮音性能数値解析手法を示した。はじめに音場の基礎方程式について述べ、境界要素法 (BEM) による音場の定式化を行った。また板振動場に有限要素法(FEM) を適用し、これらを連成させ音響振動連成場の数値解析アルゴリズムを構築した。

第 3 章では、第 2 章で構築した音響振動連成系の数値解析アルゴリズムを用いた、1/3 オクターブ帯域音響透過損失値の計算手法を示した。また計算する際に問題となる、音波入射条件及び解析周波数の設定について検討を行った。音波入射条件のための入射角離散化に関しては、入射条件やコインシデンス周波数領域かどうかにかかわらず離散方位幅  $\Delta\theta_{ij} = 6$  [deg] で十分な精度が得られることがわかった。1/3 オクターブ帯域透過損失値を算出する際の解析周波数の設定については、精度確保に必要な解析周波数の数が固有周波数のディップの深さに大きく依存する一方、固有周波数分布を変化させる板厚や板サイズにはあまり依存しないことがわかった。

第 4 章では、板ガラスの周辺支持部のモデル化を行い、拡散振動場における端部のエネルギー損失について理論的に考察を行った。周辺支持部のモデルとしては大きく分けて集中バネモデルと弾性連続体モデルの二つを想定した。集中バネモデルはガラス板周辺のシール材が端部の変位・傾斜に対して各々反作用するものと仮定し、弾性体と等価な並進バ

## 第 6 章 総括

ネおよび回転バネを考慮したものである。弾性連続体モデルはシール材の並進振動のみに対して弾性連続体の挙動を考慮して 1 次元縦振動を想定したものである。

周辺支持部のエネルギー損失の挙動より両モデル共通の傾向として回転バネの影響は低域で生じること、シール材の等価質量による影響は吸収率のピーク値において表れるが微小であること、回転バネの等価質量の影響は無視出来る事がわかった。また弾性連続体モデルは、シール材が柔らかい場合に高域でシール材の共振の影響が顕著に表れることを確認した。この共振の影響により、集中バネモデルに比べて弾性連続体モデルは実際の支持条件での端部損失により近いといえる。

以上より本章行った検討の考察からは周辺支持部のモデル化を行うには並進・回転両方のバネを考慮すること、またシール材の並進振動モデルでは高域で共振が生じる弾性連続体の挙動を考慮したモデル化が必要といえる。これは今後の計算機性能の向上に伴い、より高周波数における計算が可能となったときに有効な知見であるといえる。

第 5 章では、第 4 章で検討を行った集中バネ・弾性連続体モデルを用いた音響振動連成数値解析を行った。得られた透過損失値についてモデルの特性に関する検討と理論値・実測値との比較検討を行った。

まず板ガラスの音響透過損失予測値について周辺支持部に集中バネモデルを想定した場合回転バネの影響は低域で表れること、弾性連続体モデルと集中バネモデルの違いは高域で表れることを確認した。これは第 4 章で得られた知見と対応している。またシール材が柔らかい場合にはコインシデンス限界周波数  $f_c$  以下では端部損失による固有周波数のディップの緩和が若干大きく見える。

理論値との比較ではシール材が柔らかい場合は  $\eta_s$  がパテ程度の場合に対応が良いこと、特に板サイズが小さい場合に  $E_s = 10^6$  [N/m<sup>2</sup>] では低域のスティフネス制御領域との対応も良いことを示した。しかしシール材が硬くなると低域の板の固有周波数におけるディップの影響を受けるため対応が悪くなることがわかった。この傾向は集中バネモデルと弾性連続体モデルで共通している。

実測値との比較では  $f_c$  以下でシール材が柔らかい場合は寸法によらずパテ支持・シリコン支持の両実測値との対応が良いこと、コインシデンス限界周波数  $f_c$  以上では集中バネモデルより弾性連続体モデルの方が  $f_c$  以上で実測値との対応が良いことを示した。これは高周波数域での吸収率の共振の影響が表れたためである。また板サイズが小さい場合、試料の周端のエネルギー損失を強く受けるため透過損失の落ち込みは小さくなっていることを示した。これは実測でも同様の傾向が確認されている。

以上より、コインシデンス周波数以上の高周波数域を含む音響振動連成数値解析に基づく透過損失予測値を算出するには、上記のように高周波数域での共振の影響を考慮した弾性連続体モデルにおいて検討を行う必要があるといえる。



## 第 6 章 総括

---

しかし、実測の現場における周辺支持ではシール材の外側にさらに木製の押し縁があり、実際の端部損失はさらに複雑な挙動となることから、シール材の特性だけで端部損失を単純に表現することはできないと考えられる。今後、より精密な透過損失予測を行うには、こうした周辺支持部に関する課題の克服や、ニッシェなど音響系の複雑な形状を考慮した検討が課題といえる。

## 参考文献

- [1] 外周壁の遮音設計の現状と留意点, 日本建築学会環境工学委員会音環境小委員会資料, (2000).
- [2] 日本騒音制御工学会, 騒音制御工学ハンドブック, (技報堂出版, 2001).
- [3] JIS A 1416:2000 「実験室における建築部材の空気音遮断性能の測定方法」.
- [4] 吉村純一, 建築音響関連 JIS 改定の動向 -その 1 実験室における建築部材の空気音遮断性能の測定方法 (A1416), 日本建築学会大会学術講演梗概集, (1998).
- [5] 佐久間哲哉, 大嶋拓也, 音響振動連成シミュレーションによる部材遮音性能予測に関する研究 - 膜財・板材の 3 次元透過モデル -, 日本音響学会講演論文集, (2000.9).
- [6] 吉村純一, 杉江聡, 豊田恵美, 板ガラスの音響透過損失の測定結果に与えるサイズ及び端部損失の影響, 建築音響研究会資料 AA2006 - 30 (2006).
- [7] J. Yoshimura, S. Sugie and E. Toyoda, Effects of size and edge damping on measurement results for sound reduction index of glass pane, Proc. Inter-noise 2006 (Honolulu), (2006).
- [8] J. Yoshimura, S. Sugie and E. Toyoda, Internal and edge damping effects on sound reduction index measurements of glass pane, Proc. Inter-noise 2007 (Istanbul), (2007).
- [9] 黒木荘一郎, 非共振透過を修正した SEA 方による単層壁の音響透過損失について, 日本建築学会計画系論文集, No. 409, pp.1-10, (1990).
- [10] 川井孝雄, 一重板の遮音機構の解析 : 円形板への平面波垂直入射, 日本音響学会誌 Vol.29, No. 4, (1973).
- [11] M. Heckl, Measurements of absorption coefficients on plate, J. Acoust. Soc. Am., 34 (6), 803-808 (1962).
- [12] 黒木荘一郎, 安岡正人, 赤坂裕, 圧電振動板加振動による単層壁の損失係数の測定と周辺吸収率の算出, 日本建築学会大会学術講演梗概集, (1991).
- [13] 遊喜純子, 黒木荘一郎, 安岡正人, 透過損失に与える損失係数および周辺吸収率の影響, 日本建築学会大会学術講演梗概集, (1993).
- [14] 朝倉巧, 坂本慎一, 室内への騒音伝搬を対象とした 6 チャンネル数値音場シミュレーション, 日本音響学会建築音響研究会資料, AA2007-40 (2007).
- [15] 朝倉巧, 坂本慎一, 弾性板の曲げ振動解析における吸収境界条件の与え方に関する検討, 日本建築学会大会学術講演梗概集, (2008).
- [16] 佐久間哲哉, 大嶋拓也, 離散系波動解析による壁体部材の遮音性能予測 (1) - 膜・板振動モデルに基づく音響振動連成シミュレーションの適用 -, 騒音・振動研究会試料 N -

2001 - 30 (2006).

[17]桑村仁, *建築の力学 - 弾性論とその応用 -*, (技法堂出版, 2001).

[18]橋本典久, 建築物床版の振動と音響放射に関する研究, 東京大学博士論文, (1994).

[19]大嶋拓也, 佐久間哲哉, 壁体部材の遮音性能数値予測手法に関する検討 - 板材における寸法及び内部減衰の影響に関する検討 -, 日本建築学会大会学術講演梗概集, (2001).

[20]L. Cremer, M. Heckl and B. Petersson, *Structure-Borne-Sound, 3rd Ed.* (Springer-Verlag, New York, 2005).

[21]岩谷幸雄, 鈴木陽一, 坂田真人, 曾根敏夫, 半無限長はりの終端インピーダンスが屈曲波の反射と振動インピーダンスに及ぼす影響, 日本音響学会誌 Vol.56, No. 4, (2000).

[22]山口道征, ガラスの透過損失測定用パテ(putty)の複素弾性率, 制振工学会通信 2 月号 (2006).

[23]山口道征, サッシ窓用ガスケット材料の複素弾性率, 制振工学会通信 8 月号～11 月号 (2006).

[24]吉村純一, 近江伸, 松井徹, 関本健尚, 板ガラスの音響透過損失 - その 2 ガラスの支持条件の影響 -, 日本建築学会大会学術講演梗概集, (2008).

[25]E. C. Sewell, Transmission of reverberant sound through a single leaf partition surrounded by an infinite rigid baffle, J. Sound Vib. 1970, Vol.12, p21-32.

[26]加川幸雄, 有限要素法による振動・音響工学 / 基礎と応用, (培風館, 1981).

[27]戸川隼人, 有限要素法概論, (培風館, 1981).

[28]S. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger, *板とシェルの理論<上. 下>*, (ブレイン図書出版, 1973).

[29]大鶴徹, 山本秀樹, 計算力学手法による異端の音響透過特性解析, 日本音響学会誌 Vol.4, No. 4 (1988).

[30]真田明, 章忠, 柄川尚慶, 田中 信雄, 音響透過損失測定における試料サイズの影響に関する研究, 日本機械学会論文集, Vol.69, No.684 (2003).

[31]Roman Vinokur, Mechanism and calculation of the niche effect in airborne sound transmission, J. Acoust. Soc. Am. 119, 2211-2219 (2006).

[32]Bong-Ki Kim, Hyun-Ju Kang, Jae-Seung Kim, Hyun-Sil Kim, and Sang-Ryul Kim, Tunneling effect in sound transmission loss determination: Theoretical approach, J. Acoust. Soc. Am. 115, 2100-2109 (2004).

[33]A. Osipov, P. Mees, G. Vermeir, Low-frequency airborne sound transmission through single partitions in buildings, Appl. Acoust. 52, 273-288 (1997).

## 謝辞

本論文は、筆者が東京大学大学院新領域創成科学研究科 社会文化環境学専攻 修士課程において同専攻准教授 佐久間哲哉先生のもとに行った研究をまとめたものです。研究テーマの選定から毎週のゼミナール、修士論文の作成に至るまで終始熱心かつ丁寧にご指導下さいました。3 年間という長い期間に渡りご迷惑をおかけしたことをお詫びすると共に、筆者の成長をご支援頂いたこと心より感謝致します。

東京大学大学院新領域創成科学研究科 社会文化環境学専攻教授 神田順先生は本研究の副指導教員をご担当下さいまして、貴重なアドバイスを頂きました。ここに感謝の意を表します。

小林理学研究所 吉村純一さん、エム・ワイ・アクーステク 山口道征さん、東洋建設株式会社 総合技術研究所 山本耕三さんには、貴重な実験データを提供していただきました。この場を借りて感謝の意を述べさせていただきます。

佐久間研究室 特任研究員の安田洋介さんは、佐久間研究室の OB でもあり研究に関する多大なご指導を賜りました。提出の直前までご心配とご迷惑をおかけしたことをお詫びすると共に、心から御礼申し上げます。

佐久間研究室 OB で同期入学でもある太刀岡勇氣さんには、在学中並びに修了後も研究に関する事柄にとどまらず、様々な形で支えて頂きました。心から感謝します。

最後に、共に論文作成に取り組んだ佐久間研究室の上猶優美さん、三浦啓祐さん、萬木智子さん、そして筆者の研究活動を見守り、ご支援をしてくださった佐久間研究室並びに社会文化環境学専攻の大学院生の皆様に感謝の意を表します。

2009 年 1 月 26 日

江川 健一

付録 A

修士論文要旨



# 窓ガラスの音響透過損失に関する数値解析 —板振動場における周辺支持部のモデル化について—

Numerical analysis of sound transmission loss of glass pane:

Study on modeling of the edge support system in plate vibration fields.

学籍番号 066828

氏 名 江川 健一 (Egawa, Kenichi)

指導教員 佐久間 哲哉 准教授

## 1. はじめに

**1.1. 研究の背景** 近年建築物の遮音性能の高性能化が要求されるようになってきている。外部からの空気伝搬音による建築物の遮音性能は窓の性能によるところが大きい。窓ガラスの性能判断の拠り所となる遮音性能測定方法には、JIS A 1416: 2000 で規定されている実験室実験法があるが、この測定法に則した音響透過損失の測定結果は必ずしも安定していない。その原因としては実験室である残響室の影響や板サイズの影響など様々な要因が考えられるものの、未解明な点が多い。この課題の解明にはパラメトリックスタディが容易な数値予測手法による検討が望ましいと考えられるが、従来の検討では透過損失値に大きな影響を及ぼすと言われているガラス周辺支持部の端部損失については大幅な簡易化が行われることが殆どである。しかしながら実際の窓ガラスの音響透過現象を模擬するには、ガラスの周辺支持部のより精密なモデル化が不可欠であるといえる。

**1.2. 研究の目的** 以上のような背景を踏まえて、本研究の目的を以下のように設定する。(1) 窓ガラスを想定した音響透過損失の予測手法において板振動場における周辺支持部の適切なモデル化を行うこと。(2) 既往の実測値 [1] との比較により周辺支持部のモデル化の妥当性を検証すること。(3) ケーススタディを通して、周辺支持部におけるエネルギー損失の挙動を把握し、これに関する知見を得ること。

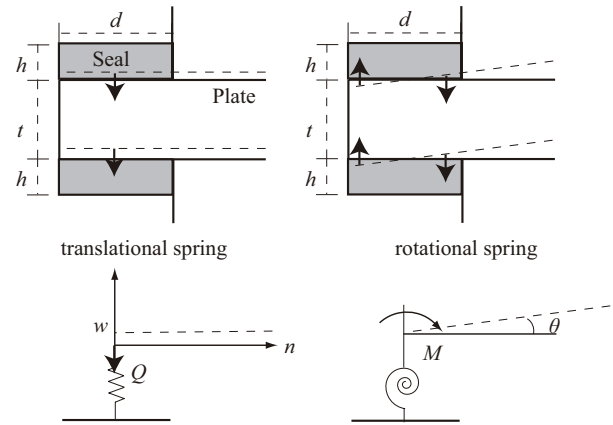


Fig. 1 : Numerical model of edge support system.

## 2. 周辺支持部のエネルギー損失について

本研究では、板ガラスを固定する周辺支持部のモデルとして集中バネモデル・弾性連続体モデルを想定する。はじめに板を想定した拡散振動場における周辺支持部のエネルギー損失について理論的に考察する。

**2.1. 集中バネモデル** ガラス板周辺のシール材が端部の変位・傾斜に対して各々反作用するものと仮定し、弾性体と等価な並進バネ・回転バネ (バネ定数  $k_q$ ,  $k_m$ ) からなる集中バネモデルを想定する (図 1)。周辺支持部における損失はバネの内部減衰に因るものとする、端部の変位・傾斜に対応した各バネの機械・モーメントインピーダンス  $Z_q$ ,  $Z_m$  は次式で表される。

$$Z_q = \frac{Q}{j\omega w} = \frac{k_q}{j\omega} = \frac{2}{j\omega} \frac{E_s(1+j\eta_s)d}{h} \quad (1)$$

$$Z_m = \frac{M}{j\omega\theta} = \frac{k_m}{j\omega} = \frac{2}{j\omega} \frac{E_s(1+j\eta_s)d^3}{12h} \quad (2)$$

但し、シール材の物性値としてヤング率  $E_s$ 、損失係数  $\eta_s$ 、密度  $\rho_s$ 、寸法として幅  $d$ 、厚さ  $h$  である。板の特性インピーダンス [2] は板内の屈曲波の波数  $k_b = \sqrt{\omega/\sqrt{\rho t/D}}$  に対して、 $Z_{q0} = Dk_b^3/\omega$ 、 $Z_{m0} = Dk_b/\omega$  より、端部のインピーダンス比は各々次式で表される。

$$z_q = \frac{Z_q}{Z_{q0}} = \frac{2E_s d}{Dh} \frac{\eta_s - j}{k_b^3} \quad (3)$$

$$z_m = \frac{Z_m}{Z_{m0}} = \frac{E_s d^3}{6Dh} \frac{\eta_s - j}{k_b} \quad (4)$$

但し、板の曲げ剛性  $D = E(1+j\eta)t^3/12(1-\nu^2)$ 、ヤング率  $E$ 、ポアソン比  $\nu$ 、損失係数  $\eta$ 、板厚  $t$  である。

**2.2. 弾性連続体モデル** 次にシール材を弾性連続体とみなしてモデル化を行う。シール材の並進振動のみに対して弾性連続体の挙動を考慮して 1 次元縦振動を想定すると、端部の機械インピーダンスは次式で表される。

$$Z_q = \frac{2\rho_s c_s d}{j \tan \omega h / c_s} \quad (5)$$

但し、シール材縦波速度  $c_s = \sqrt{E_s(1+j\eta_s)/\rho_s}$  である。

**2.3. 板振動部のエネルギー吸収係数** 板振動場において直線状の屈曲波が無限長のインピーダンス境界に対して入射角  $\theta$  で入射する場合、境界の法線・接線の 2 方向の波数分離を行い、境界上の有効せん断力・モーメントの釣合より理論解が得られる。理論解より境界近接波を除く入射波と反射波の振幅比、即ち反射係数は次式で表される。

$$r_\theta = \frac{(a_- b_+ - j a_+ b_-) - 2z_q + 2j a_+ a_- z_m + (a_- - j a_+) z_q z_m}{(a_- b_+ + j a_+ b_-) + 2z_q + 2j a_+ a_- z_m + (a_- + j a_+) z_q z_m}$$

但し、 $a_\pm = \sqrt{1 \pm \sin^2 \theta}$ 、 $b_\pm = (1 \pm (1-\nu)\sin^2 \theta)^2$  であり、垂直入射時に  $a_\pm = b_\pm = 1$  となる。上式より板端部のエネルギー吸収率は  $a_\theta = 1 - |r_\theta|^2$  として与えられる。

## 2.4. 結果と考察

**入射角の影響** 集中バネモデルにおいてガラス板内の屈曲波を変化させた場合のエネルギー吸収率を図 2 に示す。吸収率は一つのピークを持ち、垂直入射から 60 度入射付近にかけてはピーク値が

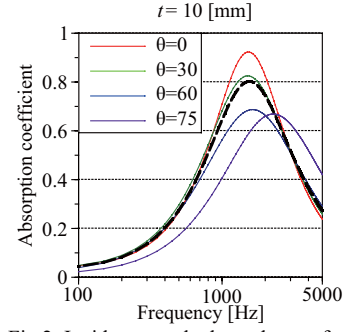


Fig.2: Incidence angle dependence of the absorption coefficient of the edge

(seal:  $E_s = 10^7$  [N/m<sup>2</sup>],  $\eta_s = 0.5$ ).

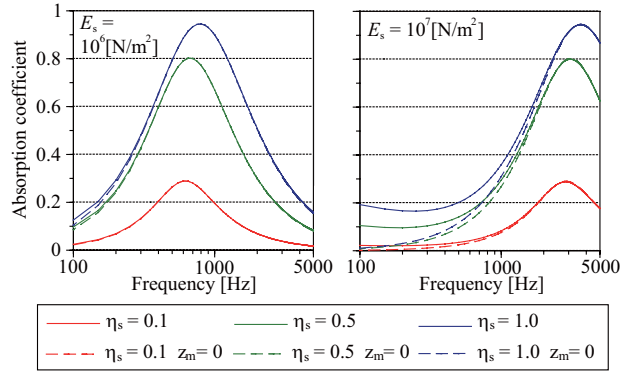


Fig. 3: Random-incidence absorption coefficients of the edge based on the spring model with/without rotational springs (glass:  $t = 5$ [mm]).

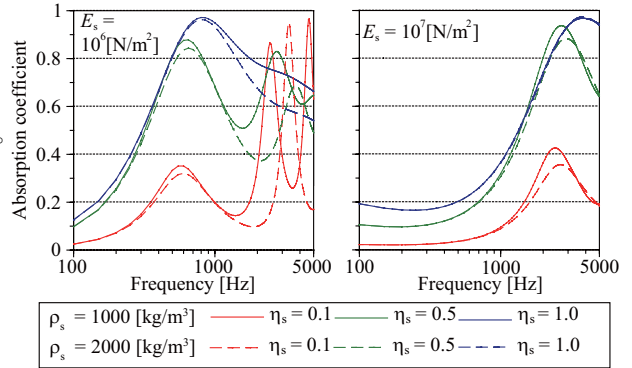


Fig. 4: Random-incidence absorption coefficients of the edge based on continuum model with changing seal's density (glass:  $t = 5$ [mm]).

低下するのに対して、75 度にかけてはピーク周波数が高周波数域へ変化している。但し、入射角依存性は比較的緩やかである。

**回転バネの影響** 集中バネモデルにおいて回転バネの有無がエネルギー吸収率に及ぼす影響を図 3 に示す。シール材が硬い場合に低周波数域で影響が表れているが、並進バネが支配的となる高周波数域では回転バネによる差は小さい。

**弾性連続体モデルについて** 弾性連続体モデルにおいてシール材の密度を  $\rho_s = 1000, 2000$  [kg/m<sup>3</sup>]



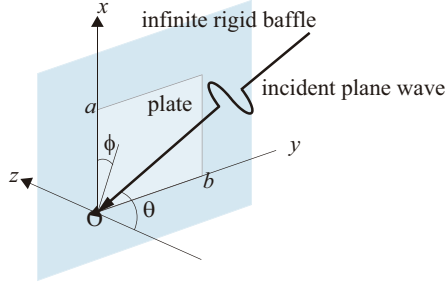


Fig.5: Geometry of a three-dimensional sound transmission model.

とした場合のエネルギー吸収率を図 4 に示す。シール材の質量は図 3 の吸収率のピークに対して若干影響を及ぼすとともに、シール材が柔らかい場合に高周波数域ではシール材自体の共振の影響が顕著に現れている。

**2.5. まとめ** 以上より、周辺支持部のモデル化では低域では回転バネを考慮すべきであり、また並進バネでは高域で共振による影響が表れる弾性連続体の挙動を考慮する必要があるといえる。

### 3. 端部損失を反映した音響透過損失予測に関する検討

前節で検討を行ったモデルについて音響振動連成解析を行い、得られた透過損失値についてモデルの妥当性の検証、及び理論値・実測値との比較検討を行う。

#### 3.1. 解析手法

**解析モデル** 図 5 のように解析モデルとして無限大剛バフル中の板材に単位振幅平面波が入射する音響透過問題を想定する。板振動場には有限要素法を、音響系には境界要素法を適用し両者を連成することで以下の連成系マトリクスが得られる。

$$([K] - [K_q] - [K_m] - \omega^2[M] - 4\omega^2\rho_0[Q][G \ 0 \ 0]) \begin{Bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = 2[Q]\{p_d\}$$

但し、板の剛性、質量、適合マトリクスとして  $[K]$ ,  $[M]$ ,  $[Q]$ 、周辺支持部のせん断バネ、回転バネに対応する剛性マトリクスとして  $[K_q]$ ,  $[K_m]$ 、影響係数行列  $[G]$ 、入射音圧ベクトル  $\{p_d\}$ 、空気密度  $\rho_0$ 、振動変位ベクトル  $w$ 、傾斜ベクトル  $\theta$  である。これをもとに 1/24 オクターブ帯域中心周波数における音響透過損失値を求め、

**Table 1** Properties of glass plate.

$0.9 \times 0.9, 1.25 \times 1.5$  [m<sup>2</sup>];  $t = 5, 10$  [mm];  
 $E = 7.5 \times 10^{10}$  [N/m<sup>2</sup>];  $\rho = 2500$  [kg/m<sup>3</sup>];  
 $\nu = 0.22$ ;  $\eta = 0.002$

**Table 2** Properties of seal.

$d = 15$  [mm];  $h = 5$  [mm];  
 $E_s = 10^6, 10^7$  [N/m<sup>2</sup>];  $\eta_s = 0.1, 0.5, 1.0$ ;  
 $\rho_s = 1000, 2000$  [kg/m<sup>3</sup>]

得られた値をエネルギー合成することで 1/3 オクターブ帯域値を算出している。なお板への音波入射条件については数値解析による検討から、ランダム入射条件を採用している。

**解析対象** ガラス板、シール材の物性値を表 1, 2 に示す。なお、実測で用いられるシール材の物性値 [3] については凡そ以下の値程度と見なせる。

・パテ :  $E_s = 10^6 \sim 10^7$  [N/m<sup>2</sup>] ,  $\eta_s = 0.1$ ,  $\rho_s = 1000$  [kg/m<sup>3</sup>]

・シリコン :  $E_s = 10^7 \sim 10^8$  [N/m<sup>2</sup>] ,  $\eta_s = 0.5 \sim 1.0$ ,  $\rho_s = 2000$  [kg/m<sup>3</sup>]

#### 3.2. 結果と考察

**回転バネの影響** 集中バネモデルにおける、回転バネの有無による透過損失値の差（「回転バネ有り」－「無し」）を図 6 に示す。前節の結果と同様、シール材が硬い場合に低周波数域で影響が現れており、周辺支持部のモデル化では回転バネを考慮する方が望ましいといえる。

**集中バネモデルと弾性連続体モデルの比較** 弾性連続体モデル適用時と集中バネモデル（回転バネ有り）適用時での透過損失値の差（「弾性連続体」－「集中バネ」）を図 7 に示す。前節でエネルギー吸収率に差が見られた高周波数域において弾性連続体モデル適用時の方が透過損失値が大きくなっている。

**理論値との比較** 弾性連続体モデルにおける透過損失の計算値とランダム入射時の質量則、有限板の理論式である Sewell の式による値を図 8 に示す。端部損失の小さい  $\eta_s = 0.1$  を除きコインシデンス限界周波数  $f_c$  以下で Sewell の式と良く対応している。

**実測値との比較** 上記の計算値と文献実測値 [1]

を図 9 に示す。 $f_c$  以下では柔らかいシール材の場合で端部損失による共振のディップの緩和が若干大きく見える。またパテ支持・シリコン支持の両実測値と  $\eta_s = 0.5, 1.0$  の計算値がよく一致している。一方、 $\eta_s = 0.1$  の計算値については板厚が厚くシール材が硬いほど実測値との差が大きくなっており、同程度の  $\eta_s$  を持つシリコン支持時の実測値と差が見られる。また実測値と計算値の差が  $t = 10$  [mm] の場合において見られるものの、図 7 から、集中バネモデルに比べると弾性連続体モデルによる計算値は大きくなるのがわかる。よって弾性連続体モデルによる計算値のほうが実測値に近いといえる。

#### 4. まとめ

窓ガラスの遮音性能の高精度な数値予測に向けて、板の周辺支持部のモデル化を行った。周辺支持部のモデル化では並進・回転バネの両者を考慮する必要があること、並進バネでは高周波数域で共振の影響が表れる弾性連続体の挙動を考慮したモデルとする必要があることを示した。コインシデンス限界周波数  $f_c$  以下では端部損失は柔らかいシール材の共振のディップの緩和に寄与することがわかった。また端部損失がパテ程度の場合音響透過損失の計算値は理論値と対応が良いことを示した。

#### 参考文献

- [1]Yoshimura et al., Inter-Noise 2006, No. 641 (2006).
- [2]L. Cremer & M. Heckl, structure-Borne Sound (Springer-Verlag, New York, 1973).
- [3]山口, 制振工学研究会通信, 2, 9 月号 (2006).

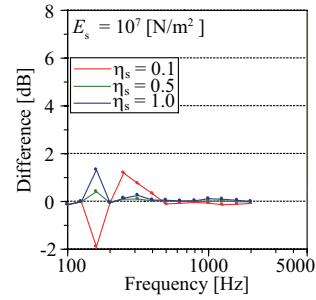


Fig. 6: Difference of 1/3-oct-band transmission loss caused by neglecting rotational springs (glass: 0.9 x 0.9 m² size,  $t = 10$  [mm]).

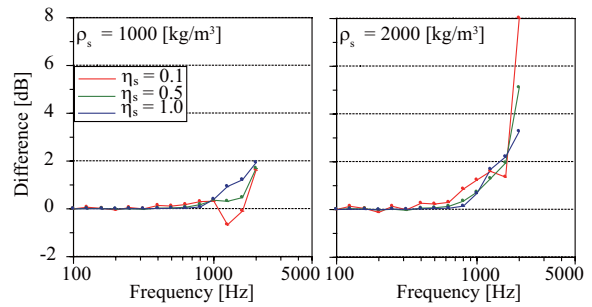


Fig. 7: Difference between 1/3-oct-band transmission loss with the spring model and that with the continuum model (glass: 0.9 x 0.9 m² size,  $t = 10$  [mm], seal:  $E_s = 10^6$  [N/m²]).

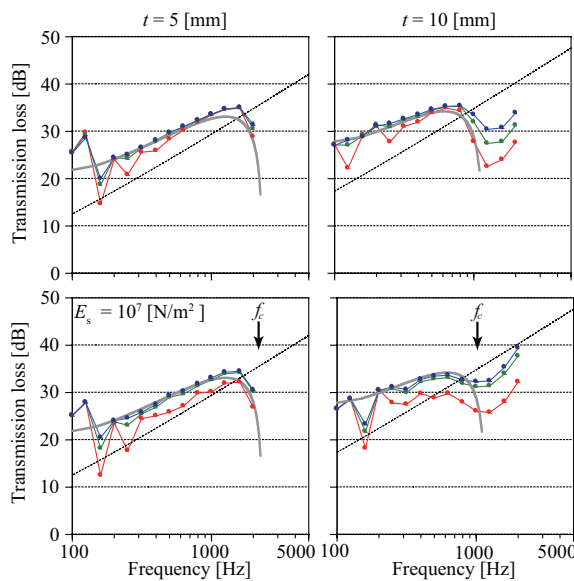


Fig. 8: Comparison of calculated values of 1/3-oct-band transmission loss and theoretical ones (glass: 0.9 x 0.9 m², seal:  $\rho_s = 1000$  [kg/m³]).

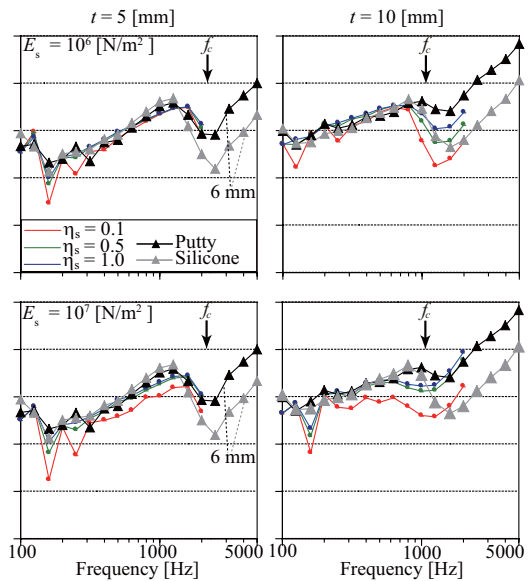


Fig. 9: Comparison of measured and calculated values of 1/3-oct-band transmission loss (glass: 0.9 x 0.9 m² size, seal:  $\rho_s = 1000$  [kg/m³]).

## 付録 B

### 学会発表論文

本論文に関連する学会発表論文は以下の通りである。

- [1] 江川健一, 大嶋拓也, 佐久間哲哉, 窓ガラスの音響透過損失に関する数値解析, 建築音響研究会資料 AA2007-29 (2007.7)
- [2] 江川健一, 大嶋拓也, 佐久間哲哉, 窓ガラスの音響透過損失に関する数値解析 ー入射条件と解析周波数の設定についてー, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (環境工学1), pp.175-176 (2007.8).
- [3] 佐久間哲哉, 安田洋介, 江川健一, 窓ガラスの音響透過損失に関する数値解析 ー周辺支持部のモデル化ー, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (環境工学1), pp.229-230 (2008.9).
- [4] 江川健一, 安田洋介, 佐久間哲哉, 窓ガラスの音響透過損失に関する数値解析 ー周辺支持部の物性値の影響についてー, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (環境工学1), pp.231-232 (2008.9).
- [5] T. Sakuma, K. Egawa and Y. Yasuda, Numerical analysis of sound transmission loss of glass pane - On the treatment of edge damping, Proc. Inter-Noise 2008 (Shanghai), No.0486 (2008.10).
- [6] 佐久間哲哉, 安田洋介, 江川健一, 窓ガラスの音響透過損失に関する数値解析ー周辺支持部のエネルギー損失についてー, 日本音響学会研究発表会講演論文集 (2009.3)
- [7] 江川健一, 安田洋介, 佐久間哲哉, 窓ガラスの音響透過損失に関する数値解析ー理論値・実測値との比較検討ー, 日本音響学会研究発表会講演論文集 (2009.3).



# 窓ガラスの音響透過損失に関する数値解析 Numerical analysis of sound transmission loss of glass pane

江川健一\*、大嶋拓也\*\*、佐久間哲哉\*  
Kenichi EGAWA, Takuya OSHIMA and Tetsuya SAKUMA

\* 東京大学大学院新領域創成科学研究科  
\* Graduate School of Frontier Sciences, The University of Tokyo  
\*\*新潟大学工学部  
\*\*Faculty of Engineering, Niigata University

**内容概要** 窓ガラスの 1/3 オクターブ帯域音響透過損失値を離散系波動解析に基づいて計算する際に問題となる、音波入射条件及び解析周波数の設定について検討を行った。音波入射条件のための入射角離散化に関しては、コインシデンス限界周波数以下と以上にかかわらず一定の入射角離散方位幅で十分な精度が得られることがわかった。また、1/3 オクターブ透過損失値を算出する際の解析周波数の設定については、精度確保が可能な周波数離散化幅が損失係数に大きく依存する一方、固有周波数分布を変化させる板厚や板サイズにはあまり依存しないことがわかった。

## 1. はじめに

筆者らは、壁体部材の遮音性能数値予測を目的として、離散系波動解析に基づく音場入射透過損失計算手法を構築し、板や膜の遮音性能解析を行ってきた[1-3]。これら既報においては、メモリの制限により解析周波数の上限が 1 kHz 程度であったが、近年の計算機性能の向上に伴い、窓ガラスを対象としてコインシデンス周波数を含む高周波数域までの計算が可能となりつつある。

本計算手法では、平面波入射時の解析結果より音場入射時またはランダム入射時における透過損失値を算出する。そのため、平面波の入射角離散化についての設定が必要となる。特にコインシデンス周波数域においては、コインシデンス効果の入射角依存性が非常に高いことから、入射角離散化への十分な注意が必要と考えられる。また、本手法は調和振動を仮定した定常音場解析手法に基づいているため、透過損失の帯域値を得るには単一周波数における解析結果から重み付き平均操作により算出することとなる。透過損失の帯域値は板の固有振動に起因する狭帯域ディップの影響を強く受けるため、これを評

価するために解析周波数の適切な設定が必須といえる。

筆者らの既往の検討[1-3]では、周波数ステップを定差幅 1 Hz、離散方位幅 6 deg において予測精度が確保されるとした。しかしながら、この検討では解析周波数の上限が 1 kHz 程度と限定されていたため、コインシデンス周波数領域での検討は不十分であった。また、コインシデンス限界周波数以上の高周波数域までの解析を周波数ステップ 1 Hz で行うことは計算時間の点からも実用的でない。

本報では、離散系波動解析に基づいて窓ガラスの 1/3 オクターブ帯域音響透過損失値を計算する際に問題となる、音波入射条件及び解析周波数の設定について検討を行う。音波入射条件については、従来検討を行ってきた音場入射条件とランダム入射条件との対応も検討する。解析周波数の設定については、1/3 オクターブ透過損失値を算出する場合の周波数の離散化幅について、既報[1-3]と異なり定比幅を前提とした検討を行う。特に板ガラスの寸法、板厚及び損失係数との関係に着目して考察する。

## 2. 解析手法

### 2.1 解析モデル

最も一般的な3次元音響透過モデルとして、Fig. 1に示すような無限大剛バフル中の板材に単位振幅平面波が入射する問題を想定する。部材形状は矩形(寸法 $a \times b$  m<sup>2</sup>)とし、バフルの厚さはゼロを仮定する。平面波の入射角に関してはFig. 2に示すように立体角 $\pi/2$ 内の相当範囲、音場入射条件では( $0 \leq \theta \leq 78$ ,  $0 \leq \varphi \leq 90$  [deg])、ランダム入射条件では( $0 \leq \theta \leq 90$ ,  $0 \leq \varphi \leq 90$  [deg])を概ね均等に全方位を離散化する。各方位からの平面波入射条件における解析結果に対して透過率の統計的平均操作を行うことにより透過損失値を算定する。離散方位幅 $\Delta\varphi_{ij}$ は次式により設定する。

$$\Delta\varphi_{ij} = \frac{90^\circ}{N_\varphi^i} \quad (1)$$

但し、 $N_\varphi^i = \lceil 1.15 N_\theta \cdot \sin \theta_{ij} \rceil$  : 音場入射条件時  
 $N_\varphi^i = \lceil N_\theta \cdot \sin \theta_{ij} \rceil$  : ランダム入射条件時  
 $\theta_{ij} = \left(i - \frac{1}{2}\right) \Delta\theta_{ij}$  : 離散方位

$N_\theta$  :  $\theta$  方向分割数

詳細については文献 [1] を参照。

### 2.2 音響振動連成解析

板振動系では、薄板理論に基づく弾性板の振動方程式に有限要素法を適用する。音響系では、無限大剛バフル中の部材両面の音圧差に関する積分方程式に境界要素法を適用する。両者を連成させて解くことにより、板の振動速度分布を算出し、後処理により表面音圧を計算して透過インテンシティを求める。最終的に、板全面から放出される透過パワーを求め、各入射角における透過率を算出する。詳細については文献 [3] を参照。

### 2.3 解析対象

解析対象は単層板ガラス、周辺支持条件は固定支持条件とした。また、各物性値は密度 2500 kg/m<sup>3</sup>、ヤング率  $7.5 \times 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>、ポアソン比 0.22 とした。

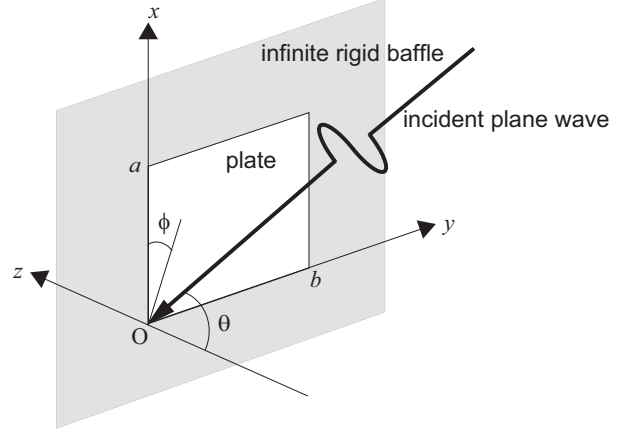


Figure 1: Geometry of a three-dimensional sound transmission model.

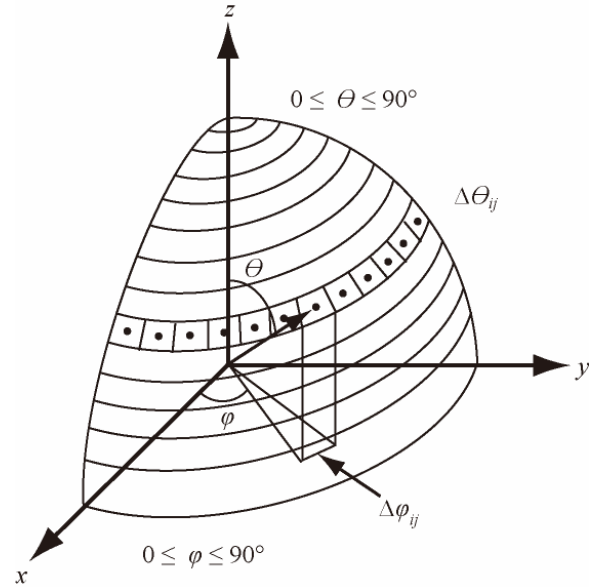


Figure 2: Schematic of a discrete direction model for random incidence.

Table 1: Parametric properties of glass plates.

| x-width $a$ [m] | thickness $t$ [m] | damping $\eta$    |
|-----------------|-------------------|-------------------|
| 0.9, 1.215      | 0.005, 0.01, 0.02 | 0.002, 0.01, 0.05 |

板の  $y$  方向長さを  $b = 0.9$  [m] と固定し、 $x$  方向長さ  $a$  [m]、板厚  $t$  [m]、損失係数  $\eta$  を Table 1 の通り変化させた。コインシデンス限界周波数  $f_c$  は板厚 0.005 m では 2320 Hz、0.01 m では 1160 Hz、0.02 m では 580 Hz である。要素分割は解析周波数毎に波長の  $1/6$  以下になるように設定した。

Table 2: Properties of the discrete direction model (random incidence).

| $\Delta\theta_{ij}$ [deg] | total direction number |
|---------------------------|------------------------|
| 3                         | 586                    |
| 6                         | 120                    |
| 15                        | 25                     |
| 30                        | 7                      |

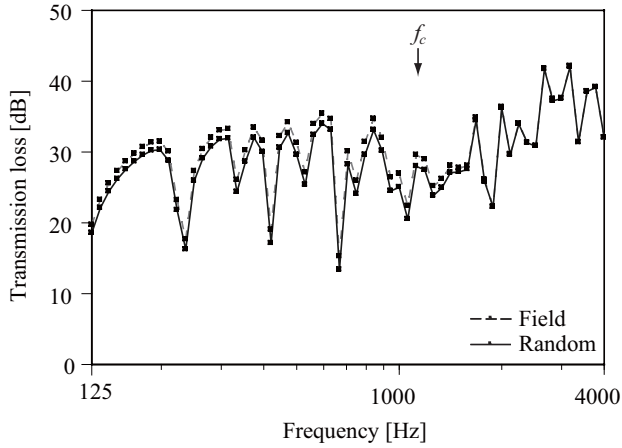


Figure 3: Difference between field incidence transmission loss and random incidence transmission loss ( $a = 0.9$ ,  $t = 0.01$ ,  $\eta = 0.002$ ,  $\Delta\theta_{ij} = 3$ ).

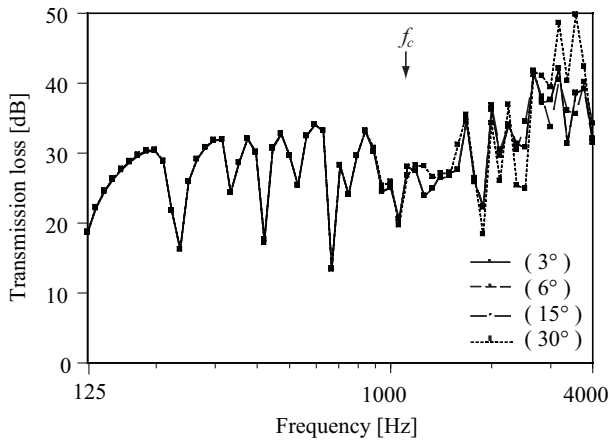


Figure 4: Effect of the incidence angle step  $\Delta\theta_{ij}$  to random incidence transmission loss ( $a = 0.9$ ,  $t = 0.01$ ,  $\eta = 0.002$ ).

### 3. 入射条件に関する検討

音波の入射条件について音場入射透過損失とランダム入射透過損失の影響を調べる。Table 2 に離散方位幅と総方位数の関係を示す。

### 3.1 結果と考察

Fig. 3 に離散方位幅  $\Delta\theta_{ij} = 3$  [deg]における音場入射透過損失とランダム入射透過損失を示す ( $a = 0.9$ ,  $t = 0.01$ ,  $\eta = 0.002$ , 1/12 オクターブ中心周波数での値)。音場入射透過損失とランダム入射透過損失の比較では、低周波数域において 2 dB程度の系統的な差が生じているが、 $f_c$  以上の高周波数域では差が現れていない。低周波数域ではランダム入射における擦過角付近の入射により質量効果が低下したためと考えられる。

Fig. 4 に離散方位幅 4 水準 ( $\Delta\theta_{ij} = 3, 6, 15, 30$  [deg]) におけるランダム入射透過損失を示す ( $a = 0.9$ ,  $t = 0.01$ ,  $\eta = 0.002$ )。  $f_c$  以下では、 $\Delta\theta_{ij} = 30$  でも十分な離散化であることがわかる。一方  $f_c$  以上では、 $\Delta\theta_{ij} = 15, 30$  の場合に透過損失値が  $\Delta\theta_{ij} = 3, 6$  と比べて大きく異なっている。顕著に高い値を示している。コインシデンス周波数域ではコインシデンス効果の入射角選択性が高いことから、 $f_c$  以下の周波数域と比べて離散方位幅を細かく設定する必要があるといえる。以上の結果から、コインシデンス周波数領域を含む高周波数域までの解析においては、離散方位幅が  $\Delta\theta_{ij} = 6$  以下とする必要があると考えられる。以降の検討では  $\Delta\theta_{ij} = 6$  に固定し、ランダム入射透過損失を算出することとする。

## 4. 解析周波数に関する検討

### 4.1 1/3 オクターブ帯域値の算出法

本解析手法では 1/3 オクターブ帯域透過損失値は単一周波数での解析で得られた値から平均操作により算出することとなる。一方、1/3 オクターブ帯域透過損失値は板の固有振動に起因する透過損失の狭帯域ディップの影響を受けるため、これを適切に評価する必要がある。このため、解析を実行する周波数の選択が非常に重要である。既報[3]ではコインシデンス限界周波数以下の周波数域において、定差幅を前提として解析周波数の検討を行った。しかしながら、コインシデンス限界周波数以上の高周波数域まで解析を拡張するには、定差幅による検討では計



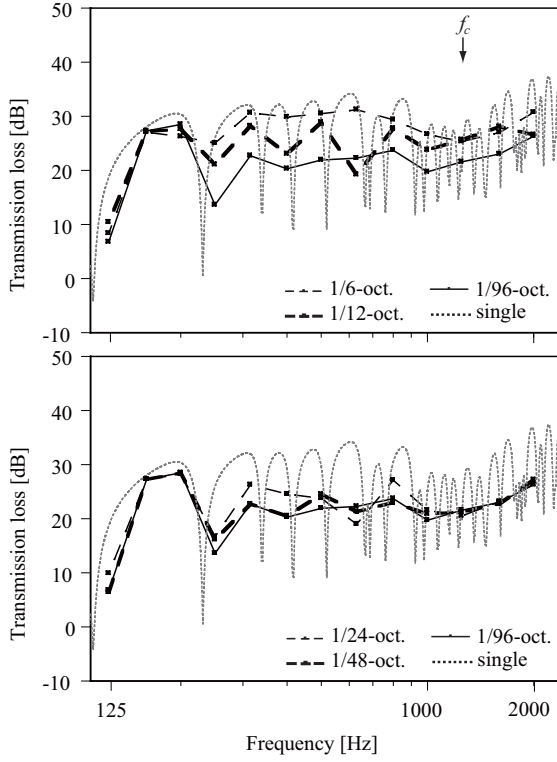


Figure 5: 1/3-oct-band transmission loss calculated from the values at 1/6, 1/12, 1/24, 1/48 and 1/96 oct-band center frequencies ( $a=0.9, t=0.01, \eta=0.002$ ).

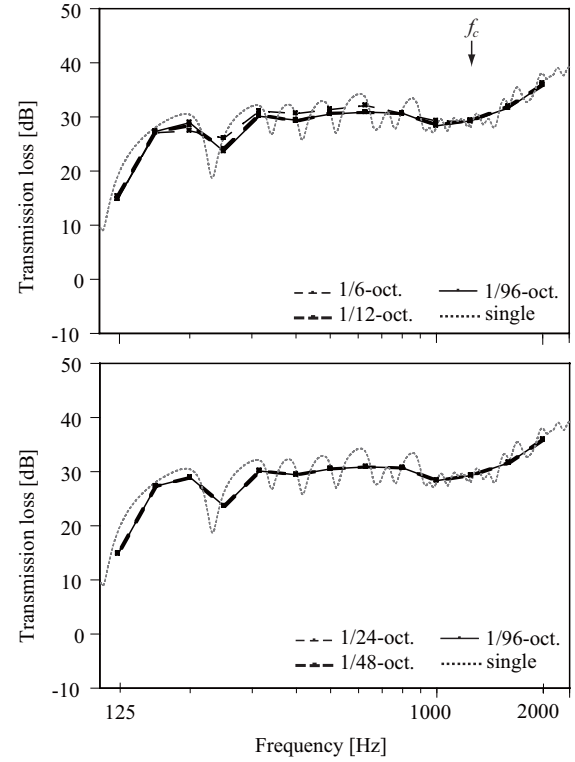


Figure 7 : 1/3-oct-band transmission loss calculated from the values at 1/6, 1/12, 1/24, 1/48 and 1/96 oct-band center frequencies ( $a=0.9, t=0.01, \eta=0.05$ ).

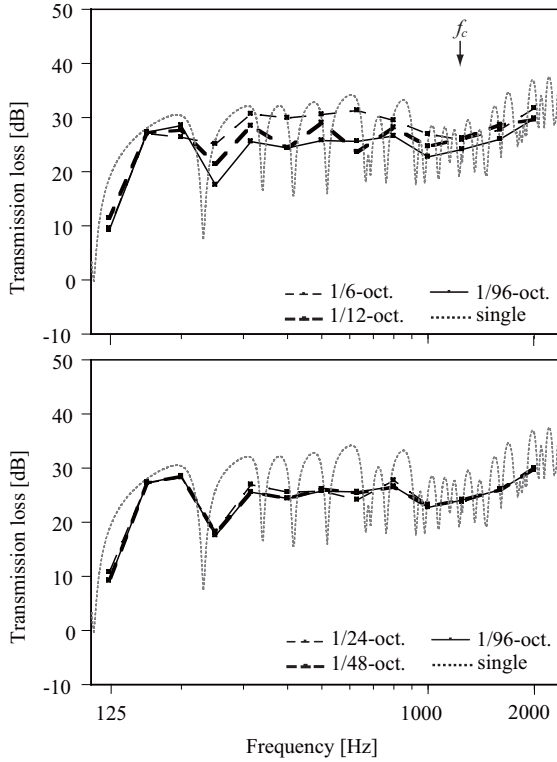


Figure 6 : 1/3-oct-band transmission loss calculated from the values at 1/6, 1/12, 1/24, 1/48 and 1/96 oct-band center frequencies ( $a=0.9, t=0.01, \eta=0.01$ ).

算時間が著しく増大してしまう。本節では解析周波数を定比幅で設定することを前提として、1/6, 1/12, 1/24, 1/48, 1/96 オクターブ帯域中心周波数の解析結果から 1/3 オクターブ帯域値を算出し、予測精度の確保に必要な解析周波数の設定について検討を行った。

## 4.2 結果と考察

### 4.2.1 損失係数の影響

板の  $x$  方向長さ  $a=0.9$ 、板厚  $t=0.01$  の場合の 1/3 オクターブ帯域値を損失係数毎に Figs. 5~7 に示す。以下では 1/96 オクターブ中心周波数の解析結果から算出した 1/3 オクターブ帯域値（以下 1/96-oct.）を基準とし、それとの差が全ての帯域値で概ね 2 dB 以内となる解析周波数の設定を収束したものとみなす。

板の内部損失程度を仮定した損失係数  $\eta=0.002$  の場合（Fig. 5）では、1/48-oct. を採用した時のみ 1/96-oct. との差が 2 dB 以下となっている。 $\eta=0.01$  の場合（Fig. 6）では板の固有周波数におけるディッ



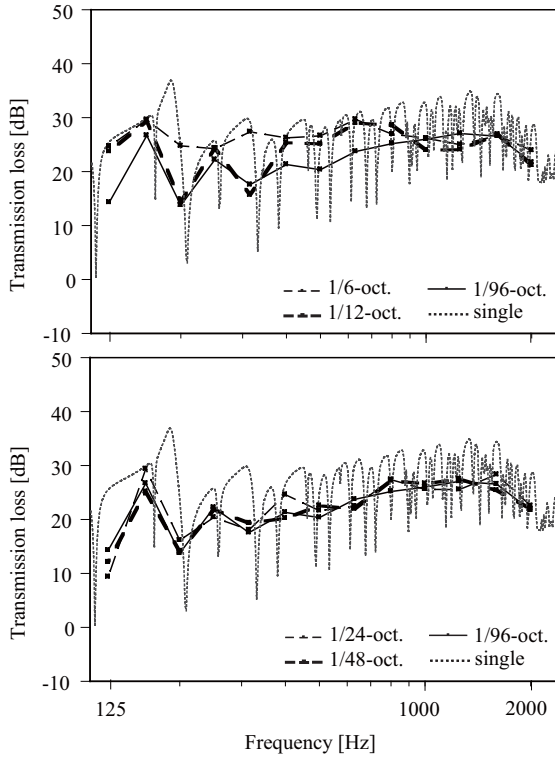


Figure 8 : 1/3-oct-band transmission loss calculated from the values at 1/6, 1/12, 1/24, 1/48 and 1/96 oct-band center frequencies ( $a=0.9$ ,  $t=0.005$ ,  $\eta=0.002$ ).

ブがより浅いため、1/24-oct. で収束している。パテ支持程度を仮定した $\eta=0.05$ の場合 (Fig. 7) ではさらにディップが浅いため、1/6-oct. で十分収束している。またいずれの損失係数の場合でも帯域による収束の違いは小さい。

以上のように、損失係数は精度を確保する解析周波数の設定に大きく影響するといえる。特に板の内部損失の $\eta = 0.002$ では解析周波数の離散化を十分細かくする必要がある。

#### 4.2.2 板厚の影響

板の $x$ 方向長さ $a=0.9$ 、板厚 $t=0.005$ とした場合の解析結果を Fig. 8 に示す( $\eta=0.002$ )。この場合、同条件で $t=0.01$ の場合 (Fig. 5) と比較して固有周波数の密度が高くなるが、 $t=0.01$ の場合と同様、1/48-oct.で収束している。同様の板サイズ、損失係数で板厚 $t=0.02$ としたものを Fig. 9 に示す。 $t=0.01$ の場合と比較して固有周波数の密度が低くなるが、ここでも 1/48-oct.で収束している。次に $a=0.9$ 、 $t=0.02$ 、 $\eta=0.01$ の場合の解析結果を Fig. 10 に示す。

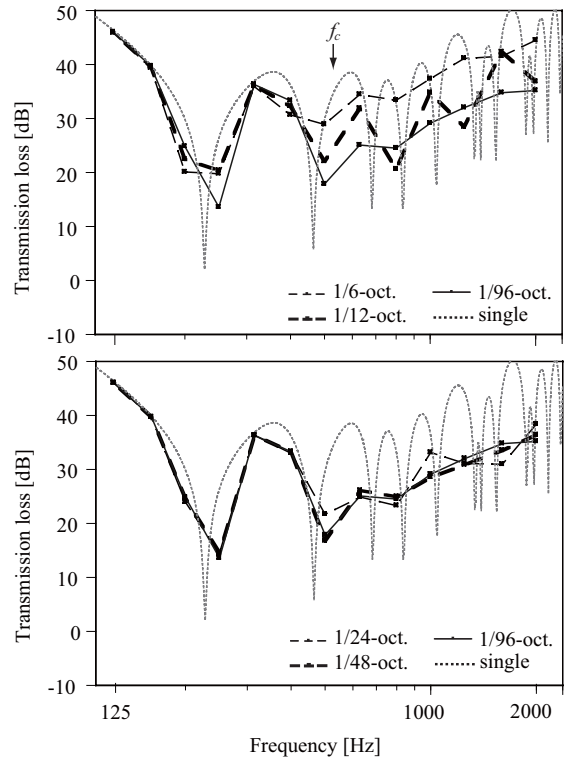


Figure 9: 1/3-oct-band transmission loss calculated from the values at 1/6, 1/12, 1/24, 1/48 and 1/96 oct-band center frequencies ( $a=0.9$ ,  $t=0.02$ ,  $\eta=0.002$ ).

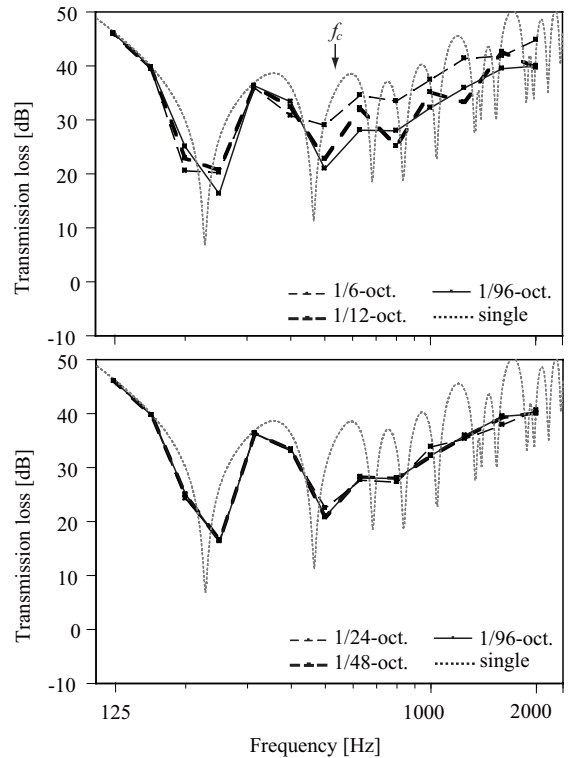


Figure 10: 1/3-oct-band transmission loss calculated from the values at 1/6, 1/12, 1/24, 1/48 and 1/96 oct-band center frequencies ( $a=0.9$ ,  $t=0.02$ ,  $\eta=0.01$ ).

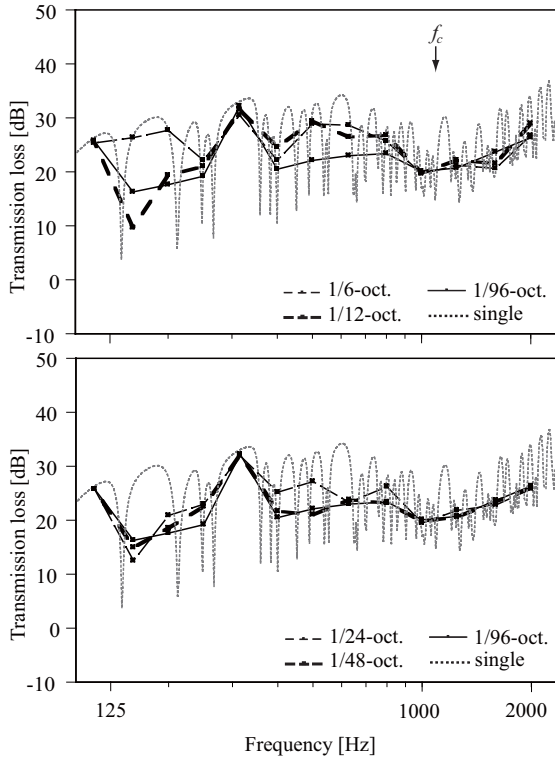


Figure 11: 1/3-oct-band transmission loss calculated from the values at 1/6, 1/12, 1/24, 1/48 and 1/96 oct-band center frequencies ( $a = 1.215$ ,  $t = 0.01$ ,  $\eta = 0.002$ ).

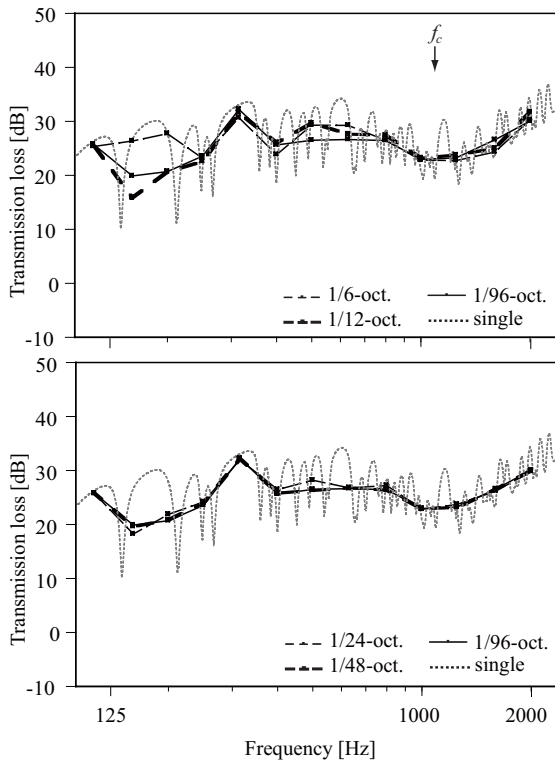


Figure 12: 1/3-oct-band transmission loss calculated from the values at 1/6, 1/12, 1/24, 1/48 and 1/96 oct-band center frequencies ( $a = 1.215$ ,  $t = 0.01$ ,  $\eta = 0.01$ ).

同条件における  $t = 0.01$  の場合 (Fig. 6) と同様、1/24-oct.で収束している。以上より、同サイズ、同損失係数の板の場合、板厚は精度を確保する解析周波数の設定にあまり影響しないと考えられる。

#### 4.2.3 板サイズの影響

板の  $x$  方向長さ  $a = 1.215$ 、板厚  $t = 0.01$  の場合の損失係数毎に 1/3 オクターブ帯域値を Figs. 11, 12 に示す。 $a = 0.9$  の場合と比較して固有周波数の密度が高くなるが、損失係数  $\eta = 0.002$  では 1/48-oct.で収束し (Fig. 11)、 $\eta = 0.01$  では 1/24-oct.で収束しており (Fig. 12)、 $a = 0.9$  の場合 (それぞれ Figs. 5, 6) と同様の結果となった。以上より、板厚と同様、板サイズは精度を確保する解析周波数の設定にあまり影響しないと考えられる。

#### 5. コインシデンス周波数での板の挙動

板の  $x$  方向長さ  $a = 0.9$ 、板厚  $t = 0.01$ 、損失係数  $\eta = 0.002$  での斜入射コインシデンス周波数  $f_{\theta=45} = 2320$  [Hz] と  $f_{\theta=60} = 1546$  [Hz] における振動変位分布の計算結果 ( $\varphi = 0, 45, 60$  [deg]) を Figs. 13, 14 に示す。入射角の違いにより励振されるモードおよび変位の振幅が大きく異なることがわかる。また  $f_{\theta=45}$  と  $f_{\theta=60}$  のいずれの場合でも  $\varphi = 0, 45$  では音波入射方向に対して対称な変位分布を示すが、 $\varphi = 60$  では明確な特徴が見られなかった。

#### 6. まとめ

離散系波動解析に基づく窓ガラスの 1/3 オクターブ帯域音響透過損失値を計算する際に問題となる、音波入射条件及び解析周波数の設定について検討を行った。音波入射条件のための入射角離散化に関しては、音場入射条件、ランダム入射条件によらず、またコインシデンス周波数領域かどうかにかかわらず離散方位幅  $\Delta\theta_{ij} = 6$  [deg] で十分な精度が得られることがわかった。また 1/3 オクターブ帯域透過損失値を算出する際の解析周波数の設定については、精度確保に必要な解析周波数の数が損失係数の値に

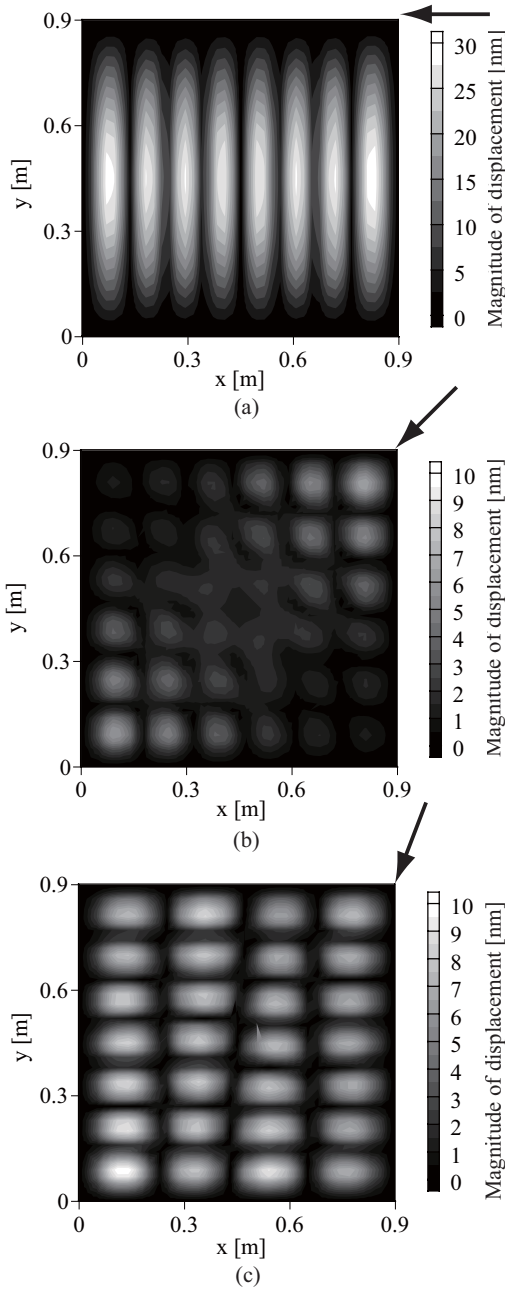


Figure 13: Distributions of vibration displacement magnitude of the plate of 10 mm thickness at the coincidence frequency for the oblique incidence  $f(\theta = 45) = 2320$  [Hz]. Map (a):  $\varphi = 0$ , map (b):  $\varphi = 45$ , and map (c):  $\varphi = 60$ , where the arrows denote the direction of travel.

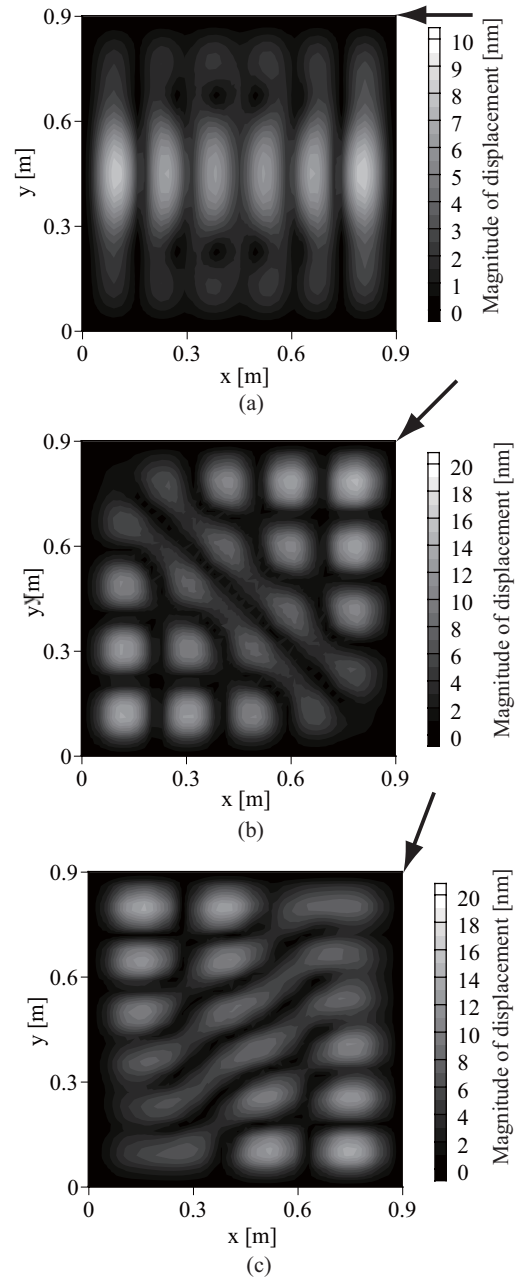


Figure 14: Distributions of vibration displacement magnitude of the plate of 10 mm thickness at the coincidence frequency for the oblique incidence  $f(\theta = 60) = 1546$  [Hz]. Map (a):  $\varphi = 0$ , map (b):  $\varphi = 45$ , and map (c):  $\varphi = 60$ , where the arrows denote the direction of travel.

大きく依存する一方、固有周波数分布を変化させる板厚や板サイズにはあまり依存しないことがわかった。本検討では、内部損失程度を仮定した損失係数  $\eta = 0.002$  の場合 1/48 オクターブバンド帯域中心周波数での値から、パテ支持程度を仮定した  $\eta = 0.05$  の場合は 1/12 オクターブバンド帯域中心周波数で

の値から、1/3 オクターブ帯域値を求めることで誤差を 2 dB 以内とすることができた。今回は基礎的な検討として境界条件に固定支持条件を用いたケーススタディを行った。今後は周辺支持条件の詳細なモデリングを行い、実測の音響透過損失の測定結果との対応を見ていく。

## **参考文献**

- [1] 佐久間哲哉, 大嶋拓也, 離散系波動解析による壁体部材の遮音性能予測 (1) 一膜・板振動モデルに基づく音響振動連成シミュレーションの適用一, 騒音振動研究会資料, N-2001-01, (2001. 1).
- [2] 大嶋拓也, 佐久間哲哉, 離散系波動解析による壁体部材の遮音性能予測 (2) 一付加質量膜の質量配置パターンによる遮音特性の検討一, 騒音振動研究会資料, N-2001-02, (2001. 1).
- [3] 大嶋拓也, 佐久間哲哉, 壁体部材の遮音性能数値予測に関する研究 一板材における寸法および内部減衰の影響に関する検討一, AIJ 梗概集 D-I, pp. 111-112, (2001. 9).

# 窓ガラスの音響透過損失に関する数値解析 —入射条件と解析周波数の設定について—

透過損失  
板ガラス

数値解析  
連成系

遮音

正会員  
同  
同

○ 江川 健一 \*  
大嶋 拓也 \*\*  
佐久間 哲哉 \*\*\*

## 1. はじめに

筆者らは音響振動連成解析による板の遮音性能解析を行ってきたが[1-3]、近年計算機性能の向上に伴って窓ガラスを対象としてコインシデンス周波数を含む高周波数域までの計算が可能となりつつある。本報では窓ガラスの1/3 オクターブ帯域音響透過損失値を計算する際に問題となる音波入射条件及び解析周波数の設定について検討を行う。特に、板ガラスの寸法及び損失係数との関係、コインシデンス限界周波数との関係に着目して考察を行う。

## 2. 解析手法と解析対象

(1) 解析モデル 図1に示すように、無限大剛バフル中に固定支持された板材に単位振幅平面波が入射する3次元音響透過モデルを想定する(バフルの厚みは特に考慮しない)。平面波の入射角に関しては音場入射条件( $0 \leq \theta \leq 78^\circ$ )またはランダム入射条件( $0 \leq \theta \leq 90^\circ$ )において概ね均等に全方位を離散化し、各入射角における透過率の重み付き平均により透過損失値を算定する。詳細については文献[1]を参照。

(2) 解析手法 板振動系には薄板モデルに有限要素法を適用し、音響系には板の両面音圧差に関する積分方程式に境界要素法を適用する。両者を連成させて解くことにより板の振動速度分布を算出する。そして後処理により表面音圧を計算した上で、透過インテンシティを求める。最終的に、板全面からの放出される透過パワーを求め、各入射角における透過率を算出する。詳細については文献[2]を参照。

(3) 解析対象 解析対象は単層板ガラスとした。また、各物性値は密度  $2500 \text{ kg/m}^3$ 、ヤング率  $7.5 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ 、ポアソン比  $0.22$  とした。寸法  $y$  方向長さ  $0.9 \text{ m}$ 、板厚  $10 \text{ mm}$  を固定とし、 $x$  方向長さ  $a$ 、損失係数  $\eta$  を表1の通り変化させた。なお、コインシデンス限界周波は  $f_c = 1160 \text{ Hz}$  である。

## 3. 結果と考察

(1) 入射条件に関する検討 図2に離散方位幅2水準( $\Delta\theta_{ij} = 3, 6 \text{ [deg]}$ )における音場入射およびランダム入射時における透過損失を示す( $a = 0.9 \text{ m}$ 、 $\eta = 0.002$ )。第一に、離散方位幅の影響は  $f_c$  以上でもほとんど現れなかった。第二に、音場入射とランダム入射における透過損失の比較では、低周波数域において  $2 \text{ dB}$  程度の系統的な差が生じているが、 $f_c$  以上では差が現れないことが

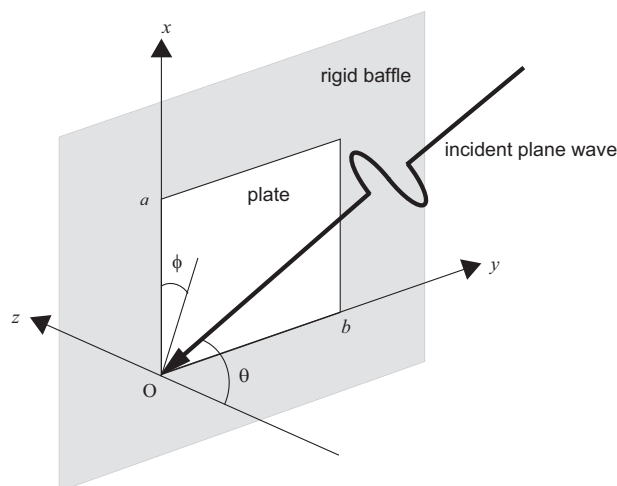


Fig. 1 Geometry of the 3D sound transmission model.

Table 1 Parametric properties of glass plates.

$x$ -width  $a = 0.9, 1.215 \text{ [m]}$ ; damping  $\eta = 0.002, 0.06$

わかる。なお、以降の解析では  $\Delta\theta_{ij} = 6 \text{ deg}$  としてランダム入射透過損失を算出する。

(2) 解析周波数に関する検討 1/3 オクターブ帯域透過損失値を算出する場合の、解析周波数の離散化幅について検討する。文献[3]では定差幅の検討を行っていたが、ここでは定比幅を前提として、1/6, 1/12, 1/24, 1/48 オクターブ帯域の中心周波数の解析結果から、1/3 オクターブ帯域値を算出した。図3~6に表1の各条件の下での解析結果を示す。図4, 6に示すとおり、パテ支持程度を仮定した損失係数  $0.06$  の場合、板寸法によらず1/12 オクターブではほぼ収束することがわかる。これは板共振が抑制されるためと考えられる。一方、図3, 5に示すとおり、ガラス内部損失程度を仮定した損失係数が  $0.002$  の場合、特に  $f_c$  以下では1/48 オクターブでも収束にいたらない場合がある。これは板共振に起因する透過損失の狭帯域なディップによる寄与が顕著となるためと考えられる。ただし、周波数が高くなるにつれて比較的早く収束する傾向が見られる。

## 4. まとめ

波動音響数値解析に基づく音響透過損失計算の際、平面波の入射角離散化幅については  $f_c$  以上も含めて  $6 \text{ deg}$  で十分であることが確認された。また、音場入射条件で



はランダム入射条件に比べて  $f_c$  以下において約 2 dB 値が大きくなることがわかった。解析周波数の離散化については、損失係数が周辺支持条件などである程度大きい場合には、1/12 オクターブ毎の解析により算出可能であった。しかしながら、周辺支持による損失が非常に小さい場合には、 $f_c$  以下では板共振による寄与が顕著となるため、1/48 オクターブ毎の解析でも不十分となる可能性が示唆された。

#### 参考文献

- [1] 佐久間, 大嶋, AIJ 梗概集 D- I , pp.109-110, (2001. 9).
- [2] 佐久間, 大嶋, 音講論集(秋), pp.687-688, (2000. 9).
- [3] 大嶋, 佐久間, AIJ 梗概集 D- I , pp.111-112, (2001. 9).

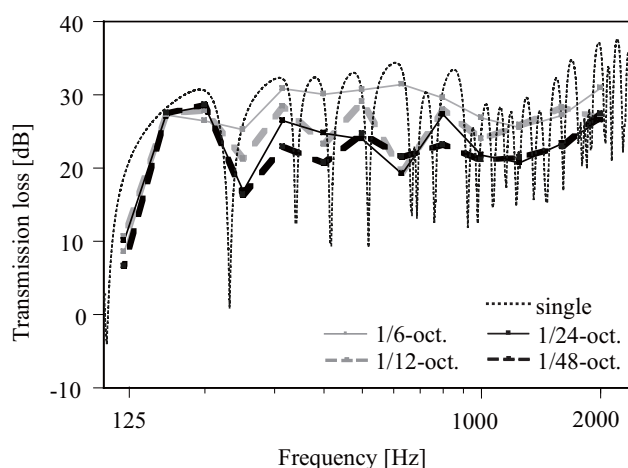


Fig. 3: 1/3-oct-band transmission loss calculated from the values at 1/6, 1/12, 1/24 and 1/48 oct-band center frequencies ( $a = 0.9$ ,  $\eta = 0.002$ ).

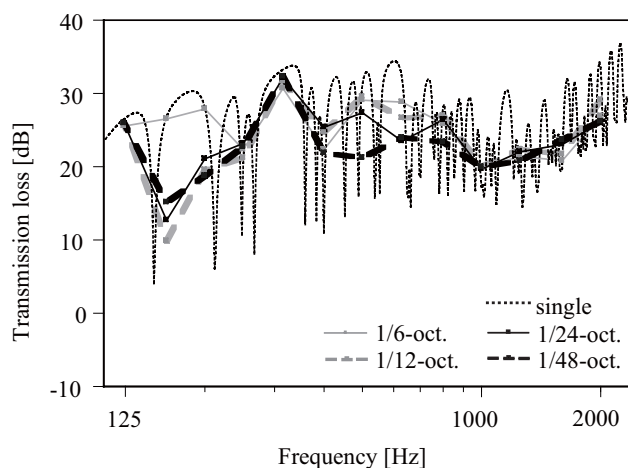


Fig. 5: 1/3-oct-band transmission loss calculated from the values at 1/6, 1/12, 1/24 and 1/48 oct-band center frequencies ( $a = 1.215$ ,  $\eta = 0.002$ ).

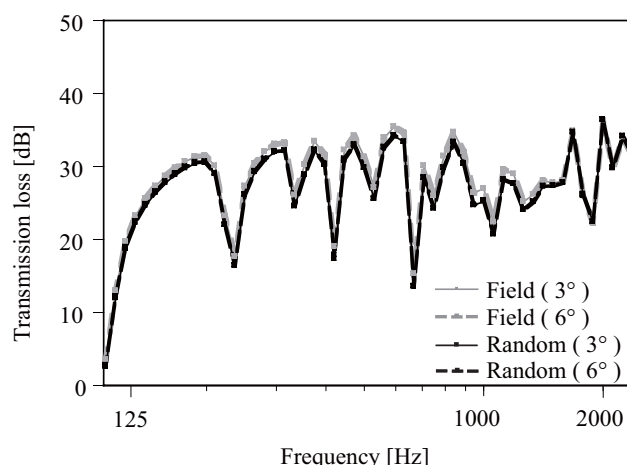


Fig. 2: Effect of the incidence angle step  $\Delta\theta_{ij}$  to field /random incidence transmission loss ( $a = 0.9$ ,  $\eta = 0.002$ ).

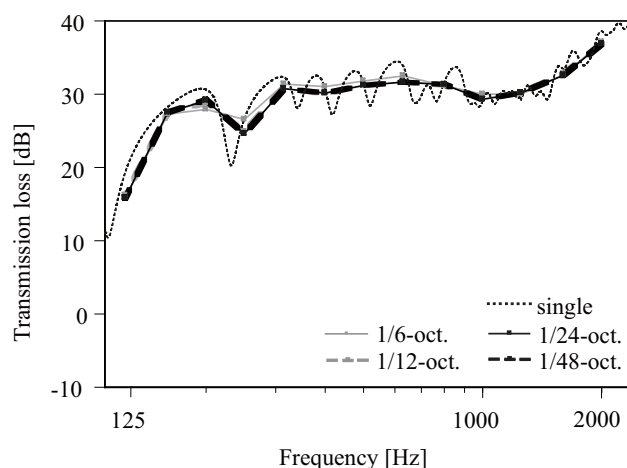


Fig. 4: 1/3-oct-band transmission loss calculated from the values at 1/6, 1/12, 1/24 and 1/48 oct-band center frequencies ( $a = 0.9$ ,  $\eta = 0.06$ ).

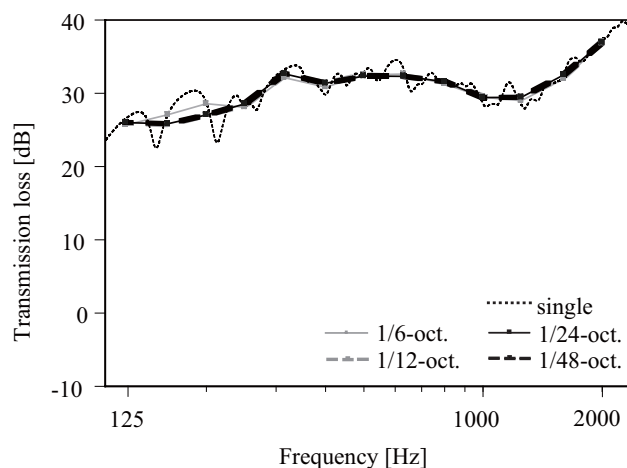


Fig. 6: 1/3-oct-band transmission loss calculated from the values at 1/6, 1/12, 1/24 and 1/48 oct-band center frequencies ( $a = 1.215$ ,  $\eta = 0.06$ ).

\* 東京大学大学院新領域創成科学研究科社会文化環境学専攻 修士課程

\*\* 新潟大学工学部 助教・博士 (環境学)

\*\*\* 東京大学大学院新領域創成科学研究科社会文化環境学専攻 准教授・博士 (工学)

\*Dep. Socio-Cultural Env. Stud., Grad. Sch. of Frontier Sci., Univ. of Tokyo

\*\* Assis. Prof., Fac. of Eng., Niigata Univ., Ph. D. Env. Stud.

\*\*\* Assoc. Prof., Dep. Socio-Cultural Env. Stud., Grad. Sch. of Frontier Sci., Univ. of Tokyo, Dr. Eng

# 窓ガラスの音響透過損失に関する数値解析

## - 周辺支持部のモデル化 -

正会員

佐久間哲哉 \*

同

安田 洋介 \*\*

同

江川 健一 \*\*\*

遮音

透過損失

ガラス

数値解析

音響振動連成

境界条件

### 1. はじめに

筆者らは薄板の音響振動連成解析により窓ガラスの音響透過損失予測を試みてきた[1,2]。ただし、周辺支持部については便宜的な取扱いとして、板振動場の境界条件に単純支持または固定支持を仮定し、端部損失を板の内部損失として反映させていた。しかしながら、実際にパテやシリコン等で支持された窓ガラスの音響透過現象を模擬するには、周辺支持部のより精緻なモデル化が不可欠となる。本報では一試みとして、周辺支持部にせん断バネおよび回転バネを並置した境界条件を想定し、モデルに関する理論的考察を行う。

### 2. 窓ガラス周辺支持部のモデル化

#### (1) 集中バネモデル

窓ガラスの周辺支持部に関して、図1の通りシール材の弾性体と等価な集中バネモデルを想定する。すなわち、板端部における変位・傾斜に対してせん断バネ・回転バネが各々作用し、端部損失はバネの内部減衰によって生じるものとしている。各バネ定数は次式で表され、以降の検討ではJIS A 1416に規定されているパテ寸法を代入する(幅 $d=15$  [mm]、厚さ $h=5$  [mm])。

$$\text{せん断バネ定数: } k_q = \frac{2E_s(1+j\eta_s)d}{h}$$

$$\text{回転バネ定数: } k_m = \frac{E_s(1+j\eta_s)d^3}{6h}$$

ただし、シール材のヤング率 $E_s$ 、損失係数 $\eta_s$ である。

#### (2) 板振動場の境界条件

薄板理論に基づく板振動場上記モデルを導入すると、境界条件は以下の二式により与えられる。

$$\text{せん断力の釣り合い: } D \frac{\partial^3 w}{\partial n^3} = -k_q w \quad (1)$$

$$\text{モーメントの釣り合い: } D \frac{\partial^2 w}{\partial n^2} = k_m \frac{\partial w}{\partial n} \quad (2)$$

ただし、板の変位 $w$ 、 $\partial/\partial n$ は境界上の内向き法線方向微分を表し、板材の曲げ剛性 $D=E(1+j\eta)t^3/12(1-\nu^2)$ (ヤング率 $E$ 、ポアソン比 $\nu$ 、損失係数 $\eta$ 、板厚 $t$ )である。

#### (3) 板振動場の離散化

有限要素法による板振動場の離散化ではACM四角形要素を用い、上記の境界条件を導入すると、端部の各バネに対応する剛性マトリクス( $[K_q]$ ,  $[K_m]$ )が加わった全体マトリクス方程式が得られる。

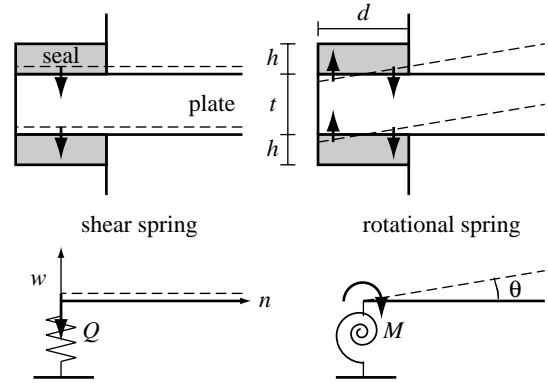


Fig. 1: Numerical model of the edge support system.

$$([K] - [K_q] - [K_m] - \omega^2[M]) \begin{Bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = [Q] \{\Delta p\} \quad (3)$$

ただし、 $\{\Delta p\}$ は板両面の音圧差ベクトルである。

### 3. 周辺支持モデルに関する理論的考察

#### (1) 板および端部のインピーダンス

板端部のせん断バネ・回転バネは次の二つのインピーダンス[3]に相当する。

$$\text{機械インピーダンス: } Z_q = \frac{Q}{v} = \frac{Q}{j\omega w} = \frac{k_q}{j\omega}$$

$$\text{モーメントインピーダンス: } Z_m = \frac{M}{\gamma} = \frac{M}{j\omega \theta} = \frac{k_m}{j\omega}$$

一方、板の屈曲波の固有インピーダンス[4]は波数 $k_b$ に対して $Z_{q0}=Dk_b^3/\omega$ および $Z_{m0}=Dk_b/\omega$ となる。

#### (2) 板端部のエネルギー損失

直線状の屈曲波が無限長の境界に対して垂直に入射する場合を想定すると、1次元問題の理論解より入射波に対する反射波の振幅比は次式で表される。

$$r = \frac{-j - (1-j)z_q + (1+j)z_m - jz_qz_m}{1 + (1-j)z_q + (1+j)z_m + z_qz_m} \quad (4)$$

ただし、 $z_q = Z_q/Z_{q0}$  ( $\propto \omega^{-3/2}$ )、 $z_m = Z_m/Z_{m0}$  ( $\propto \omega^{-1/2}$ )であり、反射波についてはエネルギー伝搬のない境界近接波を除いている。従って、板端部における垂直入射時のエネルギー吸収率は $a = 1 - |r|^2$ として与えられる。

#### (3) ケーススタディ

ガラス板厚とシール材の物性値を次の通り変化させた場合の端部吸収率の周波数特性を図2に示す。

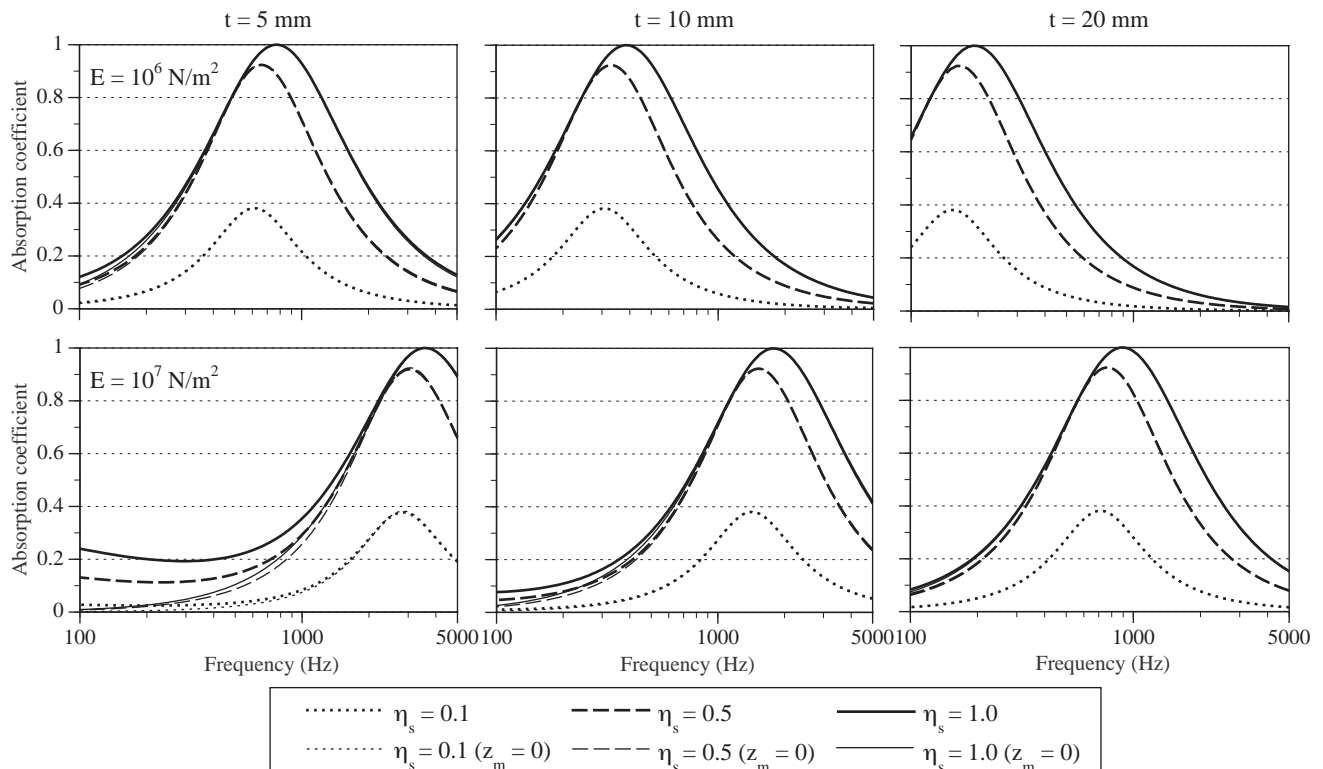


Fig. 2: Frequency characteristics of the normal-incidence absorption coefficients of the edge support models. The thick lines for the model with shear and rotational springs, the thin lines for the model with only shear spring.

・ガラス板： $t = 5, 10, 20$  [mm]

・シール材： $E_s = 10^6, 10^7$  [N/m<sup>2</sup>],  $\eta_s = 0.1, 0.5, 1.0$

シール材はパテやシリコンを想定し、ガラスの物性値は  $E = 7.5 \times 10^{10}$  [N/m<sup>2</sup>],  $\nu = 0.22$ ,  $\eta = 0.002$  とした。吸収率は明確なピークを持ち、その周波数は板が薄いほど、またシール材が硬いほど高音側に移動している。ピーク値は  $\eta_s = 0.5$  で  $a = 0.9$  に達し、 $\eta_s = 1$  では  $a = 1$  となっている。図中、回転バネを無視した場合の結果も示したが、板厚 5mm かつ硬いシール材の低音域のみで差が生じており、それ以外では回転バネの影響が殆どないことがわかる。図 3 にシール材の  $|z_q|$ ,  $|z_m|$  ( $\eta_s = 0$  の時) を示すが、 $|z_m|$  が 1 を大きく下回ることにも対応する。

#### (4) セン断バネモデル

回転バネを無視したモデルを想定すると、式(4)から端部吸収率は  $a = 2\text{Re}(z_q)/|z_q + 0.5(1+j)|^2$  と表される。 $\eta_s = 1$  では  $z_q = 0.5(1-j)$  の時に無反射となり、図 2 のピーク周波数と図 3 の  $|z_q| = 0.5$  の周波数はほぼ一致している。

#### 4. まとめ

窓ガラスの周辺支持モデルとしてせん断バネと回転バネを並置したモデルを想定し、屈曲波の垂直入射時における端部損失について検討を行った。結果として、回転バネの影響はガラス板が薄くシール材が硬い場合に低音域で若干生じるものの、せん断バネの影響が支配的であ

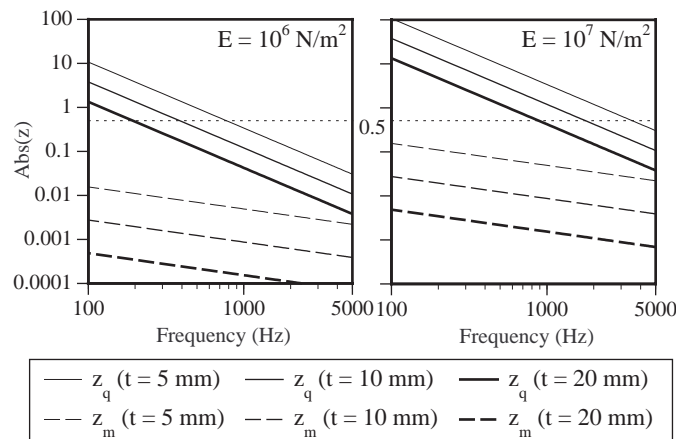


Fig. 3: Absolute values of normalized impedance of the shear and rotational springs without damping.

ることが確認された。今後、斜入射時およびランダム入射時の挙動を解明した上で、エネルギー吸収率の実測値からモデル中のパラメータの同定を試みたい。

#### 参考文献

- [1] T. Sakuma et al., Acoust. Soc. Tech. 22, 367-369 (2001)
- [2] 江川他, 建築学会大会梗概1, 91-92 (2007)
- [3] L. Cremer & M. Heckl, Structure-Borne Sound (Springer-Verlag, New York, 1973)
- [4] 岩谷他, 音響学会誌6, 243-248 (2000)

\* 東京大学大学院新領域創成科学研究科 准教授・博(工)  
 \*\* 同 特任研究員・博(工)  
 \*\*\* 同 修士課程・学(工)

\* Prof., Grad. Sch. of Eng., Univ. of Tokyo, Dr. Eng.  
 \*\* Res. Fellow, Grad. Sch. of Eng., Univ. of Tokyo, Dr. Eng.  
 \*\*\* Grad. Student, Grad. Sch. of Eng., Univ. of Tokyo, B. Eng.



# 窓ガラスの音響透過損失に関する数値解析 —周辺支持部の物性値の影響について—

遮音                      透過損失                      ガラス  
数値解析                      音響振動連成

正会員                      ○ 江川 健一<sup>\*1</sup>  
同                      安田 洋介<sup>\*2</sup>  
同                      佐久間 哲哉<sup>\*3</sup>

## 1. はじめに

窓ガラスの遮音性能予測に向けた音響振動連成解析において、板振動系のエネルギー損失、特に周辺支持部における損失を精度良く反映する必要がある。前報[1]では窓ガラスの周辺支持部にせん断バネと回転バネを並置した境界条件を想定し、屈曲波の垂直入射時における端部損失について理論的考察を行った。本報では数値解析を通して周辺支持部のシール材の物性値が音響透過損失に及ぼす影響を考察する。

## 2. 解析手法

既報[2]同様、解析モデルとして無限大剛バフル中の板材に単位振幅平面波が入射する問題を想定する。音場の入射側と透過側に関しては、板両面の音圧差  $\Delta P$  と振動変位  $w$  との関係で表される。

$$\{\Delta P\} = 2\{p_d\} + 4\omega^2 \rho_0 [G] \{w\} \quad (5)$$

ただし、入射音圧ベクトル:  $\{p_d\}$ , 空気密度:  $\rho_0$  である。

上式を、前報の式 (3) と連立すると以下の連成系マトリクス方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} [K] - [K_q] - [K_m] - \omega^2 [M] - 4\omega^2 \rho_0 [G] & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = 2 [Q] \{p_d\} \quad (6)$$

ただし、 $[K_q]$ ,  $[K_m]$  は周辺支持部のせん断バネ、回転バネに対応する剛性マトリクスである。

板の振動密度分布を算出し、板全面からの透過パワーを求め、入射角の統計平均によりランダム入射透過損失を算出する。なお解析は 1/24 オクターブ帯域中心周波数で計算し、1/3 オクターブ帯域値を算出する[2]。

## 3. 解析対象

表 1, 2 の通りガラス板は板厚 3 水準を設定し、寸法 0.9 [m] × 0.9 [m]、物性値は一定とした。シール材は前報同様 JIS A 1416 に従い、寸法は幅  $d = 15$  [mm]、厚さ  $h = 5$  [mm]とし、文献[3]を参考にヤング率 2 水準、損失係数 4 水準を考えた。

Table 1 Properties of glass plate.

0.9 [m] × 0.9 [m];  $t = 5, 10, 20$  [mm]

$E = 7.5 \times 10^{10}$  [N/m<sup>2</sup>];  $\rho = 2500$  [kg/m<sup>3</sup>];  $\nu = 0.22$ ;  $\eta = 0.002$

Table 2 Properties of seal.

$d = 0.015$  [m];  $h = 0.005$  [m]

$E_s = 10^6, 10^7$  [N/m<sup>2</sup>];  $\eta_s = 0, 0.1, 0.5, 1.0$

## 4. 結果と考察

### (1) 損失係数の影響

単一周波数における解析結果を図 2 に、1/3 オクターブ帯域値を図 3 に示す。全体的にコインシデンス限界周波数( $f_c$ )以上では、端部損失の影響が大きく特に固いシール材の場合でより顕著となっている。ヤング率に比例して端部の実インピーダンスが大きくなることと関連していると考えられる。

一方  $f_c$  以下では軟らかいシール材の場合で端部損失による共振のディップの緩和が若干大きく見える。

### (2) 回転バネの影響

図 4 に回転バネを無視した場合の透過損失の差を示す(板厚  $t = 10$  [mm])。硬いシール材では低音域で差が生じているものの  $\eta_s = 0$  を除くと 2 dB 以内に収まっており、軟らかいシール材では  $\eta_s$  によらず差が見られない。これはせん断バネの影響が支配的であるという前報での考察と対応している。

## 5. まとめ

単層板ガラスの音響透過損失について周辺支持モデルとしてせん断バネと回転バネを並置したモデルにシール材の物性値を与えてパラメトリックスタディを行った。その結果、シール材のヤング率の増加により板の固有周波数におけるディップが深くなること、 $f_c$  以上で損失によるディップの減衰が非常に大きくなること、また回転バネが透過損失の 1/3 オクターブ帯域値に与える影響が小さいことが確認できた。

### 参考文献

- [1] 佐久間他, AIJ 梗概集 D-I, (2008)
- [2] T. Sakuma et al., Acoust. Soc. Tech. 22, 367-369 (2001)
- [3] INCE, J 編, 騒音制御工学ハンドブック, 技報堂出版, (2001)

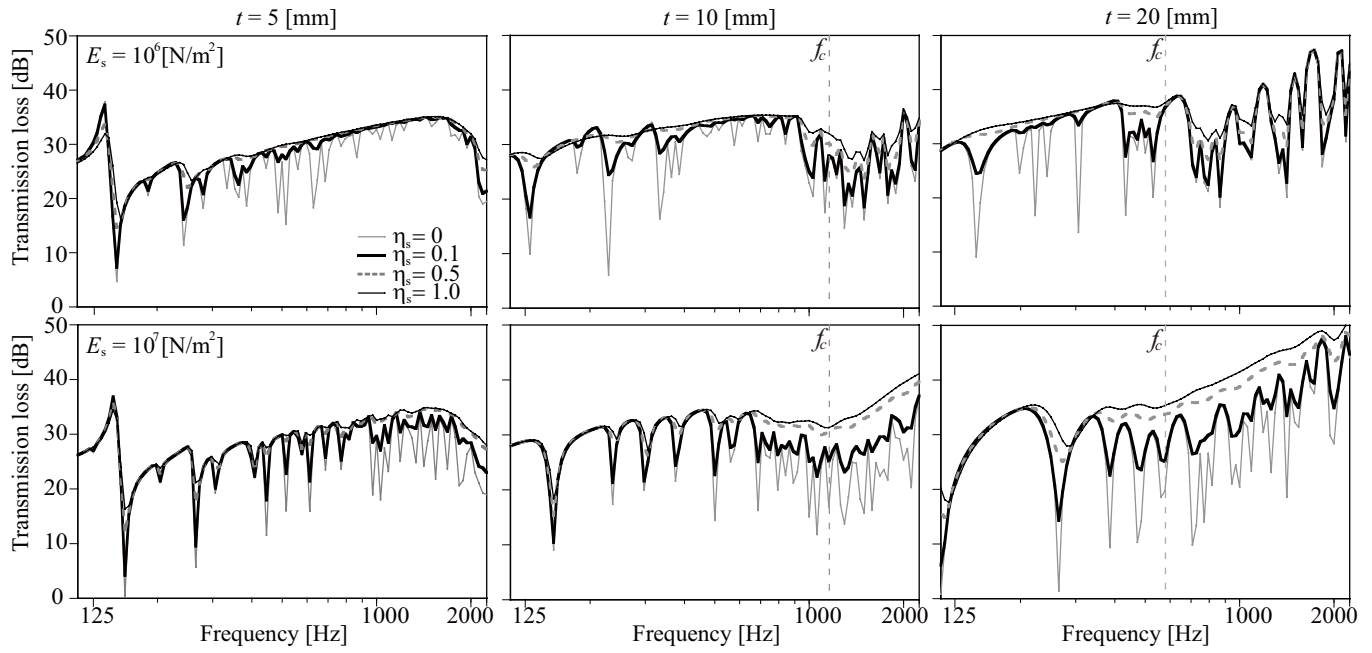


Fig. 2: Effect of the damping factor on the random incidence transmission loss (single frequencies).

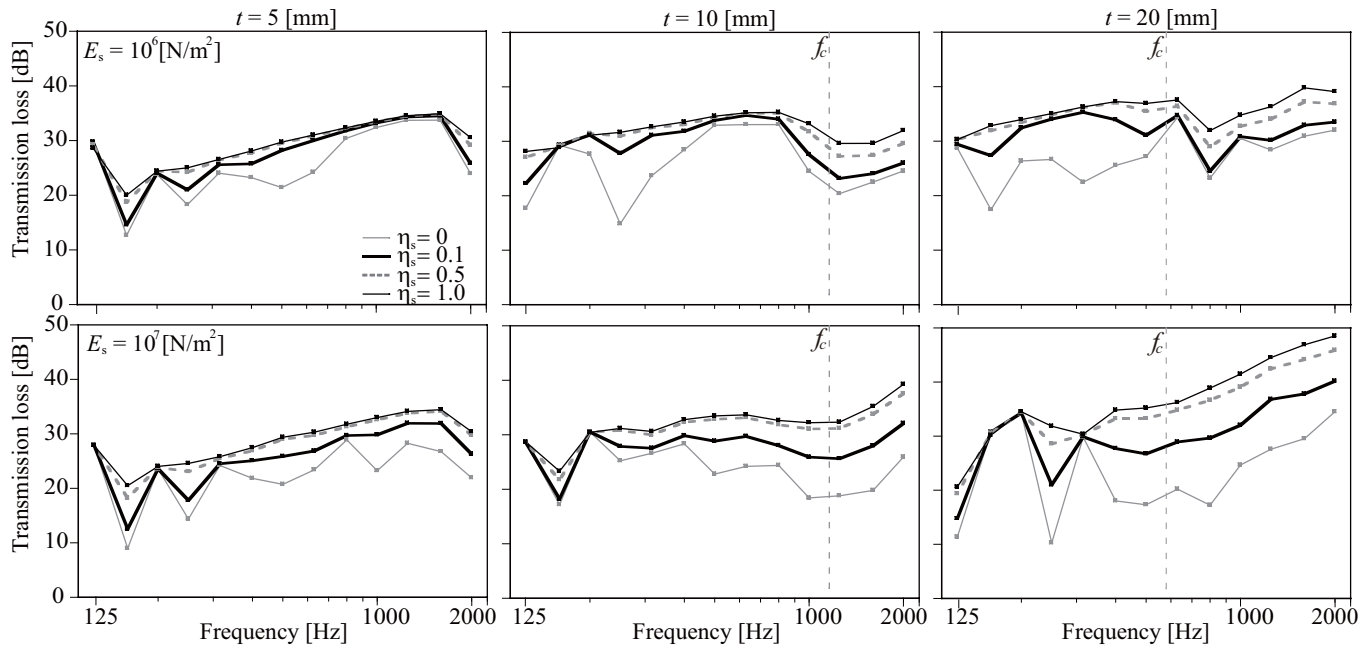


Fig. 3: Effect of the damping factor on the random incidence transmission loss (1/3-oct-bands).

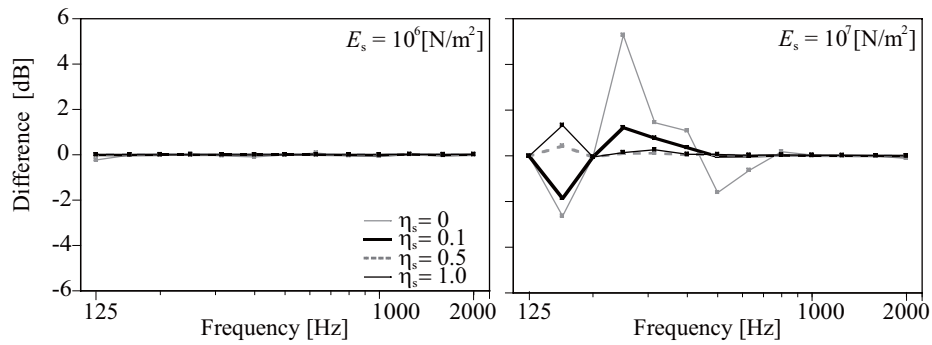


Fig. 4 : Difference of 1/3-oct-band transmission loss caused by neglecting rotational springs ( $t = 10$  mm).

\*1 東京大学大学院新領域創成科学研究科 修士課程  
 \*2 同 特任研究員・博 (環境)  
 \*3 同 准教授・博 (工)

\*1 Grad. Student., Grad. Sch. of Frontier Sci., Univ. of Tokyo.  
 \*2 Project Researcher, ditto, Dr. Environ.  
 \*3 Assoc. Prof., ditto, Dr. Eng.

# Numerical Analysis of Sound Transmission Loss of Glass Pane - On the Treatment of Edge Damping -

Tetsuya Sakuma<sup>a</sup>, Kenichi Egawa<sup>b</sup>, Yosuke Yasuda<sup>c</sup>

<sup>a, b, c</sup> Graduate School of Frontier Sciences, University of Tokyo  
5-1-5 Kashiwanoha, Kashiwa-shi, Chiba 277-8563, Japan

## ABSTRACT

In order to simulate sound insulation performance of window systems, a numerical model for vibro-acoustic analysis is tested considering the support condition of glazing edges. In the model, a glass pane is mounted in an infinite rigid baffle, and a plane acoustic wave is incident upon one side of the pane. A structural FEM is used for the glass pane based on the classical thin plate theory, while the acoustic BEM is used for the incident and the transmitted sound fields. For simulating a realistic support condition of putty, two kinds of springs, shear spring and rotational spring, are given to the edges with certain damping factors, respectively. A numerical study is done to investigate the influence of the support condition on the random-incidence sound reduction index, where the complex constants of the two springs are systematically changed for glass panes of various sizes and thicknesses. Furthermore, the support condition is theoretically discussed by formulating the characteristics of energy absorption on the edge in the bending wave field.

## 1 INTRODUCTION

In the previous study [1, 2], a numerical method of vibro-acoustic coupling analysis, using structural FEM - acoustic BEM, had been applied to prediction of sound insulation performance of glass panes. At the time, due to the limitation of computational cost, random-incidence transmission loss could be calculated for a glass pane of about 1 m<sup>2</sup> up to about 1 kHz, while nowadays calculation in the full frequency range is almost practicable.

However, there remains an important problem how to deal with support condition of glazing edges which strongly affects sound transmission loss. Some measurement results on edge damping has been reported in [3, 4], where the boundary absorption coefficients for a peripheral length were estimated from the total loss factors of a variety of glass panes with putty and silicone mounting. One way is to simulate the measured boundary absorption coefficient by giving some boundary condition empirically, and another is to simulate the realistic behavior of elastic mounting with some numerical model.

In this paper, a simplified boundary condition for glazing edges is introduced in the above numerical method, where two kinds of equivalent springs for shear and for rotation are given in relation to the complex Young's modulus of a sealing material. A numerical study is done to

---

<sup>a</sup> Email address: sakuma@k.u-tokyo.ac.jp

investigate the influence of the support condition on the random-incidence sound reduction index, where the complex constants of the two springs are systematically changed for glass panes of various sizes and thicknesses. Furthermore, the support condition is theoretically discussed by formulating the characteristics of energy absorption on the edge in the bending wave field.

## 2 MODELING OF GLAZING EDGE SUPPORT

A lumped spring model is considered to simulate the support condition of glass panes. This simple model gives the boundary condition of bending wave field, which is finally reflected as the boundary stiffness matrices in the structural FEM analysis.

### 2.1 Lumped Spring Model

As shown in Figure 1, a lumped spring model that is equivalent to the elastic behavior of a sealing material is introduced for glazing edge support. In the model, it is assumed that a shear spring and a rotational spring respectively react against the displacement and the slope of the glass pane on the edge, and edge damping results from the internal damping of the springs. The constants of the two kinds of springs are given by

$$\text{shear stiffness: } k_q = \frac{2E_s(1 + j\eta_s)d}{h}, \quad (1)$$

$$\text{rotational stiffness: } k_m = \frac{E_s(1 + j\eta_s)d^3}{6h}, \quad (2)$$

where  $E_s$  is the Young's modulus,  $\eta_s$  is the loss factor,  $d$  and  $h$  are the depth and the thickness of the sealing material, respectively. In the following, the size of sealing is fixed at  $d = 15$  [mm] and  $h = 5$  [mm] according to ISO 140-3 [5].

Based on the classical thin plate theory, the boundary condition of bending wave field is expressed by the following two equations:

$$\text{shear force balance: } D \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial n^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial l^2} \right) = -k_q w, \quad (3)$$

$$\text{moment balance: } D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial n^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial l^2} \right) = k_m \frac{\partial w}{\partial n}, \quad (4)$$

where  $w$  is the displacement of a plate,  $\partial/\partial n$  and  $\partial/\partial l$  are normal and tangential derivative on the boundary, respectively, the bending stiffness  $D = E(1+j\eta)t^3/12(1-\nu^2)$  ( $E$ : Young's modulus,  $\nu$ : Poisson's ratio,  $\eta$ : loss factor,  $t$ : thickness of the plate).

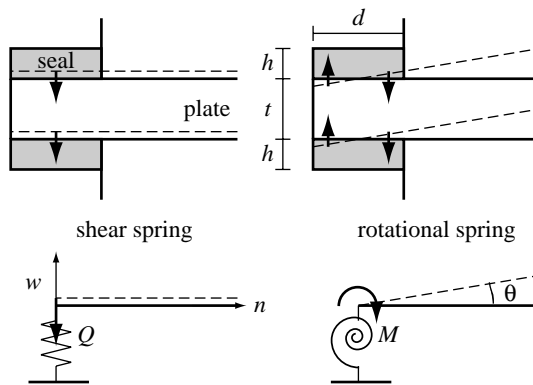


Figure 1: Numerical model of the edge support system.

## 2.2 Discretization of a Plate Vibration Field

A structural FEM is applied to the vibration field of a thin plate, using ACM quadrangle elements. Considering the boundary condition in Equations (3) and (4), the following discrete linear system can be obtained.

$$([K] + [K_q] + [K_m] - \omega^2[M]) \begin{Bmatrix} \mathbf{w} \\ \boldsymbol{\theta}_x \\ \boldsymbol{\theta}_y \end{Bmatrix} = [Q]\{\Delta p\}, \quad (5)$$

where  $\{\mathbf{w}\}$ ,  $\{\boldsymbol{\theta}_x\}$  and  $\{\boldsymbol{\theta}_y\}$  are the vectors of displacement and of x, y-directional slopes, respectively,  $\{\Delta p\}$  is the vector of sound pressure difference between the two sides.  $[K]$ ,  $[M]$  and  $[Q]$  are the elastance, the inertance and the conformation matrices for the plate [1]. In addition,  $[K_q]$  and  $[K_m]$  are the boundary stiffness matrices for shear and for rotational springs, respectively.

## 3 THEORETICAL CONSIDERATION ON THE EDGE SUPPORT MODEL

In order to clarify the damping effect in the lumped spring model, the relation of the springs to energy absorption is theoretically discussed by formulating the characteristics of energy absorption on the edge in the bending wave field.

### 3.1 Impedance of a Plate and of Edges

Regarding the shear spring and the rotation spring in the above model, the following two kinds of impedance [6] are defined on the edge of a plate.

$$\text{mechanical impedance: } Z_q = \frac{Q}{v} = \frac{Q}{j\omega w} = \frac{k_q}{j\omega}, \quad (6)$$

$$\text{moment impedance: } Z_m = \frac{M}{\gamma} = \frac{M}{j\omega\theta} = \frac{k_m}{j\omega}, \quad (7)$$

On the other hand, the characteristic impedances of a bending wave propagating in one direction are expressed as  $Z_{q0} = Dk_b^3/\omega$  and  $Z_{m0} = Dk_b/\omega$ , respectively ( $k_b = \sqrt[4]{\rho t/D} \sqrt{\omega}$ : wave length,  $\rho$ : density of the plate) [7]. Finally, the impedance ratios of the springs to the bending wave have the relations that  $z_q = Z_q/Z_{q0} \propto \omega^{-3/2}$  and  $z_m = Z_m/Z_{m0} \propto \omega^{-1/2}$ .

### 3.2 Energy Loss on Edges

Considering that a plane bending wave is normally incident on the infinitely long edge, the solution is accordance with the theoretical one for a bending wave in a semi-infinite beam. The one-dimensinal solution for the above boundary condition gives the amplitude ratio of incidence wave to reflection wave as

$$r_0 = \frac{-j - (1-j)z_q + (1+j)z_m - jz_q z_m}{1 + (1-j)z_q + (1+j)z_m + z_q z_m}, \quad (8)$$

provided that a near-field wave is excluded [7]. Here, the normal-incidence energy absorption coefficient on the edge is given by  $a_0 = 1 - |r_0|^2$ .

If the influence of the rotational spring is negligible, the normal-incidence absorption coefficient is simply expressed by

$$a_0 = \frac{2 \operatorname{Re}(z_q)}{\left| z_q + \frac{1+j}{2} \right|^2}, \quad (9)$$

where assuming  $z_m = 0$ . Regarding the shear stiffness in Equation (1), the impedance ratio is written by  $z_q = \bar{z}_q(\eta_s - j)$ . If the loss factor of the sealing material  $\eta_s$  is regarded as a constant,

the absorption coefficient takes a maximum value that

$$a_{\max} = \frac{2\eta_s}{\sqrt{2(1 + \eta_s^2) + \eta_s} - 1}, \quad (10)$$

at a frequency satisfying  $\bar{z}_q = 1/\sqrt{2(1 + \eta_s^2)}$ .

### 3.3 Case Study

Using the above theoretical formulations, the frequency characteristics of the normal-incidence absorption coefficients are calculated with changing the following properties:

- glass:  $t = 5, 10, 20$  [mm] ( $\rho = 2500$  [kg/m<sup>3</sup>],  $E = 7.5 \times 10^{10}$  [N/m<sup>2</sup>],  $\nu = 0.22$ ,  $\eta = 0.002$ )
- sealing:  $E_s = 10^6, 10^7$  [N/m<sup>2</sup>],  $\eta_s = 0.1, 0.5, 1.0$

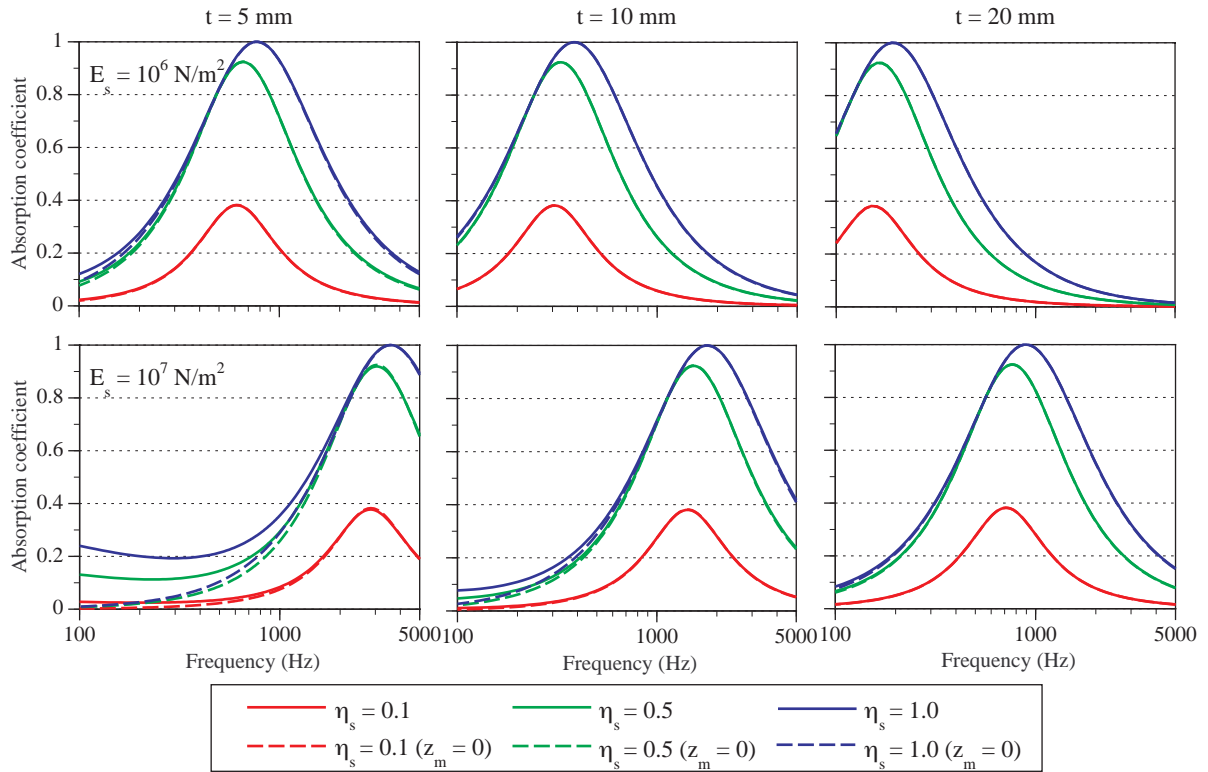


Figure 2: Frequency characteristics of the normal-incidence absorption coefficients of the edge. The thick lines for the model with shear and rotational springs, the thin lines for the model with only shear springs.

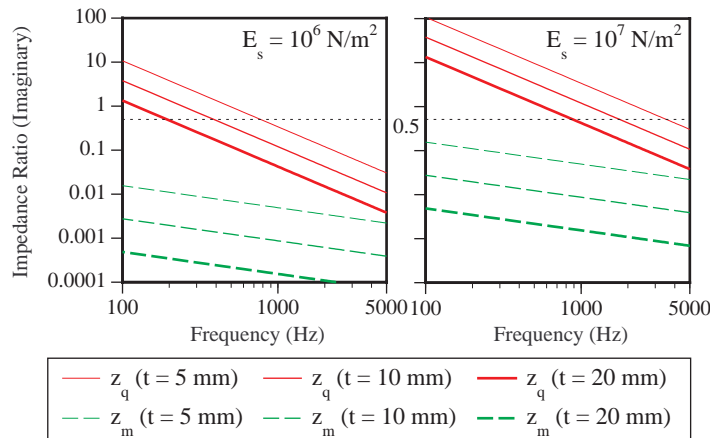


Figure 3: Imaginary parts of impedance ratio of the shear and rotational springs.

Figure 2 shows the results for the model with shear and rotational springs, and also for another model with only shear springs. In all cases, one distinctive peak can be seen, and the peak frequency becomes higher as the glass pane is thinner, and as the sealing material is harder. The peak value for  $\eta_s = 0.5$  reaches  $\alpha = 0.9$ , while perfect absorption occurs for  $\eta_s = 1.0$  as confirmed by Equation (9). Comparing the results for the two models, the influence of the rotational spring can be seen only in the case with the glass 5 mm thick at low frequencies. Figure 3 shows the imaginary values of impedance ratios of the shear and the rotational springs. Generally, the values of the rotational spring are very small, which explains the above results. Regarding the shear spring, it is seen that the frequencies at which  $\bar{z}_q = 0.5$  correspond with the peak frequencies for  $\eta_s = 1.0$ .

#### 4 NUMERICAL ANALYSIS OF SOUND TRANSMISSION LOSS

A numerical study is done to investigate the influence of the properties in the lumped spring model on the random-incidence sound reduction index, using a method of vibro-acoustic coupling analysis.

##### 4.1 Numerical Model

As shown in Figure 4, consider a sound transmission model where a plane wave is incident upon a glass pane mounted in an infinite rigid baffle. Regarding the acoustic loading on the glass pane, the following discrete system is obtained by using the acoustic BEM [1].

$$\{\Delta \mathbf{p}\} = 2\{\mathbf{p}_d\} + 4\omega^2\rho_0[\mathbf{G}]\{\mathbf{w}\}, \quad (11)$$

where  $\{\mathbf{p}_d\}$  is the vector of incidence sound pressure,  $\rho_0$  is the air density, and  $[\mathbf{G}]$  is the influence matrix determined by the boundary integral of Green's functions. Coupling the above acoustic system with the vibration system represented by Equation (5), the global system is composed as follows:

$$([\mathbf{K}] - [\mathbf{K}_q] - [\mathbf{K}_m] - \omega^2[\mathbf{M}] - 4\omega^2\rho_0[\mathbf{G} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0}]) \begin{Bmatrix} \mathbf{w} \\ \boldsymbol{\theta}_x \\ \boldsymbol{\theta}_y \end{Bmatrix} = 2[\mathbf{Q}]\{\mathbf{p}_d\}. \quad (12)$$

The distribution of displacement is obtained by solving the global system, and finally, the transmitted energy can be calculated for the plane wave of a specific incidence angle. In the following analysis, at every 1/24 octave band center frequency, the random-incidence sound reduction index is calculated by statistical averaging over all incidence angles.

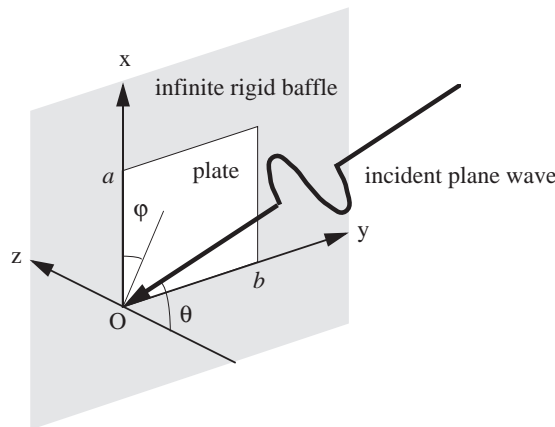


Figure 4: Sound transmission model.



## 4.2 Results and Discussion

Random-incidence sound reduction indices are calculated for the glass panes of two different sizes, a small area 0.9 m x 0.9 m, and a medium area 1.2 m x 1.5 m. The thickness of the glass panes, the Young's modulus and the loss factor of the sealing material are changed as given in Section 2.2. For the thicknesses of 5, 10 and 20 mm, the critical coincidence frequencies are theoretically determined to be 2327, 1164 and 581 Hz, respectively.

Figures 5 and 6 show the single frequency reduction indices for the glass pane of the small size, and the corresponding 1/3 octave band values, respectively. It is seen that, on the whole, the influence of edge damping becomes greater above the critical coincidence frequencies, especially for the harder sealing. This tendency seems to be consistent with the frequency characteristics of absorption coefficients in Figure 2.

Figure 7 shows the results for the glass pane of the medium size with the thickness 10 mm. In addition, comparable results for the small and the medium glass panes are illustrated in Figure 8. The general tendency for the medium size is similar to the above for the small size. However, at low frequencies, smaller fluctuation is seen for the medium size due to higher density of natural frequencies of vibration field. It is also seen that, above the critical frequency, the reduction indices for the medium size are lower, which is considered due to decreasing the total loss factor of the glass pane, with the ratio of the edge length to the surface.

In an additional study, it was seen that, due to neglecting the rotational springs, changes in sound reduction index appear at low frequencies for the harder sealing, but within 2 dB. This result is also in accordance with the theoretical consideration mentioned above, and suggesting that a simple edge support model with only shear springs could be applied to this kind of numerical simulation.

## 5 CONCLUDING REMARKS

For numerical analysis of sound transmission of glass panes, a simple support model for glazing edges was introduced, where two kinds of equivalent springs for shear and for rotation are given in relation to the complex Young's modulus of a sealing material.

Through a theoretical consideration on the edge support model, the frequency characteristics of energy absorption coefficient on the edge were clarified for the realistic glass panes and sealing materials. It is also demonstrated that the influence of the rotational spring appears at low frequencies for thin glass panes and hard sealing material.

Finally, numerical analysis was performed to calculate the random-incidence sound reduction indices for the glass panes of different sizes and thicknesses. Regarding the influence of the edge damping, the tendency generally corresponds with the above theoretical one on the boundary absorption coefficient, and the dependence of the glass size was also observed. Furthermore, the influence of the rotational springs on sound reduction index was considerably small, which suggests that a simple edge model with shear springs would be applicable.

## 6 ACKNOWLEDGEMENT

This project was supported by the Grand-in-Aid for Scientific Research (A) (No. 19206062) from JSPS.



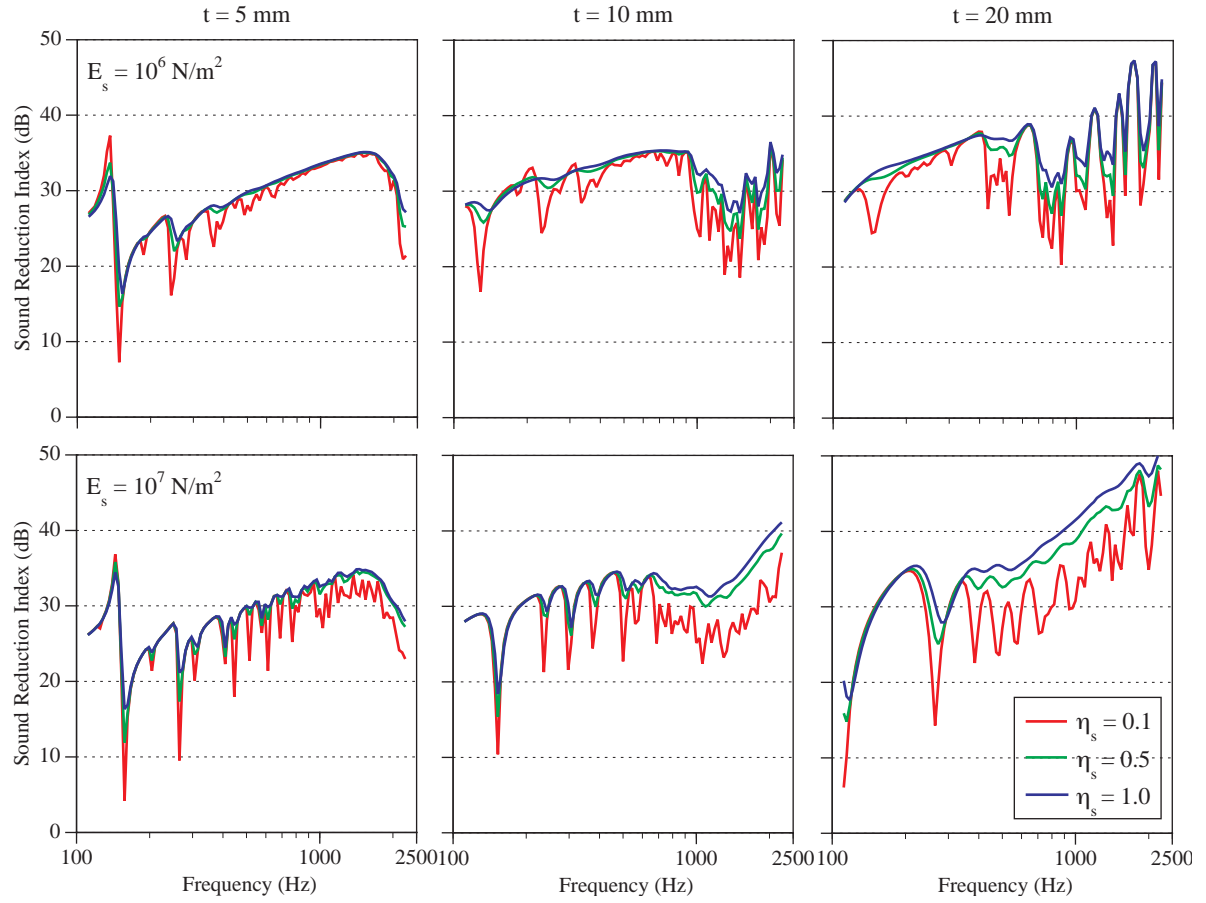


Figure 5: Frequency characteristics of the random-incidence sound reduction index calculated for the glass panes of the size 0.9 m x 0.9 m, and the thickness 5, 10 and 20 mm.

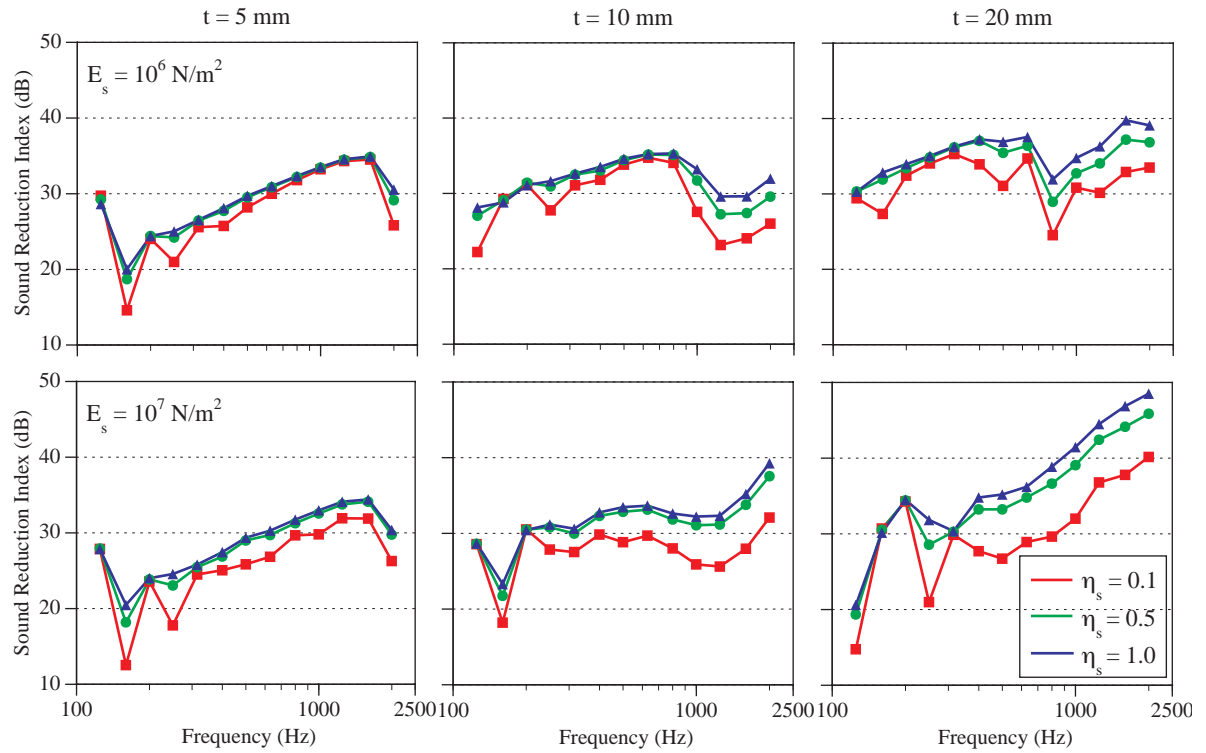


Figure 6: 1/3 octave band values of the random-incidence sound reduction index calculated for the glass panes of the size 0.9 m x 0.9 m, and the thickness 5, 10 and 20 mm, converted from Figure 5.

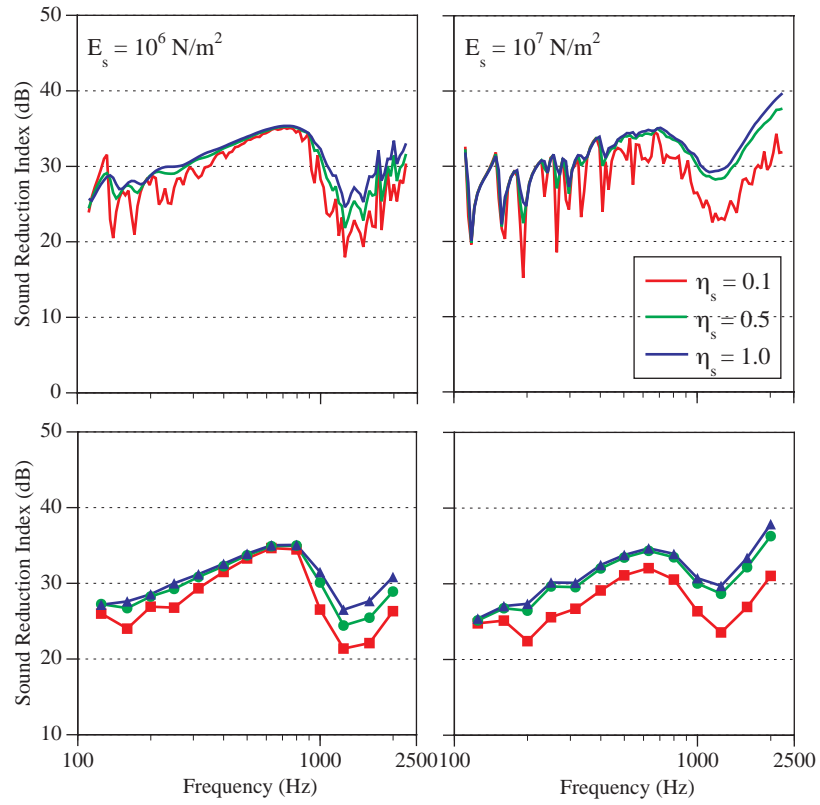


Figure 7: Single frequency values and 1/3 octave band values of the random-incidence sound reduction index calculated for the glass panes of the size 1.25 m x 1.5 m, with the thickness 10 mm.

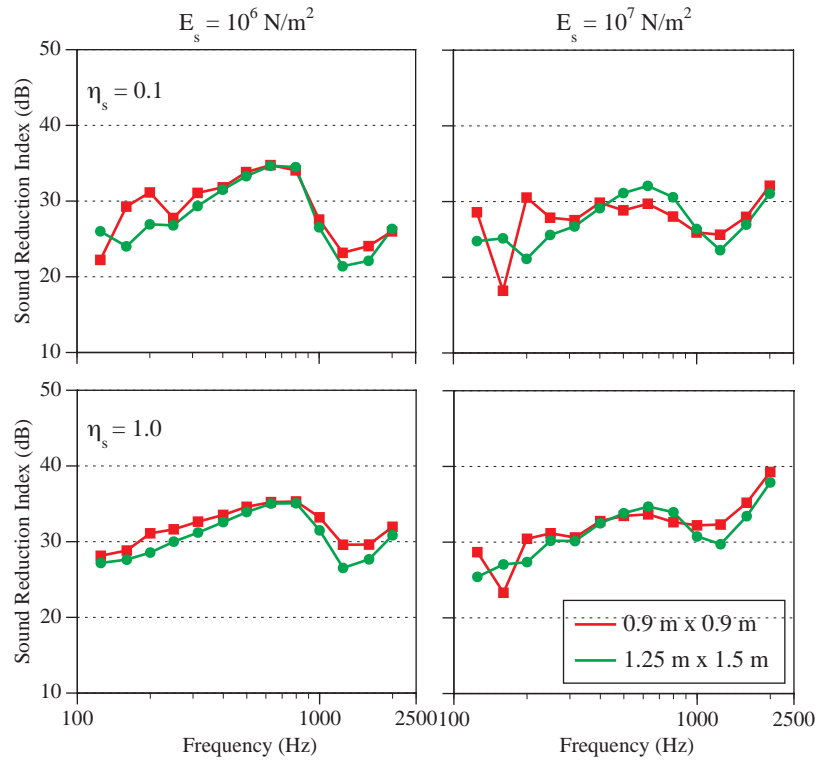


Figure 8: Comparison of 1/3 octave band values of the random-incidence sound reduction index between the two glass panes of the small and the medium sizes, with the thickness 10 mm.

## 7 REFERENCES

- [1] T. Sakuma and T. Oshima, Numerical vibro-acoustic analysis of sound insulation performance of wall members based on a 3-D transmission model with a membrane/plate, *Acoust. Soc. Tech.* Vol.22, pp.367-369 (2001).
- [2] T. Sakuma and T. Oshima, Application of a vibro-acoustic method to prediction of sound insulation performance of building elements, *Proc. Inter-noise 2001 (Hague)*, No.580, (2001).
- [3] J. Yoshimura, S. Sugie and E. Toyoda, Effects of size and edge damping on measurement results for sound reduction index of glass pane, *Proc. Inter-noise 2006 (Hawaii)*, (2006).
- [4] J. Yoshimura, S. Sugie and E. Toyoda, Internal and edge damping effects on sound reduction index measurements of a glass pane, *Proc. Inter-noise 2007 (Istanbul)*, (2007).
- [5] ISO 140-3:1995: Acoustics - Measurement of sound insulation in buildings and of building elements - Part 3: Laboratory measurements of airborne sound insulation of building elements.
- [6] L. Cremer, M. Heckl and B. Petersson, *Structure-Borne Sound, 3rd Ed.* (Springer-Verlag, New York, 2005).
- [7] Y. Iwatani, Y. Suzuki, M. Sakata and T. Sone, Influence of the terminating impedance of a semi-infinite beam on the reflection of bending wave and vibration intensity, *J. Acoust. Soc. Jpn.* Vol. 56, pp.243-248 (2000).



# 窓ガラスの音響透過損失に関する数値解析 — 周辺支持部のエネルギー損失について — \*

○ 佐久間 哲哉 江川 健一 安田 洋介 (東大・新領域)

## 1 はじめに

シール材で支持された窓ガラスの音響透過損失を数値解析により求めるには、周辺支持部の振動エネルギー損失の模倣が重要となる。筆者らは周辺支持部に集中バネモデルを想定し、ガラス板と入射側・透過側音場の連成解析を行ってきた[1,2]。本報では集中バネモデルに加えて弾性連続体モデルも想定し、拡散振動場における端部のエネルギー損失について理論的に考察する。

## 2 ガラス板周辺支持部のモデル化

### 2.1 集中バネモデル

ガラス板周辺のシール材が端部の変位・傾斜に対して各々反作用するものと仮定し、弾性体と等価な並進・回転バネ (バネ定数  $K_q, K_m$ ) からなる集中バネモデルを想定する (図1)。端部損失はバネの内部減衰に因るものとする、各バネの機械・モーメントインピーダンス  $Z_q, Z_m$  は次式で表される。

$$Z_q = \frac{Q}{j\omega w} = \frac{K_q}{j\omega} = \frac{2}{j\omega} \frac{E_s(1+j\eta_s)d}{h} \quad (1)$$

$$Z_m = \frac{M}{j\omega\theta} = \frac{K_m}{j\omega} = \frac{2}{j\omega} \frac{E_s(1+j\eta_s)d^3}{12h} \quad (2)$$

但し、シール材の物性値としてヤング率  $E_s$ 、損失係数  $\eta_s$ 、寸法として幅  $d$ 、厚さ  $h$  である。板の特性インピーダンス[3]は屈曲波の波数  $k_b = \sqrt{\omega\sqrt{\rho t/D}}$  に対して  $Z_{q0} = Dk_b^3/\omega$ ,  $Z_{m0} = Dk_b/\omega$  より、端部のインピーダンス比は各々次式で表される。

$$z_q = \frac{Z_q}{Z_{q0}} = \frac{2E_s d}{Dh} \frac{\eta_s - j}{k_b^3} \propto \omega^{-3/2} \quad (3)$$

$$z_m = \frac{Z_m}{Z_{m0}} = \frac{E_s d^3}{6Dh} \frac{\eta_s - j}{k_b} \propto \omega^{-1/2} \quad (4)$$

但し、板の曲げ剛性  $D = E(1+j\eta)t^3/12(1-\nu^2)$  (ヤング率  $E$ 、ポアソン比  $\nu$ 、損失係数  $\eta$ 、板厚  $t$ ) である。

### 2.2 弾性連続体モデル

シール材の並進振動のみに対して弾性連続体の挙動を考慮して1次元縦波動を想定すると、端部の機械インピーダンスは次式で表される。

$$Z_q = \frac{2\rho_s c_s d}{j \tan \omega h / c_s} \quad (5)$$

但し、シール材の縦波速度  $c_s = \sqrt{E_s(1+j\eta_s)/\rho_s}$  (密度  $\rho_s$ ) である。なお、 $\omega h / c_s \ll \pi/2$  の場合、式(5)は式(1)に近似する。

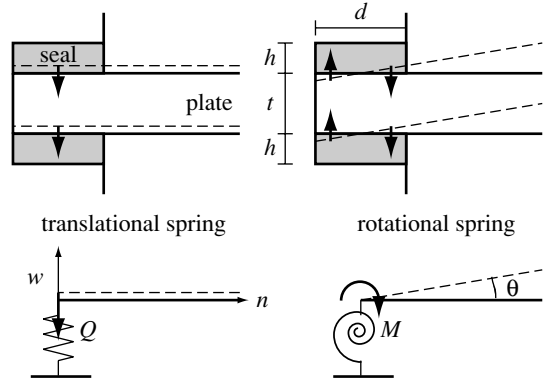


Fig. 1. Numerical model of edge supports.

## 3 周辺支持部のエネルギー損失

### 3.1 板端部のエネルギー吸収率

板振動場において直線状の屈曲波が無限長のインピーダンス境界に対して入射角  $\theta$  で入射する場合、境界の法線・接線2方向の波数分離を行い、境界上の有効剪断力・モーメントの釣合より理論解が得られる。理論解より境界近接波を除く入射波と反射波の振幅比、即ち反射係数は次式で表される。

$$r_\theta = \frac{(a_- b_+ - j a_+ b_-) - 2z_q + 2j a_+ a_- z_m + (a_- - j a_+) z_q z_m}{(a_- b_+ + j a_+ b_-) + 2z_q + 2j a_+ a_- z_m + (a_- + j a_+) z_q z_m} \quad (6)$$

但し、 $a_\pm = \sqrt{1 \pm \sin^2 \theta}$ ,  $b_\pm = (1 \pm (1-\nu)\sin^2 \theta)$  であり、垂直入射時に  $a_\pm = b_\pm = 1$  となる。上式より板端部のエネルギー吸収率は  $a_\theta = 1 - |r_\theta|^2$  として与えられる。

### 3.2 並進バネのエネルギー吸収率

回転バネの影響を無視した場合 ( $z_m = 0$ )、式(6)よりエネルギー吸収率は次式で表される。

$$a_\theta = \frac{8a_- b_+ \text{Re}(z_q)}{|(a_- b_+ + j a_+ b_-) + 2z_q|^2} \quad (7)$$

ガラス板の損失係数は無視できるものとし、式(3)より並進バネのレジスタンス・リアクタンスを  $\text{Re}(z_q) = \eta_s \hat{z}_q$ ,  $\text{Im}(z_q) = -\hat{z}_q$  と表すと、

$$a_\theta = \frac{2a_- b_+ \eta_s \hat{z}_q}{(\eta_s \hat{z}_q + a_- b_+ / 2)^2 + (\hat{z}_q - a_+ b_- / 2)^2} \quad (8)$$

上式は  $\hat{z}_q = \sqrt{(a_-^2 b_+^2 + a_+^2 b_-^2)/4(1+\eta_s^2)}$  にて最大値

$$a_{\theta, \max} = \frac{2a_- b_+ \eta_s}{\sqrt{(a_-^2 b_+^2 + a_+^2 b_-^2)(1+\eta_s^2)} + a_- b_+ \eta_s - a_+ b_-} \quad (9)$$

をとり、垂直入射時は  $\hat{z}_q = 1/\sqrt{2(1+\eta_s^2)}$  にて最大値

$$a_{0, \max} = \frac{2\eta_s}{\sqrt{2(1+\eta_s^2)} + \eta_s - 1} \quad (10)$$

となる。

\* Numerical analysis of sound transmission loss of glass pane - Energy loss by edge supports, by SAKUMA Tetsuya, EGAWA Kenichi and YASUDA Yosuke (Univ. of Tokyo).

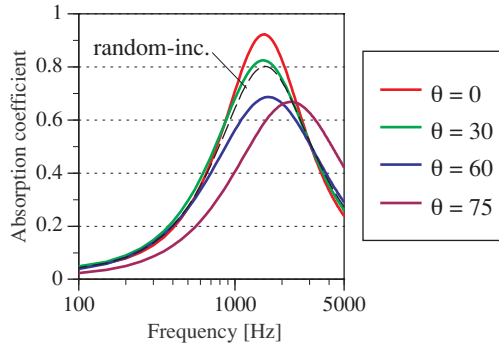


Fig. 2: Incidence angle dependence of the absorption coefficient of the edge. Glass:  $t = 10$  [mm]; Seal:  $E_s = 10^7$  [N/m<sup>2</sup>],  $\eta_s = 0.5$ .

#### 4 ケーススタディ

前述のモデルに基づき、ガラス板厚とシール材物性値を変化させて周辺支持部のエネルギー損失の挙動について考察する。なお、以下の条件は一定とする。

- ・ガラス板の物性値 :  $\rho = 2500$  [kg/m<sup>3</sup>],  
 $E = 7.5 \times 10^{10}$  [N/m<sup>2</sup>],  $\nu = 0.22$ ,  $\eta = 0.002$
- ・シール材の寸法[4]:  $d = 15$  [mm],  $h = 5$  [mm]

##### 4.1 入射角の影響

集中バネモデルにおいてガラス板内の屈曲波の入射角を変化させた場合のエネルギー吸収率を図2に示す。吸収率は一つのピークを持ち、垂直入射から60度入射付近にかけてはピーク値が低下するのに対して、75度にかけてはピーク周波数が高音域に変化している。但し、入射角依存性は比較的緩やかである。

##### 4.2 回転バネの影響

集中バネモデルにおいて回転バネの有無がエネルギー吸収率に及ぼす影響を図3に示す。ガラス板厚が薄く、シール材が硬い場合に低音域で若干影響が現れているが、並進バネが支配的となる高音域では回転バネは無視できる。

##### 4.3 弾性連続体モデルの影響

弾性連続体モデルにおいてシール材の密度を  $\rho_s = 1000, 2000$  [kg/m<sup>3</sup>]とした場合のエネルギー吸収率を図4に示す。シール材の質量は図3のピークに対して若干影響を及ぼすとともに、シール材が柔らかい場合に高音域ではシール材自体の共振の影響が顕著に現れている。

#### 5 おわりに

ガラス板周辺支持部のモデル化とエネルギー損失の関係について、回転バネの影響は低音域で生じるのに対して、高音域ではシール材質量の影響が現れることを例示した。シール材の並進振動モデルとしては、少なくとも集中質量を導入した集中バネマスモデルが必要と考えられる。

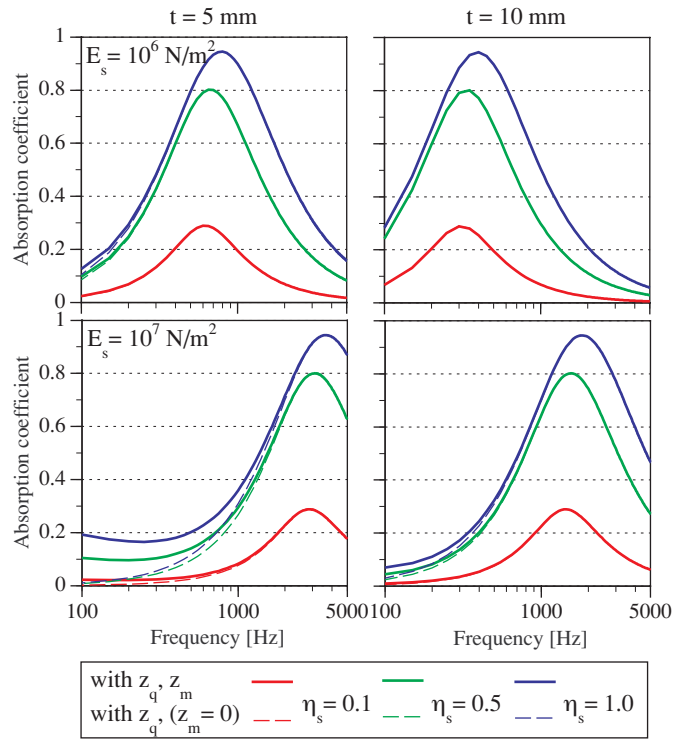


Fig. 3: Random-incidence absorption coefficients of the edge based on the spring model with/without rotational spring.

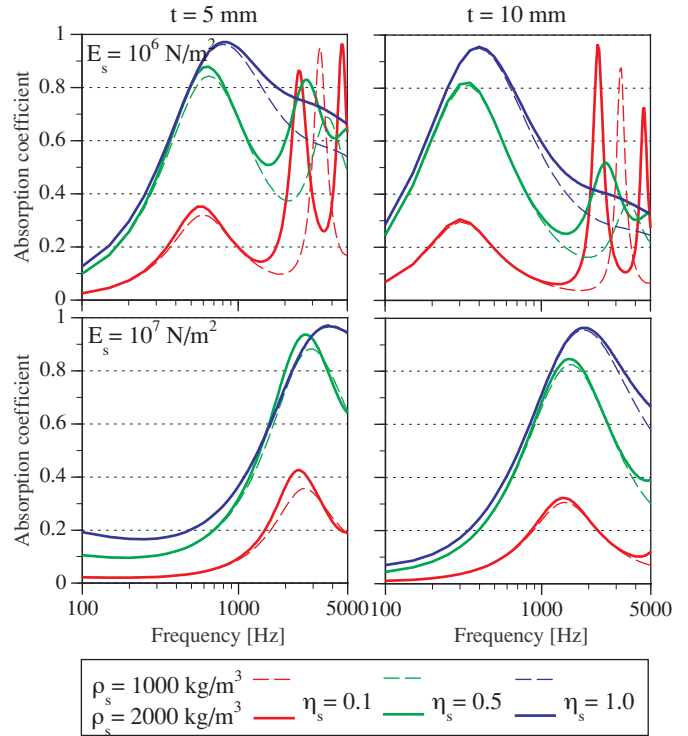


Fig. 4: Random-incidence absorption coefficients of the edge based on the continuum model with changing seal's density.

#### 参考文献

- [1] 佐久間他, 建築学会大会梗概 D1, 229-230 (2008)
- [2] 江川他, 建築学会大会梗概 D1, 231-232 (2008)
- [3] L. Cremer & M. Heckl, Structure-Borne Sound (Springer-Verlag, New York, 1973)
- [4] JIS A 1416: 2000

# 窓ガラスの音響透過損失に関する数値解析 —理論値・実測値との比較検討—\*

◎江川健一, 安田洋介, 佐久間哲哉 (東大・新領域)

## 1 はじめに

窓ガラスの遮音性能予測を音響振動連成解析により高精度に行うためには、周辺支持部におけるエネルギー損失を精度良く反映する必要がある。前報 [1] では窓ガラスの周辺支持部に並進・回転バネを考慮した集中バネモデルと弾性連続体モデルを想定し、屈曲波の斜入射・ランダム入射時における端部のエネルギー損失について理論的考察を行った。本報では前報のモデルを用いた音響振動連成数値解析を行い、得られた透過損失値について理論値・実測値と比較検討する。

## 2 解析手法

既報 [2] 同様、解析モデルとして無限大剛バフル中の板材に単位振幅平面波が入射する音響透過問題を想定する。1/24 オクターブ帯域中心周波数においてランダム入射透過損失を算出し、得られた値をエネルギー合成することで 1/3 オクターブ帯域値を 2 kHz まで算出している。

## 3 解析対象

ガラス板、シール材の物性値を表 1, 2 に示す。なお、実測で用いられるシール材の物性値についてはおよそ以下の値程度と見なせる [3]。

・シリコン:  $E_s = 10^6 \sim 10^7$  [N/m<sup>2</sup>],  $\eta_s = 0.1$ ,  $\rho_s = 1000$  [kg/m<sup>3</sup>]

・パテ:  $E_s = 10^7 \sim 10^8$  [N/m<sup>2</sup>],  $\eta_s = 0.5 \sim 1.0$ ,  $\rho_s = 2000$  [kg/m<sup>3</sup>]

## 4 結果と考察

### 4.1 回転バネの影響

集中バネモデルにおける、回転バネの有無による透過損失値の差(「回転バネ有り」-「無し」)を図 1 に示す。前報 [1] の結果と同様、シール材が硬い場合に低域で影響が表れており、周辺支持部のモデル化では回転バネを考慮する方が望ましいといえる。

### 4.2 集中バネモデルと弾性連続体モデルの比較

弾性連続体モデル適用時と集中バネモデル(回転バネ有り)適用時での透過損失値の差(「弾性連続体」-「集中バネ」)を図 2 に示す。前報 [1] でエネルギー吸収率に差が見られた高域において弾性連続体モデル適用時の方が透過損失値が大きい。なお、ここに非表示の  $E_s = 10^7$  [N/m<sup>2</sup>] の

Table 1 Properties of glass plate.

size:  $0.9 \times 0.9, 1.25 \times 1.5$  [m<sup>2</sup>];  
thickness:  $t = 5, 10$  [mm];  $\rho = 2500$  [kg/m<sup>3</sup>];  $\nu = 0.22$ ;  
 $E = 7.5 \times 10^{10}$  [N/m<sup>2</sup>];  $\eta = 0.002$

Table 2 Properties of seal.

$d = 15$  [mm];  $h = 5$  [mm];  
 $\rho_s = 1000, 2000$  [kg/m<sup>3</sup>];  
 $E_s = 10^6, 10^7$  [N/m<sup>2</sup>];  $\eta_s = 0.1, 0.5, 1.0$

場合については、エネルギー吸収率としての差が微小であったことから [1]、透過損失値の差も微小であると考えられる。

### 4.3 理論値との比較

板サイズ 2 水準での弾性連続体モデルにおける透過損失の計算値とランダム入射時の質量則、有限板の理論式である Sewell の式 [4] による値を図 3 に示す。両寸法とも端部損失の小さい  $\eta_s = 0.1$  を除きコインシデンス限界周波数  $f_c$  以下で Sewell の式と良く対応している。

### 4.4 実測値との比較

上記の計算値と文献実測値 [5] を図 4 に示す。 $f_c$  以下では寸法によらずパテ支持・シリコン支持の両実測値と  $\eta_s = 0.5, 1.0$  の計算値がよく一致している。一方、 $\eta_s = 0.1$  の計算値については板厚が厚くシール材が硬いほど他と比べ値が小さくなっており、同程度の  $\eta_s$  を持つシリコン支持時の実測値とも差が見られる。 $f_c$  以上では、実測値と計算値の差が  $t = 10$  [mm] の場合において見られるものの、図 2 からわかるように、集中バネモデルに比べると実測値に近い結果であった。

## 5 まとめ

音響振動連成解析による板ガラスの音響透過損失予測値について、周辺支持部に集中バネモデルを想定した場合回転バネの影響は低域で表れること、弾性連続体モデルと集中バネモデルの違いは高域で表れることを確認した。また、 $\eta_s$  がパテ程度の場合にコインシデンス限界周波数  $f_c$  以下で理論値・実測値との対応が良いこと、集中バネモデルより弾性連続体モデルの方が  $f_c$  以上で実測値との対応が良いことを示した。

### 参考文献

- [1] 佐久間他, 音講論(春) (2009. 3).
- [2] 江川他, 建築学会大会梗概 D1, 231-232 (2008).
- [3] 山口, 制振工学研究会通信, 2, 9月号 (2006).
- [4] E. C. Sewell, J. Sound Vib., 12, 21-32 (1970).
- [5] Yoshimura et al., Inter-Noise 2006, No. 641 (2006).

\* Numerical analysis of sound transmission loss of glass pane - Comparison of calculated, theoretical and measured values, by EGAWA Kenichi, YASUDA Yosuke and SAKUMA Tetsuya (Univ. of Tokyo).



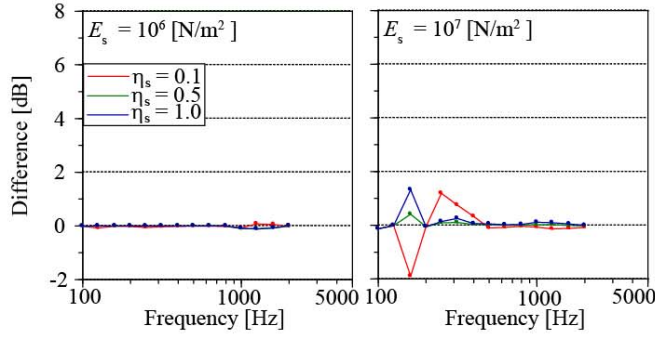


Fig. 1: Difference of 1/3-oct-band transmission loss caused by neglecting rotational springs (glass: 0.9 x 0.9 m² size,  $t = 10$  [mm]).

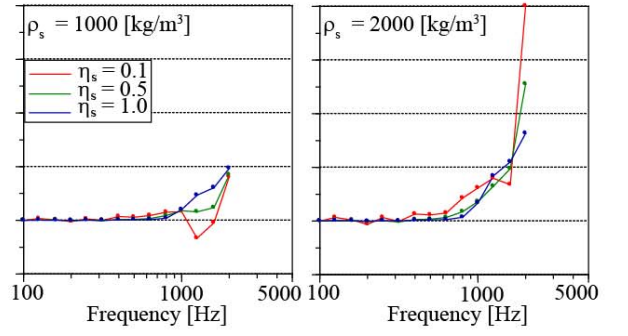


Fig. 2: Difference between 1/3-oct-band transmission loss with the spring model and that with the continuum model (glass: 0.9 x 0.9 m² size,  $t = 10$  [mm], seal:  $E_s = 10^6$  [N/m²]).

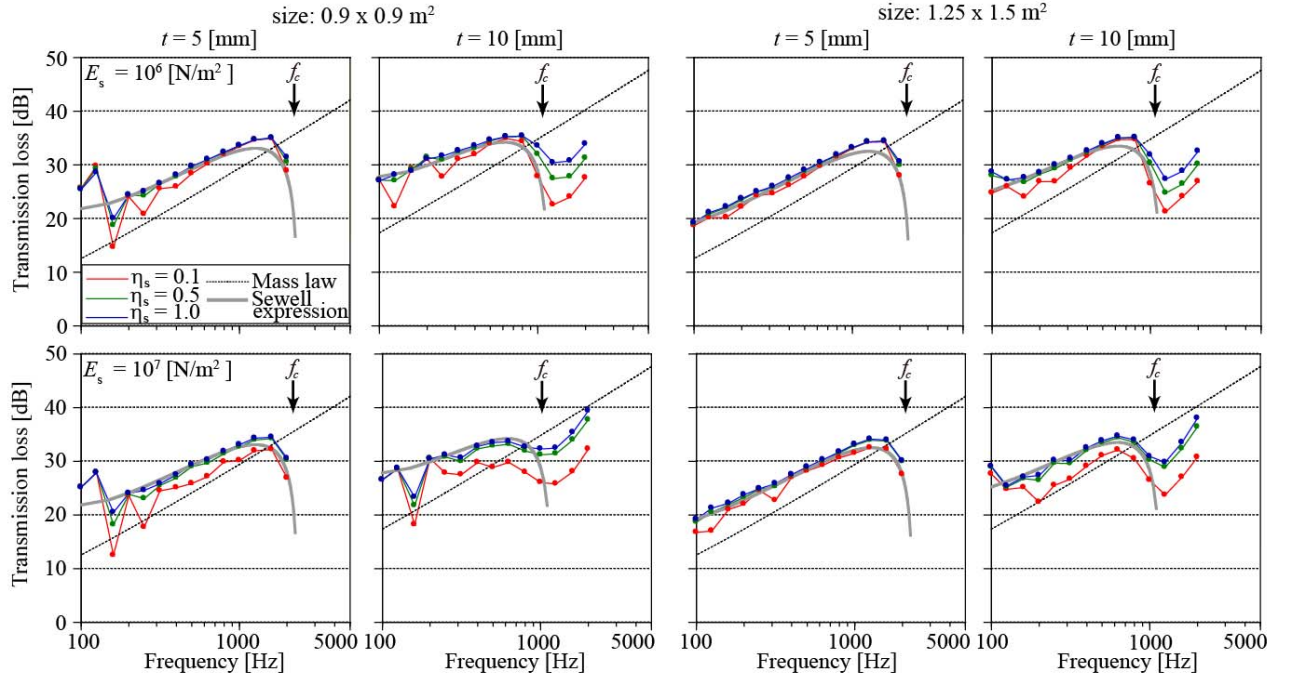


Fig. 3: Comparison of calculated values of 1/3-oct-band transmission loss and theoretical ones (seal:  $\rho_s = 1000$  [kg/m³]).

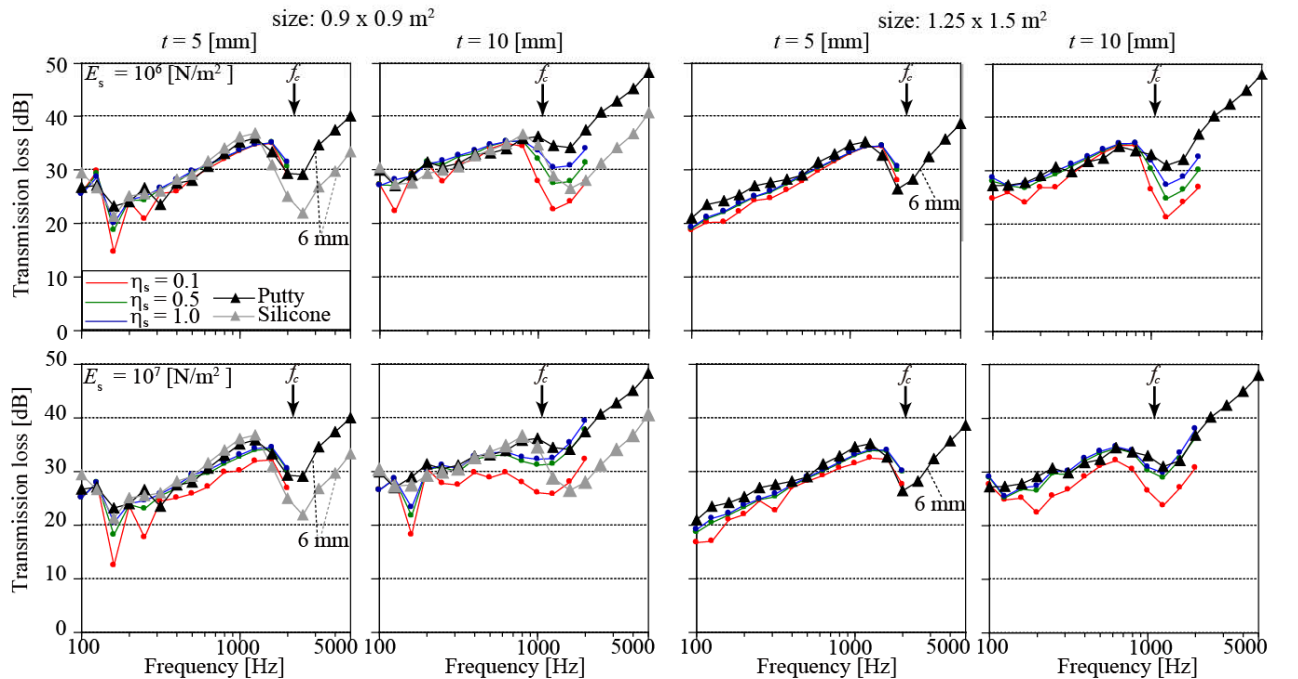


Fig. 4: Comparison of measured and calculated values of 1/3-oct-band transmission loss (seal:  $\rho_s = 1000$  [kg/m³]).